

الرياضيات

الصف العاشر

الفصل الدراسي الأول

"لا تبحث عن الحل الأسرع ... بل عن الفهم الذي لا يُنسى"



اضغط هنا

للتضمام لجروب التليجرام

YouTube

اضغط هنا

للاشتراك في قناة اليوتيوب



HOSAMBAYOUMI199



رياضيات

إعداد: أ. حسام بيومي

1-1 دالة القيمة المطلقة

إن القيمة المطلقة لعدد حقيقي تعبر عن بعد هذا العدد عن الصفر على خط الأعداد.

الصورة الأساسية لدالة القيمة المطلقة هي :

$$f: \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = |x|$$

(المجال) (المجال المقابل)

والتي مكوناتها هي :

1. المجال $\mathbb{R}$ 2. المجال المقابل $\mathbb{R}$ 3. قاعدة اقترانها $f(x) = |x|$

$$f(x) = \begin{cases} x & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \\ -x & : x < 0 \end{cases} \Rightarrow \therefore f(x) = \begin{cases} x & : x \geq 0 \\ -x & : x < 0 \end{cases}$$

إذا كانت $a, b, x \in \mathbb{R}$ عددين حقيقيين فإن :

$$1. |x| = \begin{cases} x & : x \geq 0 \\ -x & : x < 0 \end{cases}$$

$$2. |x+a| = \begin{cases} x+a & : x \geq -a \\ -x-a & : x < -a \end{cases}$$

$$3. |ax+b| = \begin{cases} ax+b & : x \geq \frac{-b}{a} \\ -ax-b & : x < \frac{-b}{a} \end{cases}$$

خواص القيمة المطلقة:

$$1. |x| \geq 0$$

$$2. |a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

$$3. |a+b| \leq |a| + |b|$$

ملحوظات هامة:

$$1. |a|^2 = a^2$$

$$2. \sqrt{x^2} = |x|$$

رسم بيان دالة القيمة المطلقة باستخدام رأس المنحنى ومحور التماثل

تعميم

الصورة القياسية لدوال القيمة المطلقة:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = |ax+b|+c$$

(المجال) (المجال المقابل)

مجال الدالة هو $\mathbb{R}$ ، ومجالها المقابل هو $\mathbb{R}$

1. رأس المنحنى هو النقطة $(\frac{-b}{a}, c)$

2. معادلة محور التماثل هو $x = \frac{-b}{a}$

3. مدى الدالة هو $[c, \infty)$

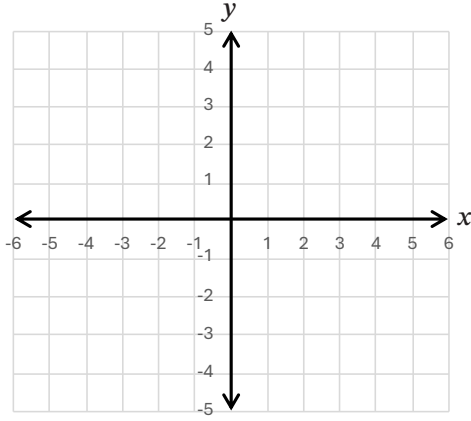
4. مدى الدالة يتغير إذا كانت الدالة على الصورة $f(x) = -|ax+b|+c$ ويصبح

$(-\infty, c]$ حيث منحنى الدالة في هذه الحالة يكون مفتوحاً للأسفل



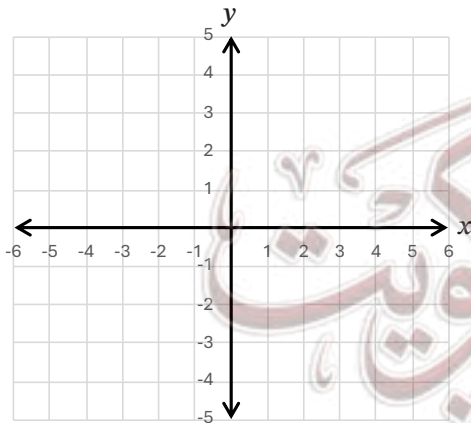
$$f(x) = |2x + 4|$$

مثال (1) ارسم بيان الدالة:



تحقق من فهمك (1)

ارسم بيان الدالة : $f(x) = |3x + 6|$



مما سبق نلاحظ :

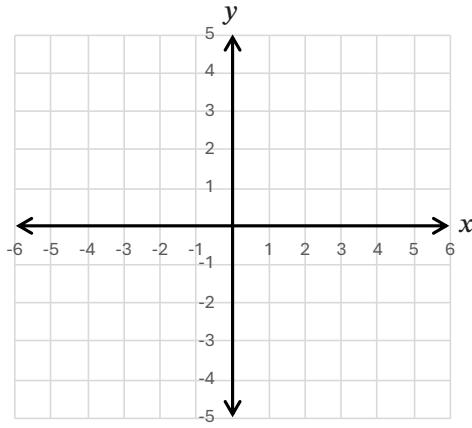
$$f(x) = |2x + 4| + 0$$

بفرض أن $a=2$, $b=4$, $c=0$ 1. رأس المنحنى هو $\left(\frac{-b}{a}, c\right) = (-2, 0)$ 2. معادلة محور التماثل هو $x = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{2} = -2$ 3. مدى الدالة هو $[c, \infty) = [0, \infty)$

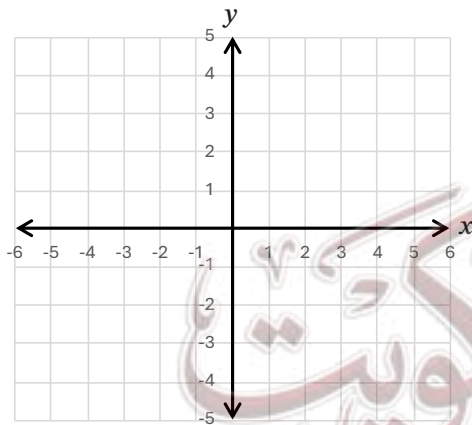
أوجد رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ومدى كل من الدوال التالية ثم ارسم بيان كل منها

مثال (2)

a) $y = |x - 2| + 1$



b) $y = -|2x + 3|$



رسم بيان دوال القيمة المطلقة باستخدام بعض التحويلات الهندسية

التحويلات الهندسية لمنحنى الدالة الأساسية $f(x) = |x|$

1. الانسحاب في اتجاه محور السينات (إزاحة أفقية)

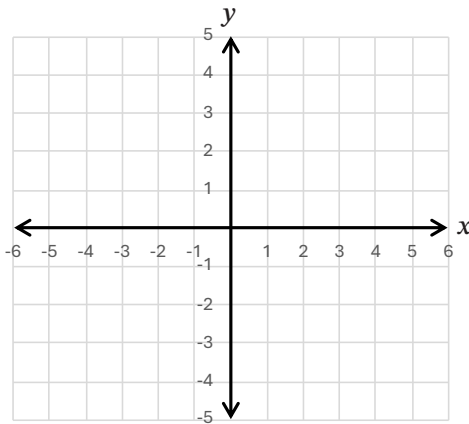
تعميم

يكون منحنى الدالة $f(x) = |x + a|$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ وبإزاحة أفقية مقدارها $|a|$ وحدة في الاتجاه:

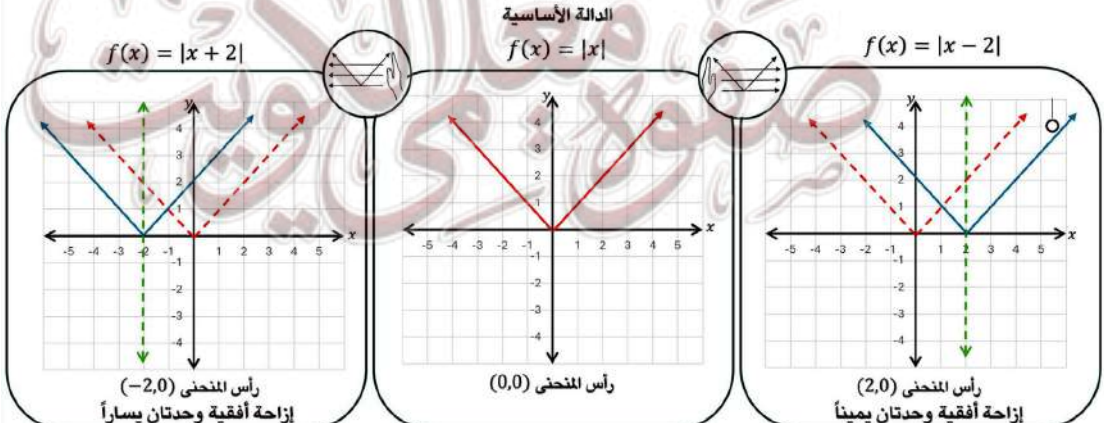
1 - الموجب لمحور السينات (جهة اليمين) عندما $a < 0$

2 - السالب لمحور السينات (جهة اليسار) عندما $a > 0$

مثال (3) ارسم بيان كل من الدالة $f(x) = |x - 1|$ باستخدام التحويلات الهندسية



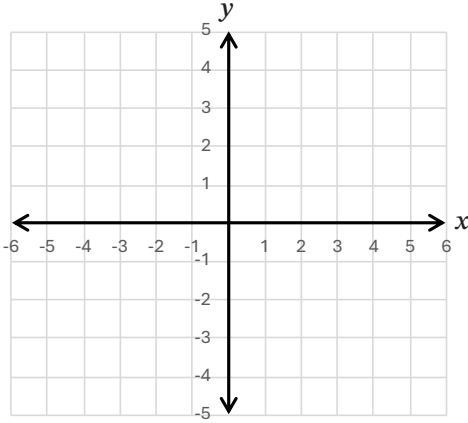
ملخص :



