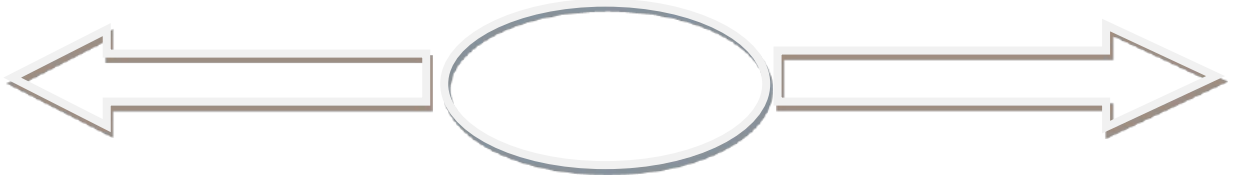




قناة الفلاح للرياضيات



# الفصل الدراسي الأول

## حلول

## تطبيقات على القيم القصوى



الصف الثاني عشر علمي

صفوة معلمى الكويت



@MOHB2FALAH



مثال 1 ص 155: عددان موجبان مجموعهما 100 ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن، ما العددان؟

نفرض أحد العددين  $x$  حيث  $0 < x < 100$

فيكون العدد الآخر  $100 - x$

مجموع مربعيهما

$$f(x) = x^2 + (100 - x)^2$$

نشتق

$$f'(x) = 2x + 2(100 - x)(-1)$$

$$= 2x - 200 + 2x = 4x - 200$$

نضع

$$f'(x) = 0$$

$$4x - 200 = 0 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{200}{4}$$

$$x = 50$$

للدالة نقطة حرجية عند  $x = 50$

$$f''(x) = 4$$

$$f''(50) = 4 > 0$$

للدالة قيمة صغرى عند  $x = 50$

العددان 50, 50



امتحان سابق: أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن.

نفرض أحد العددين  $x$  حيث  $0 < x < 20$

فيكون العدد الآخر  $20 - x$

ناتج ضربهما:  $f(x) = x(20 - x)$

$$f(x) = 20x - x^2$$

$$f'(x) = 20 - 2x$$

نضع  $f'(x) = 0$

$$20 - 2x = 0$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-20}{-2}$$

$$x = 10$$

لله نقطة حرجية عند  $x = 10$

$$f''(x) = -2$$

$$f''(10) = -2, \quad -2 < 0$$

لله قيمة عظمى عند  $x = 10$

العددين 10, 10



كراسة ص 63: (3) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها  $8\text{ m}$ ، واحدا منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعا.

نصف المحيط = الطول + العرض

نفرض أحد البعدين  $x$ ، حيث  $0 < x < 4$

فيكون البعد الآخر  $4 - x$

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

$$f(x) = x(4 - x)$$

$$f(x) = 4x - x^2$$

$$f'(x) = 4 - 2x$$

نضع  $f'(x) = 0$

$$4 - 2x = 0$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-4}{-2}$$

$$x = 2$$

للدالة نقطة مرجة عند  $x = 2$

$$f''(x) = -2$$

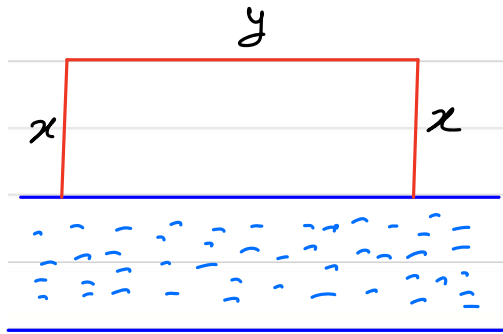
$$f''(2) = -2 \quad \text{و} \quad -2 < 0$$

للدالة قيمة عظمى عند  $x = 2$

بعدي المستطيل 2 و 2 وتكونه مربعاً



**كراسة ص 63: (5)** مزرعة على شكل قطعة مستطيلة من الأرض تقع على حافة نهر مستقيم . يراد وضع سياج على الجوانب الثلاثة الأخرى ، ما أكبر مساحة يمكن إحاطتها بسياج طوله  $800\text{ m}$  ؟ وما أبعادها؟



نفرض بعدي المستطيل  $x, y$

$$\text{طول السياج} = 800$$

$$x + x + y = 800$$

$$2x + y = 800 \Rightarrow y = 800 - 2x$$

$$A = x \cdot y$$

$$0 < x < 400$$

$$A(x) = x(800 - 2x) = 800x - 2x^2$$

$$A'(x) = 800 - 4x$$

$$A'(x) = 0 \text{ نضع}$$

$$800 - 4x = 0$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-800}{-4}$$

$$x = 200$$

للدالة نقطة حرجية عند  $x = 200$

$$A''(x) = -4$$

$$A''(200) = -4, \quad -4 < 0$$

للدالة قيمة عظمى عند  $x = 200$

الأبعاد  $200$  و  $400$

$$200 \times 400 = 80000 \text{ cm}^2 \text{ أكبر مساحة}$$



- حاول 3 ص 158:** تعطى الدالة  $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$  حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها  $h$ .
- (1) أوجد الارتفاع  $h$  (cm) للحصول على أكبر حجم للأسطوانة.
- (2) ما قيمة هذا الحجم؟

$$V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$$

$$V'(h) = 2\pi(-3h^2 + 36)$$

نضع  $V'(h) = 0$

$$\frac{2\pi(-3h^2 + 36)}{2\pi} = \frac{0}{2\pi}$$

$$-3h^2 + 36 = 0$$

$$h = 2\sqrt{3}$$

$$h = -2\sqrt{3} \quad \text{مرفوض}$$

$$V''(h) = 2\pi(-6h)$$

$$V''(h) = -12\pi h$$

$$V''(2\sqrt{3}) = -12\pi(2\sqrt{3}) = -24\sqrt{3}\pi < 0$$

لذا الدالة قبية عظمى عند  $h = 2\sqrt{3}$

(2)

$$V(2\sqrt{3}) = 2\pi((2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3}))$$

$$= 522.37 \text{ cm}^3$$

