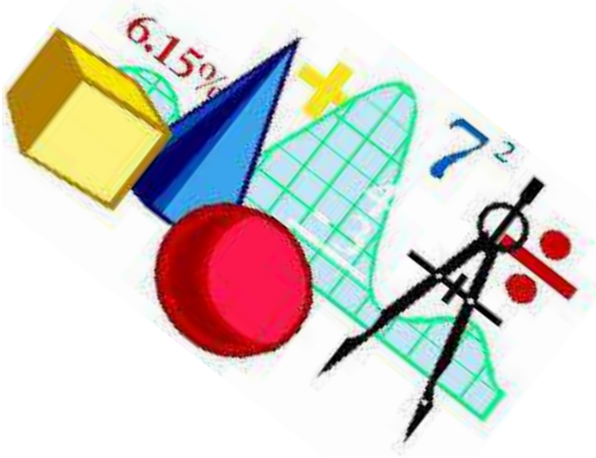


أوراق عمل
الصف العاشر
الفصل الدراسي الأول
الوحدة الأولى
الجبر وحل المعادلات
2027/2026

اسم الطالب : .

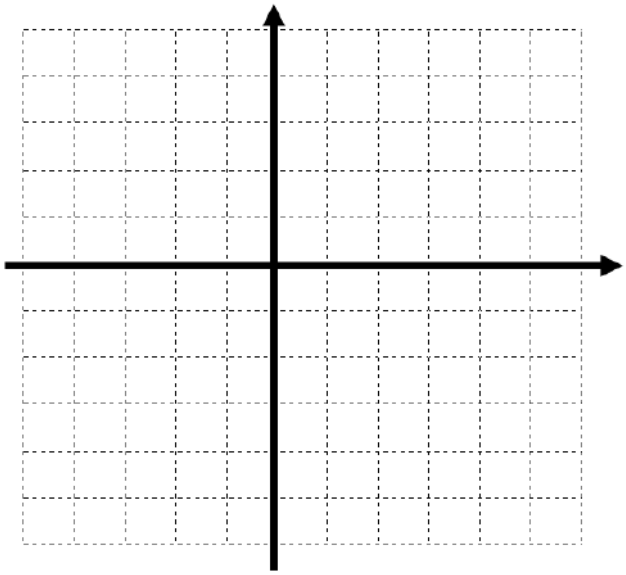
صفوة معلمي الكويت

(1 - 1) دالة القيمة المطلقة

رسم بيان دالة القيمة المطلقة باستخدام رأس المنحنى ومحور التماثل

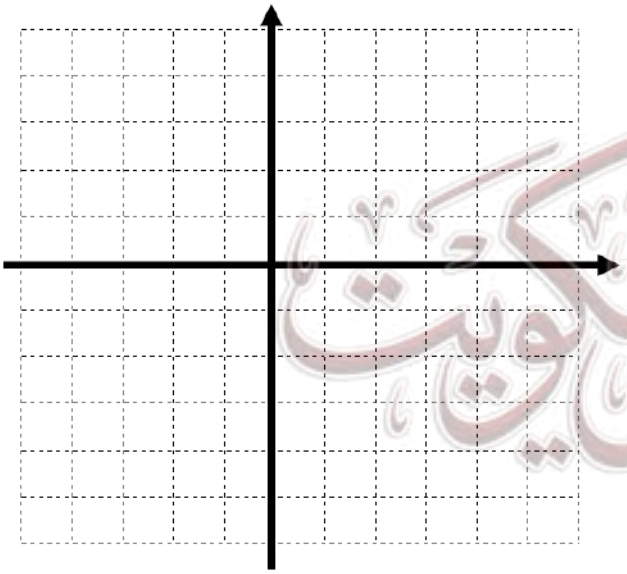
مثال 1

ارسم بيان الدالة: $f(x) = |2x + 4|$



تحقق من فهمك 1

ارسم بيان الدالة : $f(x) = |3x + 6|$



صفوة معلمي الكويت

تعميم:

الصورة القياسية لدوال القيمة المطلقة:

$f(x)=|ax+b|+c$ ، $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ (المجال) (المجال المقابل)

مجال الدالة هو $\mathbb{R}$ ، ومجالها المقابل هو $\mathbb{R}$

1 . رأس المنحنى هو النقطة $\left(\frac{-b}{a} , c\right)$

2 . معادلة محور التماثل هو $x=\frac{-b}{a}$

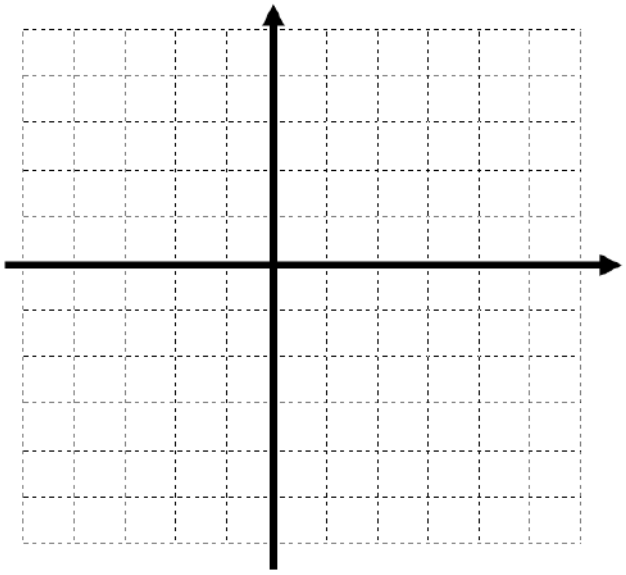
3. مدى الدالة هو $[c, \infty)$

4 . مدى الدالة يتغير إذا كانت الدالة على الصورة $f(x)=-|ax+b|+c$ ويصبح $(-\infty, c]$ حيث منحنى الدالة في هذه الحالة يكون مفتوحاً للأسفل

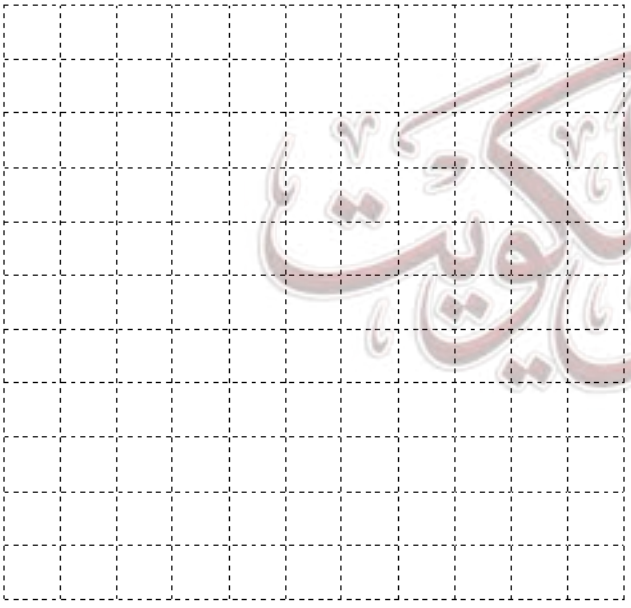
مثال 2

أوجد رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ومدى كل من الدوال التالية ثم ارسم بيان كل منها

a $y=|x-2|+1$



b $y=-|2x+3|$

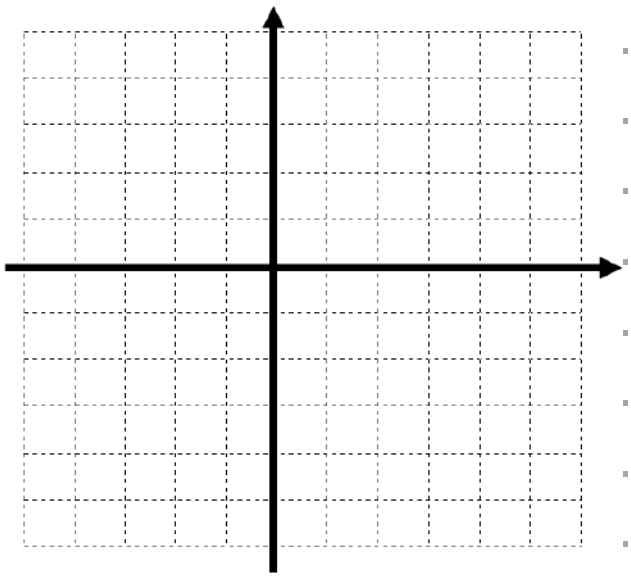


صفوة معلمي الكويت

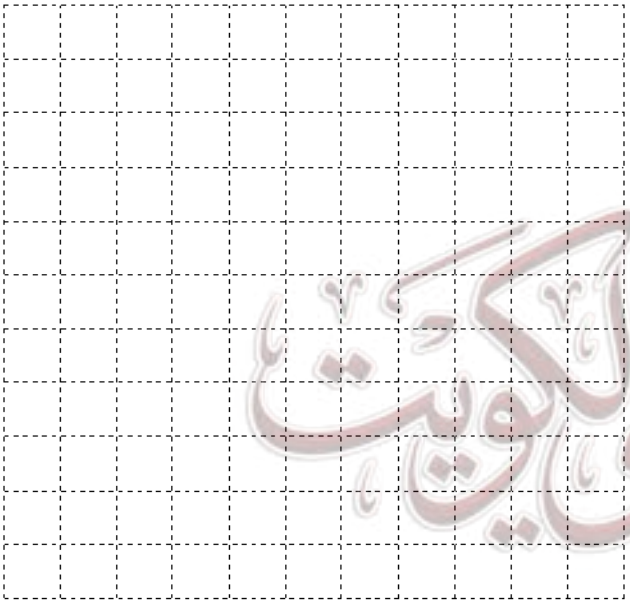
تحقق من فهمك 2

أوجد رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ومدى كل من الدوال التالية ثم ارسم بيان كل منها

