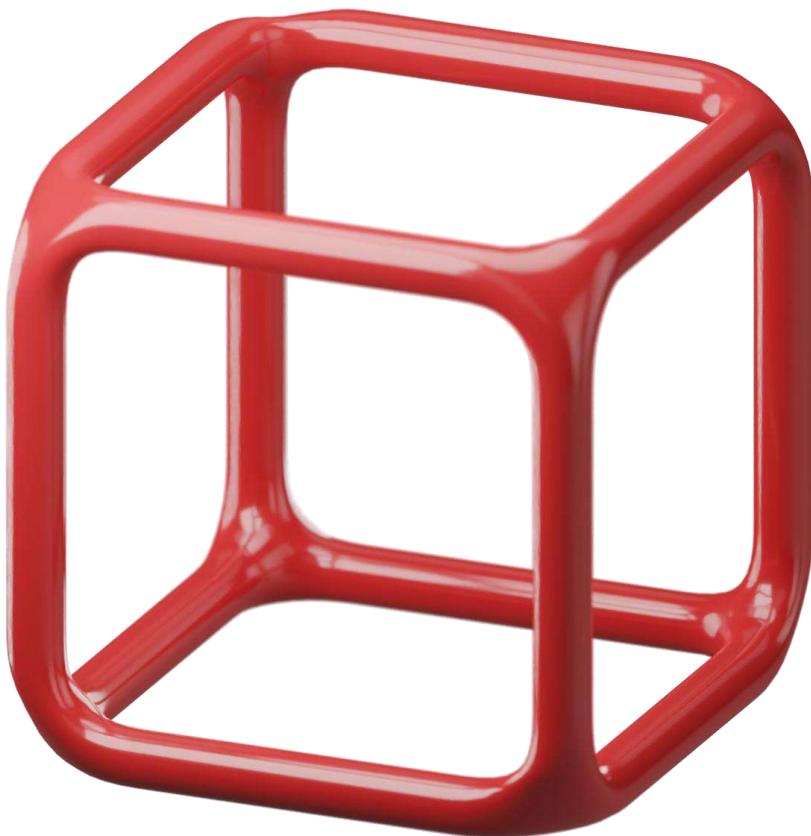


الرياضيات

الקורס الثاني ✨ 2025-2026

٩

ULA.COM



الرياضيات

الקורס الثاني ✨ 2025-2026

٩



ULA.COM

حقق هدفك الدراسي

ريح بالك وارفع مستوى دراستك مع المذكرة الشاملة والفيديوهات اللي تشرحها والاختبارات اللي تدربك في منصة علا

**نخبة المعلمين يجاوبونك
بأسرع وقت**

ما فهمت؟ تواصل مع أقوى المعلمين واحصل على شرح لسؤالك

**تفوق في القصير والفاينل
مع نماذج اختبارات سابقة**

نماذج اختبارات سابقة مشرورة بالكامل تجهزك لاخبارك

A+

**دروس يشرحها أقوى
معلمي الكويت**

فيديوهات مبسطة قصيرة تشرح لك كل شيء خطوة بخطوة

اكتشف عالم التفوق مع منصة علا

لتشترك بالمادة وتستمتع بالشرح المميز صور أو اضغط على رمز QR



المعلق



هذه المذكرة تغطي المادة كاملة.

في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنكم مسح رمز QR للتأكد من المقرر.

المنقذ



أول ما تحتاج مساعدة [بالمادة](#) ، المنقذ موجودا!

صور الـ QR بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت تستخدم المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو يشرح لك.



العلاقة وأنواعها

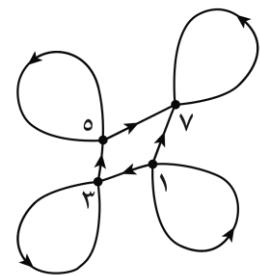
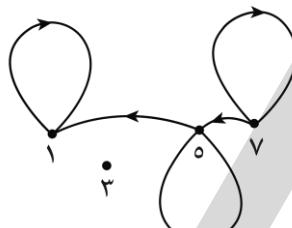


تذكرة: العلاقة ع المعرفة على مجموعة S هي جزء من الحاصل الديكارتي $S \times S$

العلاقة الانعكاسية:

تسمى العلاقة ع المعرفة على مجموعة S علاقة **انعكاسية** إذا وفقط إذا كان لكل $a \in S$, يكون $(a, a) \in R$

المخططات السهمية الآتية، تمثل علاقات على S حيث $S = \{1, 0, 3\}$.
اختر ما إذا كانت كل من R_1 ، R_2 علاقات انعكاسية أم لا، مع ذكر السبب في كل حالة. مثلاً يلي:

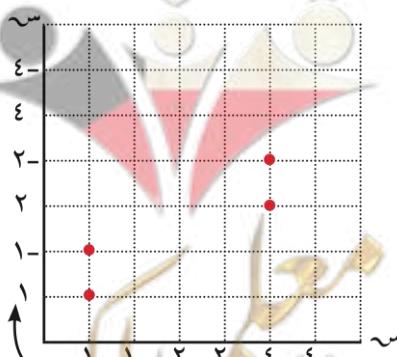


$\{ (V, V), (0, V), (1, 0), (0, 0), (1, 1) \} = R_1$
ع₁ ع relation ليست انعكاسية
لأن $3 \in S$ ، ولكن $(3, 3) \notin R_1$

$\{ (V, V), (V, 0), (0, 0), (0, 3), (3, 3), (1, 1), (1, 0), (0, 1) \} = R_2$
 $\therefore 3 \in S, (1, 1) \in R_2$
 $\therefore 3 \in S, (3, 3) \in R_2$
 $\therefore 0 \in S, (0, 0) \in R_2$
 $\therefore 1 \in S, (V, V) \in R_2$
ع₂ ع relation انعكاسية
لأن لكل $a \in S$, يكون $(a, a) \in R_2$

إذا علمنا أن $S = \{1, -1, 2, -2, 4, -4\}$. اكتب العلاقة ع المعرفة على S بذكر العناصر حيث $R = \{(a, b) : a \in S, b \in S, a = b\}$.
اختر ما إذا كانت R علاقة انعكاسية أم لا.
رسم المخطط البياني الذي يمثلها.

$\{ (1, 1), (-1, -1), (2, 2), (-2, -2), (4, 4), (-4, -4) \} = R$
 $\therefore -1 \in S$ ولكن $(-1, -1) \notin R$
ع₃ ع relation ليست انعكاسية



العلاقات الآتية معرفة على المجموعة $S = \{1, 0, -1\}$. حدد أيها منها يمثل علاقة انعكاسية مع ذكر السبب، ثم مثل \subseteq بمخطط بياني و \supsetneq بمخطط سهمي:

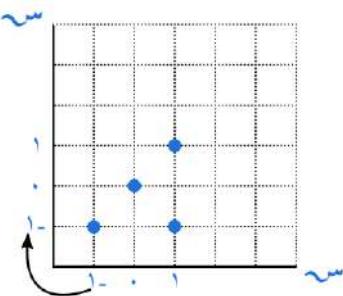
$$\subseteq = \{(1, 1), (1, 0), (1, -1), (0, 1), (0, 0), (0, -1), (-1, 1), (-1, 0), (-1, -1)\} \quad Q$$

$$1 \in S, 1 \in S \Rightarrow 1 \subseteq 1$$

$$0 \in S, 0 \in S \Rightarrow 0 \subseteq 0$$

$$-1 \in S, -1 \in S \Rightarrow -1 \subseteq -1$$

بالناتي \subseteq انعكاسية لأنه لكل $a \in S$, $(a, a) \in \subseteq$



$$\supsetneq = \{(1, 0), (1, -1), (0, 1), (0, -1), (-1, 1), (-1, -1)\} \quad Q$$

$$1 \in S, 0 \in S \not\Rightarrow 1 \supsetneq 0$$

بالناتي \supsetneq ليس انعكاسية



ال العلاقة المتناظرة:

تسمى العلاقة \subseteq المعرفة على مجموعة S علاقه **متناظرة** إذا وفقط إذا كان:
لكل $(a, b) \in \subseteq$ فإن $(b, a) \in \subseteq$

Q إذا كانت $\subseteq = \{-1, 0, 1\}$, فأي العلاقات التالية متناظرة على \subseteq مع ذكر السبب؟

$$\subseteq = \{(-1, 0), (0, 1), (1, 0), (0, -1), (1, -1), (-1, 1)\}$$

$$\supsetneq = \{(-1, 1), (0, 1), (1, 0), (0, -1), (-1, -1)\}$$

\supsetneq مثل \supsetneq بمخطط سهمي .

ال العلاقة \subseteq :

$$(-1, 0) \in \subseteq \text{ وأيضا } (0, -1) \in \subseteq$$

$$(0, 1) \in \subseteq \text{ وأيضا } (1, 0) \in \subseteq$$

$\therefore \subseteq$ علاقه متناظرة إذ لكن $(a, b) \in \subseteq \Rightarrow (b, a) \in \subseteq$

ال العلاقة \supsetneq :

$$(0, 1) \in \supsetneq \text{ وأيضا } (1, 0) \in \supsetneq$$

$\therefore \supsetneq$ علاقه متناظرة إذ لكن $(b, a) \in \supsetneq \Rightarrow (a, b) \in \supsetneq$

ال العلاقة \supsetneq :

$\therefore \supsetneq$ العلاقه \supsetneq ليست متناظرة لأن $(0, 1) \in \supsetneq$ ولكن $(1, 0) \notin \supsetneq$



صَفْرَةُ الْجَوَابِ

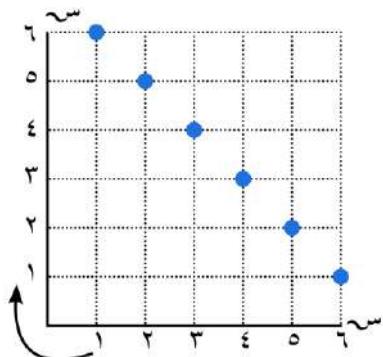


إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، R علاقات معرفة على S :

$$R = \{(a, b) : a, b \in S, a + b = 7\}$$

$$R = \{(a, b) : a, b \in S, a = \frac{1}{2}b\}$$

اكتب R بذكر العناصر ومثلها بمخطط بياني ، ثم ابحث فيما إذا كانت R علاقة متباشرة أم لا مع ذكر السبب .



$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}$$

R علاقة متباشرة

لأن لكل $(a, b) \in R$ فإن $(b, a) \notin R$

إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، R علاقات معرفة على S ، ثم ابحث فيما إذا كانت R علاقة متباشرة أم لا مع ذكر السبب .

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$$

R ليست متباشرة

لأن لكل $(a, b) \in R$ فإن $(b, a) \in R$

$$(a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$$



العلاقة المتعددة:

تسمى العلاقة R المعرفة على مجموعة S علاقة **متعددة** إذا وفقط إذا كان:

لكل $(a, b) \in R$ ، $(b, c) \in R$ فإن $(a, c) \in R$

لتكن $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، R علاقات معرفة على S ،

حيث $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ اختبر ما إذا كانت العلاقة R متعددة أم لا مع ذكر السبب .

$$\therefore (1, 1) \in R, (1, 2) \in R, (2, 1) \in R, (2, 2) \in R$$

\therefore R علاقة متعددة لأن لكل $(a, b) \in R$ ، $(b, c) \in R$ فإن $(a, c) \in R$.

لتكن $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، R علاقات معرفة على S ،

حيث $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ اختبر ما إذا كانت العلاقة R متعددة أم لا مع ذكر السبب .

$$\therefore (1, 1) \in R, (1, 2) \in R, (2, 1) \in R, (2, 2) \in R$$

$$\therefore (2, 1) \in R, (2, 2) \in R, (3, 1) \in R, (3, 2) \in R$$

\therefore R علاقة متعددة لأن لكل $(a, b) \in R$ ، $(b, c) \in R$ فإن $(a, c) \in R$.

❷ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، U علاقة معرفة على S حيث $U = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ فهل U علاقة متعددة ؟ ولماذا ؟

$\therefore U = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

∴ العلاقة ليست متعددة

❸ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، U علاقة معرفة على S حيث $U = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ هل U علاقة متعددة ؟ ولماذا ؟

$\therefore U = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

∴ U علاقة متعددة لأن لكل $(a, b) \in U$ ، $(b, a) \in U$.

خاصية التكافؤ:

تسمى العلاقة U المعرفة على مجموعة S علاقة **تكافؤ** إذا كانت انعكاسية ومتناهية ومتعددة

❹ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، U علاقة معرفة على S حيث $U = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$ أكتب U بذكر العناصر .
اختبار العلاقة U من حيث كونها انعكاسية ، متناهية ، متعددة ، تكافؤ .

$U = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

$1 \in S$ ، $(1, 1) \in U$

$2 \in S$ ، $(2, 2) \in U$

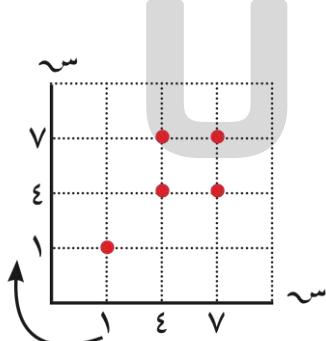
$3 \in S$ ، $(3, 3) \in U$

بالتالي U انعكاسية لأنه لكل $a \in S$ ، $(a, a) \in U$

$(1, 3) \in U$ ، $(3, 1) \in U$ $\therefore U$ علقة متناهية : لأن لكل $(a, b) \in U$ و $(b, a) \in U$

$(1, 3) \in U$ ، $(3, 1) \in U$ $\therefore U$ علقة متعددة

بال التالي : U علقة تكافؤ لأنها علقة انعكاسية ومتناهية ومتعددة



❺ إذا كانت $S = \{1, 2, 4, 7\}$ ، U علاقة معرفة على S كما هو موضح في المخطط البياني المقابل ، فاخبر ما إذا كانت U علاقة تكافؤ .

