مكتبة

اختبارات التوجيه العام

الصف الثاني عشر علمي

12 - إجابة - 12

الفصل الدراسي الأول

٢٠٢٥-٢٠٢٦

مع تحياتي

أحمد الحسيني

وزارة التربية
التوجيه العام لمادة الرياضيات
نموذج إجابــة امتحان تجريبي
المجال الدراسي: الرياضيات
الفترة الدراسية الأولى للصف **الثاني عشر علمي** ٢٠٢٥/٢٠٢٦

==

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (15 درجات)

(a) أوجد إن أمكن : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(2+x)^3-8}{x}$ (7 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 0 في كل من البسط و المقام نحصل على صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2+x)^3-8}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{(2+x-2)((2+x)^2+2(2+x)+2^2)}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(x)(4+4x+x^2+4+2x+4)}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x(12+6x+x^2)}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}(12+6x+x^2)$$

$$=12+6(0)+0^2=12$$

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) ادرس اتصال الدالة f على الفترة $[1\,,3]$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases} -2 & : x=1 \\ x^2-3 & : 1<x<3 \\ 5 & : x=3 \end{cases}$$

الحل :

بفرض $g(x)=x^2-3$

الدالة g كثيرة حدود فهي متصلة على $\mathbb{R}$ (متصلة على $(1\,,3)$)

$$\because f(x)=g(x)=x^2-3 \quad ,\forall x\in(1\,,3)$$

$\therefore$ f متصلة على $(1\,,3)$ ❶

ندرس اتصال الدالة f عند $x=1$ من جهة اليمين

➲ $f(1)=-2$

➲ $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}(x^2-3)$

$$=(1)^2-3=-2$$

$$\because f(1)=\lim_{x\to1^+} f(x)=-2$$

$\therefore$ f متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين ❷

ندرس اتصال الدالة f عند $x=3$ من جهة اليسار

➲ $f(3)=5$

➲ $\lim\limits_{x\to3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to3^-}(x^2-3)$

$$=(3)^2-3=6$$

$$\because f(3)\neq\lim_{x\to3^-} f(x)$$

$\therefore$ f ليست متصلة عند $x=3$ من جهة اليسار ❸

$\therefore$ من ❶ و ❷ و ❸ نجد أن الدالة f متصلة على $[1\,,3)$

السؤال الثاني : (15 درجات)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & : \ x \le 1 \\ 3x-2 & : \ x > 1 \end{cases}$ أوجد إن أمكن $f'(1)$

الحل : (8 درجات)

$$f(1) = (1-2)^2 = 1$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \to 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \to 1^-} \frac{(x-2)^2 - 1}{x-1}$$

$$= \lim_{x \to 1^-} \frac{(x-2+1)(x-2-1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \to 1^-} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)}$$

$$= \lim_{x \to 1^-} (x-3) = 1 - 3 = -2$$

$$\therefore f'_-(1) = -2$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{3x-2-1}{x-1}$$

$$= \lim_{x \to 1^+} \frac{3(x-1)}{(x-1)} = \lim_{x \to 1^+} 3 = 3$$

$$\therefore f'_+(1) = 3$$

$$\because f'_-(1) \ne f'_+(1)$$

$f'(1)$ غير موجودة

تابع السؤال الثاني : (7 درجات)

(b) أوجد : $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x}$

الحل :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x \,.\, \frac{\sin x}{\cos x} - 2x \cos x}{3x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x - 2x \cos x}{3x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{3x} - \frac{2x \cos x}{3x} \right)$$

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{3x} - \frac{2 \cos x}{3} \right)$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{3x} - \lim_{x \to 0} \frac{2 \cos x}{3}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{3x} - \frac{2}{3} \lim_{x \to 0} \cos x$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$$

السؤال الثالث : (15 درجات)

(a) (1) لتكن: $f(x) = \sqrt{x+4}$, $g(x) = 2x^2 - 3$ ابحث اتصال الدالة $f \circ g$ عند $x = -2$

الحل : (5 درجات)

$$g(x) = 2x^2 - 3$$

g كثيرة حدود فهي متصلة عند $x = -2$ ----------- (1)

$$g(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$$

$$f(x) = \sqrt{x+4}$$

بفرض أن h : $h(x) = x + 4$

⬅ h متصلة عند $x = 5$

➡ $h(5) = 5 + 4 = 9\ ,\ 9 > 0$

$\therefore$ f: $f(x) = \sqrt{h(x)}$ متصلة عند $x = 5 = g(-2)$ ---------------- (2)

$\therefore$ من (2) و (1) نجد أن الدالة $f \circ g$ متصلة عند $x = -2$

---

(2) أوجد مشتقة الدالة : $y = \dfrac{\tan x}{x}$ عند $x = \dfrac{\pi}{4}$ (3 درجات)

الحل :

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{(\tan x)'(x) - (\tan x)(x)'}{(x)^2}$$

$$= \frac{(\sec^2 x)(x) - (\tan x)(1)}{x^2}$$

$$= \frac{x\sec^2 x - \tan x}{x^2}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\frac{\pi}{4}} = \frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)\sec\frac{\pi}{4}.-\tan\frac{\pi}{4}}{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\frac{\pi}{4}} = \frac{8\pi - 16}{\pi^2} \approx 0.925$$

تابع السؤال الثالث : (7 درجات)

(b) للمنحنى الذي معادلته : $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد :

① y' ② ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(3, 1)$

الحل : ①

$$2y^{\frac{1}{2}} + y = x$$

$$\frac{1}{2} . 2y^{-\frac{1}{2}} . y' + y' = 1$$

$$\frac{1}{y^{\frac{1}{2}}} . y' + y' = 1$$

$$y'\left(\frac{1}{\sqrt{y}} . +1\right) = 1$$

$$y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} . +1}$$

②

$$y'|_{(3,1)} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{1}} . +1} = \frac{1}{2}$$

∴ ميل المماس = $\frac{1}{2}$

السؤال الرابع :

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ ثم ارسم بيانها (9 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$ ، نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (-x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (-x^3) = \infty$$

fدالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = -3x^2$$

نضع $f'(x) = 0$

$$-3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 1 - (0)^3 = 1$$

$\therefore$ $(\mathbf{0}, \mathbf{1})$نقطة حرجة

نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f'	$---$	$---$
سلوك الدالة f	$\searrow$	$\searrow$

الدالة متناقصة على كل من الفترتين $(0, \infty), (-\infty, 0)$

لاتوجد نقاط عظمى محلية و صغرى محلية

نكون جدول لدراسة المشتقة الثانية : $f''(x) = -6x$

نضع $f''(x) = 0$

$$-6x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 1$$

$(0, 1)$ نقطة انعطاف

جدول f'' :

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f''	$+++$	$---$
التقعر	$\cup$	$\cap$

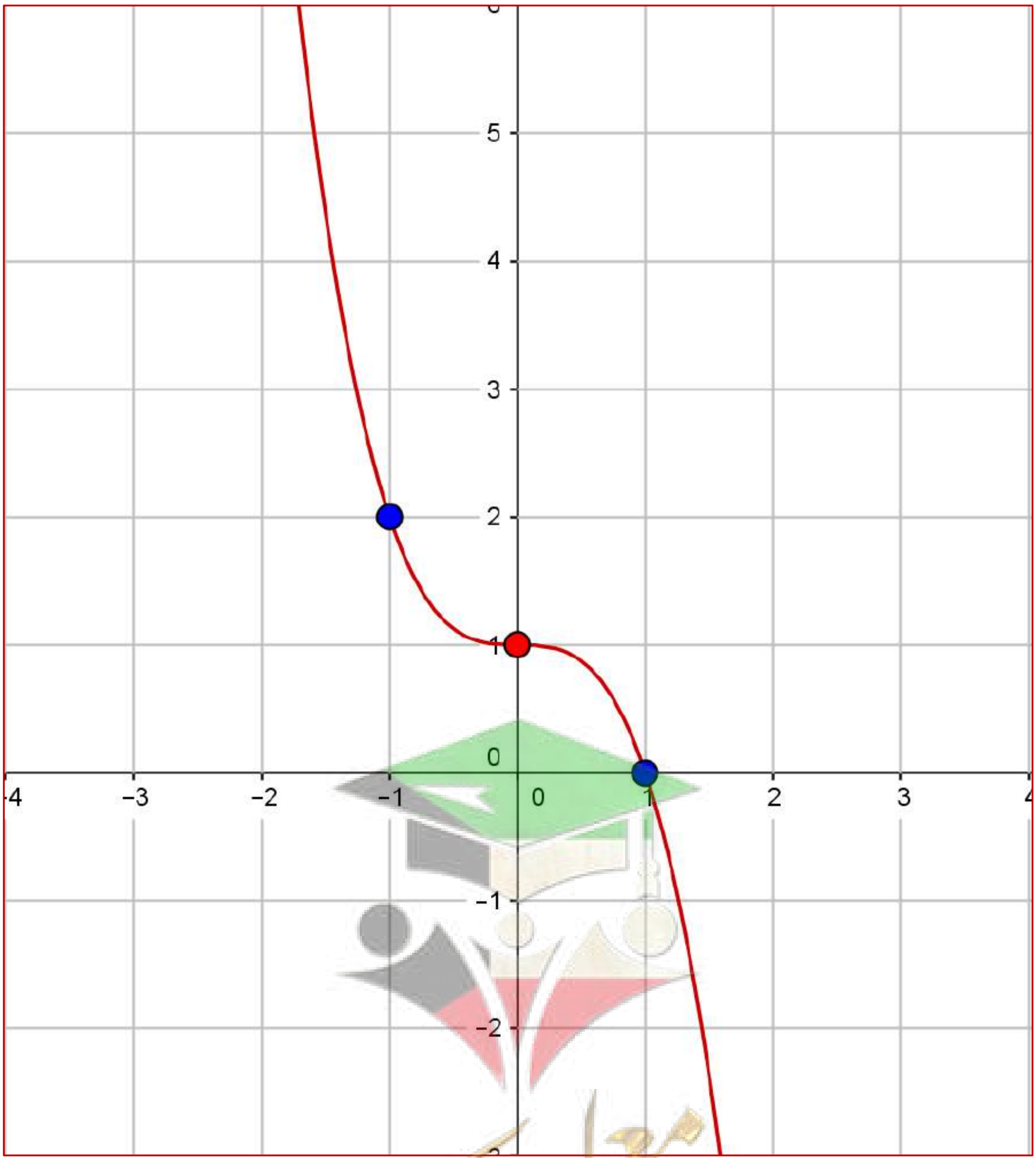
منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $(-\infty, 0)$

