2025/2026

الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

الصف الثاني عشر أدبي

اعداد:

أ/ حسام بيومي

الوحدة الرابعة

المتغيرات العشوائية وتوزيعها

٤ – ١	المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية
(٤ – ١ – أ)	المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)
٤ – ١ – ب)	المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)

صفوة معلمي الكويت

المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

مقدمة

في ما سبق درسنا بعض مفاهيم التجارب العشوائية والاحتمال. ونحن نعلم أن فضاء العيّنة هو مجموعة نواتج التجربة العشوائية والتي غالبًا ما تكون صفات أو مسميات يصعب التعامل معها رياضيًّا.

لذا يقوم الباحث بإقران هذه النواتج الوصفية للتجربة العشوائية بقيم عددية حقيقية تسمى **بالمتغير العشوائي** والذي تتغير قيمته بتغير نتيجة التجربة العشوائية.

تعريف: المتغير العشوائي

هو دالة مجالها فضاء العينة ف ومجالها المقابل هو ح ومداها مجموعة جزئية من ح حيث

س : ف ← ح

(س هو المتغير العشوائي، ف فضاء العينة، ح مجموعة الأعداد الحقيقية).

المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)

تعريف: المتغير العشوائي المتقطع

يكون المتغير العشوائي س متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا إذا كانت مجموعة القيم الممكنة له (المدى) س (ف): هي مجموعة متقطعة أي قابلة للعد، من الأعداد الحقيقية سواء أكانت منتهية أم غير منتهية.

كتاب الطالب مثال صـ ١٤ رقم ١ :

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، ليكن المتغير العشوائي س يعبر عن عدد الكتابات.

أوجد ما يلي:

أ ف.

ب مدى المتغير العشوائي س.

جـ نوع المتغير العشوائي س.

فضاء العينة

الحل:

أ فضاء العينة (ف) =

ب

عناصر فضاء العينة ف	عناصر مدى المتغير العشوائي س

∴ مدى المتغير العشوائي س =

جـ نوع المتغير العشوائي س:

صفوة معلمي الكويت

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية وحدّد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا.

أ المتغير العشوائي س~ الذي يمثل عدد الصور.

ب المتغير العشوائي ص~ الذي يمثل مربع عدد الصور.

جـ المتغير العشوائي ع الذي يمثل عدد الصور مطروحًا منه عدد الكتابات.

صفوة معلمي الكويت

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية وحدّد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا:

أ المتغير العشوائي س الذي يمثل عدد الكتابات.

ب المتغير العشوائي ص الذي يمثل مكعب عدد الكتابات.

جـ المتغير العشوائي ع الذي يمثل عدد الكتابات مطروحًا منه ٢.

صفوة معلمي الكويت

دالة التوزيع الاحتمالي

تعريف: دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ

إذَّا كان سـ متغيرًا عشوائيا متقطعا مداه {س$_1$ ، س$_2$ ، س$_3$ ، ...}،

فإن دالة التوزيع الاحتمالي د تعرّف كالتالي:

د(س$_ر$) = احتمال (سـ = س$_ر$)

أي أن د (س$_ر$) = ل(سـ = س$_ر$) لكل ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ...

ويمكن تمثيلها بالجدول التالي:

س$_ر$	س$_1$	س$_2$	....
د(س$_ر$)	د(س$_1$)	د(س$_2$)	....

أي أن مجموعة النقاط في المستوى الإحداثي التي تمثل الأزواج المرتبة (س$_ر$ ، د (س$_ر$)) تسمى دالة التوزيع الاحتمالي.

كتاب الطالب مثال صـ ١٧ رقم ٣ :

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي سـ يعبّر عن عدد الصور، فأوجد:

أ) فضاء العينة (ف).

ب) مدى المتغير العشوائي سـ.

جـ) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ، د (س$_ر$) = ل(سـ = س$_ر$).

د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ.

الحل:

أ) فضاء العينة (ف) =

عدد عناصر فضاء العينة: ن(ف) =

ب)

جـ) ∴ مدى المتغير العشوائي سـ =

د) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ هي:

صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٧ رقم ٣ :

عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين وبفرض أن المتغير العشوائي س~ يعبر عن «عدد الكتابات». أوجد دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~.

عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية ، إذا كان المتغير العشوائي س~ يعبر عن «عدد الكتابات».

فأوجد ما يلي:

أ فضاء العينة ف.

ب مدى المتغير العشوائي س~.

جـ احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي س~.

د دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~.

ملاحظة:

دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س تحقق الشرطين:

١ ٠ ≤ د(س) ≤ ١

٢ مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي د تساوي الواحد الصحيح ،

أي أن د(س$_{١}$) + د(س$_{٢}$) + د(س$_{٣}$) + ... = ١

مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي د تساوي الواحد الصحيح

كتاب الطالب مثال صـ ٢٠ رقم ٥ :

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:

س	-٢	١	٢	٣
د(س)	٠,٣	٠,١	ك	٠,٢

فأوجد قيمة ك.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٠ رقم ٥ :

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:

س	٤	٣	٢	١	٠
د(س)	ك	٠,٢	٠,١	٠,١٥	٠,٣٥

فأوجد قيمة ك.

صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب مثال صـ ٢١ رقم ٦ :

إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا مداه هو: {-٢، -١، ٠، ١}

وكان د(-٢) = د(-١) = ٠,٣ ، د(١) = ٠,٢

أوجد د(٠)، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢١ رقم ٦ :

إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا مداه هو: {٠، ١، ٢، ٣}

وكان د(٠) = ٠,١ ، د(١) = ٠,٦ ، د(٢) = ٠,١٥

فأوجد د(٣)، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ.

التوقع (الوسط) والتباين للمتغيرات العشوائية المتقطعة

نعلم أن التوقع (الوسط) هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع، والتباين هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة، وبالتالي فإن التوقع والتباين يلخصان أهم صفات المتغيرات العشوائية وسوف ندرس كلًّا من التوقع والتباين لكل من المتغيرات العشوائية المتقطعة.

أولًا: التوقع (الوسط) للمتغير العشوائي المتقطع

تعريف:

إذا كان س~ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا له دالة التوزيع الاحتمالي د ،

مدى س~ = {س$_1$ ، س$_2$ ، س$_3$ ، ...}

فإن التوقع للمتغير العشوائي س~ (يرمز له برمز μ) يكون:

التوقع (μ) = $\sum$ س$_r$ د(س$_r$)

أي أن: μ = س$_1$ د (س$_1$) + س$_2$ د(س$_2$) + س$_3$ د (س$_3$) + ...

كتاب الطالب مثال صـ ٢٣ رقم ٨ :

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س~ هي:

س	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	$\frac{٣}{٧}$	$\frac{٢}{٧}$	$\frac{٦}{٣٥}$	$\frac{٣}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$

فأوجد التوقع μ للمتغير العشوائي س~.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٣ رقم ٨ :

٨ إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س~ هي:

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{٤}{٩}$	$\frac{٤}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

فأوجد التوقع μ للمتغير العشوائي س~.

صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب مثال صـ ٢٤ رقم ٩ :

عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، إذا كان المتغير العشوائي سـ يعبر عن عدد الصور،

فأوجد:

(أ) فضاء العينة (ف).

(ب) مدى المتغير العشوائي سـ.

(جـ) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي المتقطع سـ.

(د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

(هـ) التوقع μ للمتغير العشوائي سـ.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٤ رقم ٩ :

إذا كان فضاء العينة لأربع أسر لديها طفلان كالتالي: ف = {(ولد، ولد)، (ولد، بنت)، (بنت، ولد)، (بنت، بنت)}

فأوجد:

(أ) مدى المتغير العشوائي المتقطع سـ الذي يعبر عن عدد الأولاد.

(ب) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ.

(جـ) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

(د) التوقع μ للمتغير العشوائي سـ.

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا: التباين للمتغير العشوائي المتقطع

تعريف:

إذا كان س متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا له دالة التوزيع الاحتمالي د فإن التباين للمتغير العشوائي يعطى بالصيغة:

التباين $(\sigma^2) = \sum س_ر^2 \, د(س_ر) - \mu^2$ حيث μ هو التوقع.

الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{\text{التباين}}$

كتاب الطالب مثال صـ ٢٥ رقم ١٠ :

الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س.

س	١	٢	٣	٤
د(س)	٠,١	٠,٦	٠,٢	٠,١

أوجد:

أ) التوقع (μ).

ب) التباين (σ^2).

جـ) الانحراف المعياري (σ).

صفوة معلمي الكويت

الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع سـ.

أوجد:

أ التوقع (μ).

ب التباين (σ^2).

جـ الانحراف المعياري (σ).

س	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,١

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٧ رقم ١١ :

يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

أوجد:

أ التوقع (μ).

ب التباين (σ^2).

جـ الانحراف المعياري (σ).

س	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,٢	٠,١	٠,٣	٠,١	٠,٣

صفوة معلمي الكويت

دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي متقطع

تعريف:

دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة أ هي احتمال وقوع المتغير العشوائي سـ بحيث يكون سـ أصغر من أو يساوي أ

أي أن: ت(أ) = ل(سـ ≤ أ)

لاحظ أن مجال دالة التوزيع التراكمي ت هو ح وأن المجال المقابل = المدى [٠ ، ١].

كتاب الطالب مثال صـ ٢٩ رقم ١٢ :

الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

س	٣	٤	٥
د(س)	٠,٥	٠,٣	٠,٢

أوجد: ت(٢) ، ت(٣) ، ت(٤) ، ت(٥ , ٤) ، ت(٥) ، ت(٧)

حيث ت دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي سـ.

صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٩ رقم ١٢ :

الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

س	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,٤٣	٠,٢٩	٠,١٧	٠,٠٩	٠,٠٢

أوجد: ت(١) ، ت(٣,٥) ، ت(٤) ، ت(٥)

صفوة معلمي الكويت

بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي سـ:

١ ل(أ < سـ ≤ ب) = ت(ب) − ت(أ)

٢ ل(سـ > أ) = ١ − ل(سـ ≤ أ) = ١ − ت(أ)

كتاب الطالب مثال صـ ٢٩ رقم ١٣ :

الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

س	١	٢	٣	٥
ت(س)	٠,١٥	٠,٢	٠,٦	١

أوجد:

أ ل(١ < سـ ≤ ٣)

ب ل(٢ < سـ ≤ ٥)

جـ ل(سـ > ٢)

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٠ رقم ١٣ :

يبيّن الجدول التالي بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

س	١	٢	٣	٤
ت(س)	٠,٢٥	٠,٤٠	٠,٦٥	١

أوجد:

أ ل(٤ < سـ ≤ ٥)

ب ل(سـ > ٣)

صفوة معلمي الكويت

توزيع ذات الحدين

تعريف: تجربة ذات الحدين

تجربة ذات الحدين هي تجربة عشوائية تحقق الشروط التالية:

١ تتكوّن التجربة من عدد ن من المحاولات المستقلة والمتماثلة.

(المحاولات المستقلة تعني أن نتيجة كل محاولة لا تؤثر ولا تتأثر بنتائج المحاولات الأخرى).

٢ كل محاولة يكون لها ناتجان فقط (نجاح أو فشل).

٣ احتمال الحصول على أحد الناتجين يكون ثابتًا من تجربة إلى أخرى. وسوف نرمز لهذا الاحتمال بالرمز ل. وتسمى كل محاولة من محاولات التجربة **بمحاولة برنولي Bernoulli**.

$ل(سـ = س) = د(س) = ن ق_س \, ل^{س} (١ - ل)^{ن - س}$ ، $ن \in صـ^{+}$ حيث:

- ن عدد المحاولات.
- مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي سـ = {٠، ١، ٢، ... ، ن}
- س عدد مرات النجاح من ن في المحاولات
- ل احتمال النجاح.
- (١ - ل) احتمال الفشل

يسمى توزيع المتغير العشوائي سـ **بتوزيع ذات الحدين** للمعلمتين ل ، ن.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٣ رقم ١٥ :

إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا ذو حدين معلمتيه هما ن = ٨ ، ل = ٠,٢. فأوجد:

أ) ل(سـ = ٢)

ب) ل(٢ ≤ سـ < ٤)

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ١٠ مرات متتالية، احسب احتمال ظهور كتابة ٥ مرات.

صفوة معلمي الكويت

أولًا: التوقع μ = ن ل
ثانيًا: التباين σ^2 = ن ل(١ − ل)
ثالثًا: الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\text{ن ل (١ − ل)}}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٦ رقم ١٨ :

ينتج مصنع سيارات ٣٥٠ سيارة يوميًّا، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة ٠,٠٢
فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٦ رقم ١٩ :

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٥ مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي سـ هو ظهور صورة.

صفوة معلمي الكويت

٧٠٪ من زبائن مطعم ما أفادوا بأن الطعام قد أعجبهم وسيقصدونه مرة أخرى.

من بين ١٠٠ زبون ، أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري.

