

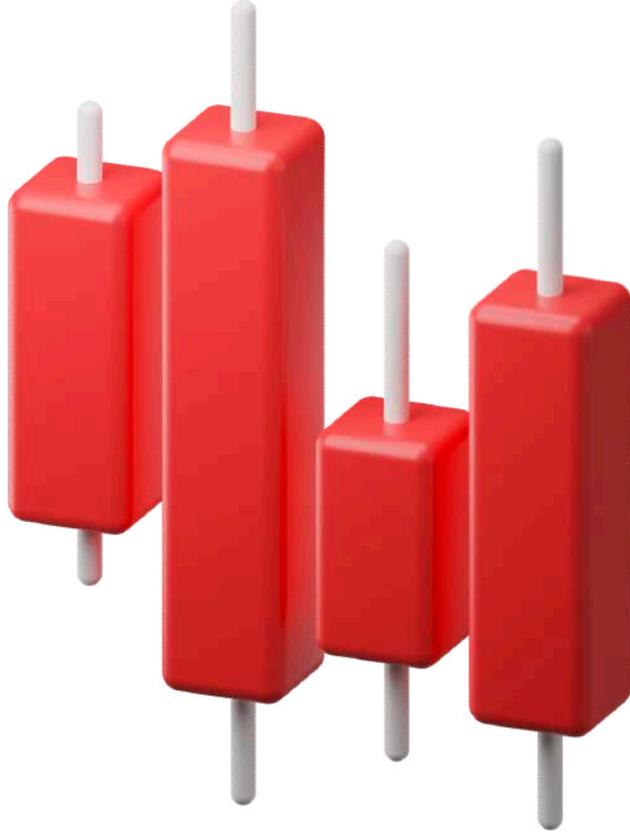
الإحصاء ٤

غير مطولة

الكورس الثاني ✦ 2025 – 2026

11

UULA.COM



الإحصاء

غير محلولة

الكورس الثاني ✦ 2025 – 2026

11

صفحة 11
UULA.COM

حقق هدفك الدراسي

ريح بالك وارفع مستوى دراستك مع المذكرة الشاملة والفيديوهات التي تشرحها والاختبارات التي تدربك في منصة علا



**نخبة المعلمين يجابونك
بأسرع وقت**

ما فهمت؟ تواصل مع أقوى
المعلمين واحصل على شرح
لسؤالك

**دروس يشرحها أقوى
معلمي الكويت**

فيديوهات مبسطة قصيرة تشرح
لك كل شيء خطوة بخطوة

**تفوق في القصير والفايل
مع نماذج اختبارات سابقة**

نماذج اختبارات سابقة مشروحة
بالكامل تجهزك لاختبارتك



اكتشف عالم التفوق مع منصة علا

لتشترك بالمادة وتستمع بالشرح المميز صور
أو اضغط على رمز QR

المعلق



هذه المذكرة تغطي المادة كاملة.

في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنكم مسح رمز QR للتأكد من المقرر.



المنقذ



أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ موجودا!

صور ال QR بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت تستخدم المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو يشرح لك.



قائمة المحتوى

04

وصف البيانات

[1](#)
[3](#)
[5](#)
[10](#)
[13](#)
[15](#)
[16](#)

[الوسيط والربيعات من جدول تكراري](#)
[الوسيط والربيعات من جدول فئات](#)
[اللاتواء](#)
[مقاييس التشتت وتطبيقاتها](#)
[التوزيع الطبيعي](#)
[القيمة المعيارية](#)
[التمارين الموضوعية](#)

05

الاحتمال

[18](#)
[23](#)
[27](#)
[29](#)
[30](#)
[31](#)
[31](#)
[35](#)

[مبدأ العد والتبادل والتوافق](#)
[نظرية ذات الحدين](#)
[التجربة العشوائية وفضاء العتنة](#)
[تعيين احتمالات الأحداث](#)
[الأحداث المتنافية](#)
[متمم الحدث](#)
[الحدثان المستقلين](#)
[التمارين الموضوعية](#)





الوسيط والربيعات من جدول تكراري

يمثل الجدول التكراري التالي معدل أجر الموظفين بالدينار الكويتي مقابل كل ساعة عمل في بعض الشركات.

معدل الأجر	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
التكرار	٢	٢	٢	٣	٢	٢	١٣

رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعديًا.

أوجد الوسيط (٢٢)

أوجد الربيع الأدنى (١٢) ، والربيع الأعلى (٣٢)

مثل هذه القيم بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

يمثل الجدول التكراري التالي مبيعات أحد المتاجر في أحد الأيام لأنواع مختلفة من ساعات اليد بالدينار الكويتي.

سعر الساعة	٥٠	٦٥	٧١	٩٥	١٢٠	المجموع
التكرار	٤	٢	٣	٥	٢	١٦

رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعديًا.

أوجد الوسيط لهذه البيانات (٢٢)

صفوة معلمى الكويت

▪ أوجد الربيع الأدنى (ر_١) ، والربيع الأعلى (ر_٣)

▪ مثل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.



صفوة معلم الكويت



الوسيط والربيعات من جدول فئات

حساب الوسيط للفئات:

$$\text{الوسيط (٢٢)} = \text{الحد الأدنى لفئة الوسيط} + \frac{\frac{n}{2} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$$

$$\text{الربيع الأدنى (١٢)} = \text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى} + \frac{\frac{n}{4} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$$

$$\text{الربيع الأعلى (٣٢)} = \text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى} + \frac{\frac{3n}{4} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$$

يمثل الجدول التالي أعمار سكان أحد الأبنية بالسنوات

الفئة	-٠	-١٥	-٣٠	-٤٥	المجموع
التكرار	٤	٧	٦	٣	٢٠

كۆن جدول التكرار المتجمع الصاعد.

أوجد الوسيط حسابياً.

صفوة معلمى الكويت

المجموع	-٢٥	-٢٠	-١٥	-١٠	-٥	الفئة
٣٢	٤	٥	٨	٦	٩	التكرار

- المطلوب إيجاد كل من:
- جدول التكرار المتجمع الصاعد.



- الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

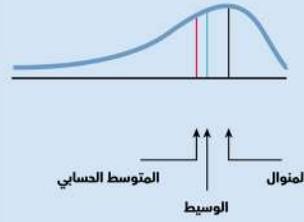
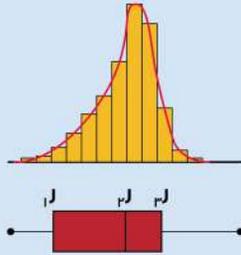


صفوة معلمي الكويت

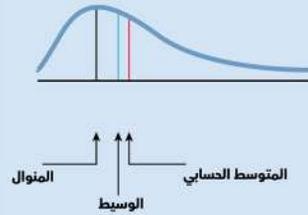
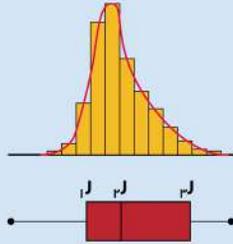


الربط بين مقياس النزعة المركزية والالتواء:

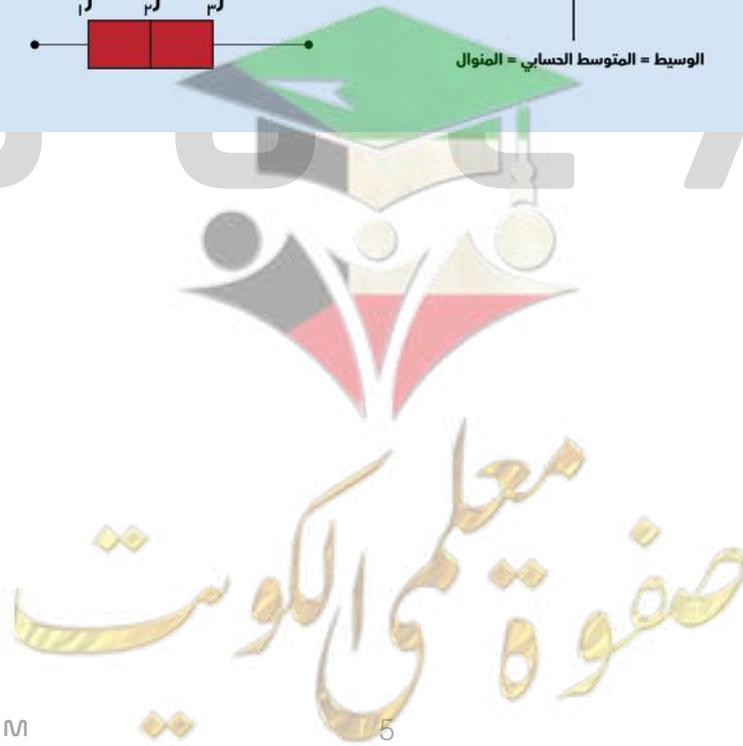
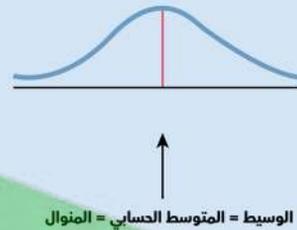
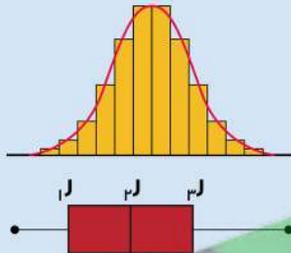
الالتواء إلى اليسار (السالب): يكون فيه المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي



الالتواء إلى اليمين (الموجب): يكون فيه المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي



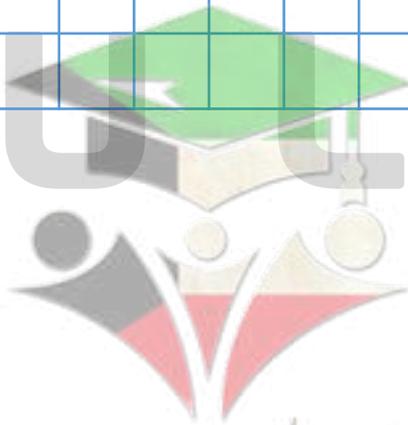
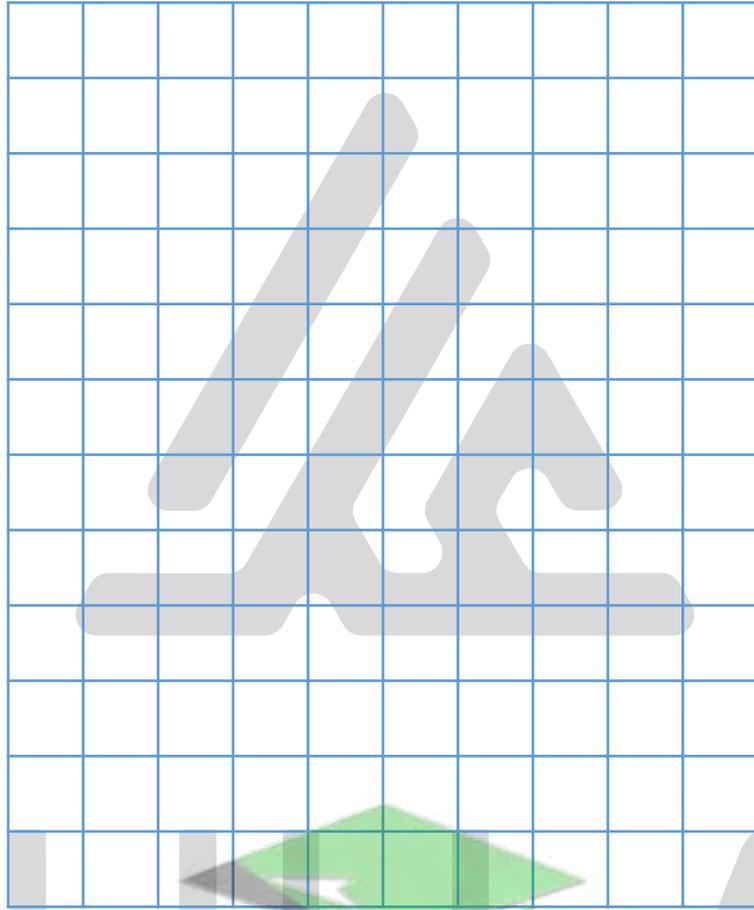
متماثل (لا يوجد التواء) يكون المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي



٥ بيّن الجدول أدناه أوزان ٣٠ طالبًا بالكيلوجرام.

