

الوحدة التعليمية السادسة



صفوة في الويب

المقادير الجبرية

الرياضيات تشيّد الأبراج

برج الحمراء هو أطول ناطحة سحاب في دولة الكويت وواحد من أطول الأبراج في العالم .

يبلغ ارتفاعه حوالي ٤١٢ مترًا ويضم ٨٦ طابقًا، ممّا يجعله أطول برج مبني بالكامل من الخرسانة في العالم (من دون هيكل فولاذي رئيسي) .

وما يميّزه أنّه يدور تدريجيًا وهو يرتفع إلى الأعلى ، فيبدو وكأنّه وشاح حجري يلتفّ حول المبنى - وهذا الشكل الرائع تمّ تصميمه باستخدام معادلات هندسية دقيقة تعتمد على كثرات الحدود والمنحنيات الرياضية ، لتوازن بين الجمال الفنّي والاستقرار الإنشائي .

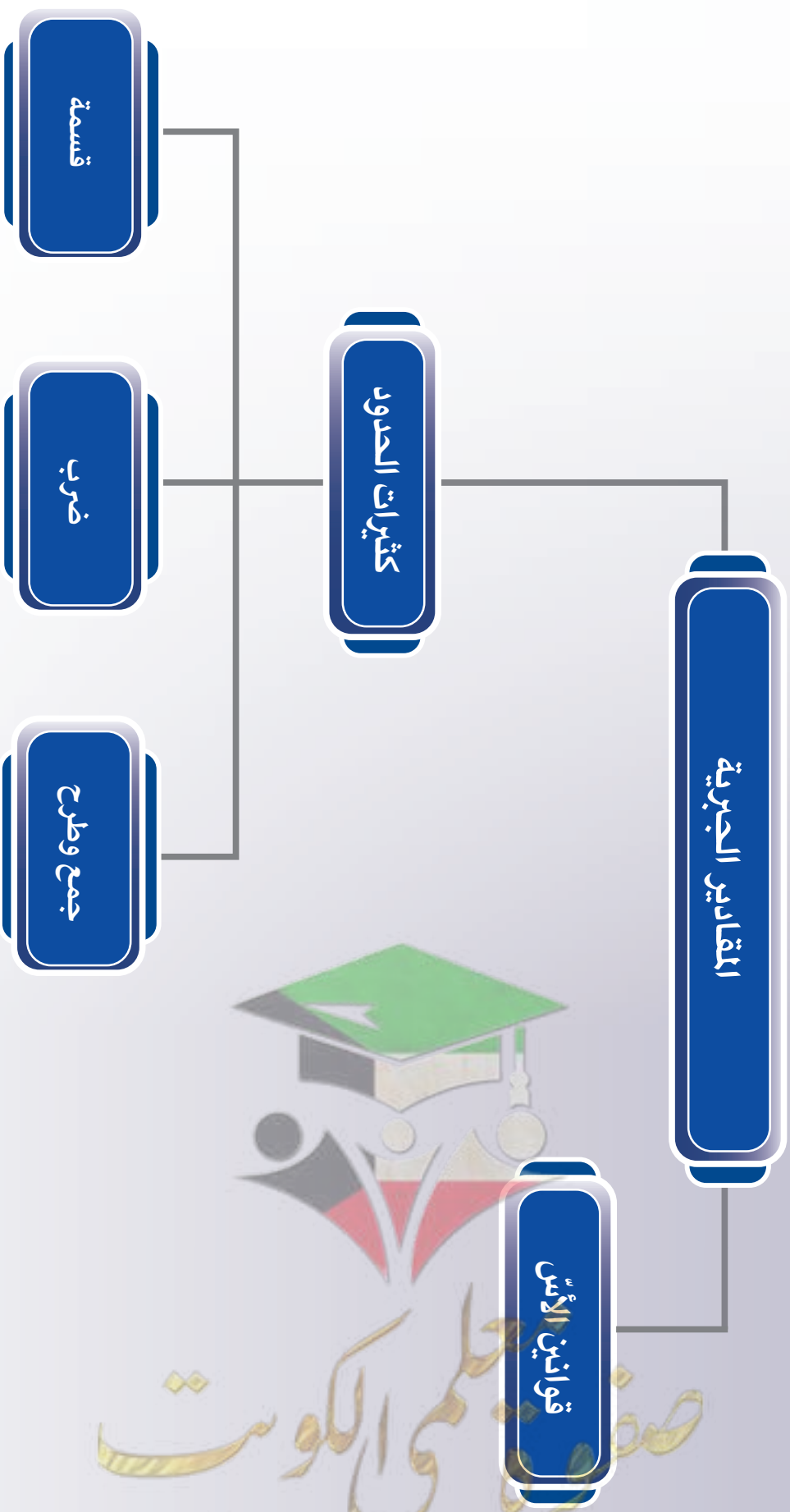
كما أنّ تصميم البرج يساعد على تقليل تأثير حرارة الشمس ، إذ تغطّي الجدران المنحنية الواجهات الأكثر تعرّضًا لأشعّة الشمس ، ممّا يقلّل من استهلاك الطاقة .



صفوة معلمي الكويت

المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
العدّ والجبر	تمثيل الأعداد واستخدامها ضمن أشكال متكافئة متنوعة وإدراك أنّ مختلف أشكال الأعداد تتلاءم مع حالات مختلفة .	التعرّف - الفهم - الاستكشاف والنقّصي - التذكّر - الاستنتاج - حلّ المشكلات - القوانين - القراءة - الكتابة - التصنيف - التقويم - العمل الجماعي - الوسائط -
	إختيار العمليات المناسبة واستخدامها لحلّ المسائل وتعليل الخيارات .	التحويل - النمذجة - التحليل والترتيب - معالجة بيانات - التعدّد - التّمييز
	فهم الأنماط والعلاقات والدوالّ .	
	إستخدام إستراتيجيات متنوعة لوصف وتحليل العلاقات والتغيّرات .	
	إستخدام المعادلات والنماذج الرياضية لحلّ المسائل .	
	إستخدام التمثيلات البيانية والجداول والتمثيلات الجبرية للقيام بالتوقّعات ولحلّ المسائل .	
	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	

مخطط تنظيمية للوحدة التعليمية السادسة



هل أنت مستعد؟

١ أوجد ناتج ما يلي :

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| = (١ -) + ٢ (ب) | = ٧ + ٣ - (أ) |
| = ٥ - × ٣ - (د) | = ٥ - ٣ (ج) |
| = (٢ -) - ٣ (و) | = (٩ -) + ٤ - (هـ) |
| = ٣ - (٧ -) (ح) | = ٢ ÷ ٦ (ز) |

٢ اكتب كلاً ممّا يلي في الصورة الأسّية .

- | |
|---|
| $4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3$ (أ) |
| $5 \times 5 \times 2 \times 2$ (ب) |

٣ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي :

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| = 4^3 (ب) | = 2^2 (أ) |
| = 116 (د) | = $2(0, 3)$ (ج) |
| = 28 (و) | = 101 (هـ) |
| = $8 \div 2^4$ (ح) | = 32×23 (ز) |
| = $10 + 230$ (ي) | = $10 - 210$ (ط) |

٤ أوجد قيمة كلّ ممّا يلي عندما $s = 2$

- | | |
|----------------------|---------------------|
| s^3 (ب) | $s^2 + 3$ (أ) |
| $s \div 8$ (د) | $s - 5$ (ج) |
| $s - 1$ (و) | s^2 (هـ) |

٥ أوجد المعكوس الجمعي لكلّ ممّا يلي :

- | | |
|-------------------|-----------------|
| ص (ب) | ٥ (أ) |
| $2 - ص$ (د) | $6 -$ (ج) |

٦ أوجد العامل المشترك الأكبر لكلّ ممّا يلي :

- | |
|----------------------|
| ١٥ ، ٣ (أ) |
| ٤٥ ، ٢٥ (ب) |
| ١٢ ، ٨ ، ٤ (ج) |

Laws of Exponents

سوف تتعلّم : قوانين الأسس .

العبارات والمفردات :

Power

قوى

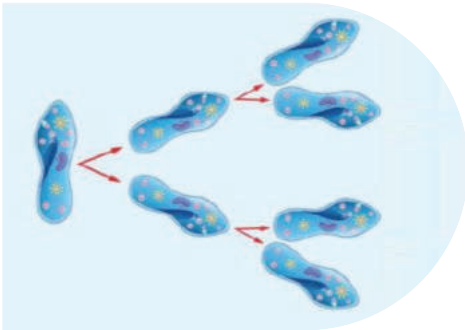
Exponent

أسّ

Base

أساس

استكشف (١) :



إذا كانت خلية يوجلينا واحدة تنقسم إلى خليتين جديتين متماثلتين كل ساعة (تتضاعف كل ساعة) ، فكم عدد الخلايا بعد ٥ ساعات ؟

بعد ساعة واحدة : ٢ خلية

بعد ساعتين : $2 \times 2 = 4$ خلايا

بعد ٣ ساعات : $2 \times 2 \times 2 = 8$ خلايا

بعد ٤ ساعات : $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ خلية

بعد ٥ ساعات : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ خلية

هل يمكنك كتابة هذه الأعداد بصورة أخرى ؟

$$12 = 2$$

$$22 = 2 \times 2$$

$$22 = 2 \times 2 \times 2$$

$$22 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$20 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

معلومة مفيدة :



اليوجلينا كائن حي مميّز لأنه يجمع

بين صفات النبات والحيوان ، فهي

تشبه النبات لأنها تحتوي على

(الكلوروفيل) وتستطيع صنع غذائها بنفسها

بعملية البناء الضوئي ، وتشبه الحيوان لأنها

تتحرك باستخدام سوط واحد وتتغذى على المواد

العضوية عند غياب الضوء .

١ مكررة ن مرة

$$1^n = 1 \times \dots \times 1 \times 1 \times 1$$

حيث ١ عدد نسبي غير صفري ، ن $\in \mathbb{N}$

ويُقرأ « ١ أس ن » أو القوة النونية للعدد ١ .

أكمل الجدول التالي :

الصورة الأسية	الأساس	الأسس	صورة الضرب المتكرر	النتاج
2^3	٣			
2^0		٥		
$(-3)^2$			$(-3) \times (-3)$	
$(-5)^2$				١٢٥-
$(\frac{1}{2})^4$				
$(\frac{-3}{5})^2$				

تذكر



نسَمِّي الصورة 2^3 بالصورة
الأسية حيث ٢ يُسمَّى الأساس
و ٣ الأسس ، وتُقرأ ٢ أس ٣
أو ٢ مرفوعاً إلى القوة ٣
أو ٢ تكعيب .