تمارين موضوعية

في التمارين (١-١١)، عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) التوقع هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة. (أ) (ب)

(٢) التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع. (أ) (ب)

(٣) دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة أ هي احتمال وقوع المتغير العشوائي س~ بحيث يكون س~ أصغر من أو يساوي أ (أ) (ب)

(٤) التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير س~:

س	٠	١	٢	٣
د(س)	٠,١	٠,٠٥	٠,٤	٠,٤

(أ) (ب)

(٥) قيمة ك التي تجعل التوقع μ للمتغير العشوائي س~ يساوي ١ لدالة التوزيع الاحتمالي د

س	٢	١	صفر
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	ك

هي صفر. (أ) (ب)

(٦) لدالة توزيع تراكمي ت للمتغير العشوائي س~ يكون:

ل(أ < س~ ≤ ب) = ت(ب) - ت (أ) (أ) (ب)

(٧) لدالة توزيع تراكمي ت للمتغير العشوائي س~ يكون:

ل(س~ < أ) = ١ - ت (أ) (أ) (ب)

(٩) مدرسة فيها عدد الطلبة ٣٠٠ طالب فإذا كانت نسبة النجاح ٠,٦ فإن التوقع لعدد الطلبة الناجحين هو ١٥٠ طالب. (أ) (ب)

(١٠) عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات على التوالي فإن ن(ف) = ٦ (أ) (ب)

(١١) من تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين معًا مرة واحدة فإن احتمال ظهور عددين مجموعهما ٨ هو $\frac{١}{١٢}$. (أ) (ب)

صفوة معلمي الكويت

تمارين موضوعية

في التمارين (١٢-٣٤)، لكل تمرين أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح. ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

(١٢) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:

س	-١	٠	١	٢
د(س)	٠,٢	ك	٠,٤	٠,٢

فإن قيمة ك هي:

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٤ (جـ) صفر (د) ٠,٢

(١٣) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:

س	١	٢	٣
د(س)	ك	٢ك	٢ك

فإن قيمة ك تساوي:

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٢ (جـ) ١ (د) ٠,٤

في التمارين (١٤-١٦)، استخدم الجدول التالي:

س	٠	١	٢	٣
د(س)	٠,٢	٠,٤	٠,١	٠,٣

حيث د هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س هي:

(١٤) ت(-١)

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٤ (د) صفر

(١٥) ت(٠,٥ ، ١)

(أ) ٠,٤ (ب) ٠,٢ (جـ) صفر (د) ٠,٦

(١٦) ت(٤)

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,١ (جـ) ٠,٤ (د) ١

صفوة معلمي الكويت

تمارين موضوعية

(١٧) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا دالة توزيع الاحتمالي د هي:

س	٠	١	٢
د(س)	٠,٢٥	٠,٥٠	٠,٢٥

فإن التوقع له يساوي:

(أ) ١ (ب) ١,٢٥ (جـ) ١,٥ (د) ٠,٥

(١٨) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا لدالة التوزيع الاحتمالي د

وكان التوقع = ٠,٥، $\sum س^{٢} \times د(س) = ٤,٢٥$، فإن الانحراف المعياري هو:

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ٣,٧٥ (د) ١

(١٩) إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي سـ معطاة في الجدول التالي:

س	٢	٣	٤
ت(س)	٠,١	٠,٣	ك

فإن قيمة ك تساوي:

(أ) ٠,٥ (ب) ١ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٦

(٢٠) إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي سـ معطاة في الجدول التالي:

س	٠	١	٢	٣
ت (س)	٠,١	٠,٣	٠,٧	١

فإن د(٢) =

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ١

(٢١) ثلاث بطاقات متماثلة مرقمة ١، ٢، ٣ سحبت عشوائيًّا بطاقتان الواحدة تلو الآخرى مع الإرجاع وكان المتغير العشوائي سـ هو «مجموع العددين على البطاقتين» فإن مدى سـ هو:

(أ) {١، ٢، ٣} (ب) {١، ٢، ٣، ٤، ٥}

(جـ) {٢، ٣، ٤، ٥} (د) {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

صفوة معلمي الكويت

(٢٣) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ هي:

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٣}$	$\frac{٥}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي سـ يساوي:

(أ) ١ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٧}{٩}$ (د) صفر

(٢٤) عند القاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين $\sigma^{٢}$ للمتغير العشوائي سـ «ظهور صورة» يساوي:

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٤

(٢٥) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا يأخذ القيم -١، ١، ١,٥ وكان ل (سـ = -١) = ٠,٦، ل(سـ = ١) = ٠,٣ فإن ل(سـ > ٠) =

أ ٠,٦ ب ٠,٩ جـ ٠,٤ د ٠,٧

(٢٦) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا يأخذ القيم ٢، ٣، ٤ وكان ل(سـ = ٢) = ٠,٢، ل(سـ = ٣) = ٠,٧ فإن ل(سـ = ٤) = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٧ (د) ليس أيًّا مما سبق

في التمرينين (٢٧، ٢٨)، أسرة تضم ٨ أطفال، إذا كان احتمال أن يكون أي طفل ذكر هو ٠,٥ فإن:

(٢٧) احتمال أن يكون بينهم ٣ ذكور فقط هو:

(أ) ٠,٢١٣ (ب) ٠,٢٧٣ (جـ) ٠,٣٦٣ (د) ٠,٢١٩

(٢٨) احتمال أن يكون عدد الإناث يساوي عدد الذكور هو:

(أ) ٠,٢١٣ (ب) ٠,٢٧٣ (جـ) ٠,٣٦٣ (د) ٠,٢١٩

(٢٩) ينتج مصنع سيارات ٢٠٠ سيارة في الشهر. إذا كانت نسبة السيارات المعيبة ٠,٠٢ فإن التوقع لعدد السيارات المعيبة المنتجة في الشهر يساوي:

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٢٠ (د) ٤٠

(٣٠) التوزيع الذي يمثل «توزيع احتمالي لمتغير عشوائي سـ» هو:

(أ)

س	٠	١	٣
د(س)	٠,١١	٠,٣٢	٠,٣

(جـ)

س	١	٢	٣
د(س)	٠,٤	٠,٥	٠,١

(ب)

س	٢	٤	٦	٨
د(س)	٠,٤	٠,٥	٠,١	٠,٠١

(د)

س	١	٢	٣
د(س)	٠,٤	٠,٥	٠,٢

(٤ – ١ – ب)

المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)

تعريف: المتغير العشوائي المتصل

هو المتغير التي تكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة من الأعداد الحقيقية أي أن مدى المتغير العشوائي المتصل سـ = {س: أ ≤ س ≤ ب} وهي مجموعة غير قابلة للعد.

كتاب الطالب مثال صـ ٣٩ رقم ٢١ :

حدّد ما إذا كانت المتغيّرات التالية هي متغيّرات عشوائية متصلة أو متغيّرات عشوائية متقطعة:

أ) عدد الأهداف في مباراة كرة القدم. .....

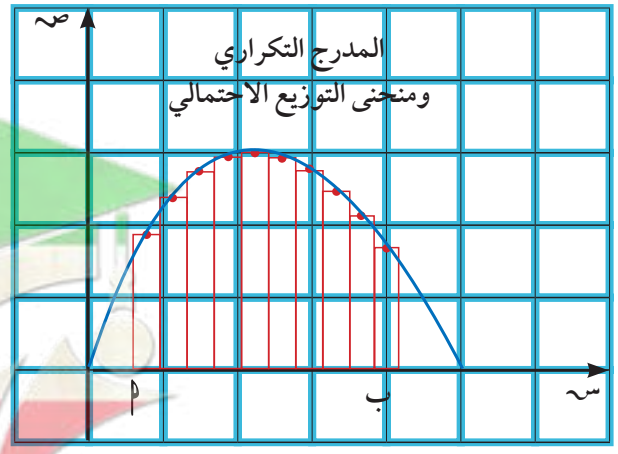
ب) الحرارة القصوى في منطقة معيّنة. .....

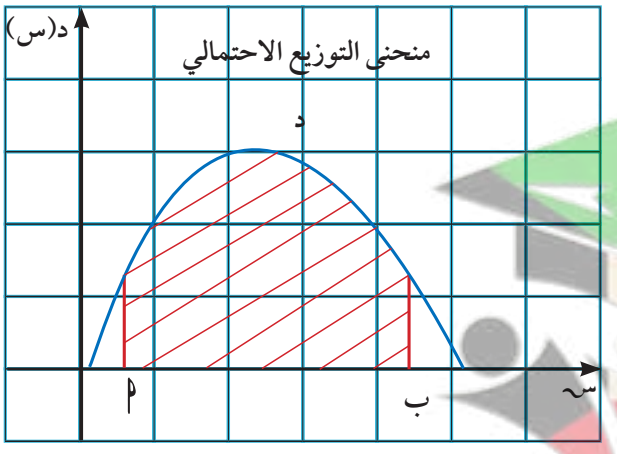
جـ) طول الطلاب في الصف الثاني عشر في مدرستك. .....

د) عدد الأخطاء في صفحة كتاب ما. .....

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتصل (المستمر)

يمكن تمثيل بيانات المتغير العشوائي الكمي المستمر على شكل مدرج تكراري نسبي. فنجد أن شكل هذا المدرج هو أقرب وصف لمنحنى التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتصل. وكلما صغر طول الفئة حصلنا على رسم أدق للمنحنى الخاص بدالة احتمال المتغير المستمر كما في الشكل التالي:





والمساحة تحت منحنى التوزيع الاحتمالي هي عبارة عن مجموع الاحتمالات الكلية للمتغير العشوائي المتصل سـ، ولذلك فإن هذه المساحة **تساوي الواحد الصحيح**.

نسمي الدالة د(س) **بدالة كثافة الاحتمال** للمتغير العشوائي المتصل (المستمر).

صفوة قطر الكويت

خواص دالة كثافة الاحتمال د(س):

١ د(س) هي دالة متصلة على مجالها.

٢ د(س) ≥ ٠ لكل قيم س التي تنتمي لمجال الدالة.

٣ قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة د(س) ومحور السينات تساوي الواحد الصحيح.

٤ يمكن إيجاد الاحتمال ل(أ < سـ ≤ ب) بحساب المساحة تحت المنحنى ل بين القيمة أ، ب من الشكل السابق.

٥ تنعدم المساحة المظللة في الشكل السابق إذا كان أ = ب

أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن ل(سـ = أ) = صفر

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٠ رقم ٢٢ :

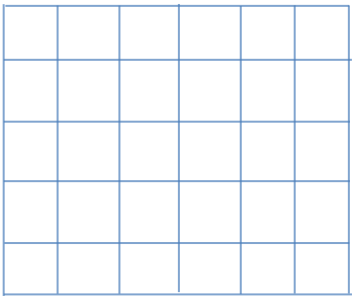
إذا كان سـ متغيرًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

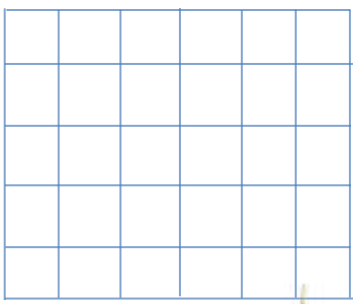
$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢} & \text{عندما } ٠ \le س \le ٢ \\ \text{صفر} & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

أ $ل\left(س \ge \frac{٣}{٢}\right)$

ب $ل\left(س \le \frac{٣}{٢}\right)$





صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب مثال صـ ٤١ رقم ٢٣ :

إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٤} & : \text{عندما } ١ \geq س \geq ٥ \\ \text{صفر} & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

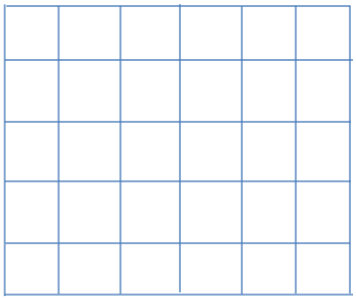
أوجد:

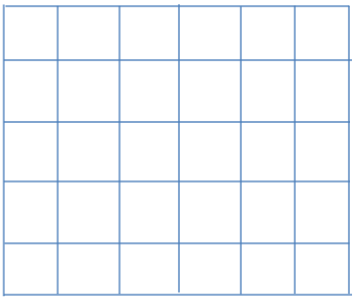
أ) ل(١ < سـ ≤ ٥)

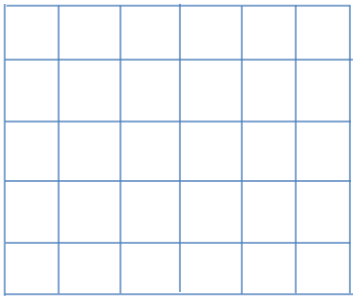
ب) ل(سـ < ٣)

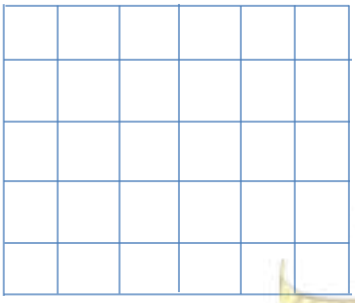
جـ) ل(سـ ≤ ١,٥)

د) ل(سـ = ٢)









صفوة معلمي الكويت

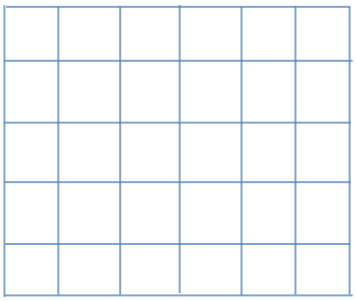
كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤١ رقم ٢٣ :

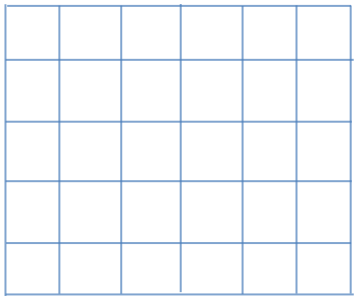
إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلا، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

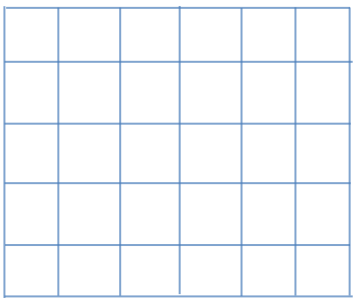
$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٦} & : \quad -٣ \leq س \leq ٣ \\ صفر & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

أ ل(سـ < ٢)　　ب ل(-١ < سـ < ١)　　جـ ل(سـ = صفر)







صفوة معلمي الكويت

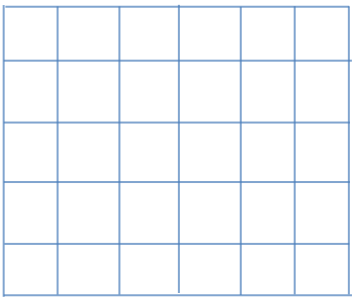
كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٢ رقم ٢٤ :

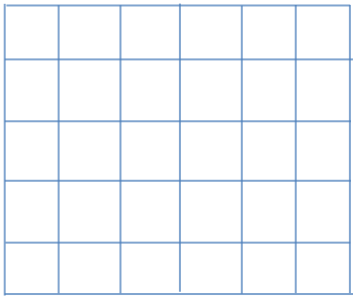
إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا دالة كثافة الاحتمال له هي:

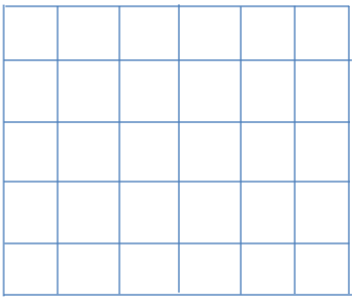
$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢} \text{ س} & : \quad ٠ \leq \text{س} \leq ٢ \\ \text{صفر} & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

أ) ل(سـ > ١)　　ب) ل(سـ ≤ ١)　　جـ) ل(سـ = ١)







التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل (مستمر)

يعرّف التوزيع الاحتمالي المنتظم على [أ، ب] بأنه توزيع احتمالي دالة كثافة الاحتمال له

هي: د(س) = $\begin{cases} \frac{1}{ب - أ} & : \quad أ \leq س \leq ب \\ صفر & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

- التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\mu = \frac{أ + ب}{2}$

- التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\sigma^2 = \frac{(ب - أ)^2}{12}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٤ رقم ٢٥ :

لتكن الدالة د: د(س) = $\begin{cases} \frac{1}{5} & : \quad -2 \leq س \leq 3 \\ صفر & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

أ) أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

ب) أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

جـ) أوجد ل(–١ ≤ سـ ≤ ٢).