a $f(x) = |x + 1| + 3$



b $y = -|x + 1|$

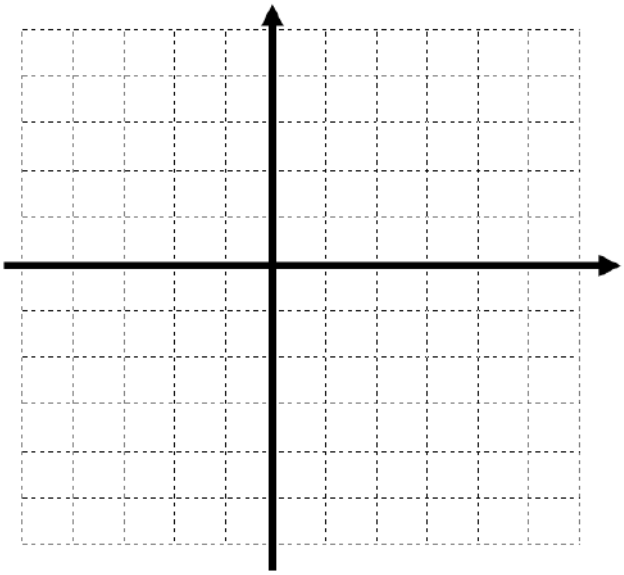


صفوة معلمي الكويت

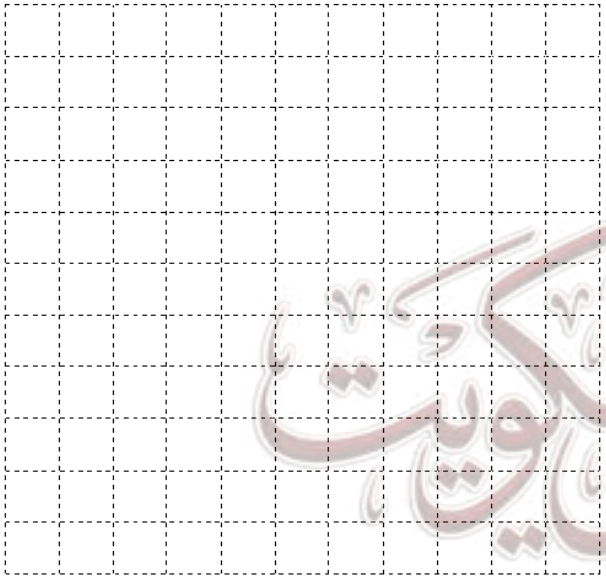
تحقق من فهمك 2

أوجد رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ومدى كل من الدوال التالية ثم ارسم بيان كل منها

c $g(x) = \left|\frac{1}{2}x + 1\right|$



d $f(x) = 1 - |x - 2|$



صفوة معلمي الكويت

رسم بيان دوال القيمة المطلقة باستخدام بعض التحويلات الهندسية

تعميم:

يكون منحنى الدالة $f(x) = |x + a|$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ وبإزاحة أفقية مقدارها $|a|$ وحدة في الاتجاه:

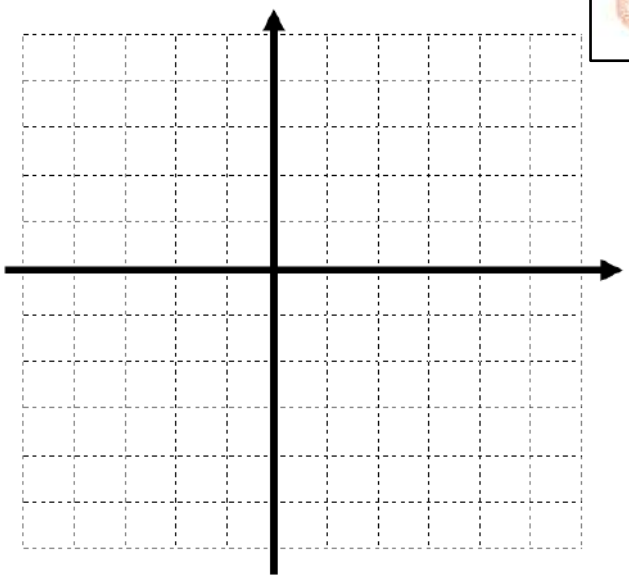
1 -الموجب لمحور السينات (جهة اليمين) عندما $a < 0$

2 -السالب لمحور السينات (جهة اليسار) عندما $a > 0$

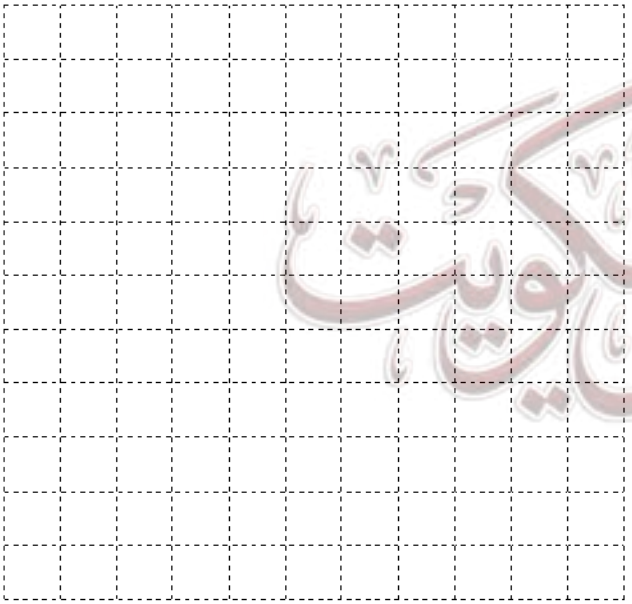
تحقق من فهمك 3

لكل من الدوال التالية حدد مسافة الانسحاب ، ثم ارسم بيان كل منها مستخدمًا الإزاحة لبيان الدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

a $f(x) = |x - 3|$



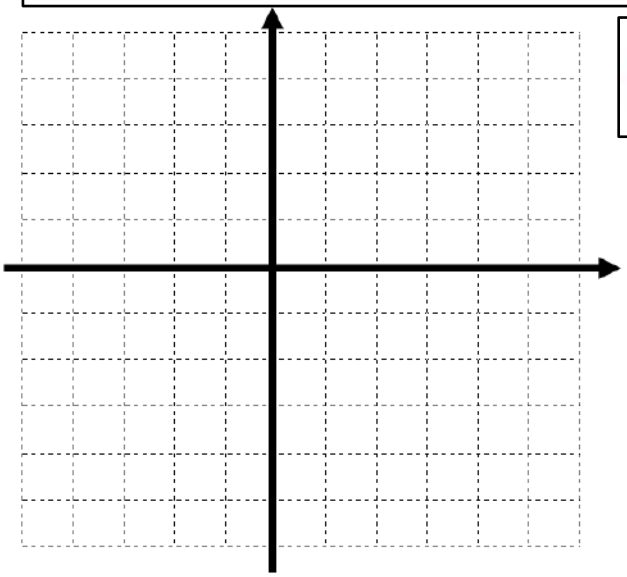
b $y = |x + 2|$



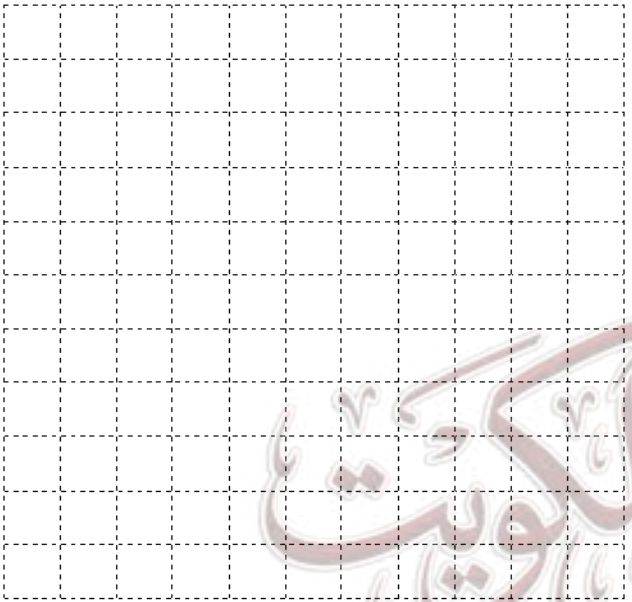
صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 3

لكل من الدوال التالية حدد مسافة الانسحاب ، ثم ارسم بيان كل منها مستخدمًا الإزاحة لبيان الدالة الأساسية $g(x) = |x|$:



c $f(x) = |x - 3.5|$



d $y = |x - 1.5|$

صفوة معلمي الكويت

تعميم:

يكون منحنى الدالة $f(x) = |x| + a$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ وبإزاحة رأسية مقدارها $|a|$ وحدة في الاتجاه:

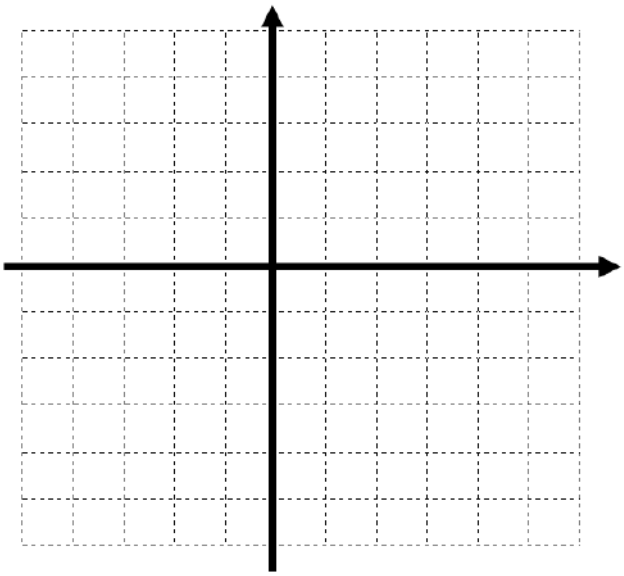
1 . الموجب لمحور الصادات (رأسيًا للأعلى) عندما $a > 0$

