

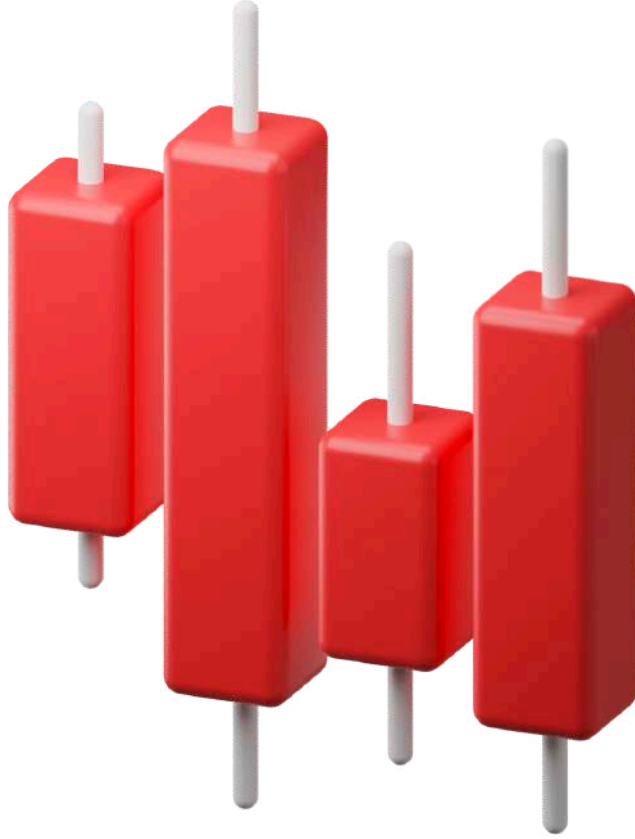


الإحصاء

الكورس الثاني ✦ 2025 – 2026

11

صفوة
UULA.COM



الإحصاء

الكورس الثاني ✦ 2025 – 2026

11

صفوة

UULA.COM

حقق هدفك الدراسي

ريح بالك وارفع مستوى دراستك مع المذكرة الشاملة والفيديوهات التي تشرحها والاختبارات التي تدربك في منصة علا



**نخبة المعلمين يجابونك
بأسرع وقت**

ما فهمت؟ تواصل مع أقوى المعلمين واحصل على شرح لسؤالك

دروس يشرحها أقوى معلمي الكويت

فيديوهات مبسطة قصيرة تشرح لك كل شيء خطوة بخطوة

**تفوق في القصير والفايل
مع نماذج اختبارات سابقة**

نماذج اختبارات سابقة مشروعة
بالكامل تجهزك لاختبارتك



اكتشف عالم التفوق مع منصة علا

لتشارك بالمادة وتستمتع بالشرح المميز صور
أو اضغط على رمز الQR

المعلق



هذه المذكرة تغطي المادة كاملة.

في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنكم مسح رمز QR للتأكد من المقرر.



المنقذ



أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ موجودا!

صور ال QR بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت تستخدم المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو يشرح لك.



قائمة المحتوى

04

وصف البيانات

1	الوسيط والربيعات من جدول تكراري
3	الوسيط والربيعات من جدول فئات
5	الالتواء
10	مقاييس التشتت وتطبيقاتها
13	التوزيع الطبيعي
15	القيمة المعيارية
16	التمارين الموضوعية

05

الاحتمال

18	مبدأ العد والتباديل والتوافيق
23	نظرية ذات الحدين
27	التجربة العشوائية وفضاء العينة
29	تعيين احتمالات الأحداث
30	الأحداث المتنافية
31	متعم الحدث
31	الحداث المستقلين
35	التمارين الموضوعية





الوسيط والربيعات من جدول تكراري

يمثل الجدول التكراري التالي معدل أجر الموظفين بالدينار الكويتي مقابل كل ساعة عمل في بعض الشركات.

معدل الأجر	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
التكرار	٢	٢	٢	٣	٢	٢	١٣

رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعديًا.

١٠، ١٠، ٩، ٩، ٨، ٨، ٨، ٨، ٧، ٧، ٦، ٦، ٥، ٥

أوجد الوسيط (٢٣)

عدد المفردات ١٣ فرديا بالتالي الترتيب هو: $\frac{1+n}{2}$

$$8 = 23 \leftarrow 7 =$$

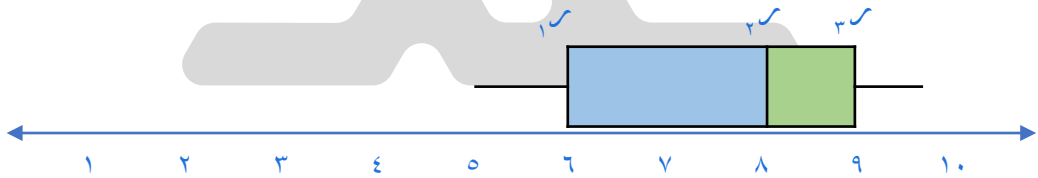
أوجد الربيع الأدنى (٢٣)، والربيع الأعلى (٢٣)

عدد المفردات ٦ زوجية بالتالي الترتيب هو: $\frac{n}{2}$ ، $\frac{n}{2} + 1$

$$6 = \frac{6+6}{2} = 3 \leftarrow (3) \text{ و } (4) \leftarrow$$

$$9 = \frac{9+9}{2} = 3 \leftarrow$$

مثل هذه القيم بمخطط الصندوق ذي العارضتين.



يمثل الجدول التكراري التالي مبيعات أحد المتاجر في أحد الأيام لأنواع مختلفة من ساعات اليد بالدينار الكويتي.

سعر الساعة	٥٠	٦٥	٧١	٩٥	١٢٠	المجموع
التكرار	٤	٢	٣	٥	٢	١٦

رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعديًا.

١٢٠، ١٢٠، ٩٥، ٩٥، ٩٥، ٩٥، ٩٥، ٩٥، ٧١، ٧١، ٧١، ٦٥، ٦٥، ٥٠، ٥٠، ٥٠، ٥٠

أوجد الوسيط لهذه البيانات (٢٣)

عدد المفردات ١٦ زوجيا بالتالي الترتيب هو: $\frac{n}{2}$ ، $\frac{n}{2} + 1$

$$71 = \frac{71+71}{2} = 3 \leftarrow (8) \text{ و } (9) \leftarrow$$

صفوة معلمي الكويت

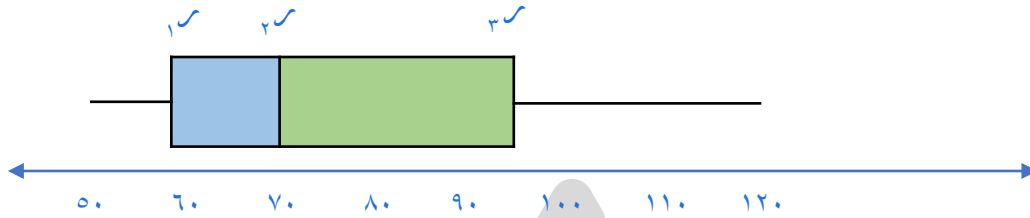
▪ أوجد الربيع الأدنى (r_1) ، والربيع الأعلى (r_3)

عدد المفردات ٨ زوجي بالتالي الترتيب هو: $\frac{n}{2}$ ، $\frac{n}{2} + 1$

$$57,5 = \frac{60 + 50}{2} = r_1 \leftarrow (4) \text{ و } (5)$$

$$90 = \frac{90 + 90}{2} = r_3 \leftarrow$$

▪ مثل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.





الوسيط والربيعات من جدول فئات

حساب الوسيط للفئات:

الوسيط ($n/2$) = الحد الأدنى لفئة الوسيط + $\frac{n/2 - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$

الربيع الأدنى ($n/4$) = الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى + $\frac{n/4 - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$

الربيع الأعلى ($3n/4$) = الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى + $\frac{3n/4 - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$

يمثل الجدول التالي أعمار سكان أحد الأبنية بالسنوات

الفئة	-٠	-١٥	-٣٠	-٤٥	المجموع
التكرار	٤	٧	٦	٣	٢٠

كؤن جدول التكرار المتجمع الصاعد.

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى	ت.م. الصاعد
-٠	٤	أقل من ١٥	٤
-١٥	٧	أقل من ٣٠	١١
-٣٠	٦	أقل من ٤٥	١٧
-٤٥	٣	أقل من ٦٠	٢٠
المجموع	٢٠		

أوجد الوسيط حسابيًا.

$$\text{فئة الوسيط } [١٥, ٣٠) = \frac{n}{2} = ١٠ \leq ١٠ = \frac{n}{2} = ١٠ \Rightarrow \frac{١٠ - ١٠}{٧} \times (٣٠ - ١٥) + ١٥ = ٢٧,٨٦ \approx \frac{١٩٥}{٧}$$

صفوة معلمى الكويت

الفئة	-0	-10	-20	-30	المجموع
التكرار	9	6	8	0	4
					32

المطلوب إيجاد كل من:

▪ جدول التكرار المتجمع الصاعد.

