

الوحدة التعليمية السادسة



المقادير الجبرية

الرياضيات تشيّد الأبراج

برج الحمراء هو أطول ناطحة سحاب في دولة الكويت وواحد من أطول الأبراج في العالم .

يبلغ ارتفاعه حوالي ٤١٢ متراً ويضم ٨٦ طابقاً، مما يجعله أطول برج مبني بالكامل من الخرسانة في العالم (من دون هيكل فولاذی رئيسي) .

وما يميّزه أنه يدور تدريجياً وهو يرتفع إلى الأعلى ، فيبدو وكأنه وساح حجري يلتف حول المبني - وهذا الشكل الرائع تم تصميمه باستخدام معادلات هندسية دقيقة تعتمد على كثيرات الحدود والمنحنيات الرياضية ، لتوازن بين الجمال الفني والاستقرار الإنساني .

كما أنّ تصميم البرج يساعد على تقليل تأثير حرارة الشمس ، إذ تغطي الجدران المنحنية الواجهات الأكثر تعرضاً لأشعة الشمس ، مما يقلل من استهلاك الطاقة .



المجال

معايير المنهج

مؤشر الأداء

التعريف - الفهم - الاستكشاف
والتقضي - التذكّر - الاستنتاج -
حلّ المشكلات - القوانين - القراءة -
الكتابة - التصنيف - التقويم -
العمل الجماعي - الوسائل -
التحويل - النمذجة - التحليل والترتيب -
معالجة بيانات - التعّدّ - التمييز

تمثيل الأعداد واستخدامها
ضمن أشكال متكافئة متنوعة
وإدراك أنّ مختلف أشكال
الأعداد تتلاءم مع حالات
مختلفة .

إختيار العمليات المناسبة
واستخدامها لحلّ المسائل
وتعديل الخيارات .

فهم الأنماط وال العلاقات والدوال .

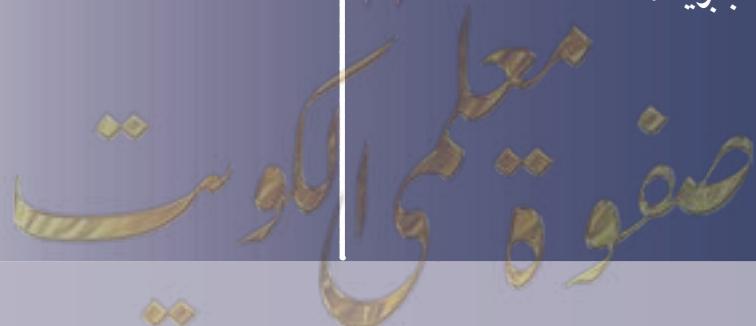
استخدام إستراتيجيات متنوعة
لوصف وتحليل العلاقات
والتفيرات .

العدّ والجبر

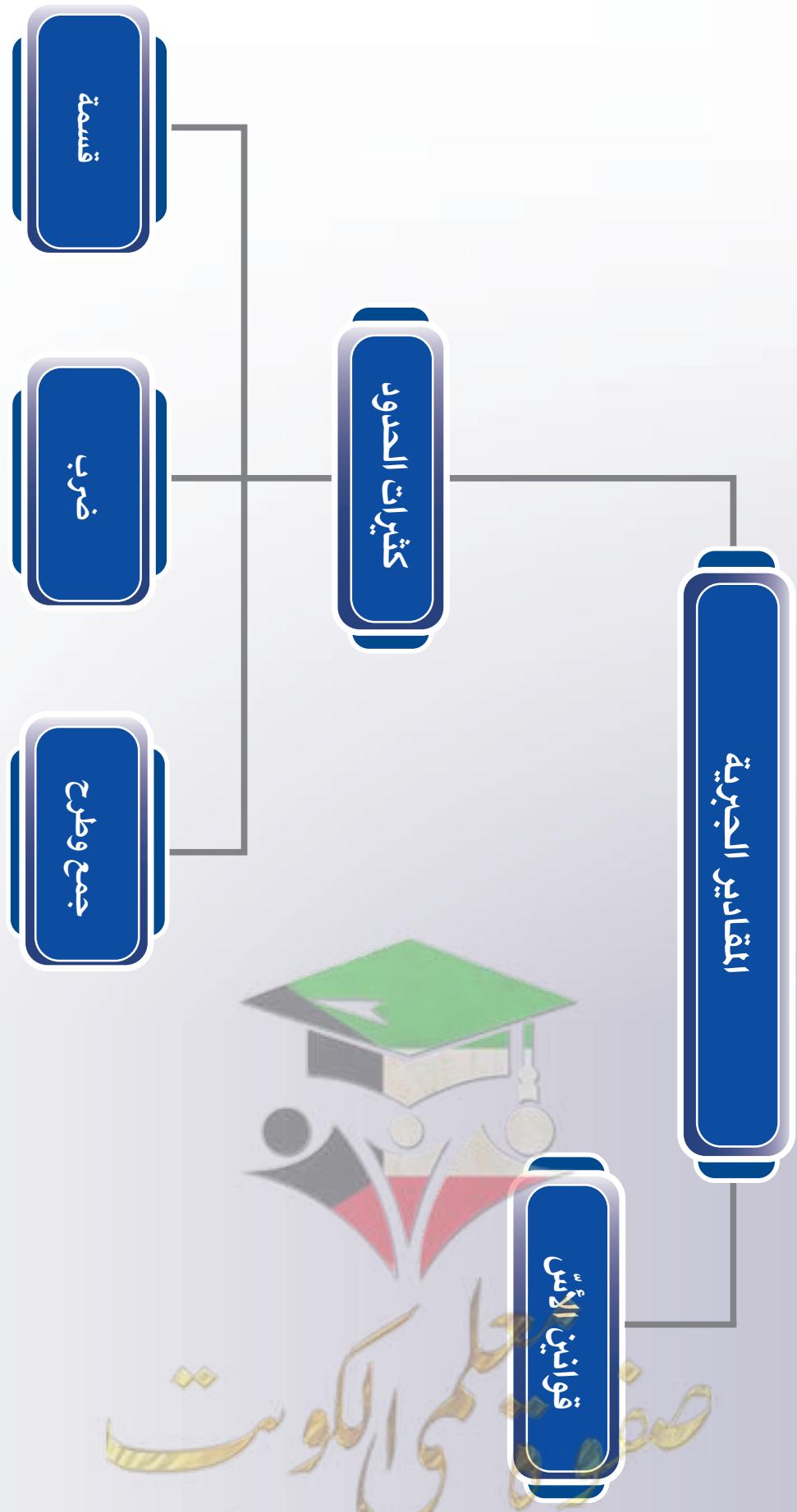
استخدام المعادلات والنماذج
الرياضية لحلّ المسائل .

استخدام التمثيلات البيانية
والجداول والتمثيلات الجبرية
للقيام بالتوقعات وحلّ المسائل .

تمثيل وتحليل المواقف والبني
الرياضية باستخدام الرموز
الجبرية .



مُدَّطَّلٌ تَنْظِيمِيٌّ لِلْمُدَّدَّةِ التَّعْلِيمِيَّةِ اسْسَارِسَة



هل أنت مستعدٌ؟

١ أوجِد ناتج ما يلي :

$$\begin{aligned} &= (1-) + 2 \quad \text{بـ} \\ &= 5 - \times 3 - \quad \text{دـ} \\ &= (2-) - 3 \quad \text{وـ} \\ &= 3 - (7-) \quad \text{حـ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 7 + 3 - \quad \text{أـ} \\ &= 5 - 3 \quad \text{جـ} \\ &= (9-) + 4 - \quad \text{هـ} \\ &= 2 \div 6 \quad \text{زـ} \end{aligned}$$

٢ أكتب كُلَّ ممَّا يلي في الصورة الأُسْيَة .

$$\begin{aligned} &4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \quad \text{أـ} \\ &5 \times 5 \times 2 \times 2 \quad \text{بـ} \end{aligned}$$

٣ أوجِد ناتج كُلَّ ممَّا يلي :

$$\begin{aligned} &= 4^3 \quad \text{بـ} \\ &= 16 \quad \text{دـ} \\ &= 28 \quad \text{وـ} \\ &= 8 \div 4 \quad \text{حـ} \\ &= 10 + 30 \quad \text{يـ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 32 \quad \text{أـ} \\ &= 2(0,3) \quad \text{جـ} \\ &= 101 \quad \text{هـ} \\ &= 32 \times 23 \quad \text{زـ} \\ &= 10 - 210 \quad \text{طـ} \end{aligned}$$

٤ أوجِد قيمة كُلَّ ممَّا يلي عندما $s = 2$

$$\begin{aligned} &3s \quad \text{بـ} \\ &8 \div s \quad \text{دـ} \\ &2s - 1 \quad \text{وـ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &s^2 + 2 \quad \text{أـ} \\ &5 - s \quad \text{جـ} \\ &s^2 \quad \text{هـ} \end{aligned}$$

٥ أوجِد المعكوس الجمعي لـ كُلَّ ممَّا يلي :

$$\begin{aligned} &s \quad \text{بـ} \\ &2 - s \quad \text{دـ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &5 \quad \text{أـ} \\ &6 - \quad \text{جـ} \end{aligned}$$

٦ أوجِد العامل المشترك الأَكْبَر لـ كُلَّ ممَّا يلي :

$$\begin{aligned} &15, 3 \quad \text{أـ} \\ &45, 25 \quad \text{بـ} \\ &12, 8, 4 \quad \text{جـ} \end{aligned}$$

Laws of Exponents

سوف تتعلم : قوانين الأسس .

