

رياضيات

الصف العاشر

الاحصاء والاحتمال

الوحدة العاشرة

الفصل الدراسي الثاني

2025 - 2026

أ: سلامة علي الركاض



صفوة معلمي الكويت

## الانحراف المعياري

إذا كانت  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$  مجموعة من القيم عددها  $n$  حيث متوسطها الحسابي  $\bar{s}$  فإن:

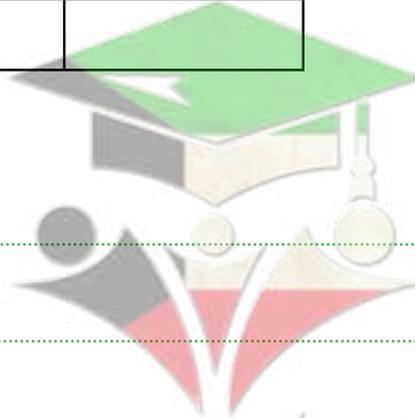
$$\frac{\sum_{r=1}^n (s_r - \bar{s})^2}{n} = \sigma^2 = \text{التباين}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \text{ع} = \text{الانحراف المعياري}$$

أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم البيانات:

مثال 1

٢، ٧، ٣، ٥، ٨، ٦، ٤

صفوة معلمى الكويت



أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم البيانات:

٢،٤،٦،٨،٧،٩

حاول أن تحل 1


### كراسة التمارين

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية (يمكن استخدام الآلة الحاسبة):

(أ) ٦٦،٧٠،٥٤،٦٣،٥٢




صفوة معلمى الكويت

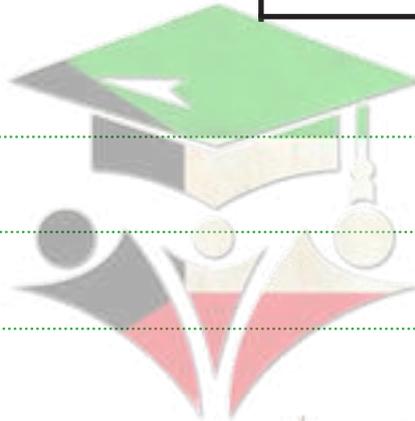


## مثال 3

يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لدرجات ٦٠ طالبًا في امتحان نهاية العام الدراسي حيث النهاية العظمى ١٠٠ درجة.

الفئة (درجات)	-٠	-٢٠	-٤٠	-٦٠	-٨٠
التكرار	٤	٦	١٦	٢٤	١٠

أوجد المتوسط الحسابي  $\bar{x}$  والتباين  $s^2$  والانحراف المعياري  $s$  لقيم هذه البيانات.

صفوة معلمى الكويت

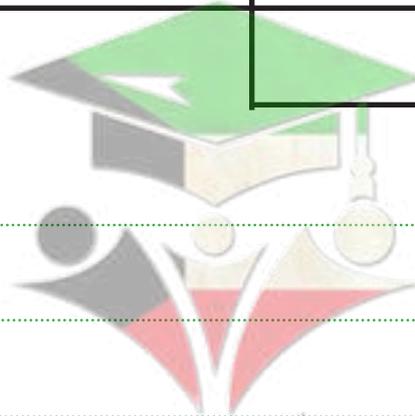


## حاول أن تحل 3

٣ بيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ١٠٠ طالب ثانوي (الوزن بالكيلوجرام).

٧٦	-٧٢	-٦٨	-٦٤	-٦٠	الفئة
٨	٢٧	٤٢	١٨	٥	التكرار

أوجد المتوسط الحسابي  $\bar{x}$  والانحراف المعياري  $s$  مع هذه الأوزان.