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى	ت.م. الصاعد
-0	9	أقل من 10	9
-10	6	أقل من 10	10
-10	8	أقل من 20	23
-20	0	أقل من 20	28
-20	4	أقل من 30	32
المجموع	32		

$$r_1 \leftarrow [0, 10)$$

$$r_2 \leftarrow [20, 25)$$

▪ الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

الربيع الأدنى

$$r_1 = \frac{32}{4} = \frac{8}{1}$$

$$r_1 \approx \frac{80}{9} = (0) \times \frac{1-8}{9} + (0) = 1, \quad 9,44 \approx \frac{80}{9}$$

الربيع الأعلى

$$r_2 = \frac{32 \times 3}{4} = \frac{24}{1}$$

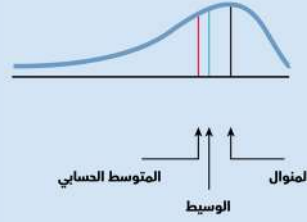
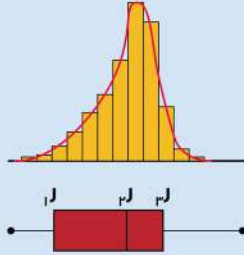
$$r_2 = (0) \times \frac{23-24}{0} + (20) = 3, \quad 21 = (0) \times \frac{23-24}{0} + (20)$$



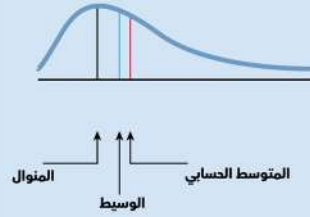
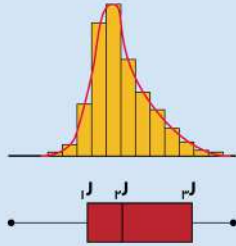


الربط بين مقاييس النزعة المركزية والالتواء:

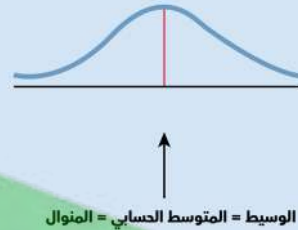
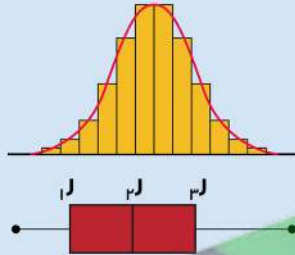
الالتواء إلى اليسار (السالب): يكون فيه المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي



الالتواء إلى اليمين (الموجب): يكون فيه المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي



متماثل (لا يوجد التواء) يكون المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي

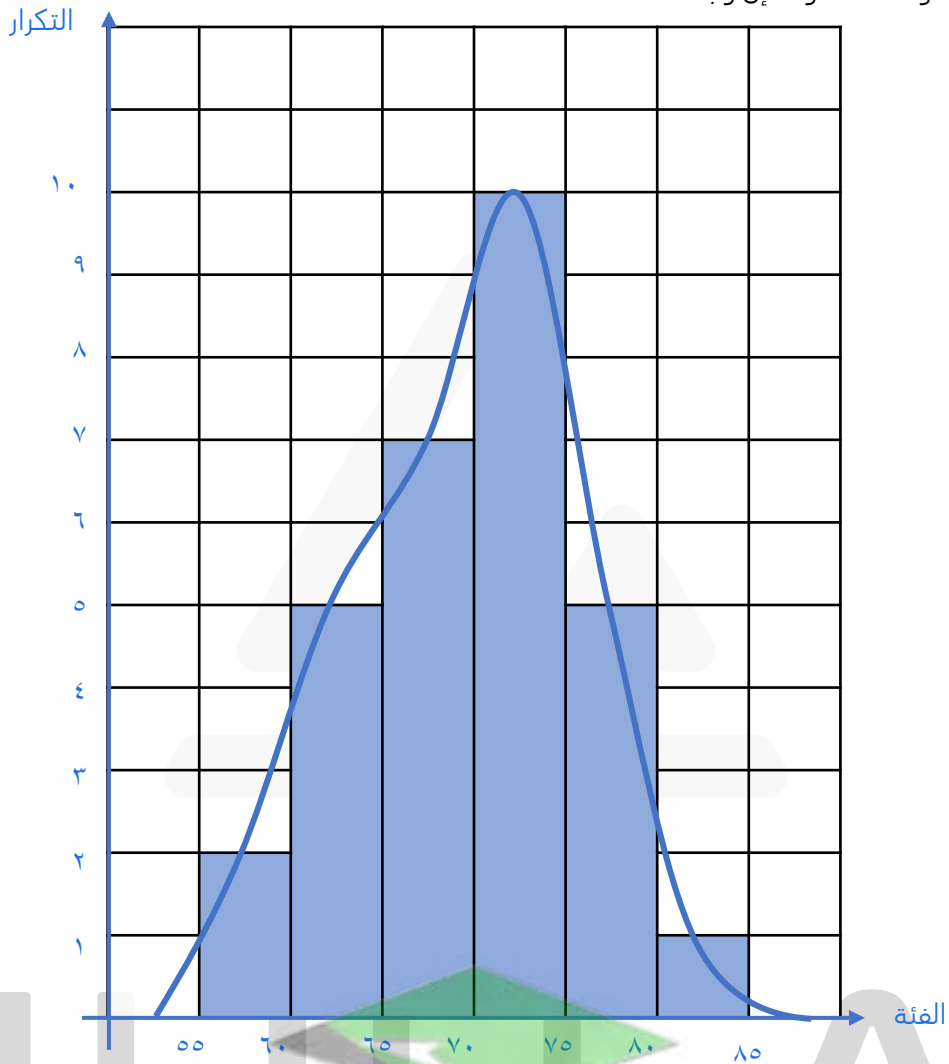


صفوة معلمي الكويت

الفئة	-٥٥	-٦٠	-٦٥	-٧٠	-٧٥	-٨٠	المجموع
التكرار	٢	٥	٧	١٠	٥	١	٣٠

■ مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.

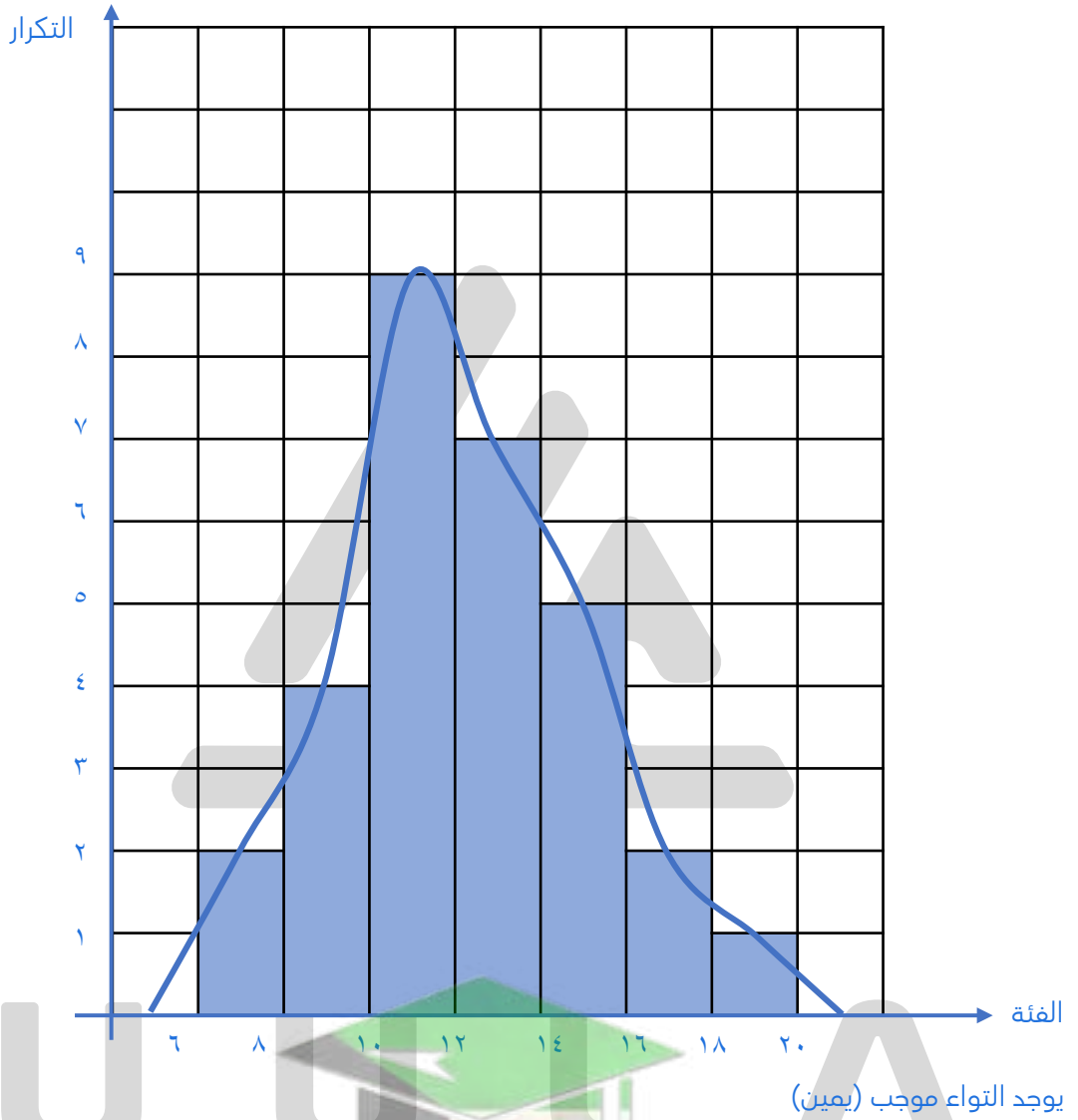
■ هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.