ومقعر للأسفل على الفترة $(0, \infty)$

تابع السؤال الرابع (a)

نقاط إضافية :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7



تابع السؤال الرابع : (6 درجات)

(b)عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 و تباينها 16 ،

باستخدام مستوى ثقة 95%

① أوجد هامش الخطأ

② أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

حجم العينة : $n = 36$ ، المتوسط الحسابي : $\bar{x} = 60$

التباين : $S^2 = 16$ ، الانحراف المعياري : $S = \sqrt{16} = 4$

① نلاحظ أن σ^2 غيرمعلوم $n = 36 > 30$

$\because$ مستوى الثقة 95% القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

فيكون هامش الخطأ

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \, . \, \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$E = 1.96 \, . \, \frac{4}{\sqrt{36}} = 1.3066$$

$\therefore$ هامش الخطأ : $E = 1.3066$

② فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E \, , \, \bar{x} + E)$

$$= (60 - 1.3066 \, , \, 60 + 1.3066)$$

$$= (58.6933 \, , \, 61.3067)$$

القسم الثاني : البنود الموضوعية

في البنود $(1 - 3)$ عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{|x|-3}{x+3} = -1$

(2) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ وكان $\lim\limits_{x\to-1}(f(x)-2) = -1$ فإن $f(-1) = 1$

(3) إذا كان : $y = \dfrac{-x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} + x$ فإن : $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -2x$

في التمارين $(4 - 10)$ لكل بند أربع اختيارات واحد منها صحيح

ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة صحيحة .

(4) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ تساوي :

(a) -1 (b) 1 (c) $\dfrac{1}{2}$ (d) 0

(5) إذا كانت قيمة الاختبار الإحصائي $Z = -1.5$ و فترة القبول $(-1.96 , 1.96)$ فإن القرار يكون :

(a) رفض فرض العدم (b) قبول فرض العدم

(c) قبول الفرض البديل (d) Z لا تنتمي للفترة

(6) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ \text{cm}^2$ يساوي :

(a) 8 (b) 64 (c) 16 (d) 24

---

(7)ليكن منحنى الدالة $f: f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقياً هي

ⓐ $(3, 0)$ ⓑ $(1, 0)$ ⓒ $(2, -1)$ ⓓ $(-1, 2)$

---

(8) إذا كانت $f(x) = \dfrac{x-2}{x^2-4}$ فإن مجال f' هو :

ⓐ $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ ⓑ $\mathbb{R} - \{-2\}$

ⓒ $\mathbb{R} - \{2\}$ ⓓ $\mathbb{R} - (-2, 2)$

---

(9)ميل الخط العمودي على المماس عند النقطة $A(3, 2)$ على منحنى: $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

ⓐ 5 ⓑ $-\dfrac{1}{5}$ ⓒ $\dfrac{1}{5}$ ⓓ -5

---

(10) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإن الدالة f :

ⓐ متزايدة على مجال تعريفها . ⓑ متناقصة على مجال تعريفها .

ⓒ متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط . ⓓ متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ فقط.

---انتهت الأسئلة---

إجابة البنود الموضوعية

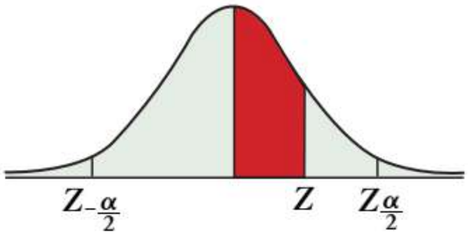
السؤال	الإجابـــة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10

قوانين الإحصاء

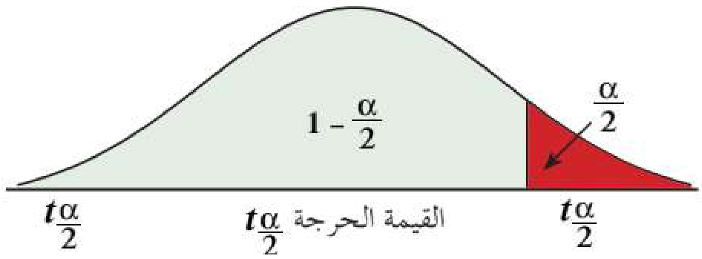
القيمة الحرجة	$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{1-\alpha}{2}} \quad , \quad -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
الخطأ المعياري للمجتمع	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
هامش الخطأ – توزيع طبيعي	$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
فترة الثقة	$(\overline{x} - E , \overline{x} + E)$
التوزيع t	$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}}$
هامش الخطأ – توزيع t الانحراف المعياري σ غير معلوم	$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$
المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي	$Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي- الانحراف المعياري σ غير معلوم	$Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$
المقياس الإحصائي - توزيع t – الانحراف المعياري σ غير معلوم	$t = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10 وأكثر	0.4999									

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09



جدول التوزيع t

	$\frac{\alpha}{2}$					
درجات الحرية $(n-1)$	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة مبارك الكبير التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و ٤٥ دقيقة
عدد الصفحات : ١٢

نموذج إجابة امتحان تجريبي لنهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي للعام الدراسي ٢٠٢٥ – ٢٠٢٦

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعي الحلول الأخرى لجميع أسئلة المقال

السؤال الأول: **(6 درجات)**

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0}\frac{3\tan x + x^2 \cos x}{5x}$$

الحل:

$$\lim_{x\to 0}\frac{3\tan x + x^2 \cos x}{5x} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{3\tan x}{5x} + \frac{x^2\cos x}{5x}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{3\tan x}{5x} + \lim_{x\to 0}\frac{x^2\cos x}{5x}$$

$$= \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} + \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x}{5} \qquad x \neq 0$$

$$= \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} + \frac{1}{5}\lim_{x\to 0} x\cos x \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\cos x = 1$$

$$= \frac{3}{5}.1 + \frac{1}{5}.0.1 = \frac{3}{5}$$

تابع/ السؤال الأول : **(9 درجات)**

(b) لتكن الدالة f: $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$

أوجد D_f (مجال الدالة f) ثم ادرس اتصال الدالة على $[-5\,,0]$.

الحل:

نفرض أن $g(x)=x^2-2x$ ، $f(x)=\sqrt{g(x)}$

$$D_f=\{\,x:\ g(x)\ge 0\,\}$$

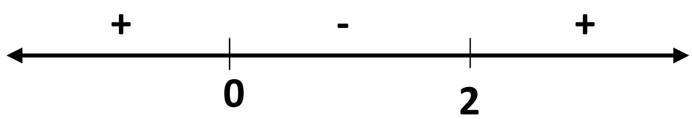
$$x^2-2x\ge 0$$

المعادلة المناظرة

$$x^2-2x=0$$

$$x(x-2)=0$$

$$x=0\quad,\quad x=2$$



$\therefore$ مجال الدالة f هو $\mathcal{R}-(0,2)$

$$g(x)\ge 0\quad \forall\, x\in \mathcal{R}-(0,2)$$

$\because$ $[-5\,,0]$ مجموعة جزئية من $\mathcal{R}-(0,2)$

$\therefore\quad g(x)\ge 0\qquad \forall\, x\in[-5\,,0]$ (1)

الدالة g: $g(x)=x^2-2x$ دالة متصلة على $[-5\,,0]$ (2)

من (1) ، (2)

الدالة f متصلة على $[-5\,,0]$

السؤال الثاني : **(7 درجات)**

(a) للمنحنى الذي معادلته : $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد y' **ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة** $(1, 1)$

الحل:

بالاشتقاق الضمني

$$x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$$

$$2x - 2yy' + y'x + y = 0$$

$$2yy' - y'x = 2x + y$$

$$y'(2y - x) = 2x + y$$

$$y' = \frac{2x + y}{2y - x}$$

بالتعويض بالنقطة $(1, 1)$

$$y' = \frac{2(1) + (1)}{2(1) - (1)} = 3$$

ميل المماس = 3

تابع / السؤال الثاني : **(7 درجات)**

(b) $$\lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$=\frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

عندما $x>0$ يكون $|x|=x$

$$=\frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

بشرط $x\neq 0$

$$=\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$\because\quad \lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$$

$$=1+0-0=1$$ $\quad 1>0$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}=\sqrt{1}=1$$ $\quad 1\neq 0$

$$\lim_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}=1-0=1$$

$$\therefore\quad \lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{\lim_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}=\frac{1}{1}=1$$

السؤال الثالث : **(8 درجات)**

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x+5 & : \quad x\le 3 \\ x^2-1 & : \quad x<3 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(3)$

الحل:

إن وجدت

$$f'_{-}(3)=\lim_{x\to 3^-}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$$

$$f'_{-}(3)=\lim_{x\to 3^-}\frac{x+5-8}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3^-}\frac{x-3}{x-3}$$

$$f'_{-}(3)=1$$

إن وجدت

$$f'_{+}(3)=\lim_{x\to 3^+}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$$

$$f'_{+}(3)=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-1-8}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}(x+3)=6$$

$$f'_{+}(3)=6$$

$$f'_{+}(3)\ne f'_{-}(3)$$

$f'(3)$ غير موجودة

تابع /السؤال الثالث : (7 درجات)

(b) عددان موجبان ومجموعهما 100 ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن ، ما العددان ؟

الحل:

بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 100$

العدد الآخر هو $100 - x$

مجموع مربعيهما هو : $g(x) = x^2 + (100 - x)^2$

$$g'(x) = 2x + 2(100 - x)(-1)$$

$$g'(x) = 2x - 200 + 2x = 4x - 200$$

$$g'(x) = 0$$

$4x - 200 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 50$

توجد نقطة حرجة $(50, g(50))$

$g''(x) = 4 \qquad 4 > 0$

$g(50)$ قيمة صغرى مطلقة عند $x = 50$

العدد الأول هو $x = 50$

العدد الثاني هو $100 - x = 100 - 50 = 50$

العددان هما

$50\ ,50$

السؤال الرابع : **(9 درجات)**

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها .

الحل:

f دالة كثيرة الحدود مجالها $\mathcal{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(x^3) = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة الحدود قابلة الاشتقاق على مجالها .