2 . السالب لمحور الصادات (رأسيًا للأسفل) عندما $a < 0$

تحقق من فهمك 4

ارسم بيان كلٌّ من الدوال التالية باستخدام التحويلات الهندسية والدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

a $f(x) = |x| + 3$

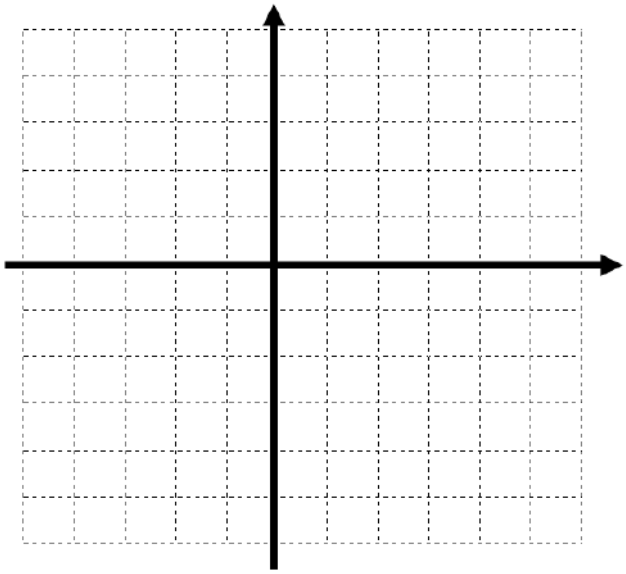


b $y = |x| - 2$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 4

ارسم بيان كلٌ من الدوال التالية باستخدام التحويلات الهندسية والدالة الأساسية $g(x) = |x|$:



c $f(x) = |x| - 2.5$

d $y = |x| - 1$

صفوة معلمي الكويت

3. الانسحاب المركب: إزاحة أفقية تليها إزاحة رأسية لمنحنى الدالة $f(x) = |x|$

تعميم:

منحنى الدالة $f(x) = |x + a| + b$ هو نفس منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ بإزاحة:

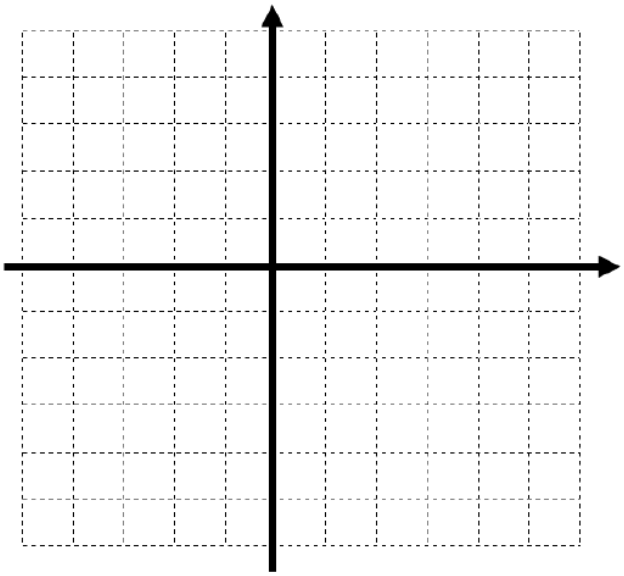
1 - أفقية (محور السينات) مقدارها $|a|$ مع مراعاة الإتجاه يمينًا أو يسارًا.

2 - رأسية (محور الصادات) مقدارها $|b|$ مع مراعاة الإتجاه للأعلى أو للأسفل.

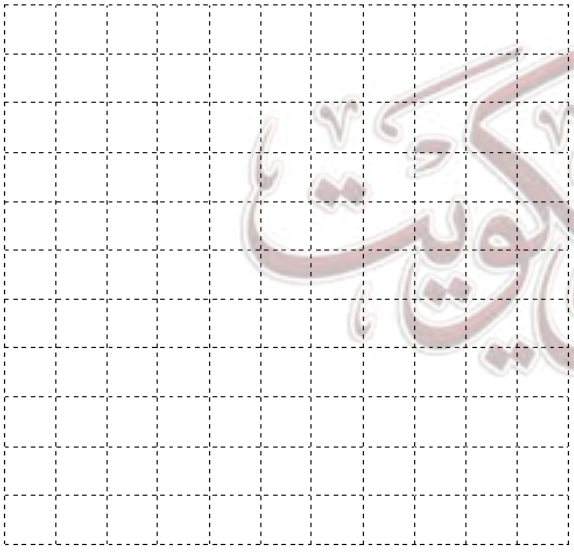
ارسم بيان كل دالة مما يلي باستخدام دالة المرجع والإزاحة:

مثال 5

a $f(x) = |x - 4| + 2$



b $f(x) = |x + 3| - 1$

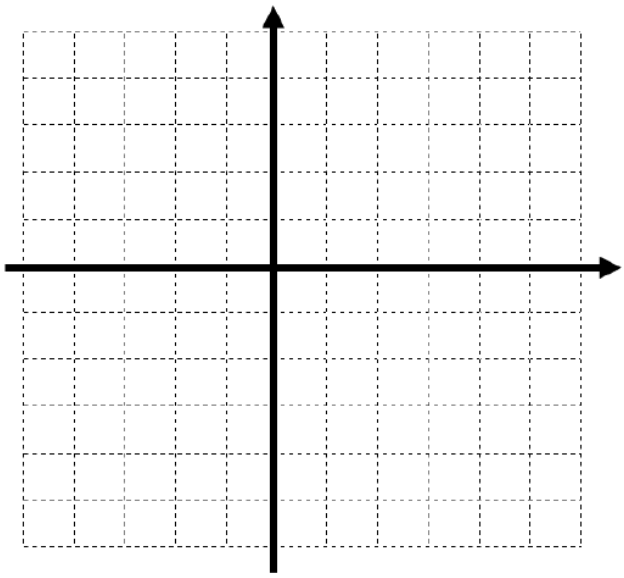


صفوة معلمي الكويت

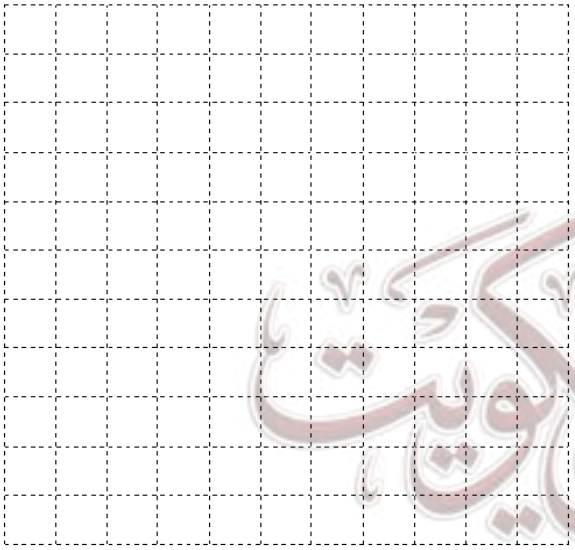
تحقق من فهمك 5

ارسم بيان الدوال التالية باستخدام دالة المرجع والإزاحة :

a $f(x) = |x + 3| + 2$



b $y = |x - 2| - 1$

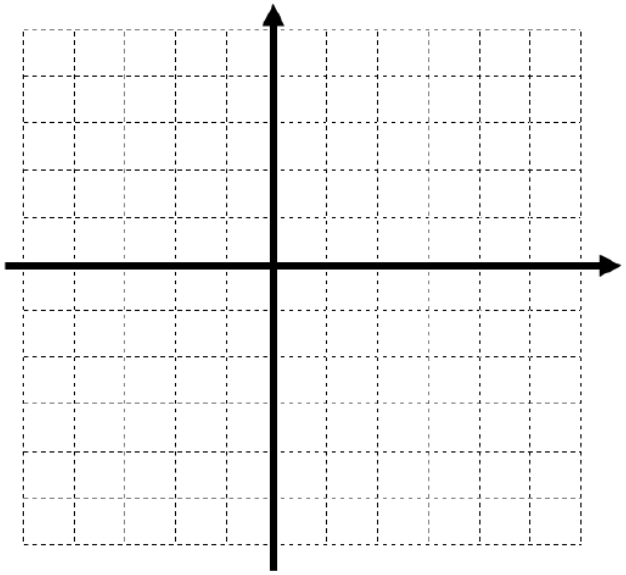


صفوة معلمي الكويت

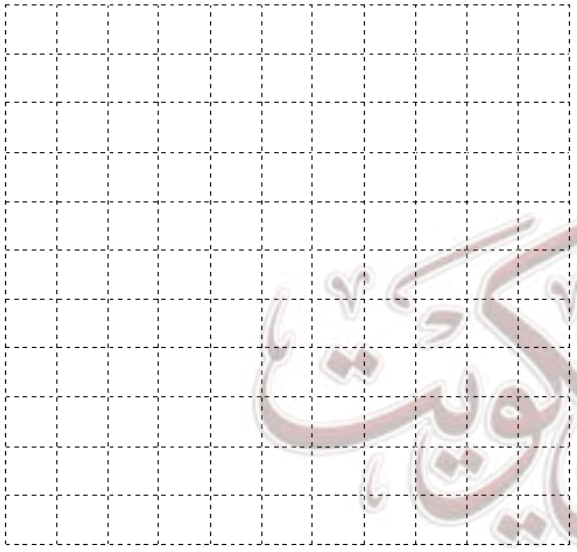
تحقق من فهمك 5

ارسم بيان الدوال التالية باستخدام دالة المرجع والإزاحة :

c $f(x) = |x + 2| - 2$



d $y = |x - 1| + 3$



صفوة معلمي الكويت

الانعكاس في محور السينات للدالة الأساسية $g(x) = |x|$

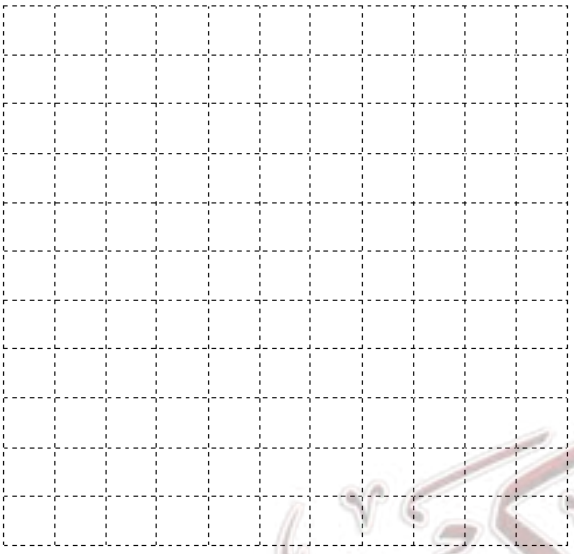
تعميم:

- إذا كانت $g(x) = |x|$, $f(x) = -|x+b|$ يجب مراعاة ترتيب التحويلات الهندسية لرسم بيان الدالة $f(x)$:

1 -انعكاس في محور السينات أولًا للدالة الأساسية.
2 -إزاحة أفقية (يمينًا أو يسارًا).
3 -إزاحة رأسية (للأعلى أو للأسفل).
4 -تحديد الرأس للمنحنى و محور التماثل.

