UULA

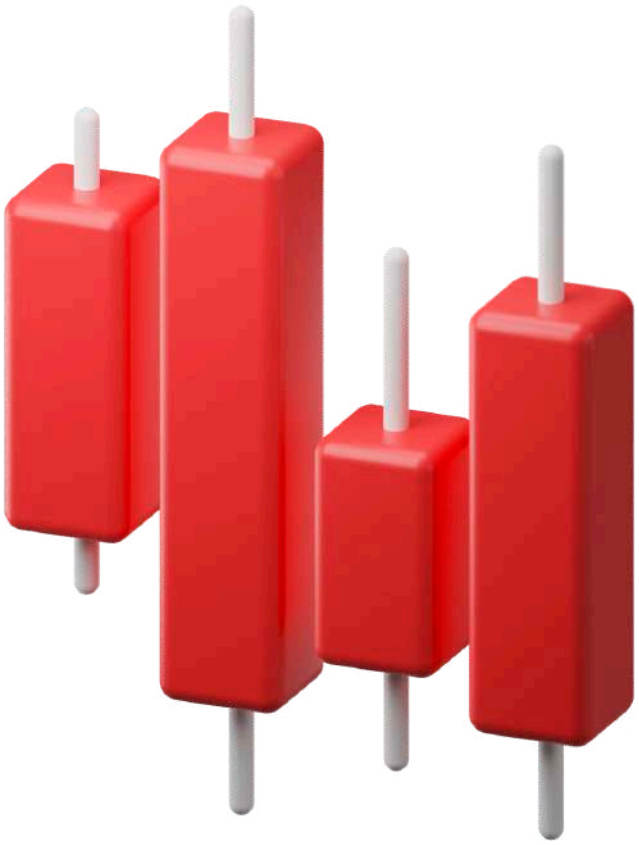
الإحصاء

الكورس الثاني ✦ 2025 – 2026

12

UULA.COM

UULA



الإحصاء

الكورس الثاني ✦ 2025 – 2026

12

UULA.COM

حقق هدفك الدراسي

ريح بالك وارفع مستوى دراستك مع المذكرة الشاملة والفيديوهات
اللي تشرحها والاختبارات اللي تدربك في منصة علا

دروس يشرحها أقوى معلمي الكويت

فيديوهات مبسطة قصيرة تشرح لك كل شيء خطوة بخطوة

تفوق في القصير والفاينل مع نماذج اختبارات سابقة

نماذج اختبارات سابقة مشروحة بالكامل تجهزك لاختباراتك

نخبة المعلمين يجاوبونك بأسرع وقت

ما فهمت؟ تواصل مع أقوى المعلمين واحصل على شرح لسؤالك

اكتشف عالم التفوق مع منصة علا

لتشترك بالمادة وتستمتع بالشرح المميز صور
أو اضغط على رمز QR

المعلق

هذه المذكرة تغطي المادة كاملة.

في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنكم مسح رمز QR للتأكد من المقرر.

المنقذ

أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ موجود!

صور الQR بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت تستخدم المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو يشرح لك.

قائمة المحتوى

01 **المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)**

المتغيرات العشوائية المتقطعة 1
التوقع والتباين لمتغير عشوائي متقطع 5
دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي متقطع 8
توزيع ذات الحدّين 10
التمارين الموضوعية 13

02 **المتغيرات العشوائية المتصلة**

المتغيرات العشوائية المتصلة 18
التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل 23
التوزيع الاحتمالي الطبيعي 25
التمارين الموضوعية 28

03 **المتباينات والبرمجة الخطية**

المتباينات 31
البرمجة الخطية 36
التمارين الموضوعية 39

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

المتغيرات العشوائية المتقطعة

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، ليكن المتغير العشوائي س يعبر عن عدد الكتابات.
أوجد ما يلي: فضاء العينة ف ، مدى المتغير العشوائي س، نوع المتغير العشوائي س

ف = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

مدى المتغير العشوائي س = {٠، ١، ٢}

نوع المتغير العشوائي س متقطع

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص)	٠
(ص،ك)	١
(ك،ص)	١
(ك،ك)	٢

من تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية وليكن المتغير العشوائي س يعبّر عن عدد الصور.
أوجد ما يلي: فضاء العينة ف ، مدى المتغير العشوائي س ، نوع المتغير العشوائي س.

ف = {(ص،ص،ص)، (ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)، (ص،ك،ك)، (ك،ص،ك)، (ك،ك،ص)، (ك،ك،ك)}

مدى المتغير العشوائي س = {٠، ١، ٢، ٣}

نوع المتغير العشوائي س متقطع

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص،ص)	٣
(ص،ص،ك)	٢
(ص،ك،ص)	٢
(ك،ص،ص)	٢
(ك،ك،ص)	١
(ك،ص،ك)	١
(ص،ك،ك)	١
(ك،ك،ك)	٠

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات التالية وحدّد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا:

- المتغير العشوائي س الذي يمثل عدد الكتابات.

ف = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

مدى المتغير العشوائي س = {٠، ١، ٢}

نوع المتغير العشوائي س متقطع

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص)	٠
(ص،ك)	١
(ك،ص)	١
(ك،ك)	٢

- المتغير العشوائي ص الذي يمثل مكعب عدد الكتابات.

ف = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

مدى المتغير العشوائي = {٠، ١، ٨}

نوع المتغير العشوائي متقطع

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص)	$٠ = ٣(٠)$
(ص،ك)	$١ = ٣(١)$
(ك،ص)	$١ = ٣(١)$
(ك،ك)	$٨ = ٣(٢)$

حقوق تعليمي الكويت

- مدى المتغير العشوائي ع الذي يمثل عدد الكتابات مطروحًا منه ٢.

ف = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

مدى المتغير العشوائي = {−٢ ، −١ ، ٠}

نوع المتغير العشوائي متقطع

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص)	٠ − ٢ = −٢
(ص،ك)	١ − ٢ = −١
(ك،ص)	١ − ٢ = −١
(ك،ك)	٢ − ٢ = ٠

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع سـ :

إذا كان سـ متغيرا عشوائيا متقطعا مداه {س١ ، س٢ ، س٣ ، ...}
فإن دالة التوزيع الاحتمالي د تُعرّف كالتالي:
د(سر) = احتمال (سـ = سر) = ل(سـ = سر) ، لكل ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ....
ويمكن تمثيلها بالجدول التالي:

سـر	سـ١	سـ٢	...
د(سـر)	د(سـ١)	د(سـ٢)	...

عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين وبفرض أن المتغير العشوائي سـ يعبر عن "عدد الكتابات". أوجد دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ

ف = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص)	٠
(ص،ك)	١
(ك،ص)	١
(ك،ك)	٢

مدى المتغير العشوائي سـ = {٠، ١، ٢}

د(٠) = ل(سـ = ٠) = $\frac{١}{٤}$

د(١) = ل(سـ = ١) = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{١}{٤}$

∴ دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ

سـ	٠	١	٢
د(سـ)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

صفوة معلمي الكويت

عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي س~ يعبر عن "عدد الكتابات". فأوجد ما يلي:

- فضاء العينة ف.
- مدى المتغير العشوائي س~
- احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي س~
- دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~

ف = {(ص،ص،ص)، (ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)، (ك،ك،ص)، (ك،ص،ك)، (ص،ك،ك)، (ك،ك،ك)}

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص،ص)	٠
(ص،ص،ك)	١
(ص،ك،ص)	١
(ك،ص،ص)	١
(ك،ك،ص)	٢
(ك،ص،ك)	٢
(ص،ك،ك)	٢
(ك،ك،ك)	٣

مدى المتغير العشوائي س~ = {٠، ١، ٢، ٣}

نوع المتغير العشوائي س~ متقطع

$د(٠) = ل(س~ = ٠) = \frac{١}{٨}$

$د(١) = ل(س~ = ١) = \frac{٣}{٨}$

$د(٢) = ل(س~ = ٢) = \frac{٣}{٨}$

$د(٣) = ل(س~ = ٣) = \frac{١}{٨}$

∴ دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س~ :

س~	٠	١	٢	٣
د(س~)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

ملاحظة مهمة

- دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع

$س_ر$	$س_١$	$س_٢$	...
$د(س_ر)$	$د(س_١)$	$د(س_٢)$	...

تحقق الشرطين:

- $٠ \leq د(س) \leq ١$
- مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي د تساوي الواحد الصحيح ، أي أن $د(س_١) + د(س_٢) + د(س_٣) + ... = ١$

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:

س	٤	٣	٢	١	٠
د (س)	ك	٠,٢	٠,١	٠,١٥	٠,٣٥

- فأوجد قيمة ك.

مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي=١ بالتالي:

ك+٠,٢+٠,١+٠,١٥+٠,٣٥=١

ك+٠,٨=١

ك=١−٠,٨=٠,٢

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:

س	٢-	١	٢	٣
د (س)	٠،٣	٠،١	ك	٠،٢

- فأوجد قيمة ك.

مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي=١

٠,٣+٠,١+ك+٠,٢=١

ك+٠,٦=١

ك=١−٠,٦=٠,٤

إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه هو: {٣،٢،١،٠} وكان د (٠)= ٠,١ ، د (١)= ٠,٦ ، د (٢)= ٠,١٥ فأوجد د(٣) ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي.

بفرض: د(٣) =ك

٠,١+٠,٦+٠,١٥+ك=١

ك=١−٠,٨٥=٠,١٥

∴دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

س	٠	١	٢	٣
د (س)	٠,١	٠,٦	٠,١٥	٠,١٥

صفوة معلمي الكويت

التوقع والتباين لمتغير عشوائي متقطع

التوقع: $\mu = \sum س_ر \, د(س_ر)$

Q إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س هي:

س	٠	١	٢
د (س)	$\frac{٤}{٩}$	$\frac{٤}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

فأوجد التوقع μ للمتغير العشوائي

$\mu = \sum س \, د(س)$

$= ٠ \times \frac{٤}{٩} + ١ \times \frac{٤}{٩} + ٢ \times \frac{١}{٩} = \frac{٢}{٣}$

Q عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، إذا كان المتغير العشوائي س يعبر عن عدد الصور، فأوجد:

- فضاء العينة ف.
- مدى المتغير العشوائي س
- احتمال كل عنصر
- دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س
- التوقع μ للمتغير العشوائي س

ف = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص)	٢
(ص،ك)	١
(ك،ص)	١
(ك،ك)	٠

المدى = {٠، ١، ٢}

$د(٠) = ل(س = ٠) = \frac{١}{٤}$

$د(١) = ل(س = ١) = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

$د(٢) = ل(س = ٢) = \frac{١}{٤}$

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س:

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

التوقع: $\mu = \sum س \, د(س)$

$= ٠ \times \frac{١}{٤} + ١ \times \frac{١}{٢} + ٢ \times \frac{١}{٤}$

$= ١$

صفوة معلمي الكويت

Q إذا كان فضاء العينة لأربع أسر لديها طفلان كالتالي: ف= {(ولد، ولد) ، (ولد، بنت) ، (بنت، ولد) ، (بنت، بنت)} فأوجد: مدى المتغير العشوائي المتقطع سـ الذي يعبر عن عدد الأولاد.