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$$

نضع

$$f'(x) = 0$$

$$3(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = 1 \ , x = -1$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6 \qquad f(1) = (1)^3 - 3(1) + 4 = 2$$

$(-1, 6)$ ، $(1, 2)$ نقطتان حرجتان

نكون جدول لدراسة إشارة f'

	$-\infty$ -1	1	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	$+++$	$---$	$+++$
سلوك الدالّة f	متزايدة $-\infty \nearrow$	متناقصة $\searrow$	متزايدة $\nearrow \infty$

الدالة متزايدة على كل من الفترة $(-\infty, -1)$ والفترة $(1, \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-1, 1)$

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$$f''(x) = 6x$$

نضع :

$$f''(x) = 0$$

$$6x = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 4$$

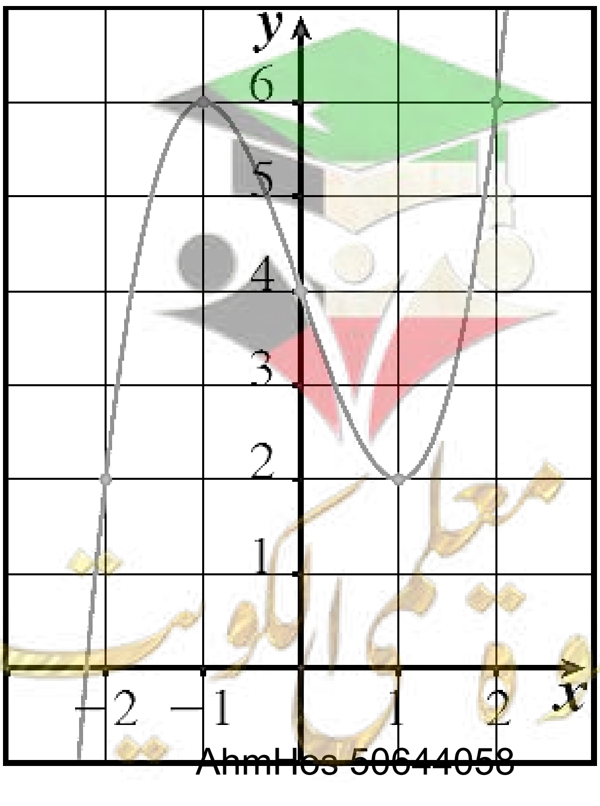
$-\infty \qquad 0 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f''	$--$	$++$
التقعّر	$\cap$	$\cup$

منحنى الدالة مقعر لأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$ ومقعر لأعلى على الفترة $(0, \infty)$

$(0, 0)$ نقطة انعطاف

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-14	2	6	4	2	6	22
	نقطة إضافية	نقطة إضافية	نقطة عظمى محلية	نقطة انعطاف	نقطة صغرى محلية	نقطة إضافية	نقطة إضافية



السؤال الرابع :

(b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16 ، باستخدام مستوى ثقة 95% :

1) أوجد هامش الخطأ .

2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .

3) فسر فترة الثقة .

الحل:

حجم العينة : $n = 36$ ، المتوسط الحسابي : $\bar{x} = 60$

التباين : $S^2 = 16$ ، الانحراف المعياري : $S = 4$

1) $\because$ مستوى الثقة 95%

$$\therefore \quad Z_{\frac{\sigma}{2}} = 1.96$$

$\because$ σ^2 غير معلومة $n > 30$

$$E = Z_{\frac{\sigma}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \cdot \frac{4}{\sqrt{36}}$$

$$= 1.3066$$

هامش الخطأ ≈ 1.3067

2) فترة الثقة هي: $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

$$= (60 - 1.3067 , 60 + 1.3067)$$

$$= (58.6933 , 61.3067)$$

3) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسة $(n = 36)$ وحساب فترة حدود الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95% من فترات الثقة هذه تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كان : $y = \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ فإن : $\frac{d^2y}{dx^2} = -2x$

(2) $\lim_{x \to 0} \frac{1 + \sin 2x}{2\cos 2x} = \frac{1}{2}$

(3) $\lim_{y \to 2} \frac{y^2 + 5y + 6}{y + 2} = 5$

ثانيا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند اربعة اختيارات واحد منها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحية

(4) إذا كانت كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \to -2} \left(x^2 + f(x)\right) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

a 3 b 9 c 5 d 11

(5) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فان أبعاده التي تعطي اصغر محيط هي :

a $9cm, 4cm$ b $12cm, 3cm$ c $18cm, 2cm$ d $6cm, 6cm$

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو :

يساوي:

a 3 b 2 c 1 d 0

(7) لتكن الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x)=x^2-3$ فإن $(f\ o\ g)(0)$ يساوي

a $\quad 1$	b $\quad 4$	c $\quad -4$	d $\quad -1$

---

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

a $\quad f''(c)=0$	b $\quad f'(c)=0$	c $\quad f(c)=0$	d $\quad f''(c)$ غير موجودة

---

(9) إن الدالة f : $f(x)=x+\sqrt{x^2}+2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x=0$ والسبب هو:

a غير متصلة	b عمودي مماس	c ركن	d ناب

---

(10) إذا كانت $y=\frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي :

a $\quad \cot x \csc x$	b $\quad -\cot x \csc x$	c $\quad \cos x$	d $\quad -\cos x$

" انتهت الأسئلة "

جدول إجابة البنود الموضوعية:

١	(a)	**(b)**		
٢	**(a)**	(b)		
٣	**(a)**	(b)		
٤	**(a)**	(b)	(c)	(d)
٥	(a)	(b)	(c)	**(d)**
٦	(a)	(b)	**(c)**	(d)
٧	(a)	**(b)**	(c)	(d)
٨	**(a)**	(b)	(c)	(d)
٩	(a)	(b)	**(c)**	(d)
١٠	(a)	**(b)**	(c)	(d)

(١٠ درجات)

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة نموذج امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي :2025 /2026 م

القسم الأول ـــ أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

15

السؤال الأول :

a أوجد إن أمكن

$$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{3x^2-2}}{x-2}$$

(7 درجات)

الحـل :

$$\lim_{x\to3}(x-2)=3-2=1 \quad , \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x\to3}(3x^2-2)=3(3)^2-2=25 \quad , \quad 25>0$$

$$\lim_{x\to3}\sqrt{3x^2-2}=\sqrt{\lim_{x\to3}(3x^2-2)}=\sqrt{25}=5 \quad ,$$

$$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{3x^2-2}}{x-2}=\frac{\lim_{x\to3}\sqrt{3x^2-2}}{\lim_{x\to3}(x-2)}$$

$$=\frac{5}{1}=5$$

تابع : السؤال الأول :

(b) أوجد $y' = \dfrac{dy}{dx}$ لكل مما يلى : (8 درجات)

الحل :

$$(1) \quad y = x^2 sinx$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{d}{dx}(x^2)\right) \cdot \sin x + \left(\frac{d}{dx}(\sin x)\right) \cdot x^2$$

$$= 2x \ \sin x + x^2 \ \cos x$$

$$(2) \quad y^2 + x\,y = 7x$$

$$2y \ y' + x\,y' + 1 \cdot y = 7$$

$$y'(2y + x) = 7 - y$$

$$y' = \frac{7 - y}{2y + x}$$

15

السؤال الثاني :

ⓐ أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$

في الفتـرة $[0\ ,\ 3]$

(7 درجات)

الحل :

$\because$ الدالة f متصلة على الفترة $[0\ ,\ 3]$

$\therefore$ الدالة f لها قيمة عظمى مطلقة ولها قيمة صغرى مطلقة في الفترة $[0\ ,\ 3]$

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 3\ ,\ x = 0$

$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$

$f(3) = (3)^3 - 3(3) + 1 = 19$

نوجد النقاط الحرجة :

$f(x) = x^3 - 3x + 1$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

نضع $f'(x) = 0$

$3x^2 - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3x^2 = 3 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 1$

إما $x = 1$ ، $1 \in (0\,,3)$ أو $x = -1$ ، $-1 \notin (0\,,3)$

$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = -1$

$\therefore$ $(1\,,-1)$ نقطة حرجة

x	0	1	3
$f(x)$	1	-1	19

من الجدول

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[0\ ,\ 3]$ هي 19 $\Leftarrow$ $\therefore$ 19 قيمة عظمى مطلقة

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[0\ ,\ 3]$ هي -1 $\Leftarrow$ $\therefore$ -1 قيمة صغرى مطلقة

تابع : السؤال الثاني :

(b) لتكن : $f(x) = 2x^2 - 3$, $g(x) = \sqrt{x+4}$

إبحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$ (8 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود متصلة عند $x = -2$ (1)

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$$

نفرض أن $h(x) = x + 4$

$$\therefore g(x) = \sqrt{x+4} = \sqrt{h(x)}$$

h دالة متصلة عند $x = 5$

$$h(5) = 5 + 4 = 9 \quad , \quad 9 > 0$$

$\therefore$ الدالة g متصلة عند $x = f(-2) = 5$ (2)

من (1) ، (2)

نجد أن الدالة $g \circ f$ متصلة عند $x = -2$

15

(7 درجات)

السؤال الثالث :

(a) أوجد فترات التقعر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

الحـــل :

$\because$ f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

$\therefore$ f قابلة للاشتقاق على مجالها

نوجـــد

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f''(x) = 6x - 4$$

نضع $f''(x) = 0$

$$6x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad 6x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1 = \frac{11}{27}$$

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$-\infty$ $\quad \frac{2}{3} \quad$ ∞

الفترات	$\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3}, \infty\right)$
اشارة f''	$- - -$	$+ + +$
بيان الدالة f	مقعر لأسفل	مقعرلأعلى

نلاحظ من الجدول أن :

بيان الدالة f مقعرا لأسفل على الفترة $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$

بيان الدالة f مقعرا لأعلى على الفترة $\left(\frac{2}{3}, \infty\right)$

النقطة $\left(\frac{2}{3}, \frac{11}{27}\right)$ هي نقطة انعطاف لمنحنى الدالة f

تابع : السؤال الثالث :

ⓑ ادرس اتصال الدالة f على $[-3\,,4]$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases}-5 & : x=-3\\ -x^2+4 & : -3< x<4\\ -10 & : x=4\end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