ماذا تلاحظ ؟

ملاحظة :



- ◀ عندما يكون الأساس عدداً سالباً والأسس عدداً زوجياً ، يكون الناتج عدداً موجباً .
- ◀ عندما يكون الأساس عدداً سالباً والأسس عدداً فردياً ، يكون الناتج عدداً سالباً .

استكشِف (٢) :



١. أكمل .

$$(2+2)^7 = \square^7 = \dots \times \dots \times 7 \times \dots \times 7 = 2^7 \times 2^7$$

$$(\dots+2)^3 = \square^3 = 3 \times \dots \times 3 \times \dots \times 3 \times 3 = 2^3 \times 2^3$$

ماذا تلاحظ ؟

٢. أكمل .

$$(2-5)^6 = \square^6 = \dots \times \dots \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} = \frac{5^6}{2^6}$$

$$(1-\dots)^5 = \square^5 = \dots \times \dots \times 5 \times \cancel{1} = \frac{5^5}{1^5}$$

ماذا تلاحظ ؟

لكل عدد نسبي غير صفري ، م ، ن عدنان صحيحان ، يكون :

$$٢ \quad ٢^{\text{م}} = \frac{٢^{\text{م}}}{٢^{\text{ن}}}$$

$$١ \quad ٢^{\text{م}} = ٢^{\text{ن}} \times ٢^{\text{م}-\text{ن}}$$

ملاحظة :

لكل عدد نسبي غير صفري ، م ، ن ، ك ، ... أعداد صحيحة ، يكون : $٢^{\text{م}} \times ٢^{\text{ن}} \times ٢^{\text{ك}} = ٢^{\text{م}+\text{ن}+\text{ك}}$

مثال (١) :

انتبه

$$\text{س} = \text{س}^١$$

بسّط كلّ ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .
(المقام أينما وجد \neq صفر)

$$\text{أ} \quad ٢^٤ \times ٢^٥ \quad \text{ب} \quad \text{س}^٢ \times \text{س}^٣ \times \text{س}^٦ \quad \text{ج} \quad \left(\frac{١}{٧}\right)^٢ \times \left(\frac{١}{٧}\right)^٢$$

$$\text{د} \quad \frac{٢^٤}{٢^٢} \quad \text{هـ} \quad \frac{\text{س}^٧}{\text{س}^٢} \quad \text{و} \quad \frac{\text{س}^٥}{\text{س}^٣}$$

الحل :

$$\text{أ} \quad ٢^٤ \times ٢^٥ = ٢^{٤+٥} = ٢^٩$$

$$\text{ب} \quad \text{س}^٢ \times \text{س}^٣ \times \text{س}^٦ = \text{س}^{٢+٣+٦} = \text{س}^{١١}$$

$$\text{ج} \quad \left(\frac{١}{٧}\right)^٢ \times \left(\frac{١}{٧}\right)^٢ = \left(\frac{١}{٧}\right)^{٢+٢} = \left(\frac{١}{٧}\right)^٤$$

$$\text{د} \quad \frac{٢^٤}{٢^٢} = ٢^{٤-٢} = ٢^٢$$

$$\text{هـ} \quad \frac{\text{س}^٧}{\text{س}^٢} = \text{س}^{٧-٢} = \text{س}^٥$$

$$\text{و} \quad \frac{\text{س}^٥}{\text{س}^٣} = \text{س}^{٥-٣} = \text{س}^٢$$

دورك الآن (٢)

بسّط كلّ ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وجد \neq صفرًا)

$$\text{أ} \quad ٢^٥ \times ٢^٥ = \dots \quad \text{هـ} \quad \frac{٢^٦}{٢^٢} = \dots$$

$$\text{ب} \quad \text{س}^٤ \times \text{س}^٩ = \dots \quad \text{و} \quad \frac{\text{س}^٥}{\text{س}^٤} = \dots$$

$$\text{ج} \quad ٢^٤ \times ٢^٤ \times ٢^٤ = \dots \quad \text{ز} \quad \frac{٢^٧}{٢^٢} = \dots$$

$$\text{د} \quad \left(\frac{١}{٢}\right)^٢ \times \left(\frac{١}{٢}\right)^٢ = \dots$$

عبر عن فهمك (١)



هل العبارات التالية صحيحة ؟ فسّر إجابتك .

$$٢٢ = \frac{٨}{٢٤} \quad (٢)$$

$$٥٦ = ٢٢ \times ٢٣ \quad (١)$$

استكشف (٣) :



أكمل الجدول :

الصورة الأسية	٢٢	٢٢	١٢	□٢	□٢	□٢	□٢
النتاج	٨	٤	٢	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٨}$

$$٢ \div ٢ = ١, \quad ٢ \div ٤ = \frac{١}{٢}, \quad ٢ \div ٨ = \frac{١}{٤}, \quad ٢ \div ١٦ = \frac{١}{٨}, \quad ٢ \div ٣٢ = \frac{١}{١٦}, \quad ٢ \div ٦٤ = \frac{١}{٣٢}$$

بملاحظة النمط في الجدول ، نجد أنّ :

$$١ = ٢^{-١}, \quad \frac{١}{٢} = ٢^{-٢}, \quad \frac{١}{٤} = ٢^{-٣}, \quad \frac{١}{٨} = ٢^{-٤}, \quad \frac{١}{١٦} = ٢^{-٤}, \quad \frac{١}{٣٢} = ٢^{-٥}$$

لكل عدد نسبي غير صفري ، م عدد صحيح ، يكون :

$$\frac{١}{٣٢} = ٢^{-٥} \quad (٢)$$

$$١ = ٢^٠ \quad (١)$$

مثال (٢) :

بسّط كلّ مما يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وُجد ≠ صفر)

$$٧ \times ٣^{-٧} \quad (ج)$$

$$\frac{٧^{-٤}}{٧^{-٧}} \quad (و)$$

$$\frac{٧^{-٤}}{٧^{-٧}} \quad (ب)$$

$$٧^{-٤} \times ٧^{-٧} \quad (هـ)$$

$$٣^{-٢} \quad (أ)$$

$$\frac{٣^{-٩}}{٣^{-٩}} \quad (د)$$

الحلّ :

$$\frac{١}{٣٢} = ٢^{-٥} \quad (أ)$$

$$٣^{-٧} = ١ + ٣^{-٧} = ٧ \times ٣^{-٧} \quad (ج)$$

$$\frac{١}{٣٧} =$$

$$\frac{٧^{-٤}}{٧^{-٧}} = ٧^{-٤-(-٧)} = ٧^٣ \quad (ب)$$

$$١ = ٧^٠ =$$

$$\frac{٣^{-٩}}{٣^{-٩}} = ٣^{-٩-(-٩)} = ٣^٠ = ١ \quad (د)$$

$$\frac{١}{٩} = ١^{-٩} = ٩^{-٢-٣} =$$

$$\frac{٧^{-٤}}{٧^{-٧}} = ٧^{-٤-(-٧)} = ٧^٣ \quad (و)$$

$$\frac{١}{٣٧} = ٣^{-٧} = (٧^{-١})^{-٧} = ٧^٧ =$$

$$٧^{-٤} \times ٧^{-٧} = ٧^{-٤+(-٧)} = ٧^{-١١} \quad (هـ)$$

$$٧^{-١١} =$$



بسّط كلّ ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس (المقام أينما وُجد \neq صفرًا) .

..... = $2^{-5} \times 2^5$ (ب) = 2^{-4} (أ)
..... = $\frac{2^{-9}}{2^{-5}}$ (د) = 3×2^{-3} (ج)

استكشف (٤) :



أوجد ناتج ما يلي :

..... = $2^3 \times 2^2 = 2^3 \times 2 \times 2$ (ب) = $2^6 = 2(2 \times 2)$ (أ)
..... = =
..... = =

قارن الإجابات في (أ) ، (ب) . ماذا تلاحظ ؟

..... = $2^5 \times 2^4 = 2^5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ (د) = $2^{20} = 2(2 \times 2)$ (ج)
..... = =
..... = =

قارن الإجابات في (ج) ، (د) . ماذا تلاحظ ؟

انتبه



- $(2 + 2)^2 \neq 2^2 + 2^2$
- $(2 - 2)^2 \neq 2^2 - 2^2$

لكلّ ١، ب عدنان نسبيان غير صفرين ، م عدد صحيح ،
يكون : $(2 \times 2)^2 = 2^2 \times 2^2$

استكشف (٥) :



أوجد ناتج ما يلي :

..... = $\frac{2^3}{2^5} = \dots \times \frac{2}{5} = 2\left(\frac{3}{5}\right)$ (أ)
..... = $\frac{2^2}{2^3} = \dots \times \dots \times \frac{2}{3} = 2\left(\frac{2}{3}\right)$ (ب)

ماذا تلاحظ ؟

لكلّ ١، ب عدنان نسبيان غير صفرين ، م عدد صحيح ، يكون : $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = \frac{2^2}{2^2}$

ملاحظة :

$${}^{\circ}\left(\frac{p}{m}\right) = {}^{\circ-}\left(\frac{p}{m}\right)$$

مثال (٣) :

بسّط كلّ ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وُجد \neq صفرًا)

$$\textcircled{ج} \frac{{}^6(٤ \times \text{س})}{{}^2-\text{س}}$$

$$\textcircled{ب} (٢ \text{ س ص})^{\circ}$$

$$\textcircled{أ} (٣ \text{ س})^{\circ}$$

$$\textcircled{و} \frac{{}^2(٢ \text{ س } ٤)}{{}^2(٢ \text{ س})}$$

$$\textcircled{هـ} {}^2-\left(\frac{٢}{٥}\right)$$

$$\textcircled{د} \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^7$$

الحلّ :

$$\textcircled{ب} (٢ \text{ س ص})^{\circ} = {}^{\circ} ٢^{\circ} \text{ س }^{\circ} \text{ ص}^{\circ}$$

$$\textcircled{أ} (٣ \text{ س})^{\circ} = {}^{\circ} ٣^{\circ} \text{ س}^{\circ}$$

$$\textcircled{د} \frac{{}^7\text{س}}{{}^7\text{ص}} = {}^7\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)$$

$$\textcircled{ج} {}^6\text{س} = (٢-)^{-١} \text{س} \times {}^6\text{س} = \frac{{}^6\text{س} \times {}^6\text{س}}{{}^2-\text{س}} = \frac{{}^6(٤ \times \text{س})}{{}^2-\text{س}}$$

$$\textcircled{و} {}^2\left(\frac{{}^2\text{س } ٤}{{}^2\text{س}}\right) = {}^2\left(\frac{{}^2\text{س } ٤}{{}^2(٢ \text{ س})}\right)$$

$$\textcircled{هـ} {}^2\frac{٥}{٢} = {}^2\left(\frac{٥}{٢}\right) = {}^2-\left(\frac{٢}{٥}\right)$$

$${}^2\text{س} {}^2 ٢ = {}^2(٢ \text{ س}) =$$

دورك الآن (٤)