العبارات والمفردات :

Power

قوى

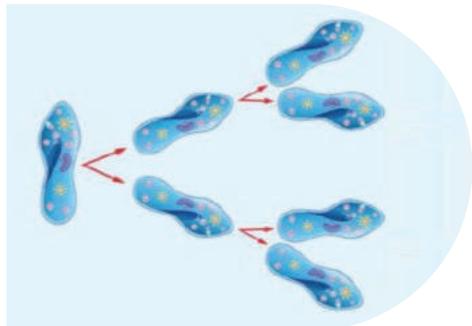
Exponent

أس

Base

أساس

استكشف (١) :



إذا كانت خلية يوجلينا واحدة تنقسم إلى خلعتين جديدين متماثلتين كلّ ساعة (تضاعف كلّ ساعة) ، فكم عدد الخلايا بعد ٥ ساعات ؟

بعد ساعة واحدة : ٢ خلية

بعد ساعتين : $2 \times 2 = 4$ خلايا

بعد ٣ ساعات : $2 \times 2 \times 2 = 8$ خلايا

بعد ٤ ساعات : $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ خلية

بعد ٥ ساعات : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ خلية

هل يمكنك كتابة هذه الأعداد بصورة أخرى ؟

$$12 = 2$$

$$22 = 2 \times 2$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2$$

$$42 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$52 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$



معلومة مفيدة :

اليوجلينا كائن حي ممّيز لأنّه يجمع بين صفات النبات والحيوان ، فهي تشبه النبات لأنّها تحتوي على (الكلوروفيل) وتستطيع صنع غذائها بنفسها بعملية البناء الضوئي ، وتشبه الحيوان لأنّها تتحرّك باستخدام سوط واحد وتتغذّى على المواد العضوية عند غياب الضوء .



حيث 1 عدد نسبي غير صفرى ، n صيغة

ويُقرأ « 1 أسّ n » أو القوّة التونية للعدد 1 .

1 مكررة n مره

$$1 = \overbrace{1 \times 1 \times \dots \times 1}^n$$



أكِمل الجدول التالي :

الناتج	صورة الضرب المتكرّر	الأسس	الأساس	الصورة الأسّية
			٣	2^3
		٥		0^5
	$(3-)(3-)$			$2(3-)$
١٢٥				$3(5-)$
				$4\left(\frac{1}{2}\right)$
				$2\left(\frac{3-}{5}\right)$

٢٢ تذَكَّر

نسمّي الصورة 2^3 بالصورة الأسّية حيث ٢ يُسمّى الأساس و ٣ الأساس ، وتُقرأ 2^3 أو ٢ مرفوعاً إلى القوّة ٣ أو ٢ تكعيب .

ماذا تلاحظ ؟

٢٣ ملاحظة :

- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا والأسس عددًا زوجيًّا ، يكون الناتج عددًا موجبًا .
- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا والأسس عددًا فردیًّا ، يكون الناتج عددًا سالبًا .

٢٤ إِسْتَكْشِف (٢) :

أكِمل .

$$(3+2)V = \square V = \dots \times \dots \times V \times \dots \times V = {}^3V \times {}^2V$$

$$(\dots+2)3 = \square 3 = 3 \times \dots \times 3 \times \dots \times 3 \times 3 = {}^43 \times {}^23$$

ماذا تلاحظ ؟

أكِمل .

$$(2-0)6 = \square 6 = \dots \times \dots \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} = \frac{0}{6}$$

$$(1-0)5 = \square 5 = \dots \times \dots \times 5 \times \cancel{5} = \frac{5}{0}$$

ماذا تلاحظ ؟

لكلّ M عدد نسبي غير صافي ، M ، N عددان صحيحان ، يكون :

$$M = \frac{N}{N-M}$$

$$M = N \times M^N$$

ملاحظة :

لكلّ M عدد نسبي غير صافي ، M ، N ، K ، ... أعداد صحيحة ، يكون : $M = N \times K \times \dots \times M^N$

انتبه



$$S = S^1$$

تنذّر



$$S - S = S + (-S)$$

مثال (١) :

بسط كلاً ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .
(المقام أينما وجد \neq صفر)

$$A = 4^2 \times 4^3 \times S^3 \times S^6 \quad (ج)$$

$$\frac{S^6}{S^2} \quad (ه) \quad \frac{S^3}{S^2} \quad (ج) \quad \frac{4^2}{4^3} \quad (د)$$

الحلّ :

$$A = 4^{2+3} \times S^{6+3+1} \quad (أ)$$

$$B = S^6 \times S^3 \times S^1 \quad (ب)$$

$$C = 4^2 \times 4^3 \times S^6 \quad (ج)$$

$$D = \frac{4^2}{4^3} \quad (د)$$

$$E = S^6 \times S^3 \quad (ه)$$

$$F = S^6 - S^3 \quad (ج)$$

دوريك الآن (٢)

بسط كلاً ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وجد \neq صفرًا)

$$\dots = \frac{3}{2^3} \quad (أ)$$

$$\dots = S^4 \times S^9 \quad (ب)$$

$$\dots = U^2 \times U \times U^0 \quad (ج)$$

$$\dots = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^3 \quad (د)$$

هل العبارات التالية صحيحة؟ فسر إجابتك.

$$32 = \frac{8}{4} \quad 2$$

$$06 = 32 \times 23 \quad 1$$

استكشاف (٣) :

أكمل الجدول:

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	الصورة الأسيّة
الناتج	٨	٤	٢	١	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
	$2 \div$	$2 \div$	$2 \div$				

بملاحظة النمط في الجدول، نجد أنّ:

$$\frac{1}{32} = \frac{1}{8} = 2^{-2} , \quad \frac{1}{32} = \frac{1}{4} = 2^{-3} , \quad \frac{1}{32} = \frac{1}{2} = 2^{-4} , \quad 1 = 2^0$$

لكلّ a عدد نسبي غير صافي، m عدد صحيح، يكون:

$$\frac{1}{a^m} = 2^{-m} \quad 2$$

١ صفر = ١

مثال (٢) :

بسط كلاً ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس. (المقام أينما وجد ≠ صفر)

$$7 \times 2^{-7} \quad ٣$$

$$\frac{9}{s^7} \quad ٤$$

$$\frac{s^3}{s^4} \quad ٥$$

$$2^{-2} \quad ٦$$

$$\frac{2^{-9}}{2^{-9}} \quad ٧$$

الحلّ:

$$\frac{s^3}{s^4} = s^{-1} \quad ٨$$

$$\frac{1}{2^2} = 2^{-2} \quad ٩$$

$$(2^{-}) - 2^{-9} = \frac{2^{-9}}{2^{-9}} \quad ١٠$$

$$2^{-7} = 1 + 2^{-7} = 7 \times 2^{-7} \quad ١١$$

$$\frac{1}{9} = 1^{-9} = 2 + 2^{-9} =$$

$$\frac{1}{2^7} =$$

$$\frac{1}{s^7} = s^{-7} \quad ١٢$$

$$s^0 \times s^{-4} = s^{0+(-4)} = s^{-4} \quad ١٣$$

$$s^1 = s$$



بسط كلاً ممّا يلي باستخدام قوانين الأساس (المقام أينما وجد ≠ صفرًا).

$$\dots = 2^5 \times 2^{-5} \quad \text{بـ} \quad (بـ)$$

١

$$\dots = \frac{9-5}{2-5} \quad \text{بـ} \quad (دـ)$$

٣ \times ٢ $^{-3}$ (جـ)

استكشف (٤) :



أوجّد ناتج ما يلي :

$$\square ٦ = ٢ (٣ \times ٢) \quad \text{بـ} \quad (أـ)$$

$$3 \times 3 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^2 \quad \text{بـ} \quad (بـ)$$

$$\dots \times \dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

قارن الإجابات في (أـ) ، (بـ) . ماذًا تلاحظ ؟

$$\square ٢٠ = ٢ (٤ \times ٥) \quad \text{بـ} \quad (جـ)$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 2^5 \quad \text{بـ} \quad (دـ)$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

قارن الإجابات في (جـ) ، (دـ) . ماذًا تلاحظ ؟

انتبه



$$\begin{aligned} ١ \neq ٢ & (١ + ٢) \bullet \\ ١ \neq ٢ & (١ - ٢) \bullet \end{aligned}$$

لكل ١ ، ٢ عددان نسبيان غير صفريين ، م عدد صحيح ،

$$\text{يكون : } (١ \times ٢) = ١ \times ٢$$

استكشف (٥) :



أوجّد ناتج ما يلي :

$$\dots = \frac{2^3}{2^5} = \dots \times \frac{3}{5} = 2 \left(\frac{3}{5} \right) \quad \text{بـ} \quad (أـ)$$

$$\dots = \frac{2^2}{2^3} = \dots \times \dots \times \frac{2}{3} = 2 \left(\frac{2}{3} \right) \quad \text{بـ} \quad (بـ)$$

ماذًا تلاحظ ؟

لكل ١ ، ٢ عددان نسبيان غير صفريين ، م عدد صحيح ، يكون : $(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} (1 \times 2)$



$$^{\circ}\left(\frac{b}{b} \right) = ^{\circ}\left(\frac{1}{1} \right)$$

مثال (٣):

بسط كلاً ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وجد ≠ صفرًا)

$$\text{ج) } \frac{(4 \times s)^2}{s^{-2}}$$

$$\text{ب) } (2s^2)^{\circ}$$

$$\text{أ) } (3s^4)^{\circ}$$

$$\text{و) } \frac{(4s^2)^2}{(2s)^2}$$

$$^{\circ}\left(\frac{2}{5} \right) \text{هـ}$$

$$\text{د) } \left(\frac{s}{s^7} \right)^{\circ}$$

الحل:

$$\text{ب) } (2s^2)^{\circ} = 2^{\circ}s^2$$

$$\text{أ) } (3s^4)^{\circ} = 3^{\circ}s^4$$

$$\text{د) } \left(\frac{s}{s^7} \right)^{\circ}$$

$$\text{ج) } \frac{(4 \times s)^2}{s^{-2}} = 4^{\circ} \times s^{\circ} = \frac{4^{\circ} \times s^{\circ}}{s^{-2}} = \frac{4^{\circ} \times s^{\circ}}{s^{-2}}$$

$$\text{و) } \left(\frac{4s^2}{2s} \right)^2 = \frac{(4s^2)^2}{(2s)^2}$$

$$\frac{2^{\circ}}{2^{\circ}} = \left(\frac{0}{2} \right) \text{هـ}$$

$$= (2s^2)^{\circ} = 2^{\circ}s^2$$

دوريك الآن (٤)