$U = \{(1, 1), (1, 2), (4, 4), (4, 7), (7, 1), (7, 2)\}$

$1 \in S$ ، $(1, 1) \in U$

$4 \in S$ ، $(4, 4) \in U$

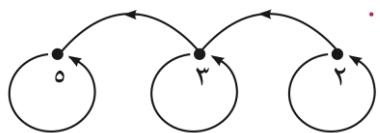
$7 \in S$ ، $(7, 7) \in U$

بالتالي U انعكاسية لأنه لكل $a \in S$ ، $(a, a) \in U$

$(4, 7) \in U$ ، $(7, 4) \in U$ $\therefore U$ علقة متناهية

$(4, 7) \in U$ ، $(7, 4) \in U$ $\therefore U$ علقة متعددة

بال التالي : U علقة تكافؤ لأنها علقة انعكاسية ومتناهية ومتعددة

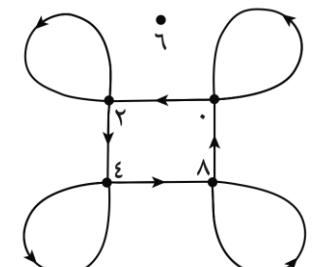
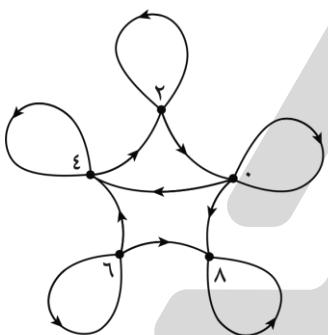


في الشكل المقابل : $S = \{0, 1, 2\}$ ، ع علقة معزفة على S .
اختبار من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعددة ، تكافؤ مع ذكر السبب.

$\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (0, 1), (1, 0), (1, 2), (2, 1)\} = S$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \wedge (z, x) \in R$
 $\exists x \in S, \forall y \in S, (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R$
بالناتي ع انعكاسية لأنه لكل $a \in S$ ، $(a, a) \in R$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, x) \notin R$
ع علقة ليست متناظرة لأن $(a, b) \in R$ و $(b, a) \notin R$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \wedge (z, x) \notin R$
ع علقة ليست متعددة لأن $(a, b) \in R$ و $(a, c) \in R$ و $(b, c) \in R$
بالناتي : ع ليست تكافؤ لأنها ليست متناظرة ولا متعددة

تمارين:

فيما يلي مجموعة من المخططات السهمية لعدة علاقات على $S = \{0, 1, 2, 4, 6, 8\}$.
اكتب كل علقة بذكر العناصر ، ثم اختبر إذا كانت العلاقة انعكاسية أم لا مع ذكر السبب.



$\{(0, 1), (1, 2), (2, 4), (4, 6), (6, 8), (0, 2), (0, 4), (1, 4), (1, 6), (2, 6), (4, 6), (4, 8), (6, 8)\} = R$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R$
 $\{(0, 1), (1, 2), (2, 4), (4, 6), (6, 8), (0, 2), (0, 4), (1, 4), (1, 6), (2, 6), (4, 6), (4, 8), (6, 8)\}$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \wedge (z, x) \in R$
 $\exists x \in S, \forall y \in S, (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, x) \notin R$
 $\therefore \text{ع علقة انعكاسية}$
لأن: لكل $a \in S$ يكون $(a, a) \in R$

إذا كانت $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ، وكانت $R = \{(a, b) : a, b \in S, a \text{ عامل من عوامل } b\}$.
اكتب ع بذكر العناصر .
تحقق من أن العلاقة ع انعكاسية .

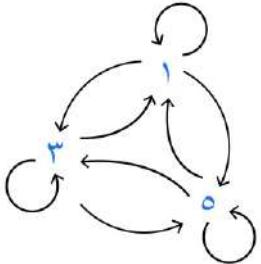
$$\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\} = R$$

$\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \wedge (z, x) \in R$
 $\exists x \in S, \forall y \in S, (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R$
 $\exists x \in S, \exists y \in S, x \neq y \wedge (x, y) \in R \wedge (y, x) \notin R$
 $\therefore \text{ع علقة انعكاسية}$
لأن: لكل $a \in S$ يكون $(a, a) \in R$

اكتب كل علاقة مما يأتي بذكر العناصر ، ومثلها بمخطط سهمي ، ثم اختبر الخاصية الانعكاسية .

Q $S = \{0, 1, 3\}$ ، $U = \{0, 1, 3\}$: $A, B \in S$ ، $A + B = \text{عدد زوجيا}$

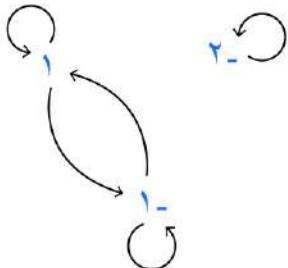
$$\{(0, 0), (3, 0), (1, 0), (0, 3), (3, 3), (0, 1), (3, 1), (1, 1)\} = U$$



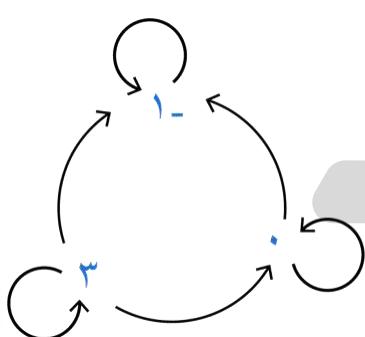
$A \in S$ ، $(A, A) \in U$
 $3 \in S$ ، $3 \in U$
 $0 \in S$ ، $0 \in U$
 $\therefore U$ علاقه انعكاسيه
 لأن: لكل $A \in S$ يكون $(A, A) \in U$

Q $L = \{-1, 1\}$ ، $U = \{1, -1\}$: $A, B \in L$ ، $A = B$

$$\{(-1, -1), (1, 1), (-1, 1), (1, -1)\} = U$$

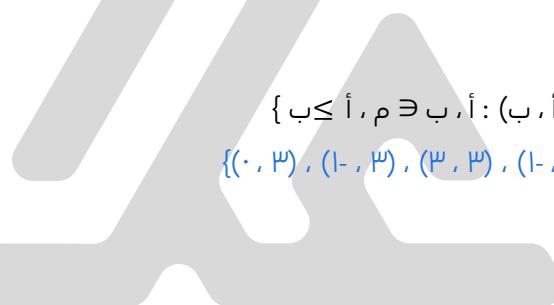


$-1 \in L$ ، $(-1, -1) \in U$
 $1 \in L$ ، $(1, 1) \in U$
 $\therefore U$ علاقه انعكاسيه
 لأن: لكل $A \in L$ يكون $(A, A) \in U$



Q $M = \{1, 3, 0\}$ ، $U = \{0, 1, 3\}$: $A, B \in M$ ، $A \leq B$

$$\{(0, 3), (1, 3), (0, 1), (1, 1)\} = U$$



$1 \in M$ ، $(1, 1) \in U$
 $3 \in M$ ، $(0, 3) \in U$
 $0 \in M$ ، $(0, 1) \in U$
 $\therefore U$ علاقه انعكاسيه
 لأن: لكل $A \in M$ يكون $(A, A) \in U$

اكتب كل علاقة مما يأتي بذكر العناصر ثم اختبر كونها متاظرة أم لا مع ذكر السبب.

Q العلاقة U معرفة على $S = \{0, 1, 3\}$ حيث $U = \{0, 1, 3\}$: $A, B \in S$ ، $A + B = B + A$

$$\{(4, 4), (3, 0), (0, 3)\} = U$$

$$\{(0, 3), (3, 0)\} \in U$$

$\therefore U$ متاظرة

لأن: لكل $(A, B) \in U$ يكون $(B, A) \in U$

Q العلاقة \geq معرفة على $S = \{1, 4, 2\}$

$$\{(1, 1), (4, 4), (2, 2), (1, 4), (4, 1), (1, 2), (2, 1), (4, 2), (2, 4)\} = U$$

$$(4, 2) \in U \neq (2, 4)$$

$\therefore U$ ليست متاظرة



Q العلاقة «ضعف» معرفة على س = {٣, ٢, ١, ٠}.

$$\exists (a, b) \in \{(0, 1), (1, 2)\}$$

$$\exists (a, b) \in \{(1, 2), (2, 1)\}$$

∴ ع ليست متناهية

Q العلاقة ع معرفة على س = {٢, ١, ٠, ١, ٢} حيث ع = {أ, ب}: أ, ب ∈ س, أ + ب = صفرًا

$$\exists (a, b) \in \{(0, 1), (1, 0), (-1, 1), (2, -1), (-2, 1)\}$$

$$\exists (a, b) \in \{(1, 1), (0, 2), (-1, 2)\}$$

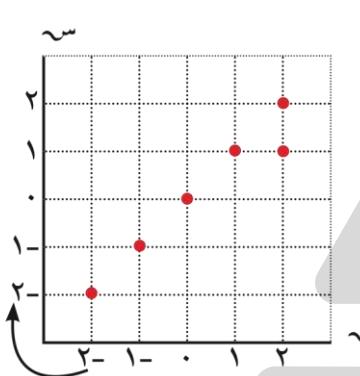
ع ∈ {-1, 1}

∴ ع متناهية

لأن: لكل (أ, ب) ع يكون (ب, أ) ع

فيمما يلي مخططات سهمية وبيانية لعلاقات معرفة على س = {٢, ١, ٠, ١, ٢} .

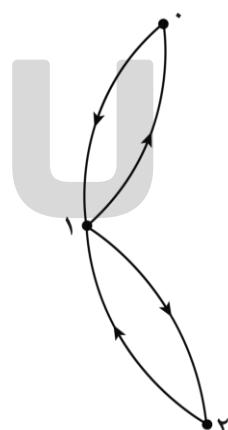
اختبار خاصية التناهض لكل شكل مما يلي:



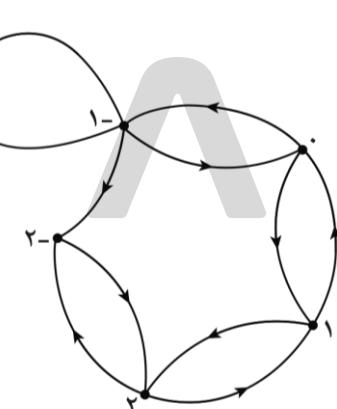
ع ∈ {-1, 1} ≠ {(1, 2)}
∴ ع ليست متناهية



ع ∈ {-1, 1} ≠ {(2, 0), (0, 2)}
∴ ع متناهية
لأن: لكل (أ, ب) ع يكون (ب, أ) ع



ع ∈ {-1, 1} ≠ {(1, 2), (2, 1)}
∴ ع متناهية
لأن: لكل (أ, ب) ع يكون (ب, أ) ع



ع ∈ {-1, 1} ≠ {(2, 1), (1, 2)}
∴ ع ليست متناهية

العلاقات الآتية معرفة على المجموعة س = {١، ٢، ٣، ٤} . أي منها هو علاقة متعددة؟ وأيها غير متعددة؟ مع ذكر السبب.

$$\{ (١, ٢), (١, ٣), (١, ٤) \} = ع$$

$$(١, ٢) \in ع \quad (١, ٣) \in ع \quad (١, ٤) \in ع$$

∴ ع متعددة

$$\text{لأن كل من } (أ, ب) \in ع \text{ (ب, ج) } \in ع$$

$$\text{فإن } (أ, ج) \in ع$$

$$\{ (٤, ٤), (٣, ٣), (٢, ٢), (١, ١) \} = ع$$

∴ ع متعددة

$$\text{لأن كل من } (أ, ب) \in ع \text{ (ب, ج) } \in ع$$

$$\text{فإن } (أ, ج) \in ع$$

$$\{ (١, ١), (١, ٢), (١, ٣), (١, ٤), (٢, ٢), (٢, ٣), (٢, ٤), (٣, ٣), (٣, ٤), (٤, ٤) \} = ع$$

$$\text{مع } (3, 1) \in ع \quad (3, 2) \in ع \quad (2, 1) \in ع$$

∴ ع ليست متعددة

$$\{ (أ, ب) : أ < ب \} = ع$$

اكتب ع بذكر العناصر ، ثم مثلها بمخطط سهمي.

$$\{(١, ٢), (١, ٣), (٢, ١)\} = ع$$

اختبر ع من حيث كونها متعددة أم لا مع ذكر السبب .

$$(١, ٢) \in ع \quad (٣, ٢) \in ع \quad (١, ٣) \in ع$$

∴ ع متعددة

$$\text{لأن كل من } (أ, ب) \in ع \text{ (ب, ج) } \in ع$$

$$\text{فإن } (أ, ج) \in ع$$

اعتبر س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤} ، وكانت ع = { (س ، ص) : س ، ص ∈ س ، س ≠ ص }

اكتب ع بذكر العناصر ، ثم ادرس خواص العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية، متناظرة، متعددة، تكافؤ.