د) أوجد التوقع والتباين للدالة د.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٥ رقم ٢٦ :

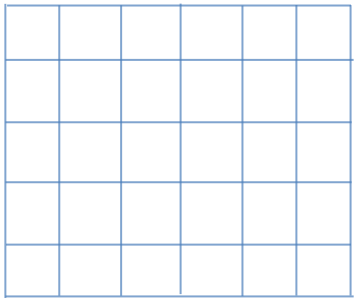
الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٣} & : \quad ٠ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفر} & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

أ) أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة.

ب) أوجد ل(١ ≤ سـ ≤ ٢).

جـ) أوجد التوقع والتباين.



صفوة معلمي الكويت

التوزيع الاحتمالي الطبيعي ط (μ، σ²)

نعلم أن منحنى التوزيع الطبيعي يتحدد بكل من التوقع μ والتباين لها σ² ونظرًا لاختلاف قيم σ² μ، من توزيع لآخر فإننا نقوم بتحويل أي توزيع طبيعي إلى توزيع طبيعي معياري وفق التحويل

$$ن = \frac{س - \mu}{\sigma}$$

حساب الاحتمالات للتوزيع الطبيعي ط(μ، σ²)

١ نوجد القيمة المعيارية المناظرة للقيمة أ بالتعويض في العلاقة $ن_١ = \frac{\mu - أ}{\sigma}$

والقيمة المعيارية المناظرة للقيمة ب: $ن_٢ = \frac{\mu - ب}{\sigma}$

٢ نستخدم العلاقة : ل(أ < س ≤ ب) = ل ($ن_١ < ن \leq ن_٢$)

٣ نستخدم جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي جدول (٤) وجدول (٥) لحساب الطرف الأيسر من العلاقة السابقة.

لحساب الاحتمالات للتوزيع الطبيعي المعياري ل(ن):

- إذا كانت ن ≥ أ أو ن ≤ أ، حيث أ ≤ صفر نستخدم جدول ن رقم (٤).
- إذا كانت ن ≥ أ أو ن ≤ أ، حيث أ > صفر نستخدم جدول ن رقم (٥).

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٧ رقم ٢٧ :

إذا كان ن هو التوزيع الطبيعي المعياري فأوجد:

أ ل(ن ≥ ٠,٩٥)　　ب ل(ن < ٠,٧١)　　جـ ل(١,٤٥ ≤ ن ≤ ٣,٢٦)

صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٨ رقم ٢٨ :

اذا كان ن هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي س فأوجد:

أ) ل(ن ≥ -١٢, ٠)

ب) ل(ن ≤ ٢٥, ٠)

جـ) ل(-٢, ٣ ≥ ن ≥ -١, ٠)

د) ل(-٢٦, ٥ ≥ ن ≥ ٦٩, ٠)

صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٩ رقم ٢٩ :

يمثل المتغير العشوائي س الزمن الذي يستغرقه أحد الطلاب للوصول إلى المدرسة، وهو متغير يتبع التوزيع الطبيعي توقعه ١٦ دقيقة وتباينه ٤، احسب احتمال أنه في يوم ما سيستغرقه الطالب للوصول إلى المدرسة.

أ) أقل من ٢١ دقيقة.

ب) أكثر من ١٢ دقيقة وأقل من ٢١ دقيقة.

صفوة معلمي الكويت

تمارين موضوعية

في التمارين (١-٦)، عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل. (أ) (ب)

(٢) إذا كانت الدالة د معرفة كالتالي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢} & : \ ٠ \leq س \leq ١ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن الدالة د هي دالة كثافة احتمال. (أ) (ب)

(٣) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} ٢ & : \ ٠ \leq س \leq \frac{١}{٢} \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل(سـ ≤ ٢) = ١. (أ) (ب)

(٤) إذا كانت الدالة د هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرفة كما يلي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٣} & : \ ٠ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن التباين للدالة د هو $\sigma^{٢} = \frac{٣}{٤}$. (أ) (ب)

(٥) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول س = μ (أ) (ب)

(٦) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد. (أ) (ب)

في التمارين (٧-٩)، لكل تمرين أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح. ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

(٧) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢} س & : \ ٠ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل(سـ = ١) =

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ليس أيًّا مما سبق

صفوة معلمي الكويت

تمارين موضوعية

(٨) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٥} & : \ -٢ \leq س \leq ٣ \\ صفر & : \ في\ ما\ عدا\ ذلك \end{cases}$$

فإن ل(سـ ≥ −٥ , ٢) =

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{١}{١٠}$

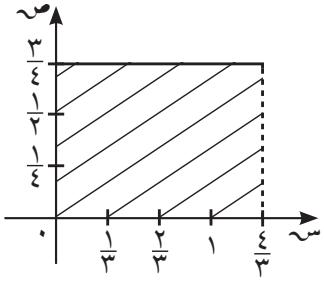
(٩) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} ٢س & : \ ٠ \leq س \leq ١ \\ صفر & : \ في\ ما\ عدا\ ذلك \end{cases}$$

فإن ل$\left(سـ < \frac{١}{٢}\right)$ =

(أ) ١ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

في التمارين (١٠-١٦)، أجب عن الأسئلة من خلال الرسم البياني في الشكل المقابل:



(١٠) الدالة التي تعبّر عن الرسم البياني التالي هي:

(أ) $د(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٤} & : \ ٠ < س < \frac{٣}{٤} \\ صفر & : \ في\ ما\ عدا\ ذلك \end{cases}$

(ب) $د(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٤} & : \ ٠ < س < \frac{٤}{٣} \\ صفر & : \ في\ ما\ عدا\ ذلك \end{cases}$

(جـ) $د(س) = \begin{cases} \frac{٤}{٣} & : \ ٠ < س < \frac{٤}{٣} \\ صفر & : \ في\ ما\ عدا\ ذلك \end{cases}$

(د) $د(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٤} & : \ ٠ < س < ٤ \\ صفر & : \ في\ ما\ عدا\ ذلك \end{cases}$

(١١) الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي:

(أ) الطبيعي (ب) ذات الحدين (جـ) الطبيعي المعياري (د) المنتظم

(١٢) التوقّع هو:

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

صفوة معلمي الكويت

تمارين موضوعية

(١٣) التباين هو:

أ) $\frac{٤}{٢٧}$ ب) $\frac{١٦}{٩}$ جـ) $\frac{١٦}{١٠٨}$ د) $\frac{١٠٨}{١٦}$

(١٤) ل$\left(س < \frac{٤}{٦}\right)$

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) $\frac{١}{٦}$ د) $\frac{١}{٢}$

(١٥) ل$\left(س < \frac{٤}{١٢}\right)$

أ) $\frac{٢}{٦}$ ب) $\frac{٦}{٢}$ جـ) $\frac{٣}{٤}$ د) ١

(١٦) ل(٠ < س < ١)

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) ١ د) $\frac{٣}{٤}$

(١٧) المساحة المحصورة بين منحنى الدالة د، والمحور السيني تساوي:

أ) ١ ب) $\frac{٤}{٣}$ جـ) ٣ د) ٢

(١٨) إذا كان ن يتبع التوزيع الطبيعي فإن ل(٠ ≤ ن ≤ ٢,٣٥) = ...

أ) ٠,٩٩٠٦ ب) ٠,٥ جـ) ٠,٤٩٠٦ د) ٠,٢١٨

(١٩) إذا كان ن متغيرًا عشوائيًّا يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فإن ل(ن > أ) لا يساوي:

أ) ل(ن ≤ أ) ب) ١ − ل(ن < أ)

جـ) ل(ن ≥ أ) د) ١ − ل(ن ≥ أ)

صفوة معلمي الكويت

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: د(س)

ن	س	ل									
		٠,٠٥	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	٠,٩٥
٢	٠	٠,٩٠٢	٠,٨١٠	٠,٦٤٠	٠,٤٩٠	٠,٣٦٠	٠,٢٥٠	٠,١٦٠	٠,٠٩٠	٠,٠٤٠	٠,٠١٠	٠,٠٠٢
	١	٠,٠٩٥	٠,١٨٠	٠,٣٢٠	٠,٤٢٠	٠,٤٨٠	٠,٥٠٠	٠,٤٨٠	٠,٤٢٠	٠,٣٢٠	٠,١٨٠	٠,٠٩٥
	٢	٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٤٠	٠,٠٩٠	٠,١٦٠	٠,٢٥٠	٠,٣٦٠	٠,٠٤٩٠	٠,٠٦٤٠	٠,٠٨١٠	٠,٠٩٠٢
٣	٠	٠,٨٥٧	٠,٧٢٩	٠,٥١٢	٠,٣٤٣	٠,٢١٦	٠,١٢٥	٠,٠٦٤	٠,٠٢٧	٠,٠٠٨	٠,٠٠١	
	١	٠,١٣٥	٠,٢٤٣	٠,٣٨٤	٠,٤٤١	٠,٤٣٢	٠,٣٧٥	٠,٢٨٨	٠,١٨٩	٠,٠٩٦	٠,٠٢٧	٠,٠٠٧
	٢	٠,٠٠٧	٠,٠٢٧	٠,٠٩٦	٠,١٨٩	٠,٢٨٨	٠,٣٧٥	٠,٤٣٢	٠,٤٤١	٠,٣٨٤	٠,٢٤٣	٠,١٣٥
	٣		٠,٠٠١	٠,٠٠٨	٠,٠٢٧	٠,٠٦٤	٠,١٢٥	٠,٢١٦	٠,٣٤٣	٠,٥١٢	٠,٧٢٩	٠,٨٥٧
٤	٠	٠,٨١٥	٠,٦٥٦	٠,٤١٠	٠,٢٤٠	٠,١٣٠	٠,٠٦٢	٠,٠٢٦	٠,٠٠٨	٠,٠٠٢		
	١	٠,١٧١	٠,٢٩٢	٠,٤١٠	٠,٤١٢	٠,٣٤٦	٠,٢٥٠	٠,١٥٤	٠,٠٧٦	٠,٠٢٦	٠,٠٠٤	
	٢	٠,٠١٤	٠,٠٤٩	٠,١٥٤	٠,٢٦٥	٠,٣٤٦	٠,٣٧٥	٠,٣٤٦	٠,٢٦٥	٠,١٥٤	٠,٠٤٩	٠,٠١٤
	٣		٠,٠٠٤	٠,٠٢٦	٠,٠٧٦	٠,١٥٤	٠,٢٥٠	٠,٣٤٦	٠,٤١٢	٠,٤١٠	٠,٢٩٢	٠,١٧١
	٤			٠,٠٠٢	٠,٠٠٨	٠,٠٢٦	٠,٠٦٢	٠,١٣٠	٠,٢٤٠	٠,٤١٠	٠,٦٥٦	٠,٨١٥
٥	٠	٠,٧٧٤	٠,٥٩٠	٠,٣٢٨	٠,١٦٨	٠,٠٧٨	٠,٠٣١	٠,٠١٠	٠,٠٠٢			
	١	٠,٢٠٤	٠,٣٢٨	٠,٤١٠	٠,٣٦٠	٠,٢٥٩	٠,١٥٦	٠,٠٧٧	٠,٠٢٨	٠,٠٠٦		
	٢	٠,٠٢١	٠,٠٧٣	٠,٢٠٥	٠,٣٠٩	٠,٣٤٦	٠,٣١٢	٠,٢٣٠	٠,١٣٢	٠,٠٥١	٠,٠٠٨	٠,٠٠١
	٣	٠,٠٠١	٠,٠٠٨	٠,٠٥١	٠,١٣٢	٠,٢٣٠	٠,٣١٢	٠,٣٤٦	٠,٣٠٩	٠,٢٠٥	٠,٠٧٣	٠,٠٢١
	٤			٠,٠٠٦	٠,٠٢٨	٠,٠٧٧	٠,١٥٦	٠,٢٥٩	٠,٣٦٠	٠,٤١٠	٠,٣٢٨	٠,٢٠٤
	٥				٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٣١	٠,٠٧٨	٠,١٦٨	٠,٣٢٨	٠,٥٩٠	٠,٧٧٤
٦	٠	٠,٧٣٥	٠,٥٣١	٠,٢٦٢	٠,١١٨	٠,٠٤٧	٠,٠١٦	٠,٠٠٤	٠,٠٠١			
	١	٠,٢٣٢	٠,٣٥٤	٠,٣٩٣	٠,٣٠٣	٠,١٨٧	٠,٠٩٤	٠,٠٣٧	٠,٠١٠	٠,٠٠٢		
	٢	٠,٠٣١	٠,٠٩٨	٠,٢٤٦	٠,٣٢٤	٠,٣١١	٠,٢٣٤	٠,١٣٨	٠,٠٦٠	٠,٠١٥	٠,٠٠١	
	٣	٠,٠٠٢	٠,٠١٥	٠,٠٨٢	٠,١٨٥	٠,٢٧٦	٠,٣١٢	٠,٢٧٦	٠,١٨٥	٠,٠٨٢	٠,٠١٥	٠,٠٠٢
	٤		٠,٠٠١	٠,٠١٥	٠,٠٦٠	٠,١٣٨	٠,٢٣٤	٠,٣١١	٠,٣٢٤	٠,٢٤٦	٠,٠٩٨	٠,٠٣١
	٥			٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٣٧	٠,٠٩٤	٠,١٨٧	٠,٣٠٣	٠,٣٩٣	٠,٣٥٤	٠,٢٣٢
	٦				٠,٠٠١	٠,٠٠٤	٠,٠١٦	٠,٠٤٧	٠,١١٨	٠,٢٦٢	٠,٥٣١	٠,٧٣٥
٧	٠	٠,٦٩٨	٠,٤٧٨	٠,٢١٠	٠,٠٨٢	٠,٠٢٨	٠,٠٠٨	٠,٠٠٢				
	١	٠,٢٥٧	٠,٣٧٢	٠,٣٦٧	٠,٢٤٧	٠,١٣١	٠,٠٥٥	٠,٠١٧	٠,٠٠٤			
	٢	٠,٠٤١	٠,١٢٤	٠,٢٧٥	٠,٣١٨	٠,٢٦١	٠,١٦٤	٠,٠٧٧	٠,٠٢٥	٠,٠٠٤		
	٣	٠,٠٠٤	٠,٠٢٣	٠,١١٥	٠,٢٢٧	٠,٢٩٠	٠,٢٧٣	٠,١٩٤	٠,٠٩٧	٠,٠٢٩	٠,٠٠٣	
	٤		٠,٠٠٣	٠,٠٢٩	٠,٠٩٧	٠,١٩٤	٠,٢٧٣	٠,٢٩٠	٠,٢٢٧	٠,١١٥	٠,٠٢٣	٠,٠٠٤
	٥			٠,٠٠٤	٠,٠٢٥	٠,٠٧٧	٠,١٦٤	٠,٢٦١	٠,٣١٨	٠,٢٧٥	٠,١٢٤	٠,٠٤١
	٦				٠,٠٠٤	٠,٠١٧	٠,٠٥٥	٠,١٣١	٠,٢٤٧	٠,٣٦٧	٠,٣٧٢	٠,٢٥٧
	٧					٠,٠٠٢	٠,٠٠٨	٠,٠٢٨	٠,٠٨٢	٠,٢١٠	٠,٤٧٨	٠,٦٩٨