الفئة	-٥٥	-٦٠	-٦٥	-٧٠	-٧٥	-٨٠	المجموع
التكرار	٢	٥	٧	١٠	٥	١	٣٠

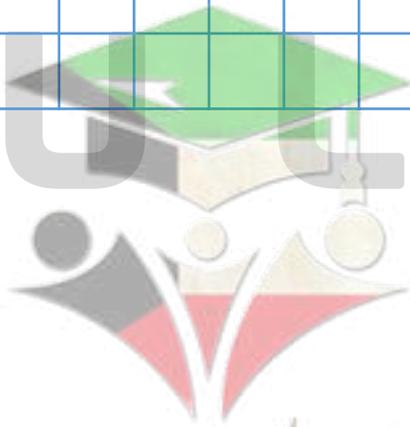
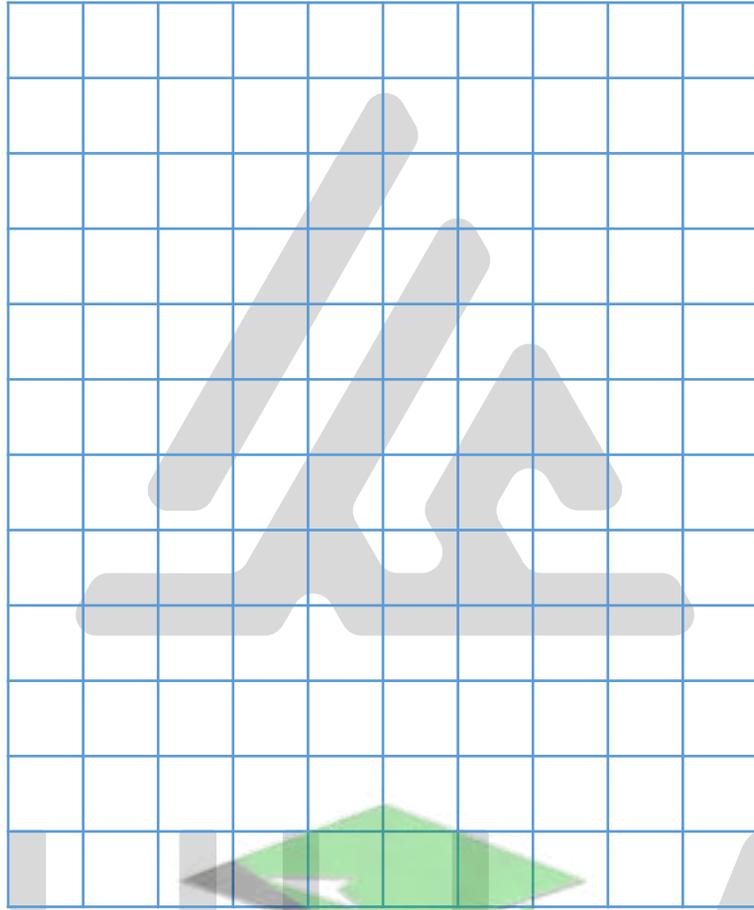
- مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.
- هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.



صفوة معلمى الكويت

المجموع	-18	-16	-14	-12	-10	-8	-6	الفئة
٣٠	١	٢	٥	٧	٩	٤	٢	التكرار

- مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.
- هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.



صفوة معلمي الكويت



تمثل البيانات التالية درجات الحرارة في بعض مدن العالم:

°٢٤ , °٢٠ , °٢٢ , °٣٥ , °٣٧ , °٣٤ , °٤٠ , °٣٧ , °٣٠

احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه البيانات.

هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.

٢٥ شخص يتابعون حدثًا معينًا ، أعمارهم موزعة كالتالي:

٣, ٣, ٤, ٤, ٤, ٤, ٦, ٦, ٦, ٦, ٦, ٦, ٧, ٧, ٧, ٧, ٨, ١٦, ١٧, ١٨, ١٩, ٢٢, ٢٢, ٢٥

أوجد كلا من المنوال، المتوسط الحسابي والوسيط؟

هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه.