يوجد التواء إلى اليسار (سالب)

الفئة	-٦	-٨	-١٠	-١٢	-١٤	-١٦	-١٨	المجموع
التكرار	٢	٤	٩	٧	٥	٢	١	٣٠

- مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.
- هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.



صفوة معلمى الكويت



تمثل البيانات التالية درجات الحرارة في بعض مدن العالم:
 $^{\circ}24, ^{\circ}20, ^{\circ}22, ^{\circ}30, ^{\circ}35, ^{\circ}37, ^{\circ}34, ^{\circ}36, ^{\circ}37, ^{\circ}40, ^{\circ}37, ^{\circ}30$

- احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه البيانات.

$40, 37, 37, 35, 34, 30, 24, 22, 20$

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{279}{9} = 31$$

$$\text{عدد القيم } 9 \text{ (فردية) بالتالي ترتيب الوسيط} = \frac{1+9}{2} = 5 \Rightarrow 34 = 5^{\text{ر}}$$

$$\text{المنوال} = 37$$

- هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.

∴ المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي
 ∴ يوجد التواء سالب (جهة اليسار)

٢٥ شخص يتابعون حدثًا معينًا، أعمارهم موزعة كالتالي:
 $20, 22, 22, 19, 18, 17, 16, 8, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 4, 4, 4, 4, 3, 3$

- أوجد كلا من المنوال، المتوسط الحسابي والوسيط؟

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{240}{96} = 2,6$$

$$\text{عدد القيم } 25 \text{ (فردية) بالتالي ترتيب الوسيط} = \frac{1+25}{2} = 13 \Rightarrow 7 = 13^{\text{ر}}$$

$$\text{المنوال} = 6$$

- هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه.

∴ المتوسط الحسابي < الوسيط < المنوال
 ∴ يوجد التواء موجب (يمين)

صفوة معلمى الكويت



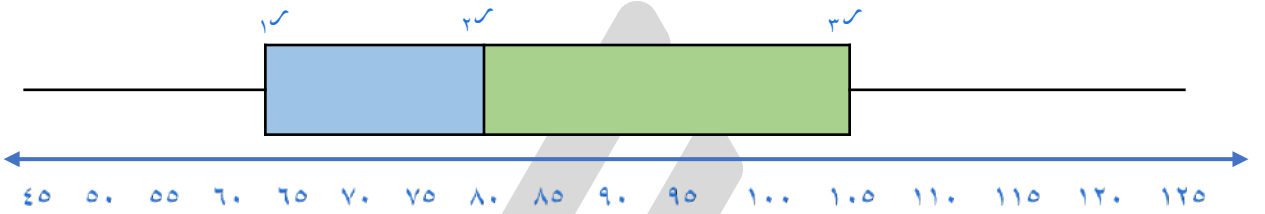
في البيانات التالية: ١٢٢ , ١١٧ , ١١٣ , ١٠٩ , ١٠٥ , ٩٨ , ٩٦ , ٩٠ , ٨٦ , ٨٠ , ٧٩ , ٧٦ , ٧٢ , ٦٦ , ٦٤ , ٥٩ , ٥٢ , ٤٨ , ٤٥

احسب الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى.

الوسيط: عدد المفردات ١٩ فرديا بالتالي الترتيب هو: $\frac{1+n}{2} = \frac{1+19}{2} = 10$ $(10) \leftarrow ٢٣ = ٨٠$

الربيع الأدنى والربيع الأعلى: عدد المفردات ٩ فردية بالتالي الترتيب هو: $\frac{1+n}{4} = \frac{1+19}{4} = 5$ $(5) \leftarrow ٦٤ = ٢٣$
 $(15) \leftarrow ١٠٥ = ٣٣$

ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.



هل البيانات تبين تماثلا أم التواء إلى اليمين أم التواء إلى اليسار؟
 يوجد التواء موجب (جهة اليمين)



مقاييس التشتت وتطبيقاتها



مقاييس التشتت:

- المدى = القيمة العظمى - القيمة الصغرى
 - نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2}$
 - التباين: $\sigma^2 = \frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n}$
 - الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n}}$
- حيث: $\bar{x}$ = المتوسط الحسابي، n = عدد القيم في حالة تكرار القيم في البيانات يكون لدينا:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 \cdot t_i}{\sum_{i=1}^m t_i}$$

التباين: σ^2

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 \cdot t_i}{\sum_{i=1}^m t_i}}$$

الانحراف المعياري: σ

حيث t_i = عدد تكرار المتغير x_i

لنأخذ البيانات: ٨, ٨, ٧, ٧, ٧, ٦, ٦, ٥, ٤, ٢

- أوجد المدى، الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى لهذه البيانات.

$$\text{المدى} = 8 - 2 = 6$$

$$\text{الوسيط} = x_{\frac{n+1}{2}} = x_{\frac{10+1}{2}} = x_{5.5} = \frac{7+6}{2} = 6.5$$

$$\text{الربيع الأدنى} = x_{\frac{n}{4}} = x_{2.5} = 5$$

$$\text{الربيع الأعلى} = x_{\frac{3n}{4}} = x_{7.5} = 7$$

- أوجد نصف المدى الربيعي.

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{x_{\frac{3n}{4}} - x_{\frac{n}{4}}}{2} = \frac{7 - 5}{2} = 1$$

صفوة علمي الكويت

- أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

المتوسط الحسابي

$$\bar{s} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{60}{6} = 10$$

$$\text{التباين} = s^2 = \frac{32}{6} = 5.33$$

$$\text{الانحراف المعياري} = s = \sqrt{5.33} = 2.31$$

س	س - $\bar{s}$	$(s - \bar{s})^2$
2	-4	16
4	-2	4
5	-1	1
6	0	0
6	0	0
7	1	1
7	1	1
7	1	1
8	2	4
8	2	4
60		32

المجموع

لأخذ البيانات: 7, 13, 12, 11, 9, 10, 8, 16, 17

- أوجد المدى، الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى، نصف المدى الربيعي لهذه البيانات.

$$\text{المدى} = 17 - 7 = 10$$

$$\text{الوسيط} = \frac{12 + 11}{2} = 11.5$$

$$\text{الربيع الأدنى} = \frac{9 + 8}{2} = 8.5$$

$$\text{الربيع الأعلى} = \frac{16 + 17}{2} = 16.5$$

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{16.5 - 8.5}{2} = 4$$

س	س - $\bar{s}$	$(s - \bar{s})^2$
7	-5	25
8	-4	16
9	-3	9
11	-1	1
12	0	0
13	1	1
15	3	9
16	4	16
17	5	25
108		102

المجموع

- أوجد المتوسط الحسابي، التباين، الانحراف المعياري.

$$\bar{s} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{108}{9} = 12$$

$$\text{التباين} = s^2 = \frac{102}{9} = 11.33$$

$$\text{الانحراف المعياري} = s = \sqrt{11.33} = 3.37$$



الفئة (بالدينار)	-٠	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	المجموع
التكرار	١٩	٣٠	٤٧	٢٨	٢٠	١٦	١٦٠
مركز الفئة	٢,٥	٧,٥	١٢,٥	١٧,٥	٢٢,٥	٢٧,٥	

أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة، ثم أوجد المتوسط الحسابي.

$$\bar{x} = \frac{٢٧,٥ \times ١٩ + ٢٢,٥ \times ٢٠ + ١٧,٥ \times ٢٨ + ١٢,٥ \times ٤٧ + ٧,٥ \times ٣٠ + ٢,٥ \times ١٩}{١٦٠} = ١٤$$

أوجد التباين والانحراف المعياري لأسعار الأدوية.

مركز الفئة s_r	التكرار (t_r)	$s_r - \bar{s}$	$(s_r - \bar{s})^2$	$t_r (s_r - \bar{s})^2$
٢,٥	١٩	-١١,٥	١٣٢,٢٥	٢٥١٢,٧٥
٧,٥	٣٠	-٦,٥	٤٢,٢٥	١٢٦٧,٥
١٢,٥	٤٧	-١,٥	٢,٢٥	١٠٥,٧٥
١٧,٥	٢٨	٣,٥	١٢,٢٥	٣٤٣
٢٢,٥	٢٠	٨,٥	٧٢,٢٥	١٤٤٥
٢٧,٥	١٦	١٣,٥	١٨٢,٢٥	٢٩١٦
				٨٥٩٠

$$\text{التباين} = s^2 = \frac{٨٥٩٠}{١٦٠} = ٥٣,٦٨٧٥$$

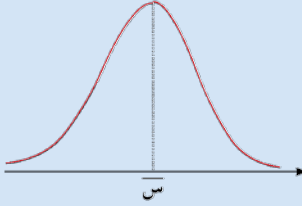
$$\text{الانحراف المعياري} = s = \sqrt{٥٣,٦٨٧٥} \approx ٧,٣٣$$





التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي هو توزيع البيانات بشكل مماثل حول المتوسط الحسابي والمنحنى التكراري الذي يمثل هذه البيانات يأخذ شكل الجرس كما هو في الشكل التالي:

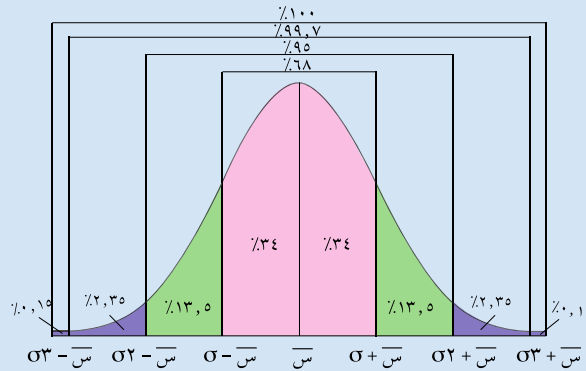


من خواص منحنى التوزيع الطبيعي:

أن يكون على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول المتوسط الحسابي.
أن تتساوى فيه قيم المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
أن ينحدر طرفاه تدريجياً ويمتدان إلى ما لا نهاية ولا يلتقيان مع المحور الأفقي أبداً.