بسّط كلّ ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وُجد \neq صفرًا)

$$\textcircled{أ} (٣ \text{ ب})^{\circ} = \dots \dots \dots \textcircled{ب} (٣ \text{ ع ص})^2 = \dots \dots \dots$$

$$\textcircled{ج} \frac{{}^{\circ}(٢ \times \text{ص})}{{}^2-\text{ص}} = \dots \dots \dots \textcircled{د} {}^2\left(\frac{٥}{\text{ك}}\right) = \dots \dots \dots$$

$$\textcircled{هـ} \frac{{}^4 ٣}{{}^4 ٩} = \dots \dots \dots \textcircled{و} \frac{{}^2(٤ \text{ ص } ٢)}{{}^2(٨ \text{ ص})} = \dots \dots \dots$$

بسّط كلّاً ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وجد \neq صفر)

..... = $(٢٧)^{\circ}$ ①

..... = $(٢٦)^{-١}$ ②

..... = $(٢٣)^{\circ-}$ ③

..... = $(٢٧ \text{ ص } ٢)^{\circ}$ ④

..... = $(٢٦)^{\circ} \times (٢٦)^{\circ}$ ⑤

..... = $\frac{(٣ \text{ س } ٢)^{-٢}}{٢ \text{ س } ٢-٦}$ ⑥

..... =

مثال (٥) :

تبلغ سعة ذاكرة هاتف من الجيل الأول نحو ١٠٢ ميجابايت
إذا تمّ تطوير سعة ذاكرة هاتف من الجيل الثالث بنحو
 $٧,٦ \times ٢٢$ مرّة من ذاكرة هاتف الجيل الأوّل .
فما هي سعة ذاكرة هاتف الجيل الثالث ؟

الحلّ :

سعة ذاكرة هاتف الجيل الثالث = $١٠٢ \times ٧,٦ \times ٢٢$

= $١٠٢ \times ٢٢ \times ٧,٦$

= $(١٠٢ \times ٢٢) \times ٧,٦$

= $١٠٠٠٠ \times ٧,٦$

= $١٢٢ \times ٧,٦$ ميجابايت



معلومة مفيدة :

الجيجابايت هي وحدة
لقياس حجم البيانات أو
سعة التخزين في الأجهزة
الذكية مثل الهواتف ، الحواسيب ،
الأجهزة اللوحية وبطاقات الذاكرة .
والجيجابايت = ١٠٢ ميجابايت



١ أوجد ناتج ما يلي :

..... = $\frac{28}{22}$ (أ)

..... = $2-3$ (ب)

..... = $-\left(\frac{4}{14}\right) \times \left(\frac{4}{7}\right)$ (ج)

..... = $\left(\frac{12}{22}\right)$ (د)

..... = $6 - (0,2 - 1,2)$ (هـ)

٢ بسّط كلّ ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وُجد \neq صفرًا)

..... = $ص \times ص^\circ$ (أ)

..... = $4 \times 2^{(24)}$ (ب)

..... = $^\circ(3-) \times 2^{(3-)}$ (ج)

..... = $س^{11} \times س^9$ (د)

..... = $ص^2 \times ص \times ص^2$ (هـ)

..... = $(ك^2 هـ^-) \times (ك^- هـ^-)$ (و)

..... = $(ب^2) \times (2 ب^2) \times (ب^2)$ (ز)

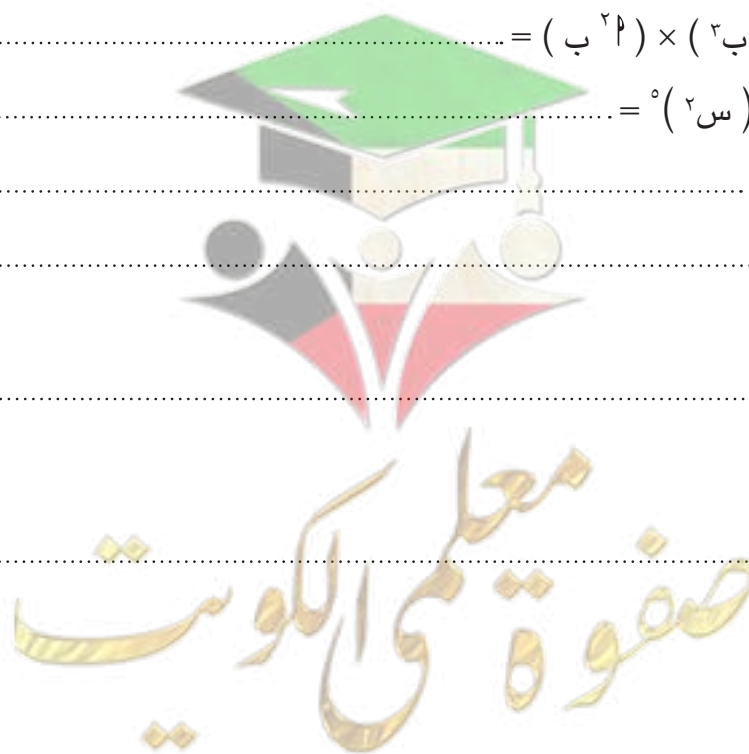
..... = $^\circ(س^2) \times 2^{(س^2)}$ (ح)

..... = $^\circ(ك^2) \times ك^\circ$ (ط)

..... = $2^{(3- س)}$ (ي)

..... = $\frac{ب^2 ج}{ب ج^2}$ (ك)

..... = $\frac{8-س^2 ص^2}{4-س^2 ص}$ (ل)












٣ يُنتج مصنع للحلوى ما يقارب ٦×١٠ قطعة من الحلوى يوميًا . يريد صاحب المصنع أن يوزّعها بالتساوي على ١٠×٥ صندوقًا صغيرًا . أوجد عدد قطع الحلوى في كل صندوق .

مهارات تفكير عليا :

٤ أكتب الأعداد ٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣ في المربّعات الآتية لتحصل على أكبر قيمة ممكنة للتعبير العددي :

$$\boxed{}^{\square} \times \boxed{}^{\square} = \dots\dots\dots$$

٥ يوضّح الجدول التالي نمطًا للمبلغ الذي تتصدّق به غلا كلّ يوم من أيّام الأسبوع حيث مبلغ كلّ يوم هو ضعف مبلغ اليوم السابق له ، فإنّ مقدار ما تتصدّق به غلا يوم الجمعة هو :

اليوم	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت
المبلغ فئة مئة فلس		 	   				

ب) ٦٢×١٠٠ فلس

د) ٧٢×١٠٠ فلس

أ) ٢٤×١٠٠ فلس

ج) ٢٠×١٠٠ فلس

صفوة معلمى الكويت

كثيرات الحدود (الحدوديات) Polynomials

٦ - ٢

سوف تتعلّم : كثيرات الحدود – إيجاد قيمة كثيرات الحدود وكتابتها بالصورة العامّة .

العبارات والمفردات :

Degree	درجة	Polynomial	كثيرة الحدود
Like Terms	حدود متشابهة	Term	حدّ
Non Like Terms	حدود غير متشابهة	Monomial	وحيدة الحدّ
Equivalent Terms	حدود متساوية	Binomial	ثنائية الحدّ (حدّانية)
General Form	الصورة العامّة	Trinomial	ثلاثية الحدّ (حدودية ثلاثية)

حلّ وناقش

تذكّر

المقدار الجبري هو تعبير رياضي يحتوي على أعداد ومتغيّرات مرتبطة بعمليات حسابية مثل الجمع أو الطرح .

١ أكتب كلّ ممّا يلي في صورة تعبير رياضي :

- ضعف عدد ما :
- عدد ما مرفوعاً إلى الأس ٣ :

مثل هذه التعابير الرياضية تُسمّى **حدّاً جبريّاً** حيث العدد الثابت يُسمّى « **معامل** » والقسم الرمزي يُسمّى « **متغيّر** » .

مثلاً :



٢ أكتب كلّ ممّا يلي في صورة مقدار جبري :

- ضعف عدد ما مضافاً إليه العدد ٥ :
- عدد ما مرفوعاً إلى الأس ٤ ومطروحاً منه العدد ٧ :
- مربع عدد ما مضافاً إليه ٣ أمثاله ثمّ طرح منهم العدد ٥ :

٣ ممّ يتكوّن المقدار الجبري ؟

٤ ماذا تلاحظ على أسس المتغيّرات في المقدار الجبري ؟

كثيرة الحدود (الحدودية) هي مقدار جبري يتكوّن من حدّ جبري أو أكثر يربط بينها عمليات الجمع أو الطرح وتكون أسس المتغيّرات أعدادًا صحيحة غير سالبة .

مثال (١):

حدّد أيّ المقادير الجبرية التالية يمثلّ حدودية وأيّها لا يمثلّ ذلك مع ذكر السبب في حالة النفي :

١ $٣س - ٤س٧ + ٢س - ١$

حدودية

٢ $١ - ٢س$

حدودية

٣ $٢س - ٣$

ليست حدودية (الأسّ عدد صحيح سالب)

٤ $٣س - ٢س + ٥$

حدودية

٥ $\sqrt{٥س - ٥س}$

ليست حدودية (المتغيّر س تحت الجذر التربيعي)

٦ $٢س + ٣س$

ليست حدودية (المتغيّر في الأسّ)

٧ $\frac{٢}{س} + ٢س$

ليست حدودية (الأسّ عدد صحيح سالب (المتغيّر في المقام))

دورك الآن (١)

حدّد أيّ المقادير الجبرية التالية يمثلّ حدودية وأيّها لا يمثلّ ذلك مع ذكر السبب في حالة النفي :

١ $٥س + ٢س - ٨س$

٢ $٦س - \sqrt{٦س}$

٣ $٣س - ٢س + ٢س$

٤ $\frac{٧}{س}$

٥ $٩ - ص + ٢ص + ص$

٦ $٥ + ٣س$

٧ $٦ع - ٢ع - ٩ن$

عبّر عن فهمك (١)

هل ٤ تُعتبر كثيرة حدود ؟ فسّر إجابتك .