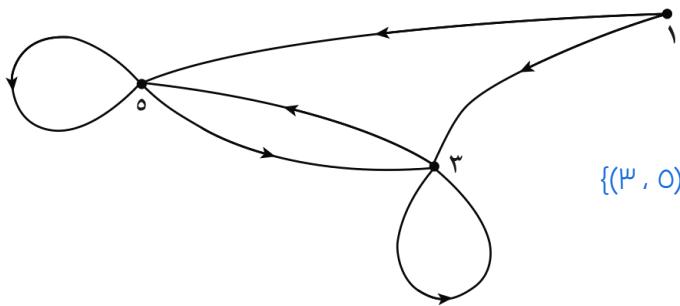
$$\{ (٠, ٠), (٠, ١), (٠, ٢), (٠, ٣), (٠, ٤), (١, ٠), (١, ١), (١, ٢), (١, ٣), (١, ٤), (٢, ٠), (٢, ١), (٢, ٢), (٢, ٣), (٢, ٤), (٣, ٠), (٣, ١), (٣, ٢), (٣, ٣), (٣, ٤), (٤, ٠), (٤, ١), (٤, ٢), (٤, ٣), (٤, ٤) \} = ع$$

ا ∈ س ، (ا ، ا) ↳ ع ← ع ليس انعكاسية
ع متناظرة لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع (ب ، أ) ∈ ع

$$(١, ٢) \in ع \quad (٢, ١) \in ع$$

∴ ع ليس متعددة

ع غير تكافؤ لأن ع غير انعكاسية (أو غير متعددة)



في المخطط السهمي المقابل
علاقة معرفة على $S = \{1, 2, 3\}$
درس خواص العلاقة من حيث كونها
انعكاسية، متناظرة، متعددة، تكافؤ

$$\{(3, 0), (0, 0), (0, 3), (3, 3), (0, 1), (3, 1)\} = S$$

$\exists x \exists y (x \neq y \rightarrow \neg R(x, y))$ \leftarrow ليس انعكاسية

$\forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z))$ \leftarrow ليس متناظرة

$\forall x \forall y ((R(x, y) \wedge R(y, x)) \rightarrow x = y)$ \leftarrow ليس متساوية

$\forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z))$ \leftarrow ليس متعددة

$\forall x \forall y ((R(x, y) \wedge R(y, x)) \rightarrow x = y)$ \leftarrow ليس تكافؤ

$\therefore \neg \exists x \exists y (x \neq y \wedge R(x, y) \wedge \neg R(y, x))$ \leftarrow ليس تكافؤ لأن كل من $(a, b), (b, a) \in S$

$\therefore S$ غير انعكاسية (غير متعددة)



مجلة الكويت
صفوة

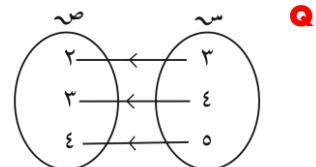
التطبيق (الدالة)

التطبيق (الدالة) $t : S \rightarrow T$

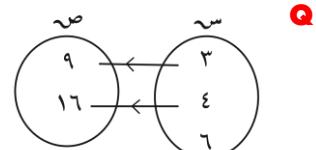
هو علاقة من S إلى T بحيث يرتبط كل عنصر من عناصر S بعنصر واحد وواحد فقط من عناصر T .
 S تُسمى مجال التطبيق (الدالة).
 T هي قاعدة الاقتران .
 S تُسمى المجال المقابل للتطبيق t .
 T هي مجموعة جزئية من المجال المقابل .

تمثل المخططات السهمية التالية علاقات من S إلى T ، أي منها يمثل تطبيقاً وأيها لا يمثل تطبيقاً مع ذكر السبب ؟

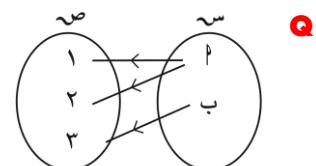
العلاقة تمثل تطبيق
 السبب: كل عنصر من المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المجال المقابل



العلاقة ليست تطبيق
 السبب: العنصر 7 من المجال لا يرتبط بأي عنصر من المجال المقابل



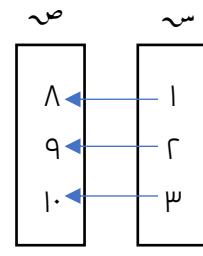
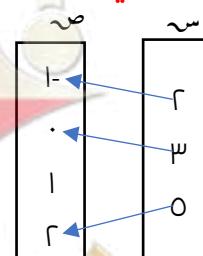
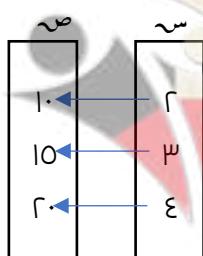
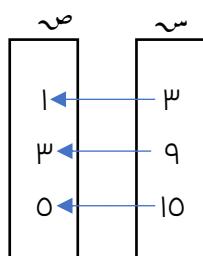
العلاقة ليست تطبيق
 السبب: العنصر أ من المجال يرتبط بأكثر من عنصر من المجال المقابل



هي التعبير الرياضي الذي يربط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل

قاعدة الاقتران

اكتب قاعدة الاقتران لكل مما يلي:



$$Q(S) = S \div 3$$

$$Q(S) = 5S$$

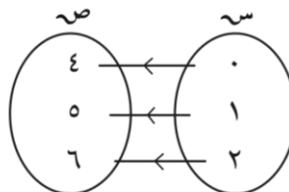
$$T(S) = S - 3$$

$$Q(S) = S + V$$

اكتب كلاً من العلاقات التالية بذكر العناصر ، ثم حدد ما إذا كانت كل منها تمثل تطبيقاً أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثل كل منها بمخطط سهمي .

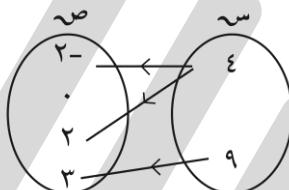
$$\text{Q} \quad \begin{aligned} \text{ع} = \{(\text{أ}, \text{ب}) : \text{أ} \in \text{س} , \text{ب} \in \text{ص} , \text{ب} = \text{أ} + 4 \} \\ \text{س} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} , \text{ص} = \{6, 0, 4, 2, 0, -4\} \end{aligned}$$

العلقة تمثل تطبيق
السبب: كل عنصر من المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المجال المقابل



$$\text{ع} = \{(\text{أ}, \text{ب}) : \text{أ} \in \text{س} , \text{ب} \in \text{ص} , \text{ب} = \text{أ}^2 \} , \text{س} = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6\} , \text{ص} = \{9, 4, 0, -4, -9, -16\}$$

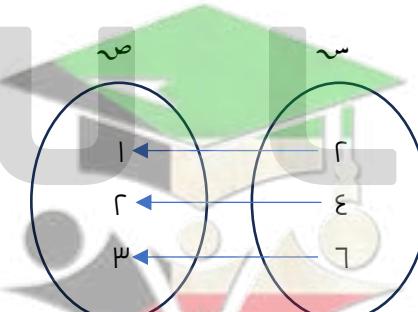
العلقة ليست تطبيق
السبب: العنصر 4 من المجال يرتبط بأكثر من عنصر من المجال المقابل



ليكن ع علقة من س إلى ص . اكتب ع بذكر العناصر ، وحدد ما إذا كانت تمثل تطبيقاً أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثلها بمخطط سهمي .

$$\text{ع} = \{(\text{أ}, \text{ب}) : \text{أ} \in \text{س} , \text{ب} \in \text{ص} , \text{أ} = 2\text{ب}\} \\ \text{س} = \{6, 4, 2\} \\ \text{ص} = \{1, 2, 3\}$$

العلقة تمثل تطبيق
السبب: كل عنصر من المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المجال المقابل



معلمات الكوثر

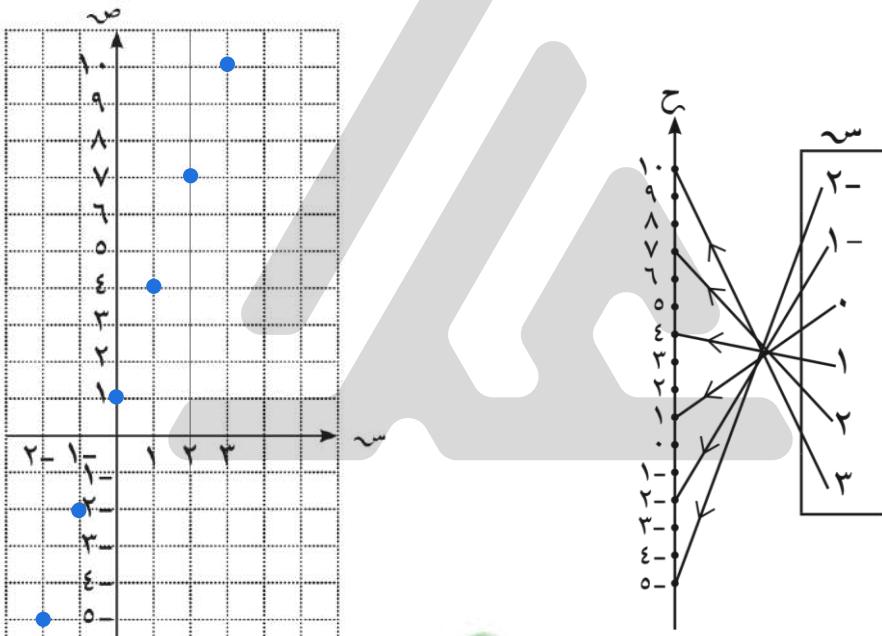
إذا كانت $S = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ، وكانت T : $S \leftarrow \mathbb{H}$ (مجموعة الأعداد الحقيقية) ، حيث $T(S) = S^3 + 1$
أكمل الجدول التالي :

Γ^-	Γ	I	$.$	I^-	Γ^-	S
$ +(3 \times 3)$	$ +(\Gamma \times 3)$	$ +(I \times 3)$	$ +(\times 3)$	$ +(I^- \times 3)$	$ +(\Gamma^- \times 3)$	$ +S^3 + 1$
-1	1	4	1	-2	0	$T(S)$

مدى $T = \{1, 4, -1, -2, 0\}$

اكتب T كمجموعة أزواج مرتبة:

رسم مخطط سهمي وآخر بياني



إذا كانت $S = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ، H هي مجموعة الأعداد الحقيقية. T : $S \leftarrow H$ حيث $T(S) = S^3 + 1$
أكمل الجدول التالي ، ثم أوجد مدي التطبيق T :

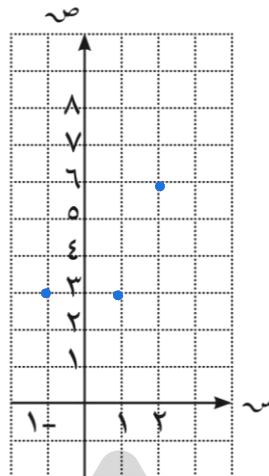
Γ	I	$.$	I^-	S
$\Gamma + \Gamma(\Gamma)$	$\Gamma + \Gamma(I)$	$\Gamma + \Gamma(\cdot)$	$\Gamma + \Gamma(I^-)$	$\Gamma^3 + 1$
1	3	2	3	$T(S)$

المدى = $\{1, 2, 3\}$

اكتب T كأزواج مرتبة:

صفوة بني الكويت

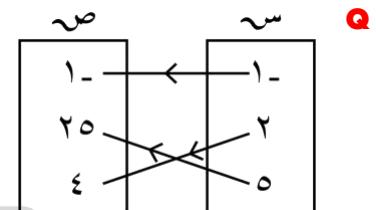
■ رسم مخطط بياني في المستوى الاحادى:



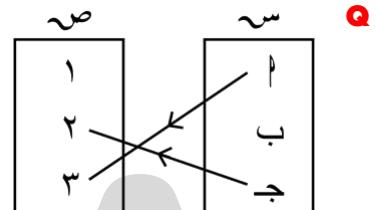
تمارين:

بين أيًّا من المخططات السهادية التالية يمثل تطبيقاً من $s \leftarrow \text{ص}$ وأيهما لا يمثل تطبيقاً، مع ذكر السبب. إذا كان المخطط يمثل تطبيقاً فاذكر المجال والمدى.

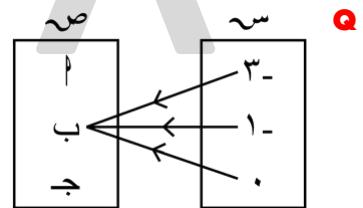
يمثل تطبيق (دالة)
لأنه كل عنصر من س يرتبط بعنصر واحد فقط من ص
المجال س = {٠, ١, ٢, ٥}
المدى = {٤, ٢٥, ١}



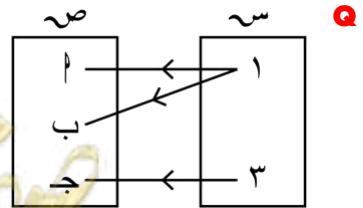
لا يمثل (دالة)
لأن ب ∉ س لا يرتبط بأي عنصر من ص



يمثل تطبيق (دالة)
لأنه كل عنصر من س يرتبط بعنصر واحد فقط من ص
المجال س = {٠, ١, ٣} \rightarrow
المدى = {ب}

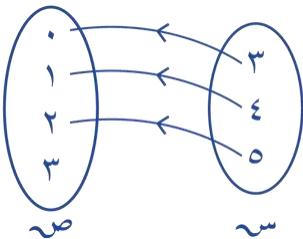


لا يمثل (دالة)
لأن أ ∉ س ويرتبط بعنصرين من ص



حدد ما إذا كانت العلاقات أدناه تمثل تطبيقاً من $S \rightarrow S$ ← أم لا، مع ذكر السبب ثم مثلها بمخطط سهمي

٤) $\{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5)\} = S \rightarrow S$ ، حيث $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$



$\{(0, 1), (0, 2), (1, 3), (2, 4)\} = S \rightarrow S$

تمثل تطبيق دالة لـ

لأن كل عنصر من S يرتبط بعنصر واحد فقط من S

٥) $\{(-1, -1), (-1, 0), (0, 0), (1, 1), (1, 2)\} = S \rightarrow S$ ، حيث $S = \{-3, -1, 0, 1, 2\}$

لا يمثل (دالة)

لأن $1 \in S$ يرتبط بعناصرتين من S

لأن $2 \in S$ لا يرتبط بأي عنصر من S

إذا كانت $S = \{-1, 0, 1, 2\}$ ، وكانت T تطبيقاً من $S \rightarrow S$ ← حيث $T(S) = S + 1$