عناصر ف	عناصر المدى
(ولد،ولد)	٢
(ولد،بنت)	١
(بنت،ولد)	١
(بنت،بنت)	٠

المدى = {٠، ١، ٢}

- احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ

$$د(٠) = ل(سـ = ٠) = \frac{١}{٤}$$

$$د(١) = ل(سـ = ١) = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$$

$$د(٢) = ل(سـ = ٢) = \frac{١}{٤}$$

- دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ

س	٠	١	٢
د (س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

- التوقع μ للمتغير العشوائي

$$\mu = \sum سـ \, د(سـ) = ٠ \times \frac{١}{٤} + ١ \times \frac{١}{٢} + ٢ \times \frac{١}{٤} = ١$$

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

التوقع $(\mu) = \sum س_ر \, د(س_ر)$

التباين $(\sigma^2) = \sum س_ر^2 \, د(س_ر) - \mu^2$

الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{\text{التباين}}$

Q الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س

س	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,١

أوجد: التوقع μ ، التباين σ^2، الانحراف المعياري σ

التوقع $(\mu) = \sum س \, د(س)$

$= ٠,١ \times ٢ + ٠,٣ \times ٣ + ٠,٥ \times ٤ + ٠,١ \times ٥$

$= ٣,٦$

التباين $(\sigma^2) = \sum س^2 \, د(س) - \mu^2$

$= ٠,١ \times ٢^2 + ٠,٣ \times ٣^2 + ٠,٥ \times ٤^2 + ٠,١ \times ٥^2 - (٣,٦)^2$

$= ٠,٦٤$

الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{٠,٦٤} = ٠,٨$

Q يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٢	٠,١	٠,٣	٠,١	٠,٣

أوجد: التوقع μ ، التباين σ^2، الانحراف المعياري σ

التوقع $(\mu) = \sum س \, د(س)$

$= ٠,٢ \times ١ + ٠,١ \times ٢ + ٠,٣ \times ٣ + ٠,١ \times ٤ + ٠,٣ \times ٥$

$= ٣,٢$

التباين $(\sigma^2) = \sum س^2 \, د(س) - \mu^2$

$= ٠,٢ \times ١^2 + ٠,١ \times ٢^2 + ٠,٣ \times ٣^2 + ٠,١ \times ٤^2 + ٠,٣ \times ٥^2 - (٣,٢)^2$

$= ٢,١٦$

الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{٢,١٦} \approx ١,٤٧$

صفوة معلمي الكويت

دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي متقطع

دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير الشوائي المتقطع عند القيمة أ

هي احتمال وقوع المتغير العشوائي س بحيث يكون س أصغر من أو يساوي أ أي أن:

$$ت(أ) = ل(س \leq أ)$$

Q الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٤٣	٠,٢٩	٠,١٧	٠,٠٩	٠,٠٢

- أوجد: ت(١) ، ت(٣,٥) ، ت(٤) ، ت(٥)

$ت(١) = ل(س \leq ١) = د(١) = ٠,٤٣$

$ت(٣,٥) = ل(س \leq ٣,٥) = د(١) + د(٢) + د(٣)$

$= ٠,٤٣ + ٠,٢٩ + ٠,١٧ = ٠,٨٩$

$ت(٤) = ل(س \leq ٤) = د(١) + د(٢) + د(٣) + د(٤)$

$= ٠,٤٣ + ٠,٢٩ + ٠,١٧ + ٠,٠٩ = ٠,٩٨$

$ت(٥) = ل(س \leq ٥) = ١$

Q الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س

س	٣	٤	٥
د (س)	٠,٥	٠,٣	٠,٢

- أوجد: ت(٢) ، ت(٣) ، ت(٤) ، ت(٤,٥) ، ت(٥) ، ت(٧)

حيث ت دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي س

$ت(٢) = ل(س \leq ٢) =$ صفرا

$ت(٣) = ل(س \leq ٣) = د(٣) = ٠,٥$

$ت(٤) = ل(س \leq ٤) = د(٣) + د(٤) = ٠,٥ + ٠,٣ = ٠,٨$

$ت(٤,٥) = ل(س \leq ٤,٥) = د(٣) + د(٤) = ٠,٥ + ٠,٣ = ٠,٨$

$ت(٥) = ل(س \leq ٥) = د(٣) + د(٤) + د(٥) = ١$

$ت(٧) = ١$

صفوة معلمي الكويت

بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي سـ

$ل(أ < سـ \leq ب) = ت(ب) - ت(أ)$

$ل(سـ > أ) = ١ - ل(سـ \leq أ)$

$= ١ - ت(أ)$

Q الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ

س	١	٢	٣	٥
ت (س)	٠,١٥	٠,٢	٠,٦	١

أوجد:

- $ل(١ < سـ \leq ٣)$
- $ل(٢ < سـ \leq ٥)$
- $ل(سـ < ٢)$

$ل(١ < سـ \leq ٣) = ت(٣) - ت(١) = ٠,٦ - ٠,١٥ = ٠,٤٥$

$ل(٢ < سـ \leq ٥) = ت(٥) - ت(٢) = ١ - ٠,٢ = ٠,٨$

$ل(سـ < ٢) = ١ - ت(٢) = ١ - ٠,٢ = ٠,٨$

Q الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ

س	١	٢	٣	٤
ت (س)	٠,٢٥	٠,٤٠	٠,٦٥	١

أوجد:

- $ل(٤ < سـ \leq ٥)$
- $ل(سـ < ٣)$

$ل(٤ < سـ \leq ٥) = ت(٥) - ت(٤) = ١ - ١ =$ صفر

$ل(سـ < ٣) = ١ - ت(٣) = ١ - ٠,٦٥ = ٠,٣٥$

صفوة معلمي الكويت

توزيع ذات الحدّين

تجربة ذات الحدين

تجربة ذات الحدين هي تجربة عشوائية تحقق الشروط التالية:

- تتكوّن التجربة من عدد ن من المحاولات المستقلة والمتماثلة
(المحاولات المستقلة تعني أن نتيجة كل محاولة لا تؤثر ولا تتأثر بنتائج المحاولات الأخرى).
- كل محاولة يكون لها ناتجان فقط (نجاح أو فشل).
- احتمال الحصول على أحد الناتجين يكون ثابتًا من تجربة إلى أخرى. وسوف نرمز لهذا الاحتمال بالرمز ل.
وتسمي كل محاولة من محاولات التجربة بمحاولة برنولي Bernoulli.

توزيع ذات الحدين $ل(سـ = س) = د(س) = ن_س \, ل^{س} \, (١ - ل)^{ن - س}$ ، $ن \in ص^{+}$ ، $سـ$

الاسم	متغير
عدد المحاولات	ن
مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي	$سـ = \{٠، ١، ٢، \ldots، ن\}$
عدد مرات النجاح من ن في المحاولات	س
احتمال النجاح	ل
احتمال الفشل	$(١ - ل)$

يسمى توزيع المتغير العشوائي سـ بتوزيع ذات الحدين للمعلمتين ل، ن.

Q إذا كان سـ متغيراً عشوائياً ذا حدين ومعلمتاه هما: ن = ٨ ، ل = ٠,٢ . فأوجد: $ل(سـ = ٢)$ ، $ل(٢ \leq سـ < ٤)$

$د(س) = ن_س \, ل^{س} \, (١ - ل)^{ن - س}$

$ل(سـ = ٢) = د(٢) = ن_٢ \times (٠,٢)^{٢} \times (١ - ٠,٢)^{٨ - ٢} \approx ٠,٢٩٤$

$ل(٢ \leq سـ < ٤) = د(٢) + د(٣)$

$د(٢) = ن_٢ \, (٠,٢)^{٢} \, (١ - ٠,٢)^{٨ - ٢} \approx ٠,٢٩٤$

$د(٣) = ن_٣ \, (٠,٢)^{٣} \, (١ - ٠,٢)^{٨ - ٣} \approx ٠,١٤٧$

$\therefore ل(٢ \leq سـ < ٤) = ٠,٢٩٤ + ٠,١٤٧ = ٠,٤٤١$

صفوة معلمي الكويت

● في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات متتالية، احسب احتمال ظهور صورة ٥ مرات.

$ل = \frac{١}{٢}$ ، $ن = ٨$

$د(س) = {}_{ن}ق_{س} \, ل^{س} (١ - ل)^{ن-س}$

$د(٥) = {}_{٨}ق_{٥} \, (٠,٥)^{٥} (١ - ٠,٥)^{٨-٥} \approx ٠,٢١٩$

● في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ١٠ مرات متتالية، احسب احتمال ظهور كتابة ٥ مرات.

$ل = \frac{١}{٢}$ ، $ن = ١٠$

$د(س) = {}_{ن}ق_{س} \, ل^{س} (١ - ل)^{ن-س}$

$د(٥) = {}_{١٠}ق_{٥} \, (٠,٥)^{٥} (١ - ٠,٥)^{١٠-٥} \approx ٠,٢٤٦$

صفوة معلمي الكويت

التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدّين

التوقع $= \mu =$ ن ل

التباين $= \sigma^{٢} =$ ن ل $(١ - $ ل$)$

الانحراف المعياري $= \sigma$

ينتج مصنع سيارات ٣٥٠ سيارة يومياً، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة ٠,٠٢ فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

التوقع $= \mu =$ ن ل $= ٣٥٠ \times ٠,٠٢ = ٧$

التباين $= \sigma^{٢} =$ ن ل $(١ -$ ل$) = ٣٥٠ \times ٠,٠٢ \times (١ - ٠,٠٢) = ٦,٨٦$

الانحراف المعياري $= \sigma = \sqrt{٦,٨٦} \approx ٢,٦٢$

في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي هو ظهور صورة.

ن $= ٨$ ، ل $= \frac{١}{٢}$

التوقع $= \mu =$ ن ل $= ٨ \times \frac{١}{٢} = ٤$

التباين $= \sigma^{٢} =$ ن ل $(١ -$ ل$) = ٨ \times \frac{١}{٢} \times \left(١ - \frac{١}{٢}\right) = ٢$

الانحراف المعياري $= \sigma = \sqrt{٢} \approx ١,٤١٤$

٧٠ ٪ من زبائن مطعم ما أفادوا بأن الطعام قد أعجبهم وسيقصدونه مرة أخرى. من بين ١٠٠ زبون، أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري.