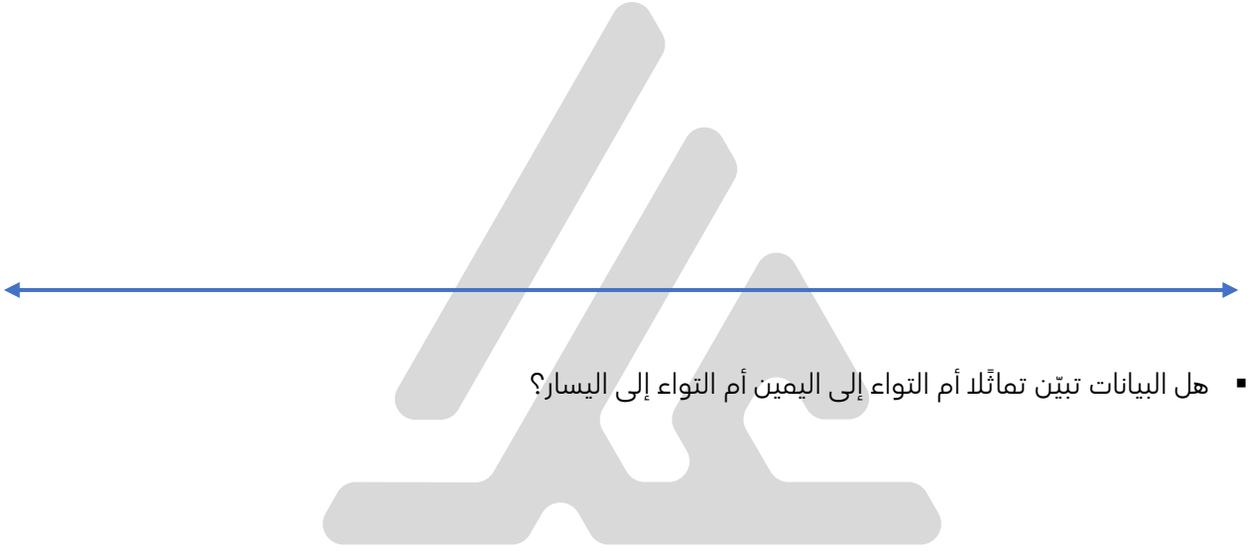
صفوة معلمى الكويت



في البيانات التالية: ١٢٢ , ١١٧ , ١١٣ , ١٠٩ , ١٠٥ , ٩٨ , ٩٦ , ٩٠ , ٨٦ , ٨٠ , ٧٩ , ٧٦ , ٧٢ , ٦٦ , ٦٤ , ٥٩ , ٥٢ , ٤٨ , ٤٥

احسب الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى.

ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.



هل البيانات تبين تماثلاً أم التواء إلى اليمين أم التواء إلى اليسار؟



صفوة معلمى الكويت

مقاييس التشتت وتطبيقاتها



مقاييس التشتت:

- المدى = القيمة العظمى - القيمة الصغرى
 - نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{4}$
 - التباين: $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$
 - الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$
- حيث: \bar{x} = المتغير، \bar{x} = المتوسط الحسابي، n عدد القيم في حالة تكرار القيم في البيانات يكون لدينا:

- التباين: $\sigma^2 = \frac{\sum_{r=1}^m (x_r - \bar{x})^2 \cdot t_r}{\sum_{r=1}^m t_r}$

- الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^m (x_r - \bar{x})^2 \cdot t_r}{\sum_{r=1}^m t_r}}$

حيث t_r = عدد تكرار المتغير x_r

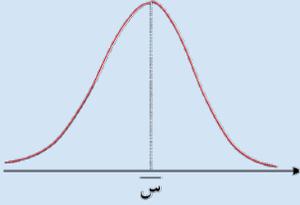
- لنأخذ البيانات: ٢، ٤، ٥، ٦، ٦، ٧، ٧، ٧، ٨، ٨
- أوجد المدى، الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى لهذه البيانات.
- أوجد نصف المدى الربيعي.

صفوة معلمى الكويت



التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي هو توزيع البيانات بشكل مماثل حول المتوسط الحسابي والمنحنى التكراري الذي يمثل هذه البيانات يأخذ شكل الجرس كما هو في الشكل التالي:

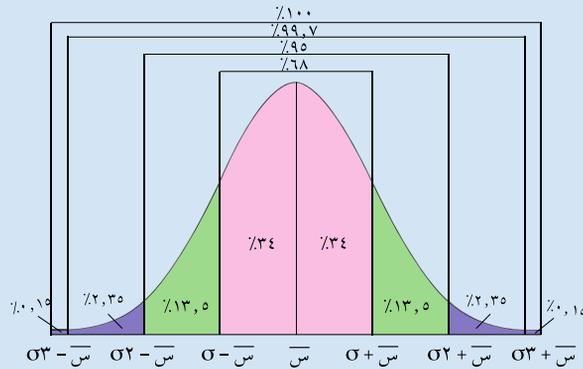


من خواص منحنى التوزيع الطبيعي:

أن يكون على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول المتوسط الحسابي.
أن تتساوى فيه قيم المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
أن ينحدر طرفاه تدريجياً ويمتدان إلى ما لا نهاية ولا يلتقيان مع المحور الأفقي أبداً.

القاعدة التجريبية

تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقع إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة عددها $(n > 30)$



- حوالي 68% من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\sigma - \bar{x}, \sigma + \bar{x}]$
- حوالي 95% من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\sigma_2 - \bar{x}, \sigma_2 + \bar{x}]$
- حوالي 99,7% من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\sigma_3 - \bar{x}, \sigma_3 + \bar{x}]$

• لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها ٤٧٥ دينارًا بانحراف معياري ١١٥ دينارًا

▪ طبق القاعدة التجريبية.

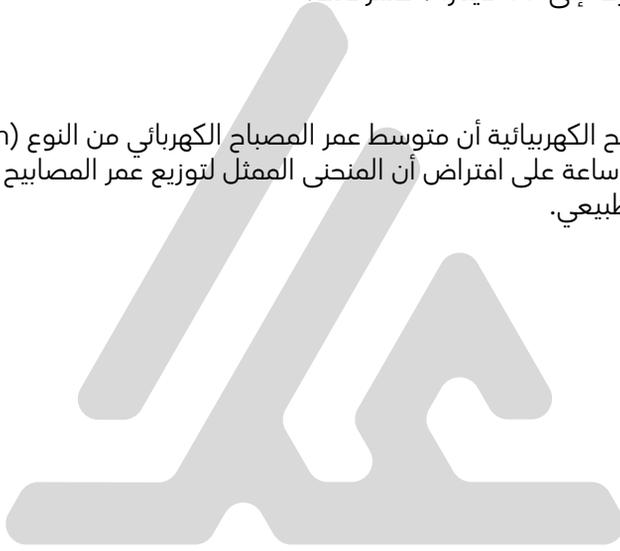
▪ هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى ٧٥٠ دينارًا؟ فسر ذلك.

- لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها ٣٥٠ دينارًا بانحراف معياري ١١٠ دينارًا
- طَبِّق القاعدة التجريبية.

- هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى ٦٩٠ دينارًا؟ فسّر ذلك.