جدول (١)

صفوة المعلمين في الكويت

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: د(س)

		ل										
ن	س	٠,٠٥	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	٠,٩٥
٨	٠	٠,٦٦٣	٠,٤٣٠	٠,١٦٨	٠,٠٥٨	٠,٠١٧	٠,٠٠٤	٠,٠٠١				
	١	٠,٢٧٩	٠,٣٨٣	٠,٣٣٦	٠,١٩٨	٠,٠٩٠	٠,٠٣١	٠,٠٠٨	٠,٠٠١			
	٢	٠,٠٥١	٠,١٤٩	٠,٢٩٤	٠,٢٩٦	٠,٢٠٩	٠,١٠٩	٠,٠٤١	٠,٠١٠	٠,٠٠١		
	٣	٠,٠٠٥	٠,٠٣٣	٠,١٤٧	٠,٢٥٤	٠,٢٧٩	٠,٢١٩	٠,١٢٤	٠,٠٤٧	٠,٠٠٩		
	٤		٠,٠٠٥	٠,٠٤٦	٠,١٣٦	٠,٢٣٢	٠,٢٧٣	٠,٢٣٢	٠,١٣٦	٠,٠٤٦	٠,٠٠٥	
	٥			٠,٠٠٩	٠,٠٤٧	٠,١٢٤	٠,٢١٩	٠,٢٧٩	٠,٢٥٤	٠,١٤٧	٠,٠٣٣	٠,٠٠٥
	٦			٠,٠٠١	٠,٠١٠	٠,٠٤١	٠,١٠٩	٠,٢٠٩	٠,٢٩٦	٠,٢٩٤	٠,١٤٩	٠,٠٥١
	٧				٠,٠٠١	٠,٠٠٨	٠,٠٣١	٠,٠٩٠	٠,١٩٨	٠,٣٣٦	٠,٣٨٣	٠,٢٧٩
	٨					٠,٠٠١	٠,٠٠٤	٠,٠١٧	٠,٠٥٨	٠,١٦٨	٠,٤٣٠	٠,٦٦٣
٩	٠	٠,٦٣٠	٠,٣٨٧	٠,١٣٤	٠,٠٤٠	٠,٠١٠	٠,٠٠٢					
	١	٠,٢٩٩	٠,٣٨٧	٠,٣٠٢	٠,١٥٦	٠,٠٦٠	٠,٠١٨	٠,٠٠٤				
	٢	٠,٠٦٣	٠,١٧٢	٠,٣٠٢	٠,٢٦٧	٠,١٦١	٠,٠٧٠	٠,٠٢١	٠,٠٠٤			
	٣	٠,٠٠٨	٠,٠٤٥	٠,١٧٦	٠,٢٦٧	٠,٢٥١	٠,١٦٤	٠,٠٧٤	٠,٠٢١	٠,٠٠٣		
	٤	٠,٠٠١	٠,٠٠٧	٠,٠٦٥	٠,١٧٢	٠,٢٥١	٠,٢٤٦	٠,١٦٧	٠,٠٧٤	٠,٠١٧	٠,٠٠١	
	٥		٠,٠٠١	٠,٠١٧	٠,٠٧٤	٠,١٦٧	٠,٢٤٦	٠,٢٥١	٠,١٧٢	٠,٠٦٦	٠,٠٠٧	٠,٠٠١
	٦			٠,٠٠٣	٠,٠٢١	٠,٠٧٤	٠,١٦٤	٠,٢٥١	٠,٢٦٧	٠,١٧٦	٠,٠٤٥	٠,٠٠٨
	٧				٠,٠٠٤	٠,٠٢١	٠,٠٧٠	٠,١٦١	٠,٢٦٧	٠,٣٠٢	٠,١٧٢	٠,٠٦٣
	٨					٠,٠٠٤	٠,٠١٨	٠,٠٦٠	٠,١٥٦	٠,٣٠٢	٠,٣٨٧	٠,٢٩٩
	٩						٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٤٠	٠,١٣٤	٠,٣٨٧	٠,٦٣٠
١٠	٠	٠,٥٩٩	٠,٣٤٩	٠,١٠٧	٠,٠٢٨	٠,٠٠٦	٠,٠٠١					
	١	٠,٣١٥	٠,٣٨٧	٠,٢٦٨	٠,١٢١	٠,٠٤٠	٠,٠١٠	٠,٠٠٢				
	٢	٠,٠٧٥	٠,١٩٤	٠,٣٠٢	٠,٢٣٣	٠,١٢١	٠,٠٤٤	٠,٠١١	٠,٠٠١			
	٣	٠,٠١٠	٠,٠٥٧	٠,٢٠١	٠,٢٦٧	٠,٢١٥	٠,١١٧	٠,٠٤٢	٠,٠٠٩	٠,٠٠١		
	٤	٠,٠٠١	٠,٠١١	٠,٠٨٨	٠,٢٠٠	٠,٢٥١	٠,٢٠٥	٠,١١١	٠,٠٣٧	٠,٠٠٦		
	٥		٠,٠٠١	٠,٠٢٦	٠,١٠٣	٠,٢٠١	٠,٢٤٦	٠,٢٠١	٠,١٠٣	٠,٠٢٦	٠,٠٠١	
	٦			٠,٠٠٦	٠,٠٣٧	٠,١١١	٠,٢٠٥	٠,٢٥١	٠,٢٠٠	٠,٠٨٨	٠,٠١١	٠,٠٠١
	٧			٠,٠٠١	٠,٠٠٩	٠,٠٤٢	٠,١١٧	٠,٢١٥	٠,٢٦٧	٠,٢٠١	٠,٠٥٧	٠,٠١٠
	٨				٠,٠٠١	٠,٠١١	٠,٠٤٤	٠,١٢١	٠,٢٣٣	٠,٣٠٢	٠,١٩٤	٠,٠٧٥
	٩					٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٤٠	٠,١٢١	٠,٢٦٨	٠,٣٨٧	٠,٣١٥
	١٠						٠,٠٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٢٨	٠,١٠٧	٠,٣٤٩	٠,٥٩٩

جدول (٢)

صفوة معلمي الكويت

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: د(س)

		ل									
ن	س	٠,٠٥	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	٠,٩٥
١١	٠	٠,٥٦٩	٠,٣١٤	٠,٠٨٦	٠,٠٢٠	٠,٠٠٤						
	١	٠,٣٢٩	٠,٣٨٤	٠,٢٣٦	٠,٠٩٣	٠,٠٢٧	٠,٠٠٥	٠,٠٠١				
	٢	٠,٠٨٧	٠,٢١٣	٠,٢٩٥	٠,٢٠٠	٠,٠٨٩	٠,٠٢٧	٠,٠٠٥	٠,٠٠١			
	٣	٠,٠١٤	٠,٠٧١	٠,٢٢١	٠,٢٥٧	٠,١٧٧	٠,٠٨١	٠,٠٢٣	٠,٠٠٤			
	٤	٠,٠٠١	٠,٠١٦	٠,١١١	٠,٢٢٠	٠,٢٣٦	٠,١٦١	٠,٠٧٠	٠,٠١٧	٠,٠٠٢		
	٥		٠,٠٠٢	٠,٠٣٩	٠,١٣٢	٠,٢٢١	٠,٢٢٦	٠,١٤٧	٠,٠٥٧	٠,٠١٠		
	٦			٠,٠١٠	٠,٠٥٧	٠,١٤٧	٠,٢٢٦	٠,٢٢١	٠,١٣٢	٠,٠٣٩	٠,٠٠٢	
	٧			٠,٠٠٢	٠,٠١٧	٠,٠٧٠	٠,١٦١	٠,٢٣٦	٠,٢٢٠	٠,١١١	٠,٠١٦	٠,٠٠١
	٨				٠,٠٠٤	٠,٠٢٣	٠,٠٨١	٠,١٧٧	٠,٢٥٧	٠,٢٢١	٠,٠٧١	٠,٠١٤
	٩				٠,٠٠١	٠,٠٠٥	٠,٠٢٧	٠,٠٨٩	٠,٢٠٠	٠,٢٩٥	٠,٢١٣	٠,٠٨٧
	١٠					٠,٠٠١	٠,٠٠٥	٠,٠٢٧	٠,٠٩٣	٠,٢٣٦	٠,٣٨٤	٠,٣٢٩
	١١							٠,٠٠٤	٠,٠٢٠	٠,٠٨٦	٠,٣١٤	٠,٥٦٩
١٢	٠	٠,٥٤٠	٠,٢٨٢	٠,٠٦٩	٠,٠١٤	٠,٠٠٢						
	١	٠,٣٤١	٠,٣٧٧	٠,٢٠٦	٠,٠٧١	٠,٠١٧	٠,٠٠٣					
	٢	٠,٠٩٩	٠,٢٣٠	٠,٢٨٣	٠,١٦٨	٠,٠٦٤	٠,٠١٦	٠,٠٠٢				
	٣	٠,٠١٧	٠,٠٨٥	٠,٢٣٦	٠,٢٤٠	٠,١٤٢	٠,٠٥٤	٠,٠١٢	٠,٠٠١			
	٤	٠,٠٠٢	٠,٠٢١	٠,١٣٣	٠,٢٣١	٠,٢١٣	٠,١٢١	٠,٠٤٢	٠,٠٠٨	٠,٠٠١		
	٥		٠,٠٠٤	٠,٠٥٣	٠,١٥٨	٠,٢٢٧	٠,١٩٣	٠,١٠١	٠,٠٢٩	٠,٠٠٣		
	٦			٠,٠١٦	٠,٠٧٩	٠,١٧٧	٠,٢٢٦	٠,١٧٧	٠,٠٧٩	٠,٠١٦		
	٧			٠,٠٠٣	٠,٠٢٩	٠,١٠١	٠,١٩٣	٠,٢٢٧	٠,١٥٨	٠,٠٥٣	٠,٠٠٤	
	٨			٠,٠٠١	٠,٠٠٨	٠,٠٤٢	٠,١٢١	٠,٢١٣	٠,٢٣١	٠,١٣٣	٠,٠٢١	٠,٠٠٢
	٩				٠,٠٠١	٠,٠١٢	٠,٠٥٤	٠,١٤٢	٠,٢٤٠	٠,٢٣٦	٠,٠٨٥	٠,٠١٧
	١٠					٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٦٤	٠,١٦٨	٠,٢٨٣	٠,٢٣٠	٠,٠٩٩
	١١						٠,٠٠٣	٠,٠١٧	٠,٠٧١	٠,٢٠٦	٠,٣٧٧	٠,٣٤١
	١٢							٠,٠٠٢	٠,٠١٤	٠,٠٦٩	٠,٢٨٢	٠,٥٤٠

جدول (٣)

صفوة معلمي الكويت

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: د(س)