صفوة معلمي الكويت

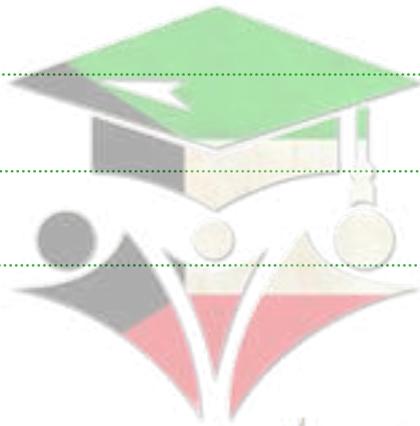


## مثال 4

إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم من بيانات هو  $\sigma = 6$  وأن مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو  $540$ ، فما عدد قيم هذه البيانات؟

## حاول أن تحل 4

الانحراف المعياري لمجموعة قيم من بيانات هو  $\sigma = 4$ ، ومجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو  $480$ .  
فما عدد قيم هذه البيانات؟



صفوة معلمي الكويت



## كراسة التمارين

في التمرينين (٥-٦)، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(٥) مجموع انحرافات مجموعة من القيم عن متوسطها الحسابي يساوي صفرًا. (أ) (ب)

(٦) إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم يساوي ٣ وكان مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي يساوي ١٨٠ فإن عدد القيم هو ٦. (أ) (ب)

في التمرينين (٧-٨)، اختر الإجابة الصحيحة.

(٧) في البيانات: ١٠، ١٣، ٩، ٧، ١٢، ١٥ الانحراف المعياري هو:

(أ) ٧ (ب) ٦

(ج)  $\sqrt{7}$  (د) ليس أيّ مما سبق

(٨) إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم بيانات يساوي ٤ ومجموع مربعات انحرافات قيم البيانات عن

متوسطها الحسابي يساوي ١٩٢ فإن عدد قيم هذه البيانات هو:

(أ) ١٦ (ب) ٤٨

(ج) ١٢ (د) ليس أيّ مما سبق



صفوة معلمى الكويت



## طرق العد

## مثال 2

في تجربة على سلوك الحيوان، استخدم علماء النفس نوعين من الأطعمة على التوالي كمكافأة، كل مكافأة عبارة عن واحدة من ثلاثة أنواع ممكنة. كم عدد التشكيلات المختلفة الممكنة في حال كانت أنواع الجوائز غير مكررة؟

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## حاول أن تحل 2

يقدم أحد المطاعم وجبة غداء مؤلفة من: سلطة أو حساء، دجاج أو سمك أو لحم، حلويات أو فاكهة. استخدم الشجرة البيانية لإعطاء عدد الوجبات الممكنة.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

صفوة معلمي الكويت





**تذكر:**

مضروب ن أو

$$ن! \text{ هو: } 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (ن-1) \times ن$$

$$\text{فمثلاً: } 5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$$

$$1! = 1 \quad \text{تُقرأ مضروب صفر} = 1$$

**التباديل**

$$\frac{ن!}{(ن-ر)!} = {}^نلر \text{ حيث } ر, ن \in \mathbb{N}, ر \geq 1, ن! = 1$$

**قانون التباديل**

أوجد قيمة كل تبديل بدون استخدام الآلة الحاسبة بصورة مباشرة.

**مثال 6**

- أ  ${}^6ل٦$       ب  ${}^{١١}ل٣$       ج  ${}^٣ل٣$

**حاول أن تحل 6**

أوجد قيمة كل تبديل بدون استخدام الآلة الحاسبة بصورة مباشرة.

- أ  ${}^٥ل٣$       ب  ${}^{١٠}ل٣$       ج  ${}^٣ل٣$

صفوة معلمى الكويت



## مثال 5

افترض أن ٣١ عضواً من جمعية الرياضيات في مدرستك يريدون اختيار أربعة أشخاص لأربعة مناصب: رئيس، نائب رئيس، أمين السر، أمين الصندوق. حدّد كم طريقة يمكن بها الاختيار لهذه المناصب.

## حاول أن تحل 5

في إحدى الجمعيات الخيرية يوجد ٢٠ عضواً يشكلون مجلس الأمناء. يريدون اختيار رئيساً، أميناً للسر، أميناً للصندوق. حدّد كم طريقة يمكن بها الاختيار لهذه المناصب.