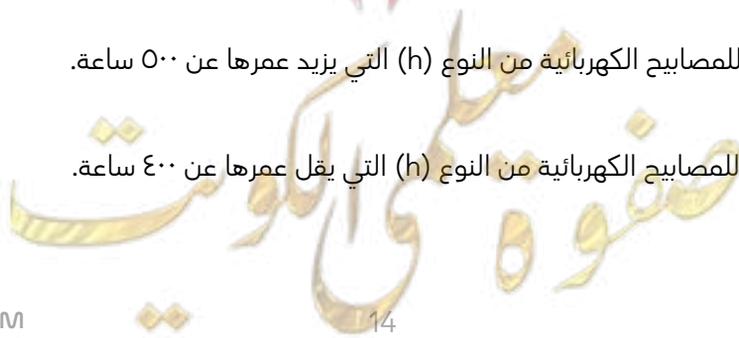


- يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (h) هو ٧٠٠ ساعة بانحراف معياري ١٠٠ ساعة على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.
- طَبِّق القاعدة التجريبية.



- أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (h) التي يزيد عمرها عن ٥٠٠ ساعة.

- أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (h) التي يقل عمرها عن ٤٠٠ ساعة.





القيمة المعيارية

هو مؤشر يدل على انحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي وذلك باستخدام الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. إذا كان المطلوب مقارنة قيمتين لمفردتين مختلفتين تنتمي كل منهما إلى مجموعة محددة فإنه لا يكفي إحصائياً.

$$\text{القيمة المعيارية (ق)} = \frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{\bar{س} - س}{\sigma}$$

جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 10 حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3,8 وفي مادة الكيمياء 10 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7,8 ما القيمة المعيارية للدرجة 10 مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

يسكن خالد في المدينة (أ) حيث إن طول قامته 180 سم والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174 سم مع انحراف معياري 12 سم. أما صالح فيسكن في المدينة (ب) حيث إن طول قامته 172 سم والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 160 سم مع انحراف معياري 10. أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

صفوة معلمى الكويت

التمارين الموضوعية

ظل **أ** إذا كانت العبارة صحيحة و **ب** إذا كانت العبارة خاطئة.

1. في البيانات التالية: ٣، ٨، ١٢، ١٥، ٢٠ نصف المدى الربيعي هو ١٧
 أ ب
2. في البيانات التالية: ٣٠٨، ٣١٤، ٣١٦، ٣١٧، ٣٢١، ٣٢١، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦، ٣٢٦، ٣٢٧، ٣٣٢ الربيع الأدنى هو ٣١٦,٥
 أ ب
3. إذا كان الانحراف المعياري لمجموعه من القيم هو ٤ فإن التباين هو ٢
 أ ب
4. إذا كان المتوسط الحسابي لعينة ما يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٢ والمنحنى على شكل جرس فإن ٩٥% من القيم تقع في [١٦، ٢٤]
 أ ب
5. في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x} = ١٤$ والانحراف المعياري $\sigma = ٤$ فإن القيمة المعيارية لـ ١٦ هي $١/٢$
 أ ب
6. في التوزيع الطبيعي الفترة $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ تحتوي على ٩٥% من قيم البيانات
 أ ب
7. في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x} = ١٢$ القيمة المعيارية لـ $\sigma = ١٥$ هي $٠,٤$ فإن الانحراف المعياري $\sigma = ٧,٥$
 أ ب

ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

8. إذا كانت القيمة المعيارية لـ $\sigma = ١٨$ من مجموعات بيانات هي $٠,٧٥$ والانحراف المعياري $\sigma = ٨$ فإن المتوسط الحسابي \bar{x} يساوي:
 أ ٢٤ ب ١٢ ج ١٢- د ٢٤-

صفوة معلمى الكويت

٩. وسيط البيانات التالية: ٥٠, ١, ١٠, ١٥, ٥, ١٠, ١٠, ٢٠, ٢٥, ١٥ هو:

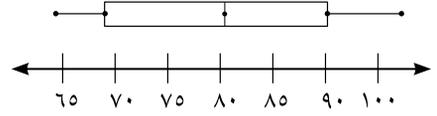
٢٠ (د)

١٥ (ج)

١٢,٥ (ب)

١٠ (أ)

١٠. من خلال مخطط الصندوق ذي العارضتين التالي، قيمة الربيع الأعلى هي:



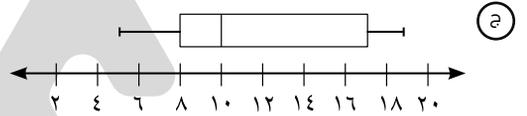
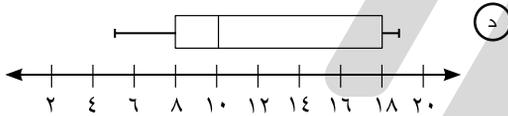
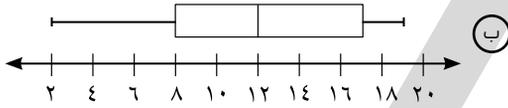
١٠٠ (د)

٩٠ (ج)

٨٠ (ب)

٧٠ (أ)

١١. البيانات: ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ٩, ٩, ١٠, ١٢, ١٤, ١٧, ١٨, ١٨, ١٩, ١٩ تمثل عدد ساعات استخدام شبكة الإنترنت من قبل طلاب صف الرياضيات.



١٢. أي مما يلي لا يمثل مقياس النزعة المركزية.

(ب) الوسيط

(أ) المتوسط الحسابي

(د) المنوال

(ج) التباين

١٣. في المنحنى التكراري حيث اللتواء لجهة اليمين يكون المتوسط الحسابي:

(ب) أصغر من الوسيط

(أ) أكبر من الوسيط

(د) ليس أي مما سبق صحيحاً

(ج) يساوي الوسيط

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
الإجابة													



تدرب وتفوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!





مبدأ العد والتباديل والتوافيق

العد عن طريق القوائم

باستخدام ثلاثة أحرف من كلمة ناصر ودون تكرار أي حرف منها ، كم كلمة مختلفة يمكن الحصول عليها؟ (لها معنى أو بدون معنى)

معلق ⚠

المبدأ الأساسي للعد

لوحات السيارات في إحدى القرى السياحية تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه رقمان يتم اختيارهما من المجموعة { ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦ } كم عدد لوحات السيارات الممكنة بحيث إنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف أو الأرقام في أي من لوحات السيارات ؟

في السؤال السابق كم عدد اللوحات إذا كانت اللوحات تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه ثلاثة أرقام يتم اختيارها من المجموعة { ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦ }

كم عدد الأعداد المكون رمز كل منها من ثلاثة أرقام مأخوذة من عناصر المجموعة { ١, ٣, ٦, ٩ } في كل مما يلي:

▪ إذا سمح بالتكرار.