		ل									
ن	س	٠,٠٥	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	٠,٩٥
١٣	٠	٠,٥١٣	٠,٢٥٤	٠,٠٥٥	٠,٠١٠	٠,٠٠١						
	١	٠,٣٥١	٠,٣٦٧	٠,١٧٩	٠,٠٥٤	٠,٠١١	٠,٠٠٢					
	٢	٠,١١١	٠,٢٤٥	٠,٢٦٨	٠,١٣٩	٠,٠٤٥	٠,٠١٠	٠,٠٠١				
	٣	٠,٠٢١	٠,١٠٠	٠,٢٤٦	٠,٢١٨	٠,١١١	٠,٠٣٥	٠,٠٠٥	٠,٠٠١			
	٤	٠,٠٠٣	٠,٠٢٨	٠,١٥٤	٠,٢٣٤	٠,١٨٤	٠,٠٨٧	٠,٠٢٤	٠,٠٠٣			
	٥		٠,٠٠٦	٠,٠٦٩	٠,١٨٠	٠,٢٢١	٠,١٥٧	٠,٠٦٦	٠,٠١٤	٠,٠٠١		
	٦		٠,٠٠١	٠,٠٢٣	٠,١٠٣	٠,١٩٧	٠,٢٠٩	٠,١٣١	٠,٠٤٤	٠,٠٠٦		
	٧			٠,٠٠٦	٠,٠٤٤	٠,١٣١	٠,٢٠٩	٠,١٩٧	٠,١٠٣	٠,٠٢٣	٠,٠٠١	
	٨			٠,٠٠١	٠,٠١٤	٠,٠٦٦	٠,١٥٧	٠,٢٢١	٠,١٨٠	٠,٠٦٩	٠,٠٠٦	
	٩				٠,٠٠٣	٠,٠٢٤	٠,٠٨٧	٠,١٨٤	٠,٢٣٤	٠,١٥٤	٠,٠٢٨	٠,٠٠٣
	١٠				٠,٠٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٣٥	٠,١١١	٠,٢١٨	٠,٢٤٦	٠,١٠٠	٠,٠٢١
	١١					٠,٠٠١	٠,٠١٠	٠,٠٤٥	٠,١٣٩	٠,٢٦٨	٠,٢٤٥	٠,١١١
	١٢						٠,٠٠٢	٠,٠١١	٠,٠٥٤	٠,١٧٩	٠,٣٦٧	٠,٣٥١
	١٣							٠,٠٠١	٠,٠١٠	٠,٠٥٥	٠,٢٥٤	٠,٥١٣
١٤	٠	٠,٤٨٨	٠,٢٢٩	٠,٠٤٤	٠,٠٠٧	٠,٠٠١						
	١	٠,٣٥٩	٠,٣٥٦	٠,١٥٤	٠,٠٤١	٠,٠٠٧	٠,٠٠١					
	٢	٠,١٢٣	٠,٢٥٧	٠,٢٥٠	٠,١١٣	٠,٠٣٢	٠,٠٠٦	٠,٠٠١				
	٣	٠,٠٢٦	٠,١١٤	٠,٢٥٠	٠,١٩٤	٠,٠٨٥	٠,٠٢٢	٠,٠٠٣				
	٤	٠,٠٠٤	٠,٠٣٥	٠,١٧٢	٠,٢٢٩	٠,١٥٥	٠,٠٦١	٠,٠١٤	٠,٠٠١			
	٥		٠,٠٠٨	٠,٠٨٦	٠,١٩٦	٠,٢٠٧	٠,١٢٢	٠,٠٤١	٠,٠٠٧			
	٦		٠,٠٠١	٠,٠٣٢	٠,١٢٦	٠,٢٠٧	٠,١٨٣	٠,٠٩٢	٠,٠٢٣	٠,٠٠٢		
	٧			٠,٠٠٩	٠,٠٦٢	٠,١٥٧	٠,٢٠٩	٠,١٥٧	٠,٠٦٢	٠,٠٠٠٩		
	٨			٠,٠٠٢	٠,٠٢٣	٠,٠٩٢	٠,١٨٣	٠,٢٠٧	٠,١٢٦	٠,٠٣٢	٠,٠٠١	
	٩				٠,٠٠٧	٠,٠٤١	٠,١٢٢	٠,٢٠٧	٠,١٩٦	٠,٠٨٦	٠,٠٠٨	
	١٠				٠,٠٠١	٠,٠١٤	٠,٠٦١	٠,١٥٥	٠,٢٢٩	٠,١٧٢	٠,٠٣٥	٠,٠٠٤
	١١					٠,٠٠٣	٠,٠٢٢	٠,٠٨٥	٠,١٩٤	٠,٢٥٠	٠,١١٤	٠,٠٢٦
	١٢					٠,٠٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٣٢	٠,١١٣	٠,٢٥٠	٠,٢٥٧	٠,١٢٣
	١٣						٠,٠٠١	٠,٠٠٧	٠,٠٤١	٠,١٥٤	٠,٣٥٦	٠,٣٥٩
	١٤							٠,٠٠١	٠,٠٠٧	٠,٠٤٤	٠,٢٢٩	٠,٤٨٨

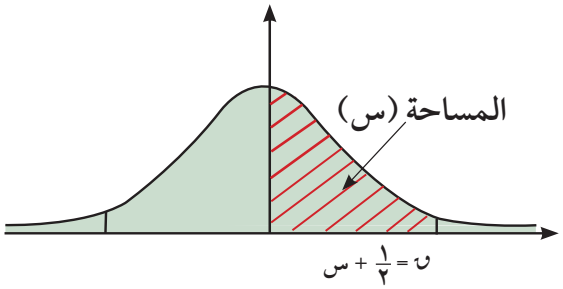
تابع – جدول (٣)

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: د(س)

ن	س	ل										
		٠,٠٥	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	٠,٩٥
١٥	٠	٠,٤٦٣	٠,٢٠٦	٠,٠٣٥	٠,٠٠٥							
	١	٠,٣٦٦	٠,٣٤٣	٠,١٣٢	٠,٠٣١	٠,٠٠٥						
	٢	٠,١٣٥	٠,٢٦٧	٠,٢٣١	٠,٠٩٢	٠,٠٢٢	٠,٠٠٣					
	٣	٠,٠٣١	٠,١٢٩	٠,٢٥٠	٠,١٧٠	٠,٠٦٣	٠,٠١٤	٠,٠٠٢				
	٤	٠,٠٠٥	٠,٠٤٣	٠,١٨٨	٠,٢١٩	٠,١٢٧	٠,٠٤٢	٠,٠٠٧	٠,٠٠١			
	٥	٠,٠٠١	٠,٠١٠	٠,١٠٣	٠,٢٠٦	٠,١٨٦	٠,٠٩٢	٠,٠٢٤	٠,٠٠٣			
	٦		٠,٠٠٢	٠,٠٤٣	٠,١٤٧	٠,٢٠٧	٠,١٥٣	٠,٠٦١	٠,٠١٢	٠,٠٠١		
	٧			٠,٠١٤	٠,٠٨١	٠,١٧٧	٠,١٩٦	٠,١١٨	٠,٠٣٥	٠,٠٠٣		
	٨			٠,٠٠٣	٠,٠٣٥	٠,١١٨	٠,١٩٦	٠,١٧٧	٠,٠٨١	٠,٠١٤		
	٩			٠,٠٠١	٠,٠١٢	٠,٠٦١	٠,١٥٣	٠,٢٠٧	٠,١٤٧	٠,٠٤٣	٠,٠٠٢	
	١٠				٠,٠٠٣	٠,٠٢٤	٠,٠٩٢	٠,١٨٦	٠,٢٠٦	٠,١٠٣	٠,٠١٠	٠,٠٠١
	١١				٠,٠٠١	٠,٠٠٧	٠,٠٤٢	٠,١٢٧	٠,٢١٠	٠,١٨٨	٠,٠٤٣	٠,٠٠٥
	١٢					٠,٠٠٢	٠,٠١٤	٠,٠٦٣	٠,١٧٠	٠,٢٥٠	٠,١٢٩	٠,٠٣١
	١٣						٠,٠٠٣	٠,٠٢٢	٠,٠٩٢	٠,٢٣١	٠,٢٦٧	٠,١٣٥
	١٤							٠,٠٠٥	٠,٠٣١	٠,١٣٢	٠,٣٤٣	٠,٣٦٦
	١٥								٠,٠٠٥	٠,٠٣٥	٠,٢٠٦	٠,٤٦٣

تابع -جدول (٣)