ندرس اتصال الدالة على $(-3\,,4)$

نفرض $g(x)=-x^2+4$

g دالة كثيرة حدود متصلة على R

$\because f(x)=g(x) \qquad \forall\ x\epsilon\ (-3\,,4)$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $(-3\,,4)$ (1)

ندرس اتصال الدالة f عند $x=-3$ من جهة اليمين

$f(-3)=-5$

$$\lim_{x\to -3^+} f(x)=\lim_{x\to -3^+}\left(-x^2+4\right)=-(-3)^2+4=-9+4=-5$$

$$\because f(-3)=\lim_{x\to -3^+} f(x)=-5$$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x=-3$ من جهة اليمين (2)

ندرس اتصال الدالة f عند $x=4$ من جهة اليسار

$f(4)=-10$

$$\lim_{x\to 4^-} f(x)=\lim_{x\to 4^-}\left(-x^2+4\right)=-4^2+4=-12$$

$$\because f(4)\neq \lim_{x\to 4^-} f(x)$$

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x=4$ من جهة اليسار (3)

من (1) ، (2) ، (3) فإن الدالة f ليست متصلة على الفترة $[-3\,,4]$

الداله f متصله على $[-3\,,4)$

15

السؤال الرابع :

ⓐ **أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f حيث** $f(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$

عند النقطة $(1\,,0)$

(8 درجات)

الحل :

نوجد f' **بتطبيق قاعدة القسمة**

$$f'(x)=\frac{(x+2)(x-1)'-(x-1)(x+2)'}{(x+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{(x+2)(1)-(x-1)(1)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x+2-x+1}{(x+2)^2}\qquad=\frac{3}{(x+2)^2}$$

ومنه ميل المماس

$$f'(1)=\frac{3}{(1+2)^2}\;=\frac{1}{3}$$

معادلة المماس :

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

$$y-0=\frac{1}{3}(x-1)$$

$$y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$$

تابع : السؤال الرابع :

ⓑ إذا كانت $S = 1.79$, $\bar{x} = 37.2$, $n = 80$

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ (7 درجات)

الحــل:

$S = 1.79$, $n = 80$, $\bar{x} = 37.2$

1) صياغة الفروض الإحصائية :

$H_0 : \mu = 37$ مقابل $H_1 : \mu \neq 37$

2) نوجد المقياس الإحصائي :

$\because$ σ غير معلوم , $n > 30$

$$\therefore \quad \mathcal{Z} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

3) $\because \ \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد :

$\mathcal{Z}_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

4) منطقة القبول : $(-\mathcal{Z}_{\frac{\alpha}{2}}, \mathcal{Z}_{\frac{\alpha}{2}}) = (-1.96, 1.96)$

5) اتخاذ القرار الإحصائي

$\because 0.999 \in (-1.96, 1.96)$

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $H_0 : \mu = 37$

القسم الثاني البنود الموضوعية (لكل بند درجة واحدة)

في البنود من (1 – 3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة , ظلل ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty}(3x^2+7x-8)=\infty$

(2) الدالة f : $f(x)=\begin{cases}2x-1 & : x<4\\ x^2-9 & : x>4\end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x=4$

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$

في البنود من(4 – 10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح – اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x+3}$ تساوى

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 1 ⓓ 0

(5) $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{|x-2|}{x^2-4}$ تساوى

ⓐ $\dfrac{1}{2}$ ⓑ $\dfrac{1}{4}$ ⓒ $-\dfrac{1}{2}$ ⓓ $-\dfrac{1}{4}$

(6) إذا كانت الدالة g متصلة عند $x=1$ و كانت النقطة $(1\,,-3)$ تقع على منحنى الدالة g

فإن $\lim\limits_{x\to1}\left(g(x)\right)^2$ تساوي

ⓐ -6 ⓑ -3 ⓒ 1 ⓓ 9

(7) إذا كانت الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فان النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها افقيا هي

ⓐ $(3, 0)$ ⓑ $(1, 0)$ ⓒ $(2, -1)$ ⓓ $(-1, 2)$

---

(8) إذا كانت الدالة $f(x) = (x^2 + 3)^4$ فإن $f'(x)$ تساوى

ⓐ $4(x^2 + 3)^3$ ⓑ $8x(x^2 + 3)^4$ ⓒ $8x(x^2 + 3)^3$ ⓓ $4(2x)^3$

---

(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$ فإن a تساوي

ⓐ 5 ⓑ 3 ⓒ 4 ⓓ 2

---

(10) إذا كانت f' : $f'(x) = -3x$ فان الدالة f

ⓐ متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

ⓑ متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

ⓒ متزايدة على مجال تعريفها

ⓓ متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

إجابة الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	الإجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	ⓐ	**ⓑ**		
(3)	**ⓐ**	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(5)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(7)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(9)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**

توقيع المصحح :

توقيع المراجع :

10

دولة الكويت
وزارة التربية المجال الدراسي: الرياضيات
الإدارة العامة للتعليم الخاص الزمن: ساعتان و45 دقيقة
التوجيه الفني للرياضيات عدد الصفحات:11
نموذج اجابة اختبار تجريبى الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشرالعام الدراسي: 2026/2025 م

القسم الأول – أسئلة المقال

(تراعى الحلول الاخرى فى جميع اسئلة المقال)

15

السؤال الأول :

(a) أوجد : $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$ (7درجات)

الحل :

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$

$$=\frac{\boldsymbol{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}}{\boldsymbol{|x|\ \sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}}$$

عندما $x>0$ يكون : $|x|=x$

$$=\frac{\boldsymbol{x\ \left(1-\frac{2}{x}\right)}}{\boldsymbol{x\ \sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}}$$

$$=\frac{\boldsymbol{\left(1-\frac{2}{x}\right)}}{\boldsymbol{\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}}$$

نهاية ما تحت الجذر

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$$

$$=1+0-0=1,\qquad 1>0$$

$$\therefore\lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1$$

$1\neq 0$ ،

نهاية المقام

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}=1-0=1$$

$$\therefore\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{1}{1}=1$$

(5 درجات)

تابع السؤال الأول:

(b) (1) باستخدام التعريف البديل اوجد مشتقة f **:** $f(x)=\sqrt{x}$ عند $x=a$ حيث $a>0$.

الحل :

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$$

اضرب البسط والمقام بالمرافق $(\sqrt{x}+\sqrt{a})$

$$=\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}\cdot\frac{\sqrt{x}+\sqrt{a}}{\sqrt{x}+\sqrt{a}}$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{\cancel{(x-a)}}{\cancel{(x-a)}(\sqrt{x}+\sqrt{a})}$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{1}{(\sqrt{x}+\sqrt{a})}\qquad=\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

---

(2) أوجد y'' **حيث** $y=\frac{1}{\sin x}$

(3 درجات)

الحل :

$$y=\frac{1}{\sin x}=\csc x$$

$$y'=-\csc x\cot x$$

$$y''=(-\csc x)'(\cot x)+(-\csc)(\cot x)'$$

$$=(\csc x\ \cot x)(\cot x)+(-\csc x)(-\csc^2 x)$$

$$=\csc x\ \cot^2 x+\csc^3 x$$

السؤال الثانى :

15

(a) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ فى الفترة $[0,3]$

الحل :

(7 درجات)

∵ الدالة f متصلة على $[0, 3]$

∴ الدالة f لها قيمة عظمى مطلقة ولها قيمة صغرى مطلقة فى $[0,3]$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$$

$$f(3) = (3)^3 - 3(3) + 1 = 19$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

نضع:-

$$f'(x) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 3x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$\therefore x = -1 \notin (0,3) \qquad , \qquad x = 1 \in (0,3)$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = -1$$

∴ $(1, -1)$ نقطة حرجة

x	0	1	3
$f(x)$	1	-1	19

من الجدول القيمة العظمى المطلقة = 19 ، والقيمة الصغرى المطلقة تساوى 1-

تابع السؤال الثانى: (8 درجات)

(b) أوجد:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos x}$$

الحل:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos x}\times\frac{1+\cos x}{1+\cos x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{1-\cos^2 x}\ .\ (1+\cos x)\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{\sin^2 x}\ .\ (1+\cos x)\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{x}{\sin x}\right)^2\ .\ (1+\cos x)\right)$$

$$=\left(\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\right)^2 .\ \lim_{x\to 0}(1+\cos x)$$

$$=\left(\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\right)^2 .\left(\lim_{x\to 0}(1)+\lim_{x\to 0}\cos x\right)$$

$$=(1)^2.(1+1)\ =2$$

15

السؤال الثالث:

(a) **ادرس تغير الدالة** f **:** $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها . (9 درجات)

الحل:

f **دالة كثيرة حدود مجالها R**

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(x^3) = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f **دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها**

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$$

نضع: $f'(x) = 0$

$$3(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = 1 \quad , \quad x = -1$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6 \quad , \quad f(1) = (1)^3 - 3(1) + 4 = 2$$

$(1,2), (-1,6)$ **نقطتان حرجتان**

نكون جدول لدراسة إشارة f'**:**

$-\infty$ -1 1 ∞

الفترات	$(-\infty,-1)$	$(-1,1)$	$(1,\infty)$
إشارة f'	+++	- - -	+++
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

الدالة متزايدة على كل من الفترة $(-\infty,-1)$ **و الفترة** $(1,\infty)$
ومتناقصة على الفترة (1,1-)

نكون جدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(x) = 0$$

$$6x = 0 \, , x = 0$$

$$f(0) = 4$$

$-\infty \qquad 0 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f''	- - -	+++
التقعر	$\cap$	$\cup$