ن $= ١٠٠$ ، ل $= \frac{٧٠}{١٠٠} = ٠,٧$

التوقع $= \mu =$ ن ل $= ١٠٠ \times ٠,٧ = ٧٠$

التباين $= \sigma^{٢} =$ ن ل $(١ -$ ل$) = ١٠٠ \times ٠,٧ \times (١ - ٠,٧) = ٢١$

الانحراف المعياري $= \sigma = \sqrt{٢١} \approx ٤,٥٨٣$

صفوة معلمي الكويت

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. التوقع هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة. (أ) (ب)

٢. التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع. (أ) (ب)

٣. دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة ا هي احتمال وقوع المتغير العشوائي س بحيث يكون س أصغر من أو يساوي ا . (أ) (ب)

٤. التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير س : (أ) (ب)

س	٠	١	٢	٣
د(س)	٠,١	٠,٠٥	٠,٤	٠,٤

٥. قيمة ك التي تجعل التوقع μ للمتغير العشوائي س يساوي ١ لدالة التوزيع الاحتمالي د هي صفرا. (أ) (ب)

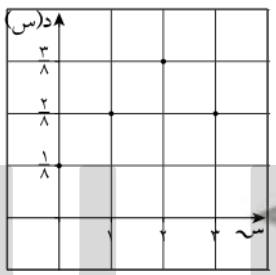
س	٢	١	صفرا
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	ك

٦. لدالة توزيع تراكمي ت للمتغير العشوائي س يكون: ل(ا < س ≤ ب) = ت(ب) − ت(ا) (أ) (ب)

٧. لدالة توزيع تراكمي ت للمتغير العشوائي س يكون: ل(س > ا) = ١ − ت(ا) (أ) (ب)

٨. بيان دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س حيث (أ) (ب)

س	٠	١	٢	٣
د(س)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٢}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٢}{٨}$



٩. مدرسة فيها عدد الطلبة ٣٠٠ طالب فإذا كانت نسبة النجاح ٠,٦ فإن التوقع لعدد الطلبة الناجحين هو ١٥٠ طالبا . (أ) (ب)

١٠. عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات على التوالي فإن ن(ف) = ٦ (أ) (ب)

١١. من تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين معاً مرة واحدة فإن احتمال ظهور عددين مجموعهما ٨ هو $\frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

صفوة معلمي الكويت

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

١٢. إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ هي:

س	-١	٠	١	٢
د(س)	٠,٢	ك	٠,٤	٠,٢

أ) ٠,٣ ب) ٠,٤ ج) صفرا د) ٠,٢

١٣. إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ هي:

س	١	٢	٣
د(س)	ك	ك٢	ك٢

فإن قيمة ك تساوي:

أ) ٠,٥ ب) ٠,٢ ج) ١ د) ٠,٤

في التمارين التالية استخدم الجدول التالي:

س	٠	١	٢	٣
د(س)	٠,٢	٠,٤	٠,١	٠,٣

حيث د هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع سـ هي:

١٤. ت (-١)

أ) ٠,٢ ب) ٠,٦ ج) ٠,٤ د) صفرا

١٥. ت (٥ ، ١)

أ) ٠,٤ ب) ٠,٢ ج) صفرا د) ٠,٦

١٦. ت (٤)

أ) ٠,٢ ب) ٠,١ ج) ٠,٤ د) ١

صفوة معلمي الكويت

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

١٧. إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً دالة توزيع الاحتمالي د هي:

س	٠	١	٢
د(س)	٠,٢٥	٠,٥٠	٠,٢٥

فإن التوقع له يساوي:

أ) ١ ب) ١,٢٥ ج) ١,٥ د) ٠,٥

١٨. إذا كان سمتغيراً عشوائياً متقطعاً لدالة التوزيع الاحتمالي د، وكان التوقع= ٠,٥ ، $\sum$ س^{٢} × د(س) = ٤,٢٥
فإن الانحراف المعياري هو:

أ) ٤ ب) ٢ ج) ٣,٧٥ د) ١

١٩. إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي سمعطاة في الجدول التالي:

س	٢	٣	٤
ت(س)	٠,١	٠,٣	ك

فإن قيمة ك تساوي:

أ) ٠,٥ ب) ١ ج) ٠,٤ د) ٠,٦

٢٠. إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي س معطاة في الجدول التالي:

س	٠	١	٢	٣
ت(س)	٠,١	٠,٣	٠,٧	١

فإن قيمة د(٢) تساوي:

أ) ٠,٧ ب) ٠,٣ ج) ٠,٧ د) ١

٢١. ثلاث بطاقات متماثلة مرقمة ١، ٢، ٣ سحبت عشوائياً بطاقتان الواحدة تلو الأخرى مع الإرجاع وكان المتغير العشوائي (هو مجموع العددين على البطاقتين) فإن مدى هو:

أ) {١، ٢، ٣} ب) {١، ٢، ٣، ٤، ٥}
ج) { ٢، ٣، ٤، ٥} د) { ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

٢٢. في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، احتمال ظهور واحدة على الأقل هو:

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) ١

صفوة معلمي الكويت

٢٣. إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س هي:

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٣}$	$\frac{٥}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي المتقطع س يساوي:

أ) ١ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٧}{٩}$ د) صفرا

٢٤. عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين $\sigma^{٢}$ للمتغير العشوائي س(ظهور صورة) يساوي:

أ) ٢ ب) ١ ج) $\frac{١}{٢}$ د) ٤

٢٥. إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً يأخذ القيم -١، ١، ١,٥ وكان ل(س = −١) = ٠,٦ ، ل(س = ١) = ٠,٣ فإن ل(س > ٠) =

أ) ٠,٦ ب) ٠,٩ ج) ٠,٤ د) ٠,٧

٢٦. إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً يأخذ القيم ٢، ٣، ٤ وكان ل(س = ٢) = ٠,٢ ، ل(س = ٣) = ٠,٧ فإن ل(س = ٤) =

أ) ٠,٣ ب) ٠,٢ ج) ٠,٧ د) ليس أياً مما سبق

٢٧. أسرة تضم ٨ أطفال، إذا كان احتمال أن يكون أي طفل ذكر هو ٠,٥ فإن:
احتمال أن يكون بينهم ٣ ذكور فقط هو:

أ) ٠,٢١٣ ب) ٠,٢٧٣ ج) ٠,٣٦٣ د) ٠,٢١٩

٢٨. أسرة تضم ٨ أطفال، إذا كان احتمال أن يكون أي طفل ذكر هو ٠,٥ فإن:
احتمال أن يكون عدد الإناث يساوي عدد الذكور هو:

أ) ٠,٢١٣ ب) ٠,٢٧٣ ج) ٠,٣٦٣ د) ٠,٢١٩

٢٩. ينتج مصنع سيارات ٢٠٠ سيارة في الشهر. إذا كانت نسبة السيارات المعيبة ٠,٠٢ فإن التوقع لعدد السيارات المعيبة المنتجة في الشهر يساوي:

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٢٠ د) ٤٠

صفوة معلمي الكويت

٣٠. التوزيع الذي يمثل (توزيع احتمالي لمتغير عشوائي س) هو:

أ

س	٠	١	٣
د(س)	٠,١١	٠,٣٢	٠,٣

ب

س	٢	٤	٦	٨
د(س)	٠,٤	٠,٥	٠,١	٠,٠١

ج

س	١	٢	٣
د(س)	٠,٤	٠,٥	٠,١

د

س	١	٢	٣
د(س)	٠,٤	٠,٥	٠,٢

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	13	١٤	١٥
الإجابة	ب	ب	أ	ب	ب	أ	ب	أ	ب	ب	ب	د	ب	د	د

السؤال	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
الإجابة	د	أ	ب	ب	ج	د	ج	ج	ب	ج	د	د	ب	ب	ج

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

المتغيرات العشوائية المتصلة

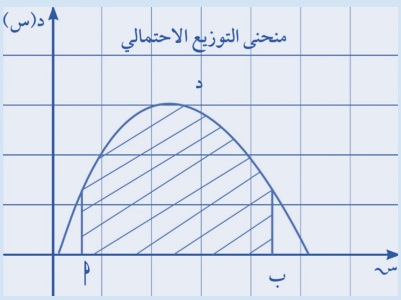
المتغير العشوائي المتصل

هو المتغير الذي تكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة من الأعداد الحقيقية أي أن مدى المتغير العشوائي المتصل سـ = {س : ا ≤ س ≤ ب} وهي مجموعة غير قابلة للعد.

حدّد إذا ما كانت المتغيّرات التالية هي متغيّرات عشوائية متصلة أو متغيّرات عشوائية متقطعة:

- عدد الأهداف في مباراة كرة القدم متقطعة
- الحرارة القصوى في منطقة معيّنة. متصلة
- طول الطلاب في الصف الثاني عشر في مدرستك. متصلة
- عدد الأخطاء في صفحة كتاب ما. متقطعة

خواص دالة كثافة الاحتمال د(س)



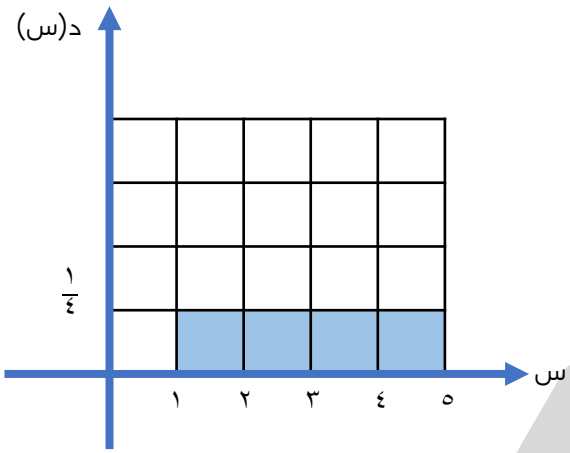
- د(س) هي دالة متصلة على مجالها.
- د(س) ≥ ٠ لكل قيم س التي تنتمي لمجال الدالة.
- قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة د(س) ومحور السينات تساوي الوحد الصحيح.
- يمكن إيجاد الاحتمال ل(ا ≤ سـ ≤ ب) بحساب المساحة تحت المنحنى
- تنعدم المساحة المظللة في الشكل السابق إذا كان ا = ب أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن ل(سـ = ا) = صفرا

صفوة معلمي الكويت

Q إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٤} & \text{عندما } ١ \leq س \leq ٥ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:



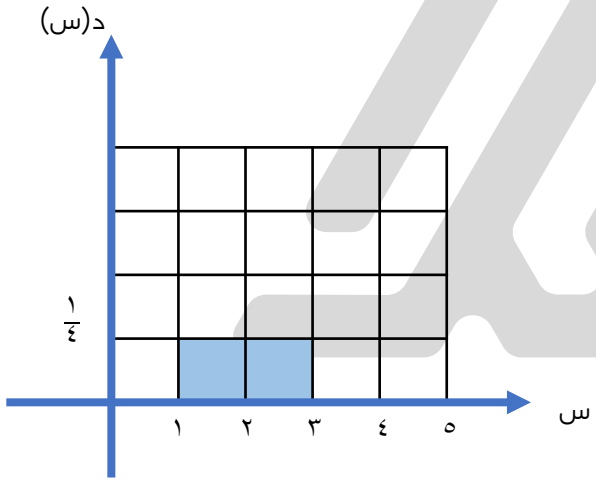
- ل(١ < س ≤ ٥)

ل(١ < سـ ≤ ٥) = العرض × الطول

$= \frac{١}{٤} \times ٤$

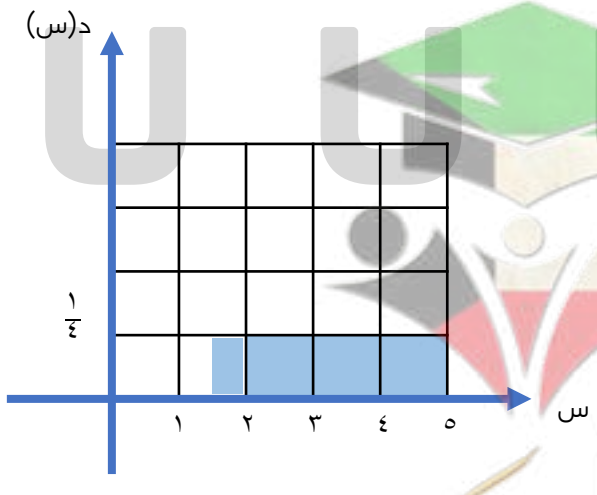
$= ١$

- ل(س < ٣)



ل(سـ < ٣) $= \frac{١}{٤} \times ٢ = \frac{١}{٢}$

- ل(س ≤ ١,٥)