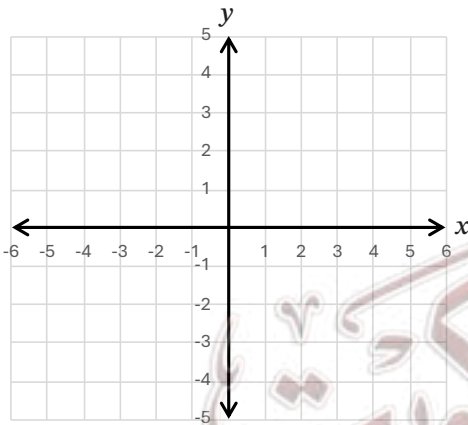
تحقق من فهمك (3)

لكل من الدوال التالية حدد مسافة الانسحاب ، ثم ارسم بيان كل منها مستخدماً الإزاحة لبيان الدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

a) $f(x) = |x - 3.5|$



b) $y = |x + 2|$



مُعَلِّمَاتُ الْيَوْمِ
صَفْوَةُ مِصْبُوحَةَ



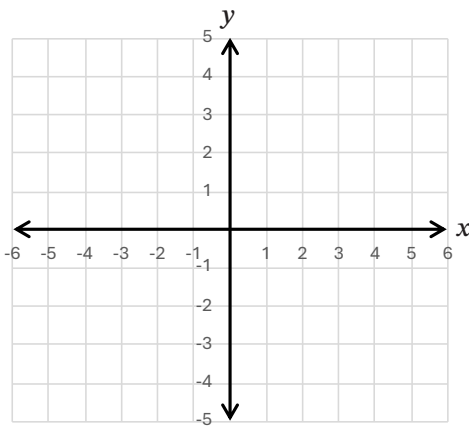
2. الانسحاب في اتجاه محور الصادات (إزاحة رأسية)

تعميم

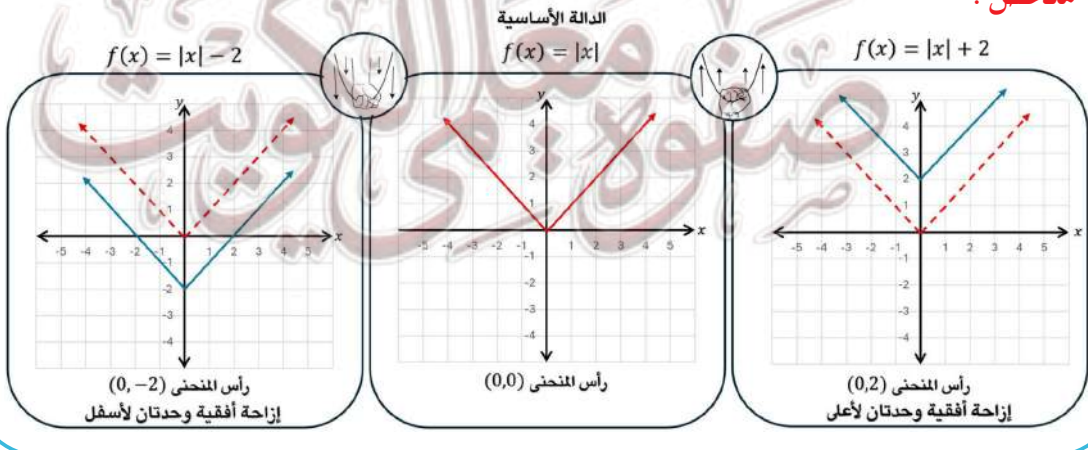
يكون منحنى الدالة $f(x) = |x| + a$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ وبإزاحة رأسية مقدارها $|a|$ وحدة في الاتجاه:

- الموجب لمحور الصادات (رأسياً للأعلى) عندما $a > 0$
- السالب لمحور الصادات (رأسياً للأسفل) عندما $a < 0$

مثال (4) ارسم بيان الدالة $f(x) = |x| + 2$ باستخدام التحويلات الهندسية



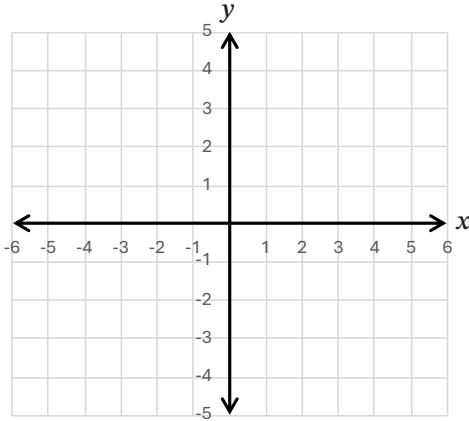
ملخص :



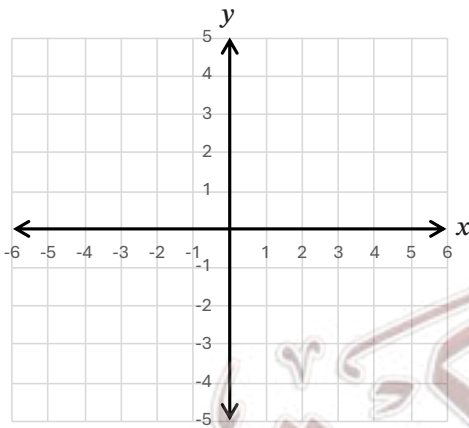
تحقق من فهمك (4)

ارسم بيان كلٍّ من الدوال التالية باستخدام التحويلات الهندسية والدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

a) $f(x) = |x| - 2.5$



b) $y = |x| - 2$



مُعَلِّمَاتُ الْيَوْمِ
صَفْوَةُ مِصْبُوحَةَ



3. الانسحاب المركب: إزاحة أفقية تليها إزاحة رأسية لمنحنى الدالة $f(x) = |x|$

تعميم:

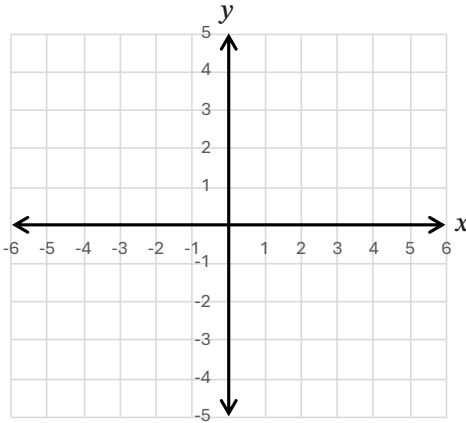
منحنى الدالة $f(x) = |x + a| + b$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ بإزاحة:

1 - أفقية (محور السينات) مقدارها $|a|$ مع مراعاة الإتجاه يميناً أو يساراً.

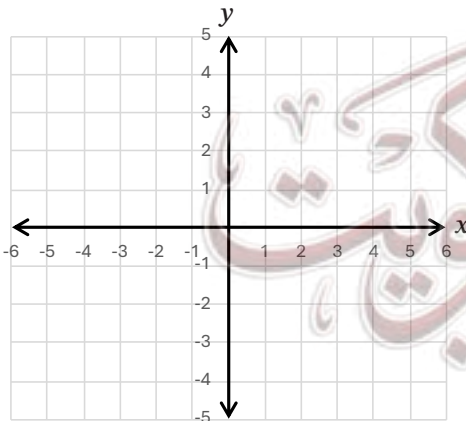
2 - رأسية (محور الصادات) مقدارها $|b|$ مع مراعاة الإتجاه للأعلى أو للأسفل.

مثال (5) ارسم بيان كل دالة مما يلي باستخدام دالة المرجع والإزاحة:

a) $f(x) = |x - 4| + 2$



b) $f(x) = |x + 3| - 1$



الانعكاس في محور السينات للدالة الأساسية $g(x) = |x|$

تعميم

• إذا كانت $g(x) = |x|$, $f(x) = -|x+b|$ يجب مراعاة

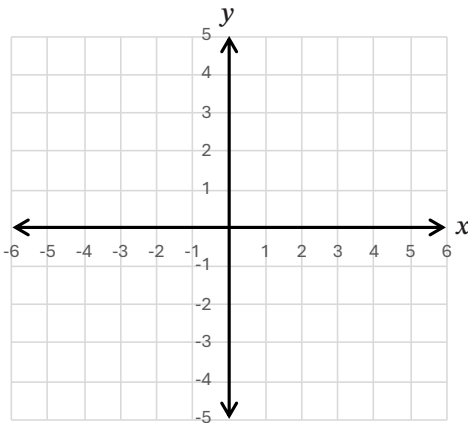
ترتيب التحويلات الهندسية لرسم بيان الدالة $f(x)$:

- 1 - انعكاس في محور السينات أولاً للدالة الأساسية.
- 2 - إزاحة أفقية (يميناً أو يساراً).
- 3 - إزاحة رأسية (لأعلى أو للأسفل).
- 4 - تحديد الرأس للمنحنى و محور التماثل.