بسط كلاً ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وجد ≠ صفرًا)

$$\text{ب) } (3^{\circ}s^2)^{\circ}$$

$$\text{أ) } (3^{\circ}b)^{\circ}$$

$$= \left(\frac{0}{b} \right) \text{دـ}$$

$$= \frac{(2^{\circ}s)^{\circ}}{s^{-2}} \text{جـ}$$

$$= \frac{(4^{\circ}s^2)^{\circ}}{(s^8)^{\circ}} \text{وـ}$$

$$= \frac{4^{\circ}3}{4^{\circ}9} \text{هـ}$$

استكشاف (١) :

أكمل ما يلي :

$$\begin{aligned} \dots \times ٢ \times ٢ &= ٣ (٢ ب) \quad \text{ب} \\ \dots \times \dots &= \dots \quad \text{ب} \\ (\dots \times \dots) \times \dots &= \dots \quad \text{ب} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dots \times ٢ \times ٢ &= ٣ (٢) \quad \text{٢} \quad \text{أ} \\ \dots \times \dots &= \dots \quad \text{٢} \\ (\dots \times \dots) \times \dots &= \dots \quad \text{٢} \end{aligned}$$

ماذا تلاحظ ؟

لكل ٢ ، ٢ عددان نسبيان غير صفريين ، ٢ ، ٢ عددان صحيحان ، يكون : $(٢٤) = ٤٦$

عبر عن فهتمك (٢)

يقول عبدالله أن $(٢٤) = ٤$ ، هل توافقه الرأي ؟ وضح ذلك .

مثال (٤) :

بسط كلاً مما يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وجد \neq صفرًا)

$$\begin{aligned} ٣- (٢٤) \quad \text{ج} & \quad ١- (٢٥) \quad \text{ب} & \quad ٤ (٣٢) \quad \text{أ} \\ & \quad \text{س} \end{aligned}$$

$$\frac{٣- (٣٥)}{٣- (٣-٦)} \quad \text{و}$$

$$٣ (٣-٧) \times ٦٧ \quad \text{هـ}$$

$$\text{د} (٣٢ \text{ص})^٤$$

الحل :

$$٣٥ = (١- \times ٣-٥) = ١- (٣-٥) \quad \text{بـ}$$

$$٤ (٣٢) = \text{س}^٤ = \text{س} \times \text{س}^٣ \quad \text{أـ}$$

$$\text{د} (٣٢ \text{ص})^٤ = \text{س}^٤ \times \text{س}^٣ \times \text{ص} \quad \text{س}^٨ \text{ص}^١٢ =$$

$$\frac{١}{٤} = ٦-٤ = (٣- \times ٢٤) = ٣- (٢٤) \quad \text{جـ}$$

$$١ = ٧ = (٦- \times ٧) = ٦- ٧ \times ٧ = ٣ (٣-٧) \times ٦٧ \quad \text{هـ}$$

$$\frac{٣- (٣-٥) \times ٣- (٣-٥)}{٣- (٣-٦) \times ٣- (٣-٦)} = \frac{٣- (٣-٥)}{٣- (٣-٦)} \quad \text{وـ}$$

$$\frac{٣- (٣-٦) \times ٣- (٣-٦)}{٣- (٣-٥)} = \frac{٣- (٣-٦)}{٣- (٣-٥)} =$$



بَسْط كَلَّا مَمَّا يَلِي بِاستِخْدَام قَوَانِينِ الْأَسْس . (المَقَامُ أَيْنَمَا وَجَدَ ≠ صَفَر)

$$\textcircled{١} \quad ٢٠ = ٢٠ (٢٠)$$

$$\textcircled{٢} \quad ٢٣ = ٢٣ (٢٣)$$

$$\textcircled{٣} \quad ١٢٦ = ١٢٦ (١٢٦)$$

$$\textcircled{٤} \quad ٢٦ = ٢٦ (٢٦)$$

$$\textcircled{٥} \quad ٢٣ = ٢٣ (٢٣)$$

$$\textcircled{٦} \quad ١٢٦ = ١٢٦ (١٢٦)$$

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=



١ أوجِد ناتج ما يلي :

$$= \frac{٢٨}{٣٢} \quad \text{أ}$$

$$= ٣ - ٣ \quad \text{ب}$$

$$= {}^{\circ} \left(\frac{٤}{١٤} \right) \times {}^{\circ} \left(\frac{٤}{٧} \right) \quad \text{ج}$$

$$= \cdot \left(\frac{١٢}{٢٣} \right) \quad \text{د}$$

$$= {}^{\circ} (٠,٢ - ١,٢) - ٦ \quad \text{هـ}$$

٢ بسْط كُلّا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وُجد ≠ صفرًا)

$$= {}^{\circ} \text{ص} \times \text{ص} \quad \text{أ}$$

$$= ٤ \times {}^{\circ} (٢٤) \quad \text{بـ}$$

$$= {}^{\circ} (٣ -) \times {}^{\circ} (٣ -) \quad \text{جـ}$$

$$= \text{س}^{١١} \times \text{س}^٩ \quad \text{دـ}$$

$$= \text{ص}^٣ \times \text{ص} \times \text{ص}^٣ \quad \text{هـ}$$

$$= (\text{ك}^٢ \text{هـ}^٣) \times (\text{ك}^{-٤} \text{هـ}^{-٥}) \quad \text{وـ}$$

$$= (\text{بـ}^٢ \text{بـ}^٣) \times (\text{بـ}^٣ \text{بـ}^٤) \quad \text{زـ}$$

$$= {}^{\circ} (\text{س}^٢ \text{ص}) \times (\text{س}^٢) \quad \text{حـ}$$

$$= (\text{ك}^٠ \text{هـ}^٣) \times \text{كـ} \quad \text{طـ}$$

$$= {}^{\circ} (\text{س}^٣ - \text{س}^٢) \quad \text{يـ}$$

$$= \frac{\text{بـ} \overset{\text{جـ}}{\text{جـ}}}{\text{بـ} \overset{\text{جـ}}{\text{جـ}}} \quad \text{كـ}$$

$$= \frac{\text{س}^٢ \text{ص}^٢ - \text{س}^٨ \text{ص}^٢}{\text{س}^٢ \text{ص}^٢} \quad \text{لـ}$$



٣ يُنتج مصنع للحلوى ما يقارب 6×10^4 قطعة من الحلوى يومياً . يريد صاحب المصنع أن يوزّعها بالتساوي على 10^3 صندوقاً صغيراً . أوجِد عدد قطع الحلوى في كل صندوق .

مهارات تفكير عليا :

٤ أكتب الأعداد $2, 0, 2, 3$ في المربعات الآتية لتحصل على أكبر قيمة ممكنة للتعبير العددي :

$$\boxed{} = \boxed{} \times \boxed{}$$

٥ يوضح الجدول التالي نمطاً للمبلغ الذي تتصدق به غلا كل يوم من أيام الأسبوع حيث مبلغ كل يوم هو ضعف مبلغ اليوم السابق له ، فإن مقدار ما تتصدق به غلا يوم الجمعة هو :

اليوم	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت
المبلغ فئة مئة فلس					٣	٢	١

٦ ب 100×2^6 فلس

٧ أ 100×2^4 فلس

٨ ج 100×2^7 فلس

صفوة علمي الكوثر

كثيارات الحدود (الحدوديات)

Polynomials

سوف تتعلم : كثيارات الحدود - إيجاد قيمة كثيارات الحدود وكتابتها بالصورة العامة .

العبارات والمفردات :

Degree	درجة	Polynomial	كثيارة الحدود
Like Terms	حدود متشابهة	Term	حد
Non Like Terms	حدود غير متشابهة	Monomial	وحيدة الحد
Equivalent Terms	حدود متساوية	Binomial	ثنائية الحد (حدانية)
General Form	الصورة العامة	Trinomial	ثلاثية الحد (حدودية ثلاثة)

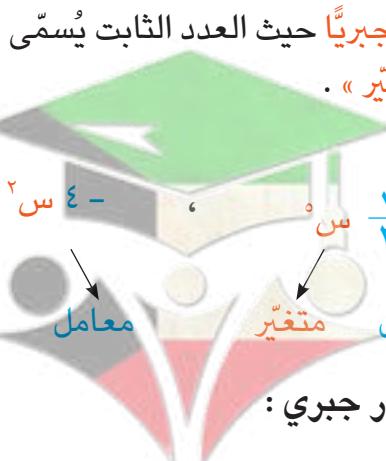
حُلّ ونَاقِش

تذكّر

المقدار الجبري هو تعبير رياضي يحتوي على أعداد ومتغيرات مرتبطة بعمليات حسابية مثل الجمع أو الطرح .

s^1 ، $4s^2$ ، $\frac{1}{2}s^0$ ، $3s^3$

متغير ، معامل يساوي ١



١ أكتب كلاً ممّا يلي في صورة تعبير رياضي :

- ضعف عدد ما :
- عدد ما مرفوعاً إلى الأسس ٣ :

مثل هذه التعبيرات الرياضية تسمى **حُدّاً جبرياً** حيث العدد الثابت يسمى **معامل** والقسم الرمزي يسمى **متغير** .