أنواع كثيرات الحدود

كثيرة الحدود (الحدوديات)	تصنيف الحدودية (طبقاً لعدد الحدود)
- س ، ٣ س ^٤ ، ٧ ص ، ٥	وحيدة الحدّ
م + ٢ ، ٨ س ^٢ - س ، ل ^٣ - ٣ ل	ثنائية الحدّ (حدّانية)
٣ + س + ٧ س ^٢ ، س ^٥ - ٦ س ^٢ + ٢ س ^٣	ثلاثية الحدّ (حدودية ثلاثية)

جميع الحدوديات في الجدول السابق تُسمّى **حدوديات في متغيّر واحد** ،
بينما الحدوديات - س - ٢ ص ، ٥ س^٢ - س ص + ص^٢ - ٩ تُسمّى **حدوديات في متغيّرين** .

درجة الحدودية وترتيبها

• **درجة كثيرة الحدود ذات متغيّر واحد** هي قيمة أكبر قوّة للمتغيّر (أكبر أس) يظهر في أيّ حدّ .

حدودية من الدرجة الثالثة

مثلاً : س^٢ - ٢ س^٢ + ٩

حدودية من الدرجة الخامسة

ص + ص^٥ - ٣ ص^٢

• **درجة كثيرة الحدود ذات أكثر من متغيّر** هي قيمة أكبر مجموع لقوى المتغيّرات (مجموع أكبر أسس للمتغيّرات) التي تظهر في أيّ حدّ .

حدودية من الدرجة الخامسة

مثلاً : ٢ س^٢ ص^٢ + ٧ ص + ٣ ص

حدودية من الدرجة التاسعة

ل م ن^٢ - ٤ ل^٢ م^٢ ن^٥ + ل

انتبه

$$٦ = ٦ \text{ س}$$

دورك الآن (٢)

أكمل الجدول الآتي :

كثيرة الحدود	تصنيف الحدودية (طبقاً لعدد الحدود)	درجة الحدودية
١ ٦	الدرجة صفر
٢ ٢ س ^٢ + ٣	الدرجة الثانية
٣ ص ^٢ + ٥ ص - ٧	حدودية ثلاثية
٤ م ن ^٢ + م ^٢ + ١	الدرجة الرابعة
٥ س ص ع - ٢ س ص ^٢ ع ^٢ + س - ٩

عبّر عن فهمك (٢)

تقول حنان إنّ الحدودية ٩ س^٢ + ٤ ص^٢ هي من الدرجة السادسة .
هل توافقها الرأي ؟ فسر إجابتك .

ملاحظة :

- يمكن كتابة كثيرة الحدود بمتغير واحد بأي ترتيب (تصاعدي - تنازلي) حسب قوى المتغير .
- عند ترتيب كثيرة الحدود بمتغير واحد تنازلياً حسب قوى المتغير يُسمى هذا **بالصورة العامة** .
- معامل الحد الذي له أكبر أس يُسمى (المعامل الرئيسي) .
- (الحد الثابت) في كثيرة الحدود هو الحد الذي لا يحتوي على أي متغير ، وهو الحد الذي درجته صفراً .

دورك الآن (٣)

اكتب كثيرات الحدود التالية بالصورة العامة وحدد درجتها :

الحد الثابت	المعامل الرئيسي	درجة الحدودية	الصورة العامة	الحدودية
٤ -	٥	الدرجة الثانية	٥ س + ٣ س - ٤	١ ٣ س - ٤ + ٥ س
.....	الدرجة الرابعة	٤ س + ٢ س - ٥ ع	٢ ٤ س - ٢ + ٥ ع + ٤
..... - + - ٤ س	٣ ٤ س + ٧ س - ١ - ٢ س
.....	٤ ٣ م - ٨ م + ١٠ م
.....	٥ ٣ - ٥ + ٢ ص + ٦ ص
.....	٦ ٢ س - ٥ س + ١ س

عبّر عن فهمك (٣)

ما هو معامل س^٢ في كثيرة الحدود ٢ س - ٧ س + ٥ ؟ فسّر إجابتك .

الحدود المتشابهة والحدود المتساوية

الحدود المتساوية	الحدود المتشابهة	التعريف
هي حدود متشابهة بمعاملات متساوية	هي الحدود التي لها المتغير نفسه مرفوع إلى الأس نفسه	
١ ٤ هـ ، ٣ هـ	١ ٣ ص ، ٢ ص - ٥ ص	أمثلة
٢ ١ س ، ١ س	٢ م ، ٧ م	
٣ ل ع ، ٢ ل	٣ ل ع - ٢ ل ع	



تقول فوزيه إنَّ : $\frac{1}{4}$ س ، $\frac{1}{4}$ ص هي حدود جبرية متشابهة . هل تتفق معها ؟ فسّر إجابتك .

دورك الآن (٤)



تذكّر



ترتيب العمليات الحسابية :

- ١ ما داخل الأقواس
- ٢ الأسس والجذور
- ٣ الضرب والقسمة
- ٤ الجمع والطرح

١ أوجد قيمة كثيرة الحدود التالية عندما $س = ٥$ ، $ص = ٣$ -

$$\frac{1}{٥} س^٢ - ٢ ص^٢ + ١٨$$

$$= \frac{1}{٥} (.....) \times ٢ - ٢ (.....) \times ٢ + ١٨$$

$$= - ٢٥ \times ٢ + =$$

$$= - + =$$

٢ اختر الإجابة الصحيحة .

أي المقادير الآتية يكون الناتج ١٤

عندما $س = ٧$ ، $ص = ٧$ ، $ن = ٣$ ؟

أ $س \times (ص + ن)$

ب $س \times ص \times ن$

ج $ن \times ص - س$

د $(ص + ن) \div س$

تمارين ذاتية :



١ ظلّل أ إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل ب إذا كانت العبارة غير صحيحة .

س° - $\frac{٣}{س} + ٧$	كثيرة الحدود	أ	ب
$\sqrt{٧} س - ص^٣ + \frac{٢}{٥} س$	ليست كثيرة حدود	أ	ب
$-\frac{٢}{٥} س^٢ - ٤,٠ ص^٢ س$	حدّان جبريان متساويان	أ	ب
$- س^٢ - \frac{٢}{٥} ص^٢ س + س^٢ ص$	حدودية من الدرجة الرابعة	أ	ب

صفوة معلمى الكويت

٢ ضع علامة (✓) أسفل الوصف المناسب للحدود الموضحة في الجدول التالي :

حدود جبرية	حدود جبرية متشابهة	حدود جبرية غير متشابهة
٣س ، - ٥س ، ١٢س	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
٤ص ^٢ ، ص ^٢	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
٧س ^٢ ص ، ٧سص ^٢	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
٢ل م ، ٥م ل	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
٣,٠٣ ^٤ ب ^٢ ، $\frac{١}{٢}$ أ ^٢ ب ^٢	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

٣ ضَعُ الحدوديات التالية في الصورة العامة ، ثمَّ حدّد درجة الحدودية :

① ۹ س ۲ - ۷ س ۳ + ۲ س ۳

٣ع + ٥ع ٧ - ٤ع ٧ + ٤ (ب)

۸ + ۶۲ + ۳۳ - ۷

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times 2 + 3 \times 3 - 5 = 10$$

٤ إذا كانت $٣ + ١ = ب$ ، $٤ = ج$ ، فما قيمة $٣ + ١ (ب + ج)$ ؟

تذکرہ



خاصية توزيع الضرب على الجمع

$$P_s + P_v = (s + v)P$$

صفوة معلمى الكويت

٥ أوجد قيمة كل من كثيرات الحدود التالية :

١ - $4س^٢ + \frac{١}{٢}س + ٥ + ٢س^٢$ ، عندما $س = ٢$

ب - $سص^٢ + \frac{٣}{٤}ص^٢س - ٩$ ، عندما $س = ٤$ ، $ص = ١$

مهارات تفكير عليا :



٦ يتشكّل فريق التخضير في المدرسة من المتعلّمين عيسى وشملان وعبدالله . إذا زرع شاملان عدد س من الشتلات وزرع عبدالله ضعف عدد الشتلات التي زرعها شاملان أمّا عيسى فزرع ٨ شتلات فقط .
فأيّ الحدوديات تعبّر عن جميع الشتلات التي زرعها المتعلّمون الثلاثة ؟

ب $٢س - ٨$

أ $س^٢ + س + ٨$

د $١١س$

ج $٣س + ٨$



٧ في أحد المطارات ، يتم الاستعانة بروبوت يُنجز عددًا من المهامّ في اليوم الواحد وفق الحدودية $٦س + ٥ص + ١٢$ حيث س تمثل عدد مستشعرات الوزن (sensor) ، ص تمثل عدد وحدات المسح الإلكتروني (QR) .
كم مهمّة يُنجز الروبوت في اليوم الواحد إذا تمّ تركيب ٢ مستشعر وزن ، و ٣ وحدات مسح إلكتروني ؟

صفوة معلمى الكلويت

جمع كثيرات الحدود وطرحها

Adding and Subtracting Polynomials

٣ - ٦

سوف تتعلّم : جمع كثيرات الحدود وطرحها .

العبارات والمفردات :

Simplifying

تبسيط

Like Terms

حدود متشابهة

جمع كثيرات الحدود

حلّ وناقش



أكمل ما يلي :

يقوم ربّ أسرة بجمع بعض التبرّعات من أفراد أسرته ليقدمها كصدقة على العمّال في فصل الشتاء مثل : قبعات ، جوارب ، شالات ومبلغاً من المال فئة دينار . إذا تمّ حصر التبرّعات من أفراد الأسرة كما في الجدول التالي :

أفراد الأسرة	التبرّعات
الأب	١٠ دنانير ، ٣ قبعّات ، ٥ جوارب ، ٢ شال
الأمّ	٧ شالات ، ٦ جوارب ، ١ قبعّة ، ٨ دنانير
الإبن	٥ قبعّات ، ٦ دنانير ، ٣ جوارب ، ٣ شالات
الابنة	٣ جوارب ، ٥ دنانير ، ٦ شالات ، ٤ قبعّات

فساعد ربّ الأسرة في جمع التبرّعات المتشابهة حتّى يسهل عليه توزيعها على العمّال ، استعن بالجدول التالي ليسهل عليك جمع هذه التبرّعات .