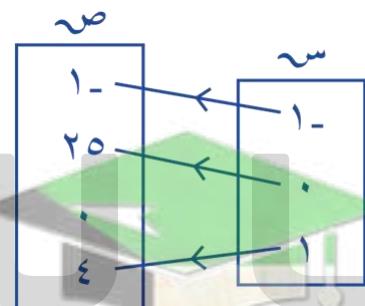
I	.	I-	S
$-1 - (1) 2$	$-1 - (0) 2$	$-1 - (-1) 2$	$S - 1$
1	-1	-3	$T(S)$

أكمل الجدول المقابل

$\{1, -1, -3\} = T$

أكتب T كمجموعة من الأزواج المرتبة = $\{(-1, 0), (0, -1), (1, -2), (-3, -4)\}$

رسم مخططاً سهلياً



معلماتي الالكترونية
صفوة



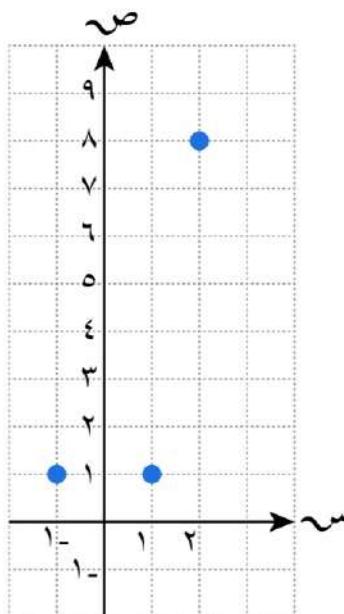
إذا كانت $s = \{1, 2, 3\}$ هي مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} تطبق معرف كما يلي:
 $\text{هـ: } s \leftarrow \text{عـ حيث هـ}(s) = s$

s	$\text{هـ}(s)$	$\text{عـ}(s)$	$\text{أكـ}(s)$
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3

مدى هـ = $\{\text{أكـ}, \text{عـ}, \text{هـ}\}$

أكتب هـ كمجموعة من الأزواج المرتبة = $\{(\text{أكـ}, 1), (\text{عـ}, 2), (\text{هـ}, 3)\}$

رسم مخططـاً بيانيـاً في المستوى الإحداثي.



أنواع التطبيق



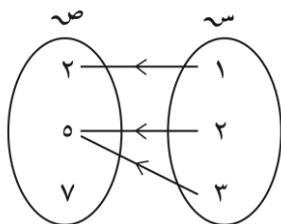
التطبيق الذي يتساوي فيه المدى والمجال المقابل يسمى **(تطبيق شامل)**

التطبيق الذي لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابل يسمى **(تطبيق متباين)**

التطبيق الشامل والمتباين يسمى **(تطبيق تقابل)**

١- بين نوع التطبيق في كل مما يلي من حيث كونه شامل ، متباين وتقابلي.

هـ: $S \leftarrow C$

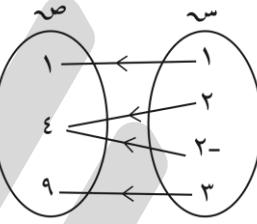


هـ تطبيق ليس شاملً لأن المدى ≠ المجال المقابل

هـ تطبيق ليس متباينًا لأن $h(2) = h(3)$

\therefore هـ تطبيق ليس تقابلًا لأنه تطبيق ليس شاملًا أو (لأنه ليس متباينًا) .

قـ: $S \leftarrow C$

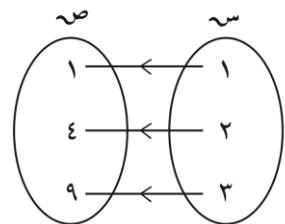


قـ تطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل

قـ تطبيق ليس متباينًا لأن $c(2) = c(3)$

\therefore قـ تطبيق ليس تقابلًا لأنه تطبيق ليس متباينًا .

تـ: $S \leftarrow C$



تـ تطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل

تـ تطبيق متباين لأن $t(1) \neq t(2) \neq t(3)$

\therefore تـ تطبيق تقابل لأنه تطبيق شامل ومتباين .

٢- بين نوع التطبيق من حيث كونه شامل ، متباين وتقابلي.

المجال = {١, ٠, ٠, ١}

المجال المقابل = {٣, ٢, ١, ٠, ٣}

المدى = {٢, ١, ٣}

تـ تطبيق ليس شاملً لأن المدى ≠ المجال المقابل

تـ تطبيق متباين لأن $t(1) \neq t(0) \neq t(3)$

تـ تطبيق ليس تقابلًا لأنه ليس شاملً

معلمات الكويت
صفوة علمي الكويت



Q إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $C = \{1, 2, 3\}$ ، التطبيق D : $S \leftarrow C$ ، حيث $D(S) = 4$ س - 1
أوجد مدى التطبيق D .

$$\begin{aligned} D(1) &= 1 - 3 = 1 \\ D(2) &= 2 - 1 = 1 \\ D(3) &= 3 - 2 = 1 \\ \text{المدى} &= \{1, 2, 3\} \end{aligned}$$

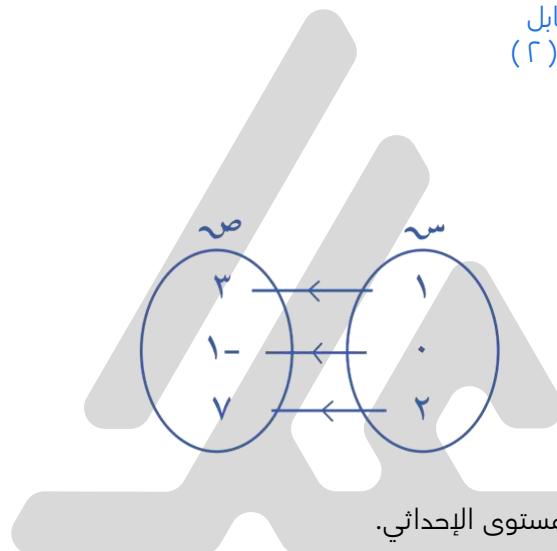
اكتب التطبيق D كمجموعة من الأزواج المرتبة.

$$D = \{(1, 3), (2, 1), (3, 2)\}$$

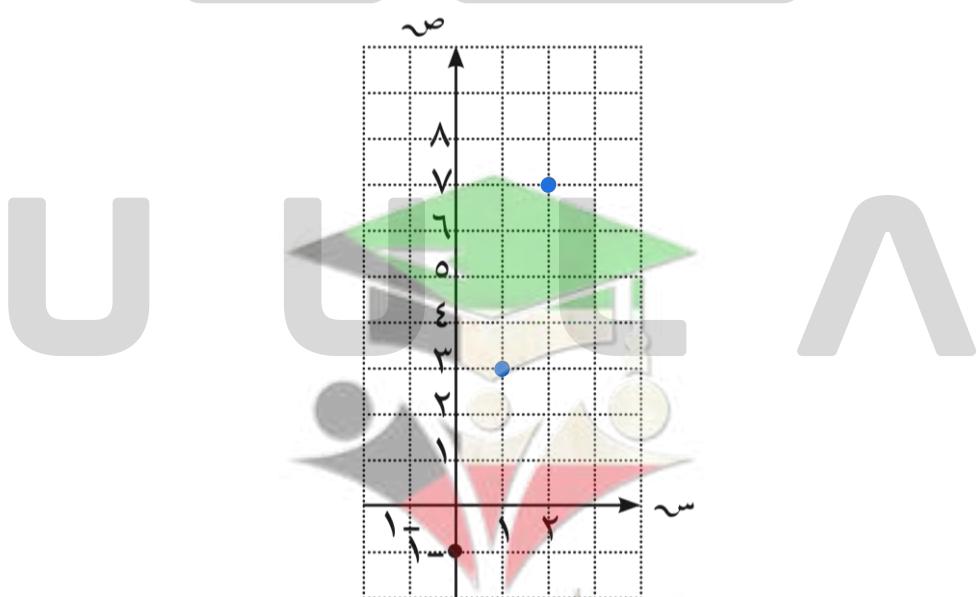
بيان نوع التطبيق D إذا كان تطبيقاً شاملًا ، متسابقاً ، تقابلًا ، مع ذكر السبب.

D شامل لأن المدى = المجال المقابل
 D متسابق لأن $D(1) \neq D(2) \neq D(3)$
 D تقابل لأنه شامل ومتتسابق

مثل التطبيق بمخطط سهمي.



مثل التطبيق بمخطط بياني في المستوى الإحداثي.



مختصرات



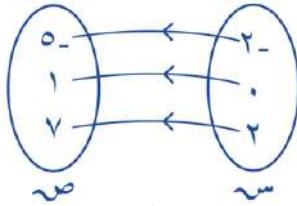
إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$, $T = \{1, 2, 3, 4\}$ التطبيق Q : $S \leftarrow T$, حيث $Q(S) = S^T$ ٤
أوجد مدى التطبيق Q .

$$\begin{aligned} Q(T) &= T^S = 1 + (2 - 1)^3 = 1 + (1)^3 = 1 + 1 = 2 \\ Q(2) &= 2^S = 1 + (2 - 1)^3 = 1 + (1)^3 = 1 + 1 = 2 \\ Q(1) &= 1^S = 1 + (2 - 1)^3 = 1 + (1)^3 = 1 + 1 = 2 \\ \text{المدى} &= \{1, 2\} \end{aligned}$$

اكتب التطبيق Q كمجموعة من الأزواج المرتبة.

$$Q = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

مثل التطبيق بمخطط سهمي.



يبين نوع التطبيق Q إذا كان تطبيقاً شاملًا ، متسابقاً ، تقابلًا ، مع ذكر السبب.

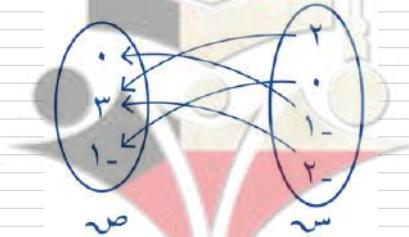
تطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل
تطبيق متسابق لأن $Q(1) \neq Q(2) \neq Q(3)$
تطبيق تقابل لأنه شامل ومتسابق

إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$, $T = \{1, 2, 3\}$ التطبيق T : $S \leftarrow T$, حيث $T(S) = S^T$ ٥

أوجد مدى التطبيق T .

$$\begin{aligned} T(T) &= T^T = 1 - (2 - 1)^3 = 1 - (1)^3 = 1 - 1 = 0 \\ T(0) &= 0^T = 1 - (2 - 1)^3 = 1 - (1)^3 = 1 - 1 = 0 \\ T(1) &= 1^T = 1 - (2 - 1)^3 = 1 - (1)^3 = 1 - 1 = 0 \\ T(2) &= 2^T = 1 - (2 - 1)^3 = 1 - (1)^3 = 1 - 1 = 0 \\ \text{المدى} &= \{0, 1, 2\} \end{aligned}$$

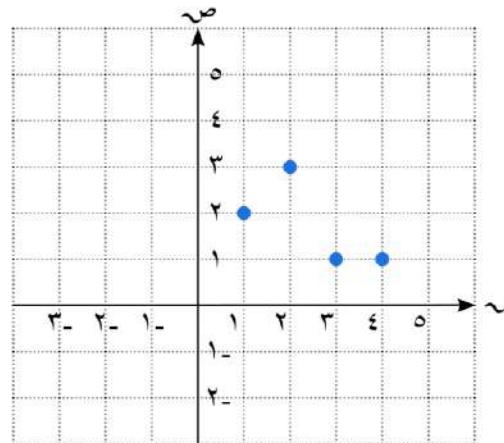
مثل التطبيق بمخطط سهمي.



يبين نوع التطبيق T إذا كان تطبيقاً شاملًا ، متسابقاً ، تقابلًا ، مع ذكر السبب.

تطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل
ليس تطبيق متسابق لأن $T(1) = T(2) = T(3)$
ليس تطبيق تقابل لأنه ليس متسابق

- ❷ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، التطبيق $D : S \leftarrow S$ حيث $D = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- مثل التطبيق D بمخطط بياني في المستوى الإحداثي



▪ أكتب مدى التطبيق.
 $\{3, 2, 1\} = \text{المدى}$

▪ هل التطبيق D تطبيق تقابل ولماذا؟

▪ د ليس تطبيق شامل لأن المدى ≠ المجال المقابل
 د ليس تطبيق متباين لأن $D(3) = D(4)$
 د ليس تطبيق تقابل لأنه ليس شامل و ليس متباين

- ❸ إذا كانت $S = \{1, 2, 0, 1, 8\}$ ، التطبيق $D : S \leftarrow S$ حيث $D(S) = S^3$

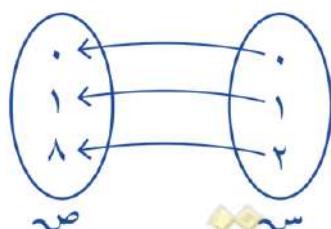
▪ أوجد مدى التطبيق D .

$$\begin{aligned} D(0) &= 0^3 = 0 \\ D(2) &= 2^3 = 8 \\ D(1) &= 1^3 = 1 \\ D(8) &= 8^3 = 512 \\ \text{المدى} &= \{0, 1, 8, 512\} \end{aligned}$$

▪ اكتب التطبيق D كمجموعة من الأزواج المرتبة.
 $D = \{(0, 0), (1, 1), (2, 8), (8, 512)\}$

▪ بين نوع التطبيق D إذا كان تطبيقاً شاملاً، متبايناً، تقابلًا، مع ذكر السبب.

▪ د شامل لأن المدى = المجال المقابل
 د متباين لأن $D(0) \neq D(1) \neq D(2)$
 د تقابل لأنه شامل ومتباين



▪ مثل التطبيق بمخطط سهمي.