مثلاً :

s^3 ، s^0 ، s^1 ، s^2

متغير ، معامل

٢ أكتب كلاً ممّا يلي في صورة مقدار جبري :

- ضعف عدد ما مضافاً إليه العدد ٥ :
- عدد ما مرفوعاً إلى الأسس ٤ ومطروحًا منه العدد ٧ :
- مربع عدد ما مضافاً إليه ٣ أمثاله ثم طرح منهم العدد ٥ :

٣ ممّ يتكون المقدار الجبري ؟

٤ ماذا تلاحظ على أساس المتغيرات في المقدار الجبري ؟

كثيرة الحدود (الحدودية) هي مقدار جبري يتكون من حد جبري أو أكثر يربط بينها عمليات الجمع أو الطرح وتكون أساس التغيرات أعداداً صحيحة غير سالبة .

مثال (١):

حدد أي المقادير الجبرية التالية يمثل حدودية وأيها لا يمثل ذلك مع ذكر السبب في حالة النفي :

حدودية

$$1 \quad 3s^4 - 7s^3 + s - 1$$

حدودية

$$2 \quad s^2 - 1$$

ليست حدودية (الأسس عدد صحيح سالب)

$$3 \quad s^{-3}$$

حدودية

$$4 \quad 3s^2 - s + 5$$

ليست حدودية (المتغير س تحت الجذر التربيعي)

$$5 \quad \sqrt{s} - 5s$$

ليست حدودية (المتغير في الأس)

$$6 \quad s^3 + s^2$$

ليست حدودية (الأسس عدد صحيح سالب (المتغير في المقام))

$$7 \quad \frac{2}{s^2 + s}$$

دورك الآن (١)

حدد أي المقادير الجبرية التالية يمثل حدودية وأيها لا يمثل ذلك مع ذكر السبب في حالة النفي :

$$1 \quad 5s^3 + 2s^2 - 8s$$

$$2 \quad \sqrt{s} - 7s$$

$$3 \quad s^2 - 3s^2 + s$$

$$4 \quad \frac{7}{s}$$

$$5 \quad 4s^2 - s \sqrt{s} + s^2 + \sqrt{s} - 9$$

$$6 \quad s^3 + 5$$

$$7 \quad 6^{2-9} - n$$

عبر عن فهملك (١)

هل ؟ تُعتبر كثيرة حدود ؟ فسر إجابتك .

أنواع كثيرات الحدود

تصنيف الحدودية (طبقاً لعدد الحدود)	كثيرة الحدود (الحدوديات)
وحيدة الحدّ	- س ، ٣ س٤ ، ٧ ص ، ٥
ثنائية الحدّ (حدّانية)	م ٢ + ، ٨ س٢ - س ، ل ٢ - ٣ ل
ثلاثية الحدّ (حدودية ثلاثة)	٣ + س ٧ + س٢ ، س٠ - ٦ س٢ + ٢ س٣

جميع الحدوديات في الجدول السابق تُسمى حدوديات في متغير واحد، بينما الحدوديات $- س - ٢ ص ، ٥ س - ٢ ص + ص٢ - ٩$ تُسمى حدوديات في متغيرين.

درجة الحدودية وترتيبها

- درجة كثيرة الحدود ذات متغير واحد هي قيمة أكبر قوّة للمتغير (أكبر أنس) يظهر في أيّ حدّ.

حدودية من الدرجة الثالثة

مثال: $س٣ - ٢ س٢ + ٩$

حدودية من الدرجة الخامسة

$ص + ص٠ - ٣ ص٢$

- درجة كثيرة الحدود ذات أكثر من متغير هي قيمة أكبر مجموع لقوى المتغيرات (مجموع أكبر أنس للمتغيرات) التي تظهر في أيّ حدّ.

حدودية من الدرجة الخامسة

مثال: $٢ س٢ ص٣ + ٧ س٣ + ٣ ص$

حدودية من الدرجة التاسعة

$ل م ن٢ - ٤ ل٢ م٢ ن٠ + ل$

انتبه



$٦ = س٦$

دوريك الآن (٢)

أكمل الجدول الآتي:

درجة الحدودية	تصنيف الحدودية (طبقاً لعدد الحدود)	كثيرة الحدود
الدرجة صفر	٦
الدرجة الثانية	٢ س٢
.....	حدودية ثلاثة	٣ + ٥ ص + ص٣
الدرجة الرابعة	١ + ٣ م + م٣
.....	٩ - س٣ ص٢ ع٢ + س٤ ع٤ - ٢ س٢ ص٣ ع٣

عبر عن فهتمك (٢)

تقول حنان إنّ الحدودية $٩ س٤ + ٤ ص٢$ هي من الدرجة السادسة. هل تتفقها الرأي؟ فسر إجابتك.



- يمكن كتابة كثيرة الحدود بمتغير واحد بأي ترتيب (تصاعدي - تنازلي) حسب قوى المتغير .
- عند ترتيب كثيرة الحدود بمتغير واحد تنازلياً حسب قوى المتغير يُسمى هذا **بالصورة العامة** .
- معامل الحد الذي له أكبر أنس يُسمى (المعامل الرئيسي) .
- (الحد الثابت) في كثيرة الحدود هو الحد الذي لا يحتوي على أي متغير ، وهو الحد الذي درجته صفرًا .

دورك الآن (٣)

أكتب كثيرات الحدود التالية **بالصورة العامة** وحدّد درجتها :

الحد الثابت	المعامل الرئيسي	درجة الحدودية	الصورة العامة	الحدودية
٤ -	٥	الدرجة الثانية الدرجة الرابعة	$5s^2 + 3s - 4$ $4u^4 + u^2 - 2u$	$2s^2 - 4 + 5s^2$ $2u^4 - 2u + u^2$
.....	$s^4 - + -$	$7s^4 + s^2 - 1 - s^3$
.....	$3m^2 - 2m + m^0 + 10$
.....	$6s^6 + 5s^2 + 2s^0 - 3$
.....	$2s^2 - 5 + s^2 + \frac{1}{4}s$

عبر عن فهتمك (٣)

ما هو معامل s^2 في كثيرة الحدود $2s^2 - 7s + 5$ ؟ فسر إجابتك .

الحدود المتشابهة والحدود المتساوية

الحدود المتساوية	الحدود المتشابهة	التعريف
هي حدود متشابهة بمعاملات متساوية	هي الحدود التي لها المتغير نفسه مرفوع إلى الأنس نفسه	
$1 \quad 5s^3, 4s^3$ $2 \quad \frac{1}{3}s, \frac{1}{3}s$ $3 \quad 2lu^2, lu^2$	$1 \quad 3s^2, -s^2, 3s^2$ $2 \quad 7m, m^2$ $3 \quad 3lu^2, -2lu^2$	أمثلة



تقول فوزيه إن: $\frac{1}{2} \text{س}^2 - 2\text{س} + 18$ هي حدود جبرية متشابهة. هل تتفق معها؟ فسر إجابتك.

دورك الآن (٤)


ذكر

- ترتيب العمليات الحسابية:
- ١ ما داخل الأقواس
 - ٢ الأساس والجذور
 - ٣ الضرب والقسمة
 - ٤ الجمع والطرح

١ أوجد قيمة كثيرة الحدود التالية عندما $\text{س} = 5$ ، $\text{ص} = 3$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{5} \text{س}^2 - 2\text{س} + 18 = \\
 & 18 + 2(\text{.....}) \times 2 - (\text{.....}) \times \frac{1}{5} = \\
 & + \times 2 - 25 \times \frac{1}{5} = \\
 & = + - =
 \end{aligned}$$

٢ اختر الإجابة الصحيحة.

أي المقادير الآتية يكون الناتج ١٤
عندما $\text{س} = 7$ ، $\text{ص} = 3$ ؟

- أ $\text{س} \times (\text{ص} + \text{ن})$
- ب $\text{س} \times \text{ص} \times \text{ن}$
- ج $\text{n} \times \text{ص} - \text{س}$
- د $(\text{ص} + \text{n}) \div \text{s}$

تمارين ذاتية:



١ ظلل أ إذا كانت العبارة صحيحة، وظلل ب إذا كانت العبارة غير صحيحة.

ب	أ	كثيرة الحدود	$\text{س}^3 - \frac{3}{5}\text{س}$
ب	أ	ليست كثيرة حدود	$\sqrt{\text{s}} - \text{ص}^3 + \frac{2}{5}\text{s}$
ب	أ	حدان جبريان متساويان	$-\frac{2}{5}\text{s}\text{ص}^2 - 4\text{ص}^3 + \text{s}^3$
ب	أ	حدودية من الدرجة الرابعة	$-\text{s}^2 - \frac{2}{5}\text{s}\text{ص}^2 + \text{s}\text{ص}^3$

صفوة في الكوثر

٢) ضع علامة (✓) أسفل الوصف المناسب للحدود الموضحة في الجدول التالي :

حدود جبرية غير متشابهة	حدود جبرية متشابهة	حدود جبرية
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٣ س ، ٥ س ، ١٢ س
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٤ ص ^٢ ، ص ^٢
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٧ س ^٢ ص ، ٧ س ص ^٢
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٢ ل م ، ٥ م ل
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٣ ب ^٢ ، $\frac{1}{3}$ ب ^٣ ، ٤٠ ب ^٣

٣) ضع الحدوبيات التالية في الصورة العامة ، ثم حدد درجة الحدوبية :

$$\textcircled{أ} \quad ٩ س^٢ - ٧ س^٣ + ٢ س - ٣$$

$$\textcircled{ب} \quad ٤ ع^٤ - ٧ ع^٣ + ع^٥$$

$$\textcircled{ج} \quad ٨ + ٦ ل^٢ + ٢ ل^٣ - ٣$$

$$\textcircled{د} \quad ٥ ك - ٣ ك^٢ + \frac{3}{2} ك + \frac{1}{2}$$

٤) إذا كانت $٣ + ب = ٥$ ، $ج = ٤$ ، فما قيمة $٣ + ٣ (ب + ج)$ ؟

تذكّر

خاصية توزيع الضرب على
الجمع
 $٣ (س + ص) = ٣ س + ٣ ص$

صفوة الكوست

٥ أوجِد قيمة كلّ من كثیرات الحدود التالية :

١ - $4s^3 + 5s^2 + 2s^2$ ، عندما $s = 2$

٢ - $s^4 + \frac{3}{4}s^2 - 9$ ، عندما $s = 4$ ، $s = 1$

مهارات تفكير عليا :



٦ يتشكّل فريق التحضير في المدرسة من المتعلّمين عيسى وشاملان وعبدالله . إذا زرع شاملان عدد s من الشتلات وزرع عبدالله ضعف عدد الشتلات التي زرعها شاملان أّما عيسى فزرع ٨ شتلات فقط .