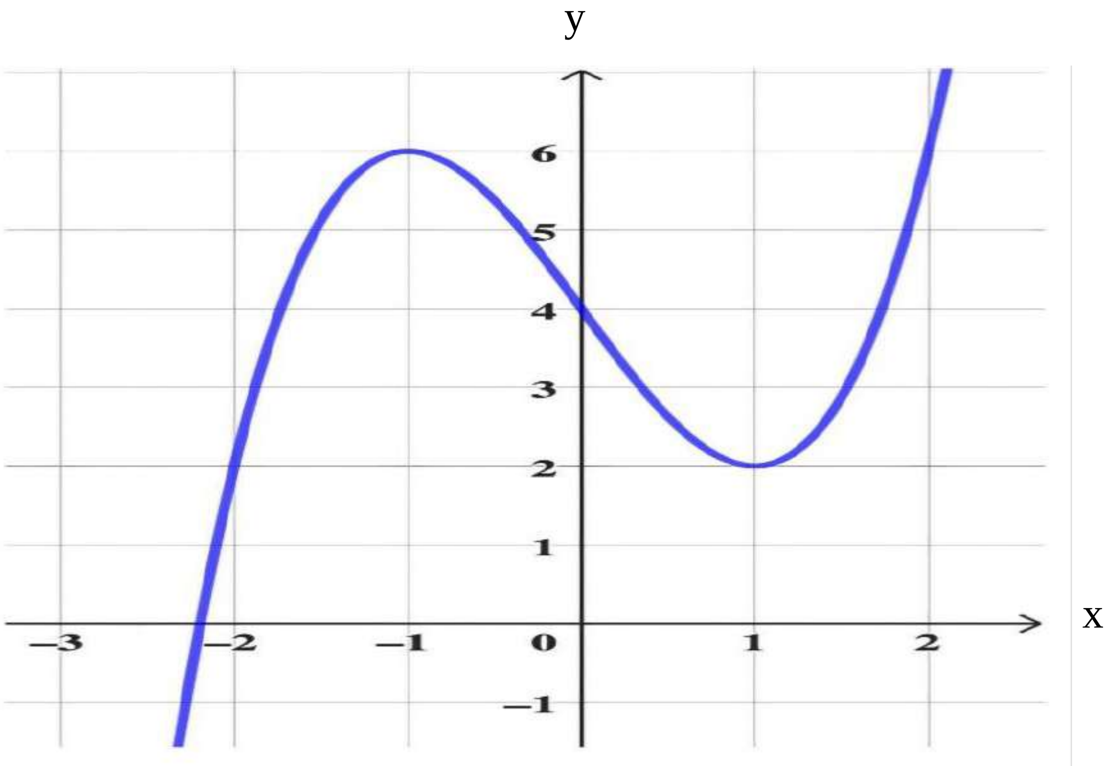
منحني الدالة مقعر لأسفل علي الفترة (0 ، ∞-)

ومقعر لأعلي علي الفترة (∞ ، 0)

(4 ، 0) نقطة انعطاف

نقاط إضافية:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	2	6	4	2	6


y
x
6
5
4
3
2
1
0
−1
−3
−2
−1
1
2

تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases}-2 & : x=1\\ x^2-3 & : 1<x<3\\ 6 & : x=3\end{cases}$$

الحل :

$$f(x)=x^2-3 \quad : \quad x\epsilon(1,3)$$

$$\forall c\in(1,3)$$

$$f(c)=c^2-3$$

$$\lim_{x\to c} f(x)=\lim_{x\to c}(x^2-3)=c^2-3$$

$$\lim_{x\to c} f(x)=f(c)$$

∴ الدالة f متصلة على (1,3) ⟵ $\boxed{1}$

ندرس اتصال الدالة f عند $x=1$ من جهة اليمين

$$f(1)=-2$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(x^2-3)=-2$$

$$f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x)$$

∴ الدالة f متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين ⟵ $\boxed{2}$

ندرس اتصال الدالة f عند $x=3$ من جهة اليسار

$$f(3)=6$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}(x^2-3)=6$$

$$f(3)=\lim_{x\to 3^-} f(x)$$

∴ الدالة f متصلة عند $x=3$ من جهة اليسار ⟵ $\boxed{3}$

من 1,2,3

∴ الدالة f متصلة على $[1,3]$

15

السؤال الرابع : (7 درجات)

(a) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ والمتوسط الحسابي للعينة $\overline{x} = 76.3$.
بإستخدام مستوى ثقة 95%

① أوجد هامش الخطأ .

② أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

③ فسر فترة الثقة .

الحل:

① بم مستوى ثقة 95%

$\therefore$ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

نلاحظ أن σ معلومة

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\sigma = 12.5$ ، $n = 40$ ، $\overline{x} = 76.3$ بم

$$E = 1.96 \times \frac{12.5}{\sqrt{40}}$$

$E \approx 3.87379$

$\therefore$ هامش الخطأ ≈ 3.87379

② فترة الثقة هي :

$(\overline{x} - E, \overline{x} + E)$

$(76.3 - 3.8738 , 76.3 + 3.8738)$

$(72.4262 , 80.1738)$

③ عند إختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسة $(n = 40)$ وحساب فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ.

تابع السؤال الرابع :

(8 درجات)

(b) أوجد معادلتى المماس والناظم لمنحنى الدالة f :

$f(x) = \sqrt{x^2+5}$, $(2,3)$ عند

الحل:

$$f(x) = \sqrt{x^2+5} = (x^2+5)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x^2+5)^{\frac{-1}{2}}.(2x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+5}}$$

$$m = f'(2) = \frac{2}{\sqrt{2^2+5}} = \frac{2}{3}$$

معادلة العمودى :

$$y - y_1 = \frac{-1}{f'(x)}(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{-3}{2}(x-2)$$

$$y = \frac{-3}{2}x + 3 + 3$$

$$y = \frac{-3}{2}x + 6$$

معادلة المماس :

$$y - y_1 = f'(x)(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{2}{3}(x-2)$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} + 3$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا : في البنود الموضوعية من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

---

(1) الدالة f : $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0,1]$.

---

(2) يكون مماس منحنى الدالة f : $f(x) = 4$ عند النقطة (4 , 1-) موازيًا لمحور السينات .

---

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ \text{cm}^2$ هو $16\ \text{cm}$.

ثانيا : في البنود الموضوعية من (4) إلى (10) لكل بند أربعة إختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

---

(4) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x) = 9 - x^2$ عند $x = 2$ هو :

ⓐ -5　　ⓑ - 4　　ⓒ 4　　ⓓ 5

---

(5) للدالة f : $f(x) = (x^2 - 3)^2$ نقاط انعطاف عددها :

ⓐ 1　　ⓑ 2　　ⓒ 3　　ⓓ 4

---

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \to -2}(x^2 + f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي :

ⓐ 3　　ⓑ 5　　ⓒ 9　　ⓓ 11

---

(7) لتكن الداله f : $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ ، $g(x) = x^2 - 3$ فان $(f \circ g)(0)$ يساوي :

ⓐ 4　　ⓑ - 4　　ⓒ 1　　ⓓ - 1

(8) $\lim_{x \to -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}$ يساوى :

ⓐ 12 ⓑ –12 ⓒ 4 ⓓ –4

---

(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$ فان a تساوي :

ⓐ 2 ⓑ 3 ⓒ 4 ⓓ 5

---

(10) إن الداله f : $f(x) = x + \sqrt{x^2}$ +2 ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو :

ⓐ ناب

ⓑ ركن

ⓒ مماس عمودى

ⓓ غير متصلة

"انتهت الاسئلة"

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(2)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(3)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(5)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(6)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(7)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(8)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(10)	(a)	**(b)**	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10

دولة الكويت
وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
امتحان الفترة الدراسية الأولى
للصف الثاني عشر علمي (2025 / 2026)

المجال الدراسي : الرياضيات — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى

السؤال الأول : - (15 درجة)

(a) أوجد إن أمكن: $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

(8 درجات)

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ 2

عندما $x>0$ يكون: $|x|=x$ $\frac{1}{2}$

$$=\frac{\cancel{x}^{1}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\cancel{x}^{1}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ بشرط $x\neq 0$ $\frac{1}{2}$

$$=\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}=1+0-0=1 \quad , \quad 1>0$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1 \quad , \quad 1\neq 0$$ 1

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}=1-0=1$$ 1

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{1}{1}=1$$ 1

تابع السؤال الأول :

(b) لتكن الدالة f :
$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : \quad x\le 1 \\ 2x-3 & : \quad x>1 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها أوجد $f'(x)$ إن أمكن **(7 درجات)**

$$D_f=(-\infty\ ,\ 1]\cup(1\ ,\ \infty)=\mathbb{R}$$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \quad x<1 \\ \text{تبحث} & : \quad x=1 \\ 2 & : \quad x>1 \end{cases}$$ 1

$$f(1)=(1)^2+2=3$$ $\frac{1}{2}$

$$f'_{-}(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$ إن وجدت

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2+2-3}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2-1}{x-1}$$ 1

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{\cancel{(x-1)}\,(x+1)}{\cancel{x-1}}=\lim_{x\to 1^-}(x+1)=1+1=2$$ 1

$$f'_{+}(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$ إن وجدت $\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{2x+1-3}{x-1}$$ $\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{2x-2}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{2\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=\lim_{x\to 1^+}2=2$$ 1

$$f'_{-}(1)=f'_{+}(1)=2$$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \quad x<1 \\ 2 & : \quad x=1 \\ 2 & : \quad x>1 \end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \quad x\le 1 \\ 2 & : \quad x>1 \end{cases}$$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) لتكن : $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$ ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

(7 درجات)

الدالة f دالة كثيرة الحدود متصلة عند $x = -2$ .... (1) | 1

$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$ | 1

بفرض أن $g(x) = \sqrt{h\,(x)}$ | 1

الدالة g متصلة عند $x = 5$ | 1

$h\,(x) = x + 4 = 5 \quad > 0$ | 1

الدالة

$g(x) = \sqrt{h\,(x)} = \sqrt{x+4}$

متصلة عند $x = 5$ .... (2) | 1

من 1 ، 2 ينتج ان $g \circ f$ متصلة عند $x = -2$ | 1

تابع السؤال الثاني :

b) أوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم عند النقطة $\left(1 , \frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f حيث $f(x)=\frac{x^3+1}{x^2+2}$

(8 درجات)

1 $$f'(x)=\frac{(x^2+2)(x^3+1)'-(x^3+1)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

1 $$f'(x)=\frac{(x^2+2)(3x^2)-(x^3+1)(2x)}{(x^2+2)^2}$$

1 $$f'(1)=\frac{(1^2+2)(3(1)^2)-(1^3+1)(2(1))}{(1^2+2)^2}=\frac{5}{9}$$

1 معادلة خط المماس: $$y-f(a)=f'(a)\cdot(x-a)$$

$$y-f(1)=f'(1)\cdot(x-1)$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore\ y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}(x-1)$$

$$y=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}+\frac{2}{3}$$

1 $$y=\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}$$

لإيجاد معادلة الناظم عند النقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$ على المنحنى نستخدم المعادلة:

1 $$y-f(a)=-\frac{1}{f'(a)}(x-a)$$

$\frac{1}{2}$ ميل الناظم: $$\frac{-1}{f'(a)}=-\frac{9}{5}$$

$$y-\frac{2}{3}=-\frac{9}{5}(x-1)$$

1 $$y=-\frac{9}{5}x+\frac{37}{15}$$

السؤال الثالث : **(15 درجة)**

(a) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

(7 درجات)

الدرجة	الحل
1	$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^2}{1-\cos x} = \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2}{1-\cos x}\cdot\dfrac{1+\cos x}{1+\cos x}\right)$
1	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}\right)$
1	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{\sin^2 x}\right)$
	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\left(\dfrac{x^2}{\sin^2 x}\right)\cdot(1+\cos x)\right)$
1	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot(1+\cos x)\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\lim\limits_{x\to0}(1+\cos x)$
$\frac{1}{2}$	$= \left(\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\left(\lim\limits_{x\to0}(1)+\lim\limits_{x\to0}\cos x\right.$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= (1)^2 \times (1+1)$
$\frac{1}{2}$	$= 1 \times 2 = 2$

تابع السؤال الثالث :

(b) **تعطي الدالة** $V(x) = 2\pi\,(-h^3 + 36h)$ **حجم إسطوانة بدلالة إرتفاعها** h **.**

أوجد الارتفاع $h\ (cm)$ **للحصول على أكبر حجم للأسطوانة . ما قيمة هذا الحجم ؟** **(8 درجات)**

$V(h) = 2\pi\,(-h^3 + 36h)$

$V(x) = -2\pi\,h^3 + 72\pi h$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$V'(x) = -6\pi\,h^2 + 72\pi$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$V'(x) = 0$ $\quad \frac{1}{2}$

$-6\pi\,h^2 + 72\pi = 0$ $\quad \frac{1}{2}$

$h^2 = 12$

$h = 2\sqrt{3}$ $\qquad$ $h = -2\sqrt{3}$ مرفوض $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$V''(h) = -12\pi\,h$ $\quad 1$

$V''(2\sqrt{3}) = -24\pi\sqrt{3} < 0$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

أكبر حجم للأسطوانة عند $h = 2\sqrt{3}$ $\quad 1$

الحجم

$V(2\sqrt{3}) = 2\pi\,(-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3}))$ $\quad \frac{1}{2}$

$= 96\sqrt{3}\ \pi$ $\quad \frac{1}{2}$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي: **(9 درجات)**

a) النقاط الحرجة للدالة
b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها
c) القيم القصوى المحلية

f دالة كثيرة حدود.

$\frac{1}{2}$ f متّصلة وقابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$،

1 نوجد النقاط الحرجة فقط عند أصفار مشتقّة الدالّة f' $f'(x) = 3x^2 - 12$

نضع: $f'(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $3x^2 - 12 = 0 \Longrightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$

1 $x = -2 \quad , \quad x = 2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ النقاط الحرجة هي: $(-2, f(-2)) = (-2, 11)$

$\frac{1}{2}$ $(2, f(2)) = (2, -21)$

نكوّن الجدول لدراسة إشارة f' :

3

$-\infty \quad -2 \quad 2 \quad \infty$

الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	$+++$	$---$	$+++$
سلوك الدالّة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ الدالّة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ والفترة $(2, \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-2, 2)$

$\frac{1}{2}$ توجد قيمة عظمى محليّة عند $x = -2$، وقيمة صغرى محليّة عند $x = 2$

$\frac{1}{2}$ القيمة العظمى المحليّة هي $f(-2) = 11$، والقيمة الصغرى المحليّة هي $f(2) = -21$

تابع السؤال الرابع :

(b) **أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ و متوسط حسابي** **(8 درجات)**

$\overline{x} = 15$ ، و الانحراف المعياري $S = 10$

باستخدام مستوى الثقة %95 .

a) أوجد هامش الخطأ

b) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

$\because$ σ^2 غير معلوم ، $n \le 30$

$\therefore$ نستخدم توزيع t. — 1

$\because \quad n = 25$

$\therefore$ درجات الحرية: $n - 1 = 25 - 1 = 24$ — 1

$\because$ مستوى الثقة: $1 - \alpha = 95\%$

$\therefore \quad 1 - \alpha = 0.95 \Longrightarrow \alpha = 0.050$

$\therefore \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$ — 1

من جدول توزيع t تكون قيمة $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025}$ مناظرة للعدد 2.064 — 1

هامش الخطأ $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

$= 2.064 \times \frac{10}{\sqrt{25}}$ — 1

$\therefore$ هامش الخطأ $= 4.128$ — 1

فترة الثقة: $(\overline{x} - E \ , \ \overline{x} + E)$

$= (15 - 4.128 \ , \ 15 + 4.128)$ — 1

$= (10.872 \ , \ 19.128)$ — 1

القسم الثاني : البنود الموضوعية (10 درجات)

أولًا : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل

ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الدالة f : $f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in R$ ⓐ ⓑ

(2) ميل المماس عند النقطة $A(1,1)$ على منحنى : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي 1 ⓐ ⓑ

(3) الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ متصلة على $[-2, 2]$ ⓐ ⓑ

ثانيًا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-|x+3|}{2x} =$

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ $-\frac{1}{2}$ ⓒ ∞ ⓓ $-\infty$

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim\limits_{x\to-2}(x^2+f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

ⓐ 3 ⓑ 5 ⓒ 9 ⓓ 11

(6) إذا كانت $y = \dfrac{x}{1+\cos x}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $-\dfrac{x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ ⓑ $\dfrac{1+\cos x - x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

ⓒ $\dfrac{1+\cos x - x\sin x}{1+\cos^2 x}$ ⓓ $\dfrac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(7) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} =$

(a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

(8) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

(a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

(9) إذا كانت $y = \dfrac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ (b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ (c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$ (d) $3(2x+1)^{-1}$

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c\ ,\ f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

(a) $f''(c)=0$ (b) $f'(c)=0$ (c) $f(c)=0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	a	**b**		
2	**a**	b		
3	a	**b**		
4	a	**b**	c	d
5	**a**	b	c	d
6	a	b	c	**d**
7	a	b	**c**	d
8	a	**b**	c	d
9	a	**b**	c	d
10	a	b	c	**d**

لكل بند درجة واحدة

10

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الجهراء التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ثلاث ساعات
عدد الصفحات 11

نموذج امتحان الفترة الدراسية الاولي للصف الثاني عشر علمى
العام الدراسي 2025 - 2026

القسم الأول - أسئلة المقال

اجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

15

السؤال الأول (15 درجة)

(a) أوجد: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$ **(9 درجات)**

الحل:

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$

$$= \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{\cancel{x}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ عندما $x > 0$ يكون : $|x| = x$

$$= \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \quad ; x \neq 0$$

$$\because \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} - \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$$

$$= 1+0-0 = 1 \ , 1 > 0$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \quad , \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} = 1-0 = 1$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

تابع السؤال الأول :

(b) لتكن $y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \cot x$ **أوجد معادلة المماس للمنحني الدالة عند** $p\left(\frac{\pi}{4}, 4\right)$ **(6 درجات)**

$$y' = 0 + \frac{-\sqrt{2} \times \cos x}{\sin^2 x} - \csc^2 x$$

$$m = y'\Big|_{x=\frac{\pi}{4}} = \frac{-\sqrt{2} \times \cos\frac{\pi}{4}}{\sin^2\frac{\pi}{4}} - \csc^2\frac{\pi}{4} = -4$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -4\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y - 4 = -4x + \pi$$

$$y = -4x + \pi + 4$$

السؤال الثاني : 15 درجة

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \le 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (9 درجات)

الحل :

مجال الدالة : $D_f = (-\infty, 2] \cup (2, \infty) = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ \text{تبحث} & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5$$

(إن وجدت)

$$f'_-(2) = \lim_{x \to 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{x - 2} = \lim_{x \to 2^-} (x + 2) = 4$$

(إن وجدت)

$$f'_+(2) = \lim_{x \to 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{4x - 3 - 5}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{4x - 8}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{4(x-2)}{x - 2} = \lim_{x \to 2^+} 4 = 4$$

$$f'_-(2) = f'_+(2) = 4$$

$$\therefore f'(2) = 4$$

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 2x & : x \le 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{sin^2 x}{1-cos\,x}$ (6 درجات)

الحل :

$$\lim_{x\to 0}\frac{sin^2x}{1-cosx}=\lim_{x\to 0}\frac{sin^2x}{1-cosx}\times\frac{1+cosx}{1+cosx}$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{sin^2x}{(1-cosx)(1+cosx)}.(1+cosx)\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{sin^2x}{1-cos^2x}.(1+cosx)\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{sin^2x}{sin^2x}.(1+cosx)\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\overset{1}{\cancel{sin^2}}x}{\underset{1}{\cancel{sin^2}}x}.(1+cosx)\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}(1+cosx)$$

$$=\lim_{x\to 0}(1)+\lim_{x\to 0}cosx$$

$$=1+1$$

$$=2$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أثبت من بين المستطيلات التي محيطها 8cm واحداً منها يعطي أكبر من مساحة ويكون مربعاً (6 درجات)

الحل :

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو x وطول البعد الثاني y

المحيط $= 2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y$

$4 = x + y \quad \rightarrow y = 4 - x$

∴ طول البعد الثاني للمستطيل هو $4 - x$

x لا يمكن أن تزيد على 4 أي : $0 < x < 4$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب البعدين

$$s(x) = x.(4 - x)$$
$$= 4x - x^2$$
$$s'(x) = 4 - 2x$$

نضع $s'(x)$

$$4 - 2x = 0$$
$$x = 2 \in (0, 4)$$

∴ $(2, s(2))$ نقطة حرجة

$s''(x) = -2 \quad , \quad -2 < 0$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 2$

∴ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند $x = 2$

∴ البعد الأول للمستطيل هو $x = 2\ cm$

والبعد الثاني هو $4 - x = 4 - 2 = 2\ cm$

المستطيل يصبح مربع لان بعداه متساويان

تابع السؤال الثالث :

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$

(5 درجات)