▪ إذا لم يسمح بالتكرار.

▪ إذا كان العدد فردياً ويسمح بالتكرار.



$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (3-n) \times (2-n) \times (1-n) \times n = !n$$

$$!(1-n) \times n = !n$$

$$1 = !0$$

احسب (موضحًا خطوات الحل):

$$!7$$

$$!5$$

$$\frac{!10}{!8}$$

$$\frac{!12}{!9}$$

$$\frac{!14}{!7!8}$$

$$\frac{!16}{!4!12}$$

التباديل



$$!n \geq r, n \geq r \quad \frac{!n}{!(n-r)} = !r$$

قانون التبادل

أوجد قيمة كل مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

$$!7$$

$$!8$$

$$!6 + !4$$

$$!7 + !3$$

$$\frac{!10}{!6}$$

$$\frac{!9}{!8}$$



❖ فصل فيه ٢٠ طالباً. يراد اختيار ثلاثة منهم على أن يكون الأول رئيساً والثاني نائباً للرئيس والثالث أميناً للسرد. بكم طريقة يمكن اختيار الطلاب الثلاثة؟

❖ ما عدد الكلمات المكونة من ٣ أحرف مختلفة التي يمكن تكوينها باستخدام أحرف كلمة "سعود"؟

❖ بعد انتهاء مباراة كرة القدم بالتعادل ، أراد المدرب اختيار ٥ لاعبين بالترتيب لركلات الترجيح بكم طريقة يمكن اختيار اللاعبين الخمسة من بين اللاعبين الأحد عشر؟

التوافيق



التوافيق

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^n C_r , \quad \frac{n!}{r!} = {}^n P_r$$

$${}^n C_n = {}^n C_0 = 1 \quad {}^n C_1 = n \quad {}^n C_n = 1 \quad {}^n C_0 = 1$$

❖ في إحدى محافظات دولة الكويت ٨ صيدليات. يريد المسؤولون اختيار ٣ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي. بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الثلاث؟

❖ في محافظة أخرى ١٢ صيدلية والمطلوب اختيار ٤ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي. بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الأربع؟

❖ أراد مدير مدرسة تشكيل لجنة من ٨ طلاب للتحضير لاحتفال نهاية العام الدراسي. عليه اختيار ٤ من بين ١٨ مرشداً من الصف الثاني عشر ، و ٣ من بين ١٤ مرشداً من الصف الحادي عشر ، و ١ من بين ١١ مرشداً من الصف العاشر. بكم طريقة مختلفة يمكن للمدير تكوين اللجنة؟

❏ في الصف الحادي عشر ٢٠ طالبًا ، وفي الصف العاشر ٢٤ طالبًا. أراد معلم الرياضة اختيار ٦ طلاب من الصف الحادي عشر و ٥ طلاب من الصف العاشر لتشكيل فريق كرة قدم. كم عدد الفرق التي بإمكانه تشكيلها ؟



حلّ كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢.

❏ $٢٢ = ٣^{١+٥}$

❏ $١٠ = ٣^{٥}$

❏ $٢٤ = ٣^{٥}$

❏ $٥١٢ = ٣^{٥}$

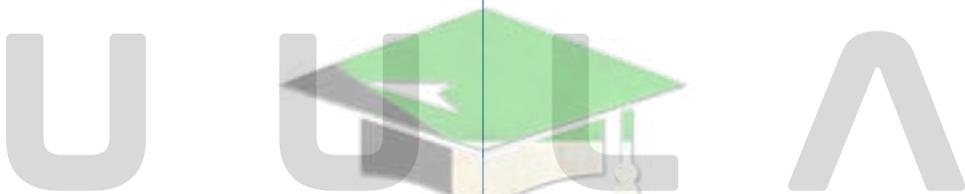
صفوة معلم الكويت

$${}^2P^0 = {}^2C^0 \quad \text{Q}$$

$$0 = {}^2C^0 \quad \text{Q}$$

$${}^4P^2 = \frac{!(3+2)}{!(1+2)} \quad \text{Q}$$

$${}^1P^2 = \frac{!2}{!(2-2)} \quad \text{Q}$$



صفوة معلم الكويت



نظرية ذات الحدين

مثلث باسكال:

				١				الصف ٠
			١	١				الصف ١
		١	٢	١				الصف ٢
	١	٣	٣	١				الصف ٣
	١	٤	٦	٤	١			الصف ٤
١	٥	١٠	١٠	٥	١			الصف ٥

أوجد الصف السادس من مثلث باسكال إذا علمت أن الصف الخامس هو:

$$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

أوجد مفكوك $(x + 2)^6$ مستخدماً مثلث باسكال إذا علمت أن الصف الخامس هو:

$$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

أوجد مفكوك $(x + 2)^7$ مستخدماً مثلث باسكال

$$1 \quad 7 \quad 21 \quad 35 \quad 35 \quad 21 \quad 7 \quad 1$$





نظرية ذات الحدين

لأي عدد صحيح موجب n فإن:

$$(b+1)^n = \binom{n}{0} b^n + \binom{n}{1} b^{n-1} + \binom{n}{2} b^{n-2} + \dots + \binom{n}{n-1} b + \binom{n}{n} 1$$

استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(s+3)^6$

استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(s+2)^6$

أوجد مفكوك $(3s-4)^3$

أوجد مفكوك $(3s-3)^4$



صفوة معلمى الكويت



الحد الذي ترتيبه $r+1$ يرمز له بالرمز $c_{r+1} = c_r - 1$

أوجد الحد الثالث في مفكوك $(x^2 + 2)^5$



أوجد الحد السادس في مفكوك $(x + 2)^5$



صفوة معلم الكويت



صفوة معلمي الكويت



التجربة العشوائية وفضاء العينة

❏ في تجربة رمي حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين.

▪ اكتب عناصر فضاء العينة.