مثال 6

ارْسُم بيانيًا منحنى الدالة $f(x) = -|x+1| + 2$
مستخدمًا منحنى الدالة الأساسية $g(x) = |x|$

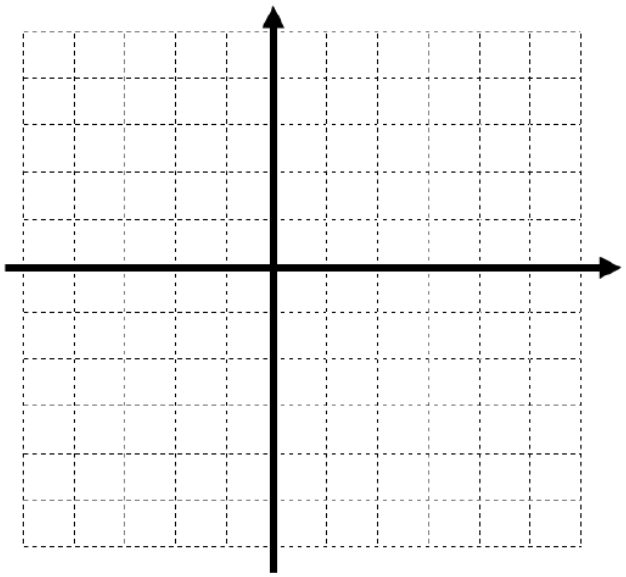


صفوة معلمي الكويت

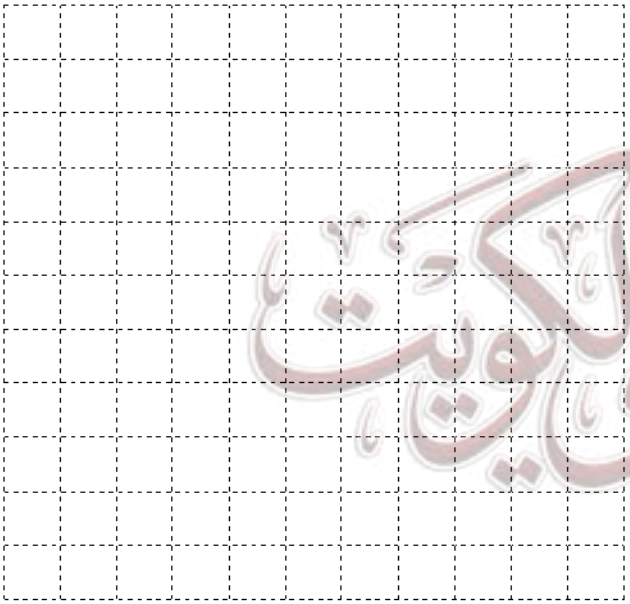
تحقق من فهمك 6

ارسم بيانيًا كلا من الدوال التالية مستخدمًا بيان منحنى الدالة الأساسية $g(x)=|x|$:

a $f(x) = -|x - 2| + 3$



b $f(x) = -|x + 1| - 2$

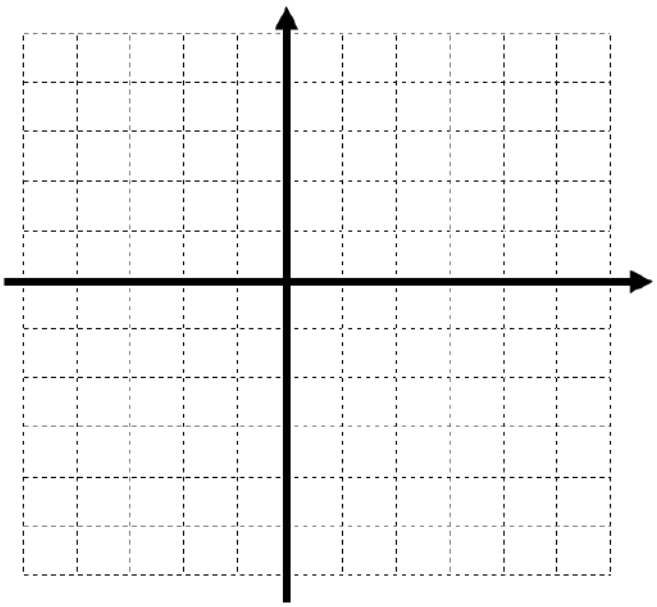


صفوة معلمي الكويت

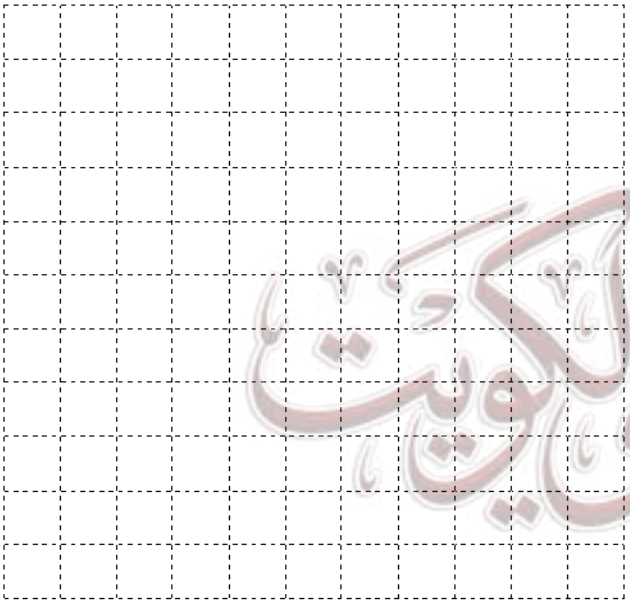
تحقق من فهمك 6

ارسم بيانيًّا كلا من الدوال التالية مستخدمًا بيان منحنى الدالة الأساسية $g(x)=|x|$:

c $f(x) = -|x - 1| - 1$



d $f(x) = -|x + 2| + 1$



صفوة معلمي الكويت

أتدرب وأحل المسائل

أولاً - البنود الموضوعية :

■ **في البنود من (1-5) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:**

(1) بيان الدالة $f(x)=|x|$ ينطبق على بيان الدالة $g(x)=x$ (a) (b)

(2) بيان الدالة $f(x)=|x|$ هو انعكاس لبيان الدالة $g(x)=-|x|$ حول **محور السينات** (a) (b)

(3) بيان الدالة $f(x)=|x-4|+2$ يمكن الحصول عليه بانسحاب بيان الدالة $g(x)=|x|$ في الاتجاه المحدد 4 وحدات جهة اليمين ووحدتان للأعلى (a) (b)

(4) محور التماثل للدالة $f(x)=|x-3|$ هو $x=3$ (a) (b)

(5) مدى الدالة $f(x)=|x+3|-3$ هو $[-3,\infty)$ (a) (b)

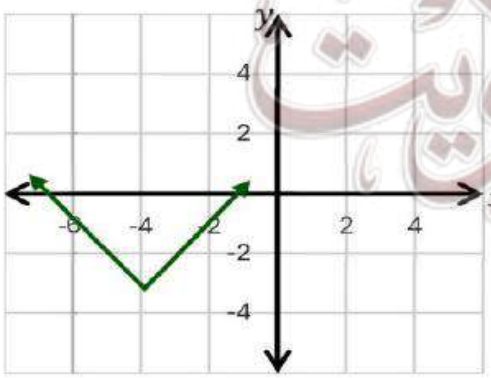
■ **في البنود من (1-2) اختر الإجابة الصحيحة :**

(1) أي من الدوال التالية رأس مُنحَناها (-3،2) :

(a) $y=|x+3|+2$ (b) $y=|x-3|+2$

(c) $y=|x+3|-2$ (d) $y=|x-3|-2$

(2) أي من قواعد الدوال التالية تمثل منحنى الدالة المرسوم :



(a) $y=|x-4|-3$

(b) $y=|x-4|+3$

(c) $y=|x+4|+3$

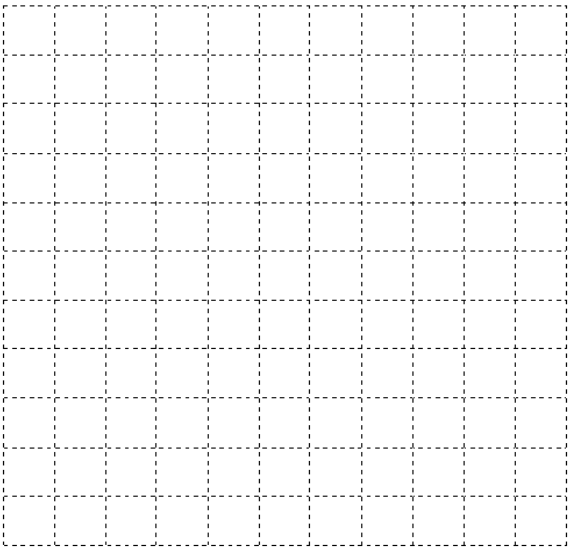
(d) $y=|x+4|-3$

صفوت معلم الكيت

ثانيًا - أسئلة المقال :