صفوة معلمي الكويت

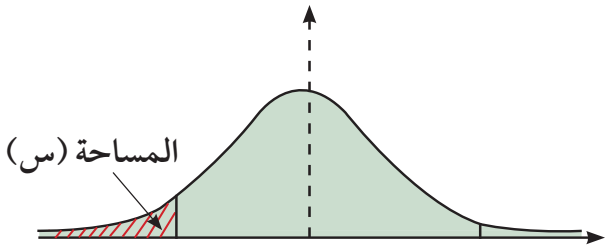


جدول التوزيع الطبيعي المعياري (ن) لحساب قيم المساحات من اليسار

ن	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠٠	٠,٥٠٣٩٩	٠,٥٠٧٩٨	٠,٥١١٩٧	٠,٥١٥٩٥	٠,٥١٩٩٤	٠,٥٢٣٩٢	٠,٥٢٧٩٠	٠,٥٣١٨٨	٠,٥٣٥٨٦
٠,١	٠,٥٣٩٨٣	٠,٥٤٣٨٠	٠,٥٤٧٧٦	٠,٥٥١٧٢	٠,٥٥٥٦٧	٠,٥٥٩٦٢	٠,٥٦٣٥٦	٠,٥٦٧٤٩	٠,٥٧١٤٢	٠,٥٧٥٣٥
٠,٢	٠,٥٧٩٢٦	٠,٥٨٣١٧	٠,٥٨٧٠٦	٠,٥٩٠٩٥	٠,٥٩٤٨٣	٠,٥٩٨٧١	٠,٦٠٢٥٧	٠,٦٠٦٤٢	٠,٦١٠٢٦	٠,٦١٤٠٩
٠,٣	٠,٦١٧٩١	٠,٦٢١٧٢	٠,٦٢٥٥٢	٠,٦٢٩٣٠	٠,٦٣٣٠٧	٠,٦٣٦٨٣	٠,٦٤٠٥٨	٠,٦٤٤٣١	٠,٦٤٨٠٣	٠,٦٥١٧٣
٠,٤	٠,٦٥٥٤٢	٠,٦٥٩١٠	٠,٦٦٢٧٦	٠,٦٦٦٤٠	٠,٦٧٠٠٣	٠,٦٧٣٦٤	٠,٦٧٧٢٤	٠,٦٨٠٨٢	٠,٦٨٤٣٩	٠,٦٨٧٩٣
٠,٥	٠,٦٩١٤٦	٠,٦٩٤٩٧	٠,٦٩٨٤٧	٠,٧٠١٩٤	٠,٧٠٥٤٠	٠,٧٠٨٨٤	٠,٧١٢٢٦	٠,٧١٥٦٦	٠,٧١٩٠٤	٠,٧٢٢٤٠
٠,٦	٠,٧٢٥٧٥	٠,٧٢٩٠٧	٠,٧٣٢٣٧	٠,٧٣٥٦٥	٠,٧٣٨٩١	٠,٧٤٢١٥	٠,٧٤٥٣٧	٠,٧٤٨٥٧	٠,٧٥١٧٥	٠,٧٥٤٩٠
٠,٧	٠,٧٥٨٠٤	٠,٧٦١١٥	٠,٧٦٤٢٤	٠,٧٦٧٣٠	٠,٧٧٠٣٥	٠,٧٧٣٣٧	٠,٧٧٦٣٧	٠,٧٧٩٣٥	٠,٧٨٢٣٠	٠,٧٨٥٢٤
٠,٨	٠,٧٨٨١٤	٠,٧٩١٠٣	٠,٧٩٣٨٩	٠,٧٩٦٧٣	٠,٧٩٩٥٥	٠,٨٠٢٣٤	٠,٨٠٥١١	٠,٨٠٧٨٥	٠,٨١٠٥٧	٠,٨١٣٢٧
٠,٩	٠,٨١٥٩٤	٠,٨١٨٥٩	٠,٨٢١٢١	٠,٨٢٣٨١	٠,٨٢٦٣٩	٠,٨٢٨٩٤	٠,٨٣١٤٧	٠,٨٣٣٩٨	٠,٨٣٦٤٦	٠,٨٣٨٩١
١,٠	٠,٨٤١٣٤	٠,٨٤٣٧٥	٠,٨٤٦١٤	٠,٨٤٨٤٩	٠,٨٥٠٨٣	٠,٨٥٣١٤	٠,٨٥٥٤٣	٠,٨٥٧٦٩	٠,٨٥٩٩٣	٠,٨٦٢١٤
١,١	٠,٨٦٤٣٣	٠,٨٦٦٥٠	٠,٨٦٨٦٤	٠,٨٧٠٧٦	٠,٨٧٢٨٦	٠,٨٧٤٩٣	٠,٨٧٦٩٨	٠,٨٧٩٠٠	٠,٨٨١٠٠	٠,٨٨٢٩٨
١,٢	٠,٨٨٤٩٣	٠,٨٨٦٨٦	٠,٨٨٨٧٧	٠,٨٩٠٦٥	٠,٨٩٢٥١	٠,٨٩٤٣٥	٠,٨٩٦١٧	٠,٨٩٧٩٦	٠,٨٩٩٧٣	٠,٩٠١٤٧
١,٣	٠,٩٠٣٢٠	٠,٩٠٤٩٠	٠,٩٠٦٥٨	٠,٩٠٨٢٤	٠,٩٠٩٨٨	٠,٩١١٤٩	٠,٩١٣٠٩	٠,٩١٤٦٦	٠,٩١٦٢١	٠,٩١٧٧٤
١,٤	٠,٩١٩٢٤	٠,٩٢٠٧٣	٠,٩٢٢٢٠	٠,٩٢٣٦٤	٠,٩٢٥٠٧	٠,٩٢٦٤٧	٠,٩٢٧٨٥	٠,٩٢٩٢٢	٠,٩٣٠٥٦	٠,٩٣١٨٩
١,٥	٠,٩٣٣١٩	٠,٩٣٤٤٨	٠,٩٣٥٧٤	٠,٩٣٦٩٩	٠,٩٣٨٢٢	٠,٩٣٩٤٣	٠,٩٤٠٦٢	٠,٩٤١٧٩	٠,٩٤٢٩٥	٠,٩٤٤٠٨
١,٦	٠,٩٤٥٢٠	٠,٩٤٦٣٠	٠,٩٤٧٣٨	٠,٩٤٨٤٥	٠,٩٤٩٥٠	٠,٩٥٠٥٣	٠,٩٥١٥٤	٠,٩٥٢٥٤	٠,٩٥٣٥٢	٠,٩٥٤٤٩
١,٧	٠,٩٥٥٤٣	٠,٩٥٦٣٧	٠,٩٥٧٢٨	٠,٩٥٨١٨	٠,٩٥٩٠٧	٠,٩٥٩٩٤	٠,٩٦٠٨٠	٠,٩٦١٦٤	٠,٩٦٢٤٦	٠,٩٦٣٢٧
١,٨	٠,٩٦٤٠٧	٠,٩٦٤٨٥	٠,٩٦٥٦٢	٠,٩٦٦٣٨	٠,٩٦٧١٢	٠,٩٦٧٨٤	٠,٩٦٨٥٦	٠,٩٦٩٢٦	٠,٩٦٩٩٥	٠,٩٧٠٦٢
١,٩	٠,٩٧١٢٨	٠,٩٧١٩٣	٠,٩٧٢٥٧	٠,٩٧٣٢٠	٠,٩٧٣٨١	٠,٩٧٤٤١	٠,٩٧٥٠٠	٠,٩٧٥٥٨	٠,٩٧٦١٥	٠,٩٧٦٧٠
٢,٠	٠,٩٧٧٢٥	٠,٩٧٧٧٨	٠,٩٧٨٣١	٠,٩٧٨٨٢	٠,٩٧٩٣٢	٠,٩٧٩٨٢	٠,٩٨٠٣٠	٠,٩٨٠٧٧	٠,٩٨١٢٤	٠,٩٨١٦٩
٢,١	٠,٩٨٢١٤	٠,٩٨٢٥٧	٠,٩٨٣٠٠	٠,٩٨٣٤١	٠,٩٨٣٨٢	٠,٩٨٤٢٢	٠,٩٨٤٦١	٠,٩٨٥٠٠	٠,٩٨٥٣٧	٠,٩٨٥٧٤
٢,٢	٠,٩٨٦١٠	٠,٩٨٦٤٥	٠,٩٨٦٧٩	٠,٩٨٧١٣	٠,٩٨٧٤٥	٠,٩٨٧٧٨	٠,٩٨٨٠٩	٠,٩٨٨٤٠	٠,٩٨٨٧٠	٠,٩٨٨٩٩
٢,٣	٠,٩٨٩٢٨	٠,٩٨٩٥٦	٠,٩٨٩٨٣	٠,٩٩٠١٠	٠,٩٩٠٣٦	٠,٩٩٠٦١	٠,٩٩٠٨٦	٠,٩٩١١١	٠,٩٩١٣٤	٠,٩٩١٥٨
٢,٤	٠,٩٩١٨٠	٠,٩٩٢٠٢	٠,٩٩٢٢٤	٠,٩٩٢٤٥	٠,٩٩٢٦٦	٠,٩٩٢٨٦	٠,٩٩٣٠٥	٠,٩٩٣٢٤	٠,٩٩٣٤٣	٠,٩٩٣٦١
٢,٥	٠,٩٩٣٧٩	٠,٩٩٣٩٦	٠,٩٩٤١٣	٠,٩٩٤٣٠	٠,٩٩٤٤٦	٠,٩٩٤٦١	٠,٩٩٤٧٧	٠,٩٩٤٩٢	٠,٩٩٥٠٦	٠,٩٩٥٢٠
٢,٦	٠,٩٩٥٣٤	٠,٩٩٥٤٧	٠,٩٩٥٦٠	٠,٩٩٥٧٣	٠,٩٩٥٨٥	٠,٩٩٥٩٨	٠,٩٩٦٠٩	٠,٩٩٦٢١	٠,٩٩٦٣٢	٠,٩٩٦٤٣
٢,٧	٠,٩٩٦٥٣	٠,٩٩٦٦٤	٠,٩٩٦٧٤	٠,٩٩٦٨٣	٠,٩٩٦٩٣	٠,٩٩٧٠٢	٠,٩٩٧١١	٠,٩٩٧٢٠	٠,٩٩٧٢٨	٠,٩٩٧٣٦
٢,٨	٠,٩٩٧٤٤	٠,٩٩٧٥٢	٠,٩٩٧٦٠	٠,٩٩٧٦٧	٠,٩٩٧٧٤	٠,٩٩٧٨١	٠,٩٩٧٨٨	٠,٩٩٧٩٥	٠,٩٩٨٠١	٠,٩٩٨٠٧
٢,٩	٠,٩٩٨١٣	٠,٩٩٨١٩	٠,٩٩٨٢٥	٠,٩٩٨٣١	٠,٩٩٨٣٦	٠,٩٩٨٤١	٠,٩٩٨٤٦	٠,٩٩٨٥١	٠,٩٩٨٥٦	٠,٩٩٨٦١
٣,٠	٠,٩٩٨٦٥	٠,٩٩٨٦٩	٠,٩٩٨٧٤	٠,٩٩٨٧٨	٠,٩٩٨٨٢	٠,٩٩٨٨٦	٠,٩٩٨٨٩	٠,٩٩٨٩٣	٠,٩٩٨٩٦	٠,٩٩٩٠٠
٣,١	٠,٩٩٩٠٣	٠,٩٩٩٠٦	٠,٩٩٩١٠	٠,٩٩٩١٣	٠,٩٩٩١٦	٠,٩٩٩١٨	٠,٩٩٩٢١	٠,٩٩٩٢٤	٠,٩٩٩٢٦	٠,٩٩٩٢٩
٣,٢	٠,٩٩٩٣١	٠,٩٩٩٣٤	٠,٩٩٩٣٦	٠,٩٩٩٣٨	٠,٩٩٩٤٠	٠,٩٩٩٤٢	٠,٩٩٩٤٤	٠,٩٩٩٤٦	٠,٩٩٩٤٨	٠,٩٩٩٥٠
٣,٣	٠,٩٩٩٥٢	٠,٩٩٩٥٣	٠,٩٩٩٥٥	٠,٩٩٩٥٧	٠,٩٩٩٥٨	٠,٩٩٩٦٠	٠,٩٩٩٦١	٠,٩٩٩٦٢	٠,٩٩٩٦٤	٠,٩٩٩٦٥
٣,٤	٠,٩٩٩٦٦	٠,٩٩٩٦٨	٠,٩٩٩٦٩	٠,٩٩٩٧٠	٠,٩٩٩٧١	٠,٩٩٩٧٢	٠,٩٩٩٧٣	٠,٩٩٩٧٤	٠,٩٩٩٧٥	٠,٩٩٩٧٦
٣,٥	٠,٩٩٩٧٧	٠,٩٩٩٧٨	٠,٩٩٩٧٨	٠,٩٩٩٧٩	٠,٩٩٩٨٠	٠,٩٩٩٨١	٠,٩٩٩٨١	٠,٩٩٩٨٢	٠,٩٩٩٨٣	٠,٩٩٩٨٣
٣,٦	٠,٩٩٩٨٤	٠,٩٩٩٨٥	٠,٩٩٩٨٥	٠,٩٩٩٨٦	٠,٩٩٩٨٦	٠,٩٩٩٨٧	٠,٩٩٩٨٧	٠,٩٩٩٨٨	٠,٩٩٩٨٨	٠,٩٩٩٨٩
٣,٧	٠,٩٩٩٨٩	٠,٩٩٩٩٠	٠,٩٩٩٩٠	٠,٩٩٩٩٠	٠,٩٩٩٩١	٠,٩٩٩٩١	٠,٩٩٩٩٢	٠,٩٩٩٩٢	٠,٩٩٩٩٢	٠,٩٩٩٩٢
٣,٨	٠,٩٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩٤	٠,٩٩٩٩٤	٠,٩٩٩٩٤	٠,٩٩٩٩٤	٠,٩٩٩٩٥	٠,٩٩٩٩٥	٠,٩٩٩٩٥
٣,٩	٠,٩٩٩٩٥	٠,٩٩٩٩٥	٠,٩٩٩٩٦	٠,٩٩٩٩٦	٠,٩٩٩٩٦	٠,٩٩٩٩٦	٠,٩٩٩٩٦	٠,٩٩٩٩٦	٠,٩٩٩٩٧	٠,٩٩٩٩٧

جدول (٤)

صفوة تعليمي الكويت



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (ز) لحساب قيم المساحات من اليسار

ز	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
-٣,٩	٠,٠٠٠٠٥	٠,٠٠٠٠٥	٠,٠٠٠٠٤	٠,٠٠٠٠٤	٠,٠٠٠٠٤	٠,٠٠٠٠٤	٠,٠٠٠٠٤	٠,٠٠٠٠٤	٠,٠٠٠٠٣	٠,٠٠٠٠٣
-٣,٨	٠,٠٠٠٠٧	٠,٠٠٠٠٧	٠,٠٠٠٠٧	٠,٠٠٠٠٦	٠,٠٠٠٠٦	٠,٠٠٠٠٦	٠,٠٠٠٠٦	٠,٠٠٠٠٥	٠,٠٠٠٠٥	٠,٠٠٠٠٥
-٣,٧	٠,٠٠٠١١	٠,٠٠٠١٠	٠,٠٠٠١٠	٠,٠٠٠١٠	٠,٠٠٠٠٩	٠,٠٠٠٠٩	٠,٠٠٠٠٨	٠,٠٠٠٠٨	٠,٠٠٠٠٨	٠,٠٠٠٠٨
-٣,٦	٠,٠٠٠١٦	٠,٠٠٠١٥	٠,٠٠٠١٥	٠,٠٠٠١٤	٠,٠٠٠١٤	٠,٠٠٠١٣	٠,٠٠٠١٣	٠,٠٠٠١٢	٠,٠٠٠١٢	٠,٠٠٠١١
-٣,٥	٠,٠٠٠٢٣	٠,٠٠٠٢٢	٠,٠٠٠٢٢	٠,٠٠٠٢١	٠,٠٠٠٢٠	٠,٠٠٠١٩	٠,٠٠٠١٩	٠,٠٠٠١٨	٠,٠٠٠١٧	٠,٠٠٠١٧
-٣,٤	٠,٠٠٠٣٤	٠,٠٠٠٣٢	٠,٠٠٠٣١	٠,٠٠٠٣٠	٠,٠٠٠٢٩	٠,٠٠٠٢٨	٠,٠٠٠٢٧	٠,٠٠٠٢٦	٠,٠٠٠٢٥	٠,٠٠٠٢٤
-٣,٣	٠,٠٠٠٤٨	٠,٠٠٠٤٧	٠,٠٠٠٤٥	٠,٠٠٠٤٣	٠,٠٠٠٤٢	٠,٠٠٠٤٠	٠,٠٠٠٣٩	٠,٠٠٠٣٨	٠,٠٠٠٣٦	٠,٠٠٠٣٥
-٣,٢	٠,٠٠٠٦٩	٠,٠٠٠٦٦	٠,٠٠٠٦٤	٠,٠٠٠٦٢	٠,٠٠٠٦٠	٠,٠٠٠٥٨	٠,٠٠٠٥٦	٠,٠٠٠٥٤	٠,٠٠٠٥٢	٠,٠٠٠٥٠
-٣,١	٠,٠٠٠٩٧	٠,٠٠٠٩٤	٠,٠٠٠٩٠	٠,٠٠٠٨٧	٠,٠٠٠٨٤	٠,٠٠٠٨٢	٠,٠٠٠٧٩	٠,٠٠٠٧٦	٠,٠٠٠٧٤	٠,٠٠٠٧١
-٣,٠	٠,٠٠١٣٥	٠,٠٠١٣١	٠,٠٠١٢٦	٠,٠٠١٢٢	٠,٠٠١١٨	٠,٠٠١١٤	٠,٠٠١١١	٠,٠٠١٠٧	٠,٠٠١٠٤	٠,٠٠١٠٠
-٢,٩	٠,٠٠١٨٧	٠,٠٠١٨١	٠,٠٠١٧٥	٠,٠٠١٦٩	٠,٠٠١٦٤	٠,٠٠١٥٩	٠,٠٠١٥٤	٠,٠٠١٤٩	٠,٠٠١٤٤	٠,٠٠١٣٩
-٢,٨	٠,٠٠٢٥٦	٠,٠٠٢٤٨	٠,٠٠٢٤٠	٠,٠٠٢٣٣	٠,٠٠٢٢٦	٠,٠٠٢١٩	٠,٠٠٢١٢	٠,٠٠٢٠٥	٠,٠٠١٩٩	٠,٠٠١٩٣
-٢,٧	٠,٠٠٣٤٧	٠,٠٠٣٣٦	٠,٠٠٣٢٦	٠,٠٠٣١٧	٠,٠٠٣٠٧	٠,٠٠٢٩٨	٠,٠٠٢٨٩	٠,٠٠٢٨٠	٠,٠٠٢٧٢	٠,٠٠٢٦٤
-٢,٦	٠,٠٠٤٦٦	٠,٠٠٤٥٣	٠,٠٠٤٤٠	٠,٠٠٤٢٧	٠,٠٠٤١٥	٠,٠٠٤٠٢	٠,٠٠٣٩١	٠,٠٠٣٧٩	٠,٠٠٣٦٨	٠,٠٠٣٥٧
-٢,٥	٠,٠٠٦٢١	٠,٠٠٦٠٤	٠,٠٠٥٨٧	٠,٠٠٥٧٠	٠,٠٠٥٥٤	٠,٠٠٥٣٩	٠,٠٠٥٢٣	٠,٠٠٥٠٨	٠,٠٠٤٩٤	٠,٠٠٤٨٠
-٢,٤	٠,٠٠٨٢٠	٠,٠٠٧٩٨	٠,٠٠٧٧٦	٠,٠٠٧٥٥	٠,٠٠٧٣٤	٠,٠٠٧١٤	٠,٠٠٦٩٥	٠,٠٠٦٧٦	٠,٠٠٦٥٧	٠,٠٠٦٣٩
-٢,٣	٠,٠١٠٧٢	٠,٠١٠٤٤	٠,٠١٠١٧	٠,٠٠٩٩٠	٠,٠٠٩٦٤	٠,٠٠٩٣٩	٠,٠٠٩١٤	٠,٠٠٨٨٩	٠,٠٠٨٦٦	٠,٠٠٨٤٢
-٢,٢	٠,٠١٣٩٠	٠,٠١٣٥٥	٠,٠١٣٢١	٠,٠١٢٨٧	٠,٠١٢٥٥	٠,٠١٢٢٢	٠,٠١١٩١	٠,٠١١٦٠	٠,٠١١٣٠	٠,٠١١٠١
-٢,١	٠,٠١٧٨٦	٠,٠١٧٤٣	٠,٠١٧٠٠	٠,٠١٦٥٩	٠,٠١٦١٨	٠,٠١٥٧٨	٠,٠١٥٣٩	٠,٠١٥٠٠	٠,٠١٤٦٣	٠,٠١٤٢٦
-٢,٠	٠,٠٢٢٧٥	٠,٠٢٢٢٢	٠,٠٢١٦٩	٠,٠٢١١٨	٠,٠٢٠٦٨	٠,٠٢٠١٨	٠,٠١٩٧٠	٠,٠١٩٢٣	٠,٠١٨٧٦	٠,٠١٨٣١
-١,٩	٠,٠٢٨٧٢	٠,٠٢٨٠٧	٠,٠٢٧٤٣	٠,٠٢٦٨٠	٠,٠٢٦١٩	٠,٠٢٥٥٩	٠,٠٢٥٠٠	٠,٠٢٤٤٢	٠,٠٢٣٨٥	٠,٠٢٣٣٠
-١,٨	٠,٠٣٥٩٣	٠,٠٣٥١٥	٠,٠٣٤٣٨	٠,٠٣٣٦٢	٠,٠٣٢٨٨	٠,٠٣٢١٦	٠,٠٣١٤٤	٠,٠٣٠٧٤	٠,٠٣٠٠٥	٠,٠٢٩٣٨
-١,٧	٠,٠٤٤٥٧	٠,٠٤٣٦٣	٠,٠٤٢٧٢	٠,٠٤١٨٢	٠,٠٤٠٩٣	٠,٠٤٠٠٦	٠,٠٣٩٢٠	٠,٠٣٨٣٦	٠,٠٣٧٥٤	٠,٠٣٦٧٣
-١,٦	٠,٠٥٤٨٠	٠,٠٥٣٧٠	٠,٠٥٢٦٢	٠,٠٥١٥٥	٠,٠٥٠٥٠	٠,٠٤٩٤٧	٠,٠٤٨٤٦	٠,٠٤٧٤٦	٠,٠٤٦٤٨	٠,٠٤٥٥١
-١,٥	٠,٠٦٦٨١	٠,٠٦٥٥٢	٠,٠٦٤٢٦	٠,٠٦٣٠١	٠,٠٦١٧٨	٠,٠٦٠٥٧	٠,٠٥٩٣٨	٠,٠٥٨٢١	٠,٠٥٧٠٥	٠,٠٥٥٩٢
-١,٤	٠,٠٨٠٧٦	٠,٠٧٩٢٧	٠,٠٧٧٨٠	٠,٠٧٦٣٦	٠,٠٧٤٩٣	٠,٠٧٣٥٣	٠,٠٧٢١٥	٠,٠٧٠٧٨	٠,٠٦٩٤٤	٠,٠٦٨١١
-١,٣	٠,٠٩٦٨٠	٠,٠٩٥١٠	٠,٠٩٣٤٢	٠,٠٩١٧٦	٠,٠٩٠١٢	٠,٠٨٨٥١	٠,٠٨٦٩١	٠,٠٨٥٣٤	٠,٠٨٣٧٩	٠,٠٨٢٢٦
-١,٢	٠,١١٥٠٧	٠,١١٣١٤	٠,١١١٢٣	٠,١٠٩٣٥	٠,١٠٧٤٩	٠,١٠٥٦٥	٠,١٠٣٨٣	٠,١٠٢٠٤	٠,١٠٠٢٧	٠,٠٩٨٥٣
-١,١	٠,١٣٥٦٧	٠,١٣٣٥٠	٠,١٣١٣٦	٠,١٢٩٢٤	٠,١٢٧١٤	٠,١٢٥٠٧	٠,١٢٣٠٢	٠,١٢١٠٠	٠,١١٩٠٠	٠,١١٧٠٢
-١,٠	٠,١٥٨٦٦	٠,١٥٦٢٥	٠,١٥٣٨٦	٠,١٥١٥١	٠,١٤٩١٧	٠,١٤٦٨٦	٠,١٤٤٥٧	٠,١٤٢٣١	٠,١٤٠٠٧	٠,١٣٧٨٦
-٠,٩	٠,١٨٤٠٦	٠,١٨١٤١	٠,١٧٨٧٩	٠,١٧٦١٩	٠,١٧٣٦١	٠,١٧١٠٦	٠,١٦٨٥٣	٠,١٦٦٠٢	٠,١٦٣٥٤	٠,١٦١٠٩
-٠,٨	٠,٢١١٨٦	٠,٢٠٨٩٧	٠,٢٠٦١١	٠,٢٠٣٢٧	٠,٢٠٠٤٥	٠,١٩٧٦٦	٠,١٩٤٨٩	٠,١٩٢١٥	٠,١٨٩٤٣	٠,١٨٦٧٣
-٠,٧	٠,٢٤١٩٦	٠,٢٣٨٨٥	٠,٢٣٥٧٦	٠,٢٣٢٧٠	٠,٢٢٩٦٥	٠,٢٢٦٦٣	٠,٢٢٣٦٣	٠,٢٢٠٦٥	٠,٢١٧٧٠	٠,٢١٤٧٦
-٠,٦	٠,٢٧٤٢٥	٠,٢٧٠٩٣	٠,٢٦٧٦٣	٠,٢٦٤٣٥	٠,٢٦١٠٩	٠,٢٥٧٨٥	٠,٢٥٤٦٣	٠,٢٥١٤٣	٠,٢٤٨٢٥	٠,٢٤٥١٠
-٠,٥	٠,٣٠٨٥٤	٠,٣٠٥٠٣	٠,٣٠١٥٣	٠,٢٩٨٠٦	٠,٢٩٤٦٠	٠,٢٩١١٦	٠,٢٨٧٧٤	٠,٢٨٤٣٤	٠,٢٨٠٩٦	٠,٢٧٧٦٠
-٠,٤	٠,٣٤٤٥٨	٠,٣٤٠٩٠	٠,٣٣٧٢٤	٠,٣٣٣٦٠	٠,٣٢٩٩٧	٠,٣٢٦٣٦	٠,٣٢٢٧٦	٠,٣١٩١٨	٠,٣١٥٦١	٠,٣١٢٠٧
-٠,٣	٠,٣٨٢٠٩	٠,٣٧٨٢٨	٠,٣٧٤٤٨	٠,٣٧٠٧٠	٠,٣٦٦٩٣	٠,٣٦٣١٧	٠,٣٥٩٤٢	٠,٣٥٥٦٩	٠,٣٥١٩٧	٠,٣٤٨٢٧
-٠,٢	٠,٤٢٠٧٤	٠,٤١٦٨٣	٠,٤١٢٩٤	٠,٤٠٩٠٥	٠,٤٠٥١٧	٠,٤٠١٢٩	٠,٣٩٧٤٣	٠,٣٩٣٥٨	٠,٣٨٩٧٤	٠,٣٨٥٩١
-٠,١	٠,٤٦٠١٧	٠,٤٥٦٢٠	٠,٤٥٢٢٤	٠,٤٤٨٢٨	٠,٤٤٤٣٣	٠,٤٤٠٣٨	٠,٤٣٦٤٤	٠,٤٣٢٥١	٠,٤٢٨٥٨	٠,٤٢٤٦٥
-٠,٠	٠,٥٠٠٠٠	٠,٤٩٦٠١	٠,٤٩٢٠٢	٠,٤٨٨٠٣	٠,٤٨٤٠٥	٠,٤٨٠٠٦	٠,٤٧٦٠٨	٠,٤٧٢١٠	٠,٤٦٨١٢	٠,٤٦٤١٤