ل(سـ ≤ ١,٥) $= \frac{١}{٤} \times ٣,٥ = \frac{٧}{٨}$

- ل(س = ٢) = صفرا

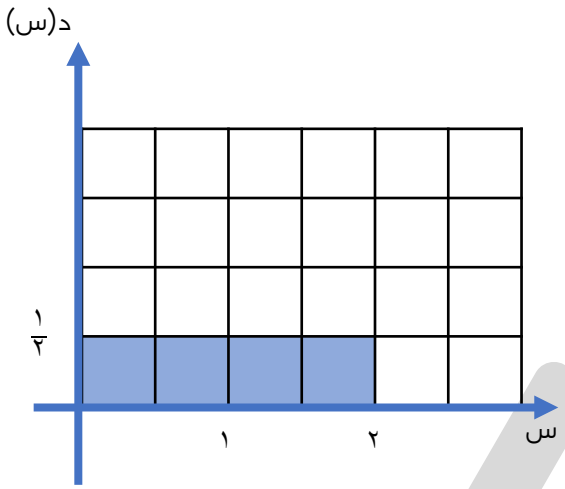
صفوة معلمي الكويت

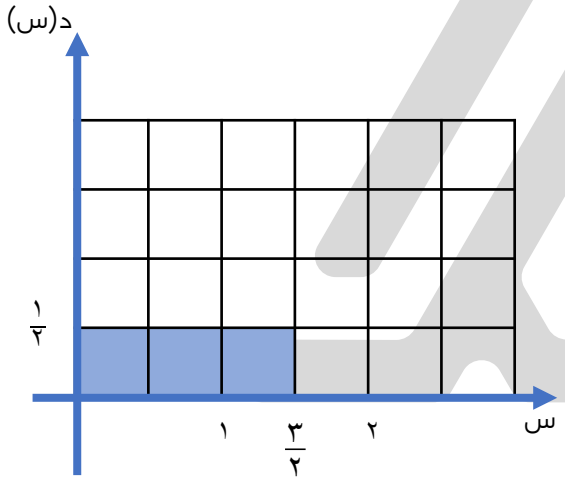
Q إذا كان سـ متغيراً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٢} & \text{عندما } ٠ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

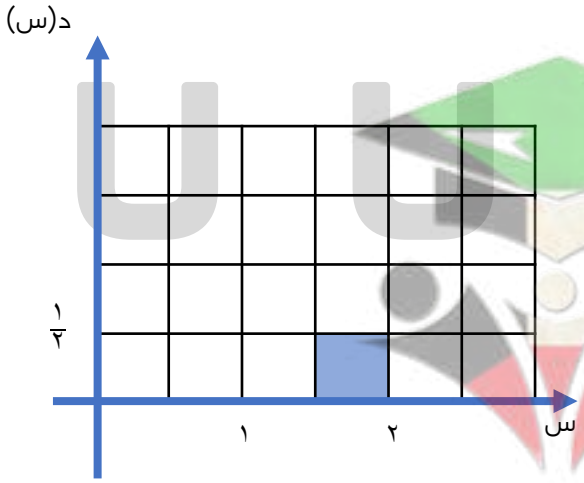
- $ل(سـ \geq \frac{٣}{٢})$
- $ل(سـ \leq \frac{٣}{٢})$





$$ل(سـ \geq \frac{٣}{٢})$$

$$ل(سـ \geq \frac{٣}{٢}) = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٣}{٤}$$



$$ل(سـ \leq \frac{٣}{٢})$$

$$ل(سـ \leq \frac{٣}{٢}) = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}$$

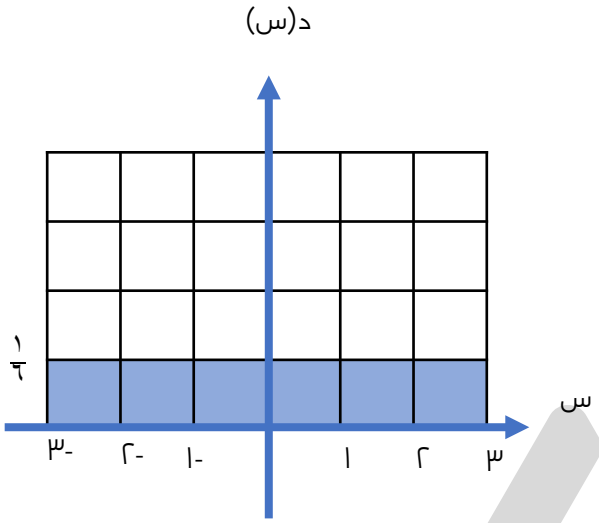
صفوة معلمي الكويت

Q إذا كان سـ متغيراً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٦} & \text{عندما } -٣ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

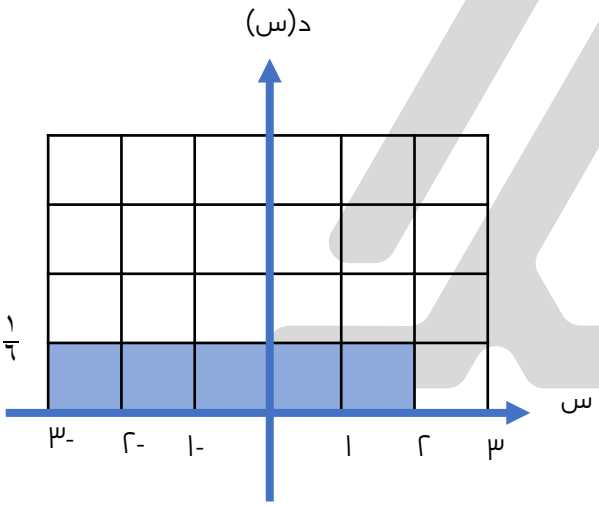
أوجد:

- ل(سـ < ٢)
- ل(−١ < سـ < ١)
- ل(سـ = صفرا)



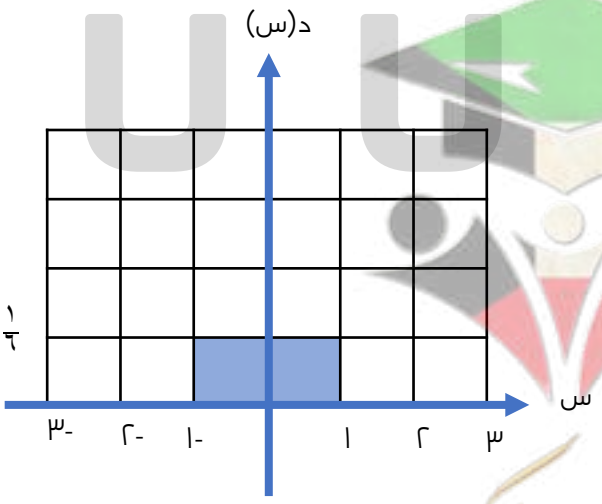
ل(سـ < ٢)

$$ل(سـ < ٢) = \frac{١}{٦} \times ٥ = \frac{٥}{٦}$$



ل(−١ < سـ < ١)

$$ل(-١ < سـ < ١) = \frac{١}{٦} \times ٢ = \frac{١}{٣}$$



ل(سـ = صفرا) = صفرا

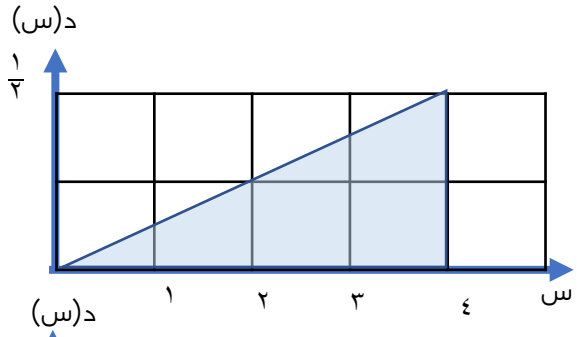
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

إذا كان سـ متغيراً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٨} سـ & \text{عندما } ٠ \leq س \leq ٤ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

- ل(٠ ≤ سـ ≤ ٤)
- ل(سـ ≥ ٢)
- ل(سـ < ٢)



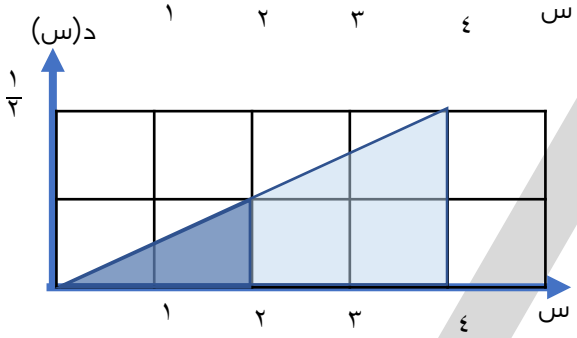
ل(٠ ≤ سـ ≤ ٤) = $\frac{١}{٢}$ القاعدة x الارتفاع

$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times \frac{١}{٨} \times (٤)$

$= ١$

ل(سـ ≥ ٢) $= \frac{١}{٢} \times ٢ \times \frac{١}{٨} \times (٢) = \frac{١}{٤}$

ل(سـ < ٢) $= ١ - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$

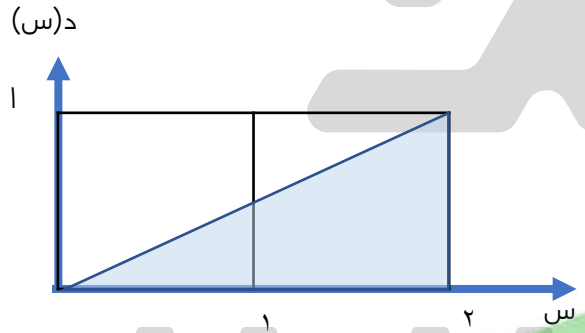


إذا كان سـ متغيراً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٢} سـ & \text{عندما } ٠ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

- ل(سـ > ١)
- ل(سـ ≤ ١)
- ل(سـ = ١)



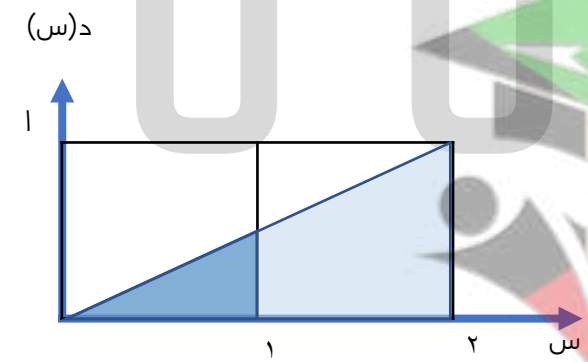
ل(سـ > ١) $= \frac{١}{٢} \times ١ \times \frac{١}{٢} \times (١)$

$= \frac{١}{٤}$

ل(سـ ≤ ١) $= ١ - \frac{١}{٤}$

$= \frac{٣}{٤}$

ل(سـ = ١) = صفرا



صفوة معلمي الكويت

التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل

يعرّف التوزيع الاحتمالي المنتظم على [أ،ب] بأنه توزيع احتمالي دالة كثافة الاحتمال له

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{ب-أ} & : \quad أ \le س \le ب \\ \text{صفرا} & : \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

- التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\mu = \frac{أ+ب}{٢}$
- التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\sigma^{٢} = \frac{(ب-أ)^{٢}}{١٢}$

Q لتكن الدالة:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٥} & -٢ \le س \le ٣ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

- أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال.

مساحة المستطيل $= (٣ - (-٢)) \times \frac{١}{٥} = ١$

∴ الدالة هي دالة كثافة احتمال.

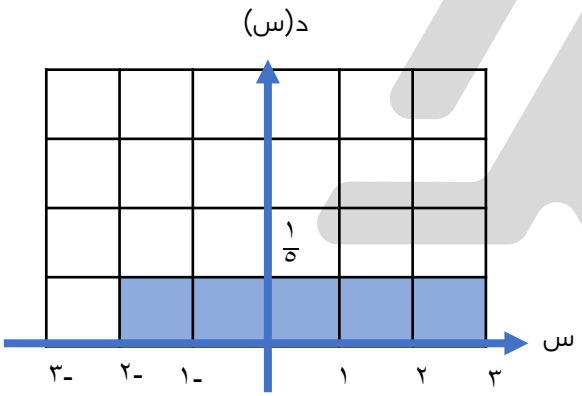
- أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{ب-أ} & : \quad أ \le س \le ب \\ \text{صفرا} & : \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$أ = -٢ \quad ب = ٣$

$$= \begin{cases} \frac{١}{٣-(-٢)} = \frac{١}{٥} & : \quad -٢ \le س \le ٣ \\ \text{صفرا} & : \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

∴ الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.