القاعدة التجريبية

تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة عددها $(n > 30)$



حوالي 78% من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\sigma - \bar{x}, \sigma + \bar{x}]$
حوالي 90% من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\sigma_2 - \bar{x}, \sigma_2 + \bar{x}]$
حوالي 99,7% من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\sigma_3 - \bar{x}, \sigma_3 + \bar{x}]$

- لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها ٤٧٥ ديناراً بانحراف معياري ١١٥ ديناراً
- طبق القاعدة التجريبية.

حوالي 78% من الأرباح تقع على الفترة $[\sigma - \bar{x}, \sigma + \bar{x}]$

$$[475 - 115, 475 + 115] = [360, 590]$$

حوالي 90% من الأرباح تقع على الفترة $[\sigma_2 - \bar{x}, \sigma_2 + \bar{x}]$

$$[475 - 115 \times 2, 475 + 115 \times 2] = [245, 705]$$

حوالي 99,7% من الأرباح تقع على الفترة $[\sigma_3 - \bar{x}, \sigma_3 + \bar{x}]$

$$[475 - 115 \times 3, 475 + 115 \times 3] = [130, 820]$$

- هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى ٧٥٠ ديناراً ؟ فسر ذلك.

نعم من المتوقع لأن $750 \geq [130, 820]$

- ❏ لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها ٣٥٠ دينارًا بانحراف معياري ١١٠ دينارًا
- طبق القاعدة التجريبية.

حوالي ٦٨ ٪ من الأرباح تقع على الفترة $[\sigma + \bar{s}, \sigma - \bar{s}]$

$$[460, 240] = [110 + 350, 110 - 350]$$

حوالي ٩٥ ٪ من الأرباح تقع على الفترة $[\sigma_2 + \bar{s}, \sigma_2 - \bar{s}]$

$$[570, 130] = [110 \times 2 + 350, 110 \times 2 - 350]$$

حوالي ٩٩,٧ ٪ من الأرباح تقع على الفترة $[\sigma_3 + \bar{s}, \sigma_3 - \bar{s}]$

$$[680, 20] = [110 \times 3 + 350, 110 \times 3 - 350]$$

- هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى ٦٩٠ دينارًا ؟ فسر ذلك.

من غير المتوقع ذلك لأن: $690 \neq [680, 20]$



- ❏ يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (h) هو ٧٠٠ ساعة بانحراف معياري ١٠٠ ساعة على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

- طبق القاعدة التجريبية.

حوالي ٦٨ ٪ من القيم تقع على الفترة $[\sigma + \bar{s}, \sigma - \bar{s}]$

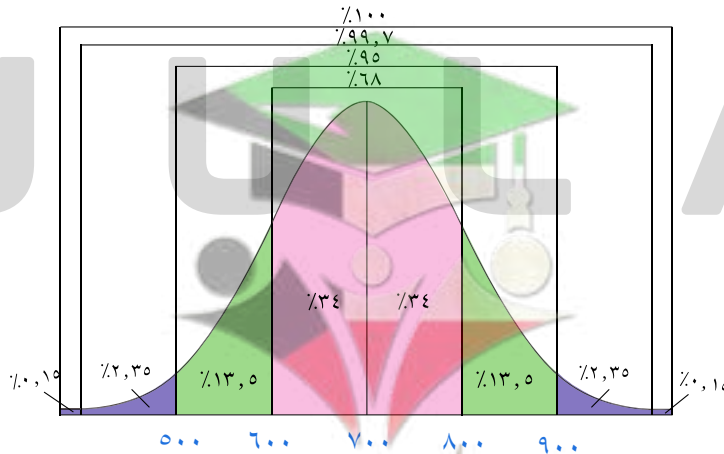
$$[800, 600] = [100 + 700, 100 - 700]$$

حوالي ٩٥ ٪ من القيم تقع على الفترة $[\sigma_2 + \bar{s}, \sigma_2 - \bar{s}]$

$$[900, 500] = [100 \times 2 + 700, 100 \times 2 - 700]$$

حوالي ٩٩,٧ ٪ من القيم تقع على الفترة $[\sigma_3 + \bar{s}, \sigma_3 - \bar{s}]$

$$[1000, 400] = [100 \times 3 + 700, 100 \times 3 - 700]$$



- أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (h) التي يزيد عمرها عن ٥٠٠ ساعة.

$$\therefore \text{النسبة المئوية } ٩٧,٥ = ٢,٥ + ١٣,٥ + ٣٤ + ٣٤ + ١٣,٥$$

- أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (h) التي يقل عمرها عن ٤٠٠ ساعة.

$$\approx ١,٥ \%$$



القيمة المعيارية

القيمة المعيارية

هو مؤشر يدل على انحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي وذلك باستخدام الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. إذا كان المطلوب مقارنة قيمتين لمفردتين مختلفتين تنتمي كل منهما إلى مجموعة محددة فإنه لا يكفي إحصائياً.

$$\text{القيمة المعيارية (ق)} = \frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{s - \bar{s}}{\sigma}$$

جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٤ والانحراف المعياري ٣,٨ وفي مادة الكيمياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٣ والانحراف المعياري ٧,٨ ما القيمة المعيارية للدرجة ١٥ مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

الفيزياء	الكيمياء
$s = 15$	$s = 15$
$\bar{s} = 14$	$\bar{s} = 13$
$\sigma = 3,8$	$\sigma = 7,8$
$q = \frac{s - \bar{s}}{\sigma} = \frac{15 - 14}{3,8} \approx 0,263$	$q = \frac{s - \bar{s}}{\sigma} = \frac{15 - 13}{7,8} \approx 0,256$

∴ $q < q$ ∴ درجة الفيزياء هي الأفضل

يسكن خالد في المدينة (أ) حيث إن طول قامته ١٨٠ سم والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة ١٧٤ سم مع انحراف معياري ١٢ سم. أما صالح فيسكن في المدينة (ب) حيث إن طول قامته ١٧٢ سم والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة ١٦٥ سم مع انحراف معياري ١٥. أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

خالد	صالح
$s = 180$	$s = 172$
$\bar{s} = 174$	$\bar{s} = 165$
$\sigma = 12$	$\sigma = 15$
$q = \frac{s - \bar{s}}{\sigma} = \frac{180 - 174}{12} = 0,5$	$q = \frac{s - \bar{s}}{\sigma} = \frac{172 - 165}{15} \approx 0,47$

∴ $q < q$ ∴ طول خالد هو الأفضل

صفوة معلم الكلويت

التمارين الموضوعية

ظل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. في البيانات التالية: ٣، ٨، ١٢، ١٥، ٢٠ نصف المدى الربيعي هو ١٧
 (أ) (ب)
٢. في البيانات التالية: ٣٠٨، ٣١٤، ٣١٦، ٣١٧، ٣٢١، ٣٢١، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦، ٣٢٦، ٣٢٧، ٣٣٢ الربيع الأدنى هو ٣١٦,٥
 (أ) (ب)
٣. إذا كان الانحراف المعياري لمجموعه من القيم هو ٤ فإن التباين هو ٢
 (أ) (ب)
٤. إذا كان المتوسط الحسابي لعينة ما يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٢ والمنحنى على شكل جرس فإن ٩٥ % من القيم تقع في [١٦، ٢٤]
 (أ) (ب)
٥. في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x} = ١٤$ والانحراف المعياري $\sigma = ٤$ فإن القيمة المعيارية لـ $s = ١٦$ هي $u = \frac{1}{2}$
 (أ) (ب)
٦. في التوزيع الطبيعي الفترة $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ تحتوي على ٩٥% من قيم البيانات
 (أ) (ب)
٧. في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x} = ١٢$ القيمة المعيارية لـ $s = ١٥$ هي $q = ٠,٤$ فإن الانحراف المعياري $\sigma = ٧,٥$
 (أ) (ب)

ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٨. إذا كانت القيمة المعيارية لـ $s = ١٨$ من مجموعات بيانات هي $q = ٠,٧٥$ والانحراف المعياري $\sigma = ٨$ فإن المتوسط الحسابي $\bar{x}$ يساوي:
 (أ) ٢٤ (ب) ١٢ (ج) ١٢- (د) ٢٤-

٩. وسيط البيانات التالية: ٥٠, ١, ١٠, ١٥, ٥, ١٠, ٢٠, ١٥, ١٥ هو:

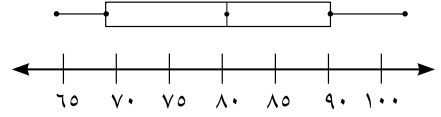
٢٠ (د)

١٥ (ج)

١٢,٥ (ب)

١٠ (أ)

١٠. من خلال مخطط الصندوق ذي العارضتين التالي، قيمة الربيع الأعلى هي:



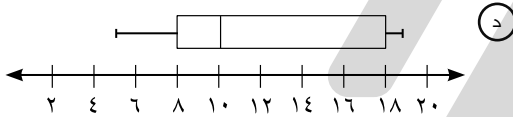
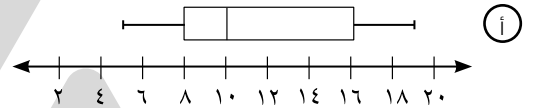
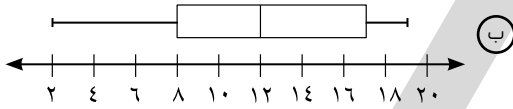
١٠٠ (د)

٩٠ (ج)

٨٠ (ب)

٧٠ (أ)

١١. البيانات: ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ٩, ٩, ٩, ١٠, ١٢, ١٤, ١٧, ١٨, ١٨, ١٩, ١٩ تمثل عدد ساعات استخدام شبكة الإنترنت من قبل طلاب صف الرياضيات.