أفراد الأسرة	النوع	المبلغ المالي	قبعّات
الأب	١٠ دنانير		
الأمّ		٧ شالات	
الإبن			
الابنة			٣ جوارب
المجموع			١٣ قبعّة

معلومة مفيدة :

الصدقة

ليست دائماً مالاً

فالإتسامة صدقة ،
وحسن الحديث صدقة ،
وصنع المعروف صدقة ،
ودعوة للمسلمين بظهر
الغيب صدقة .

كذلك ، عند جمع كثيرات الحدود نقوم بجمع الحدود الجبرية المتشابهة (نجمع المعاملات العددية لهذه الحدود) .

لجمع كثيرات الحدود نقوم بجمع الحدود الجبرية المتشابهة معًا .

مثال (١):

أوجد ناتج جمع كثيرات الحدود الآتية :

$$٣س٢ + ٤س - ٦ مع - ٤س٢ + ٢س - ١$$

الحل :

الطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r} ٣س٢ + ٤س - ٦ \\ + \\ - ٤س٢ + ٢س - ١ \\ \hline - ٢س٢ + ٦س - ٧ \end{array}$$

الطريقة الأفقية :

$$\begin{aligned} & (٣س٢ + ٤س - ٦) + (- ٤س٢ + ٢س - ١) \\ & = (٣س٢ - ٤س٢) + (٤س + ٢س) + (- ٦ - ١) \\ & = - ٢س٢ + ٦س - ٧ \end{aligned}$$

دورك الآن (١)

إجمع الحدوديات الآتية :

$$٢س٢ + ٥س - ٢ ، - ٣س٢ + ١٠س - ٢$$

الحل :

$$\begin{array}{r} ٢س٢ + ٥س - ٢ \\ + \\ - ٣س٢ + ١٠س - ٢ \\ \hline - ١س٢ + ١٥س - ٤ \end{array}$$

عبّر عن فهمك (١)

طلبت المعلّمة من متعلّقات الفصل استخدام البطاقات الخاطفة لإيجاد ناتج $س + س$ ، وكان من ضمن الإجابات التي رأتها المعلّمة $س٢$ ، $٢س$. في رأيك ، أيّ إجابات صحيحة ؟ فسّر إجابتك .

لاحظ أن :

- خطوات الحل :
- ١ أكتب الحدودية بالصورة العامّة .
- ٢ حدّد ورتّب الحدود المتشابهة .
- ٣ إجمع معاملات الحدود المتشابهة .

تذكّر

- من خواصّ عملية الجمع :
- الخاصيّة الإبدالية
- الخاصيّة التجميعية

انتبه

أنقل الحدّ بإشارته عند كتابة الحدودية في الصورة العامّة .

مثال (٢) :

إِجمع الحدوديات الآتية :

$$٣س + ٣س - ٤س - ٧س ، - ٢س - ٩س ، ٥س + ٢س - ٨س$$

الحل :

أكتب الحدودية بالصورة العامة ، ثم اجمعها بالطريقة الرأسية .

$$\begin{array}{r} ٣س + ٣س - ٤س - ٧س \\ + ٩س - ٢س - ٨س \\ - ٢س - ٩س + ٥س + ٢س \\ \hline ٦س - ٧س + ٢س - ٢س \end{array}$$

تذكّر



إذا لم يُكتب الحد في الحدودية ، فهذا يعني أن معاملها يساوي صفرًا .

انتبه



أترك فراغًا مكان الحد الذي معاملُه صفر في الحدودية .

دورك الآن (٢)

إِجمع الحدوديات الآتية :

$$٨س - ٥س + ٢س + ١ ، - ٢س + ٣س + ٢س ، - ٣س + ٣س$$

الحل :

$$\begin{array}{r} ٨س - ٥س + ٢س + ١ \\ + ٢س - ٣س + ٣س \\ - ٣س + ٣س \end{array}$$

انتبه



عند جمع الحدود المتشابهة ، نجمع المعاملات فقط وليس الأسس .

طرح كثيرات الحدود

دورك الآن (٣)

أكتب المعكوس الجمعي لكل من كثيرات الحدود الآتية :

كثيرة الحدود	المعكوس الجمعي
٣س	
٢س - ٤	
٤س - ٧س - ٣	$-(٤س - ٧س - ٣) = -٤س + ٧س + ٣$
- ٩ + ١١س - ٨س	

١

٢

٣

٤

مثال (٣) :

أوجد ناتج ما يلي :

$$٧س٣ - ٢س٢ + ٥ - (٣س٣ - ٤س٢ - ٧)$$

الحل :

الطريقة الأفقية :

$$٧س٣ - ٢س٢ + ٥ - (٣س٣ - ٤س٢ - ٧)$$

$$٧س٣ - ٢س٢ + ٥ + (٧ + ٤س٢ + ٣س٣) =$$

$$(٧ + ٥) + (٢س٢ + ٤س٢) + (٣س٣ + ٧س٣) =$$

$$١٢ + ٢س٢ + ٣س٣ =$$

(إضافة المعكوس الجمعي للمطروح)

إجمع الحدود المتشابهة

عبّر عن فهمك (٢)

أوجد طارق ناتج $(٥س٢ + ٣س٣ - ٦) - (٣س٣ - ٢س٢ - ٦)$ كما يلي :

$$٥س٢ + ٣س٣ - ٦ - ٣س٣ + ٢س٢ + ٦ =$$

$$٨س٢ - ٦ =$$

وضّح ما الخطأ الذي وقع فيه طارق ؟

انتبه

المطروح منه يأتي بعد كلمة «من» دائماً .

مثال (٤) :

إطرح $١٠س٣ + ٧س٢ - ١$ من $(٤س٢ - ٣س٣ + ١)$

الحل :

$$٤س٢ - ٣س٣ + ١ - (١٠س٣ + ٧س٢ - ١)$$

$$٤س٢ - ٣س٣ + ١ - ١٠س٣ - ٧س٢ + ١ =$$

إضافة المعكوس الجمعي للمطروح

الطريقة الرأسية :

$$٤س٢ + ٣س٣ - ١$$

$$+ ١٠س٣ - ٧س٢ - ١$$

$$١١س٣ - ٣س٢ + ١$$

انتبه

لإيجاد المعكوس الجمعي لحدودية ، أكتب المعكوس الجمعي لكل حد من حدودها .

من (٤ س - ٨ + س - ٤ س) اِطرح (٦ س + ٧ س + ٤ س + ٥)
الحلّ :

$$٤ س - ٤ س + ٦ س - ٨ - (.....)$$

.....

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :



١ اِجمع كلّاً من كثيرات الحدود الآتية :

أ) ٥ س + ٣ س + ٤ س - ٤ س + ٢ س + ٤ س - ٤ س

.....

.....

.....

.....

.....

ب) - ٢ س + ٢ س - ٤ س ، ٥ س - ٨ س - ٣ س ، ٩ س + ٢ س

.....

.....

.....

.....

.....

ج) ٣ س - ٢ س + ١ س ، ٢ س + ٧ س - ٢ س ، ٤ س - ١ س

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

٢ أكتب المعكوس الجمعي لكل من كثيرات الحدود الآتية :

المعكوس الجمعي	كثيرة الحدود
$\frac{1}{4}س - ٢س - ٣$	$\frac{1}{4}س - ٢س - ٣$
$٢س - ٥س + ٢$	$٢س - ٥س + ٢$
$٢س - ٥س + ٢$	$٢س - ٥س + ٢$
$٢س - ٥س + ٢$	$٢س - ٥س + ٢$

٣ أوجد ناتج ما يلي :

١) $(١ + ٢س - ٧) - ٢س - ٢س + ٢س$

.....

.....

.....

.....

.....

ب) $(٢٠ - ٢س - ٤) - ٤ + ٢س - ٢س - ٢س$

.....

.....

.....

.....

.....

٤ اِطرح $(٥س + ٦س - ١)$ من $(٤س - ١٤س + ٢س)$

.....

.....

.....

.....

٥ من $(٢س - ٩س + ٤س)$ اِطرح $(٥س + ٨س + ٤س + ١)$

.....

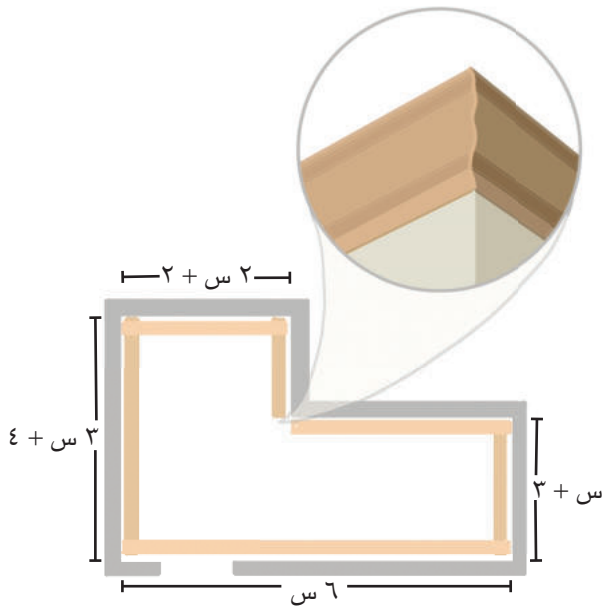
.....

.....

.....



٦ تم تركيب قوالب خشبية حول حواف الغرفة ،
إذا كانت أبعاد الغرفة من الداخل موضحة في
الشكل المقابل ، فأوجد محيط هذه الغرفة
بدلالة س .



.....

.....

.....

.....

.....

.....



ضرب كثيرات الحدود

Multiplying Polynomials

٤ - ٦

سوف تتعلّم : ضرب كثيرات الحدود .



نستخدم كثيرات الحدود في الحياة اليومية في مجالات متعدّدة كالعلوم والهندسة والاقتصاد ، وذلك من خلال استخدامها مثلاً في حساب المساحات والأحجام ، وتصميم الهياكل مثل الجسور وإنشاء رسومات الحاسوب ، ونمذجة سلوك الأسواق المالية .