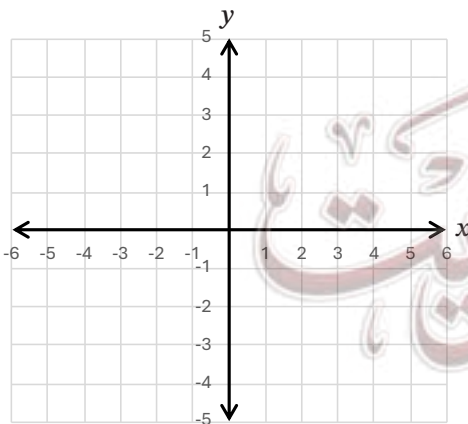
تحقق من فهمك (6)

ارسم بيانياً كلا من الدوال التالية مستخدماً بيان منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

a) $f(x) = -|x - 2| + 3$



b) $f(x) = -|x + 1| - 2$



أدرب وأحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-5) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:

(a) (b)

(1) بيان الدالة $f(x)=|x|$ ينطبق على بيان الدالة $g(x)=x$

(a) (b)

(2) بيان الدالة $f(x)=|x|$ هو انعكاس لبيان الدالة $g(x)=-|x|$ حول

محور السينات

(a) (b)

(3) بيان الدالة $f(x)=|x-4|+2$ يمكن الحصول عليه بانسحاب بيان

الدالة $g(x)=|x|$ في الاتجاه المحدد 4 وحدات جهة اليمين ووحدة واحدة للأعلى

(a) (b)

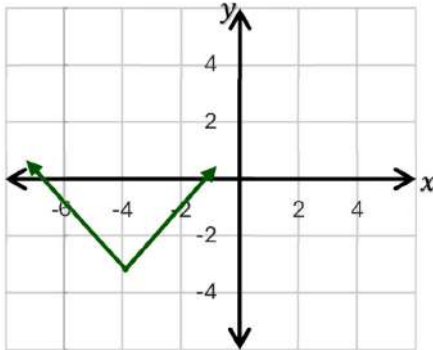
(4) محور التماثل للدالة $f(x)=|x-3|$ هو $x=3$

(a) (b)

(5) مدى الدالة $f(x)=|x+3|-3$ هو $[-3, \infty)$

■ في البنود من (1-2) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) أي من الدوال التالية رأس مُنحناها $(-3, 2)$:

(a) $y=|x+3|+2$ (b) $y=|x-3|+2$ (c) $y=|x+3|-2$ (d) $y=|x-3|-2$ 

(2) أي من قواعد الدوال التالية تمثل منحنى الدالة المرسوم :

(a) $y=|x-4|-3$ (b) $y=|x-4|+3$ (c) $y=|x+4|+3$ (d) $y=|x+4|-3$

مهارات تفكير عليا

■ اختر الإجابة الصحيحة:

المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)=|x+2|-2$

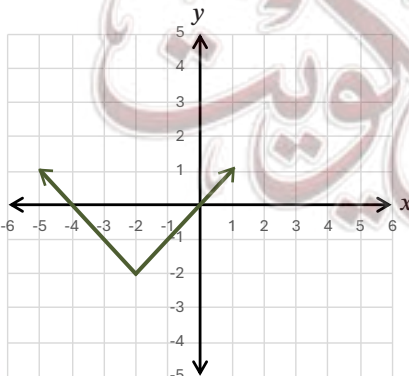
ومحور السينات تساوي وحدة مربعة

(a) 2

(b) 3

(c) 5

(d) 4



1-2 حل معادلة القيمة المطلقة

مفهوم أساسي « حل معادلات القيمة المطلقة »

حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=c, c \geq 0$

تعلمنا فيما سبق أن حل معادلة القيمة المطلقة :

1 $|x|=A$

إذا كان $A > 0$ ، فإن
للمعادلة حلان هما :

$x=A \quad \text{or} \quad x=-A$

$S=\{-A, A\}$

2 $|x|=0$

إذا كان $A=0$ ، فإن
للمعادلة حل وحيد وهو :

$x=0$

$S=\{0\}$

3 $|x|=A$

إذا كان $A < 0$ ، فإن
للمعادلة ليس لها حل :

$S=\emptyset$

لحل المعادلة $|ax+b|=c$ حيث $c \geq 0$

نحل المعادلتين المرتبطتين بها وهما :

$ax+b=c \quad \text{أو} \quad ax+b=-c$

خواص القيمة المطلقة

لكل $a, b \in \mathbb{R}$ فإن :

1. $|a| \geq 0$

5. $\frac{|a|}{|b|} = \left| \frac{a}{b} \right|, b \neq 0$

2. $|a+b| \leq |a| + |b|$

6. $|x| = |-x|$

3. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

7. $|n|^2 = n^2$ حيث n عدد زوجي

4. $|x-a| = |a-x|$

8. $\sqrt{x^2} = |x|$ لأي عدد حقيقي x يكون

أولاً : حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=|cx+d|$ مثال (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $|x-2| = |2x-1|$

صَفْوَةُ مُعَلِّمِي الْكُوَيْتِ



مثال (2) أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

(a) $|x+4| = |x+3|$

(b) $|2y+1| = |3y+4|$

صِفْوَةٌ مَعَالِمُ الْكُوَيْتِ



ثانيًا: حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=cx+d$

مثال (3) أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-3|=3x-1$

تحقق من فهمك (3)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|2x-1|=x+2$ a

صِفْوَةٌ مَعَالِمُ الْكُوَيْتِ



تحقق من فهمك (4)
أوجد مجموعة حل المعادلة:

a) $|3x-1|+4x-13=0$

أسئلة المقال:

i) $\frac{1}{2}|8x-2|=x+2$ أوجد مجموعة حل المعادلة:

صِفْوَةٌ مَعَالِمُ الْكُوَيْتِ



أدرب وأحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-7) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

(1) حل المعادلة $|2x-1|=x+3$ هو

- (a) $x=1$ (b) $x=2$ (c) $x=-1$ (d) لا يوجد حل

(2) حل المعادلة $|x+2|=x+2$ هو

- (a) $x=-2$ (b) $x \in (-2, \infty)$ (c) $x \in [-2, \infty)$ (d) $\emptyset$

(3) حل المعادلة $|x-3|=|x+1|$ هو

- (a) $x=\pm 1$ (b) $x=-1$ (c) $x=1$ (d) $x=2$

(4) مجموعة حل المعادلة $|x-3|=|3-x|$ هي

- (a) $\{3\}$ (b) $\{-3, 3\}$ (c) $\mathbb{R}$ (d) $\emptyset$

(5) حل المعادلة $|x-4|=|4-x|$ هو

- (a) $x=-4$ (b) $x=4$ (c) $\mathbb{R}$ (d) لا يوجد حل

(6) حل المعادلة $|2x-3|=|x+3|$ هو

- (a) $x=0, x=6$ (b) $x=-5, x=0$ (c) $x=5, x=6$ (d) $x=\pm 6$

(7) مجموعة حل المعادلة $|x-2|+x=2$ هي

- (a) $\emptyset$ (b) $(-\infty, 2)$ (c) $(-\infty, 2]$ (d) $\{2\}$

مهارات تفكير عليا

(3) اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت مجموعة حل المعادلة $|x-a|=b$ هي $\{5, 11\}$ فإن $(a, b) =$

- (a) $(-8, 3)$ (b) $(-3, 8)$ (c) $(8, 3)$ (d) $(3, 8)$



حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد "جبرياً وبيانياً"

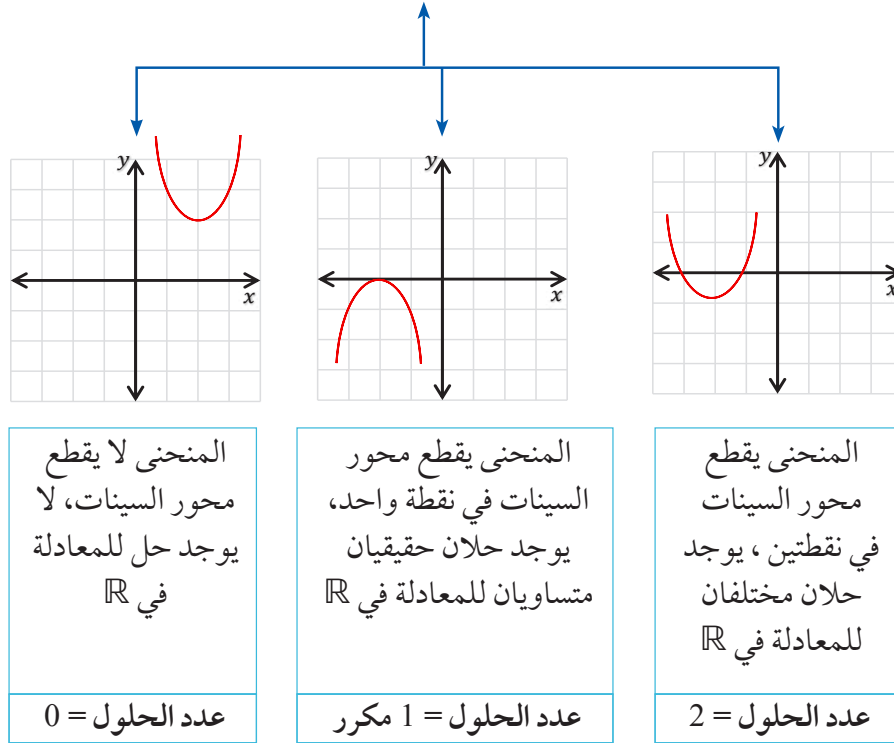
1-3

* حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانياً:

لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانياً نتبع الخطوات التالية:

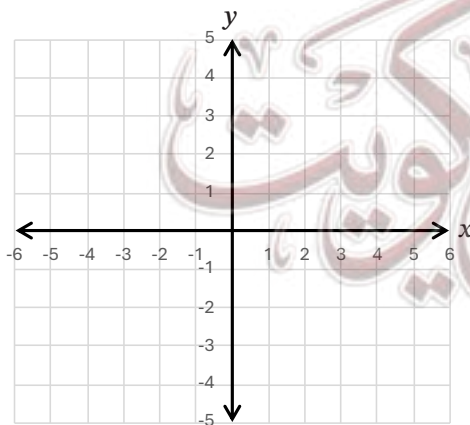
1. ضع المعادلة على الصورة: $ax^2+bx+c=0$
2. افرض أن: $f(x)=ax^2+bx+c$ ، ثم ارسم منحنى الدالة f
3. عين نقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات فتكون الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع هي:

حلول المعادلة $f(x)=0$



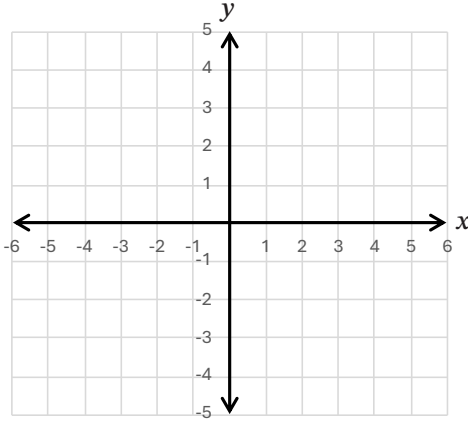
مثال (1) أوجد بيانياً مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعيناً بالفترة الموضحة:

(a) $x^2-2x-3=0$, $[-2, 4]$

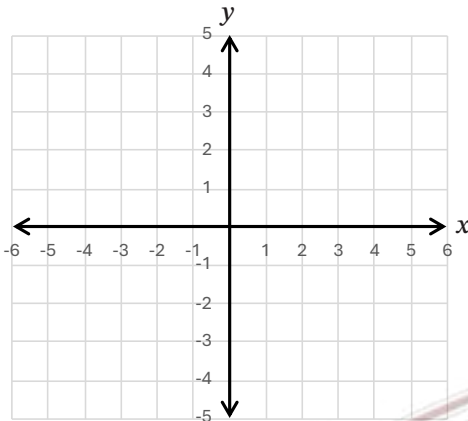


مثال (1) أوجد بيانيا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعيناً بالفترة الموضحة:

(b) $-x^2 - 4x - 4 = 0$, $[-4, 0]$



(c) $x^2 + 2 = 0$, $[-2, 2]$



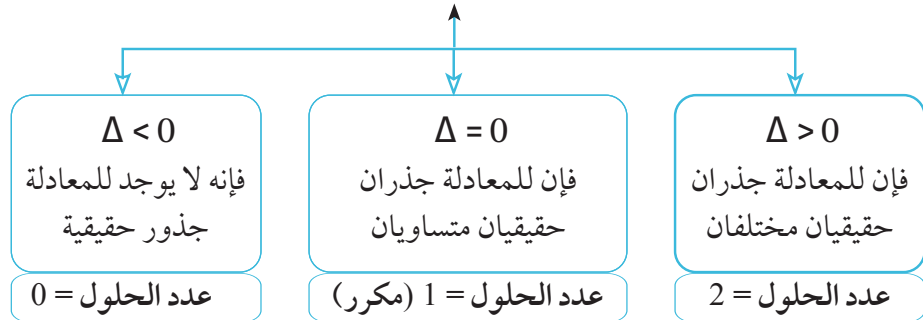
مُعَلِّمَاتُ الْيَوْمِ
صَفْوَةُ مِصْبُوحَةَ



القانون العام لحل المعادلات التربيعية في متغير واحد وهو:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad b^2 - 4ac \geq 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$



تحقق من فهمك (2)

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة:

a) $2x^2 - 7x - 4 = 0$

b) $x^2 - 10x + 25 = 0$

c) $3x^2 - 2x + 2 = 0$

d) $x^2 = 15$

مُعَلِّمٌ كَوَيْتٌ
صَفْوَةُ بَيْتِ



مثال (3) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون :

a $x^2 = x + 1$

b $x^2 - 8 = 0$

c $x^2 - 6x + 9 = 0$

صِفْوَةٌ مَعَالِكِيَّةٌ



تحقق من فهمك (4)

حل المعادلتين التاليتين باستخدام القانون .

a) $x^2 + 7x + 10 = 0$

b) $2x^2 - 5x - 52 = 0$

مُعَلِّمٌ كَوَيْتٌ
صَفْوَةُ مِيَايَا

تحقق من فهمك (5)

a) أوجد عددين زوجيين متتاليين مجموع مربعيهما 100

b) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار 3cm ومساحته 40cm^2
أوجد بعدي المستطيل .

صِفْوَةٌ مَعَالِمِ الْكُوَيْتِ



أدرب وأحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-3) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) جذرا المعادلة $x^2-5x+6=0$ هما جذران حقيقيان متساويان (a) (b)

(2) المعادلة $x^2-4x+4=0$ لها جذران حقيقيان متساويان (a) (b)

(3) جذرا المعادلة $x^2+9=0$ هما 3، -3 (a) (b)

■ في البنود من (1-7) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) المعادلة $x^2-6x+9=0$

(a) لها جذران حقيقيان مختلفان

(b) لها جذران حقيقيان متساويان

(c) ليس لها جذور حقيقية

(d) ليس أيًا مما سبق

(2) المعادلة $x^2+4x+5=0$

(a) لها جذران حقيقيان مختلفان

(b) لها جذران حقيقيان متساويان

(c) ليس لها جذور حقيقية

(d) ليس أيًا مما سبق

(3) جذرا المعادلة $x^2-3x-4=0$ هما:

(a) -1,4

(b) 1,4

(c) -2,2

(d) -1,3

(4) حل المعادلة $x^2=9$ هو:

(a) 3

(b) -3

(c) ± 3

(d) لا يوجد حل

(5) جذرا المعادلة $2x^2-7x+3=0$ هما:

(a) $\frac{1}{2}, 3$

(b) 1,3

(c) 2,3

(d) 1, $\frac{3}{2}$

(6) حل المعادلة $x^2-25=0$ هو:

(a) 5

(b) -5

(c) ± 5

(d) لا يوجد حل

(7) المعادلة التي مجموع جذريها يساوي 5 فيما يلي:

(a) $(x+1)(x+4)=0$

(b) $x(x-5)=0$

(c) $(x-1)(x+6)=0$

(d) $(x-5)(x+1)=0$



مهارات تفكير عليا

■ اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:

(1) إذا كانت المعادلة $x^2 - 6x - k = 0$ لها جذران حقيقيان متساويان

(a) (b)

فإن قيمة k هي 3

■ في البنود من (5 - 2) اختر الإجابة الصحيحة:

(2) إذا كانت المعادلة $x^2 - kx + 4 = 0$ ليس لها جذور حقيقية فإن k تحقق:

(a) $k^2 > 16$

(b) $k^2 = 16$

(c) $k^2 < 16$

(d) $k > 16$

(3) مجموعة حل المعادلة $x^2 = 2 - |x|$ هي:

(a) $\{1, -1\}$

(b) $\{2, -2\}$

(c) $\{1, -2\}$

(d) $\{-1, 2\}$

(4) مجموعة حل المعادلة $x^2 - 2|x| = 8$ هي:

(a) $\{2, -2\}$

(b) $\{4, -4\}$

(c) $\{2, 4\}$

(d) $\emptyset$

(5) إذا كانت $|x| > x$ ، $x^2 + 2x - 3 = 0$ فإن $2x + 4$ تساوي:

(a) -2

(b) 2

(c) 6

(d) 8

(6) أوجد قيمة k بحيث يكون للمعادلة التالية جذران حقيقيان متساويان:

$$x^2 + kx + 4 = 0$$

(7) حل كلا من المعادلتين التاليتين:

(a) $x^2 - 3|x| - 28 = 0$

(b) $|x - 3|^2 - |x - 3| - 6 = 0$

مُعَلِّمَاتُ الْيَوْمِ
صَفْوَةُ مِصْبُوحِي



1-4 إيجاد مجموع وناتج ضرب جذري معادلة تربيعية - تكوين المعادلة التربيعية بمعلومية جذريها

أولاً : إيجاد مجموع الجذرين وحاصل ضرب الجذرين
للمعادلة التربيعية $ax^2+bx+c=0$ بدون حلها

$$\textcircled{1} \quad \ell + m = \frac{-b}{a}$$

مجموع الجذرين

$$\textcircled{2} \quad \ell . m = \frac{c}{a}$$

حاصل ضرب الجذرين

مثال (1) إذا كان حاصل ضرب جذرا المعادلة $2x^2-3x+c=0$ يساوي 1-أوجد قيمة c .

مثال (2) إذا كان مجموع جذريّ المعادلة: $2x^2+bx-5=0$ هو $\frac{3}{2}$ ، فأوجد قيمة b .

تحقق من فهمك (2)
إذا كان حاصل ضرب جذريّ المعادلة $ax^2-5x+2=0$ يساوي $\frac{3}{2}$ أوجد قيمة a ثم حل المعادلة.



إذا كان l, m هما جذريّ المعادلة $2x^2 - 8x + 5 = 0$

مثال (3)

، فأوجد القيم العددية لكل مما يلي:

a $l^2 + m^2$

b $\frac{1}{l} + \frac{1}{m}$

c $l - m$

تحقق من فهمك (3)

إذا علمت أن جذريّ المعادلة $x^2 - 7x + 9 = 0$ هما l, m ، فأوجد قيمة كل من:

a $l + m$

b $l \cdot m$

c $l^2 + m^2$

ثانيًا: إيجاد المعادلة التربيعية إذا عُلم جذراها

تعميم

إذا كان l, m هما جذرا المعادلة التربيعية فإن المعادلة التربيعية تكون على الصورة:

$$x^2 - (l + m)x + (l \cdot m) = 0$$

حاصل ضرب الجذرين مجموع الجذرين



مثال (4) كَوْن معادلة تربيعية في متغير واحد والتي جذراها 4, -3 بطريقتين مختلفتين.