الحل :

$$f(0) = -3$$

$$\lim_{x\to0^-} f(x) = \lim_{x\to0^-}(-x+3) = 3$$

$$\lim_{x\to0^+} f(x) = \lim_{x\to0^+}(x-3) = -3$$

$$\because \lim_{x\to0^-} f(x) \neq \lim_{x\to0^+} f(x)$$

$\therefore \lim_{x\to0} f(x)$ ليست موجودة

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x = 0$

$$\frac{x^2-3x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x^2-3x}{x} & : x > 0 \\ \frac{x^2-3x}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{\cancel{x}(x-3)}{\cancel{x}} & : x > 0 \\ \frac{\cancel{x}(x-3)}{-\cancel{x}} & : x < 0 \end{cases}$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x-3 & : x > 0 \\ -x+3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

(c) لتكن : $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$ **(4 درجات)**

اوجد باستخدام قاعدة السلسلة $(f \circ g)`(1)$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2+4)(2x) - (x^2-4)(2x)}{(x^2+4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3+8x-2x^3+8x}{(x^2+4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{16x}{(x^2+4)^2}$$

$$f'(g(x)) = \frac{16(\sqrt{x})}{((\sqrt{x})^2+4)^2}$$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\frac{16(\sqrt{x})}{(x+4)^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{8}{(x+4)^2}$$

$$(f \circ g)'(1) = \frac{8}{25}$$

<u>السؤال الرابع : (15 درجة)</u>

(a) لكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ (9 درجات)

لأوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوي المحلية

الحل :

(1) $\because$ f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f متصلة و قابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$

نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Longrightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$$

$$x = 2 \quad , x = -2$$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي :

$$(-2, f(-2)) = (-2,11)$$

$$(2, f(2)) = (2,-21)$$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

$-\infty$ -2 2 ∞

الفترات	$(-\infty,-2)$	$(-2,2)$	$(2,\infty)$
إشارة f'	$+++$	$---$	$+++$
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty,-2)$ ، الفترة $(2,\infty)$

و متناقصة على الفترة $(-2,2)$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و هي $f(-2) = 11$

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ و هي $f(2) = -21$

<u>تابع السؤال الرابع :-</u>

(b) عين عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعنية 60 وتباينها 16
(6 درجات)

باستخدام مستوي ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطا.

(2) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .

(3) فسر فترة الثقة .

<u>الحل :</u>

حجم العينة : $n = 36$ ، المتوسط الحسابي : $\bar{x} = 60$

التباين : $S^2 = 16$ ، الإنحراف المعياري : $S = 4$

(1) $\because$ مستوى الثقة 95%

$$\therefore \ Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$\because$ σ^2 غير معلوم , $n > 30$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{36}}$$

$$= 1.3066$$

$\therefore$ هامش الخطأ ≈ 1.3067

(2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E \, , \bar{x} + E)$

$$(60 - 1.3067 \ , 60 + 1.3067)$$

$$(58.6933 \, , 61.3067)$$

(3) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه $(n = 36)$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً : في بنود (1-3) عبارات ظل

Ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة.

Ⓑ إذا كانت العبارة الخاطئة.

---

1) الدالة f : $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + 1$ متصلة عند $x = -2$

....

2) إذا كانت : $y = \frac{-3x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 4x$ فان : $\frac{d^3y}{d^3} = -18$

....

3) الدالة f : $f(x) = \begin{cases} 2x-1 : x < 4 \\ x^2 - 9 : x > 4 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 4$.

ثانياً : في البنود من (4-8) لكل بند من البنود التالية أربع اختبارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :-

---

4) $\lim_{x \to -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2 - x + 3}}$

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ -1 ⓓ $\frac{1}{2}$

---

5) $\lim_{x \to -2} (x^3 + 3x^2 - 2x - 17) =$

Ⓐ 17 Ⓑ -17 Ⓒ 9 ⓓ -9

---

6) **عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^3 \to x - 4$ على الف الفترة (0,2) هو :-**

Ⓐ 3 Ⓑ 2 Ⓒ 1 ⓓ 0

(7) في دراسة المجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها n = 36 فتبين أن متوسطهما الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $z = 3.125$ فإن الإنحراف المعياري ، تحت مستوى ثقة 95% يساوي .

Ⓐ 6.9 Ⓑ - 9.6 Ⓒ -6.9 ⓓ 9.6

---

8) أي من الدول التالية ليس لها نقطة انعطاف :

Ⓐ $f(x) = x^3 + 5x$

Ⓑ $f(x) = 4x^2 - 2^{x^2}$

Ⓒ $f(x) = x^3$

ⓓ $f(x) = (x-2)^4$

---

9) إذا كانت f^2 : $f`(x) = -x^2$ فان الدالة f :

Ⓐ متزايدة على مجال تعريفها

Ⓑ متناقصة على مجال تعريفها

Ⓒ متناقصة على الفترة $(\infty, 0)$ فقط

ⓓ متزايدة علي الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

---

10) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x : x \geq 1 \\ 4x - 1 : x < 1 \end{cases}$ فان مجال $f`$ هو :

Ⓐ R Ⓑ $R - \{1\}$ Ⓒ $[1, \infty)$ ⓓ $\{1\}$

ورق إجابة البنود الموضوعية

جدول البنود الموضوعية

(1)	Ⓐ	**Ⓑ**	Ⓒ	ⓓ
(2)	**Ⓐ**	Ⓑ	Ⓒ	ⓓ
(3)	Ⓐ	**Ⓑ**	Ⓒ	ⓓ
(4)	Ⓐ	**Ⓑ**	Ⓒ	ⓓ
(5)	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	**ⓓ**
(6)	Ⓐ	Ⓑ	**Ⓒ**	ⓓ
(7)	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	**ⓓ**
(8)	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	**ⓓ**
(9)	Ⓐ	**Ⓑ**	Ⓒ	ⓓ
(10)	**Ⓐ**	Ⓑ	Ⓒ	ⓓ

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتوفيق

الدرجة :

المصحح :

المراجع :

10

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 13

نموذج إجابة امتحان (تجريبي) الفترة الدراسية الاولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2026/2025 م

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى لجميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-7}}{3x-5}$

الحل : (8 درجات)

الحل	الدرجة
$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-7}}{3x-5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(4-\frac{7}{x^2}\right)}}{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\lvert x\rvert\sqrt{\left(4-\frac{7}{x^2}\right)}}{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}$	$1\frac{1}{2}$
$x\to-\infty\Longrightarrow\lvert x\rvert=-x$	
$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\cancel{x}\sqrt{\left(4-\frac{7}{x^2}\right)}}{\cancel{x}\left(3-\frac{5}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{\left(4-\frac{7}{x^2}\right)}}{\left(3-\frac{5}{x}\right)}$	1
$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4-\frac{7}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}4-\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{7}{x^2}=4-0=4>0$	$1\frac{1}{2}$
$\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\left(4-\frac{7}{x^2}\right)}=\sqrt{\lim\limits_{x\to-\infty}4-\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{7}{x^2}}=\sqrt{4-0}=2$	1
$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}3-\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5}{x}=3-0=3\neq0$	$1\frac{1}{2}$
$\therefore\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-7}}{3x-5}=\frac{-\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\left(4-\frac{7}{x^2}\right)}}{\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)}=\frac{-2}{3}$	$1\frac{1}{2}$

تابع السؤال الأول :

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[-3, 4]$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases}-5 & : x=-3\\ -x^2+4 & : -3<x<4\\ -10 & : x=4\end{cases}$$

الحل : **(7 درجات)**

(1) $f(x)=-x^2+4 : x\in(-3,4)$

$\forall\ c\in(-3,4)$

2 $f(c)=-c^2+4$

$\lim\limits_{x\to c} f(x)=\lim\limits_{x\to c}(-c^2+4)=-c^2+4$

$\lim\limits_{x\to c} f(x)=f(c)\qquad \forall\ c\in(-3,4)$

$\therefore$ f متصلة على $(-3, 4)$

(2) نبحث اتصال الدالة f عند $x=-3$ من جهة اليمين

$f(-3)=-5$

2 $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -3^+}(-x^2+4)=-(-3)^2+4=-5$

$\therefore \lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=f(-3)=-5$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x=-3$ من جهة اليمين

(3) نبحث اتصال الدالة f عند $x=4$ من جهة اليسار

$f(4)=-10$

2 $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^-}(-x^2+4)=-(4)^2+4=-12$

$\therefore \lim\limits_{x\to 4^-} f(x)\neq f(4)$

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x=4$ من جهة اليسار

1 من (1) ، (2) ، (3) ينتج أن

$\therefore$ f متصلة على $[-3, 4)$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة المماس و معادلة الناظم على منحنى الدالة f حيث $f(x)=\frac{8}{4+x^2}$

عند النقطة (1 , 2).

الحل : **(7 درجات)**

$f\,`(x)=\frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} \implies f\,`(x)=\frac{-16x}{(4+x^2)^2}$	1
$f\,`(2)=\frac{-16(2)}{\left(4+(2)^2\right)^2}=\frac{-32}{64}=\frac{-1}{2}$ ∴ ميل المماس يساوي $\frac{-1}{2}$ و بالتالي ميل الناظم يساوي 2	1
معادلة خط المماس $y-f(a)=f\,`(a)(x-a)$	$\frac{1}{2}$
$y-1=\frac{-1}{2}(x-2)$	1
$y=\frac{-1}{2}x+2$	1
معادلة الناظم $y-f(a)=\frac{-1}{f\,`(a)}(x-a)$	1
$y-1=2(x-2)$	1
$y=2x-3$	$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة f:
$$f(x)=\begin{cases}x^2+x & : \ x\le -1\\ x^2-x-2 & : \ x>-1\end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f`(-1)$

الحل : (8 درجات)

$\frac{1}{2}$ $$f(-1)=0$$

إن وجدت $$f`_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$$

1 $$f`_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{x^2+x-0}{x+1}$$

1 $$f`_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{x\cancel{(x+1)}^{1}}{\cancel{x+1}_{1}}$$

1 $$f`_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}(x)=-1$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore\ f`_-(-1)=-1$$

إن وجدت $$f`_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$$

1 $$f`_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{x^2-x-2-0}{x+1}$$

1 $$f`_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{(x-2)\cancel{(x+1)}^{1}}{\cancel{x+1}_{1}}$$