فأيّ الحدوديات تعبر عن جميع الشتلات التي زرعها المتعلّمون الثلاثة ؟

١ $s^2 + 8s$

٢ $8s + s^2$

٣ $8s + s^2$

٤ $11s$



٧ في أحد المطارات ، يتم الاستعانة بروبوت يُنجذ عدّا من المهام في اليوم الواحد وفق الحدودية $6s + 5s^2$ ، حيث s تمثّل عدد مستشعرات الوزن (sensor) ، s تمثّل عدد وحدات المسح الإلكتروني (QR) . كم مهمّة يُنجذ الروبوت في اليوم الواحد إذا تم تركيب ٣ مستشعر وزن ، و٣ وحدات مسح إلكتروني ؟



جمع كثيارات الحدود وطرحها

Adding and Subtracting Polynomials

سوف تتعلم : جمع كثيارات الحدود وطرحها .

العبارات والمفردات :

Simplifying

تبسيط

Like Terms

حدود متشابهة

جمع كثيارات الحدود

حل ونماقش



معلومة مفيدة :

الصدقة

ليست دائمًا مالاً
فالابتسامة صدقة ،
وحسن الحديث صدقة ،
وصنع المعروف صدقة ،
ودعوة المسلمين بظاهر
الغيب صدقة .

أكمل ما يلي :

يقوم رب أسرة بجمع بعض التبرّعات من أفراد أسرته ليقدمها كصدقة على العمال في فصل الشتاء مثل : قبعات ، جوارب ، شالات و مبلغًا من المال فئة دينار . إذا تم حصر التبرّعات من أفراد الأسرة كما في الجدول التالي :

أفراد الأسرة	الtribعات
الأب	١٠ دنانير ، ٣ قبعات ، ٥ جوارب ، ٢ شال
الأم	٧ شالات ، ٦ جوارب ، ١ قبعة ، ٨ دنانير
الإبن	٥ قبعات ، ٦ دنانير ، ٣ جوارب ، ٣ شالات
الابنة	٣ جوارب ، ٥ دنانير ، ٦ شالات ، ٤ قبعات

فساعد رب الأسرة في جمع التبرّعات المتشابهة حتى يسهل عليه توزيعها على العمال ، واستعن بالجدول التالي ليسهل عليك جمع هذه التبرّعات .

أفراد الأسرة	النوع	المبلغ المالي	قبعات	شالات
الأب		١٠ دنانير		
الأم				٧ شالات
الإبن				
الابنة				
المجموع			١٢ قبعة	

كذلك ، عند جمع كثيارات الحدود نقوم بجمع الحدود الجبرية المتشابهة (نجمع المعاملات العددية لهذه الحدود) .

لجمع كثيرات الحدود نقوم بجمع الحدود الجبرية المتشابهة معاً.

لاحظ أنّ :

خطوات الحلّ :

- ١ أكتب الحدوّدية بالصورة العامة .
- ٢ حدد ورتّب الحدوّد المتشابهة .
- ٣ إجمع معاملات الحدوّد المتشابهة .

تذكّر :

من خواص عملية الجمع :

- الخاصّية الإبدالية
- الخاصّية التجميّعية

مثال (١) :

أوجّد ناتج جمع كثيرات الحدود الآتية :

$$3s^2 + 4s - 6 + 4s^2 - 2s - 1$$

الحلّ :

الطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r}
 3s^2 + 4s - 6 \\
 + 4s^2 - 2s - 1 \\
 \hline
 -s^2 + 6s - 7
 \end{array}$$

الطريقة الأفقيّة :

$$\begin{aligned}
 & (3s^2 + 4s - 6) + (-4s^2 + 2s - 1) \\
 & = [3s^2 + (-4s^2) + 4s + 2s] + [-6 - (-1)] \\
 & = -s^2 + 6s - 7
 \end{aligned}$$

دوريك الآن (١) :

إجمع الحدوّديّات الآتية :

$$2s^2 + 5s - 2 + 3s^2 + 10s - 2s$$

الحلّ :

$$\begin{array}{r}
 2s^2 + 5s - 2 \\
 + 3s^2 - 2s + 10 \\
 \hline
 5s^2 + 3s + 8
 \end{array}$$

انتبه !

أنقل الحدّ بإشارته عند كتابة الحدوّدية في الصورة العامة .

عبر عن فهمك (١) :

طلبت المعلّمة من متعلّمات الفصل استخدام البطاقات الخاطفة لإيجاد ناتج $s + s$ ، وكان من ضمن الإجابات التي رأتها المعلّمة $s^2 + 2s$. في رأيك ، أيّ الإجابات صحيحة ؟ فسر إجابتك .

مثال (٢):

اجمع الحدوديات الآتية:

$$س^3 + 3س^4 - 7س ، - س^2 - 9س^4 ، 5س + 2س^2 - 8س^3$$

الحلّ:

أكتب الحدودية بالصورة العامة، ثمّ اجمعها بالطريقة الرأسية.

$$\begin{array}{r}
 7 - \boxed{س} + 3س^4 \\
 \boxed{س^2} - \boxed{9س^4} - + \\
 5 + 2س^2 + 8س^3 - \boxed{س} \\
 \hline
 6 - 2س^2 + 7س^3 - 8س^4
 \end{array}$$

انتبه



أترك فراغاً مكان الحدّ الذي
معامله صفر في الحدودية.

دوريك الآن (٢)

اجمع الحدوديات الآتية:

$$8س^5 - 5س^2 + 2س^3 + 1 ، 2س^4 - 3س^3 + س ، - س^2 + 3$$

الحلّ:

$$\begin{array}{r}
 1 + 5س^2 + 2س^3 - 2س^4 + س \\
 3 + - س^2 \\
 \hline
 8س^5 - 2س^4 + س^3 + س
 \end{array}$$

انتبه



عند جمع الحدود المتشابهة،
نجمع المعاملات فقط وليس
الأسس.

طريق كثیرات الحدود

دوريك الآن (٣)

أكتب المعكوس الجمعي لكلّ من كثیرات الحدود الآتية:

المعكوس الجمعي	كثيرة الحدود
	٣س
	٢س٠ - ٤
$-(4س^2 - 7س - 3) = 4س^2 + 7س + 3$	٤س٢ - ٧س - ٣
	١١س٠ - ٨س٢ - ٩

١

٢

٣

٤

مثال (٣) :

أوجِد ناتج ما يلي :

$$7s^2 - 2s^2 + 5 - (s^2 - 4s^2 - 7)$$

الحلّ :

الطريقة الأفقية :

$$7s^2 - 2s^2 + 5 - (s^2 - 4s^2 - 7)$$

(إضافة المعكوس الجمعي للمطروح)

$$7s^2 - 2s^2 + 5 + (-s^2 + 4s^2 + 7)$$

إجمع الحدود المتشابهة

$$(7 + 5) + (-s^2 + 4s^2 + 2) + (7 + 5) =$$

$$6s^2 + 2s^2 + 12 =$$

عبر عن فهتمك (٢)

أوجَد طارق ناتج $(-5s^2 + 2s^2 - 3) - (3s^2 - 2s^2 - 6)$ كما يلي :

$$= -5s^2 + 2s^2 - 3 - 3s^2 + 2s^2 - 6$$

$$= -8s^2 - 9$$

وُضِّح ما الخطأ الذي وقع فيه طارق ؟

مثال (٤) :

إطرح $10s^3 + 7s^3 - 1$ من $(4s^3 - s^3 + s)$

الحلّ :

$$4s^3 - s^3 + s - (10s^3 + 7s^3 - 1)$$

$$-s^3 + 4s^3 + s - (10s^3 + 7s^3 - 1)$$

إضافة المعكوس الجمعي للمطروح

الطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r} -s^3 + 4s^3 + s \\ 1 + 7s^3 - 10s^3 + \\ \hline 11s^3 - 3s^3 + s + 1 \end{array}$$

انتبه



لإيجاد المعكوس الجمعي
لحدودية ، أكتب المعكوس
الجمعي لكل حد من حدودها .