تحقق من فهمك (5)

كَوْن المعادلة التربيعية التي جذراها: $-3\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$

ثالثاً: تكوين معادلة تربيعية بمعلومية معادلة أخرى

مثال (6) إذا كان l, m هما جذرا المعادلة التربيعية $2x^2 - 3x - 1 = 0$ كون المعادلة التربيعية التي جذراها $2l, 2m$

صِفْوَةٌ مَعَالِمُ الْكُوَيْتِ



أُتدرب وأُحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود (1-6) اختر الإجابة الصحيحة:

- (1) إذا كان ناتج ضرب جذريّ المعادلة التربيعية $x^2 - 3x + c = 0$ يساوي 2 فإن c يساوي:
- (a) -4 (b) -2 (c) 4 (d) 2
- (2) إذا كان مجموع جذريّ المعادلة $x^2 - ax + 6 = 0$ يساوي 5 فإن a يساوي:
- (a) -6 (b) -5 (c) 5 (d) 6
- (3) إذا كان أحد جذريّ المعادلة $x^2 - (m+2)x + 3 = 0$ هو معكوسٌ جمعيّ للآخر فإن m تساوي:
- (a) 3 (b) 2 (c) -2 (d) -3
- (4) عدنان حقيقيان مجموعهما 2 و حاصل ضربهما -35 هما:
- (a) 5, 7 (b) -5, -7 (c) -7, 5 (d) 7, -5
- (5) حاصل ضرب جذريّ المعادلة $x(2x-3) = 7$ يساوي:
- (a) $-\frac{3}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $-\frac{7}{2}$ (d) $\frac{7}{2}$

مهارات تفكير عليا

(3) اختر الإجابة الصحيحة:

- إذا كان أحد جذريّ المعادلة : $2x^2 + 6x + c = 0$ هو 3 ، فإن c تساوي:
- (a) 18 (b) 36 (c) -6 (d) -36

صِفْوَةٌ مَعَالِمُ الْكُوَيْتِ



1-5 حل متباينة من الدرجة الثانية

أولاً: حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام التحليل

«خواص المتباينات في الأعداد الحقيقية»:

1. عندما : $a.b \geq 0$ فإن : $a \geq 0, b \geq 0$ or $a \leq 0, b \leq 0$

2. عندما : $a.b \leq 0$ فإن : $a \leq 0, b \geq 0$ or $a \geq 0, b \leq 0$

مثال (1) حل كلاً من المتباينات التالية جبرياً ومثل الحل على خط الأعداد :

a $x^2 - 2x - 8 \geq 0$

b $x^2 - 2x - 8 \leq 0$

صِفْوَةٌ مَعَالِمِ الْكُوَيْتِ



ثانيًا: حل المتباينة من الدرجة الثانية بدراسة الإشارة

مثال (2) ادرس إشارة كل من :

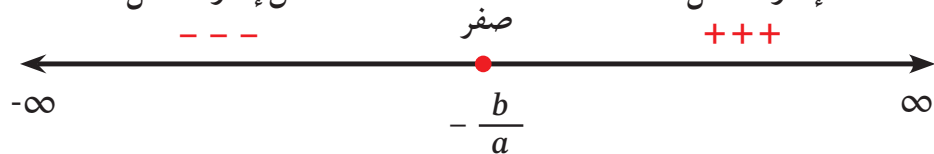
(a) $f(x) = 2x - 8$

(b) $g(x) = -3x + 6$

قاعدة هامة

لدراسة إشارة $g(x) = ax + b$, $a \neq 0$ نتبع التالي :

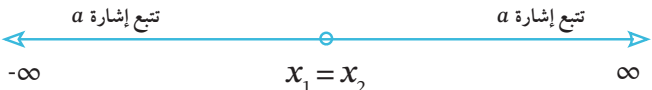
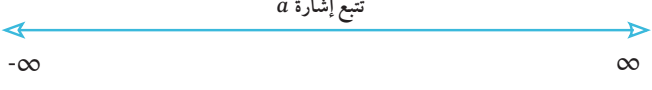
1. نضع $x = -\frac{b}{a} \iff ax + b = 0 \iff g(x) = 0$

2. نحدد العدد $x = -\frac{b}{a}$ على خط الأعداد3. تكون إشارة $g(x)$: • مماثلة للإشارة a على يمين العدد $-\frac{b}{a}$ • ومخالفة للإشارة a على يسار العدد $-\frac{b}{a}$ عكس إشارة معامل x إشارة معامل x 

قاعدة هامة

لدراسة إشارة $a \neq 0$ ، $f(x) = ax^2 + bx + c$ تتبع التالي :

1. نوجد المعادلة المناظرة: $f(x) = 0$
2. نوجد قيم x التي تجعل $f(x) = 0$ إما بالتحليل أو باستخدام المميز عندما يصعب التحليل
3. لدينا ثلاثة احتمالات:

للمعادلة $f(x)=0$ حلان حقيقيان مختلفان $x_1 < x_2$	$\Delta > 0$	
للمعادلة $f(x)=0$ حلان حقيقيان متساويان $x_1 = x_2$	$\Delta = 0$	
ليس للمعادلة $f(x)=0$ جذور حقيقية	$\Delta < 0$	

تحقق من فهمك (3)

حل كل من المتباينات التالية جبرياً ومثل الحل على خط الأعداد :

(a) $2x^2 + 3x - 2 < 0$

صِفْوَةٌ مَعَالِمُ الْكُوَيْتِ



تحقق من فهمك (3)

حل كل من المتباينات التالية جبرياً ومثل الحل على خط الأعداد :

b) $-x^2 - x + 6 > 0$

c) $x^2 - 6x + 9 \geq 0$

صِفْوَةٌ مَعَالِمِ الْكُوَيْتِ



حالة خاصة : حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام القيمة المطلقة

خاصية

إذا كان a, b عددين حقيقيين موجبين فإن: $a \leq b \iff a^2 \leq b^2$

بصفة عامة : إذا كان a, b, c أعداداً حقيقية بحيث $a \neq 0, c < 0$ فإن :

1. مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 < c$ هي المجموعة الخالية $\emptyset$
 2. مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 > c$ هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$
 3. مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 < 0$ هي $\emptyset$
- مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 > 0$ هي $\mathbb{R} - \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$

مثال (4) أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد :

(a) $2x^2 + 5 \geq 23$

(b) $(5x+7)^2 + 3 < 2$

مُعَلِّمَاتُ الْكَوَيْتِ
صَفْوَةُ مِصْبُوحٍ



أُتدرب وأُحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-5) اختر الإجابة الصحيحة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+2)(x-5) > 0$ هي:

- (a) $(-2,5)$ (b) $[-2,5]$
 (c) $(-\infty, -2) \cup (5, \infty)$ (d) $\mathbb{R}$

(2) مجموعة حل المتباينة $x^2 - 2x < 0$ هي:

- (a) $(0,2)$ (b) $[-\infty, 0]$
 (c) $(2, \infty)$ (d) $[0, 2]$

(3) مجموعة حل المتباينة $x^2 + 6x + 9 \leq 0$ هي:

- (a) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ (b) $\{-3\}$
 (c) $[-3, 3]$ (d) $\mathbb{R}$

(4) أي مما يلي ليس حلاً للمتباينة $4x^2 - 4x - 5 > 0$

- (a) 60 (b) -20 (c) 2 (d) 0

(5) أي من المتباينات التالية حلها نفس حل المتباينة $-2x^2 + 5x - 3 > 0$:

- (a) $x^2 - 5 > 2x^2$ (b) $-x^2 - x > x^2 - 4x$
 (c) $2x^2 + 3 < 5x$ (d) $x^2 - 3x > 2x - x^2$

مُعَلِّمَاتُ الْكَوَيْتِ
صَفْوَةُ بَيْتِي



التناسب

2-1

النسبة: هي مقارنة بين كميتين من النوع نفسه ولهما نفس وحدة القياس ويمكن التعبير عن النسبة بصورة a إلى b ، وتكتب $a:b$ أو $\frac{a}{b}$

التناسب: هو تساوي نسبتين أو أكثر.

إذا كان: $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$
وكانت $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
فإن a, b, c, d تسمى أعدادًا متناسبة
ملحوظة:

إذا كان $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$ أعداد متناسبة فإن $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ حيث $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$

خواص التناسب

خاصية (1): « الضرب التقاطعي »

إذا كان: $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$ وكان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
فإن: $a.d = c.b$

أي إن: حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين وتسمى هذه الخاصية «قاعدة الضرب التقاطعي»

مثال (1) إذا كانت: $2, x, 4, 6$ أعدادًا متناسبة ، أوجد قيمة: x

تحقق من فهمك (1)

أوجد الثالث المتناسب للأعداد: $4, 7, \dots, 35$



مثال (3) أوجد العدد الذي إذا طُرِح من حدّي النسبة $\frac{7}{9}$ أصبحت $\frac{4}{5}$

تحقق من فهمك (4)

أوجد قيمة x إذا كان : $(2x+3):(3x-5)=3:4$

خاصية (2): "عكس الخاصية 1"

إذا كان : $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$ وكان $a.d = b.c$

فإن : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

مثال (5) إذا كان $5a = 4b$ فأوجد $\frac{a}{b}$ حيث $a, b \in \mathbb{R}^*$



خاصية (3): إذا كان : $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$ وكان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن :

$$(1) \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$(2) \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$(3) \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$$

خواص التناسب

تحقق من فهمك (6)

أوجد $\frac{x}{y}$ في كل مما يلي حيث : $x \neq 0, y \neq 0$

a $5x = 7y$

b $\frac{5x-2y}{5x+2y} = \frac{1}{4}$

خاصية (4): إذا كان : $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$ وكان $k \in \mathbb{R}^*$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$a = bk, c = dk$$



مثال (7) إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ أوجد $\frac{2a+5b}{3b+2a}$

خاصية (4): إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ وكانت $k_1, k_2, k_3, \dots \in \mathbb{R}^*$ فإن: إحدى النسب = $\frac{ak_1 + ck_2 + ek_3 + \dots}{bk_1 + dk_2 + fk_3 + \dots}$

تحقق من فهمك (8)

إذا كان : $\frac{a}{2} = \frac{b}{7} = \frac{c}{5}$ ، أوجد : $\frac{a+2b}{3b+c}$ (بطريقتين مختلفتين).