- أوجد $ل(-١ < س \le ٢) = \frac{١}{٥} \times ٣ = \frac{٣}{٥}$
- أوجد التوقع والتباين للدالة د.

التوقع $\mu = \frac{أ+ب}{٢} = \frac{٣+(-٢)}{٢} = \frac{١}{٢}$

التباين $\sigma^{٢} = \frac{(ب-أ)^{٢}}{١٢} = \frac{(٣-(-٢))^{٢}}{١٢} = \frac{٢٥}{١٢}$

صفوة معلمي الكويت

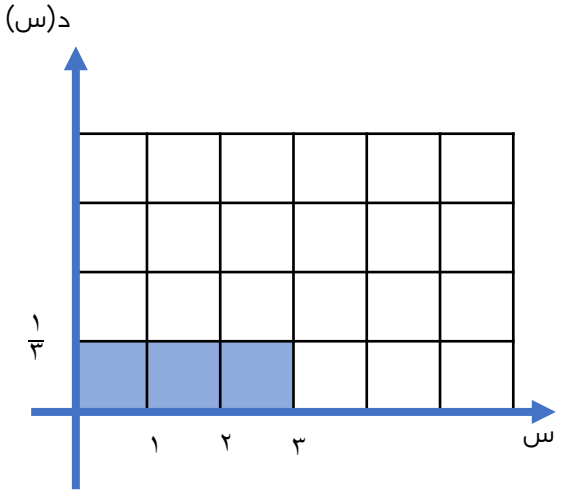
Q لتكن الدالة:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٣} & ٠ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمال.

مساحة المستطيل $= ٣ \times \frac{١}{٣} = ١$

∴ الدالة هي دالة كثافة.



- أوجد $ل(١ \leq س \leq ٢) = \frac{١}{٣} \times ١ = \frac{١}{٣}$

- أوجد التوقع والتباين.

التوقع $= \mu = \frac{ا + ب}{٢} = \frac{٣ + ٠}{٢} = ١,٥$

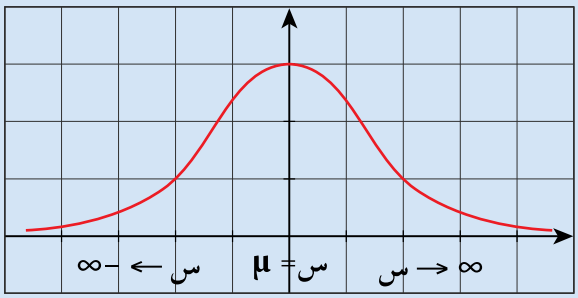
التباين $= \sigma^{٢} = \frac{(ب - ا)^{٢}}{١٢} = \frac{(٠ - ٣)^{٢}}{١٢} = \frac{٣}{٤}$

صفوة معلمي الكويت

التوزيع الاحتمالي الطبيعي

التوزيع الاحتمالي الطبيعي ط$(\mu ، \sigma^2)$

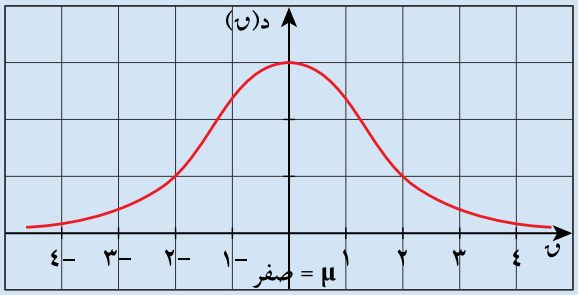
- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكوم بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره (س=μ)
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى +∞ و إلى -∞ (لا يقطع محور السينات).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).
- المستقيم الرأسي س = μ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قطعتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصفًا (نصف وحدة مساحة).



منحنى التوزيع الطبيعي ط(μ ، σ^2)

التوزيع الطبيعي المعياري ط(٠ ، ١)

- إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي μ = صفرا والانحراف المعياري σ =١ يسمى التوزيع الطبيعي بالتوزيع الطبيعي المعياري.



منحنى التوزيع الطبيعي ط(μ ، σ^2)

Q إذا كان ه هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي س فأوجد:

- ل(ه ≥ ٢,١٨)

= ٠,٩٨٥٣٧

- ل(ه ≤ ٢,٤٣)

= ١ − ل(ن ≥ ٢,٤٣)
= ١ − ٠,٩٩٢٤٥
= ٠,٠٠٧٥٥

- ل(١,٤ ≤ ه ≤ ٢,٦)

= ل(ن ≥ ٢,٦) − ل(ن ≥ ١,٤)
= ٠,٩٩٥٣٤ − ٠,٩١٩٢٤
= ٠,٠٧٦١

- ل(ه ≥ ٠,٩٥)

= ٠,٨٢٨٩٤

- ل(ه < ٠,٧١)

= ١ − ل(ن ≥ ٠,٧١)
= ١ − ٠,٧٦١١٥
= ٠,٢٣٨٨٥

- ل(١,٤٥ ≤ ه ≤ ٣,٢٦)

= ل(ن ≥ ٣,٢٦) − ل(ن ≥ ١,٤٥)
= ٠,٩٩٩٤٤ − ٠,٩٢٦٤٧
= ٠,٠٧٢٩٧

صفوة معلمي الكويت

Q إذا كان ن هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي س فأوجد:

- ل(ن ≥ −٠,٥٥)

= ٠,٢٩١١٦

- ل(−٢,٢ ≤ ن ≤ −١,٦)

= ل(ن ≥ −١,٦) − ل(ن ≥ −٢,٢)

= ٠,٠٥٤٨٠ − ٠,٠١٣٩٠

= ٠,٠٤٠٩

- ل(−١,٣ ≤ ن ≤ ٠,٢٨)

ل(−١,٣ ≤ ن ≤ ٠,٢٨)

= ل(ن ≥ ٠,٢٨) − ل(ن ≥ −١,٣)

= ٠,٦١٠٢٦ − ٠,٠٩٦٨٠

= ٠,٥١٣٤٦

- ل(ن ≥ −٠,١٢)

= ل(ن ≥ −٠,١٢) = ٠,٤٥٢٢٤

- ل(ن ≤ ٠,٢٥)

ل(ن ≤ ٠,٢٥) = ١ − ل(ن ≥ ٠,٢٥)

= ١ − ٠,٥٩٨٧١ = ٠,٤٠١٢٩

- ل(−٣,٢ ≤ ن ≤ −٠,١)

= ل(ن ≥ −٠,١) − ل(ن ≥ −٣,٢)

= ٠,٤٦٠١٧ − ٠,٠٠٠٦٩

= ٠,٤٥٩٤٨

- ل(−٥,٢٦ ≤ ن ≤ ٠,٦٩)

= ل(ن ≤ ٠,٦٩) − ل(ن ≥ −٥,٢٦)

= ٠,٧٥٤٩٠ − ٠

= ٠,٧٥٤٩٠

صفوة معلمي الكويت

Q المتغير س يمثل درجات الطلاب في مادة ما وهو يتبع التوزيع الطبيعي وتوقعه $\mu = ١٦$ وتباينه $\sigma^{٢} = ١٦$. أوجد:

- ل(١٤ < س < ١٨)

$\sigma = \sqrt{١٦} = ٤$

$ن = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$ن_{١} = \frac{١٤ - ١٦}{٤} = -٠,٥$

$ن_{٢} = \frac{١٨ - ١٦}{٤} = ٠,٥$

ل(١٤ < س < ١٨) = ل(-٠,٥ < ن < ٠,٥)

= ل(ن < ٠,٥) - ل(ن < -٠,٥)

= ٠,٦٩١٤٦ - ٠,٣٠٨٥٤

= ٠,٣٨٢٩٢

- ل(١١ < س < ١٣)

$\sigma = \sqrt{١٦} = ٤$

$ن = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$ن_{١} = \frac{١١ - ١٦}{٤} = -١,٢٥$

$ن_{٢} = \frac{١٣ - ١٦}{٤} = -٠,٧٥$

ل(١١ < س < ١٣) = ل(-١,٢٥ < ن < -٠,٧٥)

= ل(ن < -٠,٧٥) - ل(ن < -١,٢٥)

= ٠,٢٢٦٦٣ - ٠,١٠٥٦٥

= ٠,١٢٠٩٨

Q يمثل المتغير العشوائي س الزمن الذي يستغرقه أحد الطلاب للوصول إلى المدرسة، وهو متغير يتبع التوزيع الطبيعي توقعه ١٦ دقيقة وتباينه ٤، احسب احتمال أنه في يوم ما يستغرقه الطالب للوصول إلى المدرسة.

- أقل من ٢١ دقيقة.

$\mu = ١٦$

$\sigma = \sqrt{٤} = ٢$

$ن = \frac{س - \mu}{\sigma} = \frac{٢١ - ١٦}{٢} = ٢,٥$

∴ ل(س < ٢١) = ل(ن < ٢,٥)

= ٠,٩٩٣٧٩

- أكثر من ١٢دقيقة وأقل من ٢١ دقيقة

$ن_{١} = \frac{١٢ - ١٦}{٢} = -٢$

$ن_{٢} = \frac{٢١ - ١٦}{٢} = ٢,٥$

∴ ل(١٢ < س < ٢١) = ل(-٢ < ن < ٢,٥)

= ل(ن < ٢,٥) - ل(ن < -٢)

= ٠,٩٩٣٧٩ - ٠,٠٢٢٧٥

= ٠,٩٧١٠٤

صفوة معلمي الكويت

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل. (أ) (ب)

٢. إذا كانت الدالة د معرفة كالتالي:

$$د(س) = \begin{cases} ٢ : ٠ \leq س \leq ١ \\ \text{صفرا} : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن الدالة د هي دالة كثافة احتمال. (أ) (ب)

٣. إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} ٢ : ٠ \leq س \leq \frac{١}{٢} \\ \text{صفرا} : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل(سـ ≤ ٢) = ١ (أ) (ب)

٤. إذا كانت الدالة د هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرفة كما يلي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٣} : ٠ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفرا} : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن التباين للدالة د هو $\sigma^٢ = \frac{٣}{٤}$ (أ) (ب)

٥. من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول س = μ (أ) (ب)

٦. المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد. (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٧. إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متصلاً، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢}س : ٠ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفرا} : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل(س = ١) =

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) صفرا (ج) ١ (د) ليس أياً مما سبق

صفوة معلمي الكويت

٨. إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٥} س : -٢ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفرا : فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل(س ≥ −٢,٥) =

أ) صفرا ب) ١ ج) $\frac{١}{٥}$ د) $\frac{١}{١٠}$

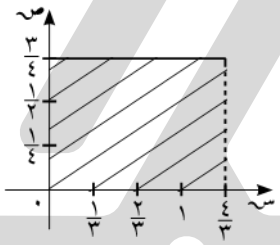
٩. إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} ٢س : ٠ \leq س \leq ١ \\ \text{صفرا : فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن $ل\left(س > \frac{١}{٢}\right) =$

أ) ١ ب) $\frac{٣}{٤}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{١}{٢}$

١٠. الدالة التي تعبر عن الرسم البياني التالي هي:



أ) $د(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٤} : ٠ > س > \frac{٣}{٤} \\ \text{صفرا : فيما عدا ذلك} \end{cases}$

ب) $د(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٤} : ٠ > س > \frac{٤}{٣} \\ \text{صفرا : فيما عدا ذلك} \end{cases}$

ج) $د(س) = \begin{cases} \frac{٤}{٣} : ٠ > س > \frac{٣}{٤} \\ \text{صفرا : فيما عدا ذلك} \end{cases}$

د) $د(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٤} : ٠ > س > ٤ \\ \text{صفرا : فيما عدا ذلك} \end{cases}$

١١. الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي:

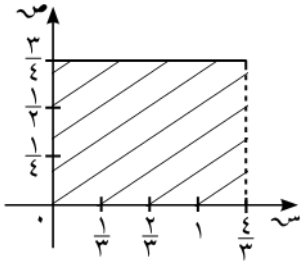
أ) الطبيعي ب) ذا الحدين ج) الطبيعي المعياري د) المنتظم

١٢. التوقع هو:

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٣}{٤}$

صفوة معلمي الكويت

لاحظ الشكل ثم ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:



١٣. التباين هو:

أ) $\frac{٤}{٢٧}$ ب) $\frac{١٦}{٩}$ ج) $\frac{١٦}{١٠٨}$ د) $\frac{١٠٨}{١٦}$

١٤. $ل\left(س < \frac{٤}{٦}\right)$

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) $\frac{١}{٦}$ د) $\frac{١}{٢}$

١٥. $ل\left(س < \frac{٤}{١٢}\right)$

أ) $\frac{٢}{٦}$ ب) $\frac{٦}{٢}$ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) ١

١٦. $ل(٠ < س < ١) =$

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) ١ د) $\frac{٣}{٤}$

١٧. المساحة المحصورة بين منحنى الدالة د والمحور السيني تساوي:

أ) ١ ب) $\frac{٤}{٣}$ ج) ٣ د) ٢

١٨. إذا كان ن فإن يتبع التوزيع الطبيعي فإن $ل(٠ \leq ن \leq ٢,٣٥) =$

أ) ٠,٩٩٠٦ ب) ٠,٥ ج) ٠,٤٩٠٦ د) ٠,٢١٨

١٩. إذا كان ن متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فإن $ل(ن < ١)$ لا يساوي:

أ) $ل(ن \leq ١)$ ب) $١ - ل(ن > ١)$ ج) $ل(ن \geq ١)$ د) $١ - ل(ن \geq ١)$

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	13	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
الإجابة	أ	ب	ب	أ	أ	أ	ب	أ	ب	ب	د	ب	أ	د	ج	د	أ	ج	ج

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

المتباينات

Q أوجد مجموعة حل المتباينات التالية ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد الحقيقية .

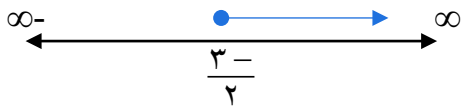
▪ $٧ + ٢س \leq ٤$

$٢س \leq ٤ - ٧$

$٢س \leq -٣$

$س \leq \frac{-٣}{٢}$

$\therefore$ م.ع $= \left(-\infty ، \frac{-٣}{٢}\right]$



▪ $-٤ < ٢س + ١ \geq ٥$

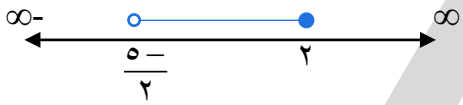
$-٤ < ٢س + ١ \geq ٥$

$-٤ - ١ < ٢س \geq ٥ - ١$

$-٥ < ٢س \geq ٤$

$\frac{-٥}{٢} < س \geq ٢$

$\therefore$ م.ع $= \left(\frac{-٥}{٢} ، ٢\right]$



▪ $٢ - س \geq ٨$

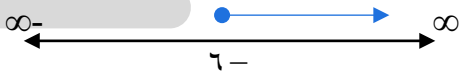
$٢ - س \geq ٨$

$-س \geq ٨ - ٢$

$-س \geq ٦$

$س \leq -٦$

$\therefore$ م.ع $= (-\infty ، -٦]$



Q بيّن أياً من النقاط التالية: أ$(١ ، -١)$ ، ب$(٢ ، ٠)$ ، جـ$(-١ ، ١)$ تحقق المتباينة: $٥س - ٢ص > ٧$

أ$(١ ، -١)$

$٥س - ٢ص > ٧$

$٥(١) - ٢(-١) > ٧$

$٧ \not> ٧$

لا

ب$(٢ ، ٠)$

$٥س - ٢ص > ٧$

$٥(٢) - ٢(٠) > ٧$

$١٠ > ٧$

نعم

أ$(-١ ، ١)$

$٥س - ٢ص > ٧$

$٥(-١) - ٢(١) > ٧$

$-٧ \not> ٧$

لا

UULA
صفوة معلمي الكويت

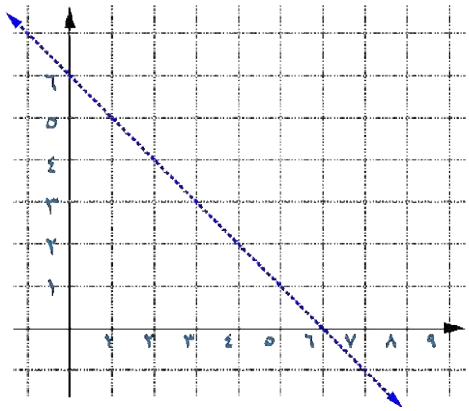
Q ارسم خط الحدود لكل من:

- $س + ص < ٦$

$س + ص = ٦$

س	٠	٦
ص	٦	٠

(٠ ، ٦) (٦ ، ٠)

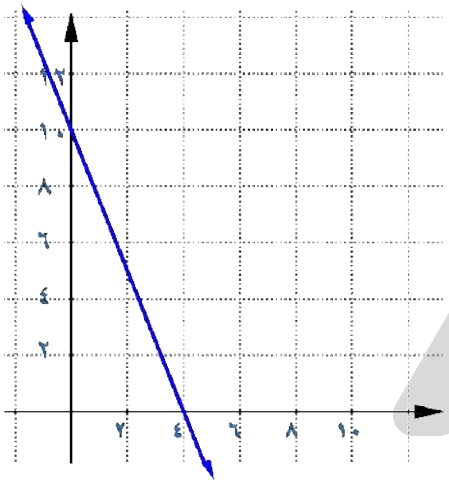


- $٥س + ٢ص \geq ٢٠$

$٥س + ٢ص = ٢٠$

س	٠	٤
ص	١٠	٠

(٠ ، ١٠) (٤ ، ٠)

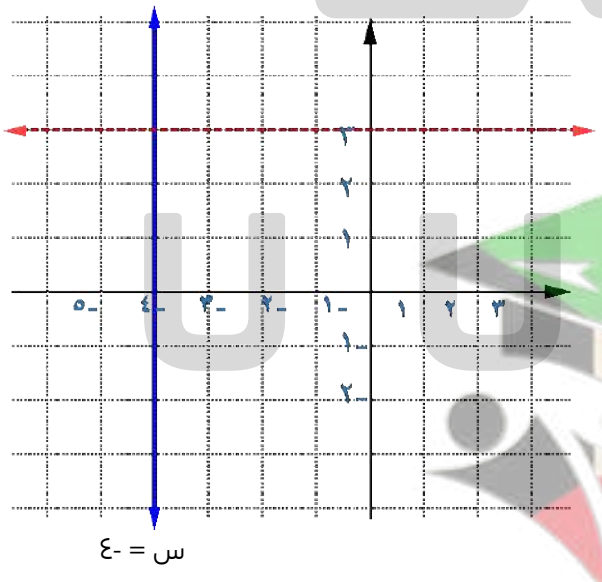


Q ارسم خط الحدود لكل من:

- $ص < ٣$
- $س \geq -٤$

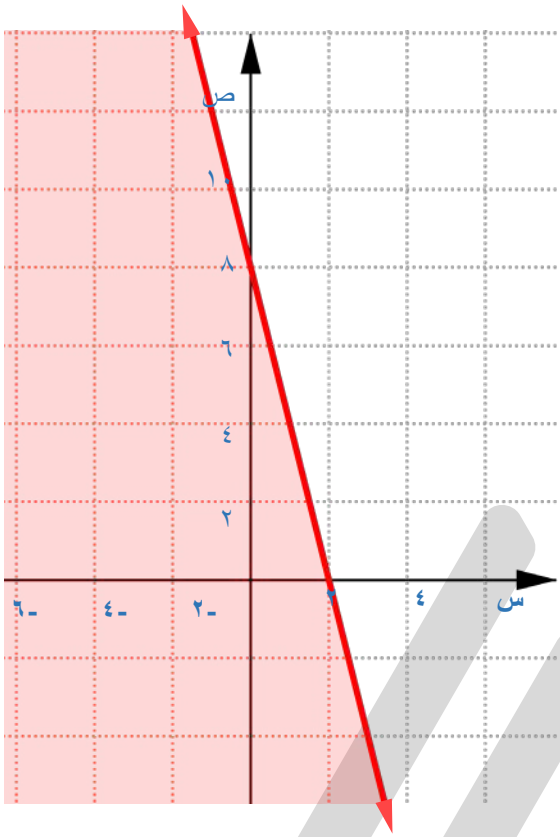
$ص < ٣$
$ص = ٣$

$س \geq -٤$
$س = -٤$



صفوة معلمي الكويت

Q مثّل بيانياً منطقة الحل للمتباينة: ٤س + ص ≥ ٨



خط الحدود ٤س + ص = ٨

س	٠	٢
ص	٨	٠

(٠ ، ٨) (٢ ، ٠)

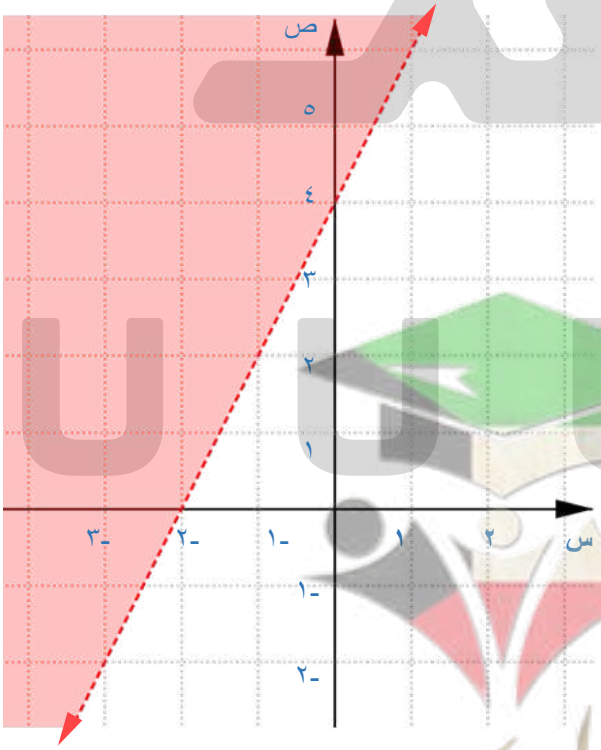
نجرب (٠ ، ٠)

٤س + ص ≥ ٨

٠ ≥ ٨

صح

Q مثّل بيانياً منطقة الحل للمتباينة: −٢س + ص < ٤



خط الحدود −٢س + ص = ٤

س	٠	٢-
ص	٤	٠

(٠ ، ٤) (٢- ، ٠)

نجرب (٠ ، ٠)