١٢. أي مما يلي لا يمثل مقياس النزعة المركزية.

(ب) الوسيط

(أ) المتوسط الحسابي

(د) المنوال

(ج) التباين

١٣. في المنحنى التكراري حيث اللاتواء لجهة اليمين يكون المتوسط الحسابي:

(ب) أصغر من الوسيط

(أ) أكبر من الوسيط

(د) ليس أي مما سبق صحيحاً

(ج) يساوي الوسيط

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
الإجابة	ب	أ	ب	أ	أ	ب	أ	ب	ب	ج	د	ج	أ



تدرب وتفوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!





مبدأ العد والتباديل والتوافيق

العد عن طريق القوائم

باستخدام ثلاثة أحرف من كلمة ناصر ودون تكرار أي حرف منها ، كم كلمة مختلفة يمكن الحصول عليها؟ (لها معنى أو بدون معنى)

ن	ا	ص	ص	ا	ر	ر	ن	ص	ا	ن	ص
ن	ا	ر	ص	ا	ن	ر	ص	ا	ن	ر	ص
ن	ا	ر	ص	ا	ن	ر	ص	ا	ن	ر	ص
ن	ا	ر	ص	ا	ن	ر	ص	ا	ن	ر	ص
ن	ا	ر	ص	ا	ن	ر	ص	ا	ن	ر	ص
ن	ا	ر	ص	ا	ن	ر	ص	ا	ن	ر	ص

معلق

عدد الكلمات = ٢٤ كلمة

المبدأ الأساسي للعد

لوحات السيارات في إحدى القرى السياحية تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه رقمان يتم اختيارهما من المجموعة { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ } كم عدد لوحات السيارات الممكنة بحيث إنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف أو الأرقام في أي من لوحات السيارات ؟

$$\text{حرف} \quad ٢٨ \quad \times \quad \text{رقم} \quad ٦ \quad \times \quad \text{رقم} \quad ٥ = \text{طريقة} \quad ٨٤٠$$

في السؤال السابق كم عدد اللوحات إذا كانت اللوحات تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه ثلاثة أرقام يتم اختيارها من المجموعة { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ } ؟

$$\text{حرف} \quad ٢٨ \quad \times \quad \text{رقم} \quad ٦ \quad \times \quad \text{رقم} \quad ٥ \quad \times \quad \text{رقم} \quad ٤ = \text{طريقة} \quad ٣٣٦٠$$

كم عدد الأعداد المكون رمز كل منها من ثلاثة أرقام مأخوذة من عناصر المجموعة { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ } في كل مما يلي:

▪ إذا سمح بالتكرار.

$$\text{آحاد} \quad ٤ \quad \times \quad \text{عشرات} \quad ٤ \quad \times \quad \text{مئات} \quad ٤ = ٦٤$$

▪ إذا لم يسمح بالتكرار.

$$\text{آحاد} \quad ٤ \quad \times \quad \text{عشرات} \quad ٣ \quad \times \quad \text{مئات} \quad ٢ = ٢٤$$

▪ إذا كان العدد فرديا ويسمح بالتكرار.

$$\text{آحاد} \quad ٣ \quad \times \quad \text{عشرات} \quad ٤ \quad \times \quad \text{مئات} \quad ٤ = ٤٨$$



$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (3-n) \times (2-n) \times (1-n) \times n = !n$$

$$!(1-n) \times n = !n$$

$$1 = !0$$

احسب (موضحًا خطوات الحل):

$$0.40 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = !7 \quad \text{Q}$$

$$120 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = !5 \quad \text{Q}$$

$$90 = \frac{18 \times 9 \times 10}{18} = \frac{!10}{!18} \quad \text{Q}$$

$$1320 = \frac{12 \times 10 \times 11 \times 12}{12} = \frac{!12}{!9} \quad \text{Q}$$

$$429 = \frac{18 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7} = \frac{!14}{!7!18} \quad \text{Q}$$

$$1820 = \frac{14 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{!16}{!4!12} \quad \text{Q}$$

التباديل



$$r \geq n, r \geq n \Rightarrow n! = \frac{n!}{(r-n)!}$$

قانون التبادل

أوجد قيمة كل مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

$$840 = 4 \times 5 \times 6 \times 7 = \frac{!7}{!(4-7)} = 4!7 \quad \text{Q}$$

$$336 = 6 \times 7 \times 8 = \frac{!8}{!(3-8)} = 3!8 \quad \text{Q}$$

$$\frac{!5}{!(5-5)} + \frac{!5}{!(4-5)} = 0!5 + 4!5 \quad \text{Q}$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 + 2 \times 3 \times 4 \times 5 =$$

$$120 + 120 =$$

$$240 =$$

$$\frac{!7}{!(5-7)} + \frac{!7}{!(3-7)} = 5!7 + 3!7 \quad \text{Q}$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 + 5 \times 6 \times 7 =$$

$$2520 + 210 =$$

$$2730 =$$

$$\frac{!10}{!(7-10)} = \frac{7!10}{6!9} \quad \text{Q}$$

$$\frac{!9}{!(6-9)} = \frac{7!9}{6!9} \quad \text{Q}$$

$$\frac{!9}{!(5-9)} = \frac{5!9}{4!8} \quad \text{Q}$$

$$\frac{!8}{!(4-8)} = \frac{5!8}{4!8} \quad \text{Q}$$

$$\frac{4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} =$$

$$10 =$$

$$\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} =$$

$$9 =$$

- ❏ فصل فيه ٢٠ طالباً. يراد اختيار ثلاثة منهم على أن يكون الأول رئيساً والثاني نائباً للرئيس والثالث أميناً للسفر. بكم طريقة يمكن اختيار الطلاب الثلاثة؟

$${}^3P_{20} = \frac{!20}{!(3-20)} = 18 \times 19 \times 20 = 6840$$

- ❏ ما عدد الكلمات المكونة من ٣ أحرف مختلفة التي يمكن تكوينها باستخدام أحرف كلمة "سعود"؟

$${}^3P_4 = \frac{!4}{!(3-4)} = 2 \times 3 \times 4 = 24$$

- ❏ بعد انتهاء مباراة كرة القدم بالتعادل ، أراد المدرب اختيار ٥ لاعبين بالترتيب لركلات الترجيح بكم طريقة يمكن اختيار اللاعبين الخمسة من بين اللاعبين الأحد عشر؟

$${}^5P_{11} = \frac{!11}{!(5-11)} = 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 = 55440$$

التوافيق



التوافيق

$${}^nP_r = \frac{!n}{!(n-r)}, \quad {}^nP_r = \frac{!n}{!r}$$

$${}^nP_n = 1, \quad {}^nP_1 = n, \quad {}^1P_n = 1, \quad {}^nP_0 = 1$$

- ❏ في إحدى محافظات دولة الكويت ٨ صيدليات. يريد المسؤولون اختيار ٣ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي. بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الثلاث؟

$${}^3P_8 = \frac{!8}{!(3-8)} = \frac{6 \times 7 \times 8}{!3} = 56$$

- ❏ في محافظة أخرى ١٢ صيدلية والمطلوب اختيار ٤ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي. بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الأربع؟

$${}^4P_{12} = \frac{!12}{!(4-12)} = \frac{9 \times 10 \times 11 \times 12}{!4} = 495$$

- ❏ أراد مدير مدرسة تشكيل لجنة من ٨ طلاب للتحضير لاحتفال نهاية العام الدراسي. عليه اختيار ٤ من بين ١٨ مرشداً من الصف الثاني عشر ، و ٣ من بين ١٤ مرشداً من الصف الحادي عشر ، و ١ من بين ١١ مرشداً من الصف العاشر. بكم طريقة مختلفة يمكن للمدير تكوين اللجنة؟

$${}^1P_{11} \times {}^3P_{14} \times {}^4P_{18} = 11 \times \frac{!14}{!(3-14)} \times \frac{!18}{!(4-18)} = 11 \times 364 \times 3060 = 12202240$$

❶ في الصف الحادي عشر ٢٠ طالبًا ، وفي الصف العاشر ٢٤ طالبًا. أراد معلم الرياضة اختيار ٦ طلاب من الصف الحادي عشر و ٥ طلاب من الصف العاشر لتشكيل فريق كرة قدم. كم عدد الفرق التي بإمكانه تشكيلها ؟

$$\frac{!24}{!5 \times !(5-24)} \times \frac{!20}{!6 \times !(6-20)} = {}^{20}P_6 \times {}^{24}P_5$$

$$= 42004 \times 38760 =$$

$$1647400.40 =$$



حلّ كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢.