الحل : من $(4s^2 - 4s^4 - 4s^6 + 8s^8 + 7s^{10} + 4s^{12} + 5s^{14})$ اطرح

$$(\dots) - 8 - 4s^2 + 4s^4$$

تمارين ذاتية:



١- اجمع كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

$$\textcircled{1} \quad 5s^3 + 3s^3 + 4s^2, \quad -s^3 + 4s^3 + 4$$

$$(b) -s^3 + 2s^2 - 4, \quad 5s^2 - 8s^3 - 3, \quad s^2 + s + 9$$

$$\textcircled{ج} 3s - 2s^2 + \frac{1}{2}s^0, \quad 2s^3 + 7s^2 - s^2, \quad 4s^2 - \frac{1}{2}$$

٢ أكتب المعكوس الجمعي لكلٌ من كثيرات الحدود الآتية :

المعكوس الجمعي	كثيرة الحدود
$= (\dots) -$	$\frac{1}{4} s^0 - 2s^2$
$= (\dots) -$	$\frac{2}{3} s^4 - s^2 + 2$
$= (\dots) -$	$2s^2 - 5s + 2$
$= (\dots) -$	$3s^3 - 6s^2 + 8s$

٣ أوجد ناتج ما يلي :

$$1 (2s^2 - 2s + 7) - (2s^2 - s^2 + 1)$$

$$2 (6s^2 - 2s^2 + 4) - (8s^3 - 4s^2 - 20)$$

٤ اطرح $(5s^5 + 6s^4 - 1)$ من $(4s^4 - 14s^2 + s)$

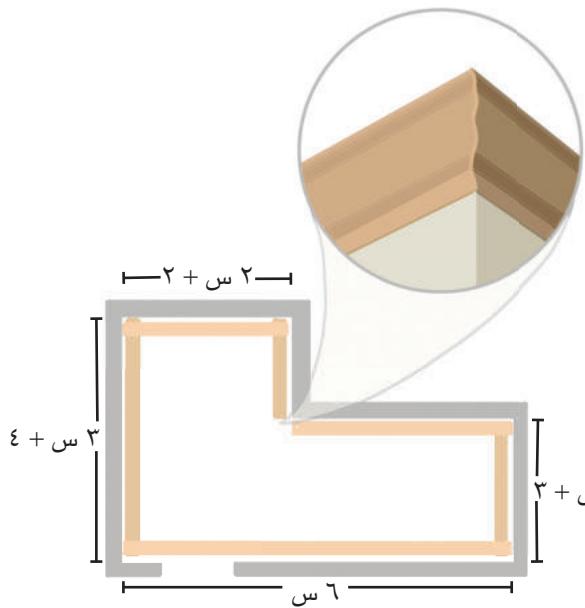


$$5 \text{ من } (2s^2 - 4s^3 + s^9) \text{ اطرح } (5s^5 + 8s^4 + 4s^3 + 1)$$





٦ تم تركيب قوالب خشبية حول حواف الغرفة ،
إذا كانت أبعاد الغرفة من الداخل موضّحة في
الشكل المقابل ، فأوجّد محيط هذه الغرفة
بدلاء س .



ضرب كثيرات الgrad

Multiplying Polynomials

سوف تتعلم : ضرب كثيرات الgrad .



نستخدم كثيرات الgrad في الحياة اليومية في مجالات متعددة كالعلوم والهندسة والاقتصاد ، وذلك من خلال استخدامها مثلًا في حساب المساحات والأحجام ، وتصميم الهياكل مثل الجسور وإنشاء رسومات الحاسوب ، ونمذجة سلوك الأسواق المالية .

استكشف (١)

تذكّر



من خلال معلوماتك من درس قوانين الأساس ، أوجد ناتج ما يلي :

$$m^n \times m^p = ?$$

حيث $m \neq 0$ ، $n, p \in \mathbb{N}$

$$1 \quad 3s^3 \times 4s^2 = (\dots \dots \dots \times (s^3 \times 4^2)) = \dots \dots \dots$$

$$2 \quad -5s^5 \times (-2s^2) = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots$$

نلاحظ أن :

عند ضرب حد جبري في حد جبري آخر ، نضرب المعاملات ببعضها ونجمع أساس المتغيرات المتشابهة إن وجدت .

دوريك الآن (١)

أوجد ناتج ما يلي :

$$1 \quad 6s^2 \times 4s^3 = \dots \dots \dots$$

$$2 \quad -3s^0 \times 2s = \dots \dots \dots$$



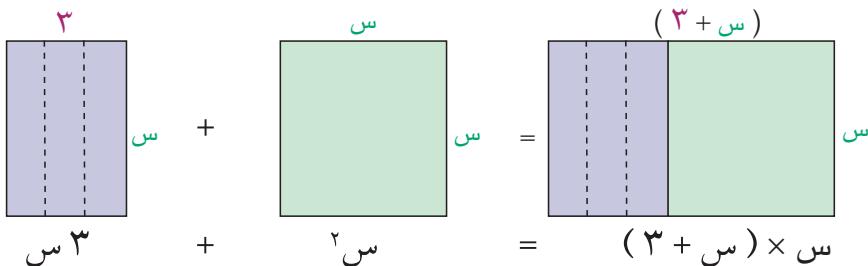


$s + 3$

في الشكل المقابل مستطيل بعدها س وحدة طول ، $(s + 3)$ وحدة طول
أوجد مساحة المنطقة المستطيلة .

نقسم المستطيل إلى جزئين ، ثم نكتب النمذجة التي حصلنا عليها كالتالي :

مساحة المنطقة المستطيلة = مجموع مساحات المناطق التالية



تذكر

الخاصية التوزيعية للضرب
على الجمع
 $1 \times (s + 3) = (1 \times s) + (1 \times 3)$

وكذلك تساعدنا خاصية التوزيع في إيجاد ناتج ضرب حدد في كثيرة حدود كالتالي :

$$\begin{aligned} s \times (s + 3) &= (s \times s) + (s \times 3) \\ &= s^2 + 3s \end{aligned}$$

إذاً مساحة المنطقة المستطيلة = $(s^2 + 3s)$ وحدة مربعة

انتبه



عند استخدام خاصية توزيع
الضرب على الجمع ، يجب
مراجعة إشارات الحدود .

مثال (١) :

أوجد ناتج ما يلي :

أ) $2s^2 \times (8s^2 + 5s^4)$

ب) $3s \times (2s^2 - s + 4)$

الحل :

$$\begin{aligned} \text{أ) } 2s^2 \times (8s^2 + 5s^4) &= (2s^2 \times 8s^2) + (2s^2 \times 5s^4) \\ &= 16s^0 + 10s^6 \end{aligned}$$

$$\text{ب) } 3s \times (2s^2 - s + 4) = (3s \times 2s^2) - (3s \times s) + (3s \times 4)$$

$$= 6s^3 - 3s^2 + 12s$$

أوجد ناتج ما يلي :

$$1. 4s \times (2s^2 + 3s^4) =$$

$$..... = (۱ - ۷s - ۵s^2) \times s^2 =$$

استكشاف (٣)

في الشكل المقابل مستطيل بعدها (س + ٣) وحدة طول ، (س + ٢) وحدة طول ، أوحد مساحة المنطقة المستطيلة .

نَقْسَمُ الْمُسْتَطِيلَ إِلَى أَرْبَعَةِ أَجْزَاءِ كَمَا فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ، ثُمَّ نَكْتُبُ النَّمْذَجَةَ
الَّتِي حَصَلْنَا عَلَيْهَا كَالآتِيِّ :

$$\text{مجموع مساحات المناطق التالية} = \text{مساحة المنطقة المستطيلة}$$

كذلك ، يمكننا استخدام الخاصية التوزيعية لإيجاد ناتج الضرب كما يلي :



خاصية توزيع الضرب على الجمع

نجم الحدود المتشابهة

$$\begin{aligned} & (s+2)(s+3) = \\ & s(s+3) + 2(s+3) = \\ & (s \times s) + (s \times 3) + (2 \times s) + (2 \times 3) = \\ & s^2 + 3s + 2s + 6 = \\ & s^2 + 5s + 6 \end{aligned}$$

$$\text{إذاً مساحة المثلثة المستطيلة} = (س^2 + 5س + 6) \text{ وحدة مربعة}$$

دُورُكُ الْأَنْ (٣)

أوجد ناتج ما يلى :

$$(\dots + \dots) \times + (\dots + \dots) \times = (\times + \times) (\times + \times)$$
$$12 + \dots + \dots + 2 \times =$$
$$12 + \dots + 2 \times =$$

مثال (٢) :

أُوجِد ناتج ما يلي :

Ⓐ $(s + 3)(s - 3)$

Ⓑ $(s - 4)(2s^2 - 5s + 3)$

الحل :

$$\begin{aligned} & (s + 3)(s - 3) \\ & = s(s - 3) + 3(s - 3) \\ & = s^2 - 3s + 3s - 9 \\ & = s^2 - 9 \end{aligned}$$

Ⓑ $(s - 4)(2s^2 - 5s + 3)$

الطريقة الأفقية :

$$\begin{aligned} & (s - 4)(2s^2 - 5s + 3) \\ & = s(2s^2 - 5s + 3) - 4(2s^2 - 5s + 3) \\ & = 2s^3 - 5s^2 + 3s - 8s^2 + 20s - 12 \\ & = 2s^3 - 13s^2 + 23s - 12 \end{aligned}$$

الطريقة الرئيسية :

$$\begin{array}{r} 2s^2 - 5s + 3 \\ \times \quad \quad \quad 4 - s \\ \hline 2s^3 - 5s^2 + 3s \\ - 8s^2 + 20s - 12 \\ \hline 2s^3 - 13s^2 + 23s - 12 \end{array}$$

انتبه

ناتج جمع كل حد ومعكوسه
الجمعي يساوي صفرًا
 $s - 3 + 3s =$ صفرًا

انتبه

- ناتج ضرب حددين متفقين في الإشارة هو حد موجب .
- ناتج ضرب حددين مختلفين في الإشارة هو حد سالب .