▪ كم عدد النواتج الممكنة؟

❏ في الكيس الأول ٥ كرات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٥ وفي الكيس الثاني ٥ كرات متماثلة مرقمة من ٦ إلى ١٠ سحبت عشوائياً كرة من الكيس الأول ثم سحبت كرة من الكيس الثاني.

▪ اكتب كل عناصر فضاء العينة.

▪ كم عدد النواتج الممكنة؟

صفوة معلمى الكويت

الحدث

الحدث: هو مجموعة جزئية من فضاء العينة وقد يساويه.

أنواع الحدث

- الحدث البسيط يحتوي على عنصر واحد.
- الحدث المركب يحتوي على أكثر من عنصر.
- الحدث المستحيل هو مجموعة جزئية خالية من فضاء العينة ϕ ويرمز له بالرمز ϕ أو $\{\}$.
- الحدث المؤكد هو مجموعة جزئية من فضاء العينة Ω ويساويه.

في تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية منتظمة ثلاث مَرَّات متتالية، أوجد:

ق فضاء العينة (ف).



ق الحدث أ: "ظهور صورتين وكتابة".

ق الحدث ب: "ظهور ثلاث صور".

ق الحدث ج: "ظهور صورة واحدة على الأقل".



ق الحدث د: "ظهور صورة واحدة على الأكثر".

ق الحدث هـ: "ظهور كتابتين وصورة".

ق الحدث و: "ظهور كتابة واحدة على الأقل".





تعيين احتمالات الأحداث

احتمال وقوع الحدث

إذا كان حدث في فضاء عينة F (منته و غير خال) لتجربة عشوائية نتائجها لها فرص الظهور نفسها، فإن احتمال وقوع الحدث هو:

$$P(A) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } (A)}{\text{عدد نواتج فضاء العينة } (F)} = \frac{n(A)}{n(F)}$$

$n(A)$ عدد عناصر الحدث $n(F)$ عدد عناصر فضاء العينة

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن A حدثاً في فضاء العينة فضاء عينة F (منتهيا و غير خال) فإن:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- إذا كان $A = \{ \}$ فإن $P(A) = 0$ ويسمى بالحدث المستحيل
- إذا كان $A = F$ فإن $P(A) = 1$ ويسمى بالحدث المؤكد

• ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائياً مكوّن من 0 أرقام مختلفة من عناصر المجموعة $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

• ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائياً مكوّن من 7 أرقام مختلفة؟

صفوة معلمى الكويت



تذكر

من خواص الاحتمالات:

بفرض A, B حدثين من فضاء عينة فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

الحدثان المتنافيان

بفرض A, B حدثين متنافيان فإن: $P(A \cap B) = \emptyset$ ، $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

❗ إذا كان الحدثان A, B متنافيين. أوجد $P(A \cup B)$ في كل مما يلي:

▪ $P(A) = 0.6$ ، $P(B) = 0.2$

▪ $P(A) = 0.3$ ، $P(B) = 0.4$

❗ تختار مها عشوائيًا عددًا بين الصفر و ٩. ما احتمال أن تختار مها عددًا أكبر من ٦ أو عددًا أصغر من ٣؟

معلق

❗ في تجربة إلقاء حجر نرد. ما احتمال الحدث "الحصول على عدد أصغر من ٢ أو من مضاعفات العدد ٣؟"

صفوة معلمى الكويت



متمم الحدث \bar{A} ويرمز له بالرمز \bar{A}

إذا كانت A حدثاً , فإن احتمال عدم حدوث A هو $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين
أوجد احتمال الحصول على عددين مختلفين.

في تجربة رمي حجر نرد منتظم, إذا كان الحدث A
"ظهور عدد أكبر من أو يساوي 0"
أوجد ما يلي:

$P(A)$ $P(\bar{A})$



إذا كان A, B حدثين مستقلين, فإن احتمال وقوعهما معاً هو: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
بالتالي: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = (1 - P(A)) \cdot (1 - P(B))$

إذا كان الحدثان A, B مستقلين. أوجد $P(A \cap B)$ في كل مما يلي:

▪ $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$ ▪ $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{2}{5}$

صفوة معلمى الكويت

❶ إذا كان الحدثان م ، ن مستقلين في فضاء العينة ف حيث $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(\bar{A}) = \frac{3}{4}$ فأوجد كلا مما يلي:

د (٤)

د (٥٨٤)

د (٥٥٤)

❷ يلعب إبراهيم ويوسف لعبة رمي السهم. احتمال أن يصيب إبراهيم الهدف يساوي $\frac{2}{5}$ واحتمال أن يصيب يوسف الهدف يساوي $\frac{1}{3}$ رمى كل منهما سهماً على الهدف، ما احتمال:

▪ أن يصيب كل من إبراهيم ويوسف الهدف؟

▪ إصابة الهدف؟

▪ عدم إصابة الهدف؟

❸ إذا كان احتمال نجاح راشد في الاختبار = $\frac{2}{5}$ ، واحتمال نجاح سعد في نفس الاختبار = $\frac{1}{3}$ فما احتمال أن ينجح معاً في نفس الاختبار؟



تمارين إضافية:

❶ إذا كان الحدثان A ، B متنافيين في فضاء العينة S حيث $P(A) = 0.4$ ، $P(B) = 0.35$ ، فأوجد ما يلي:
 $P(\bar{A})$ ، $P(\bar{B})$ ، $P(A \cap B)$ ، $P(A \cup B)$ ، $P(\overline{A \cup B})$

❷ إذا كان الحدثان A ، B من فضاء العينة S حيث: $P(A) = 0.4$ ، $P(B) = 0.3$ ، $P(A \cap B) = 0.25$ ،
 أوجد مايلي: $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ ، $P(A \cup B)$ ، $P(\overline{A \cup B})$

❸ إذا كان الحدثان M ، N في فضاء العينة S حيث: $P(\bar{M}) = \frac{1}{3}$ ، $P(\bar{N}) = \frac{1}{4}$ ، $P(\overline{M \cap N}) = \frac{1}{5}$
 فأوجد: $P(M \cap N)$