جدول (٥)

الوحدة الخامسة

المتباينات والبرمجة الخطية

٥ – ١ المتباينات

(٥ – ١ – ٢) منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًّا

٥ – ٢ البرمجة الخطية

خواص التباين

إذا كانت س، ص، ع أعدادًا حقيقية وكان س < ص فإن:

١) س + ع < ص + ع ، ∀ س ، ص ، ع ∈ ح

٢) س ع < ص ع ، ∀ س ، ص ∈ ح ، ع > ٠

٣) س ع > ص ع ، ∀ س ، ص ∈ ح ، ع > ٠

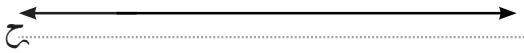
كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٥ رقم ١ :

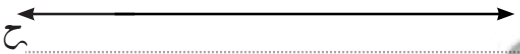
أوجد مجموعة حل المتباينات التالية ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد الحقيقيّة.

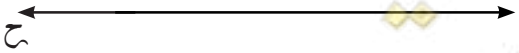
أ) ٧ + ٢س ≤ ٤

ب) -٤ < ٢س + ١ ≤ ٥

جـ) ٢ – س ≥ ٨







صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٧ رقم ٢ :

بيّن أيًّا من النقاط التالية: أ(١ ، -١)، ب(٢ ، ٠)، جـ(-١ ، ١) تحقق المتباينة: ٥س - ٢ص > ٧

عند إيجاد منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى بيانيًا في متغيرين سوف نحتاج إلى ما يسمى بخط الحدود وهو عبارة عن المستقيم أس + ب ص = جـ الذي يمكن استنتاجه من إحدى المتباينات السابقة.

وسنمثّل خط الحدود بمستقيم متصل في حالة أي من المتباينتين:

أس + ب ص ≥ جـ ، أس + ب ص ≤ جـ

ونمثّل خط الحدود بمستقيم متقطع في حالة أي من المتباينتين:

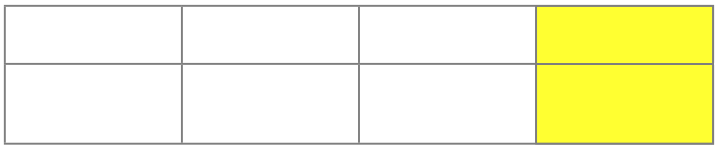
أس + ب ص > جـ ، أس + ب ص < جـ

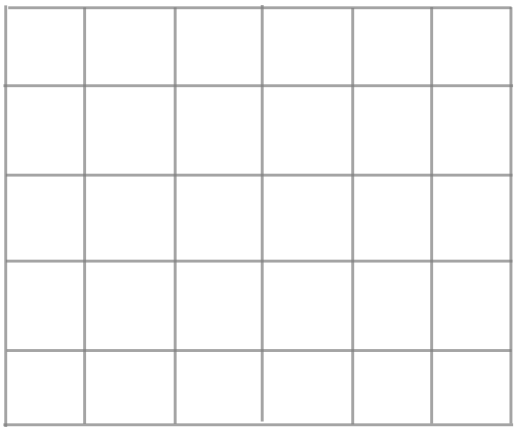
صفوة تعلم الكويت

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٨ رقم ٣ :

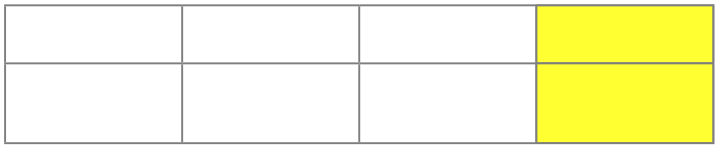
ارسم خط الحدود لكل من:

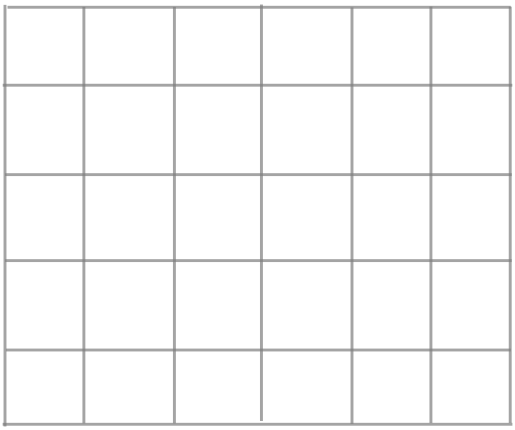
أ) س + ص > ٦





ب) ٥س + ٢ص ≥ ٢٠



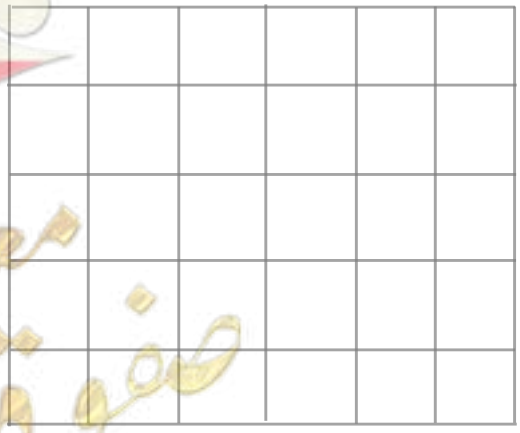


كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٩ رقم ٤ :

ارسم خط الحدود لكل من:

أ) ص > ٣

ب) س ≥ – ٤



خطوات إيجاد منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى بيانيًا

١ نرسم خط الحدود للمتباينة باستخدام الخط المتصل في حالة (≤ أو ≥) والخط المتقطع في حالة (< أو >).

٢ نقوم بتحديد المنطقة التي تمثل جانب منطقة حل المتباينة، ولتحديد هذا الجانب نختار أي نقطة من أحد جانبي خط الحدود ونعوض بها في المتباينة، إذا نتج عن ذلك عبارة صحيحة يكون هذا الجانب هو جانب منطقة الحل، لكن إذا نتج عن ذلك عبارة غير صحيحة يكون الجانب الآخر هو جانب منطقة الحل.

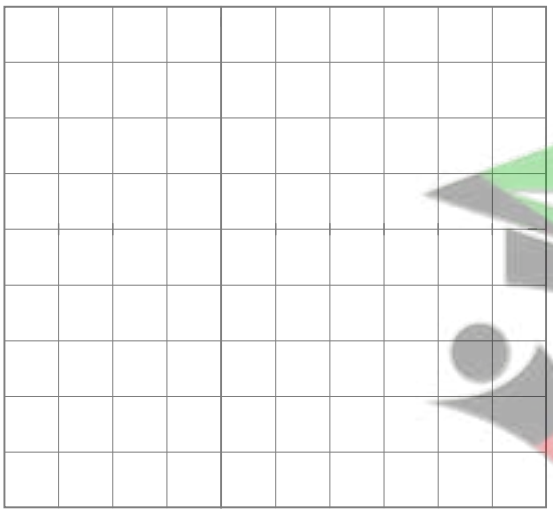
٣ في حالة (≤ أو ≥) تتكوّن منطقة الحل من جميع النقاط الواقعة على خط الحدود بالإضافة إلى جميع النقاط الواقعة إلى جانب منطقة الحل.

وفي حالة (< أو >) تتكوّن منطقة الحل من جميع النقاط الواقعة على جانب منطقة الحل.