إِسْتِكْشِف (١)



من خلال معلوماتك من درس قوانين الأسس ، أوجد ناتج ما يلي :

١ $٣س \times ٤س^٢ = (٤ \times ٣) \times (س \times \dots) = ١٢ \dots$

٢ $٥س^٤ - (٢س^٣) = \dots = \dots$

تذكّر



$$٢٢ \times ٣٢ = ٣٢ + ٢٢$$

حيث $٢ \neq ٠$ ،

م ، ن \exists ص

نلاحظ أن :

عند ضرب حدّ جبري في حدّ جبري آخر ، نضرب المعاملات ببعضها ونجمع أسس المتغيّرات المتشابهة إن وُجدت .

دورك الآن (١)



أوجد ناتج ما يلي :

١ $٦س^٢ \times ٤س^٢ = \dots$

٢ $٣س^٠ \times ٢س = \dots$

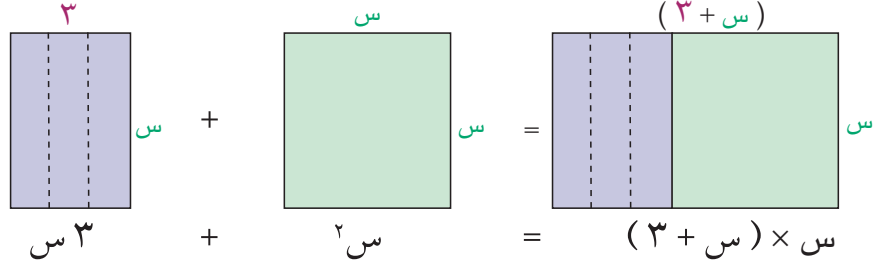
صفوة معلمى الكويت



في الشكل المقابل مستطيل بعده s وحدة طول ، $(s + 3)$ وحدة طول
أوجد مساحة المنطقة المستطيلة .

نقسم المستطيل إلى جزئين ، ثم نكتب النمذجة التي حصلنا عليها كالآتي :

مساحة المنطقة المستطيلة = مجموع مساحات المناطق التالية



وكذلك تساعدنا خاصية التوزيع في إيجاد ناتج ضرب حدّ في كثيرة حدود كالآتي :

$$s(s + 3) = (s \times s) + (s \times 3) = s^2 + 3s$$

إذاً مساحة المنطقة المستطيلة $= (s^2 + 3s)$ وحدة مربعة

تذكّر



الخاصية التوزيعية للضرب
على الجمع
 $= (s + 3) \times s$
 $= (s \times s) + (3 \times s)$

مثال (١) :

أوجد ناتج ما يلي :

أ) $2s^2 \times (8s^2 + 5s^4)$

ب) $3s \times (2s^2 - s + 4)$

الحل :

أ) $2s^2 \times (8s^2 + 5s^4)$

$$= (2s^2 \times 8s^2) + (2s^2 \times 5s^4) = 16s^4 + 10s^6$$

ب) $3s \times (2s^2 - s + 4)$

$$= (3s \times 2s^2) - (3s \times s) + (3s \times 4) = 6s^3 - 3s^2 + 12s$$

انتبه



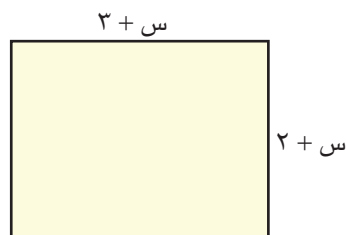
عند استخدام خاصية توزيع
الضرب على الجمع ، يجب
مراعاة إشارات الحدود .

أوجد ناتج ما يلي :

١ $٤ س \times (٢ س + ٣ س) = \dots\dots\dots =$

٢ $٢ س \times (٥ س - ٧ س - ١) = \dots\dots\dots =$

إستكشف (٣)

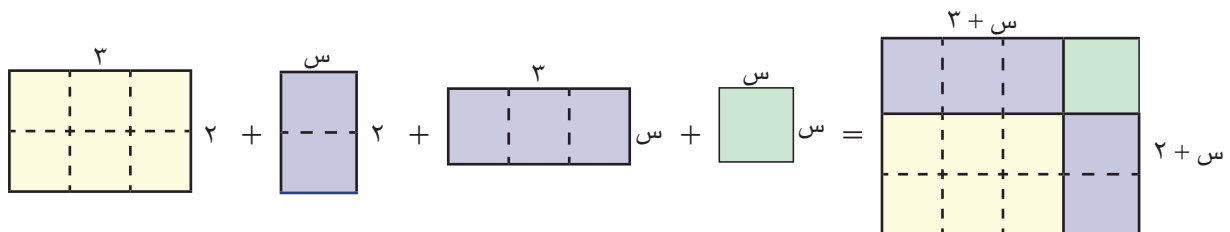


في الشكل المقابل مستطيل بعده (س + ٣) وحدة طول ،

(س + ٢) وحدة طول ، أوجد مساحة المنطقة المستطيلة .

نقسّم المستطيل إلى أربعة أجزاء كما في الشكل المقابل ، ثم نكتب النمذجة التي حصلنا عليها كالآتي :

مساحة المنطقة المستطيلة = مجموع مساحات المناطق التالية



$$٦ + ٢ س + ٣ س + ٢ س = (٢ + س) \times (٣ + س)$$

$$٦ + ٥ س + ٢ س =$$

كذلك ، يمكننا استخدام الخاصية التوزيعية لإيجاد ناتج الضرب كما يلي :

خاصية توزيع الضرب على الجمع

نجمع الحدود المتشابهة

$$(٢ + س) (٣ + س)$$

$$= ٣(٢ + س) + ١(٢ + س)$$

$$= (٢ \times ٣) + (س \times ٣) + (٢ \times س) + (س \times س)$$

$$= ٦ + ٣ س + ٢ س + س^٢$$

$$= ٦ + ٥ س + س^٢$$

إذاً مساحة المنطقة المستطيلة = (س + ٥ س + ٦) وحدة مربعة

دورك الآن (٣)



أوجد ناتج ما يلي :

$$(٦ + س) (٢ + س) = \dots\dots\dots$$

$$= ١٢ + \dots\dots\dots + س^٢$$

$$= ١٢ + \dots\dots\dots + س^٢$$

مثال (٢) :

أوجد ناتج ما يلي :

أ) $(س + ٣) (س - ٣)$

ب) $(س - ٤) (س٢ - ٥س + ٣)$

الحل :

أ) $(س + ٣) (س - ٣)$

$س(س - ٣) + (س - ٣)٣ =$

$س٢ - ٣س + ٣س - ٩ =$

$س٢ - ٩ =$

ب) $(س - ٤) (س٢ - ٥س + ٣)$

الطريقة الأفقية :

$(س - ٤) (س٢ - ٥س + ٣)$

$س(س٢ - ٥س + ٣) - ٤(س٢ - ٥س + ٣) =$

$س٢ - ٥س + ٣ - ٤س٢ + ٢٠س - ١٢ =$

$س٢ - ٤س٢ - ٥س + ٢٠س + ٣ - ١٢ =$

الطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r} س٢ - ٥س + ٣ \\ \times \quad س - ٤ \\ \hline \end{array}$$

$س٢ - ٥س + ٣$

$+ ١٢ - ٢٠س + ٨س٢$

$س٢ - ٤س٢ - ٥س + ٢٠س + ٣ - ١٢ =$

انتبه

ناتج جمع كل حدّ ومعكوسه
الجمعي يساوي صفرًا
- ٣س + ٣س = صفرًا

انتبه

- ناتج ضرب حدّين متّفقين في الإشارة هو حدّ موجب .
- ناتج ضرب حدّين مختلفين في الإشارة هو حدّ سالب .

نجمع الحدود المتشابهة

نضرب الحدّ (س) في الحدودية (س٢ - ٥س + ٣)

نضرب الحدّ (-٤) في الحدودية (س٢ - ٥س + ٣)

نجمع الحدود المتشابهة

مثال (٣) :

أوجد مربع (س + ٥)

الحل :

مربع (س + ٥) هو (س + ٥)٢

$(س + ٥) (س + ٥) = (س + ٥)٢$

$س٢ + ٥س + ٥س + ٢٥ =$

$س٢ + ١٠س + ٢٥ =$

أجمع الحدود المتشابهة

انتبه

- مربع س هو س٢
- ضعف س هو ٢س

لاحظ أن :

(س + ٥)^٢ هي مربع الحدّانية (س + ٥) حيث :

س هي الحدّ الأوّل ، ٥ الحدّ الثاني

حدودية ثلاثية على صورة مربع كامل

ناتجها

$$س^٢ + ١٠س + ٢٥$$

مربع الحدّ الأوّل ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني مربع الحدّ الثاني

عمومًا

$$(س \pm ص)^٢ = س^٢ \pm ٢سص + ص^٢$$

مربع الحدّ الأوّل ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني مربع الحدّ الثاني

عبّر عن فهمك

ما التشابه والاختلاف بين ناتج (س - ٨)^٢ ، (س + ٨)^٢ ؟

مثال (٤) :

أوجد ناتج ما يلي :

أ (س - ٦)^٢

الحل :

$$(س - ٦)^٢ = (س)^٢ - ٢ \times س \times ٦ + (٦)^٢$$

$$= س^٢ - ١٢س + ٣٦$$

ب (٢م + ٤ل)^٢

الحل :

$$(٢م + ٤ل)^٢ = (٢م)^٢ + ٢ \times ٢م \times ٤ل + (٤ل)^٢$$

$$= ٤م^٢ + ١٦مل + ١٦ل^٢$$

دورك الآن (٤)

أوجد ناتج (ص - ٤)^٢

$$(ص - ٤)^٢ = ص^٢ - ٢ \times ص \times ٤ + (٤)^٢$$

$$= ص^٢ - ٨ص + ١٦$$

تمارين ذاتية :

١ أوجد ناتج كل ممّا يلي :

أ) $٣ \text{ س } \times ٤ \text{ س}^٢$

ب) $\frac{١}{٣} \text{ ص } \times \left(\frac{٢}{٣} \text{ ص}^٢ - ٩ \text{ ص } + \frac{٣}{٢} \right)$

ج) $(٣ \text{ س}^٢ + \text{س} - ٤) \times (٢ - \text{س})$

د) $(\text{س} - \text{ص}) (\text{س} + \text{ص})$

هـ) $(٢ + \text{س}) (\text{س} - ٧)$

و) $(٣ \text{ س} + ٢ \text{ ص})^٢$

ز) $(١ - ٢ \text{ ع}) (١ - ٢ \text{ ع} + ٣ \text{ ع}^٢)$

ح) $(٢ \text{ ص}^٢ - ٢ \text{ ص} - ٥) (٢ \text{ ص} - ١)$

٢ أوجد مربّع كل حدّانية في ما يلي :

أ) $\text{س} - ٣$

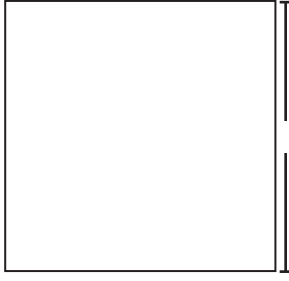
ب) $٢ \text{ ص} + ٣ \text{ س}^٢$

٣ أوجد ناتج ما يلي :

أ) $(٣ \text{ هـ} - ٢ \text{ م})^٢$

ب) $(٩ - \text{ك})^٢$

صفوة معلّم الكويت

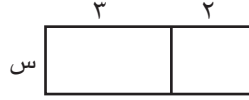


في البنود (٤ - ٦) ، إختتر الإجابة الصحيحة .