❶ ${}^{n+1}P_2 = {}^nP_2$

$${}^nP_2 = \frac{n(n-1)}{!2}$$

$$({}^n \div : n \neq 0) \quad {}^nP_2 = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{n-1}{2}$$

$$3 = 1 - n = n \quad \leftarrow \quad 4 = 1 + n$$

❶ ${}^{n+1}P_2 = {}^nP_2$

$${}^nP_2 = \frac{n(n-1)}{!2}$$

$$\frac{10}{1} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$20 = n(n-1)$$

$$4 \times 5 = n(n-1)$$

$$5 = n \therefore$$

❶ ${}^{n+1}P_2 = {}^nP_2$

$$24 = (2-n)(1-n)n$$

$$2 \times 3 \times 4 = (2-n)(1-n)n$$

$$4 = n \therefore$$

❶ ${}^{n+1}P_2 = {}^nP_2$

$$n \neq 0: \quad \frac{12}{\cancel{2}} = \frac{(1-n)\cancel{2}}{\cancel{2}}$$

$$12 = 1 - n$$

$$13 = 1 + 12 = n$$

صفوة معلم الكويت

$${}_2^3u = {}_3^2u \quad \text{Q}$$

$$(1-u)u = \frac{(2-u)(1-u)u}{!3}$$

$$6 = 1 \times 2 \times 3 = !3$$

$$\cdot \neq (1-u)u: \quad (1-u)u = \frac{(2-u)(1-u)u}{6}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{2-u}{6}$$

$$8 = 2 + 6 = u \quad \leftarrow \quad 6 = 2 - u$$

$$u = {}_2^3u \quad \text{Q}$$

$$u = \frac{(1-u)u}{!2}$$

$$(\cdot \neq u : u \div) \quad \cancel{u} = \frac{(1-u)\cancel{u}}{2}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1-u}{2}$$

$$3 = 1 + 2 = u \quad \leftarrow \quad 2 = 1 - u$$

$${}_4^2 = \frac{!(3+u)}{!(1+u)} \quad \text{Q}$$

$${}_4^2 = \frac{!(1+u)(2+u)(3+u)}{!(1+u)}$$

$$6 \times 7 = (2+u)(3+u)$$

$${}_4^2 = 3 - 7 = u \quad \leftarrow \quad 7 = 3 + u$$

$${}_4^2 = \frac{!u}{!(2-u)} \quad \text{Q}$$

$${}_4^2 = \frac{!(2-u)(1-u)u}{!(2-u)}$$

$${}_4^2 = u \quad \leftarrow \quad 3 \times {}_4^2 = (1-u)u$$





نظرية ذات الحدين

مثلث باسكال:

						١						الصف ٠
						١		١				الصف ١
					١		٢		١			الصف ٢
			١		٣		٣		١			الصف ٣
		١		٤		٦		٤		١		الصف ٤
	١		٥		١٠		١٠		٥		١	الصف ٥

أوجد الصف السادس من مثلث باسكال إذا علمت أن الصف الخامس هو:

١ ٥ ١٠ ١٠ ٥ ١

الصف السادس: ١ ٦ ١٥ ٢٠ ١٥ ٦ ١

أوجد مفكوك $(١+ب)^٦$ مستخدماً مثلث باسكال إذا علمت أن الصف الخامس هو:

١ ٥ ١٠ ١٠ ٥ ١

١ ٦ ١٥ ٢٠ ١٥ ٦ ١

$$\therefore (١+ب)^٦ = ١ + ٦ب + ١٥ب^٢ + ٢٠ب^٣ + ١٥ب^٤ + ٦ب^٥ + ب^٦$$

أوجد مفكوك $(١+ب)^٧$ مستخدماً مثلث باسكال

١ ٥ ١٠ ١٠ ٥ ١

١ ٦ ١٥ ٢٠ ١٥ ٦ ١

١ ٧ ٢١ ٣٥ ٣٥ ٢١ ٧ ١

الصف الخامس
الصف السادس
الصف السابع

$$\therefore (١+ب)^٧ = ١ + ٧ب + ٢١ب^٢ + ٣٥ب^٣ + ٣٥ب^٤ + ٢١ب^٥ + ٧ب^٦ + ب^٧$$

صفوة معلمي الكويت



$$(1+b)^n = \binom{n}{0} b^0 + \binom{n}{1} b^1 + \binom{n}{2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$

استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك (س+٣)°

$$\begin{aligned} (s+3)^0 &= \binom{0}{0} s^0 \times 3^0 + \binom{0}{1} s^1 \times 3^0 + \binom{0}{2} s^2 \times 3^0 + \dots + \binom{0}{n-1} s^{n-1} \times 3^0 + \binom{0}{n} s^n \times 3^0 \\ &= 1 \times s^0 \times 3^0 + 0 \times s^1 \times 3^0 + 0 \times s^2 \times 3^0 + \dots + 0 \times s^{n-1} \times 3^0 + 1 \times s^n \times 3^0 \\ &= 1 \times 1 + 0 + 0 + \dots + 0 + 1 \times 3 = 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك (س+٢)٦

$$\begin{aligned} (s+2)^6 &= \binom{6}{0} s^0 \times 2^6 + \binom{6}{1} s^1 \times 2^5 + \binom{6}{2} s^2 \times 2^4 + \binom{6}{3} s^3 \times 2^3 + \binom{6}{4} s^4 \times 2^2 + \binom{6}{5} s^5 \times 2^1 + \binom{6}{6} s^6 \times 2^0 \\ &= 1 \times s^0 \times 64 + 6 \times s^1 \times 32 + 15 \times s^2 \times 16 + 20 \times s^3 \times 8 + 15 \times s^4 \times 4 + 6 \times s^5 \times 2 + 1 \times s^6 \times 1 \\ &= 64 + 192s + 240s^2 + 160s^3 + 60s^4 + 12s^5 + s^6 \end{aligned}$$

أوجد مفكوك (٣س-٤)٣

$$\begin{aligned} (3s-4)^3 &= \binom{3}{0} (3s)^0 \times (-4)^3 + \binom{3}{1} (3s)^1 \times (-4)^2 + \binom{3}{2} (3s)^2 \times (-4)^1 + \binom{3}{3} (3s)^3 \times (-4)^0 \\ &= 1 \times 1 \times (-64) + 3 \times 3s \times 16 + 3 \times 9s^2 \times (-4) + 1 \times 27s^3 \times 1 \\ &= -64 + 144s - 108s^2 + 27s^3 \end{aligned}$$

أوجد مفكوك (٣س-٢)٤

$$\begin{aligned} (3s-2)^4 &= \binom{4}{0} (3s)^0 \times (-2)^4 + \binom{4}{1} (3s)^1 \times (-2)^3 + \binom{4}{2} (3s)^2 \times (-2)^2 + \binom{4}{3} (3s)^3 \times (-2)^1 + \binom{4}{4} (3s)^4 \times (-2)^0 \\ &= 1 \times 1 \times 16 + 4 \times 3s \times (-8) + 6 \times 9s^2 \times 4 + 4 \times 27s^3 \times (-2) + 1 \times 81s^4 \times 1 \\ &= 16 - 96s + 216s^2 - 216s^3 + 81s^4 \end{aligned}$$

صفوة معلمى الكويت



الحد الذي ترتيبه $r+1$ يرمز له بالرمز $ج_{r+1} = ٥ ق_{٥-٥} ب_{٥} ر$

أوجد الحد الثالث في مفكوك $(٢س+ص)^٥$

$$ج_{r+1} = ٥ ق_{٥-٥} ب_{٥} ر$$

$$٥ = ن$$

$$٢ = س$$

$$ب = ص$$

$$٢ = ر$$

$$\therefore ج_٢ = ٥ ق_{٥-٢} ب_٢ س^٢ = ٥ ق_٣ ب_٢ س^٢ = \frac{٥!}{٣!٢!(٥-٣)} \times ٢^٣ \times ٢ \times ٢ =$$

$$= ٨ \times ١٠ \times ٢ \times ٢ =$$

$$٨٠ س^٣ ص^٢$$

أوجد الحد السادس في مفكوك $(س+٢ص)^٧$

$$ج_{r+1} = ٧ ق_{٧-٥} ب_{٧} س$$

$$٧ = ن$$

$$٢ = س$$

$$ب = ٢ص$$

$$٥ = ر$$

$$\therefore ج_٥ = ٧ ق_{٧-٥} ب_٥ س^٢ = ٧ ق_٢ ب_٥ س^٢ = \frac{٧!}{٢!٥!(٧-٢)} \times ٢^٥ \times ٢ \times ٢ =$$