نجم الحدود المتشابهة

نجم الحدود المتشابهة

نضرب الحد (s) في الحدو^ية $(2s^2 - 5s + 3)$

نضرب الحد (-4) في الحدو^ية $(2s^2 - 5s + 3)$

نجم الحدود المتشابهة

مثال (٣) :

أُوجِد مربّع $(s + 5)$

الحل :

$$\begin{aligned} & \text{مربّع } (s + 5) \text{ هو } (s + 5)^2 \\ & (s + 5)^2 = (s + 5)(s + 5) \\ & = s^2 + 5s + 5s + 25 \\ & = s^2 + 10s + 25 \end{aligned}$$

انتبه

- مربّع س هو s^2
- ضعف س هو $2s$

اجمع الحدود المتشابهة

لَاحِظْ أَنْ :

$(s + 5)^2$ هي مربع الحدّانية $(s + 5)$ حيث :

s هي الحدّ الأول ، 5 الحدّ الثاني

حدودية ثلاثة على صورة مربع كامل

$$s^2 + 10s + 25$$

↓ ↓ ↓
 مربع الحدّ مربع الحدّ مربع الحدّ
 الثاني الأول الأول

عموماً

$$(s \pm 5)^2 = s^2 \pm 2s \pm 25$$

↓ ↓ ↓
 مربع الحدّ الحدّ مربع الحدّ
 الثاني الأول الأول

عبر عن فهمك

ما التشابه والاختلاف بين ناتج $(s - 8)^2$ ، $(s + 8)^2$ ؟



مثال (٤) :

أوجِد ناتج ما يلي :

$$(s - 6)^2$$

الحلّ :

$$(s - 6)^2 = (s - 6)(s - 6) = s^2 - 2s \times 6 + 6^2 = s^2 - 12s + 36$$

دُورك الآلن (٤)

أوجِد ناتج $(s - 4)^2$

$$(s - 4)^2 = s^2 - 8s + 16$$



١ أوجِد ناتج كلّ مما يلي :

ب) $\frac{1}{3}ص \times \left(\frac{3}{2}ص^2 - 9ص + \frac{3}{2} \right)$

أ) $3س \times 4س^3$

د) $(س - ص)(س + ص)$

ج) $(3س^3 + س^2 - 2س) \times (4 - س)$

ه) $2(س^2 + 2ص)$

هـ) $(س + 7)(س - 2)$

ح) $(ص^2 - 2ص - 5)(2ص - 1)$

ز) $(1 - ع^2)(1 + ع^2)(2 - ع^3)$

٢ أوجِد مربع كلّ حدّانية في ما يلي :

ب) $2ص^2 + 3س^2$

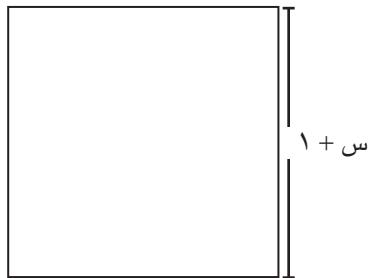
أ) $س^2 - 3$

ب) $(9 - ك^2)$

٣ أوجِد ناتج ما يلي :

أ) $(3ه^2 - 2م^3)$

صفوة الكوست



في البنود (٤ - ٦) ، اختر الإجابة الصحيحة .

٤ مساحة المربع المقابل بالوحدات المربعة هي :

ب $س^2 + 2s + 1$

د $s^2 + 1$

أ $2s + 2$

ج $s^2 + s + 1$

٥ المقدار الجبري الذي يمثل مساحة الشكل أدناه بالوحدات المربعة هو :



أ $3s + 2$

ب $2s + 3$

ج $s + 5$

د $5s$

٦ المقدار $5(s - ص) - (5s - 5ص)$ يساوي :

أ $10s - 10ص$

ب صفر

ج $10s$

د $-10ص$

مهارات تفكير عليا :



في البنود (٧ ، ٨) ، اختر الإجابة الصحيحة .

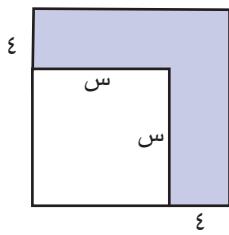
٧ إذا كانت $ب^2 = 16$ ، $ب = 4$ ، فإن أكبر قيمة للمقدار $(4 - ب)^2$ =

د ٧

ج ٤٩

ب ٢٥

أ ١



٨ في الشكل المقابل ، مربع طول ضلعه س وحدة طول ،
تمّت زيادة طول كلّ ضلع من أضلاعه
بمقدار ٤ وحدات كما هو موضّح في الشكل .
أوجِد مساحة المنطقة المظللة بدلالة س .

قسمة كثيرة حدود على حد جبري

Dividing Plynomials by Algebraic Terms

سوف تتعلم: قسمة حد جبري على حد جبري آخر، وقسمة كثيرة حدود على حد جبري.

استكشف



مساحة المنطة المستطيلية
= الطول × العرض

تذكر

$$\frac{m}{n} = \frac{m-n}{n}$$

حيث $m \neq 0, m, n \in \mathbb{N}$

شاركت إدارة المدرسة متعلّمها فرحة الاحتفال باليوم الوطني ويوم التحرير، بوضع شاشة عرض مستطيلة الشكل أمام مدخل الإدارة.

إذا كانت مساحة الشاشة هي $(10s^2 + 4s)$ وحدة مربعة وعرضها هو $2s$ وحدة طول، فأُوجِد طول الشاشة.

باستخدام قسمة الأعداد النسبية وما تعلّمته من قوانين الأسس، أكمل ما يلي:

$$\frac{\text{مساحة الشاشة}}{\text{عرض الشاشة}} = \frac{10s^2 + 4s}{2s} = \frac{2s \dots + \dots}{2s} = \dots \dots \dots$$

وحدة طول + =

ماذا تلاحظ؟

عند قسمة كثيرة حدود على حد جبري، نقسم كلّ حد من حدود كثيرة الحدود على هذا الحد الجبري.

ملاحظة: المقام أينما وُجد لا يساوي صفرًا.

مثال (١):

أوجِد ناتج ما يلي:

$$\frac{4s^3 + 2s^2}{2s^2} =$$

$$\frac{12s^2 + 6s}{3s} =$$

$$\frac{12s^2 + 6s}{3s} = \frac{4s^2 + 2s}{2s} =$$

أقسم كلّ حد على المقسم عليه
بسط

أوجد ناتج ما يلي :

$$\frac{20\text{ مـ} - 4\text{ مـ}}{4\text{ مـ}} \quad ٢ \quad = \frac{٣\text{ لـ}}{٢٧\text{ مـ}} \quad ١$$

$$\dots - \dots =$$

.....

مثال (٢) :
اقسم $(8s^8 + 2s^2 - 12s)$ على $2s$
الحل :

اقسم كل حد على المقسم عليه
بسط

$$\frac{12s - 2s^2 + 8s^3}{2s} = \frac{12s^2 + 2s^3 - 8s^4}{2s^2} =$$

$$6 + s^2 - 4s^4 =$$

اقسم $(7s^6 - 9s^3 + 2s^2)$ على s^2

$$\frac{7s^6}{s^2} + \frac{-9s^3}{s^2} - \frac{2s^2}{s^2} =$$

$$\dots + \dots - \dots =$$

عبر عن فهفك 

هل ناتج $\frac{10s^2 + 10s^5}{s^5}$ يمثل حدودية؟ فسر إجابتك.

تمارين ذاتية:



١ بسط كلا ممالي : (حيث المقام لا يساوي صفرًا أينما وجد .)

$$\dots = \frac{10s^4}{5s^2} \quad \textcircled{ب}$$

$$\dots = \frac{28s^3}{7s^2} \quad \textcircled{د}$$

$$\dots = \frac{s^6}{s^4} \quad \textcircled{أ}$$

$$\dots = \frac{3s^3 - 3s^3}{3s^3} \quad \textcircled{ج}$$

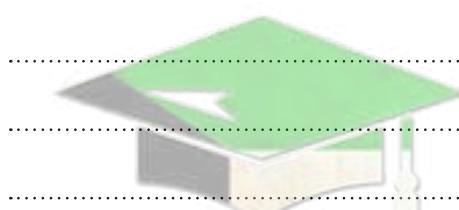
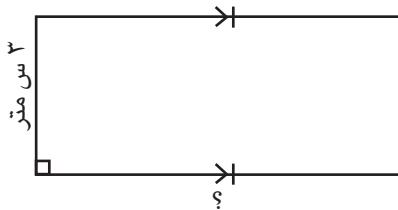
٢ إقسم $8s^3 + 16s^2 - 36s$ على $2s^2$

٣ إقسم $9h^3 - 27h^2 + 54h^4$ على $3h^2$

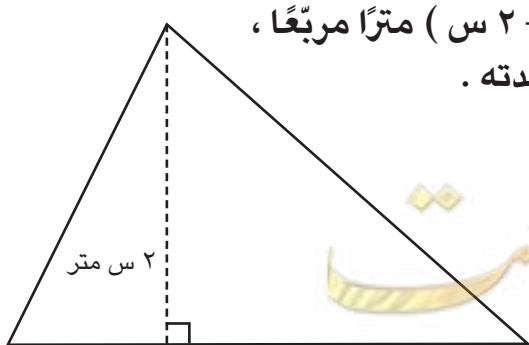
٤ أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة: (حيث $s \neq$ صفرًا)

$$\frac{5s^3 + 3s^6 - 15s}{15s} =$$

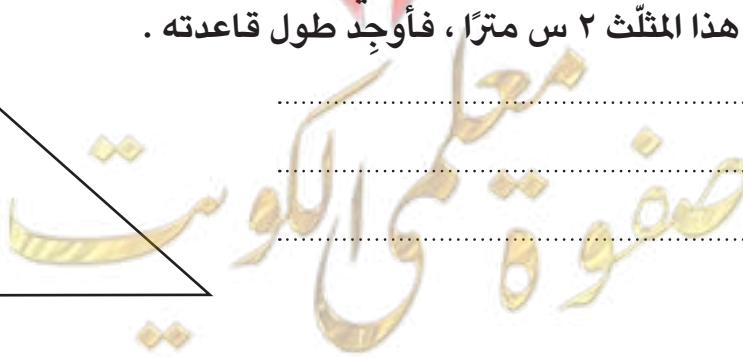
٥ مساحة المنطقة المستطيلة في الشكل المرسوم هي $(9s^2 + 3s)$ مترًا مربعًا،
إذا كان عرض هذا المستطيل هو 3 س مترًا، فأوجد طول هذا المستطيل.