## مثال 7

ما عدد الكلمات التي يمكن أن تتشكل من خمسة حروف مختلفة من الأبجدية العربية وذلك في حال عدم تكرار أي منها؟

## حاول أن تحل 7

ما عدد الأعداد التي يمكن أن تتشكل من ٤ أرقام من النظام العشري بدون الصفر وذلك في حال عدم تكرار أي رقم؟

## التوافيق

## قانون التوافيق

إذا كان  $n$ ،  $r$  عددان صحيحان موجبان حيث  $n \geq r$ ، فإن:  
عدد التوافيق المكونة كل منها من  $r$  من الأشياء والمختارة من بين  $n$  من الأشياء هو:

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$$

## ملاحظة:

يستخدم الرمز  $\binom{n}{r}$  للتعبير عن عدد التوافيق.

ملاحظات:

$$(1) \text{ عندما } r = 0 \text{ يُعرَّف } \binom{n}{0} = 1$$

$$(2) \binom{n}{n} = 1$$

صفوة على الكويت



ما عدد اللجان المكونة من ثلاثة أشخاص، والتي يمكن تكوينها من مجموعة من أربعة أشخاص؟

مثال 8

ما عدد اللجان المكونة من شخصين والتي يمكن تكوينها من مجموعة من أربعة أشخاص؟

حاول أن تحل 8

إذا كان فريق كرة سلة يتكوّن من ١٢ لاعبًا.

فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من خمسة لاعبين من بين لاعبي هذا الفريق (يمكن لأي لاعب اللعب في كل المراكز)؟

مثال 9

إذا كان فريق كرة قدم يتكوّن من ٢٠ لاعبًا. فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من ١١ لاعبًا من بين لاعبي هذا الفريق؟ (يمكن لأي لاعب اللعب في أي مركز)

حاول أن تحل 9



صفوة معلمى الكويت



## مثال 10

من أجل اختيار لوائح المرشحين للانتخابات النيابية، يجب اختيار ١٠ مرشحين من بين ٥١ مرشحاً. ما عدد اللوائح المختلفة التي يمكن تكوينها؟

## حاول أن تحل 10

أثناء الإعداد لزيارة المتحف الوطني، أراد منظمو الزيارة إعداد لوائح للطلاب لاستخدام حافلات تتسع كل منها ١٥ طالباً. علماً بأن عدد الطلاب هو ٦٠ طالباً، فما عدد اللوائح المختلفة التي يمكن إعدادها لهذه الزيارة؟

## مثال 11

في كل مما يلي حدّد ما إذا كان المثال يبيّن تبديلاً أو توفيقاً واحسب عدد الطرق في كل حالة.

- أ اختيار رئيس، نائب رئيس، أمين سر من بين ٢٥ عضواً في نادي القراءة.
- ب اختيار ٥ حبات بطاطا من كيس يحتوي على ١٢ حبة لإعداد وجبة غذائية.
- ج وضع معلم مخططاً يبيّن مقاعد ٢٢ طالباً في غرفة بها ٢٥ مقعداً.
- د اختيار ٤ أبيات من قصيدة شعرية مكونة من ١١ بيتاً لكتابتها وتعليقها في غرفة الفصل.



صفوة معلمي الكويت



## حاول أن تحل 11

11 في ما يلي، حدّد ما إذا كان المثال يبيّن تبديلاً أو توفيقاً.

أ اختيار ٣ طلاب من الصف العاشر للمشاركة في مسابقة تلاوة القرآن.

ب مراكز المشاركين الثلاثة في مسابقة تلاوة القرآن.

## كراسة التمارين

في التمارين (١-٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) كلمات مكونة من ثلاثة حروف: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من بين ثلاثة حروف: ع، ل، م دون تكرارها (دون الاهتمام بالمعنى)؟

(٢) الطرق الممكنة: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية ج. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية ج مروراً بالقرية ب؟

(٣) الرئيس ونائب الرئيس: يوجد ثلاثة مرشحين لمنصب الرئيس وأربعة مرشحين لمنصب نائب الرئيس. كم عدد الأزواج التي يمكن أن تكون من رئيس ونائب رئيس؟

صفوة معلمى الكويت



في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

(٤) أرقام الهاتف: كم عدد أرقام الهاتف التي يمكن أن تكونها من سبعة أرقام علماً بأنه لا يمكن أن يبدأ الرقم من اليسار بـ ٠ أو ١، لماذا؟

(٦) رمي حجر نرد: عند رمي حجري نرد أحدهما أحمر والثاني أخضر معاً وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما. كم عدد النواتج الممكنة؟