إذا كانت $S = \{1, 4, 1, 2, 3\}$ ، $M = \{1, 2, 3, 4\}$ ، التطبيق $T : S \rightarrow M$ ، حيث $T(S) = \{1, 2, 3\}$

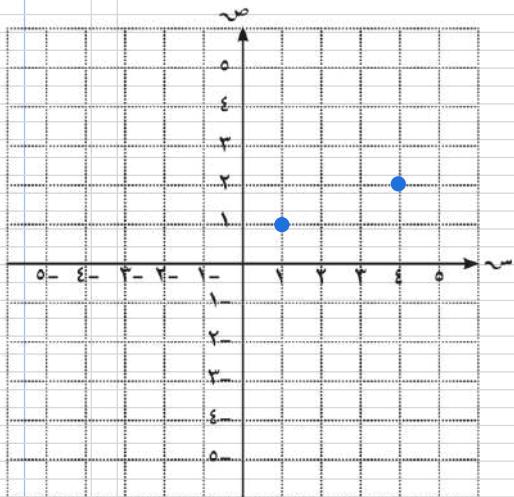
أوجد مدى التطبيق T .

$$T(1) = 1$$

$$T(4) = 2$$

المدى = $\{1, 2\}$

مثل التطبيق بمخطط بياني.



يبين نوع التطبيق T إذا كان تطبيقاً شاملـاً ، متبـاينـاً ، تقابـلـاً ، مع ذكر السبـب.

ـ تـطـيـقـ لـيـسـ شـامـلـاـ ،

لـأـنـ المـدـيـ ≠ـ المـجـالـ المـقـابـلـ .

ـ تـطـيـقـ مـتـبـاـيـنـ ، لـأـنـ

$$T(1) \neq T(4)$$

ـ تـطـيـقـ لـيـسـ تقـابـلـاـ لـأـنـهـ لـيـسـ شـامـلـاـ .

تمارين:

إذا كانت $S = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ، $M = \{1, 0, -1, -2, -3\}$ ، التطبيق $T : S \rightarrow M$ ، حيث $T(S) = \{1, 0, -1, -2, -3\}$

أوجد مدى التطبيق T .

$$T(-1) = -1, T(0) = 0, T(1) = 1, T(2) = 2, T(3) = 3$$

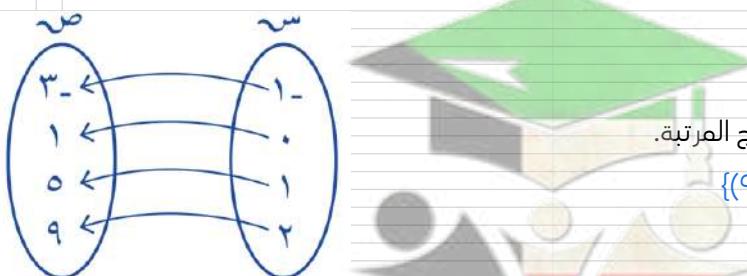
$$T(0) = 0, T(-1) = -1, T(-2) = -2, T(-3) = -3$$

$$T(1) = 1, T(2) = 2, T(3) = 3$$

$$T(2) = 2, T(3) = 3, T(-1) = -1$$

$$T(3) = 3, T(-1) = -1, T(-2) = -2$$

$$\text{المدى} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$



اكتـبـ التـطـيـقـ كـمـجـمـوعـةـ منـ الـأـزـوـاجـ الـمـرـتـبـةـ.

$$T = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

مثلـ التطبيقـ قـ بمـخـطـطـ سـهـميـ.

يبـينـ نوعـ التطبيقـ T إذاـ كانـ تـطـيـقـاـ شـامـلـاـ ، مـتـبـاـيـنـاـ ، تقـابـلـاـ ، معـ ذـكـرـ السـبـبـ.

ـ تـطـيـقـ لـأـنـ المـدـيـ =ـ المـجـالـ المـقـابـلـ .

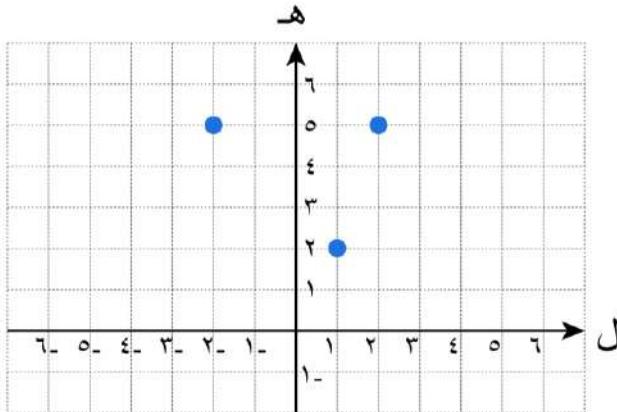
ـ تـطـيـقـ لـأـنـ $T(-1) \neq T(0) \neq T(1) \neq T(2)$

ـ تـقـابـلـ لـأـنـ شـامـلـ وـمـتـبـاـيـنـ



❷ إذا كانت $L = \{1, 2, 3\}$ ، $H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ، التطبيق k : $L \leftarrow H$ ، حيث $k(s) = s^3 + 1$
أوجد مدى التطبيق k .

$$\begin{aligned} k(1) &= 1 + 1^3 = 2 \\ k(2) &= 2 + 2^3 = 10 \\ k(3) &= 3 + 3^3 = 28 \\ k(4) &= 4 + 4^3 = 68 \\ k(5) &= 5 + 5^3 = 128 \end{aligned}$$



اكتب التطبيق k كمجموعة من الأزواج المرتبة.

$$k = \{(1, 2), (2, 10), (3, 28)\}$$

مثل التطبيق k بمخطط بياني في المستوى الإحداثي

بين نوع التطبيق k إذا كان تطبيقاً شاملًا ، متبایناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب.

k تطبيق ليس شاملًا ، لأن المدى \neq المجال المقابل.

k ليس تطبيق متباين ، لأن $k(2) = k(-2)$.

$\therefore k$ تطبيق ليس تقابلاً لأنه ليس شاملًا.

❸ إذا كانت $S = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ، $H = \{0, 1, -1, -2\}$ ، التطبيق $h : S \leftarrow H$ ، حيث $h(s) = s^3 - 1$

أوجد مدى التطبيق h

$$\begin{aligned} h(-1) &= (-1)^3 - 1 = -2 \\ h(0) &= 0^3 - 1 = -1 \\ h(1) &= 1^3 - 1 = 0 \\ h(2) &= 2^3 - 1 = 7 \\ h(3) &= 3^3 - 1 = 26 \end{aligned}$$

اكتب التطبيق h كمجموعة من الأزواج المرتبة.

$$h = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 7), (3, 26)\}$$

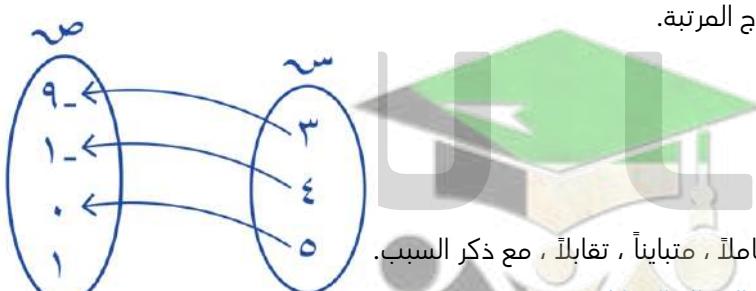
مثل التطبيق h بمخطط سهمي.

بین نوع التطبيق h إذا كان تطبيقاً شاملًا ، متبایناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب.

h تطبيق ليس شاملًا ، لأن المدى \neq المجال المقابل.

h تطبيق متباين ، لأن $h(-2) \neq h(2)$.

$\therefore h$ تطبيق ليس تقابلاً لأنه ليس شاملًا.

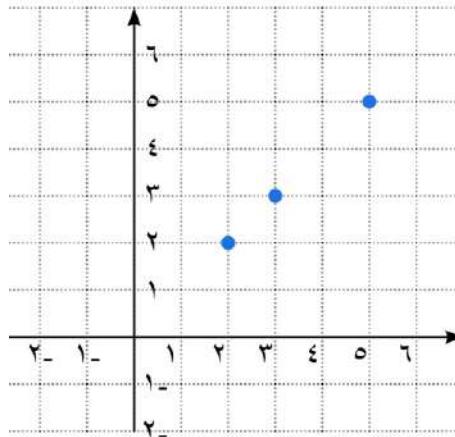


❷ إذا كانت $U = \{0, 3, 6\}$ ، التطبيق φ : $U \rightarrow U$ ، حيث $\varphi(x) = 2x + 3$

▪ أوجد مدى التطبيق φ

$$\text{المدى} = \{0, 3, 6\}$$

▪ مثل التطبيق φ بمخطط بياني في المستوى الإحداثي



▪ بين نوع التطبيق φ هو تطبيق تقابل.

▪ φ تطبيق شامل ، لأن المدى = المجال المقابل .

▪ φ تطبيق متباين ، لأن $\varphi(0) = 3 \neq \varphi(3) = 9 \neq \varphi(6) = 15$.

∴ φ تقابل لأنه شامل ومتباين.

❸ إذا كان التطبيق $D : S \rightarrow M$ ، حيث $S = \{1, 4, 16\}$ ، $M = \{11, 0, 2\}$ فبين أن التطبيق D متباين.

$$D(1) = 11 \quad 3 = 1 - \frac{1}{16}$$

$$D(4) = 0 \quad 3 = 1 - \frac{4}{16}$$

$$D(16) = 1 \quad 3 = 1 - \frac{16}{16}$$

▪ D تطبيق شامل ، لأن المدى = المجال المقابل .

▪ D تطبيق متباين ، لأن $D(1) = 11 \neq D(4) = 0 \neq D(16) = 1$.

∴ D تقابل لأنه شامل ومتباين.

معلمات الكويت
صفوة

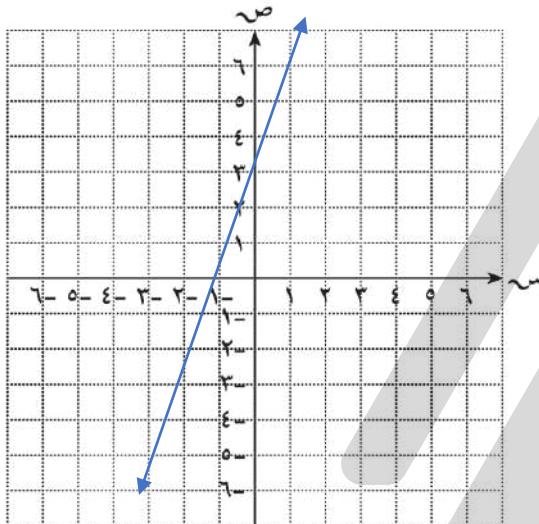


الدالة الخطية

الدالة الخطية t : $t \leftarrow 2x + 1$, حيث $x \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}$

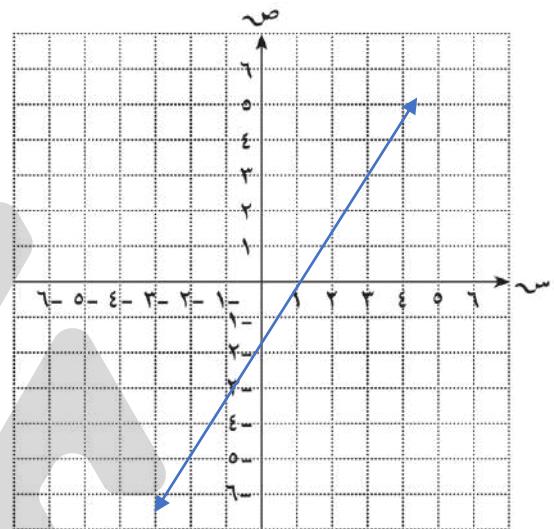
رسم بيان الدالة الخطية: $t = 2x + 1$ Q

x	1	.	t
x	0	1	t



رسم بيان الدالة الخطية: $t = 3x - 1$ Q

x	1	.	t
x	3	1	t

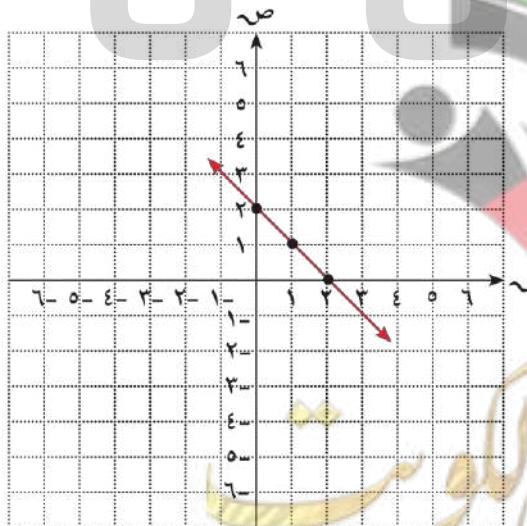


الدالة الثابتة $d(t) = t$, $t \in \mathbb{R}$, يكون بيانها خطًا مستقيماً أفقياً (يوازي محور السينات).