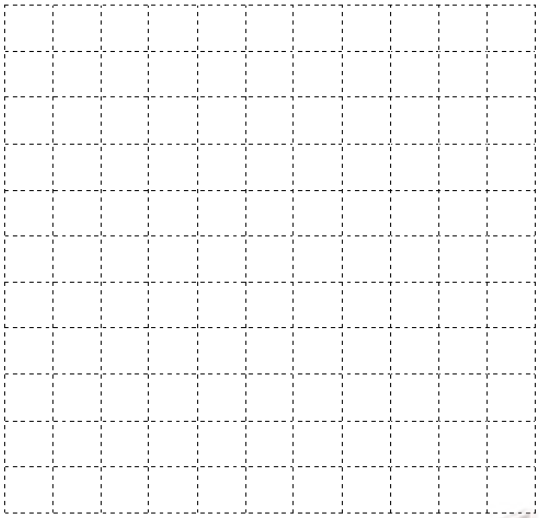
(1) مثل بيانيًّا فيما يلي كلاً من الدوال التالية ثم حَدِّد كُلاً من مجالها ومداها :

ⓒ $f(x)=2|x-4|-6$

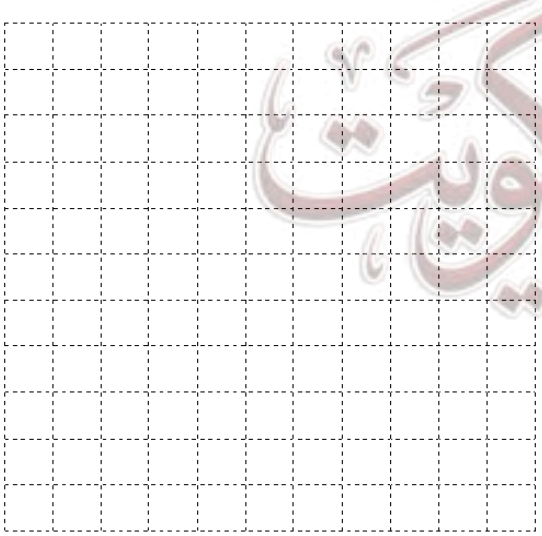


(2) ارسم بيانيًّا كلاً من الدوال التالية مستخدمًا التحويلات الهندسية للدالة الأساسية : $g(x)=|x|$

ⓔ $f(x)=-|x-4|+3$



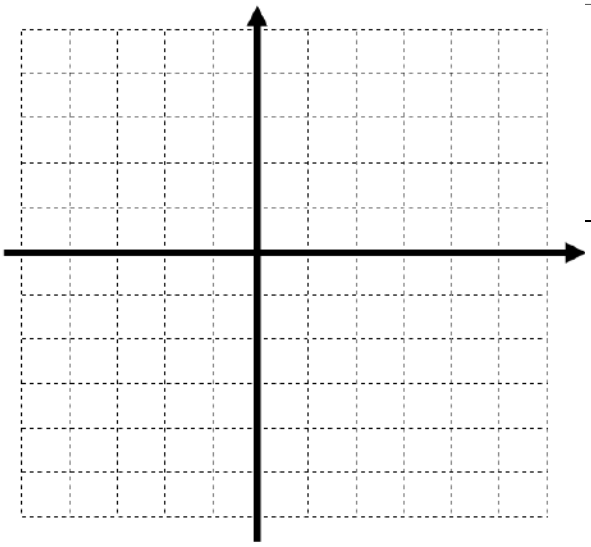
ⓕ $f(x)=|1-x|+2$



صفوة المعلمين الكويتية

مهارات تفكير عليا

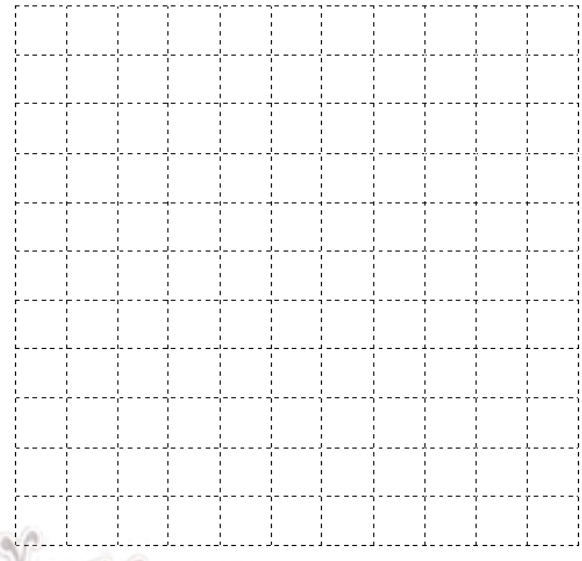
■ ارسم بيان الدالة : $f(x)=\sqrt{(x-2)^2}$

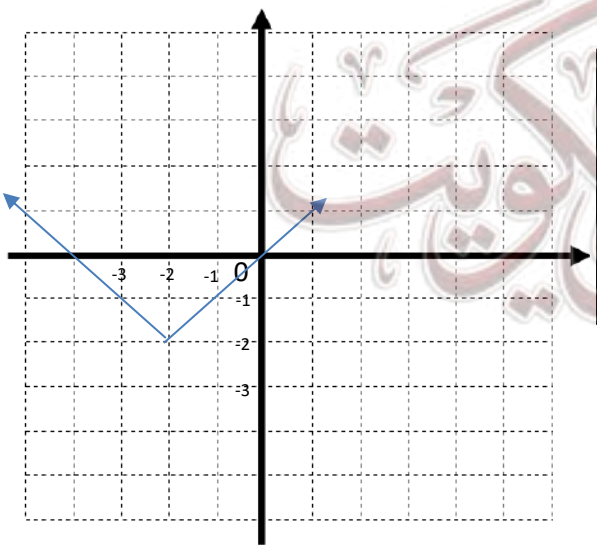


■ مَثِّل كُلّ دالةٍ مما يلي بيانيًّا ، ثم حَدِّد كُلًّا من مجالها و مداها:

(a) $f(x)=3-|2x|$

(b) $f(x)=\sqrt{x^2-6x+9}$





■ اختر الإجابة الصحيحة:

المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)=|x+2|-2$ ومحور السينات تساوي ..... وحدة مربعة

(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 4

صفوف معلمي الكويت

(1 - 2) حل معادلات القيمة المطلقة

مثال توضيحي

أوجد مجموعة الحل لكلٍّ من المعادلات التالية:

(a) $|x-3|=2$ (b) $|3x+2|=0$ (c) $|5x+2|=-4$

خواص القيمة المطلقة

لكل $a, b \in R$ فإن :

1. $|a| \geq 0$
2. $|a+b| \leq |a|+|b|$
3. $|a.b|=|a|.|b|$
4. $|x-a|=|a-x|$
5. $\frac{|a|}{|b|}=|\frac{a}{b}|$, $b \neq 0$
6. $|x|=|-x|$
7. $|n|^2=n^2$ حيث n عدد زوجي
8. $\sqrt{x^2} = |x|$ لأي عدد حقيقي x يكون

صفوة معلمي الكويت

أولاً : حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=|cx+d|$

مثال 1

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-2| = |2x-1|$

تحقق من فهمك 1

أوجد مجموعة حل المعادلة : $|x-1|=|x+2|$

صفوة معلمي الكويت

مثال 2

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

a $|x+4|=|x+3|$

b $|2y+1|=|3y+4|$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 2

أوجد مجموعة حل كلّ معادلة من المعادلات التالية:

a $|y-4|=|2y-5|$

b $|2x-3|=|x+1|$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 2

أوجد مجموعة حل كلّ معادلة من المعادلات التالية:

c $|3y+1|=|y-2|$

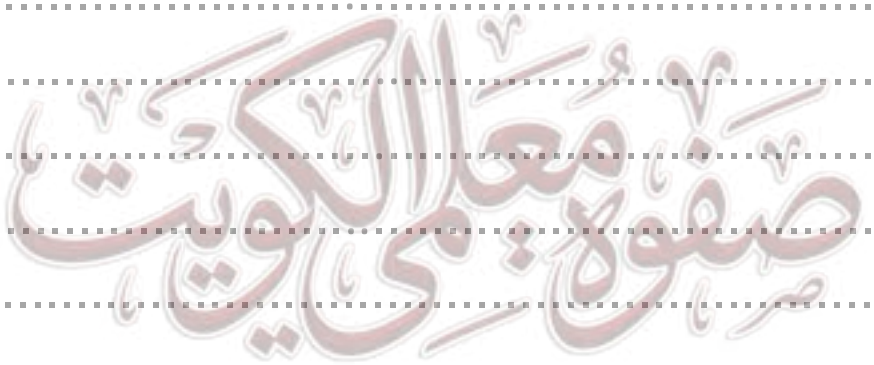
d $|x-4|=|2x-5|$

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا: حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=cx+d$