٤ نظلّل المنطقة التي تمثّل منطقة حل المتباينة.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٠ رقم ٥ :

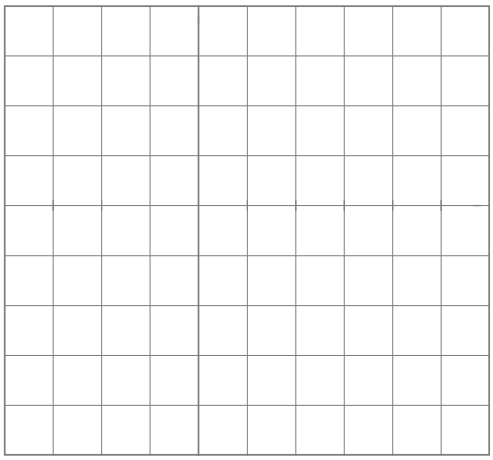
مثّل بيانيًا منطقة الحل للمتباينة: $٤س + ص \geq ٨$



صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧١ رقم ٦ :

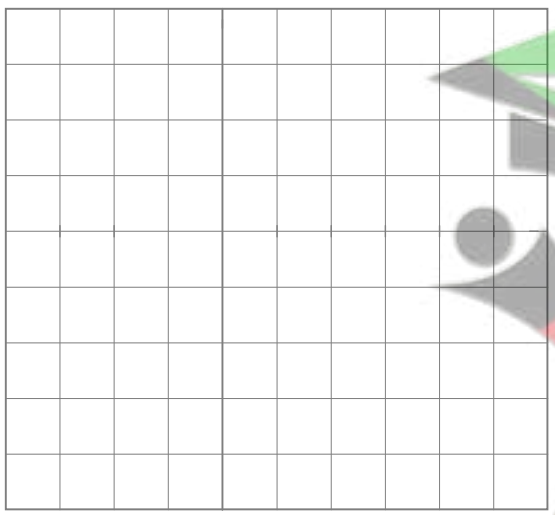
مثّل بيانيًا منطقة الحل للمتباينة: $-٢س + ص > ٤$



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٣ رقم ٨ :

مثّل بيانيًا منطقة الحل المشترك للمتباينتين: $س - ٢ص > ٢$

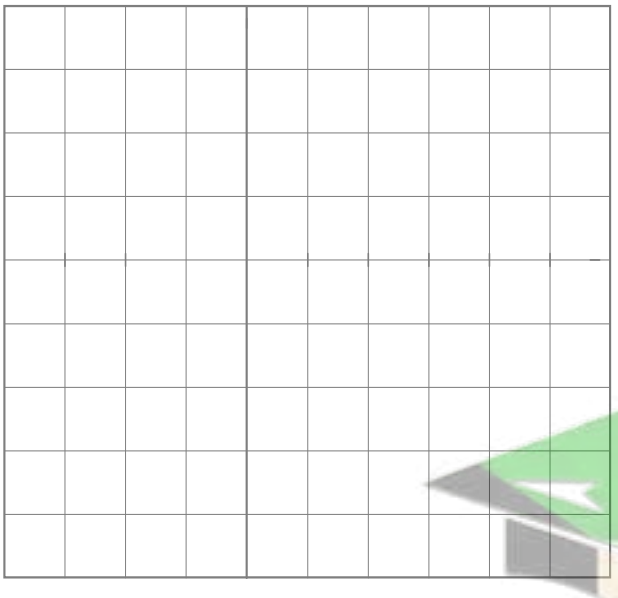
$٢س + ٣ص \geq ٦$



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٤ رقم ٩ :

مثّل بيانيًا منطقة الحل المشترك للمتباينتين: س + ٢ص ≥ ٤

ص ≤ –س – ١



تعريف: البرمجة الخطية

هي طريقة لإيجاد القيمة الصغرى أو القيمة العظمى لدالة ما تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية. وذلك بعد تمثيل نظام المتباينات بيانيًا.

ونلاحظ أن القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة ذات الصلة تكون غالبًا عند أحد رؤوس منطقة الحل.

ويمكن تمثيل المشاكل من حياتنا اليومية على شكل علاقات خطية متعددة.

تقود هذه العلاقات الخطية إلى ما يسمى **بالبرمجة الخطية** التي تعطي حلًّا للمشكلة.

أساسيات البرمجة الخطية

تشترك كل مسائل البرمجة الخطية في العناصر التالية الأساسية :

١ **متغيرات القرار:** هي المتغيرات التي يجب إيجاد قيمها لاتخاذ القرار.

٢ **دالة الهدف:** هي الدالة الخطية التي يرغب متخذ القرار في تعظيمها أو تصغيرها.
(أي إيجاد أكبر قيمة لها أو أصغر قيمة لها) للحصول على أكبر قيمة للأرباح أو أصغر قيمة للتكلفة.

٣ **القيود (الشروط):** هي مجموعة المتباينات أو المعادلات الواجب تحقيقها من قبل متخذ القرار.

خطوات إيجاد الحل الأمثل في البرمجة الخطية

١ تحديد المتغيرات.
٢ كتابة نظام المتباينات الخطية الذي يمثل المسألة.
٣ تمثيل نظام المتباينات بيانيًّا.
٤ إيجاد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.
٥ كتابة دالة الهدف هـ (الدالة الخطية) التي نريد إيجاد قيمتها الصغرى أو العظمى.
٦ التعويض بإحداثيات الرؤوس في الدالة.
٧ اختيار القيمة العظمى أو القيمة الصغرى وفقًا لما هو مطلوب في المسألة.

صفوة علمي الكويت

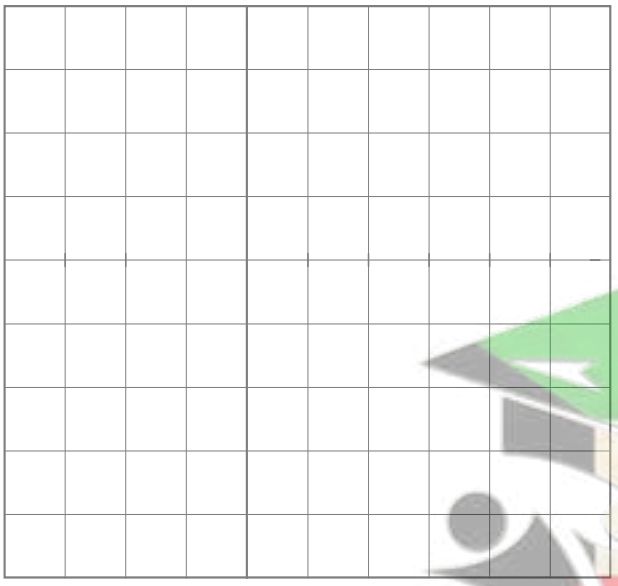
كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٨١ رقم ١ :

أوجد بيانيًّا مجموعة حل المتباينات التالية:

س ≤ ٠ ، ص ≤ ٠ ، س + ٢ص ≥ ٦ ، ٣س + ٢ص ≥ ١٢

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن حيث

هـ = ٦ س + ٤ ص.



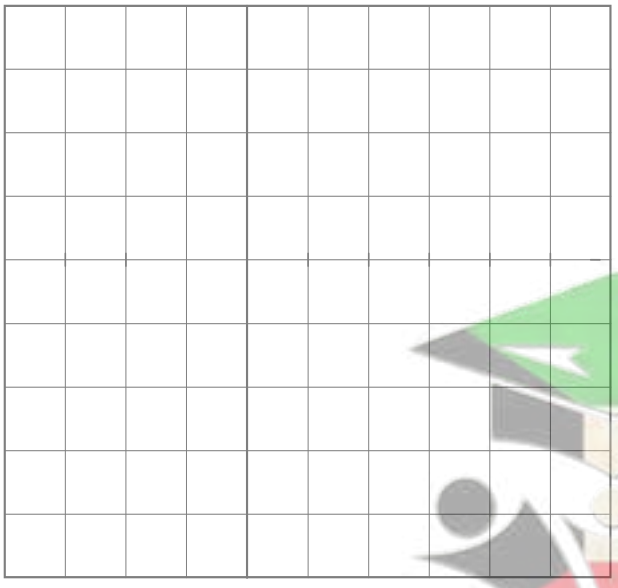
صفوة معلمي الكويت

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٨٢ رقم ٢ :

أوجد بيانيًّا مجموعة حل المتباينات التالية:

س ≤ ٠ ، ص ≤ ٠ ، س + ٢ص ≥ ١١ ، ٣ س + ٢ ص ≥ ١٢

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أصغر ما يمكن حيث هـ = ٤س + ص.



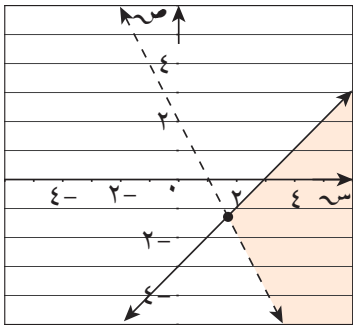
تمارين موضوعية

في التمارين (١-٥)، عبارات ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) المنطقة المظللة في الشكل تمثّل الحل المشترك للمتباينتين:

$$\left.\begin{array}{l} ٢س + ص > ٢ \\ س - ص > ٣ \end{array}\right\}$$

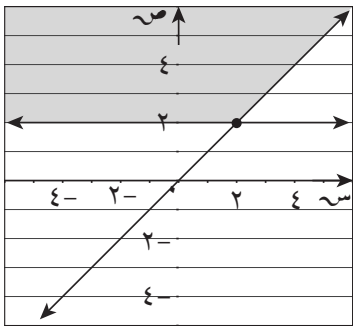
(أ) (ب)



(٣) المنطقة المظللة في الشكل تمثّل الحل المشترك للمتباينتين:

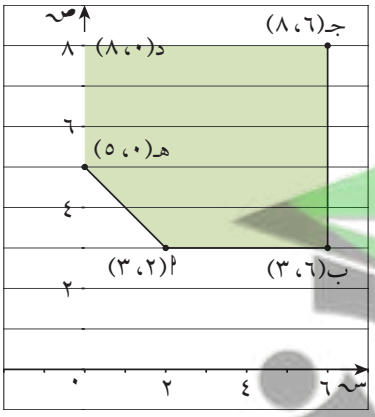
$$\left.\begin{array}{l} ص \leq ٢ \\ ص \leq س \end{array}\right\}$$

(أ) (ب)



(٤) قيم س، ص التي تجعل دالة الهدف هـ = ٥س + ١٠ص أصغر ما يمكن هي (٢، ٣)

(أ) (ب)

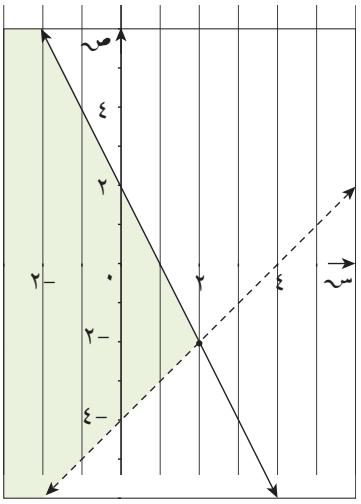


صفوة معلمي الكويت

تمارين موضوعية

في التمارين (٦-١١)، لكل تمرين أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح. ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

(٦) المنطقة المظللة من الشكل تمثّل الحل المشترك للمتباينتين



(أ) $\begin{cases} ص > -٢س + ٢ \\ ص \leq س - ٤ \end{cases}$

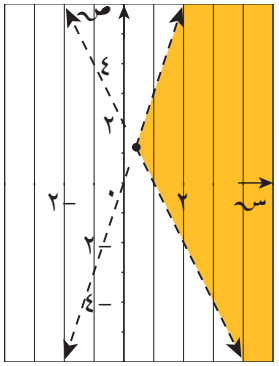
(ب) $\begin{cases} ص \leq -٢س + ٢ \\ ص \geq س - ٤ \end{cases}$

(جـ) $\begin{cases} ص \leq -٢س + ٢ \\ ص > س - ٤ \end{cases}$

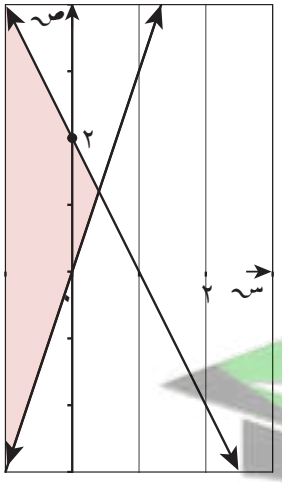
(د) $\begin{cases} ص \geq -٢س + ٢ \\ ص < س - ٤ \end{cases}$

(٧) الرسم البياني الذي يمثّل نظام المتباينات $\begin{cases} ص \leq -٢س + ٢ \\ ص \geq ٣س \end{cases}$ هو:

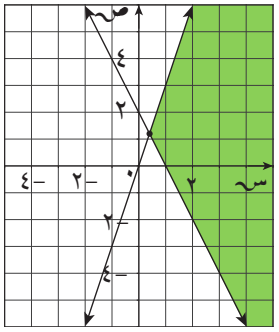
(أ)



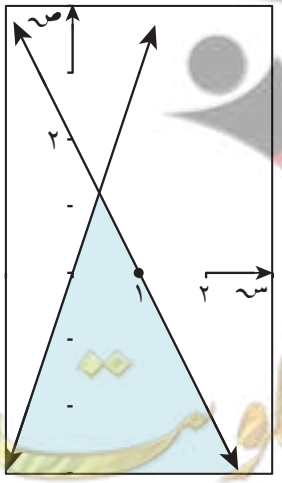
(ب)



(جـ)



(د)



صفوة معلمي الكويت

تمارين موضوعية

(٨) أي زوج من النقاط التالية هو ضمن مجموعة حل النظام التالي:

$$\left.\begin{array}{l} ص > ٥س - ١ \\ ص \leq ٧ - ٣س \end{array}\right\}$$

(أ) (-٥، ١)　(ب) (٢، -٣)　(جـ) (٤، ٤)　(د) (١، ٦)

(٩) إذا كانت رؤوس منطقة الحل هي (٠، ٠)، (٣، ٠)، $\left(\frac{٣}{٢}، \frac{٧}{٢}\right)$، (٠، ٣) لدالة الهدف هـ = ٦س + ٨ص فإن القيمة العظمى لها هي:

(أ) ٣٧　(ب) ٢٤

(جـ) ٤٧　(د) ٣٠

صفوة معلمي الكويت