$1\frac{1}{2}$ $$f`_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}(x-2)=-3$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore\ f`_+(-1)=-3$$

$\frac{1}{2}$ $$\because\ f`_-(-1)\neq f`_+(-1)$$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f`(-1)$ غير موجودة

السؤال الثالث: (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $\quad f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

1) أوجد فترات التزايد وفترات التناقص لمنحنى الدالة f

2) أوجد فترات التقعر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f

3) ارسم بيان الدالة f

الحل : (10 درجات)

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathcal{R}$

$\frac{1}{2}$

f دالة كثيرة متصلة وقابلة للاشتقاق على $\mathcal{R}$

$f`(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-3)(x-1)$

1 نضع: $f`(x) = 0$

$3x^2 - 12x + 9 = 3(x-3)(x-1) = 0$

$x = 3 \quad , \quad x = 1$

$f(3) = -4 \quad , \quad f(1) = 0$

1 $\therefore$ $(1, 0)$, $(3, -4)$ نقطتان حرجتان

نكون جدولاً لدراسة إشارة $f`$

$-\infty \qquad 1 \qquad 3 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, \infty)$
إشارة $f`$	$+++$	$---$	$+++$
سلوك الدالة f	متزايدة $-\infty \nearrow$	متناقصة $\searrow$	متزايدة $\nearrow \infty$

1

الدالة f متزايدة على كلٍ من الفترة $(-\infty, 1)$ و الفترة $(3, \infty)$

1 الدالة f متناقصة على الفترة $(1, 3)$

1 $f``(x) = 6x - 12 = 6(x-2)$

نضع $f``(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $6(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2$

$f(2) = -2$

نكون جدولاً لدراسة إشارة $f``$

$-\infty \quad 2 \quad \infty$

الفترات	$(-\infty, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة $f``$	$---$	$+++$
التقعر		

$\frac{1}{2}$

بيان الدالة f مقعراً لأسفل على الفترة $(-\infty, 2)$

1 **ومقعراً لأعلى على الفترة $(2, \infty)$ والنقطة $(2, -2)$ نقطة انعطاف**

النهايات عند الحدود المفتوحة لأطراف المجال

$\frac{1}{2}$

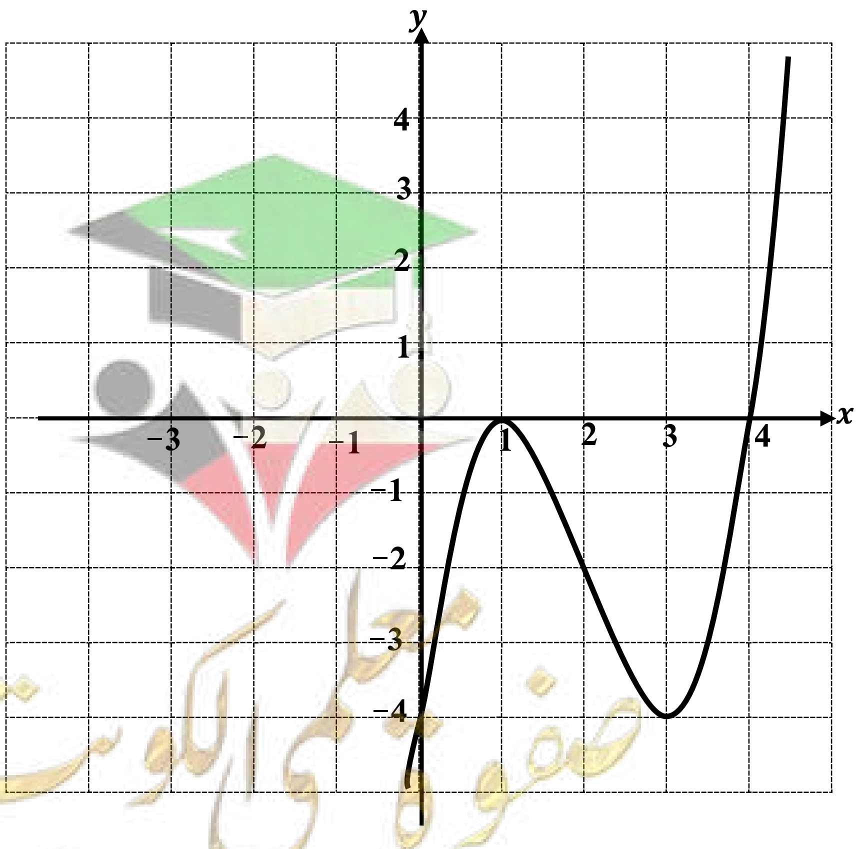
$$\therefore \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^3) = -\infty$$

$$, \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (x^3) = \infty$$

نقط إضافية

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-4	0	-2	-4	0
	نقطة إضافية	نقطة عظمى محلية	نقطة انعطاف	نقطة صغرى محلية	نقطة إضافية

2



تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد إن أمكن $\lim\limits_{x\to-7}\frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x}$

الحل : **(5 درجات)**

عند التعويض المباشر نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة $\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x\to-7}\frac{(x+4-3)(x+4+3)}{x(x+7)}$$ 1

$$= \lim_{x\to-7}\frac{(x+1)\overset{1}{\cancel{(x+7)}}}{x\underset{1}{\cancel{(x+7)}}}$$ 1

شرط المقام

$$\lim_{x\to-7} x = -7 \neq 0$$

$$= \lim_{x\to-7}\frac{(x+1)}{x} = \frac{-7+1}{-7}$$ 2

$$= \frac{6}{7}$$ $\frac{1}{2}$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) (1) أثبت أنه من بين المستطيلات التي محيط كلٍ منها $8\ m$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة و يكون مربعاً

الحل : **(5 درجات)**

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو x وطول البعد الثاني y

المحيط = $2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y$

1 $4 = x + y \longrightarrow y = 4 - x$

∴ طول البعد الثاني للمستطيل هو $4 - x$

x لا يمكن أن تزيد عن 4 أي : $4 > x > 0$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب البعدين

1 $s(x) = x.(4 - x)$

$= 4x - x^2$

$s`(x) = 4 - 2x$

نضع $s`(x) = 0$

$4 - 2x = 0$

1 $x = 2 \in (0, 4)$

∴ $(2, s(2))$ نقطة حرجة

$s``(x) = -2$, $-2 < 0$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 2$

1 ∴ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل تكون عند $x = 2$

∴ البعد الأول للمستطيل هو $x = 2$ cm

والبعد الثاني هو $4 - x = 4 - 2 = 2\ cm$

1 ∴ المستطيل يصبح مربع لأن بعداه متساويان

(2) أوجد $\frac{dy}{dx}$ حيث $2y = x^2 + sin\, y$ عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

الحل: (4 درجات)

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة إلى x

$$\frac{d}{dx}(2y) = \frac{d}{dx}(x^2 + \sin y)$$

1 $$2\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(\sin y)$$

$$2\frac{dy}{dx} = 2x + (\cos y)\frac{dy}{dx}$$

1 $$2\frac{dy}{dx} - (\cos y)\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx}(2 - \cos y) = 2x$$

1 $$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2 - \cos y}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(2\sqrt{\pi}, 2\pi)} = \frac{2(2\sqrt{\pi})}{2 - \cos(2\pi)}$$

$$= \frac{4\sqrt{\pi}}{2-1} = 4\sqrt{\pi}$$

1 ميل المماس للمنحني عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ هو $4\sqrt{\pi}$

تابع السؤال الرابع:

(b) في عينة من مجتمع إحصائي حجمها $n = 50$ إذا كانت قيمة $\overline{x} = 40$ والانحراف المعياري $s = 7$ ، اختبر الفرض الإحصائي إذا $\mu = 35$ مقابل الفرض البديل $\mu \neq 35$ عند مستوى المعنوية 0.05

الحل : **(6 درجات)**

$\overline{x} = 40 \qquad s = 7 \qquad n = 50$

(1) صياغة الفروض:

$H_0 : \mu = 35$ مقابل $H_1 : \mu \neq 35$ — 1

(2) $\because$ σ غير معلوم , $n = 40 > 30$

$\therefore$ نستخدم المقياس الإحصائي Z :

$$Z = \frac{\overline{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{40-35}{\frac{7}{\sqrt{50}}} = \frac{25\sqrt{2}}{7} = 5.0508$$ — 1

(3) تحديد مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ — 1

$\therefore Z_{0.025} = 1.96$

(4) منطقة قبول الفرض هي $(-1.96 , 1.96)$ — 1

(5) اتخاذ القرار الإحصائي: $\because 5.0508 \notin (-1.96 , 1.96)$ — 1

$\therefore$ القرار نرفض فرض العدم $\mu = 35$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 35$ — 1

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ و كانت $\lim\limits_{x\to -1}(f(x) - 2) = -1$ فإن $f(-1) = 1$

(2) إذا كانت $y = 5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2}\csc^2\left(\frac{2}{x}\right)$

(3) إذا كانت الدالة f متصلة على (a, b) فإن للدالة f قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) ليكن منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس الدالة عندها أفقياً هي

ⓐ (3 , 0) ⓑ (1 , 0)

ⓒ (2 , -1) ⓓ (-1 , 2)

(5) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\frac{2}{x} + 1\right)\left(\frac{5x^2 - 1}{x^2}\right)$

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ $-\infty$ ⓓ 5

(6) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2}$

ⓐ 0 ⓑ 9 ⓒ ∞ ⓓ 3

(7) لتكن الدالة f : $f(x) =(\frac{x}{\sqrt{x-3}})$ ، الدالة g : $x \neq 0$, $f(x) = x^2 + 3$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي

ⓐ $\frac{x^2}{x-3} + 3$ ⓑ $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

ⓒ $\frac{x^2+3}{|x|}$ ⓓ $\frac{-(x^2+3)}{x}$

---

(8) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو:

ⓐ 0 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ 3

---

(9) إذا كانت f دالة كثيره حدود، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

ⓐ $f``(c)$ غير موجودة ⓑ $f``(c) = 0$

ⓒ $f`(c) = 0$ ⓓ $f(c) = 0$

---

(10) إنَّ القيمة الحرجة $z_{\frac{\propto}{2}}$ لدرجة الثقة 96.6% هي

ⓐ 2.12 ⓑ 2.17 ⓒ 21 ⓓ 21.2

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(7)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(9)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(10)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10