صِفْوَةٌ مَعَالِمِ الْكُوَيْتِ



أسئلة المقال

إذا كانت الأعداد 3, 5, 11 متناسبة مع a, b, c أوجد القيمة العددية للمقدار: $\frac{a+3b}{5b+c}$

التناسب المتسلسل (الهندسي)

تعريف:

الكميات a, b, c, d في تناسب متسلسل إذا وفقط إذا كان :

$$b^2 = ac \text{ أو } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

ويسمى: a الأول المتناسب ، b الوسط المتناسب ، c الثالث المتناسب

$$b = \pm \sqrt{a \cdot c} \text{ حيث :}$$

ملحوظة: a, c إما أن يكونا موجبين معًا أو سالبين معًا

$$\frac{\text{مربع الوسط المتناسب}}{\text{الأول المتناسب}} = \frac{\text{الثالث المتناسب}}{\text{الثالث المتناسب}} , \quad \frac{\text{مربع الوسط المتناسب}}{\text{الثالث المتناسب}} = \frac{\text{الأول المتناسب}}{\text{الأول المتناسب}}$$

مثال (9) أوجد الوسط المتناسب بين العددين 9, 16



إذا كان $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$, k عدد ثابت لا يساوي الصفر وكان :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

فإن : $a = dk^3$, $b = dk^2$, $c = dk$

تحقق من فهمك (10)

إذا كان : a, b, c في تناسب متسلسل أثبت أن : $\frac{a+3b}{b+3c} = \frac{a-2b}{b-2c}$ حيث المقام $\neq$ صفر

مثال (11) إذا كان : $\frac{2a+3b}{2b+3a} = \frac{2+2b}{b+2c}$ أثبت أن : b وسط متناسب بين a, c

صِفْوَةٌ مَعَالِمِ الْكُوَيْتِ



أدرب وأحل المسائل

البند الموضوعية:

■ في البنود (1-4) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ فإن $ab = 3 \times 4$ (a) (b)

(2) إذا كان $\frac{x}{3} = \frac{14}{23}$ فإن $x = \frac{23}{42}$ (a) (b)

(3) إذا كان $\frac{x-7}{7} = \frac{1}{8}$ فإن $x = \frac{63}{8}$ (a) (b)

(4) زوج النسب التالي: $\frac{9}{12} = \frac{4}{5}$ لا يكون تناسباً (a) (b)

■ في البنود (1-5) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) إذا كانت $a, 3x, 2b, 4x$ في تناسب فإن $\frac{a}{b}$ تساوي :

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

(2) إذا كان $\frac{x}{y} = 7$ فإن $x + 7y$ تساوي :

(a) $7x$ (b) $8x$ (c) $2x$ (d) $10x$

(3) إذا كان $2x - 5y = 0$ فإن $\frac{x}{y}$ تساوي :

(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

(4) إذا كان $\frac{x}{2y} = \frac{3}{5}$ فإن $\frac{x+2y}{2x-y}$ تساوي :

(a) $\frac{15}{9}$ (b) $\frac{16}{7}$ (c) $\frac{7}{16}$ (d) $\frac{9}{15}$

(5) إذا كان $20, x, 32$ في تناسب متسلسل فإن x تساوي :

(a) $\pm 2\sqrt{10}$ (b) $\pm 4\sqrt{10}$ (c) $\pm 8\sqrt{10}$ (d) $\pm \frac{1}{8\sqrt{10}}$



تشابه المضلعات

2-2

تعميم (1): يقال لمضلعين (لهما العدد نفسه من الأضلاع) انهما متشابهان إذا تحقق الشرطان التاليان معا :

1. قياسات زواياهما المتناظرة متساوية .
2. أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة .

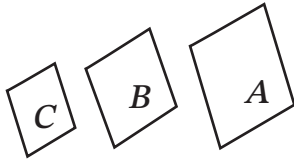
«والعكس صحيح»

وتسمى النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين **نسبة التشابه** ، ويستخدم الرمز $(\sim)$ للتعبير عن تشابه المضلعين .

تعميم (2): المضلعان المتطابقان متشابهان.

ملحوظة: يراعى ترتيب كتابة الرؤوس المتناظرة للأشكال الهندسية المتشابهة حتى يسهل كتابة التناسب بين الأضلاع المتناظرة .

تعميم (3):

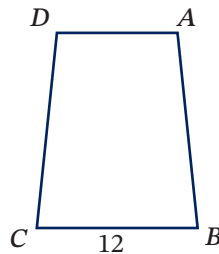
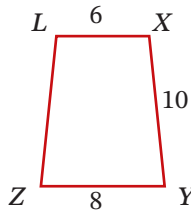


إذا كان المضلع A يشابه المضلع B ، وكان المضلع B يشابه المضلع C

فإن المضلع A يشابه المضلع C

أي أنه : إذا كان $A \sim B, B \sim C$ فإن $A \sim C$

المضلعات المتشابهة يكون لها نفس عدد الأضلاع وليس بالضرورة أن يكون لها نفس القياس بالأطوال .



في الشكل المقابل :

إذا كان: $XYZL \sim ABCD$

أوجد : AB, DA

مثال (1)

صِفْوَةٌ مَعَالِمُ الْكُوَيْتِ



نظرية

إذا كانت نسبة التشابه لأي شكلين متشابهين هي $\frac{a}{b}$ فإن :

1 . النسبة بين محيطي الشكلين $= \frac{a}{b}$ و هي نسبة التشابه

2 . النسبة بين مساحتي الشكلين $= \left(\frac{a}{b}\right)^2$ و هي مربع نسبة التشابه

إذا كان المضلع A يشابه المضلع B (كانت k نسبة تشابه المضلع A : المضلع B) :
(1) $k > 1$

فإن المضلع A هو تكبير للمضلع B وتسمى K معامل التكبير
(2) $0 < k < 1$

فإن المضلع A هو تصغير للمضلع B وتسمى K معامل التصغير
(3) $k = 1$

فإن المضلع A يطابق المضلع B

مثال (2) إذا كانت نسبة التشابه لمضلعين متشابهين تساوي $\frac{5}{6}$ ، وكان محيط المضلع الأصغر يساوي 14.5 cm ، أوجد محيط المضلع الأكبر.

تحقق من فهمك (2)

لدينا شكلان رباعيان متشابهان ونسبة التشابه بينهما $\frac{5}{4}$ ، فإذا كانت مساحة الشكل الرباعي الأكبر هي 30 cm^2 فما مساحة الشكل الرباعي الأصغر ؟



أدرب وأحل المسائل

البند الموضوعية:

■ في البنود من (1-3) ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة أو (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) (b)

(1) كل مضلعين متطابقين هما مضلعان متشابهان .

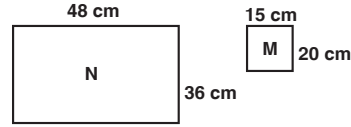
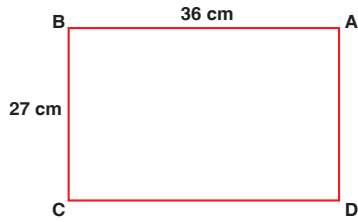
(a) (b)

(2) كل مضلعين متشابهين هما مضلعان متطابقان .

(a) (b)

(3) إذا تساوت الزوايا المتناظرة في مضلعين فإن المضلعين متشابهان .

■ في البنود من (1-6) ظل دائرة الإجابة الصحيحة.

(1) المستطيلات المشابهة للمستطيل $BADC$ هي(a) فقط L (b) فقط N (c) L, N, M (d) فقط N, L (2) المضلعان المتشابهان يكونان متطابقين إذا كانت نسبة التشابه x ، فإن x تساوي:(a) $x = 1$ (b) $x > 1$ (c) $0 < x < 1$ (d) $x = \frac{1}{2}$ (3) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما $36:25$ ، فإن النسبة بين طولي ضلعين متناظرين

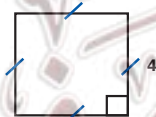
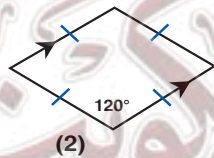
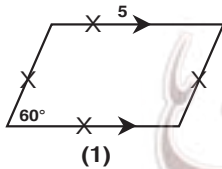
فيهما تساوي:

(a) $6:5$ (b) $5:6$ (c) $36:25$ (d) $4:5$ (4) إذا كانت النسبة بين مساحتي ضلعين متشابهين $16:25$ طولي ضلعين متناظرين فيهما

تساوي:

(a) $2:5$ (b) $4:5$ (c) $16:25$ (d) $16:41$

(5) أي من المضلعين التاليين متشابهان؟



(a) المضلعان (1), (2)

(b) المضلعان (1), (3)

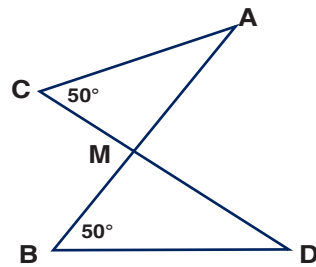
(c) المضلعان (3), (4)

(d) المضلعان (2), (4)

(6) إذا كان: $\Delta ABC \sim \Delta LMN$, $AB=3cm$, $LM=6cm$, $MN=8cm$ فإن BC تساوي:(a) $4cm$ (b) $3cm$ (c) $2cm$ (d) $1.5cm$ 

نظرية (1)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الآخر.