مثال 3

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-3|=3x-1$



تحقق من فهمك 3

أوجد مجموعة حل كلّ معادلة من المعادلات التالية:

a $|2x-1|=x+2$

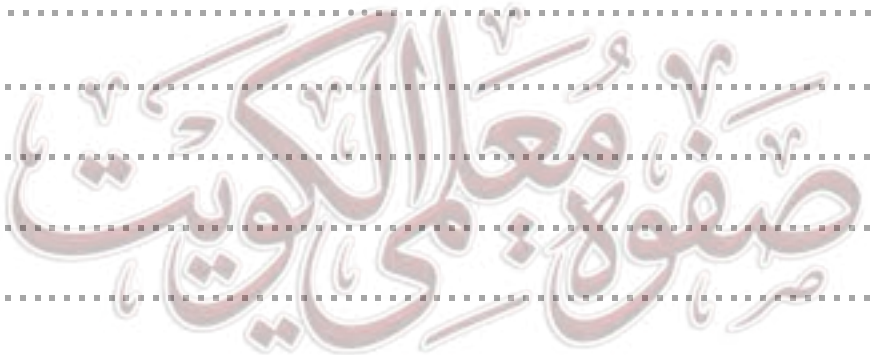
b $|2x+5|=x+5$

صفوة معلمي الكويت

مثال 4 أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

(a) $|4x+2|=1-2x$

(b) $|x+4|+2x+3=0$

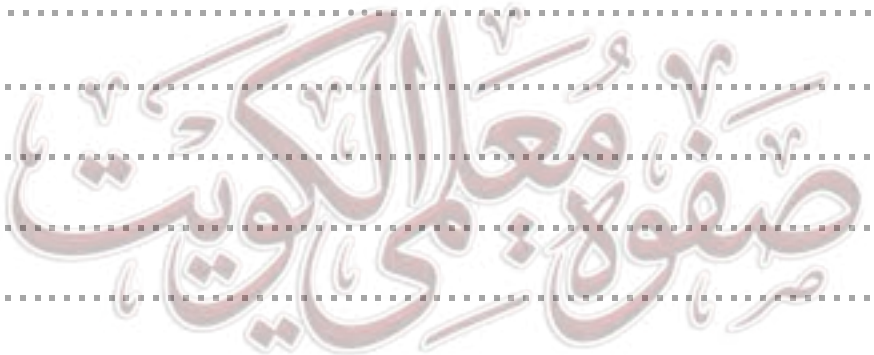


تحقق من فهمك 4

- أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $|2\ell-3|=|4\ell-1|$

b $|3x-1|+4x-13=0$



أولًا- البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-7) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

(1) حل المعادلة $|2x-1|=x+3$ هو

ⓐ $x=1$ ⓑ $x=2$ ⓒ $x=-1$ ⓓ لا يوجد حل

(2) حل المعادلة $|x+2|=x+2$ هو

ⓐ $x=-2$ ⓑ $x\in(-2,\infty)$ ⓒ $x\in[-2,\infty)$ ⓓ $\varnothing$

(3) حل المعادلة $|x-3|=|x+1|$ هو

ⓐ $x=\pm1$ ⓑ $x=-1$ ⓒ $x=1$ ⓓ $x=2$

(4) مجموعة حل المعادلة $|x-3|=|3-x|$ هي

ⓐ $\{3\}$ ⓑ $\{-3,3\}$ ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ $\varnothing$

(5) حل المعادلة $|x-4|=|4-x|$ هو

ⓐ $x=-4$ ⓑ $x=4$ ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ لا يوجد حل

(6) حل المعادلة $|2x-3|=|x+3|$ هو

ⓐ $x=0,\ x=6$ ⓑ $x=-5,\ x=0$ ⓒ $x=5,\ x=6$ ⓓ $x=\pm6$

(7) مجموعة حل المعادلة $|x-2|+x=2$ هي

ⓐ $\varnothing$ ⓑ $(-\infty,\ 2)$ ⓒ $(-\infty,\ 2]$ ⓓ $\{2\}$

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا - أسئلة المقال:

■ أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

ⓐ $|x-2|=|x+4|$

ⓒ $|4-5x|+|3x+1|=0$

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا - أسئلة المقال:

■ أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

ⓙ $|x+4|+23=17$

ⓘ $\frac{1}{2}|8x-2|=x+2$

صفوة معلمي الكويت

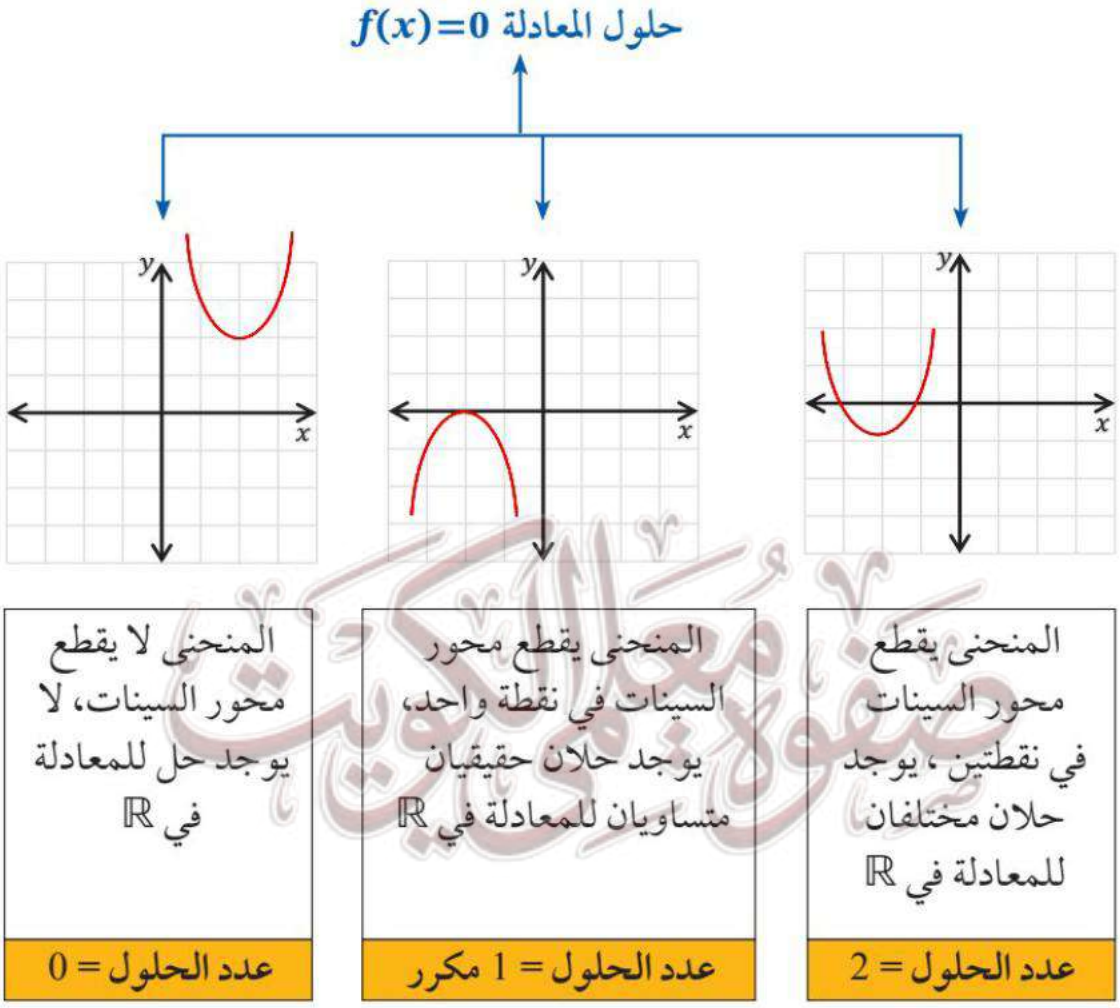
1-3

حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد
(3 - 1) بيانيا وجبريا

* حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانيًّا:

لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانياً نتبع الخطوات التالية:

1. ضع المعادلة على الصورة: $ax^2+bx+c=0$
2. أفرض أن : $f(x)=ax^2+bx+c$، ثم ارسم منحنى الدالة f
3. عين نقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات فتكون الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع هي:



صفوت معلا

مثال 1

أوجد بيانيًا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعينًا بالفترة الموضحة:

ⓐ $x^2-2x-3=0 \quad ,[-2,4]$

ⓑ $-x^2-4x-4=0\ ,[-4,0]$

صفوة معلمي الكويت

ⓒ $x^2+2=0$,$[-2,2]$

تحقق من فهمك 1

أوجد بيانيًّا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعينًا بالفترة الموضحة :

ⓐ $x^2-6x+8=0$,$[1,5]$

صفوة معلمي الكويت

b $x^2+4x+4=0$ $,[-4,0]$

c $x^2+4x+5=0$ $,[-4,0]$

صفوة معلمي الكويت

القانون العام لحل المعادلات التربيعية في متغير واحد وهو:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad , \quad b^2-4ac \geq 0 \quad , \quad a,b,c \in \mathbb{R} \quad , \quad a \neq 0$$

يُسمى المقدار b^2-4ac مميّز المعادلة التربيعية ، ويرمز له بالرمز Δ ويقرأ (دلتا) ، والمميّز هو الذي يميّز نوع الجذرين ويحدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة بدون حلها ، أي أن

$$\Delta = b^2-4ac$$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
فإن للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان	فإن للمعادلة جذران حقيقيان متساويان	فإنه لا يوجد للمعادلة جذور حقيقية
عدد الحلول = 2	عدد الحلول = 1 (مكرر)	عدد الحلول = 0

مثال 2

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة:

(a) $4x^2-4x-3=0$	(b) $2x^2-4x+2=0$	(c) $x^2+2x+3=0$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 2

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة:

b $x^2-10x+25=0$

d $x^2=15$

e $x^2-x=0$

مثال 3

أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون :

a $x^2-x-5=0$

b $x^2-8=0$

صفوة معلمي الكويت

c $x^2=x+1$

d $x^2-6x+9=0$

تحقق من فهمك 3

أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون :

b $4x^2-5x+1=0$

c $x^2-2x+1=0$

صفوة معلمي الكويت

مثال 4

حل المعادلة التالية باستخدام القانون : $x^2-3x=0$

تحقق من فهمك 4

حل المعادلتين التاليتين باستخدام القانون .

a $x^2+7x+10=0$

b $2x^2-5x-52=0$

صفوة معلمي الكويت

مثال 5

عددان فرديان متتاليان مجموع مربعيهما 34 فما العددان؟

! إنتبه

إذا كان العدد هو x فإن :

- ضعف العدد = $2x$
- ثلاثة أمثال العدد = $3x$
- العدد الذي يليه= $x+1$
- مربع العدد = x^2
- عدد فردي فإن العدد الفردي الذي يليه هو $x+2$
- عدد زوجي فإن العدد الزوجي الذي يليه هو $x+2$

تحقق من فهمك 5

a) أوجد عددين زوجيين متتاليين مجموع مربعيهما 100

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 5

(b) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار $3cm$ ومساحته $40cm^2$ أوجد بعدي المستطيل .