−٢س + ص < ٤

٠ ⊀ ٤

خطأ

صفوة معلمي الكويت

Q مثّل بيانياً منطقة الحل للمتباينة: س – ٥ص ≥ ٠

خط الحدود س – ٥ص = ٠

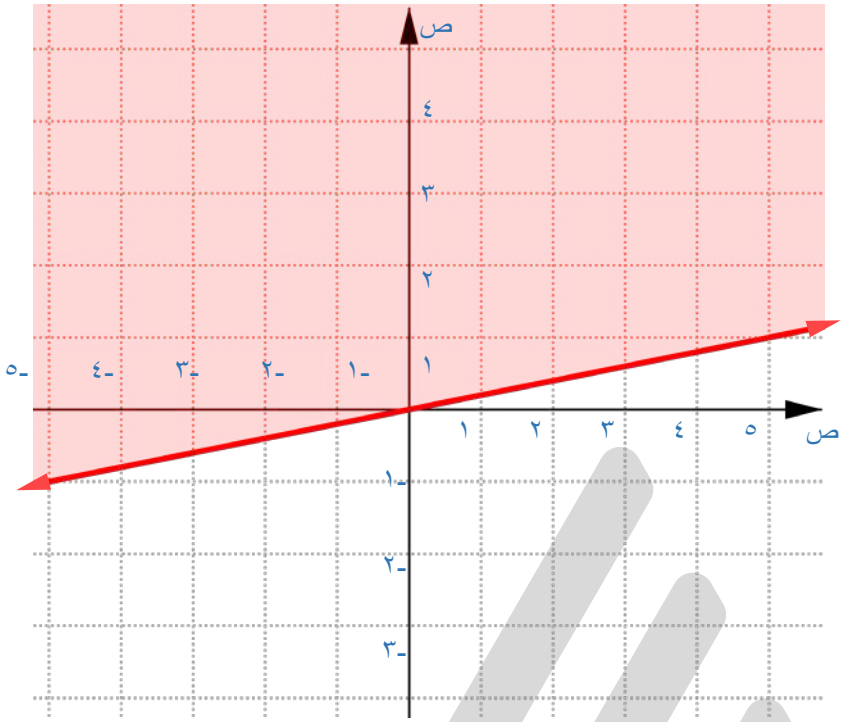
س	٠	٥
ص	٠	١

(٠، ٠) (٥، ١)

نجرب (١، ١)

س – ٥ص ≥ ٠
١ – ٥ ≥ ٠
– ٤ ≥ ٠

صح



Q مثّل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

- س – ٢ص < ٢
- ٢س + ٣ص ≥ ٦

س – ٢ص < ٢
س – ٢ص = ٢

س	٠	٢
ص	١-	٠

نجرب (٠، ٠)

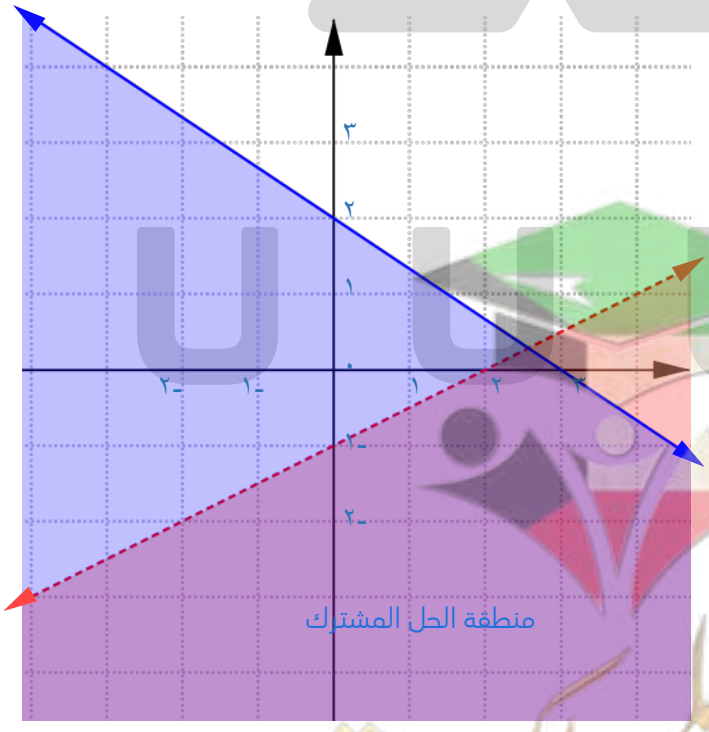
س – ٢ص < ٢
٠ < ٢ خطأ

٢س + ٣ص ≥ ٦
٢س + ٣ص = ٦

س	٠	٣
ص	٢	٠

نجرب (٠، ٠)

٢س + ٣ص ≥ ٦
٠ ≥ ٦ صح



صفوة معلمي الكويت

Q مثّل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

- $س + ٢ص \geq ٤$
- $ص \leq -س - ١$

$س + ٢ص \geq ٤$

$س + ٢ص = ٤$

س	٠	٤
ص	٢	٠

نجرب $(٠، ٠)$

$س + ٢ص \geq ٤$

$٠ \geq ٤$ صح

$س + ص \leq -١$

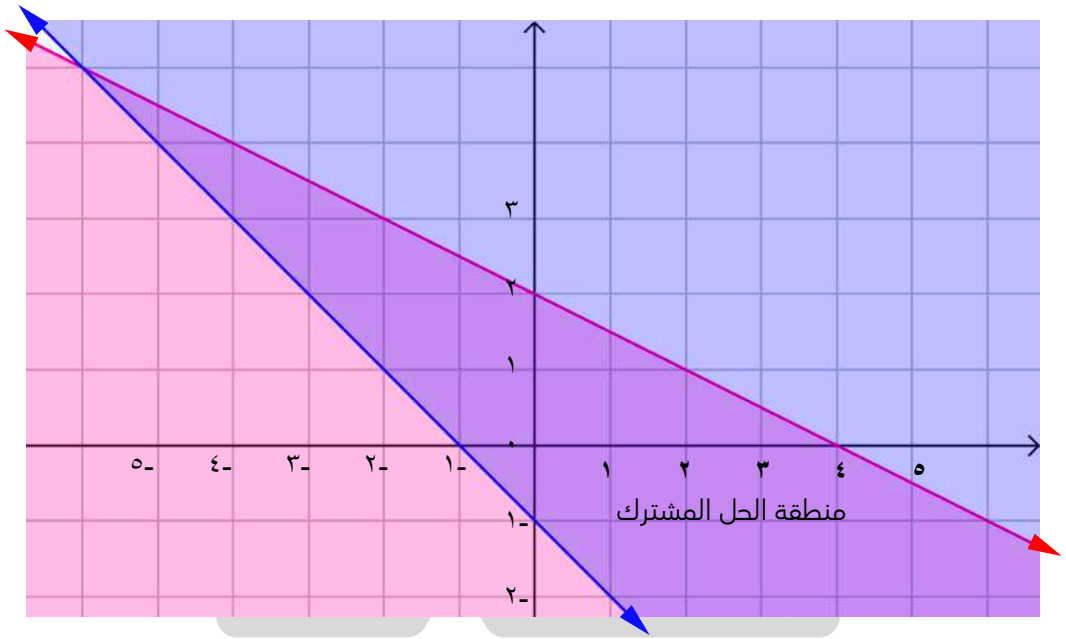
$س + ص = -١$

س	٠	١-
ص	١-	٠

نجرب $(٠، ٠)$

$س + ص \leq -١$

$٠ \leq -١$ صح



UULA
صفوة معلمي الكويت

البرمجة الخطية

أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية: س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ص ≥ ٤ ، ٣س + ص ≥ ٦
ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ = ٥س + ٣ص أكبر ما يمكن.

س + ص = ٤

س	٠	٤
ص	٤	٠

٣س + ص = ٦

س	٠	٢
ص	٦	٠

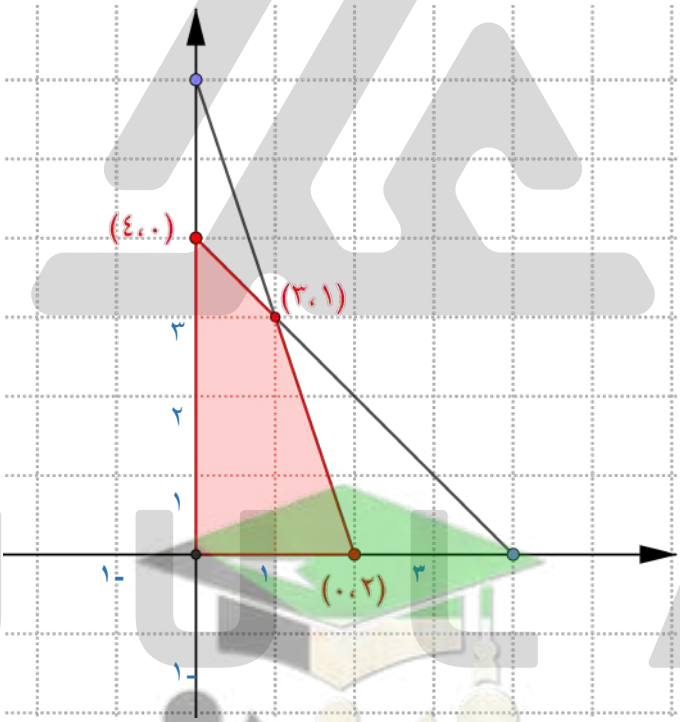
و (٠ ، ٠) ← هـ = ٥(٠) + ٣(٠) = ٠

أ (٠ ، ٢) ← هـ = ٥(٢) + ٣(٠) = ١٠

ب (١ ، ٣) ← هـ = ٥(١) + ٣(٣) = ١٤

جـ (٠ ، ٤) ← هـ = ٥(٠) + ٣(٤) = ١٢

دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن عند ب (١ ، ٣) وقيمتها: هـ = ١٤



UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

Q أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية: س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ٢ص ≥ ٦ ، ٣س + ٢ص ≥ ١٢
ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن
حيث هـ = ٦س + ٤ص

س + ٢ص = ٦

س	٠	٦
ص	٣	٠

٣س + ٢ص = ١٢

س	٠	٤
ص	٦	٠

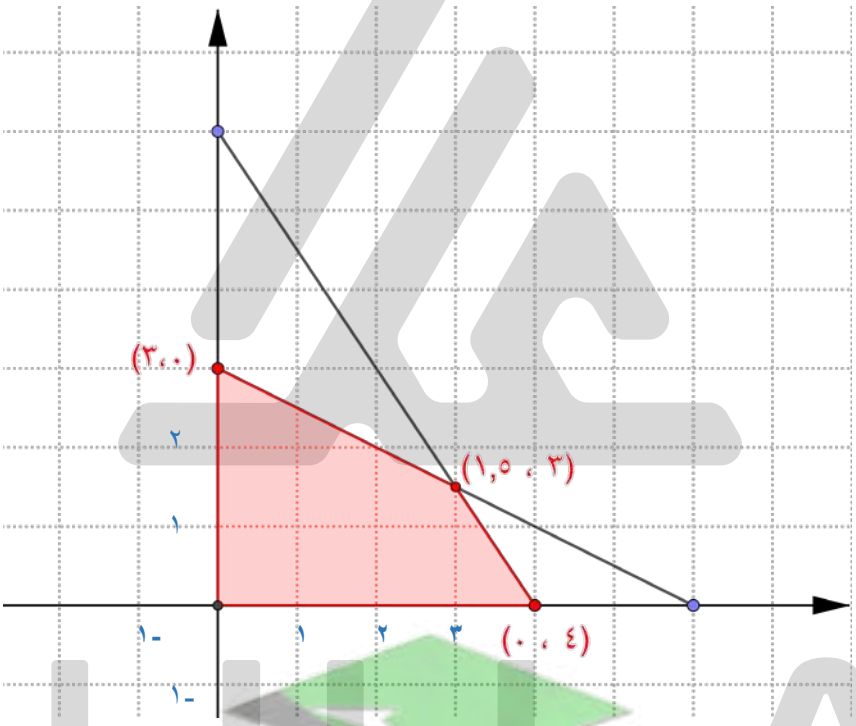
و (٠ ، ٠) ← هـ = ٦(٠) + ٤(٠) = ٠

أ (٠ ، ٤) ← هـ = ٦(٤) + ٤(٠) = ٢٤

ب (١,٥ ، ٣) ← هـ = ٦(٣) + ٤(١,٥) = ٢٤

جـ (٣ ، ٠) ← هـ = ٦(٠) + ٤(٣) = ١٢

دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن عند أ (٠ ، ٤) ، ب (١,٥ ، ٣) قيمتها: هـ = ٢٤