في الشكل المقابل :

$$m(\hat{C}) = m(\hat{B}) = 50^\circ$$

مثال (1)

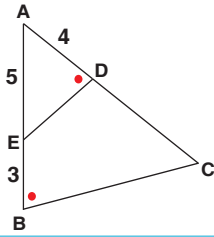
أثبت أن: $DBM \sim \triangle ACM$

تحقق من فهمك (2)

المثلث ABC قائم الزاوية في A فيه $m(\hat{B}) = 55^\circ$ ، والمثلث NLM قائم الزاوية في L فيه $m(\hat{M}) = 35^\circ$ ، أثبت أن المثلثين متشابهان .

مُعَلِّمٌ كَوَيْتٌ
صَفْوَةُ مِي كَوَيْت





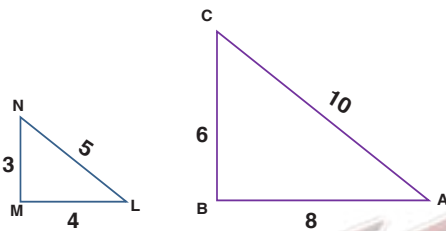
مثال (3) في الشكل المقابل :

1. أثبت أن: $\Delta ACB \sim \Delta AED$

2. أوجد طول $\overline{DC}$

نظرية (2)

يتشابه المثلثان إذا تناسب أطوال أضلاعهما المتناظرة .



في الشكل المقابل :

أثبت أن المثلثين ABC, LMN متشابهان.

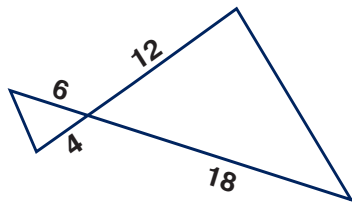
مثال (4)

مُعَلِّمَاتُ الْكَوَيْتِ
صَفْوَةُ مِصْبُوحٍ



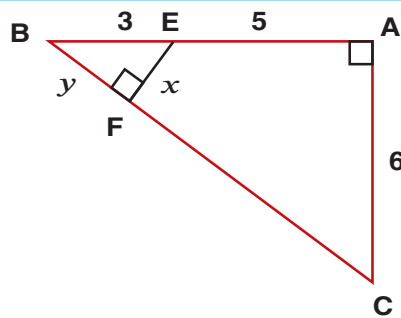
نظرية (3)

يتشابه المثلثان إذا طابقت زاوية في أحدهما زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طول الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين .



تحقق من فهمك (5)

في الشكل المقابل :
أثبت أن المثلثين متشابهان .



مثال (6) في الشكل المقابل :
أثبت أن المثلثين BAC , BFE متشابهان.
ثم أوجد كلا من x , y .

صِفْوَةٌ مَعَالِمُ الْكُوَيْتِ



أدرب وأحل المسائل

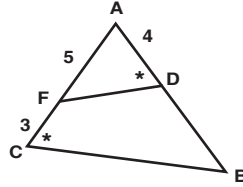
البنود الموضوعية:

■ في البنود (1-3) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت

الإجابة خاطئة :

(1) في الشكل المقابل :

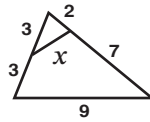
طول $(\overline{BD})$ يساوي 6



(a) (b)

(2) في الشكل المقابل :

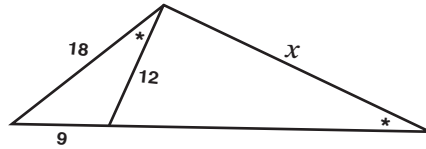
x يساوي 2



(a) (b)

(3) في الشكل المقابل :

x يساوي 24



(a) (b)

■ في البنود (1-5) اختر الإجابة الصحيحة :

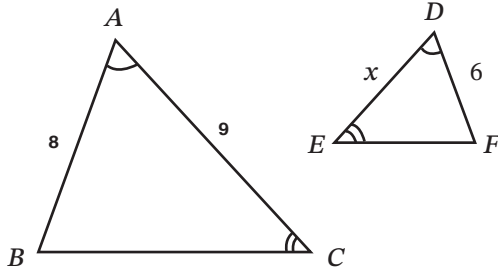
(1) في الشكل المرسوم قيمة x بوحدات الطول تساوي :

(a) 6

(b) $5\frac{1}{3}$

(c) 7

(d) 6.75



(2) في الشكل المقابل :

$(\overline{LM}) \parallel (\overline{BC})$, $AL=2cm$, $LC=3cm$

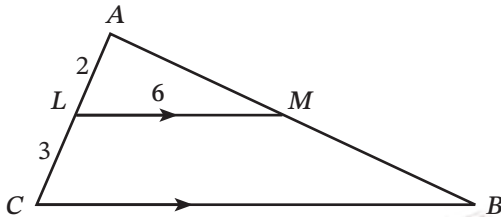
$LM=6cm$, فإن BC تساوي:

(a) 9 cm

(b) 12 cm

(c) 15 cm

(d) 10 cm



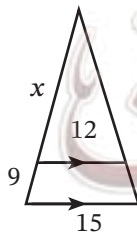
(3) في الشكل المقابل : قيمة x تساوي :

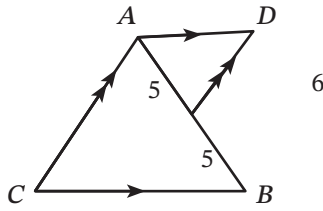
(a) 12

(b) 24

(c) 36

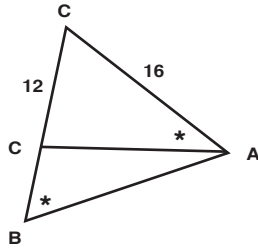
(d) 48





(4) في الشكل المقابل : طول $\overline{AC}$ تساوي :

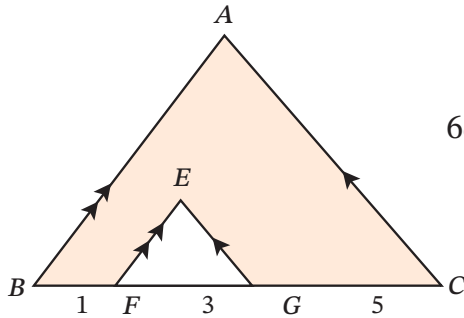
- (a) 6 (b) 9
(c) 12 (d) 15



(5) في الشكل المقابل : طول $\overline{BC}$ تساوي :

- (a) 16 (b) 12
(c) $9\frac{1}{3}$ (d) $23\frac{1}{3}$

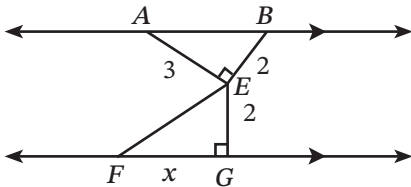
مهارات تفكير عليا



■ اختر الإجابة الصحيحة :

(1) في الشكل المقابل إذا كان مساحة المثلث EFG تساوي 6cm^2 فإن مساحة المنطقة المظللة بالشكل تساوي بالسنتيمتر المربع

- (a) 27 (b) 36
(c) 48 (d) 54



(2) في الشكل المرسوم قيمة x بوحدات الطول تساوي

- (a) 3 (b) 2
(c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

مُعَلِّمَاتُ الْيَوْمِ



2-4 التشابه في المثلثات القائمة المزاوية

نظرية

العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكل منهما يشابه المثلث الأصلي .

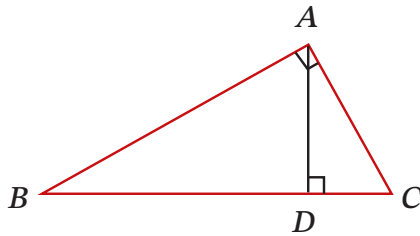
نتيجة (1) : «نظرية إقليدس»

مربع طول العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي ناتج ضرب طولي القطعتين المستقيمتين اللتين ينقسم إليهما الوتر بهذا العمود.