أتدرب وأحل المسائل

أولاً - البنود الموضوعية :

■ في البنود من (1-3) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) جذرا المعادلة $x^2-5x+6=0$ هما جذران حقيقيان متساويان (a) (b)

(2) المعادلة $x^2-4x+4=0$ لها جذران حقيقيان متساويان (a) (b)

(3) جذرا المعادلة $x^2+9=0$ هما 3 ، -3 (a) (b)

صنوف معالي الكويت

■ في البنود من (1-7) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) المعادلة $x^2-6x+9=0$

(a) لها جذران حقيقيان مختلفان
(b) لها جذران حقيقيان متساويان
(c) ليس لها جذور حقيقية
(d) ليس أيًّا مما سبق

(2) المعادلة $x^2+4x+5=0$

(a) لها جذران حقيقيان مختلفان
(b) لها جذران حقيقيان متساويان
(c) ليس لها جذور حقيقية
(d) ليس أيًّا مما سبق

(3) جذرا المعادلة $x^2-3x-4=0$ هما:

(a) $-1,4$ (b) $1,4$ (c) $-2,2$ (d) $-1,3$

(4) حل المعادلة $x^2=9$ هو:

(a) 3 (b) -3 (c) ± 3 (d) لا يوجد حل

(5) جذرا المعادلة $2x^2-7x+3=0$ هما:

(a) $\frac{1}{2}, 3$ (b) $1,3$ (c) $2, 3$ (d) $1, \frac{3}{2}$

(6) حل المعادلة $x^2-25=0$ هو:

(a) 5 (b) -5 (c) ± 5 (d) لا يوجد حل

(7) المعادلة التي مجموع جذريها يساوي 5 فيما يلي:

(a) $(x+1)(x+4)=0$
(b) $x(x-5)=0$
(c) $(x-1)(x+6)=0$
(d) $(x-5)(x+1)=0$

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا - أسئلة المقال :

(1) أوجد حل كل معادلة من المعادلات التالية باستخدام القانون العام:

ⓒ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0$

(2) أوجد نوع الجذرين للمعادلتين التاليتين ثم تحقق باستخدام القانون :

ⓑ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

صفوة معلمي الكويت

(3) أوجد حل كل معادلة من المعادلات التالية:

(a) $\frac{1}{2}x(x+6)=8$

(b) $2x(x+1)=2$

صفوة معلمي الكويت

(4) ثلاثة أعداد موجبة متتالية مربع أكبرهم يساوي مجموع مربعي العددين الآخرين، أوجد هذه الأعداد.

(5) عددان زوجيان متتاليان مجموع مربعيهما يزيد عن حاصل ضربهما بمقدار 28 ،فما العددان ؟

صفوة معلمي الكويت

مهارات تفكير عليا

■ اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:

(1) إذا كانت المعادلة $x^2-6x-k=0$ لها جذران حقيقيان متساويان فإن قيمة k هي 3 (a) (b)

■ في البنود من (2 – 5) اختر الإجابة الصحيحة:

(2) إذا كانت المعادلة $x^2-kx+4=0$ ليس لها جذور حقيقية فإن k تحقق:

(a) $k^2>16$ (b) $k^2=16$ (c) $k^2<16$ (d) $k>16$

(3) مجموعة حل المعادلة $x^2=2-|x|$ هي:

(a) $\{1,-1\}$ (b) $\{2,-2\}$ (c) $\{1,-2\}$ (d) $\{-1,2\}$

(4) مجموعة حل المعادلة $x^2-2|x|=8$ هي:

(a) $\{2,-2\}$ (b) $\{4,-4\}$ (c) $\{2,4\}$ (d) $\varnothing$

(5) إذا كانت $|x|>x$ ، $x^2+2x-3=0$ فإن $2x+4$ تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) 6 (d) 8

(6) أوجد قيمة k بحيث يكون للمعادلة التالية جذران حقيقيان متساويان:

$$x^2+kx+4=0$$

(7) حِل كلًا من المعادلتين التاليتين:

$(a)\ x^2-3|x|-28=0$

$(b)\ |x-3|^2-|x-3|-6=0$

صفوة معلمي الكويت

(4 - 1) إيجاد مجموع وناتج ضرب جذري معادلة تربيعية
تكوين المعادلة التربيعية بمعلومية جذريها

أولًا : إيجاد مجموع الجذرين وحاصل ضرب الجذرين للمعادلة التربيعية $ax^2+bx+c=0$ بدون حلها

∵ جذري المعادلة $ax^2+bx+c=0$ هما:

$$x_1 = \ell = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad , \quad x_2 = m = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

فإن: ① $x_1 + x_2 = \ell + m = \frac{-b}{a}$ ② $x_1 . x_2 = \ell . m = \frac{c}{a}$

تذكر!

الصورة العامة للمعادلة التربيعية هي:

$ax^2+bx+c=0$

حيث:

معامل x^2	a
معامل x	b
الحد الثابت	c

! إنتبه

- يجب وضع المعادلة في الصورة العامة
- استخرج قيم كل من a,b,c
- التأكد من حفظ قانون مجموع جذري المعادلة وناتج ضربهما
- دائمًا نرمز لجذريّ المعادلة بالرمز ℓ,m

تدرب أكمل الجدول التالي:

المعادلة	المعاملات	مجموع الجذرين	حاصل ضرب الجذرين
$2x^2+5x-12=0$	$a=2$ $b=5$ $c=-12$	$\frac{-5}{2}$	$\frac{-12}{2}=-6$
$3x^2=23x-30$	$a=$ $b=$ $c=$		
$(2x-3)(x+2)=0$	$a=$ $b=$ $c=$		
$2x^2+x-6=0$	$a=$ $b=$ $c=$		
$ax^2+bx+c=0$, $a=1$	$a=$ $b=$ $c=$		

صفوة معلمي الكويت

مثال 1

إذا كان حاصل ضرب جذرا المعادلة $2x^2-3x+c=0$ يساوي -1 أوجد قيمة c .

تحقق من فهمك 1

إذا كان حاصل ضرب جذريّ المعادلة $3x^2+10x-c=0$ يساوي $\frac{-8}{3}$ أوجد قيمة c .

مثال 2

إذا كان مجموع جذريّ المعادلة: $2x^2+bx-5=0$ هو $\frac{3}{2}$ فأوجد قيمة b .

تحقق من فهمك 2

إذا كان حاصل ضرب جذريّ المعادلة $ax^2-5x+2=0$ يساوي $\frac{3}{2}$ أوجد قيمة a ، ثم حل المعادلة.

صفوة معلمي الكويت

مثال 3

إذا كان m , ℓ هما جذريَ المعادلة $2x^2-8x+5=0$ ، فأوجد القيم العددية لكل مما يلي:

(a) ℓ^2+m^2 (b) $\frac{1}{\ell}+\frac{1}{m}$ (c) $\ell-m$

إنتبه !

1. $(\ell+m)^2$
$=\ell^2+m^2+2\ell m$
2. ℓ^2+m^2
$=(\ell+m)^2-2\ell m$
3. $\ell-m=\left|\frac{\Delta}{a}\right|$
4. $(\ell-m)^2$
$=(\ell+m)^2-4\ell m$
5. ℓ^3+m^3
$=(\ell+m)[(\ell+m)^2-3\ell m]$
6. $xy+xz=x(y+z)$
7. $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$
$=\frac{(a.d+c.d)}{(b.d)}$

تحقق من فهمك 3

إذا علمت أن جذريّ المعادلة $x^2-7x+9=0$ هما ℓ, m ، فأوجد قيمة كل من:

(a) $\ell+m$ (b) $\ell.m$ (c) ℓ^2+m^2

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا: إيجاد المعادلة التربيعية إذا عُلِم جذراها

تعميم

إذا كان m , ℓ هما جذرا المعادلة التربيعية فإن المعادلة التربيعية تكون على الصورة:

$$x^2 - (\ell + m)\, x + (\ell \,.\, m) = 0$$

مجموع الجذرين ↓ حاصل ضرب الجذرين ↓

مثال 4

كوّن معادلة تربيعية في متغير واحد والتي جذراها 4 , 3− بطريقتين مختلفتين.

تحقق من فهمك 4

أوجد المعادلة التربيعية التي جذراها معلومان في الحالات التالية :

(a) $3, 5$ (b) $4, \frac{-1}{3}$ (c) $2, -2$

صفوة معلمي الكويت

مثال 5

كوّن المعادلة التربيعية التي جذراها:

(a) $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{4}$

(b) $5\sqrt{3}$, $-5\sqrt{3}$

تحقق من فهمك 5

كوّن المعادلة التربيعية التي جذراها: $3\sqrt{2}$, $-3\sqrt{2}$

صفوة معلمي الكويت

ثالثاً: تَكْوينُ معادلةٍ تربيعيةٍ بمعلوميةِ معادلةٍ أُخرى

مثال 6

إذا كان ℓ, m هما جذرا المعادلة التربيعية $2x^2-3x-1=0$ كون المعادلة التربيعية التي جذراها $2\ell, 2m$

تحقق من فهمك 6

إذا كان ℓ, m هما جذرا المعادلة التربيعية $2x^2+15x-8=0$ كون المعادلة التربيعية التي جذراها : $2\ell, 2m$

صفوة معلمي الكويت

أتدرب وأحل المسائل

أولاً - البنود الموضوعية :

■ **في البنود (1-6) اختر الإجابة الصحيحة:**

(1) إذا كان ناتج ضرب جذريّ المعادلة التربيعية $x^2-3x+c=0$ يساوي 2 فإن c يساوي:

(a) -4 (b) -2 (c) 4 (d) 2

(2) إذا كان مجموع جذريّ المعادلة $x^2-ax+6=0$ يساوي 5 فإن a يساوي:

(a) -6 (b) -5 (c) 5 (d) 6

(3) إذا كان أحد جذري المعادلة $x^2-(m+2)x+3=0$ هو معكوسٌ جمعيٌّ للآخر فإن m تساوي:

(a) 3 (b) 2 (c) -2 (d) -3

(4) عددان حقيقيان مجموعهما 2 و حاصل ضربهما 35- هما:

(a) $5,7$ (b) $-5,-7$ (c) $-7,5$ (d) $7,-5$

(5) حاصل ضرب جذريّ المعادلة $x(2x-3)=7$ يساوي:

(a) $\frac{-3}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{-7}{2}$ (d) $\frac{7}{2}$

ثانيًا - أسئلة المقال :

(1) كوّن كلًا من المعادلات التربيعية التالية والتي جذراها:

(a) $2,3$ (b) $-5,\ -7$

(c) $\frac{3}{4}\ ,\ \frac{5}{8}$ (d) $2a\ ,\ -\frac{1}{2}a$

صفوة معلمي الكويت

(2) كوّن معادلة الدرجة الثانية التي جذراها متساويان وكل منهما يساوي $-1\frac{1}{2}$

(3) إذا كان مجموع جذريّ المعادلة $x^2-5\ell x+m=0$ هو 10 وحاصل ضربهما يساوي 6 فما قيمة كل من m, ℓ ؟ ثم أوجد قيمة الجذرين.