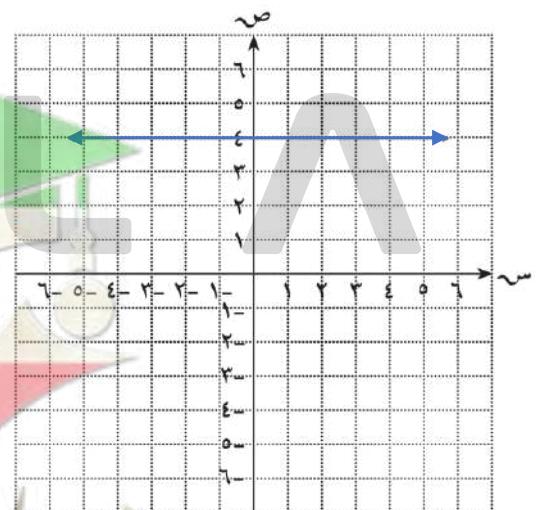
رسم بيان الدالة الخطية: $t = s + 1$ Q

$$t = -s + 1$$

s	1	.	t
s	0	1	t



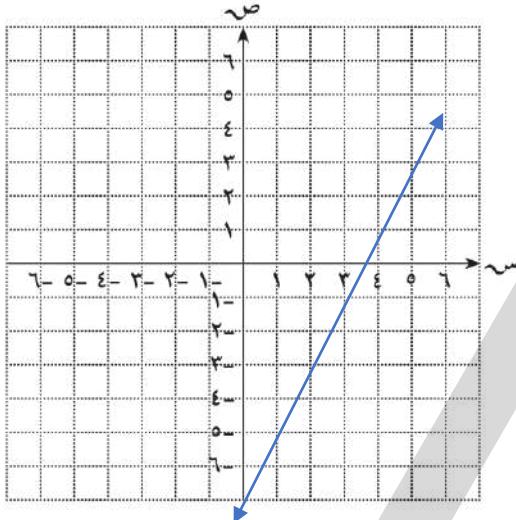
رسم بيان الدالة الخطية: $t = 4s$ Q



رسم بيان الدالة الخطية

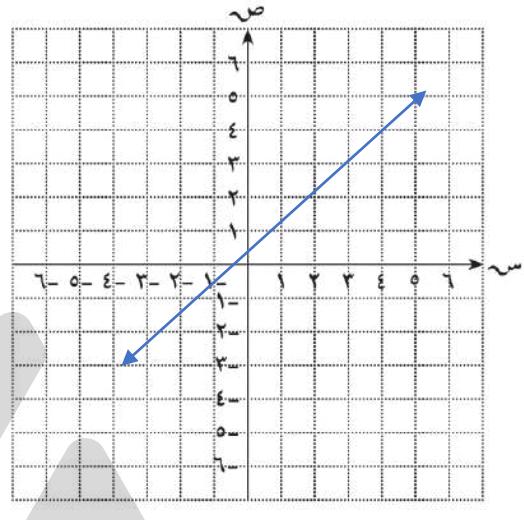
$$\text{ص} = \text{س} - 3 \quad Q$$

٢	١	.	س
.	-٣	-٤	ص



$$\text{ص} = 1 - \text{x} \quad Q$$

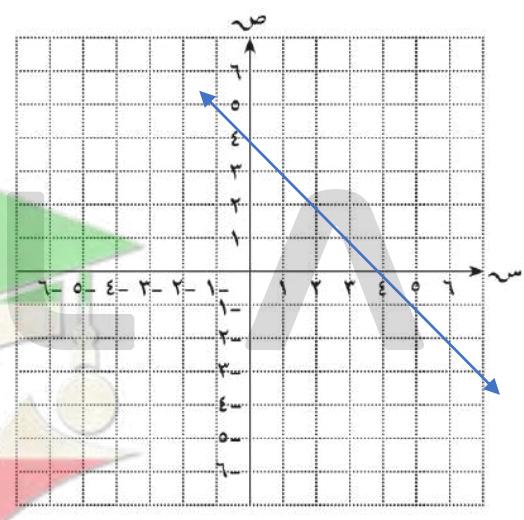
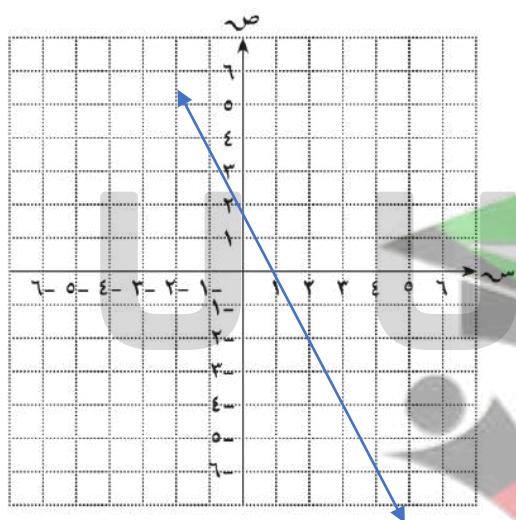
٢	١	.	س
٤	٣	٢	ص



$$\text{ص} = \text{x} + 3 \quad Q$$

٢	١	.	س
-٣	-٤	-٥	ص

٢	١	.	س
١	٢	٣	ص



معلماتي الكرة
صفوة

الدالة التربيعية

الصورة العامة للدالة التربيعية هي :

$$ص = أ س^2 + ب س + ج \quad حيث \quad أ, ب, ج \quad أعداد حقيقة, \quad أ \neq 0.$$

حيث أن كلاً من المجال والمحال المقابل للدالة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقة .

الصورة القياسية للدالة التربيعية :

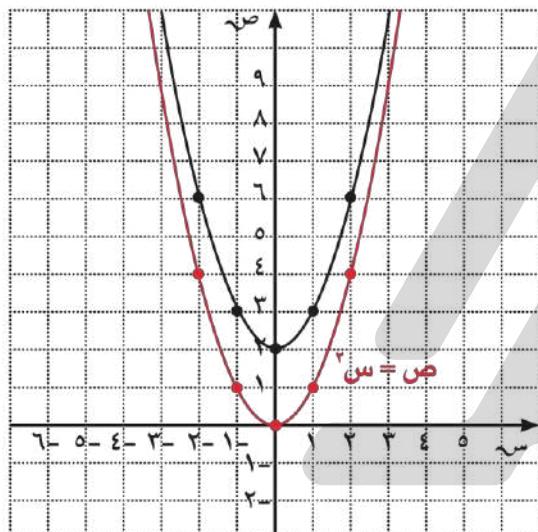
$$ص = أ (س - د)^2 + ه \quad حيث \quad أ, د, ه \in ج, \quad أ \neq 0.$$

تقصر دراستنا في حالة $A = 1$ أي على الصورة $ص = (س - د)^2 + ه$.

رأس منحنى الدالة $ص = (س - د)^2 + ه$ هو النقطة $(د, ه)$. وخط تماثلها هو المستقيم $س = د$

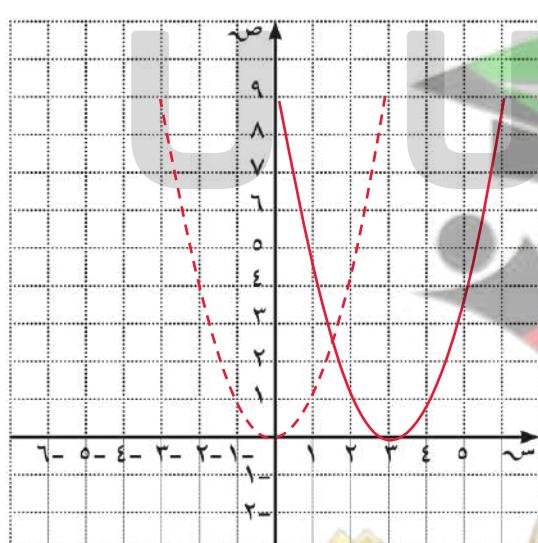
❷ مثل بياناً الدالة $ص = س^2$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^2$

انسحاب وحدتان للأعلى

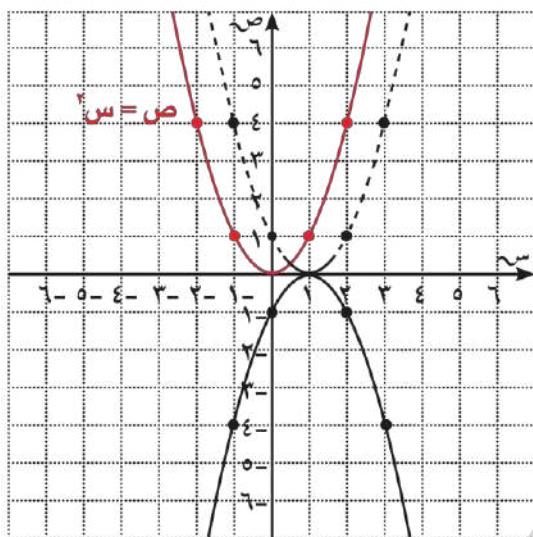


❸ مثل بياناً الدالة $ص = (س - ٣)^2$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^2$

انسحاب ٣ وحدات لليمين

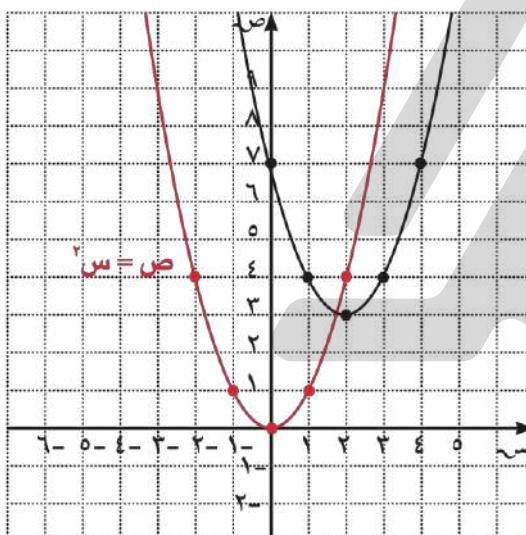


❷ مثل بيانياً الدالة $ص = -(س - ١)^٢$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$



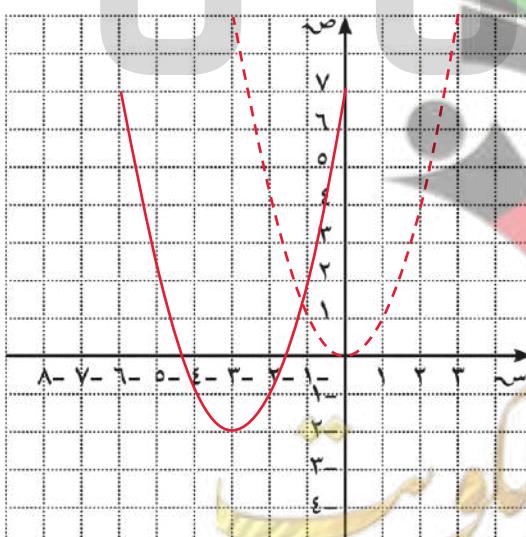
انسحاب وحدة لليمين
انعكاس في المحور السيني

❸ مثل بيانياً الدالة $ص = (س - ٢)^٢ + ٣$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$



انسحاب وحدات لليمين ، ٣ وحدات للأعلى

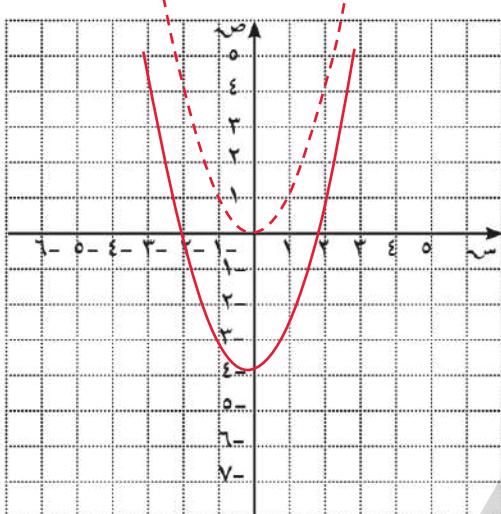
❹ مثل بيانياً الدالة $ص = (س + ٣)^٢ - ٢$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$



انسحاب ٣ وحدات لليسار ووحدات للأسفل

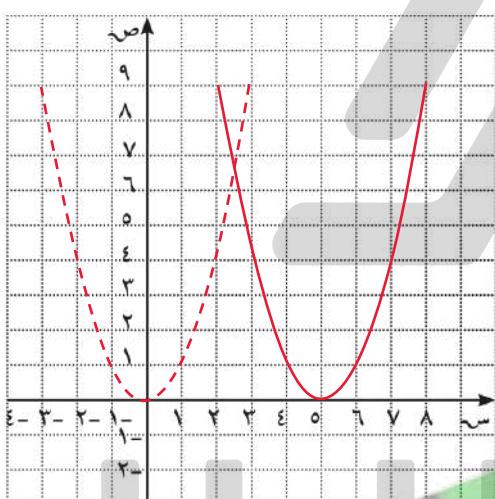
Q مثل بياني الدالة $s = s^2$ - ٤ مستخدما التمثيل البياني للدالة التربيعية $s = s^2$

انسحاب ٤ وحدات للأسفل



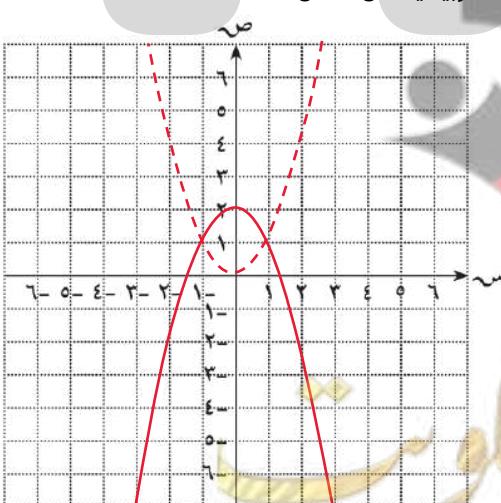
Q مثل بياني الدالة $s = (s - 0)^2$ مستخدما التمثيل البياني للدالة التربيعية $s = s^2$