صفوة معلمي الكويت

Q أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية: س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ٢ص ≥ ١١ ، ٣س + ٢ص ≥ ١٢
ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن
حيث هـ = ٤س + ص

س + ٢ص ≥ ١١
س + ٢ص = ١١

س	٠	١١
ص	٥,٥	٠

٣س + ٢ص ≥ ١٢
٣س + ٢ص = ١٢

س	٠	٤
ص	٦	٠

هـ = ٤س + ص

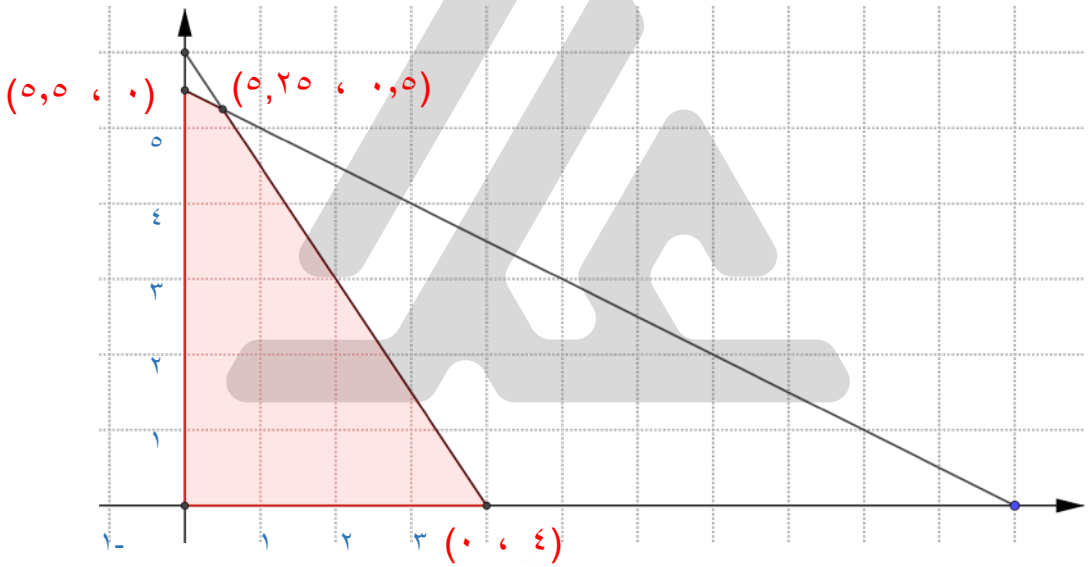
و (٠ ، ٠) ← هـ = ٤(٠) + (٠) = ٠

أ (٠ ، ٤) ← هـ = ٤(٤) + (٠) = ١٦

ب (٥,٥ ، ٠) ← هـ = ٤(٠) + (٥,٥) = ٥,٥

جـ (٥,٢٥ ، ٠,٥) ← هـ = ٤(٠,٥) + (٥,٢٥) = ٧,٢٥

دالة الهدف هـ أصغر ما يمكن عند (٠ ، ٠) قيمتها هـ = ٠



صفوة معلمي الكويت

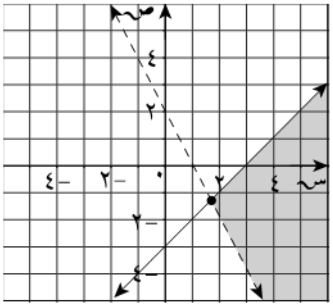
التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. المنطقة المظللة في الشكل تمثل الحل المشترك للمتباينتين:

$$\begin{cases} ٢س + ص > ٢ \\ س - ص < ٣ \end{cases}$$

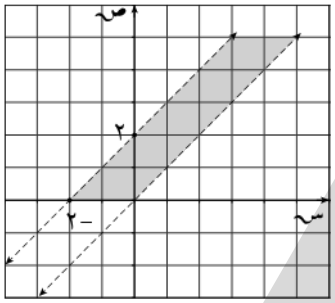
(أ) (ب)



٢. المنطقة المظللة في الشكل تمثل الحل المشترك للمتباينات:

$$\begin{cases} ص < س \\ ص < س + ٢ \\ ص \geq ٠ \end{cases}$$

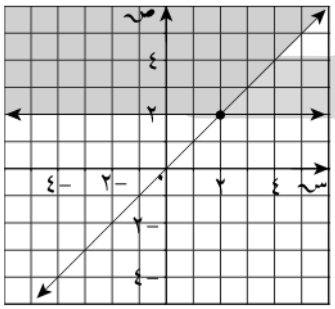
(أ) (ب)



٣. المنطقة المظللة في الشكل تمثل الحل المشترك للمتباينتين:

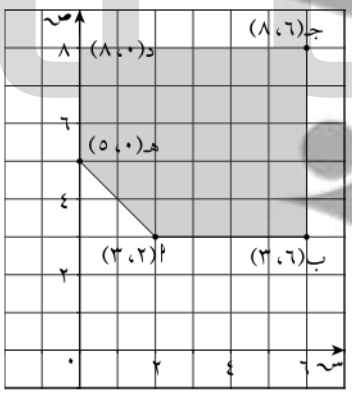
$$\begin{cases} ص \leq ٢ \\ ص \leq س \end{cases}$$

(أ) (ب)



٤. قيم س ، ص التي تجعل دالة الهدف هـ = ٥ س + ١٠ص أصغر ما يمكن هي (٢ ، ٣)

(أ) (ب)

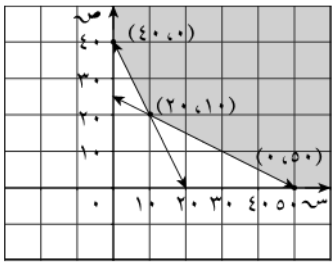


صفوة معلمي الكويت

٥. المنطقة المظللة في الشكل تمثل الحل المشترك للمتباينات:

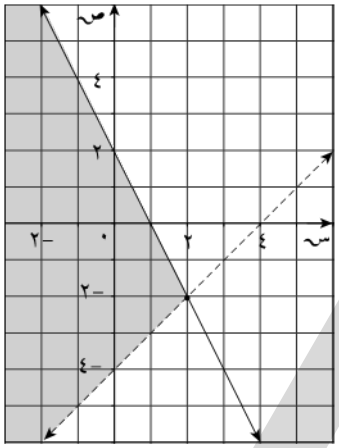
$$\left.\begin{array}{l} ٢س + ص \leq ٤٠ \\ س + ٢ص \leq ٥٠ \\ س \geq ٠ ، ص \geq ٠ \end{array}\right\}$$

أ ب



ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٦. المنطقة المظللة من الشكل تمثل الحل المشترك للمتباينتين



أ $\left.\begin{array}{l} ص > -٢س + ٢ \\ ص \leq س - ٤ \end{array}\right\}$

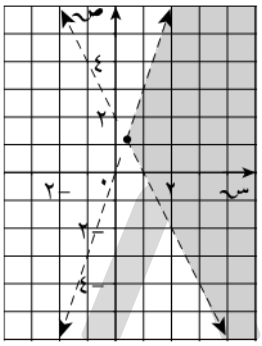
ب $\left.\begin{array}{l} ص \leq -٢س + ٢ \\ ص \geq س - ٤ \end{array}\right\}$

ج $\left.\begin{array}{l} ص \leq -٢س + ٢ \\ ص > س - ٤ \end{array}\right\}$

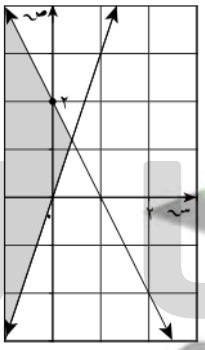
د $\left.\begin{array}{l} ص \geq -٢س + ٢ \\ ص < س - ٤ \end{array}\right\}$

٧. الرسم البياني الذي يمثل نظام المتباينات $\left.\begin{array}{l} ص \leq -٢س + ٢ \\ ص \geq ٣س \end{array}\right\}$ هو:

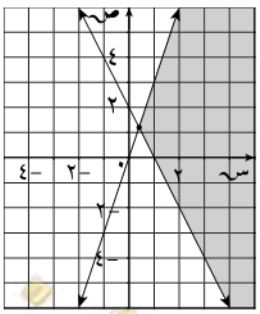
أ



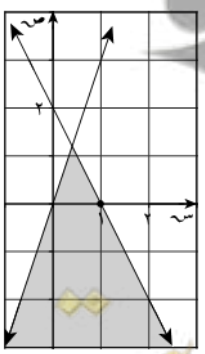
ب



ج



د



صفوة معلمي الكويت

٨. أي زوج من النقاط التالية هو ضمن مجموعة حل النظام التالي:

$$\begin{cases} ص > ٥س - ١ \\ ص \leq ٧ - ٣س \end{cases}$$

أ (-٥ ، ١)　　ب (٢ ، -٣)　　ج (٤ ، ٤)　　د (١ ، ٦)

٩. إذا كانت رؤوس منطقة الحل هي (٠ ، ٠)، (٠،٣)، $(\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٧}{٢})$، (٣،٠) لدالة الهدف هـ = ٦س + ٨ص فإن القيمة العظمى لها هي:

أ ٣٧　　ب ٢٤　　ج ٤٧　　د ٣٠

١٠. في نظام المتباينات $\begin{cases} س + ص \geq ٨ \\ س + ٢ص \geq ١٤ \\ س \leq ٠ ، ص \leq ٠ \end{cases}$ تكون دالة الهدف هـ = ٢س + ص أصغر ما يمكن عند:

أ (٠ ، ٠)　　ب (٧ ، ٠)　　ج (٢ ، ٦)　　د (٨ ، ٠)

١١. نظام المتباينات الذي له الرؤوس التالية: (٠ ، ٥) ، (١ ، ٤) ، (٣ ، ٠) ، (٠ ، ٠) هو:

أ $\begin{cases} س + ص \leq ٥ \\ ٢س + ص \leq ٦ \\ س \leq ٠ ، ص \leq ٠ \end{cases}$　　ب $\begin{cases} س + ص \geq ٥ \\ س + ٢ص \geq ٦ \\ س \leq ٠ ، ص \leq ٠ \end{cases}$

ج $\begin{cases} س + ص \leq ٥ \\ ٢س + ص \geq ٦ \\ س \leq ٠ ، ص \leq ٠ \end{cases}$　　د $\begin{cases} س + ص \geq ٥ \\ ٢س + ٢ص \geq ٦ \\ س \leq ٠ ، ص \leq ٠ \end{cases}$

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١		
الإجابة	ب	أ	أ	أ	أ	د	ج	ج	أ	أ	أ		

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

UULA
معلم الكويت