$$= ٢١ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ =$$

$$٦٧٢ س^٢ ص^٥$$

صفوة معلمى الكويت

❶ في مفكوك (٣-٢) ^٨ أوجد معامل س^٥

$$ج ر + ١ = ٥ - ٢ - ٣$$

$$٨ = ٥$$

$$٣ = ١$$

$$٢ = ٣$$

$$٩ = ٣$$

$$ج ر + ١ = ٨ - ٣ (٣) - ٢ (٢) = ٨ - ٣ - ٢$$

$$٣ = ٨ - ٥ = ٣$$

$$ج ر + ١ = ٨ - ٣ (٣) - ٢ (٢) = ٨ - ٣ - ٢$$

$$٣ (٢) \times ٥ \times ٣ \times \frac{!٨}{!٣ \times ! (٣ - ٨)} =$$

$$٣ (٢) \times ٥ \times ٣ \times ٥٦ =$$

$$٥٨٨٦٤ = ١٠$$

$$\therefore \text{معامل س} = ٥٨٨٦٤$$

❶ في مفكوك (٣-٢) ^٨ أوجد معامل س^٦

$$ج ر + ١ = ٥ - ٢ - ٣$$

$$٨ = ٥$$

$$٣ = ١$$

$$٢ = ٣$$

$$٩ = ٣$$

$$ج ر + ١ = ٨ - ٣ (٣) - ٢ (٢) = ٨ - ٣ - ٢$$

$$٢ = ٨ - ٥ = ٣$$

$$ج ر + ١ = ٨ - ٣ (٣) - ٢ (٢) = ٨ - ٣ - ٢$$

$$٢ (٢) \times ٦ \times ٣ \times \frac{!٨}{!٢ \times ! (٢ - ٨)} =$$

$$٢ (٢) \times ٦ \times ٣ \times ٢٨ =$$

$$٨١٦٤٨ = ٦$$

$$\therefore \text{معامل س} = ٨١٦٤٨$$

صفوة معلمي الكويت



التجربة العشوائية وفضاء العينة

❗ في تجربة رمي حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين.

▪ اكتب عناصر فضاء العينة.

٦	٥	٤	٣	٢	١	ف
(٦١)	(٥١)	(٤١)	(٣١)	(٢١)	(١١)	١
(٦٢)	(٥٢)	(٤٢)	(٣٢)	(٢٢)	(١٢)	٢
(٦٣)	(٥٣)	(٤٣)	(٣٣)	(٢٣)	(١٣)	٣
(٦٤)	(٥٤)	(٤٤)	(٣٤)	(٢٤)	(١٤)	٤
(٦٥)	(٥٥)	(٤٥)	(٣٥)	(٢٥)	(١٥)	٥
(٦٦)	(٥٦)	(٤٦)	(٣٦)	(٢٦)	(١٦)	٦

▪ كم عدد النواتج الممكنة؟

$$ن(ف) = ٣٦$$

❗ في الكيس الأول ٥ كرات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٥ وفي الكيس الثاني ٥ كرات متماثلة مرقمة من ٦ إلى ١٠ سحبت عشوائيًا كرة من الكيس الأول ثم سحبت كرة من الكيس الثاني.

▪ اكتب كل عناصر فضاء العينة.

١٠	٩	٨	٧	٦	ف
(١ ٠١)	(٩ ١)	(٨ ١)	(٧ ١)	(٦ ١)	١
(١ ٠٢)	(٩ ٢)	(٨ ٢)	(٧ ٢)	(٦ ٢)	٢
(١ ٠٣)	(٩ ٣)	(٨ ٣)	(٧ ٣)	(٦ ٣)	٣
(١ ٠٤)	(٩ ٤)	(٨ ٤)	(٧ ٤)	(٦ ٤)	٤
(١ ٠٥)	(٩ ٥)	(٨ ٥)	(٧ ٥)	(٦ ٥)	٥

▪ كم عدد النواتج الممكنة؟

$$ن(ف) = ٢٥$$



الحدث

الحدث: هو مجموعة جزئية من فضاء العينة وقد يساويه.

أنواع الحدث

- الحدث البسيط يحتوي على عنصر واحد.
- الحدث المركب يحتوي على أكثر من عنصر.
- الحدث المستحيل هو مجموعة جزئية خالية من فضاء العينة ϕ أو $\{\}$.
- الحدث المؤكد هو مجموعة جزئية من فضاء العينة Ω ويساويه.

في تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية منتظمة ثلاث مرّات متتالية، أوجد:

١. فضاء العينة (ف).

$$\Omega = \{(ص، ص، ص)، (ص، ص، ل)، (ص، ل، ص)، (ص، ل، ل)، (ل، ص، ص)، (ل، ص، ل)، (ل، ل، ص)، (ل، ل، ل)\}$$
$$n(\Omega) = 8$$

٢. الحدث أ: "ظهور صورتين وكتابة".

$$A = \{(ص، ص، ل)، (ص، ل، ص)، (ل، ص، ص)\}$$

٣. الحدث ب: "ظهور ثلاث صور".

$$B = \{(ص، ص، ص)\}$$

٤. الحدث ج: "ظهور صورة واحدة على الأقل".

$$C = \{(ص، ص، ص)، (ص، ص، ل)، (ص، ل، ص)، (ل، ص، ص)، (ل، ل، ص)، (ل، ص، ل)، (ل، ل، ص)، (ل، ل، ل)\}$$

٥. الحدث د: "ظهور صورة واحدة على الأكثر".

$$D = \{(ل، ل، ل)، (ل، ل، ص)، (ل، ص، ل)، (ل، ص، ص)، (ل، ل، ل)، (ل، ل، ص)، (ل، ص، ل)، (ل، ص، ص)\}$$

٦. الحدث هـ: "ظهور كتابتين وصورة".

$$E = \{(ل، ل، ص)، (ل، ص، ل)، (ل، ص، ص)\}$$

٧. الحدث ز: "ظهور كتابة واحدة على الأقل".

$$Z = \{(ص، ص، ل)، (ص، ل، ص)، (ل، ص، ص)، (ل، ل، ص)، (ل، ص، ل)، (ل، ل، ص)، (ل، ل، ل)\}$$



تعيين احتمالات الأحداث

احتمال وقوع الحدث

إذا كان حدث في فضاء عينة F (منته وغير خال) لتجربة عشوائية نتائجها لها فرص الظهور نفسها، فإن احتمال وقوع الحدث هو:

$$P(A) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } (A)}{\text{عدد نواتج فضاء العينة } (F)} = \frac{n(A)}{n(F)}$$

$n(A)$ عدد عناصر الحدث $n(F)$ عدد عناصر فضاء العينة

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن A حدثاً في فضاء العينة فضاء عينة F (منتهيا وغير خال) فإن:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- إذا كان $A = \emptyset$ ويسمى بالحدث المستحيل
- إذا كان $A = F$ فإن $P(A) = 1$ ويسمى بالحدث المؤكد

• ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائياً مكون من 0 أرقام مختلفة من عناصر المجموعة $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

بفرض الحدث هو (A)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(F)} = \frac{3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{360}{2401}$$

• ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائياً مكون من 7 أرقام مختلفة؟

بفرض الحدث هو (B)

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(F)} = \frac{720}{117649} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}$$





الأحداث المتنافية



تذكر

من خواص الاحتمالات:

بفرض A, B حدثين من فضاء عينة فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

الحدثان المتنافيان

بفرض A, B حدثين متنافيان فإن: $A \cap B = \emptyset$ ، $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

❗ إذا كان الحدثان A, B متنافيين. أوجد $P(A \cup B)$ في كل مما يلي:

$$P(A) = 0.6, P(B) = 0.2$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.6 + 0.2 - 0$$

$$= 0.8$$

$$P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.4 + 0.3 - 0$$

$$= 0.7$$

❗ تختار منها عشوائيًا عددًا بين الصفر و ٩. ما احتمال أن تختار منها عددًا أكبر من ٦ أو عددًا أصغر من ٣ ؟

$$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{0, 1, 2\} \quad B = \{7, 8, 9\}$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{3}{10} - 0$$

$$= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

❗ في تجربة إلقاء حجر نرد. ما احتمال الحدث "الحصول على عدد أصغر من ٢ أو من مضاعفات العدد ٣ ؟

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1\} \quad B = \{3, 6\}$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{2}{6} - 0$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

صفوة معلمى الكويت

متعم الحدث

متعم الحدث $\bar{A}$ ويرمز له بالرمز $\bar{A}$

إذا كانت A حدثاً ، فإن احتمال عدم حدوث A هو $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين
أوجد احتمال الحصول على عددين مختلفين.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

بفرض الحدث A هو الحصول على عددين
مختلفين بالتالي متعم $\bar{A}$ هو الحصول على
عددين متساويين

$$\bar{A} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{6}{36} = \frac{P(\bar{A})}{P(A)} = P(\bar{A})$$

$$\therefore P(\bar{A}) = P(A) - 1 = \frac{1}{6} - 1 = -\frac{5}{6}$$

في تجربة رمي حجر نرد منتظم، إذا كان الحدث A
"ظهور عدد أكبر من أو يساوي 0"
أوجد ما يلي:

$$P(A) \quad P(\bar{A})$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\bar{A} = \{0\}$$

$$P(A) = \frac{P(A)}{P(A)} = \frac{6}{6} = 1$$

$$P(\bar{A}) = P(A) - 1 = 1 - 1 = 0$$

الحدثان المستقلان

إذا كان A, B حدثين مستقلين، فإن احتمال وقوعهما معاً هو: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
بالتالي: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

إذا كان الحدثان A, B مستقلين. أوجد $P(A \cap B)$ في كل مما يلي:

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} =$$

$$P(A) = 0.3, \quad P(B) = 0.4$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$0.3 \times 0.4 =$$

$$0.12 =$$



❶ إذا كان الحدثان م ، ن مستقلين في فضاء العينة ف حيث $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ فأوجد كلا مما يلي:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$$

❷ يلعب إبراهيم ويوسف لعبة رمي السهم. احتمال أن يصيب إبراهيم الهدف يساوي $\frac{2}{5}$ واحتمال أن يصيب يوسف الهدف يساوي $\frac{1}{3}$ رمى كل منهما سهماً على الهدف، ما احتمال:

- أن يصيب كل من إبراهيم ويوسف الهدف؟

$$P(A) = \frac{2}{5} \quad P(B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

- إصابة الهدف؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{15} = \frac{3}{5}$$

- عدم إصابة الهدف؟

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

❸ إذا كان احتمال نجاح راشد في الاختبار $\frac{2}{5}$ ، واحتمال نجاح سعد في نفس الاختبار $\frac{1}{3}$ فما احتمال أن ينجح معاً في نفس الاختبار؟

نجاح أحدهما لا يؤثر على نتيجة الآخر، بالتالي الحدثان مستقلان

بفرض حدث نجاح راشد (ر) وحدث نجاح سعد (س) بالتالي: $P(R) = \frac{2}{5}$ ، $P(S) = \frac{1}{3}$

احتمال نجاحهما معاً هو: $P(R \cap S) = P(R) \times P(S) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

صفوة معلم الكويت



تمارين إضافية:

❶ إذا كان الحدثان A ، B متنافيين في فضاء العينة Ω حيث $P(A) = 0,4$ ، $P(B) = 0,35$ ، فأوجد ما يلي:

$$P(\overline{A}) ، P(\overline{B}) ، P(A \cap B) ، P(A \cup B) ، P(\overline{A \cup B})$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,35 = 0,65$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,35 - 0 = 0,75$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,75 = 0,25$$

❷ إذا كان الحدثان A ، B من فضاء العينة Ω حيث: $P(A) = 0,4$ ، $P(B) = 0,3$ ، $P(A \cap B) = 0,25$ أوجد مايلي: $P(\overline{A \cap B})$ ، $P(A \cup B)$ ، $P(\overline{A \cup B})$

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,25 = 0,75$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,3 - 0,25 = 0,45$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,45 = 0,55$$

❸ إذا كان الحدثان M ، N في فضاء العينة Ω حيث: $P(\overline{M}) = \frac{1}{3}$ ، $P(\overline{N}) = \frac{1}{4}$ ، $P(\overline{M \cap N}) = \frac{1}{5}$ فأوجد: $P(M \cap N)$

$$P(M \cap N) = P(M) + P(N) - P(M \cup N) \leftarrow P(M) = 1 - P(\overline{M}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(N) = 1 - P(\overline{N}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(M \cup N) = 1 - P(\overline{M \cup N}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore P(M \cap N) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} = \frac{37}{60}$$

صفوة معلمى الكويت

❏ إذا كان $P \cup Q = \frac{7}{10}$ ، $P = \frac{1}{5}$ ، $P \cap Q = 0$ ، فأوجد: P

$$P \cup Q = P - (P \cap Q) + (P \cap Q) + Q = P + Q$$

$$0 - (P) + \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{5} - \frac{7}{10} = P \leftarrow$$

❏ إذا كان A ، B حدثين متنافيين من فضاء العينة S حيث: $P(\bar{A}) = 0,3$ ، $P(B) = 0,25$ ، أوجد:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,25 = 0,75$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,7 + 0,25 = 0,95$$

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0 = 1$$

❏ إذا كان الحدثان A ، B من فضاء العينة S حيث: $P(\bar{A}) = 0,45$ ، $P(B) = 0,32$ ، $P(A \cap B) = 0,18$ ، أوجد مايلي:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,45 = 0,55$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,32 = 0,68$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,55 + 0,32 - 0,18 = 0,69$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,69 = 0,31$$

❏ إذا كان الحدثان M ، N في فضاء العينة S حيث: $P(M) = 0,25$ ، $P(N) = 0,45$ ، $P(N \cup M) = 0,7$ ،

فأوجد: $P(M \cap N)$ ماذا تستنتج؟

$$P(M \cap N) = P(M) + P(N) - P(N \cup M) = 0,25 + 0,45 - 0,7 = 0$$

نستنتج أن الحدثين متنافيان

صفوة معلمى الكويت

التمارين الموضوعية

ظل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. قيمة المقدار $10!$ هي ٣٦٢٨٨٠٠

(أ) (ب)

٢. قيمة المقدار 10×14 هي ٣٦٠

(أ) (ب)

٣. قيمة المقدار 2^8 هي ٣٦٠

(أ) (ب)

٤. قيمة المقدار $3^5 \times 3^0$ هي ١٥

(أ) (ب)

٥. $2^0 = 2 \times 2^0$

(أ) (ب)

٦. مفكوك (ج + د) هو $ج^٥ + ج^٤ د + ج^٣ د^٢ + ج^٢ د^٣ + ج د^٤ + د^٥$

(أ) (ب)

٧. إذا كان الحد $١٢٦ ج^٤ د^٥$ أحد حدود مفكوك (ج + د)^ن، فإن قيمة ن هي ٥

(أ) (ب)

٨. إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك (س + ر)^ن هو ٧ فإن قيمة ن هي ٦

(أ) (ب)

٩. الحد الثاني من (س + ٣)^٩ هو ٥٤س^٨

(أ) (ب)

١٠. (اختيار لون السيارة عشوائياً واختيار نوع الإطارات عشوائياً) هما حدثان مستقلان.

(أ) (ب)

١١. بفرض أن الحدثين م، ن مستقلان $٢/١٧ = P(م)$ ، $٣/٨ = P(ن)$ ، إذاً $P(م \cap ن) = ٩/١٧$

(أ) (ب)

١٢. في تجربة إلقاء نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على العدد ٤ أو عدد زوجي يساوي $١/٢$

(أ) (ب)

ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

١٣. قيمة المقدار $\frac{10!}{17!3}$ هي:

۱. $\odot$ ۱۲. $\odot$ $\frac{1}{12}$ $\odot$ $\frac{1}{21}$ $\odot$

١٤. قيمة المقدار ٦٤×١٠٠٠ هي:

۲۱. Ⓐ ۲,۵ Ⓑ ۷۵۶. Ⓒ ۷۵۶.. Ⓓ

١٥. قيمة المقدار هي:

- 735 ① 10 ② 5,184 ③ 18 ④

١٦. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ لاعبين لفريق كرة السلة من بين ١٢ لاعباً إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهماً؟

- 114.480. (د) 392 (ج) 4702. (ب) 90.4. (ا)

١٧. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٣ أعلام من مجموعة من ٧ أعلام مختلفة؟

۲۴. د
۸۴. د
۳۵. ب
۲۱. ا

۱۸. مفکوک (۲-ب) ۳ هو:

- $$\begin{array}{ll} {}^3\text{ب} + {}^2\text{ب}^3 + \text{ب}^2\text{ب}^3 + {}^3\text{ب} & \textcircled{\text{ب}} \\ {}^3\text{ب} - {}^2\text{ب}^3 + \text{ب}^2\text{ب}^3 - {}^3\text{ب} & \textcircled{\text{د}} \end{array} \qquad \begin{array}{ll} {}^3\text{ب} + {}^2\text{ب}^3 + \text{ب}^2\text{ب} + {}^3\text{ب} & \textcircled{\text{ا}} \\ {}^3\text{ب} - {}^2\text{ب}^3 + \text{ب}^2\text{ب} - {}^3\text{ب} & \textcircled{\text{ج}} \end{array}$$

١٩. الحد الثالث في مفكوك (ب-ب) هو:

- ۲۰۱۷-ب (ب)
 ۲۰۲۱-ب (د)
- ۲۰۲۱-ب (i)
 ۲۰۱۷-ب (a)

٢٠. معامل جء في مفكوك (ج٢ - ب٤) ° هو:

512. (a) 320. (a) 206. (b) 128. (i)

٢١. إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، حيث $P(M) = \frac{1}{3}$ ، $P(N) = \frac{9}{10}$ فإن $P(M \cap N)$ تساوي:

- Ⓐ $\frac{3}{24}$ Ⓑ $\frac{25}{48}$ Ⓒ $\frac{3}{10}$ Ⓓ $\frac{11}{48}$

٢٢. إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين، حيث $P(E) = \frac{3}{5}$ ، $P(T) = \frac{1}{3}$ فإن $P(E \cup T)$ تساوي:

- Ⓐ $\frac{1}{5}$ Ⓑ $\frac{14}{15}$ Ⓒ $\frac{4}{15}$ Ⓓ صفر

٢٣. إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين، حيث $P(E) = \frac{1}{7}$ ، $P(T) = 60\%$ فإن $P(E \cup T)$ تساوي:

- Ⓐ $\frac{6}{70}$ Ⓑ 42% Ⓒ $\frac{16}{35}$ Ⓓ $\frac{26}{35}$

٢٤. في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

- Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $\frac{5}{6}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ ١

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
الإجابة	أ	ب	ب	أ	أ	أ	ب	ب	ب	أ	ب	أ
السؤال	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤
الإجابة	ج	أ	أ	أ	ب	د	د	ج	ج	ب	د	ب



تدرب وتفوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