انسحاب ٥ وحدات لليمين



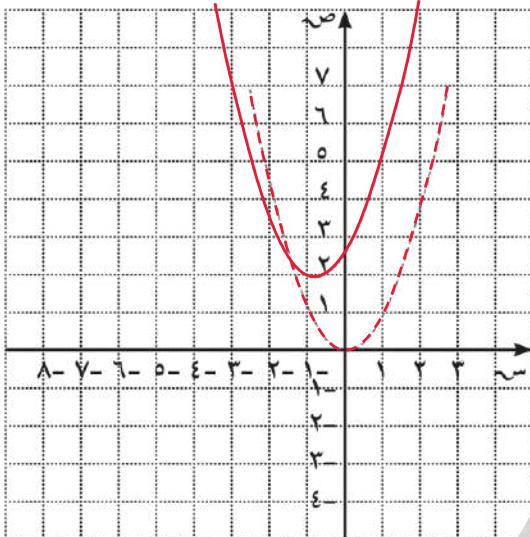
Q مثل بياني الدالة $s = -s^2 + 2$ مستخدما التمثيل البياني للدالة التربيعية $s = s^2$

انسحاب وحدتان للأعلى
انعكاس في المحور السيني



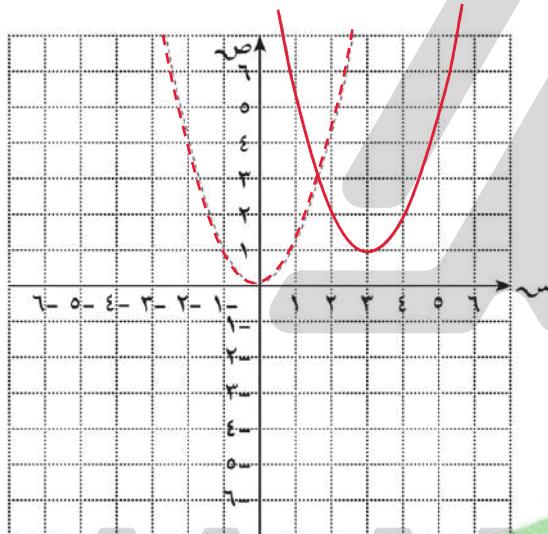
Q مثل بيانيا الدالة $s = (s + 1)^2$ مستخدما التمثيل البياني للدالة التربيعية $s = s^2$

انسحاب وحدة لليسار ووحدتان للأعلى



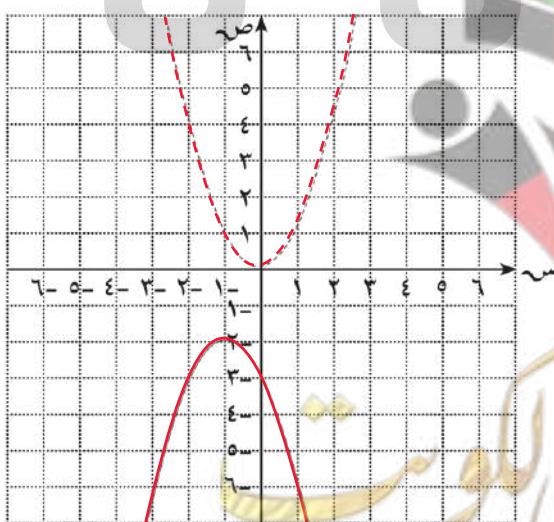
Q مثل بيانيا الدالة $s = (s - 3)^2 + 1$ مستخدما التمثيل البياني للدالة التربيعية $s = s^2$

انسحاب 3 وحدات لليمين ووحدة للأعلى

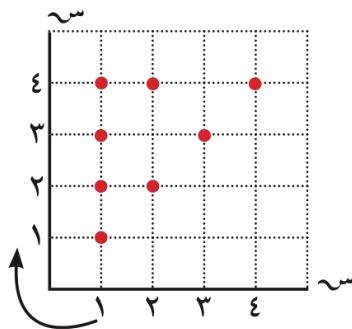


Q مثل بيانيا الدالة $s = -(s + 1)^2$ مستخدما التمثيل البياني للدالة التربيعية $s = s^2$

انسحاب وحدة لليسار ووحدتان للأسفل
انعكاس في المحور السيني



تقييم الوحدة الخامسة



● يوضح المخطط البياني المقابل العلاقة u المعرفة على المجموعة $S = \{1, 2, 3, 4\}$
● أكتب العلاقة u بذكر العناصر.

$$u = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

● اختبر العلاقة u من حيث كونها: انعكاسية، متناظرة، متعددة، تكافؤ.

$$\begin{aligned} 1 &\in u \quad (1, 1) \in u \\ 2 &\in u \quad (2, 2) \in u \\ 3 &\in u \quad (3, 3) \in u \\ 4 &\in u \quad (4, 4) \in u \\ &\therefore u \text{ علاقة انعكاسية} \\ \text{لأن: } &\forall s \in u \quad (s, s) \in u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1, 2) &\in u, (2, 1) \notin u \\ &\therefore u \text{ ليست متناظرة} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1, 2) &\in u, (2, 1) \in u, (1, 3) \in u \\ &\therefore u \text{ متعددة} \\ \text{لأن: } &\forall (a, b) \in u \quad (b, a) \in u, (a, c) \in u \\ &\therefore u \text{ ليست تكافؤ لأنها ليست متناظرة} \end{aligned}$$

● إذا كانت u علاقة معرفة على $S = \{9, 7, 5, 3, 0, 0, 0, 0, 0\}$
● فاختبار العلاقة u من حيث كونها: انعكاسية، متناظرة، متعددة، تكافؤ.

$$\begin{aligned} 3 &\in u \quad (3, 3) \in u \\ 0 &\in u \quad (0, 0) \in u \\ 7 &\in u \quad (7, 7) \in u \\ 9 &\in u \quad (9, 9) \in u \\ &\therefore u \text{ علاقة انعكاسية} \\ \text{لأن: } &\forall s \in u \quad (s, s) \in u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (0, 3) &\in u, (3, 0) \notin u \\ &\therefore u \text{ ليست متناظرة} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (0, 3) &\in u, (3, 0) \in u, (9, 0) \in u, (0, 9) \in u \\ &\therefore u \text{ متعددة} \\ \text{لأن: } &\forall (a, b) \in u \quad (b, a) \in u, (a, c) \in u \\ &\therefore u \text{ ليست تكافؤ لأنها ليست متناظرة} \end{aligned}$$



❷ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، وكانت T تطبيقاً من S إلى S حيث $T(S) = \{3, 3, 3\}$

I	\cdot	$I-$	S
$\text{---}(S)$	$\text{---}(T)$	$\text{---}(I)$	$S-S$
١	٣	.	$T(S)$

أكمل الجدول:

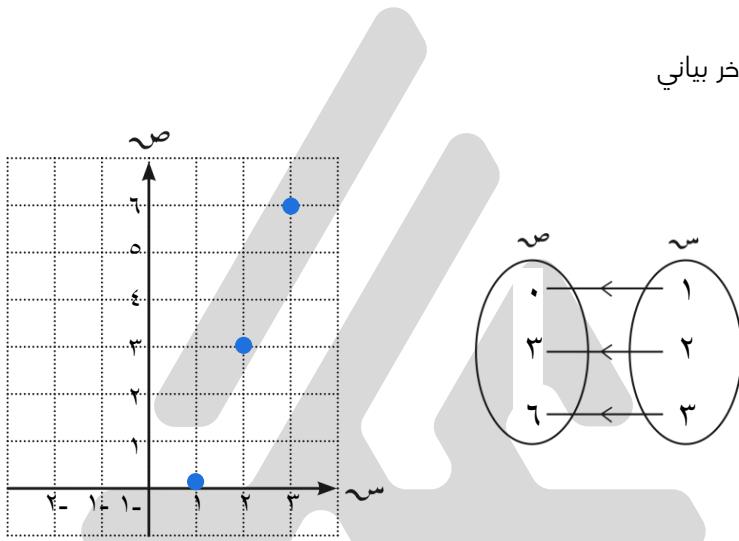
أوجد المدى

$\{1, 3, 3\}$

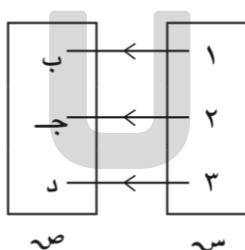
اكتب تكراراً مرتباً

$\{(1, 1), (2, 3), (3, 3)\}$

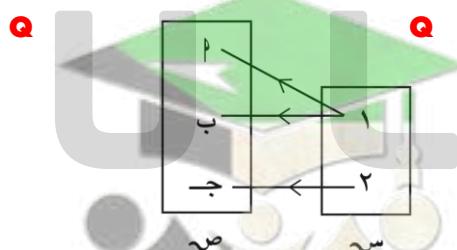
رسم مخطط سهمي وآخر بياني



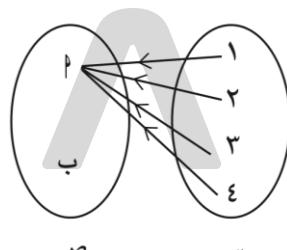
أي مما يلي يمثل تطبيق؟ ولماذا؟



نعم لأن كل عنصر من المجال يرتبط بعنصر واحد من المجال المقابل



لا لأن ا عنصر يرتبط بعنصرين من S



نعم لأن كل عنصر من المجال يرتبط بعنصر واحد من المجال المقابل

صفوة في الكوثر

❷ إذا كان التطبيق د : $s \rightarrow m$ ، حيث $s = \{1, 2, 4\}$ ، $m = \{1, 2, 4\}$ ، $D(s) = \{1, 2, 4\}$

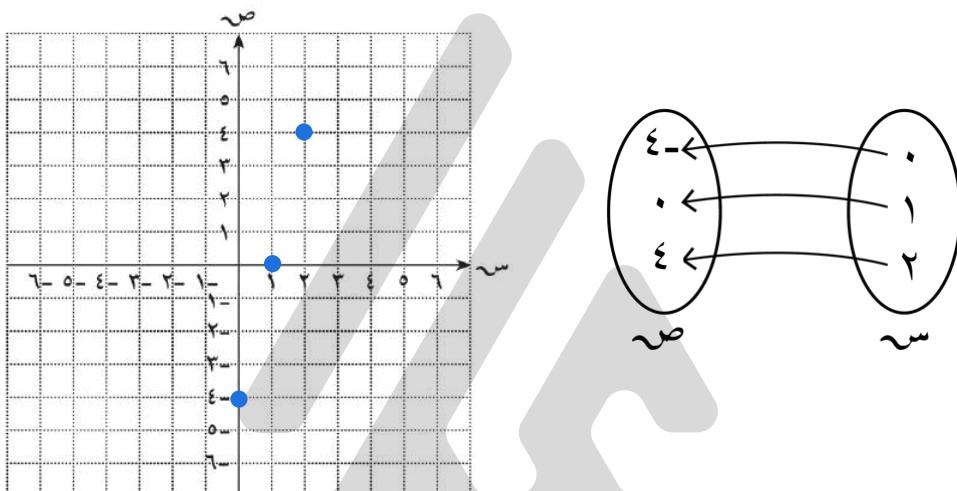
▪ أوجد مدى التطبيق د.

$$\begin{aligned} D(0) &= \{1, 2, 4\} \\ D(1) &= \{1, 2, 4\} \\ D(2) &= \{1, 2, 4\} \\ D(4) &= \{1, 2, 4\} \\ \text{المدى} &= \{1, 2, 4\} \end{aligned}$$

▪ اكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتبة.

$$D = \{(1, 1), (2, 2), (4, 4)\}$$

▪ مثل التطبيق د بمخطط سهمي وآخر بياني في المستوى الإحداثي.



▪ يُبيّن نوع التطبيق كـ إذا كان تطبيقاً شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب.

د تطبيق شامل ، لأنَّ المدى = المجال المقابل .

د تطبيق متباين ، لأنَّ $D(0) \neq D(1) \neq D(2)$.

\therefore د تقابل لأنَّه شامل ومتباين.

❸ إذا كان التطبيق ن : $s \rightarrow m$ ، حيث $s = \{-1, 0, 1\}$ ، $m = \{1, 2, 3\}$ ، $N(s) = \{1, 2, 3\} - s$ ،
▪ يُبيّن نوع التطبيق ن من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا مع ذكر السبب .

$$N(-1) = \{1, 2, 3\} - (-1) = \{1, 2, 3\}$$

$$N(0) = \{1, 2, 3\} - 0 = \{1, 2, 3\}$$

$$N(1) = \{1, 2, 3\} - 1 = \{1, 2, 3\}$$

▪ ق تطبيق لشامل لأنَّ المدى = المجال المقابل .

▪ ق تطبيق غير متباين ، لأنَّ $Q(-1) = Q(0) = Q(1)$.

\therefore ق تطبيق ليس تقابلًا لأنَّه ليس متباين .



❷ إذا كانت $s = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $c = \{1, 2, 3, 4\}$ والتطبيق t : $s \rightarrow c$ ، حيث $t(s) = \sqrt{s} + 1$

▪ أوجد مدى التطبيق t .

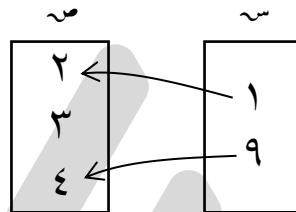
$$t(1) = 1 + \sqrt{1} = 2$$
$$t(2) = 1 + \sqrt{2} = 2.41$$
$$t(3) = 1 + \sqrt{3} = 2.73$$
$$t(4) = 1 + \sqrt{4} = 3$$

المدى = $\{2, 2.41, 2.73, 3\}$

▪ اكتب التطبيق t كمجموعة من الأزواج المرتبة.

$$t = \{(1, 2), (2, 2.41), (3, 2.73), (4, 3)\}$$

▪ مثل التطبيق بمخطط سهمي.



▪ يُبيّن نوع التطبيق د إذا كان تطبيقاً شاملًا ، متسابقاً ، تقابلًا ، مع ذكر السبب.