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كل مما يلي:

(٧)  $٧^٨$

(٨)  $٧^{١٢}$

(٩)  $٧^{١٤}$

(١٠)  $٧^{٤٨}$

في التمارين (١١-١٣)، حل المسائل التالية:

(١١) تكوين اللجان: سوف يتم انتخاب لجنة مكونة من ٣ سيدات من بين ٢٥ سيدة. كم عدد اللجان المختلفة التي يمكن انتخابها؟

(١٢) شراء أقراص حاسوب مدججة: لدى جيهان نقود تكفي لشراء ثلاثة أقراص حاسوب مدججة فقط من بين ٤٨ قرصاً. كم عدد مجموعة أقراص الحاسوب التي يمكن شراؤها؟

(١٣) يجري مدير شؤون الموظفين مقابلات شخصية مع ثمانية أشخاص مرشحين لثلاث وظائف شاغرة. كم عدد المجموعات المكونة من ثلاثة أشخاص التي يمكن توظيفها؟



## الاحتمال المشروط

في كل تجربة عشوائية، نهتم أولاً بمعرفة مجموعة النواتج الممكنة والتي تسمى فضاء العينة (ف). كل حدث هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

إذا كانت جميع نواتج التجربة لها فرصة الظهور نفسها فإن احتمال الحدث  $A$  هو:

$$P(A) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } A}{\text{عدد النواتج في فضاء العينة}}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

يكتب الاحتمال بصورة كسر عشري أو كسر أو نسبة أو نسبة مئوية.

## مثال 1

في لعبة «رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين» والتجربة هي ملاحظة الوجه العلوي لكل من الحجرين

أ) مم يتألف كل ناتج؟ اكتب فضاء العينة. وما عدد النواتج الممكنة؟

ب) مثل فضاء العينة بيانياً.

ج) ما احتمال الحدث  $A$ : «ظهور عددين مجموعهما يساوي 4»؟



الحل:



## حاول أن تحل 1

- في المثال (١): أ) ما احتمال الحدث «ب»: «ظهور عددين مجموعهما يساوي ٧»؟  
 ب) ما احتمال الحدث «ج»: «ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣»؟  
 ج) ما احتمال الحدث «د»: «ظهور عددين أحدهما مربعاً للآخر»؟

## خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن  $P$  حدث في فضاء عينة  $\Omega$  منته و غير خالٍ فإن:

- ١  $0 \leq P(\Omega) \leq 1$
- ٢ إذا كان  $P(\Omega) = 0$  ويسمى  $P$  حدثاً مستحيلاً.
- ٣ إذا كان  $P(\Omega) = 1$  ويسمى  $P$  حدثاً مؤكداً.
- ٤ مجموع احتمالات جميع النواتج في فضاء العينة يساوي ١.

## معلومة مفيدة:

فضاء العينة، في تجربة رمي حجري  
 نرد منتظمين ومتمايزين هو نفسه  
 فضاء العينة في تجربة رمي حجر نرد  
 مرتين متتاليتين.



## مثال 2

في تجربة رمي حجري نرد متمايزين معاً وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما، الحدث أ هو «مجموع العددين الظاهريين هو ١٣». فما احتمال وقوع الحدث أ؟

---



---



---



---



---



---

## حاول أن تحل 2

٢ في تجربة رمي حجري نرد متمايزين معاً وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما، كان الحدث ب «الحصول على مجموع أصغر من ١٣»، فما احتمال وقوع الحدث ب؟

---



---



---



---



صفوة معلمي الكويت



## العمليات على الأحداث واحتمالاتها

قاعدة الاحتمال لاتحاد حدثين:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ومنها  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

قاعدة الاحتمال لمتكامل الحدث أ:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

قاعدة الاحتمال لحدثين متنافيين:

إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

## مثال 5

إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان:

$$P(A) = 0.7, P(B) = 0.4, P(A \cap B) = 0.2, \text{ أوجد كلاً من:}$$

$$1) P(A \cup B) \quad 2) P(\bar{A})$$

## حاول أن تحل 5

٥) إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة، وكان  $P(A) = 0.3, P(B) = 0.5, P(A \cup B) = 0.6$  أوجد كلاً من:

$$1) P(A \cap B)$$

$$2) P(\bar{B})$$



صفوة معلمي الكويت

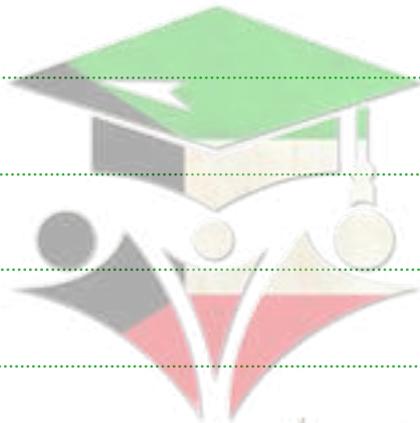


## مثال 6

إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثان في فضاء العينة  $S$  وكان:  
 $\overline{A} = \{1, 2\}$ ،  $A \cup B = \{1, 9\}$ ،  $A \cap B = \{1, 4\}$ ، أو  $\overline{B} = \{1, 2\}$ .

## حاول أن تحل 6

إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثان في فضاء العينة، وكان  $\overline{A} = \{1, 2\}$ ،  $A \cup B = \{1, 9\}$ ،  $A \cap B = \{1, 4\}$ ، أو  $\overline{B} = \{1, 2\}$ .



صفوة معلمي الكويت



## حاول أن تحل 7

٧ في فضاء عينة ف لدينا حدثان  $A$ ،  $B$  متنافيان حيث  $P(A) = 0.4$ ،  $P(B) = 0.5$ .

أ احسب  $P(A \cup B)$ .

ب احسب  $\overline{P(A \cup B)}$ .

## الأحداث المستقلة

يكون الحدثان مستقلين إذا كان وقوع (أو عدم وقوع) أحدهما لا يؤثر على وقوع (أو عدم وقوع) الآخر. فمثلاً، في تجربة عشوائية عند رمي عملة معدنية مرتين وملاحظة الوجه العلوي فإن الحدث «ظهور صورة في الرمية الأولى» لا يؤثر على وقوع الحدث «ظهور صورة في الرمية الثانية»، لأن أي من الرمتين لا تؤثر على الأخرى بأي طريقة، ولذلك فالحدثان مستقلان. إذا كنا نعلم الاحتمالات الفردية لحدثين مستقلين فإنه يمكننا إيجاد احتمال وقوع الحدثين معاً باستخدام القاعدة التالية:

## قاعدة الضرب للأحداث المستقلة Multiplication principle of Independent Events

إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثان مستقلان فإن احتمال وقوع الحدثين معاً هو:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

معظم الآلات الحاسبة يمكنها إنتاج أعداد عشوائية تقع بين 0، 1. كل عدد عشوائي ينتج يكون مستقلاً عن العدد الآخر السابق له.

صفوة معلمى الكويت



## حاول أن تحل 8

في تجربة عشوائية عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات وملاحظة الوجه العلوي.  
ما احتمال أن يكون الناتج (ص، ك، ص)؟

## الاحتمال المشروط

## قاعدة الاحتمال المشروط

إذا كان وقوع الحدث ب مشروطاً بوقوع الحدث أ فإن:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

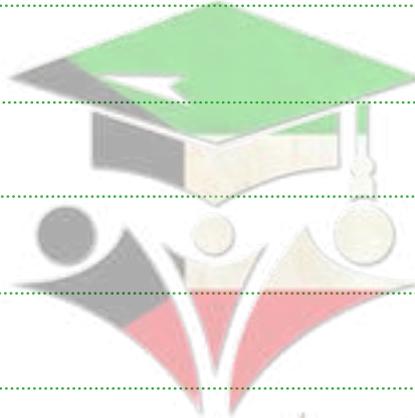
حيث  $P(B) \neq 0$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B)$$

وكذلك

## مثال 10

في تجربة عشوائية ل، ب حدثان حيث  $P(A) = 0,3$ ،  $P(B) = 0,6$ ،  $P(A \cap B) = 0,2$ .  
أوجد احتمال كل من الأحداث التالية: أ)  $P(A|B)$  ب)  $P(B|A)$



صفوة معلم الكويت



حاول أن تحل 10 في تجربة عشوائية، إذا كان ل (٢) = ٣, ٠, ل (ب | ٢) = ٢, ٠. أوجد ل (٢ ∩ ب).