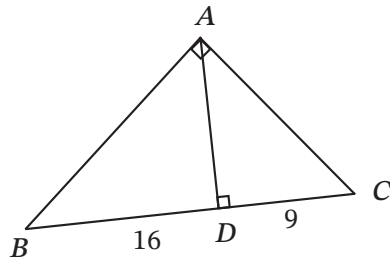
أي أن في المثلث ABC القائم الزاوية في A إذا كان $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ فإن : $(AD)^2 = DC \cdot BD$

نتيجة (2) : «نظرية إقليدس»

في المثلث القائم ABC إذا كان $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ فإن :



- ① $(AB)^2 = BD \cdot BC$
- ② $(AC)^2 = CD \cdot CB$
- ③ $(AB) \cdot (AC) = (AD) \cdot (BC)$



في الشكل المرسوم :

ABC مثلث قائم الزاوية في A ،

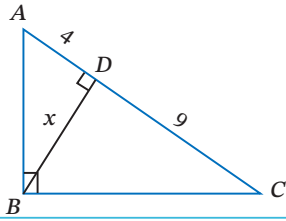
إذا كان $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ،

أوجد طول كل من : $\overline{AC}$ ، $\overline{AD}$

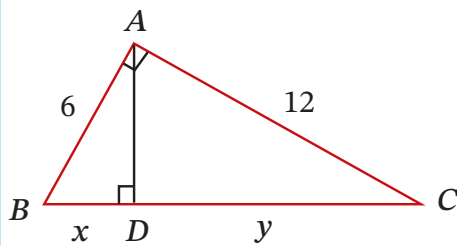
مثال (1)

مُعَلِّمٌ كَوَيْتٌ
صَفْوَةُ بِيَوْمِي





تحقق من فهمك (2)

في الشكل المرسوم : أوجد قيمة x 

أسئلة المقال

في الشكل المقابل :

 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, A قائم الزاوية في $\triangle ABC$ أوجد طول $\frac{x}{y}$ $AB=6cm, AC=12cm$

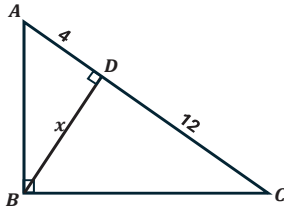
مُعَلِّمَاتُ الْكَوَيْتِ
صَفْوَةُ بَيْتِ



أدرب وأحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود (1-5) ظل دائرة الإجابة الصحيحة :

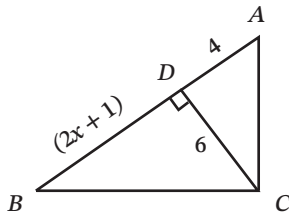
(1) في الشكل المرسوم قيمة x تساوي :

(a) $4\sqrt{3}$

(b) $3\sqrt{4}$

(c) 48

(d) 16

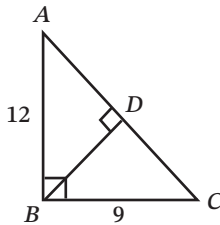
(2) في الشكل المرسوم قيمة x تساوي :

(a) 6

(b) 4.8

(c) 8

(d) 4

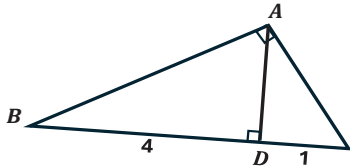
(3) في الشكل المرسوم طول $\overline{BD}$ تساوي :

(a) 9.5

(b) 7.2

(c) 7.5

(d) 8

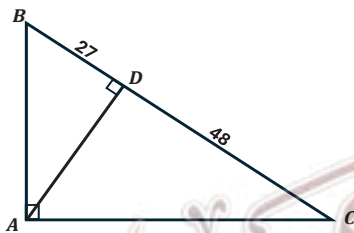
(4) في الشكل المرسوم طول $\overline{AD}$ تساوي :

(a) 2

(b) 4

(c) 5

(d) 16

(5) في الشكل المرسوم طول $\overline{AD}$ تساوي :

(a) 24

(b) 12

(c) 36

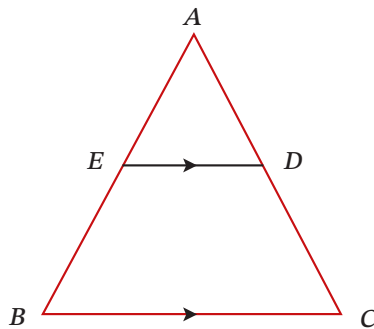
(d) 75



2-5 التناسبات والمثلثات المتشابهة

نظرية (1) « نظرية المستقيم الموازي »

إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين ، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة .



أي أن في المثلث ABC

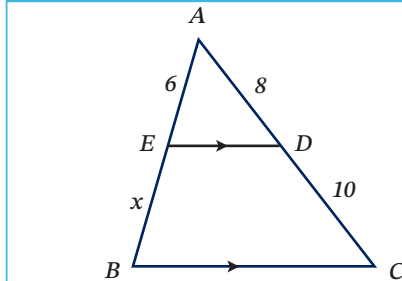
$$\overline{ED} \parallel \overline{BC}$$

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$$

فإن :

عكس النظرية صحيح

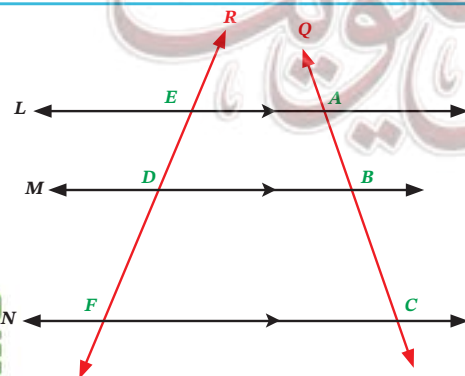
أي أنه إذا كان : $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$ فإن : $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$



مثال (1) في الشكل المقابل : أوجد قيمة x

نظرية (2) « نظرية طاليس »

إذا قطع مستقيمان ثلاث مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر .



أي أن إذا كان

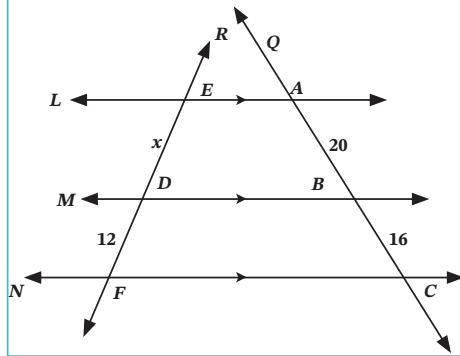
$$\overline{N} \parallel \overline{M} \parallel \overline{L}$$

$$\overline{Q}, \overline{R},$$

$$\overline{L}, \overline{M}, \overline{N}$$

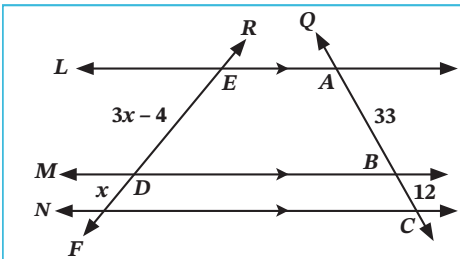
$$\frac{ED}{DF} = \frac{AB}{BC} \quad \text{فإن :}$$





تحقق من فهمك (2)

في الأشكال المقابل : أوجد قيمة x



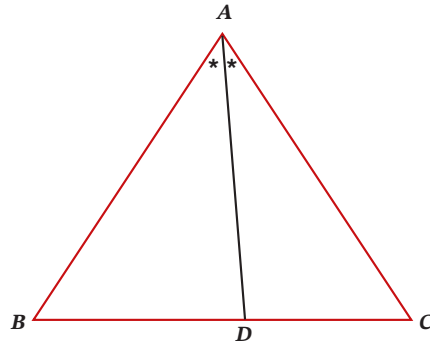
مثال (3) في الشكل المقابل : أوجد قيمة x

مُعَلِّمَاتُ الْكَوَيْتِ
صَفْوَةُ بَيْتِ



نظرية (3) « نظرية منصف الزاوية في مثلث »

إذا نصفت زاوية رأس مثلث الداخلة أو الزاوية الخارجة عند هذا الرأس، قسم المُنَصِّف قاعدة المثلث من الداخل أو من الخارج إلى جزئين النسبة بين طوليها تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين للمثلث.

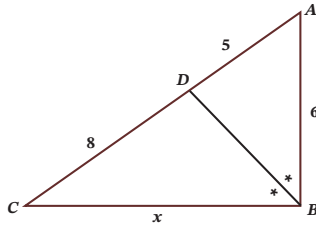


أي أن

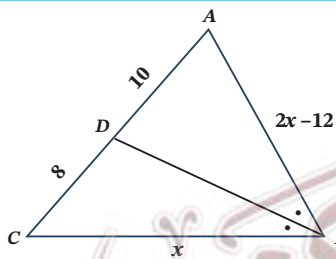
إذا كان $\overrightarrow{AD}$ مُنصف $(\hat{A})$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \quad \text{فإن :}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} \quad \text{أو:}$$

أوجد قيمة x في الشكل المبين حيث

مثال (4)

 $\overrightarrow{BD}$ يُنصف $\hat{A}BC$ 

تحقق من فهمك (5)

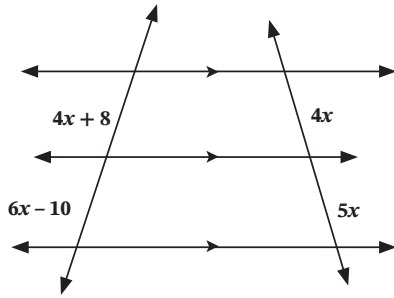
المثلث ABC فيه $AD = 10$ ، $DC = 8$ $\overrightarrow{BD}$ ينصف الزاوية $(\hat{A}BC)$ ويقطع $\overline{AC}$ في D ، أوجد x 

أدرب وأحل المسائل

البند الموضوعية:

■ في البنود (1-2) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) في الشكل المرسوم قيمة x تساوي :

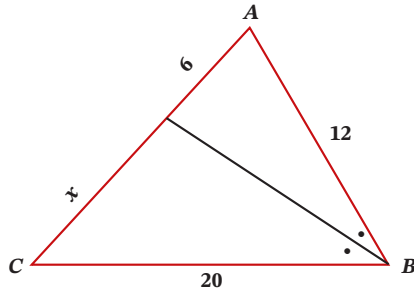


(a) 10

(b) 20

(c) 8

(d) 5



(2) في الشكل المرسوم قيمة x تساوي :

(a) 8

(b) 10

(c) 12

(d) 20

مُعَلِّمَاتُ الْكَوَيْتِ
صَفْوَةُ مِصْبُوحَةَ