صفوة معلمي الكويت

(4) إذا كان m, ℓ هما جذرا المعادلة $x^2-5x-4=0$ فأوجد المعادلة التي جذراها m^2, ℓ^2

(5) إذا كان m, ℓ هما جذري المعادلة $x^2-3x+1=0$ ، فأوجد المعادلة التي جذراها $m+\ell \ , \ m . \ell$

صفوة معلمي الكويت

(6) إذا كان m, ℓ هما جذرا المعادلة $x^2-7x+5=0$ ، فأوجد المعادلة التي جذراها $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{\ell}$

(7) إذا كان: m, ℓ هما جذرا المعادلة $x^2-4x+1=0$ فما قيمة؟

(a) $\frac{4}{m}$, $\frac{4}{\ell}$ (b) $\ell - m$

صفوة معلمي الكويت

(5 - 1) حل متباينات من الدرجة الثانية

أولًا: حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام التحليل

«خواص المتباينات في الأعداد الحقيقية» :

1 . عندما : $a.b\geq 0$ فإن : $a\geq 0\ ,b\geq 0 \quad or \quad a\leq 0\ ,b\leq 0$

2 . عندما : $a.b\leq 0$ فإن : $a\geq 0\ ,b\leq 0 \quad or \quad a\leq 0\ ,b\geq 0$

مثال 1 حل كلًا من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

(a) $x^2-2x-8\geq 0$

(b) $x^2-2x-8\leq 0$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 1

حِل كلًّا من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

(a) $x^2+x-12\leq 0$

(b) $x^2+4x-5\geq 0$

(c) $x^2-x-6<0$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 1

حِل كلًّا من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

(d) $(x-3)(2x+5)<0$

(e) $x^2-2x+1>0$

(f) $x^2+6x+9<0$

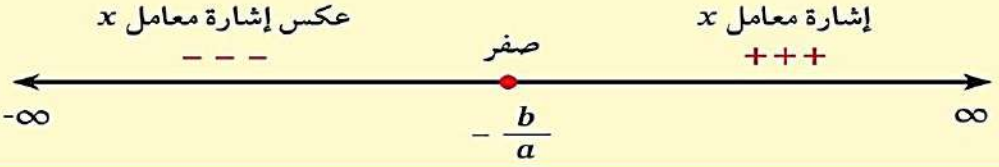
صفوة معلمي الكويت

ثانيًا: حل المتباينة من الدرجة الثانية بدراسة الإشارة

قاعدة هامة

لدراسة إشارة $g(x)=ax+b \quad , a\neq 0$ نتبع التالي :

1. نضع $g(x)=0 \iff ax+b=0 \iff x=-\frac{b}{a}$
2. نحدد العدد $x=-\frac{b}{a}$ على خط الأعداد
3. تكون إشارة $g(x)$:
   - مماثلة للإشارة a على يمين العدد $-\frac{b}{a}$
   - ومخالفة للإشارة a على يسار العدد $-\frac{b}{a}$



مثال 2

ⓐ $f(x)=2x-8$

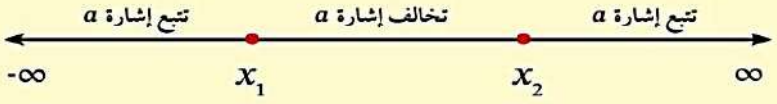
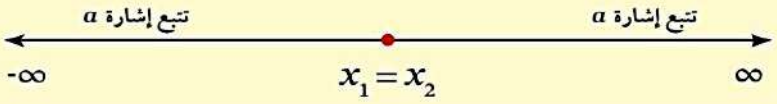
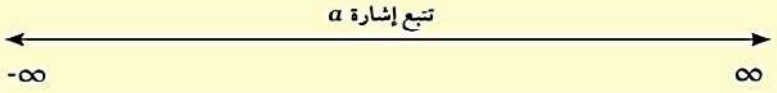
ⓑ $g(x)=-3x+6$

صفوة معلمي الكويت

قاعدة هامة

لدراسة إشارة $f(x)=ax^2+bx+c \quad , a\neq 0$ نتبع التالي :

1. نوجد المعادلة المناظرة: $f(x)=0$
2. نوجد قيم x التي تجعل $f(x)=0$ إما بالتحليل أو باستخدام المميز عندما يصعب التحليل
3. لدينا ثلاثة احتمالات:

للمعادلة $f(x)=0$ حلان حقيقيان مختلفان $x_1<x_2$	$\Delta>0$	
للمعادلة $f(x)=0$ حلان حقيقيان متساويان $x_1=x_2$	$\Delta=0$	
ليس للمعادلة $f(x)=0$ جذور حقيقية	$\Delta<0$	

مثال 3

حل كلاً من المتباينات التالية :

ⓐ $x^2-2x-8\leq 0$

صفوة معلمي الكويت

(b) $x^2-x\leq 5$

(c) $x^2-10x+25>0$

(d) $-3x^2+4x-2\geq 0$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 3

حِل كل من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

(a) $2x^2+3x-2<0$

(b) $-x^2-x+6>0$

(c) $x^2-6x+9\geq 0$

صفوة معلمي الكويت

حالة خاصة : حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام القيمة المطلقة

خاصية

إذا كان a , b عددين حقيقين موجبين فإن: $a \leq b \iff a^2 \leq b^2$

بصفة عامة : إذا كان a, b, c أعداداً حقيقية بحيث $a \neq 0$, $c < 0$ فإن :

1 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 < c$ هي المجموعة الخالية $\varnothing$

2 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 > c$ هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

3 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 < 0$ هي $\varnothing$

مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 > 0$ هي $\mathbb{R} - \left\{ \frac{-b}{a} \right\}$

ملحوظة:

المتباينة	مجموعة الحل
$x^2 < 0$	$\varnothing$
$x^2 \leq 0$	$\{0\}$
$x^2 \geq 0$	$\mathbb{R}$
$x^2 > 0$	$\mathbb{R} - \{0\}$

صفوة معلمي الكويت

مثال 4 أوجد مجموعة حل المتباينة ومثِّل الحل على خط الأعداد :

(a) $2x^2+5\geq 23$

(b) $(5x+7)^2+3<2$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 4

أوجد مجموعة حل المتباينة ومثّل الحل على خط الأعداد :

(a) $3x^2-4\leq 8$

(b) $(4x-3)^2+2>-3$

صفوة معلمي الكويت

تحقق من فهمك 4

أوجد مجموعة حل المتباينة ومثّل الحل على خط الأعداد :

ⓒ $(2-3x)^2<1$

ⓓ $(2x+1)^2-3\geq 1$

صفوة معلمي الكويت

أتدرب وأحل المسائل

أولاً - البنود الموضوعية :

■ في البنود من (1-5) اختر الإجابة الصحيحة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+2)(x-5)>0$ هي:

(a) $(-2,5)$ (b) $[-2,5]$

(c) $(-\infty,-2)\cup(5,\infty)$ (d) $\mathbb{R}$

(2) مجموعة حل المتباينة $x^2-2x<0$ هي:

(a) $(0,2)$ (b) $[-\infty,0]$

(c) $(2,\infty)$ (d) $[0,2]$

(3) مجموعة حل المتباينة $x^2+6x+9\leq 0$ هي:

(a) $(-\infty,-3]\cup[3,\infty)$ (b) $\{-3\}$

(c) $[-3,3]$ (d) $\mathbb{R}$

(4) أي مما يلي ليس حلاً للمتباينة $4x^2-4x-5>0$

(a) 60 (b) -20 (c) 2 (d) 0

(5) أي من المتباينات التالية حلها نفس حل المتباينة $-2x^2+5x-3>0$:

(a) $x^2-5>2x^2$ (b) $-x^2-x>x^2-4x$

(c) $2x^2+3<5x$ (d) $x^2-3x>2x-x^2$

صفوة معلمي الكويت

ثانياً – أسئلة المقال :

(1) أوْجِد مجموعة حل كلّ من المتباينات التالية:

1 (b)

(a) $x^2-25>0$

(b) $x^2-5x+6<0$

(c) $x^2-6x+9>0$

(d) $3x^2-6x-10<-10$

(e) $(3x-7)(2x+9)\leq 0$

(f) $2x^2+5x-3<-10$

(g) $-2x^2+x+21<0$

(h) $3x^2+x+7<0$

(k) $x^2-6x+8<0$

(l) $-2x^2+6x+8\geq 0$

(m) $(x-4)(3-x)>0$

(n) $x^2+2x-8\leq 0$

(o) $9x^2+1\geq 0$

(p) $-16x^2+24x-7>0$

استعد للاختبار ①

عزيزي المعلم ، عزيزي المتعلم :

يحتوي رمز الـ (QR) الخاص باختبار الوحدة على أسئلة مهمة، يجب الإستفادة منها في التقييم البنائي والنهائي وتدريب المتعلم عليها جيداً.

صفوة معلمي الكويت