٤ مساحة المربع المقابل بالوحدات المربعة هي :

- ☐ أ ٢ + س ٢
☐ ب س ٢ + ٢ + س ١
☐ ج س ٢ + س ١ + ١
☐ د س ٢ + ١ + ١

٥ المقدار الجبري الذي يمثل مساحة الشكل أدناه بالوحدات المربعة هو :



- ☐ أ ٢ + ٣ س
☐ ب ٢ + ٣ س
☐ ج ٥ + س
☐ د ٥ س

٦ المقدار ٥ (س - ص) - (٥ س - ٥ ص) يساوي :

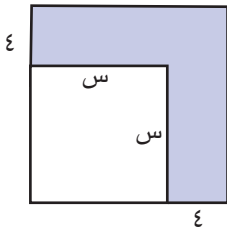
- ☐ أ ١٠ س - ١٠ ص
☐ ب صفر
☐ ج ١٠ س
☐ د ١٠ - ص

مهارات تفكير عليا :

في البنود (٧ ، ٨) ، إختتر الإجابة الصحيحة .

٧ إذا كانت $١٦ = ٢$ ، $٩ = ٢$ ، فإن أكبر قيمة للمقدار $(٢ - ب)$ =

- ☐ أ ١
☐ ب ٢٥
☐ ج ٤٩
☐ د ٧



٨ في الشكل المقابل ، مربع طول ضلعه س وحدة طول ،

تمت زيادة طول كل ضلع من أضلاعه

بمقدار ٤ وحدات كما هو موضح في الشكل .

أوجد مساحة المنطقة المظلمة بدلالة س .

قسمة كثيرة حدود على حدّ جبري

Dividing Polynomials by Algebraic Terms

٥ - ٦

سوف تتعلّم : قسمة حدّ جبري على حدّ جبري آخر ، وقسمة كثيرة حدود على حدّ جبري .

استكشف



مساحة المنطقة المستطيلة
= الطول × العرض

تذكّر



$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

حيث $a \neq 0$ ، m ، $n \in \mathbb{Z}$

شاركت إدارة المدرسة متعلّميها فرحة الاحتفال باليوم الوطني
ويوم التحرير ، بوضع شاشة عرض مستطيلة الشكل أمام
مدخل الإدارة .

إذا كانت مساحة الشاشة هي ($10س^2 + ٤س$) وحدة مربعة
وعرضها هو $٢س$ وحدة طول ، فأوجد طول الشاشة .

باستخدام قسمة الأعداد النسبية وما تعلّمته من قوانين الأسس ،
أكمل ما يلي :

$$\frac{\text{مساحة الشاشة}}{\text{عرض الشاشة}} = \text{طول الشاشة}$$

$$\frac{\dots\dots\dots}{س^2} + \frac{\dots\dots\dots}{س^2} = \frac{10س^2 + ٤س}{س^2} =$$

$$\dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \text{وحدة طول}$$

ماذا تلاحظ ؟

عند قسمة كثيرة حدود على حدّ جبري ، نقسم كلّ حدّ من حدود كثيرة الحدود على هذا الحدّ الجبري .

ملاحظة : المقام أينما وُجد لا يساوي صفرًا .

مثال (١) :

أوجد ناتج ما يلي :

$$\frac{٤س^٥ص^٢ + ٢س^٣ص^٢}{٢س^٢} = \frac{٢س^٣ص^٢ + ٢س^٣ص^٢}{٢س^٢}$$

$$\frac{١٢س^٢ص^٣ + ٦س^٦ص}{٣س^٣} = \frac{١٢س^٢ص^٣ + ٦س^٦ص}{٣س^٣}$$

اقسم كلّ حدّ على المقسوم عليه

$$\frac{١٢س^٢ص^٣}{٣س^٣} + \frac{٦س^٦ص}{٣س^٣} = \frac{٤س^٢ص^٣ + ٢س^٣ص}{١} = ٤س^٢ص^٣ + ٢س^٣ص$$

بسّط



أوجد ناتج ما يلي :

$$\frac{٢٠ م ن ٤ - ٢ م ن ٤}{٤ م ن}$$

$$\frac{٣ م ٢ ل ٦}{٢٧ م ٨ ل} =$$

$$..... - =$$

$$..... - =$$

مثال (٢) :

إقسم (٨ س ٢ + ٢ س ٢ - ١٢ س) على ٢ س

الحل :

إقسم كل حد على المقسوم عليه
بسّط

$$\frac{٨ س ٢ + ٢ س ٢ - ١٢ س}{٢ س} = \frac{٨ س ٢}{٢ س} + \frac{٢ س ٢}{٢ س} - \frac{١٢ س}{٢ س}$$

$$٤ س + ٢ س - ٦ =$$



إقسم (٧ س ٥ - ٩ س ٢ + ٢ س ٢) على ٢ س

$$\frac{٧ س ٥}{.....} - \frac{.....}{.....} + \frac{.....}{.....} =$$

$$..... + - =$$

عبّر عن فهمك



هل ناتج $\frac{١٥ س ٢ + ١٠ س - ٥}{٥ س}$ يمثل حدودية ؟ فسّر إجابتك .

تمارين ذاتية :



١ بسّط كلّ ممّا يلي : (حيث المقام لا يساوي صفرًا أينما وُجد .)

$$\frac{١٠ س ٤}{٥ س ٢} =$$

$$\frac{٦ س ٤}{٤ س ٢} =$$

$$\frac{٢٨ ص ٥}{٧ ص ٢} =$$

$$\frac{٣ ص ٢ - ٣ ص ٢}{٣ ص ٢} =$$

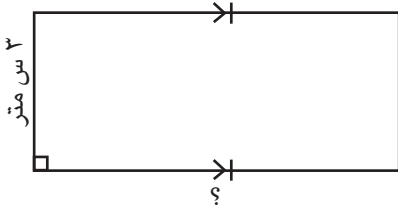
٢ إقسم ٨ س ٢ ص ٤ + ١٦ س ٤ ص ٥ - ٣٦ ص ٤ على ٢ س ٢ ص ٣

٣ إقسم ٩ هـ ٢ و ٥ - ٢٧ هـ ٢ و ٤ + ٥٤ هـ ٢ و ٤ على ٣ هـ ٢ و ٥

٤ أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة : (حيث س \neq صفرًا)

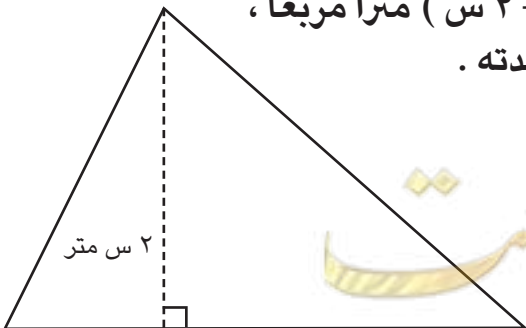
$$\frac{٥ \text{ س } ٢ \text{ ص } ٤ + ٣ \text{ س } ٦ \text{ ص } ٧ - ١٥ \text{ س } ١٥}{١٥ \text{ س}}$$

٥ مساحة المنطقة المستطيلة في الشكل المرسوم هي (٩ س ٢ + ٣ س) مترًا مربعًا ، إذا كان عرض هذا المستطيل هو ٣ س مترًا ، فأوجد طول هذا المستطيل .



مهارات تفكير عليا :

٦ في الشكل المقابل مساحة المنطقة المثلثة هي (٤ س ٢ + ٢ س) مترًا مربعًا ، إذا كان ارتفاع هذا المثلث ٢ س مترًا ، فأوجد طول قاعدته .



تقويم الوحدة التعليمية السادسة

Unit Six Assessment

أولاً: البنود المقالية

١ بسّط كلّ ممّا يلي : (المقام أينما وُجد \neq صفراً)

..... = $\frac{٤ع}{٢ع}$ (ب)

.....

..... = $\left(\frac{٢٢ - ٢}{٣ ب} \right)$ (د)

.....

..... = $(٣ - س ص) (س٢ ص٢)$ (أ)

.....

..... = $\frac{٣٦ - س٢ ص٢}{٩ س٢ ع}$ (ج)

.....

٢ أحسب قيمة كلّ من كثيرات الحدود التالية عندما $س = ٢$

..... (أ) $٣ س٢ - ٢ س + ٤$

..... (ب) $٢ س٢ - س + ٧$

..... (ج) $\frac{١}{٨} س٤ + \frac{٣}{٢} س$

٣ اجمع كثيرات الحدود الآتية :

..... (أ) $س٢ + ٦ س - ٤$ ، $٥ س - س٢ - ٤$

..... (ب) $٢ ع٢ - ٤ ع٢ + ٩$ ، $٣ ع٢ + ٩ - ٥ ع٢ - ٢ ع٢$

.....