مهارات تفكير عليا:



٦ في الشكل المقابل مساحة المنطقة المثلثة هي $(4s^2 + 2s)$ مترًا مربعًا،
إذا كان ارتفاع هذا المثلث 2 س مترًا، فأوجد طول قاعده.



تقويم الوحدة التعليمية السادسة

Unit Six Assessment

أولاً: البنود المقالية

١ بسط كلاً ممّا يلي : (المقام أينما وُجد ≠ صفرًا)

..... = $\frac{u^3}{u^2}$ ب

..... = $(s^2 - 3)^2$ أ

..... = $\left(\frac{2b - 4}{b^3} \right)$ د

..... = $\frac{s^3 - 36}{s^9}$ ج

٢ أحسب قيمة كلّ من كثيرات الحدود التالية عندما $s = -2$

..... $s^2 - 2s + 4$ أ

..... $s^2 - s + 7$ ب

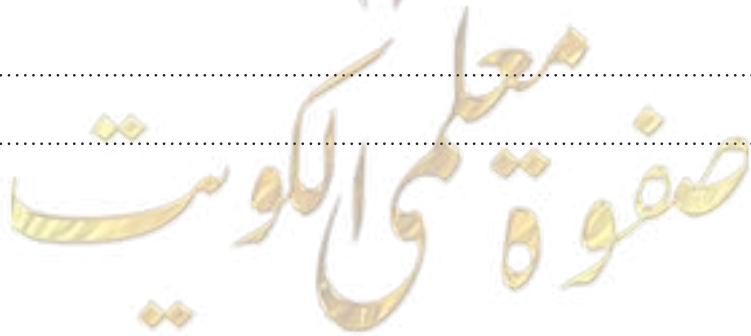
..... $\frac{1}{8}s^4 + \frac{3}{2}s$ ج

٣ اجمع كثيرات الحدود الآتية :

..... $s^2 - 6s - 4$ ، $5s - s^2 - 4$ أ

..... $2u^2 - 4u + 9$ ، $u^2 + 3u - 5$ ب

٤ اطرح $(2s^3 - 3s^2 + 2s) - (s^3 - 3s^2 + 3s)$



٥ اطرح $(s^3 + s^2 + 7)$ من $(4s^3 + 3s^2 + 4s)$

٦ أوجِد ناتج كُلّ ممّا يلي :

أ $(s + 3)(s - 9) =$

ب مربّع $(s + 1) =$

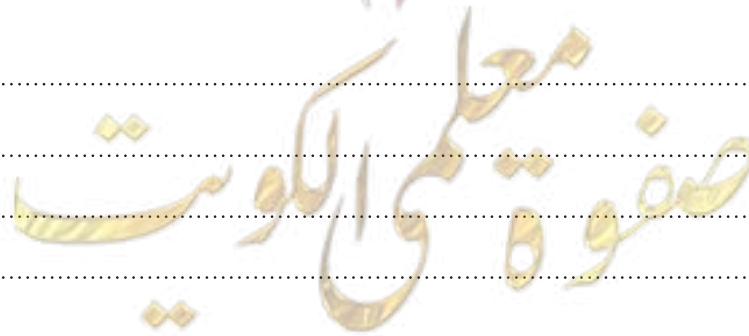
ج $(2s + 5)(3s - 4) =$

=

٧ اقسم $4s^2 + 12s + 54s^0$ على $3s^2 + 6s$.

٨ اقسم $15h^2 - 12h^2 + 9h^2$ على $6h^2$.

٩ منطقة مستطيلة مساحتها $(4s^4 + 6s^2 - 4s)$ وحدة مربّعة ، وعرضها ٢ س وحدة طول .
أوجِد طولها .



ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود (٨-١) ظلل **أ** إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل **ب** إذا كانت العبارة غير صحيحة .

ب	أ	١ ناتج $\left(\frac{3}{6} s^3 \right) = 1$ ، حيث $s \neq 0$
ب	أ	٢ $4s - \frac{1}{s} + 5s^2$ هي كثيرة حدود
ب	أ	٣ ناتج جمع $6s^2 + 2s^3$ هو $8s^7$
ب	أ	٤ $12L^2u^6 - \frac{1}{5}L^2u^{-6}$ هي حدود متشابهة
ب	أ	٥ $\frac{1}{4}s^3 - 0.25s^3$ هما حدان متساويان
ب	أ	٦ ناتج طرح $5s^2 - 4s^2$ هو s^2
ب	أ	٧ $s \times s = 2s$
ب	أ	٨ $\frac{1}{5} = 5 \times -5$

في البنود (٩-٢١) لكل بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلل الإجابة الصحيحة :

٩ المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود $4s^4 - 2s^2 + 5$ هو :

ب $-4s^4 - 2s^2 - 5$

أ $4s^4 + 2s^2 + 5$

د $4s^4 - 2s^2 + 5$

ج $-4s^4 + 2s^2 - 5$

د $6s + 8s$

ج $6s^2 + 8s$

ب $6s + 8s$

أ $6s^2 + 4s$

، (حيث $s \neq 0$)

$$= \frac{8s^4 + 4s^2}{4s}$$

ب $2s^2$

أ $2s^2 + 1$

د $\frac{1}{2}s^2$

ج $2s^2 + s$

١٢ ناتج جمع $3s^3 + 4s^2 - 3s + 2$ ، $2s^2 + s^3 - 4s - 1$ يساوي :

ب $3s^4 + 5s^3 - 7s + 1$

أ $5s^3 + 4s^2 - s + 2$

د $3s^4 + 5s^3 + 2s^2 - 7s + 1$

ج $3s^4 + 3s^3 - 7s + 1$

١٣ ناتج طرح $(3s - 4s)$ من $(3s + 4s)$:

د $6s$

ج $8s$

ب $6s + 8s$

أ $6s - 8s$

(حيث $s \neq 0$) ،

إذا كان $\left(\frac{s}{2} \right)^2 = 1$ ، فإن $s = 0$

د $1 - s$

ج $\frac{s^4}{2}$

ب 1

أ صفر

١٤ مربع الحدّانية $s + 2$ هو :

ب $s^2 + 4s + 4$

أ $s^2 + 4$

د $s^2 - 4s + 4$

ج $s^2 + 2s + 4$

١٥ ناتج جمع $3s^2 - 5s + 1$ ، $5s^2 - 3s$ يساوي :

ب $6s^2 - 10s + 1$

أ $8s^2 - 8s + 1$

د 1

ج $8s^2 - 8s$

(حيث $s \neq 0$) ،

$\frac{5s^2s^2}{15s^2} =$

ب $3s^2s^2$

أ $3s^2s^2$

د $\frac{1}{3}s^2s^2$

ج $5s^2s^2$



١٨ عدد الحدود في كثيرة الحدود الناتجة من ضرب $(s+3)(s+4)$ هو :

٤ د

٣ ج

٢ ب

١ أ

١٩ ناتج $(210^2 - 10^2)$ هو :

١١٠ د

١٠ ج

٢١٠ ب

١١٠ أ

٢٠ ناتج $8,2 \times 10^6 \div 4,1 \times 10^6$ هو :

١٥ 10×2 د

٢١٠ $\times 2$ ج

٣١٠ $\times 2$ ب

٩ 10×2 أ

٢١ غرفة طعام مستطيلة الشكل قرر رب الأسرة زيادة عرضها ، افترض أن عرض الغرفة زاد بمقدار ٨ أمتار ، إذا كانت الأبعاد كما هي موضحة في المخطط ، فإن المساحة الكلية لغرفة الطعام الجديدة بالمتر المربع تساوي :



أ س + ٨

ب ص + س ص

ج س ص

د س + ص

ص



٨



المشروع الثالث: الرياضيات والحياة



لدينا في الحياة أمثلة كثيرة عن الأشكال رباعية ، يمكننا معرفة وتمييز كلّ شكل من خلال خواص كلّ منها .

خطّة العمل:

اصنع خريطة ذهنية لتصنيف الأشكال رباعية توضح العلاقة بين الأشكال رباعية ، وتدريب المتعلمين على المقارنة والتحليل البصري والهندسي من خلال خصائص كلّ منها .

خطوات تنفيذ المشروع:

- يمكن تصنيف الأشكال رباعية من خلال عمل خريطة ذهنية (مخطط شجرة) لتوسيع العلاقة بين الأشكال رباعية من خلال ذكر خواص كلّ منها .
- دعم الخريطة بصورة من الحياة اليومية تمثل كلّ شكل من الأشكال رباعية .

علاقات وتواصل:

يمكن للمجموعات تبادل الأوراق للتأكد من صحة ودقة البيانات وتطبيق المشروع .

عرض العمل:

تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .



المراجع

- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة الثالثة ٢٠١٧ - ٢٠١٨ م ، وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة الخامسة ٢٠٢٤ - ٢٠٢٥ م ، وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ - ٢٠٢٤ م ، وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .

مصادر بعض الصور

- الغلاف : صورة الرجل الآلي ، مزودة من لجنة الرياضيات .
- ص ٢٦ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- ص ٣٣ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ٩٠ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ٩٩ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ١٠٠ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ١٠٧ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ١١٦ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .
- صفحة ١٢١ : الصورة مزودة من لجنة الرياضيات .



8



قِيمٌ مُناهَّجٌ



الكتاب كاملاً