مثال 11

رمى جاسم حجر نرد منتظم ولاحظ الوجه العلوي له.  
نسمي الحدث ب: «الحصول على عدد أكبر من أو يساوي ٥»، الحدث ٢: «الحصول على عدد فردي».  
احسب ل (ب | ٢) (احتمال ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٥ بشرط أن يكون عددًا فرديًا)

حاول أن تحل 11

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم، إذا كان الحدث ب «الحصول على عدد زوجي»، والحدث ٢ «الحصول على عدد أولي». فاحسب ل (ب | ٢).

صفوة معلمى الكويت



## كراسة التمارين

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي. فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال وقوع كل حدث مما يلي؟

(١) مجموع العددين الظاهريين ٩.

(٢) مجموع العددين الظاهريين هو عدد زوجي.

(٣) العدد الظاهر على الحجر الأحمر أكبر من العدد الظاهر على الحجر الأخضر.



صفوة معلمي الكويت



في التمارين (١٠-١٣)، ما احتمال أن يحقق رمز عدد عشوائي مكوّن من رقمين من ١ إلى ٩ الشروط التالية؟

(١٠) رقمان عشوائيان. الأول فردي والثاني من مضاعفات العدد ٤.

(١١) رقمان عشوائيان. الأول زوجي والثاني فردي.

(١٢) رقمان عشوائيان. كلا الرقمين أصغر من ٧.

(١٣) رقمان عشوائيان. الرقم الثاني هو الرقم الأول نفسه.

(١٤) تأجير السيارات: لدى شركة لتأجير السيارات ٢٥ سيارة للإيجار، ٢٠ منها من الحجم الكبير و ٥ سيارات من الحجم المتوسط. إذا تم اختيار سيارتين بشكل عشوائي للإيجار لمدة يوم واحد، فما احتمال أن تكون السيارتان من الحجم الكبير؟

(١٦) إذا كان  $P$ ،  $B$  حدثين مستقلين وكان  $L(P) = 0,3$  ،  $L(B) = 0,4$  . أوجد كلاً من:

$$(أ) L(P \cup B) =$$

$$(ب) L(\bar{P}) =$$

(١٧) ليكن:  $L(P) = 0,3$  ،  $L(B) = 0,7$  ،  $L(P \cup B) = 0,8$  . احسب:

$$(أ) L(P \cap B) =$$

$$(ب) L(P|B) =$$

$$(ج) L(B|P) =$$

صفوة معلمى الكويت



(١٨) ليكن  $A$ ،  $B$  حدثان مستقلان في فضاء عينة  $S$  حيث  $P(A) = 0,5$ ،  $P(B) = 0,5$ .  
احسب:  $P(A|B)$ .

### بنود موضوعية

في التمارين (١٩-٢١)، اختر الإجابة الصحيحة.

(١٩) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين مستقلين وكان  $P(A) = 0,2$ ،  $P(B) = 0,5$   
فإن  $P(A \cup B) =$

(أ)  $0,5$  (ب)  $0,7$  (ج)  $0,8$  (د)  $0,6$

(٢٠) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين في فضاء العينة وكان  $P(A) = 0,7$ ،  $P(B) = 0,5$ ،  $P(A \cup B) = 0,8$   
فإن  $P(A \cap B) =$

(أ)  $0,2$  (ب)  $0,4$  (ج)  $0,6$  (د)  $0,2$

(٢١) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين مستقلين في فضاء العينة وكان  $P(A) = 0,6$ ،  $P(B) = 0,4$   
فإن  $P(A|B) =$

(أ)  $0,6$  (ب)  $0,4$  (ج)  $0,2$  (د)  $1$

صفوة معلمى الكويت



(١١) ليكن  $A$ ،  $B$  حدثان مستقلان في فضاء عينة  $F$  حيث  $P(A) = 0.2$ ،  $P(B) = 0.7$ .

احسب:

(أ)  $P(A \cap B)$

(ب)  $P(B|A)$

(ج)  $P(A \cup B)$

(د)  $P(A|B)$