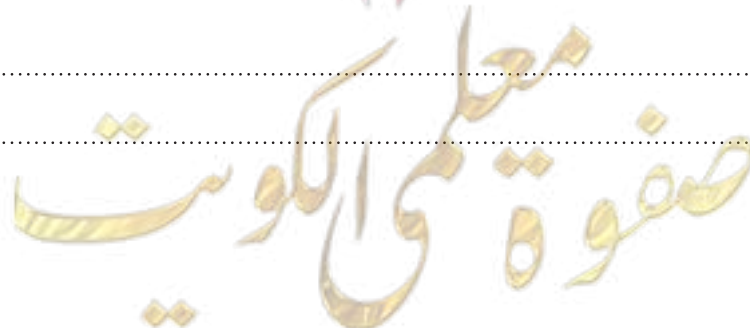
.....

٤ اطرح ($٢ ص٢ - ٣ ص٢ + ٢ ص٢ - ٢$) من ($٣ ص٢ + ٣ ص٢ - ٣$)

.....

.....

.....



٥ اِطرح (س^٣ ص + س ص^٢ + ٧) من (٤ س ص^٢ + ٣ س^٢ ص + ٧)

.....

.....

.....

.....

٦ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي :

..... = (س + ٣) (س - ٩) أ

..... = (١ + ص^٢) مربع ب

..... = (٣ + س^٢) (٥ س^٢ - ٤ س - ٧) ج

..... =

٧ اِقسم ٤ س^٢ ص^٣ + ١٢ س^٥ ص^٤ + ٥٤ س^٢ ص^٤ على ٣ س^٢ ص^٢.

.....

.....

.....

.....

٨ اِقسم ١٥ هـ^٢ ل^٢ - ١٢ هـ^٣ ل + ٩ هـ^٤ ل^٤ على ٦ هـ^٢ ل.

.....

.....

.....

.....

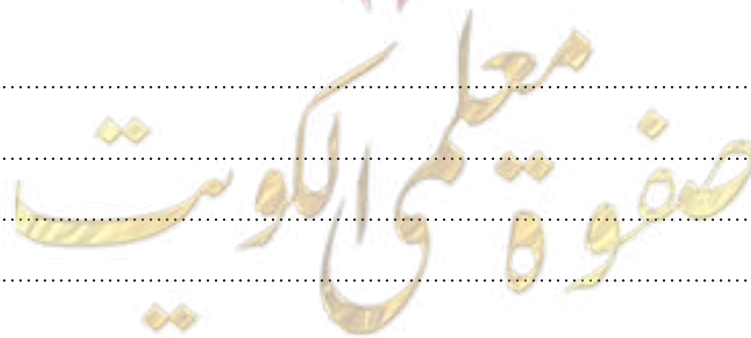
٩ منطقة مستطيلة مساحتها (٤ س^٤ + ٦ س^٢ - ٤ س) وحدة مربّعة ، وعرضها ٢ س وحدة طول . أوجد طولها .

.....

.....

.....

.....



ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود (٨ - ١) ظلّل أ إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل ب إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١	ناتج $\left(\frac{٣ \text{ س } ٤}{٦ \text{ س } ٤}\right) = ١$ ، حيث س $\neq ٠$	أ	ب
٢	٤ س - $\frac{١}{س}$ + ٥ س ^٢ هي كثيرة حدود	أ	ب
٣	ناتج جمع ٦ ص ^٢ ، ٢ ص ^٤ هو ٨ ص ^٦	أ	ب
٤	١٢ ل ^٢ ع ^٢ ، $\frac{١}{٥}$ ل ^٢ ع ^٢ ، ل ^٢ ع ^٢ هي حدود متشابهة	أ	ب
٥	٠,٢٥ س ^٢ ، $\frac{١}{٤}$ س ^٢ هما حدّان متساويان	أ	ب
٦	ناتج طرح ٥ س ^٢ من ٤ س ^٢ هو ٤ س ^٢	أ	ب
٧	س × س = ٢ س	أ	ب
٨	$\frac{١}{٥} = ٥ \times ٢٠$	أ	ب

في البنود (٩ - ٢١) لكل بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الإجابة الصحيحة :

٩ المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود ٤ ص^٤ - ٢ ص^٢ + ٥ هو :

- أ ٤ ص^٤ + ٢ ص^٢ + ٥
 ب ٤ ص^٤ - ٢ ص^٢ - ٥
 ج ٤ ص^٤ + ٢ ص^٢ - ٥
 د ٤ ص^٤ - ٢ ص^٢ + ٥

١٠ ٢ س (٣ س + ٤) =

- أ ٦ س^٢ + ٤
 ب ٦ س + ٨
 ج ٦ س^٢ + ٨ س
 د ٦ س + ٨ س

(حيث س \neq صفر) ،

١١ $\frac{٨ \text{ س } ٤ + ٤ \text{ س}}{٤ \text{ س}}$

- أ ٢ س^٢ + ١
 ب ٢ س^٢
 ج ٢ س^٢ + س
 د $\frac{١}{٢ \text{ س}}$

١٢) ناتج جمع $٣س٤ + ٤س٢ - ٣س٢ + ٢س٤ - ٤س١$ يساوي :

- أ $٥س٢ + ٤س٢ - ٢س٢ + ٢$ ب $٣س٤ + ٥س٢ - ٧س١ + ١$
 ج $٣س٢ + ٣س٢ - ٧س١ + ١$ د $٣س٤ + ٥س٢ + ٢س٢ - ٧س١ + ١$

١٣) ناتج طرح $(٣س٤ - ٤س٣)$ من $(٣س٤ + ٤س٣)$:

- أ $٦س٨ - ٨س٨$ ب $٦س٨ + ٨س٨$ ج $٨س٨$ د $٦س٨$

١٤) إذا كان $\left(\frac{٦س٢}{٢س٢}\right) = ١$ ، فإن $م =$ ، (حيث $س \neq ٠$)

- أ صفر ب ١ ج $\frac{٤س٢}{٢}$ د $١ -$

١٥) مربع الحداينة $س + ٢$ هو :

- أ $٤س٢ + ٤$ ب $٤س٢ + ٤س٢ + ٤$
 ج $٤س٢ + ٢س٢ + ٤$ د $٤س٢ - ٤س٢ + ٤$

١٦) ناتج جمع $٣س٢ - ٥س١ + ١$ ، $٥س٢ - ٣س٢$ يساوي :

- أ $٨س٢ - ٨س١ + ١$ ب $٦س٢ - ١٠س١ + ١$
 ج $٨س٢ - ٨س١$ د ١

، (حيث $س \neq ٠$)

- أ $٣س٢$ ب $٣س٢$
 ج $٥س٢$ د $\frac{١}{٣}س٢$

١٧) $\frac{٥س٢ص٢}{١٥س٢}$

- أ $٣س٢ص٢$ ب $٣س٢ص٢$
 ج $٥س٢ص٢$

صفوة معلمى الكويت

١٨ عدد الحدود في كثيرة الحدود الناتجة من ضرب (س + ٣) (س + ٤) هو :

- أ ١ ☐ ب ٢ ☐ ج ٣ ☐ د ٤ ☐

١٩ ناتج (٢١٠) $\times ١٠^{-٤}$ هو :

- أ ١٠٠ ☐ ب ٢١٠ ☐ ج ١٠ ☐ د ١٠١٠ ☐

٢٠ ناتج $٨,٢ \times ١٠^٩ \div ٤,١ \times ١٠^٦$ هو :

- أ ٢×١٠^٩ ☐ ب ٢×١٠^٣ ☐ ج ٢×١٠^٢ ☐ د ٢×١٠^١٠ ☐

٢١ غرفة طعام مستطيلة الشكل قرّر ربّ الأسرة زيادتها عرضها ، إفتراض أنّ عرض الغرفة زاد بمقدار ٨ أمتار ، إذا كانت الأبعاد كما هي موضّحة في المخطط ، فإنّ المساحة الكلّية لغرفة الطعام الجديدة بالمتر المربّع تساوي :

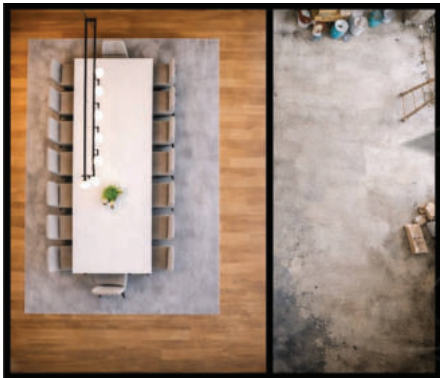


أ ٨ + س ☐

ب ٨ ص + س ص ☐

ج ٨ س ص ☐

د ٨ ص + س ☐



س

٨

ص

صفوة معلمي الكلويت

المشروع الثالث : الرياضيات والحياة



لدينا في الحياة أمثلة كثيرة عن الأشكال الرباعية ،
يمكننا معرفة وتمييز كل شكل من خلال خواص كل
منها .

خطة العمل :

إِصْنَعْ خَرِيطَةً ذَهْنِيَّةً لِتَصْنِيفِ الْأَشْكَالِ الرَّبَاعِيَّةِ تَوْضُحِ الْعِلَاقَةَ بَيْنَ الْأَشْكَالِ الرَّبَاعِيَّةِ ، وَتَدْرِيبِ الْمُتَعَلِّمِينَ عَلَى الْمُقَارَنَةِ وَالتَّعْلِيلِ الْبَصْرِيِّ وَالْهَنْدَسِيِّ مِنْ خِلَالِ خُصَائِصٍ كُلِّ مِنْهَا .

خطوات تنفيذ المشروع :

- يمكن تصنيف الأشكال الرباعية من خلال عمل خريطة ذهنية (مخطّط شجرة) لتوضيح العلاقة بين الأشكال الرباعية من خلال ذكر خواصّ كلّ منها .
- دعّم الخريطة بصور من الحياة اليومية تمثّل كلّ شكل من الأشكال الرباعية .

علاقات وتواصل :

يمكن للمجموعات تبادل الأوراق للتأكد من صحة ودقة البيانات وتطبيق المشروع .

عرض العمل :

تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .



المراجع

- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة الثالثة ٢٠١٧ - ٢٠١٨ م ،
وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة الخامسة ٢٠٢٤ - ٢٠٢٥ م ،
وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ - ٢٠٢٤ م ،
وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .

مصادر بعض الصور

- الغلاف : صورة الرجل الآلي ، مزودة من لجنة الرياضيات .
- ص ٢٦ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- ص ٣٣ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ٩٠ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ٩٩ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ١٠٠ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ١٠٧ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ١١٦ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ١٢١ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .





قيّم مناهجنا



الكتاب كاملاً