صفوة معلمة الكويت

❑ إذا كان $n \cap m = \frac{7}{11}$ ، $n = \frac{1}{5}$ ، $n \cap m = 0$ فأوجد: n

❑ إذا كان n ، m حدثين متنافيين من فضاء العينة S حيث: $n = 0.3$ ، $m = 0.25$ أوجد:

n (أ)

m (ب)

$n \cap m$ (ج)

$n \cup m$ (د)

$\overline{(n \cap m)}$ (هـ)

❑ إذا كان الحدثان n ، m من فضاء العينة S حيث: $n = 0.45$ ، $m = 0.32$ ، $n \cap m = 0.18$ أوجد مايلي:

m (أ)

$n \cup m$ (ب)

$\overline{(n \cup m)}$ (ج)

❑ إذا كان الحدثان m ، n في فضاء العينة S حيث: $n = 0.25$ ، $m = 0.45$ ، $n \cup m = 0.7$ فأوجد: $n \cap m$ ماذا تستنتج؟

صفوة معلمة الكويت

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. قيمة المقدار $10!$ هي 3628800

(أ) (ب)

٢. قيمة المقدار $10 \times 10!$ هي 360

(أ) (ب)

٣. قيمة المقدار r^8 هي 360

(أ) (ب)

٤. قيمة المقدار $q^0 \times 3$ هي 10

(أ) (ب)

٥. $r^0 = 2 \times r^0$

(أ) (ب)

٦. مفكوك $(1 + j)^0$ هو $j^0 + j^1 + j^2 + j^3 + j^4 + j^5 + j^6 + j^7 + j^8 + j^9 + j^{10} + j^{11} + j^{12} + j^{13} + j^{14} + j^{15} + j^{16} + j^{17} + j^{18} + j^{19} + j^{20}$

(أ) (ب)

٧. إذا كان الحد $126j^d$ أحد حدود مفكوك $(j + d)^n$ ، فإن قيمة n هي 0

(أ) (ب)

٨. إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(s + r)^n$ هو 7 فإن قيمة n هي 6

(أ) (ب)

٩. الحد الثاني من $(s + 3)^9$ هو $04s^8$

(أ) (ب)

١٠. (اختيار لون السيارة عشوائياً واختيار نوع الإطارات عشوائياً) هما حدثان مستقلان.

(أ) (ب)

١١. بفرض أن الحدثين m ، n مستقلان، $P(m) = \frac{1}{17}$ ، $P(n) = \frac{3}{8}$ ، إذ $P(m \cap n) = \frac{9}{17}$

(أ) (ب)

١٢. في تجربة إلقاء نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على العدد 4 أو عدد زوجي يساوي $\frac{1}{4}$

(أ) (ب)

ظلال رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

١٣. قيمة المقدار $\frac{10}{1713}$ هي:

- Ⓐ $\frac{1}{21}$ Ⓑ $\frac{1}{120}$ Ⓒ ١٢٠ Ⓓ ١

١٤. قيمة المقدار ٦×١٠٦ هي:

- Ⓐ ٧٥٦٠٠ Ⓑ ٧٥٦٠ Ⓒ ٢,٥ Ⓓ ٢١٠

١٥. قيمة المقدار هي:

- Ⓐ ١٨ Ⓑ ٥,١٨٤ Ⓒ ١٠ Ⓓ ٧٣٥

١٦. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ لاعبين لفريق كرة السلة من بين ١٢ لاعباً إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهما؟

- Ⓐ ٩٥٠٤٠ Ⓑ ٤٧٥٢٠٠ Ⓒ ٣٩٢ Ⓓ ١١٤٠٤٨٠٠

١٧. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٣ أعلام من مجموعة من ٧ أعلام مختلفة؟

- Ⓐ ٢١٠ Ⓑ ٣٥ Ⓒ ٨٤٠ Ⓓ ٢٤

١٨. مفكوك $(١-ب)^٣$ هو:

- Ⓐ $٣١ + ٢١ب + ١ب٢ + ٣ب٣$ Ⓑ $٣١ + ٢١ب + ١ب٢ + ٣ب٣$
Ⓒ $٣١ - ٢١ب + ١ب٢ - ٣ب٣$ Ⓓ $٣١ - ٢١ب + ١ب٢ - ٣ب٣$

١٩. الحد الثالث في مفكوك $(١-ب)^٧$ هو:

- Ⓐ $٢١ب٢ - ٢١ب$ Ⓑ $٢١ب٢ - ٢١ب$
Ⓒ $٢١ب٢ - ٢١ب$ Ⓓ $٢١ب٢ - ٢١ب$

٢٠. معامل $ج^٤$ في مفكوك $(٢ج-٤ب)^٥$ هو:

- Ⓐ ١٢٨٠ Ⓑ ٢٥٦٠٠ Ⓒ ٣٢٠٠ Ⓓ ٥١٢٠

صفوة معلمى الكويت

٢١. إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، حيث $P = \frac{1}{3}$ ، $P = \frac{9}{10}$ فإن $P \cap M$ تساوي:

- Ⓐ $\frac{3}{24}$ Ⓑ $\frac{25}{48}$ Ⓒ $\frac{3}{10}$ Ⓓ $\frac{11}{48}$

٢٢. إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين، حيث $P = \frac{3}{5}$ ، $P = \frac{1}{3}$ فإن $P \cup E$ تساوي:

- Ⓐ $\frac{1}{5}$ Ⓑ $\frac{14}{15}$ Ⓒ $\frac{4}{15}$ Ⓓ صفراً

٢٣. إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين، حيث $P = \frac{1}{7}$ ، $P = 60\%$ فإن $P \cup E$ تساوي:

- Ⓐ $\frac{6}{70}$ Ⓑ 42% Ⓒ $\frac{16}{35}$ Ⓓ $\frac{26}{35}$

٢٤. في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

- Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $\frac{5}{6}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ ١

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
الإجابة	أ	ب	ب	أ	أ	أ	ب	ب	ب	أ	ب	أ
السؤال	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤
الإجابة	ج	أ	أ	أ	ب	د	د	ج	ج	ب	د	ب



تدرب وتفوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