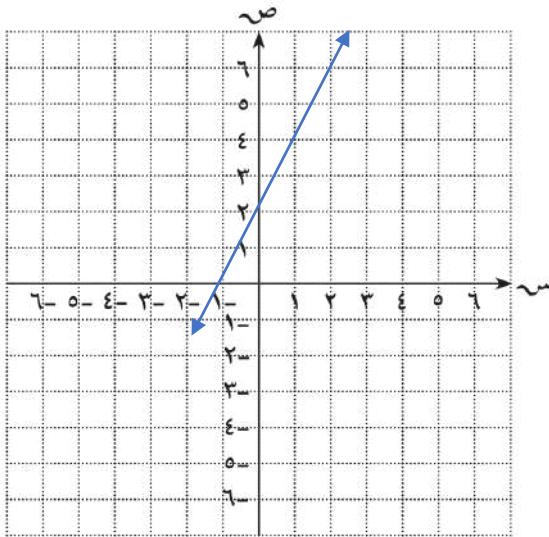
ت ليس شاملًا لأن المدى ≠ المجال المقابل

ت متسابق لأن $t(1) \neq t(2)$

ت ليس تقابل لأنه ليس شاملًا



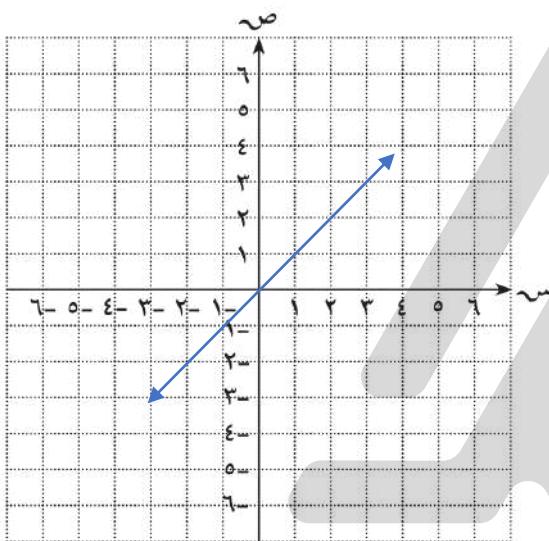
رسم بيان الدالة الخطية $ص = ٣س + ٢$ Q



$$ص = ٣س + ٢$$

٣	١	.	س
٦	٤	٢	ص

رسم بيان الدالة الخطية $ص = س$ Q

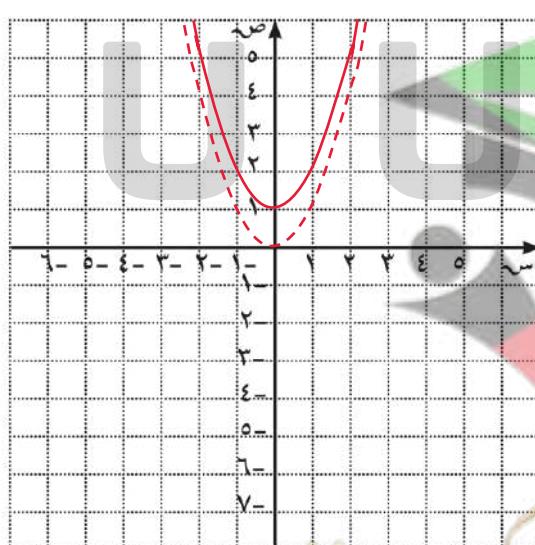


$$ص = س$$

٣	١	.	س
٣	١	.	ص

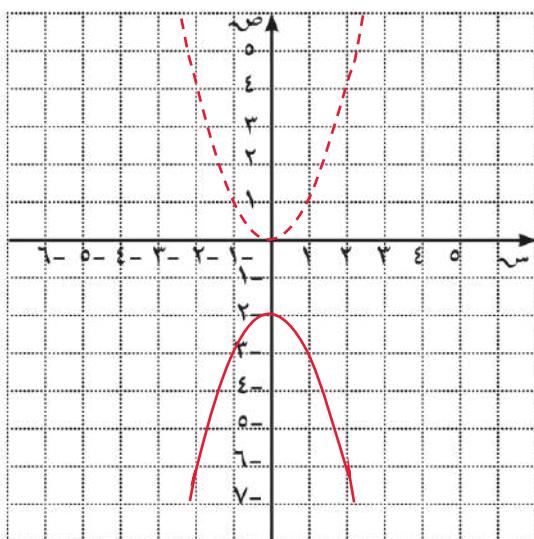
مثل بيان الدالة $ص = س^٢ + ١$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$ Q

إزاحة وحدة للأعلى



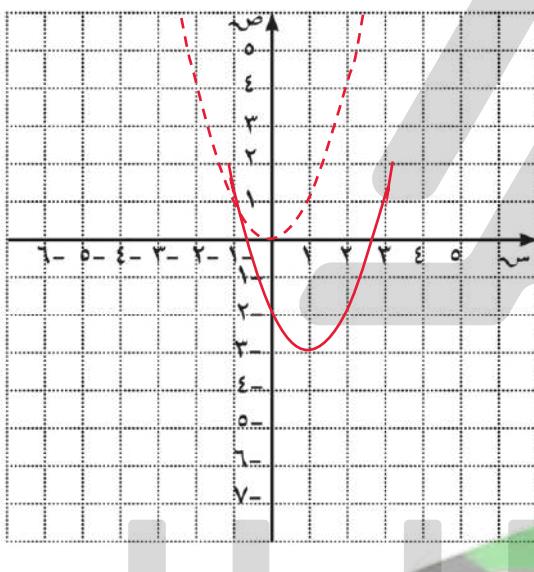
٢ - مُثِّل بياني الدالة $s = -s^2$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $s = s^2$

إزاحة وحدتين للأسفل
انعكاس في المحور السيني



٣ - مُثِّل بياني الدالة $s = (s-1)^2$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $s = s^2$

إزاحة وحدة لليمين و ٣ وحدات للأسفل



صفوة علمي الكويت

التمارين الموضوعية

٤٦) إذا كانت العبارة صحيحة ، و٤٧) (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة.

- (أ) (ب)

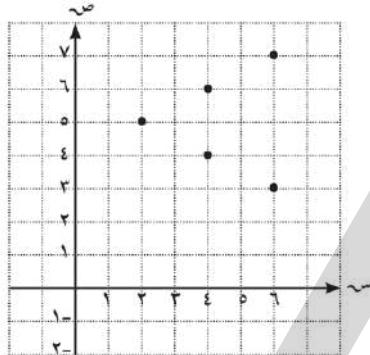
إذا كانت ع علاقه تكافؤ على س = $\{1, 0, 3\}$ ، $\{1, 0, 6\}$ ، $\{0, 0, 6\}$ ، $\{0, 3, 6\}$ فإن (س، ص) = $\{6, 0\}$.

- (أ) (ب)

علاقة أكبر من أو يساوي على مجموعة أعداد هي علاقة متناظرة.

- (أ) (ب)

علاقة التطابق على مجموعة مثلثات هي علاقة تكافؤ.



- (أ) (ب)

لتكن س = {١، ٠، ٣} ، ص = {٠، ١، ٢} ، التطبيق ت : س \rightarrow ص ، حيث ت(س) = س^٣ فإن ت تطبيق شامل وليس متبيناً.

- (أ) (ب)

إذا كانت النقطة (٢، ٢) هي رأس منحنى الدالة التربيعية، فإن معادلة خط التمايز للدالة هي س = ٢.

- (أ) (ب)

لتكن س = {٦، ٥، ٧} ، إذا كان التطبيق ت : س \rightarrow ص (ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) حيث ت(س) = س ، فإن ت تطبيق ليس تقابلًا.

- (أ) (ب)

النقطة (١، ١) تنتمي إلى بيان الدالة ص = -٣س + ٣

اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت ع علاقه معرفة على س = {٠، ٤، ٣} ، ع = {٤، ٤} فإن ع تكون:

- (أ) اعكاسية
 (ب) متناظرة وليس متعدية
 (ج) علاقه تكافؤ
 (د) متناظرة ومتعدية

إذا كانت ع علاقه معرفة على س = {١، ب} ، ع = {(أ، ب)، (ب، أ)} فإن:

- (أ) علاقه متناظرة فقط
 (ب) علاقه متناظرة ومتعدية
 (ج) علاقه تكافؤ
 (د) علاقه اعكاسية فقط

علاقه التوازي على مجموعة مستقيمات هي:

- (أ) علاقه اعكاسية فقط
 (ب) علاقه متناظرة فقط
 (ج) علاقه تكافؤ
 (د) علاقه اعكاسية ومتعدية

لتكن $s = \{1, 4, 20\}$ ، إذا كان التطبيق $t : s \rightarrow s$ ، (ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) حيث $t(s) = \overline{s}$ ، فإن t تطبيق:

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="radio"/> ب ليس شاملًا وليس متباينًا | <input checked="" type="radio"/> أ شامل ومتباين |
| <input checked="" type="radio"/> د متباين وليس شاملًا | <input checked="" type="radio"/> ج شامل وليس متباينًا |

لتكن $s = \{1, 2, -1\}$ ، التطبيق $t : s \rightarrow s$ ، حيث $t(s) = s^2 - 1$ ، فإن t تطبيق:

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="radio"/> ب شامل ومتباين | <input checked="" type="radio"/> أ متباين وليس شاملًا |
| <input checked="" type="radio"/> د شامل وليس متباينًا | <input checked="" type="radio"/> ج ليس شاملًا وليس متباينًا |

إذا كانت $s = \{1, 2, t\}$ ، $t : s \rightarrow s$ ، فإن التطبيق التقابل فيما يلي هو:

- | | |
|--|---|
| <input checked="" type="radio"/> ب $\{(1, 1), (2, 2)\}$ | <input checked="" type="radio"/> أ $\{(1, 2), (2, 1)\}$ |
| <input checked="" type="radio"/> د ليس أي مما سبق صحيحًا | <input checked="" type="radio"/> ج $\{(1, 2), (2, 1)\}$ |

إذا كان التطبيق $t : s \rightarrow s$ ، حيث (ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، $t(s) = s^3$ ، فإن t تطبيق:

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="radio"/> ب ليس شاملًا وليس متباينًا | <input checked="" type="radio"/> أ شامل ومتباين |
| <input checked="" type="radio"/> د متباين وليس شاملًا | <input checked="" type="radio"/> ج شامل وليس متباينًا |

إذا كان التطبيق $t : s \rightarrow s$ ، حيث (ط هي مجموعة الأعداد الكلية) ، $t(s) = 2s$ ، فإن t تطبيق:

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="radio"/> ب متباين وليس شاملًا | <input checked="" type="radio"/> أ ليس شاملًا وليس متباينًا |
| <input checked="" type="radio"/> د تقابل | <input checked="" type="radio"/> ج شامل وليس متباينًا |

ليكن التطبيق $t : s \rightarrow s$ ، حيث $t(s) = 2s + 5$. إذا كان $t(\bar{a}) = \bar{c}$ ، فإن a تساوي:

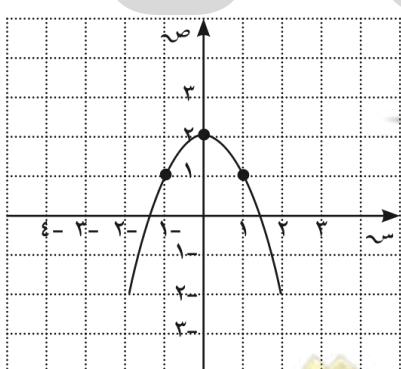
- | | |
|--|--------------------------------------|
| <input checked="" type="radio"/> ب صفر | <input checked="" type="radio"/> أ 0 |
| <input checked="" type="radio"/> د 3 | <input checked="" type="radio"/> ج 7 |

إذا كانت النقطة $(\bar{a}, -\bar{c})$ تنتهي إلى بيان الدالة: $s = \bar{a}s + \bar{c}$ ، فإن a تساوي:

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| <input checked="" type="radio"/> ب | <input checked="" type="radio"/> أ 1 |
| <input checked="" type="radio"/> د | <input checked="" type="radio"/> ج 2 |

يمثل الشكل المقابل بيان الدالة:

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="radio"/> ب $s = \bar{c} + \bar{a}s$ | <input checked="" type="radio"/> أ $s = \bar{c} + \bar{a}s$ |
| <input checked="" type="radio"/> د $s = \bar{c} - \bar{a}s$ | <input checked="" type="radio"/> ج $s = (\bar{c} + \bar{a})s$ |



بيان الدالة ص = (س - ٢) ٤ يمثل بيان الدالة ص = س ٤ تحت تأثير:

- أ إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأسفل.
- ب إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأسفل.
- ج إزاحة أفقية بمقدار ٤ وحدات إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٢ وحدة إلى الأعلى.
- د إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأعلى.

..... معادلة خط التمايل لمنحنى الدالة د : د(س) = س ٤ هي

- أ س = ٤
- ب س = .
- ج ص = ٤
- د ص = .

..... معادلة خط التمايل لمنحنى الدالة د : د(س) = (س - ٢) ٤ هي

- أ س = .
- ب س = ٤
- ج س = -٤
- د س = -٢

..... نقطة رأس منحنى الدالة: ص = - (س - ٣) ٤ + ٤ هي

- أ (٤ , ٣)
- ب (٣ , ٤)
- ج (٣- , ٤)
- د (-٣ , ٤)

إذا كان التطبيق ت : ص \leftarrow س (مجموعة الأعداد الصحيحة) ، ت(س) = س ٤ ، فإن ت:

- أ شامل وليس متبايناً
- ب متباين وليس شاملًا
- ج ليس شاملًا وليس متبايناً
- د تطبيق تقابل

إذا كان التطبيق ق : {١ , ٠ , -١} \leftarrow {٢ , ٢- , ٢+} ، حيث ق(س) = $\frac{1}{s}$ س ، فإن ق:

- أ شامل وليس متبايناً
- ب متباين وليس شاملًا
- ج ليس شاملًا وليس متبايناً
- د تطبيق تقابل