أجابة توقعات نصار فاينال 11ع

عمل / ا. أحمد نصار

((مذكره مجانية ... المرجع: الكتاب المدرسي وكراسة التمارين وزارة التربية والتعليم الكويتية))

1-

بسّط كلًّا مما يلي مستخدمًا قوانين الأسس:

$(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} \quad , \quad x > 0$

$$(x^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{4}{3}}) \div x^{\frac{2}{3}} =$$
$$x^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}} = x^{\frac{2}{3}}$$

2-

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

$\sqrt{5x+4} - 7 = 0$

1) أفصل الجذر

$$\sqrt{5x+4} - 7 = 0$$
$$\sqrt{5x+4} = 0 + 7$$
$$\sqrt{5x+4} = 7$$

2) بما أن دليل الجذر زوجي لابد إن يكون المجذور غير سالب

$$5x + 4 \geq 0 \Rightarrow 5x \geq -4 \Rightarrow x \geq \frac{-4}{5}$$
$$x \in [\frac{-4}{5}, \infty)$$

ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$$(\sqrt{5x+4})^2 = 7^2$$
$$5x + 4 = 49$$
$$5x = 49 - 4 = 45$$
$$x = 9$$

$$9 \in [\frac{-4}{5}, \infty)$$

مجموعة الحل = { 9 }

3-

أوجد مجموعة الحل:

$2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$

$$2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$$

بالقسمة على 2

$$(x+3)^{\frac{3}{2}} = 27$$

ارفع طرفي المعادلة لأس $\frac{2}{3}$

$$\left((x+3)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$$

$$x+3 = \sqrt[3]{27^2}$$

$$x+3 = \sqrt[3]{(3^3)^2} = \sqrt[3]{3^6}$$

$$x+3 = 3^2 = 9$$

$$\therefore x = 9-3$$

$$\therefore x = 6$$

$$x = 6 \in [-3,\infty)$$

$x+3 \geq 0$
$x \geq -3$
$x \in [-3,\infty)$

مجموعة الحل = { 6 }

4-

أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$f_3(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$

لنفرض أن $b(x) = \sqrt{5-4x}$ ، $a(x) = x^2+4$

فيكون $f_3(x) = \frac{b(x)}{a(x)}$

الدالة a دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

الدالة b هي دالة جذرية دليلها زوجي ، المجال هو قيم X التي تجعل المجذور صفر أو عدد موجب

$$5-4x \geq 0 \Rightarrow -4x \geq -5 \Rightarrow x \leq \frac{5}{4}$$

أي أن مجال الدالة b هو $(-\infty , \frac{5}{4}]$

نوجد أصفار المقام

$x^2+4=0 \Rightarrow x^2 = -4$ لا توجد قيم تجعل المقام = 0

مجال f_3 = $(-\infty , \frac{5}{4}] = R \cap (-\infty , \frac{5}{4}] =$

5-

حل كلًّا من المعادلات التالية:

$(x+5)^{\frac{2}{3}} = 4$

$$(x+5)^{\frac{2}{3}} = 4$$

$$\left((x+5)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = (4)^{\frac{3}{2}}$$

$$|x+5| = \sqrt{4^3}$$

$$|x+5| = 8$$

$\therefore x+5 = 8$ أو $x+5 = -8$

$\therefore x = 3$ $\therefore x = -13$

مجموعة الحل = $\{3, -13\}$

6-

كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل.

اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحًا إلى أعلى أم إلى أسفل.

a $E(4, 2)$ b $D(1, -5)$

a نعوض بالنقطة $E(4,2)$

$$y = ax^2$$

$$2 = a(4)^2 \Rightarrow a = \frac{2}{4^2} = \frac{1}{8}$$

$$y = \frac{1}{8}x^2 \qquad \frac{1}{8} > 0$$

القطع المكافئ مفتوح لأعلى

b نعوض بالنقطة $D(1,-5)$

$$y = ax^2$$

$$-5 = a(1)^2 \Rightarrow a = -5$$

$$y = -5x^2 \qquad -5 < 0$$

القطع المكافئ مفتوح لأسفل

7-

أوجد مجموعة الحل: $\sqrt{5x-1}+3=x$

$$\sqrt{5x-1}+3=x$$
$$\sqrt{5x-1}=x-3$$

1)افصل الجذر

2) بما أن دليل الجذر زوجي لابد ان يكون المجذور غير سالب والطرف الأيسر غير سالب,,

$$5x-1\geq 0 \quad , x-3\geq 0$$
$$x\geq \frac{1}{5} \quad , x\geq 3$$
$$x\in[3,\infty)$$

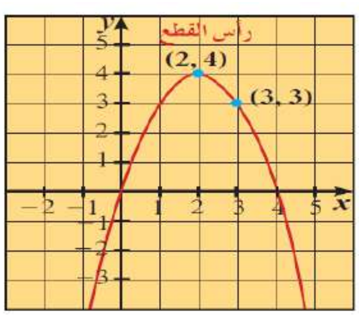
ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$$\left(\sqrt{5x-1}\right)^2=(x-3)^2$$
$$5x-1=x^2-6x+9$$
$$x^2-6x+9-5x+1=0$$
$$x^2-11x+10=0$$
$$(x-10)(x-1)=0$$
$$x-10=0 \quad \text{أو} \quad x-1=0$$
$$x=10\in[3,\infty) \qquad x=1\notin[3,\infty)$$

مجموعة الحل = {10}

8-

أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل.



$$y=a(x-h)^2+k, a\neq 0, h,k\in R$$

$$y=a(x-2)^2+4 \qquad h=2\ , k=4$$
$$3=a(3-2)^2+4 \qquad x=3\ , y=3$$
$$3=a\times 1+4\Rightarrow \qquad 3-4=a\Rightarrow \qquad a=-1$$
$$y=-1(x-2)^2+4$$

9-

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$

$$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$$

1) افصل الجذر

$$\sqrt{8x} = 2\sqrt{4x-16}$$

2) بما أن دليل الجذر زوجي لابد ان يكون المجذور غير سالب

$$8x \geq 0 \quad , 4x - 16 \geq 0$$
$$x \geq 0 \quad , x \geq 4$$
$$x \in [4, \infty)$$

ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$$\left(\sqrt{8x}\right)^2 = \left(2\sqrt{4x-16}\right)^2$$
$$8x = 4(4x-16)$$
$$8x - 16x = -64$$
$$-8x = -64$$
$$x = \frac{-64}{-8} \qquad x = 8$$
$$x = 8 \in [4, \infty)$$

مجموعة الحل = {8}

10-

حل كلًا من المعادلات التالية:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{81}{16}\right) \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3^4}{2^4}\right) \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \qquad x = -4$$

مجموعة الحل = { - 4 }

11-

بسّط كلًّا مما يلي (دون استخدام الآلة الحاسبة).

$$\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12},\ t>0$$

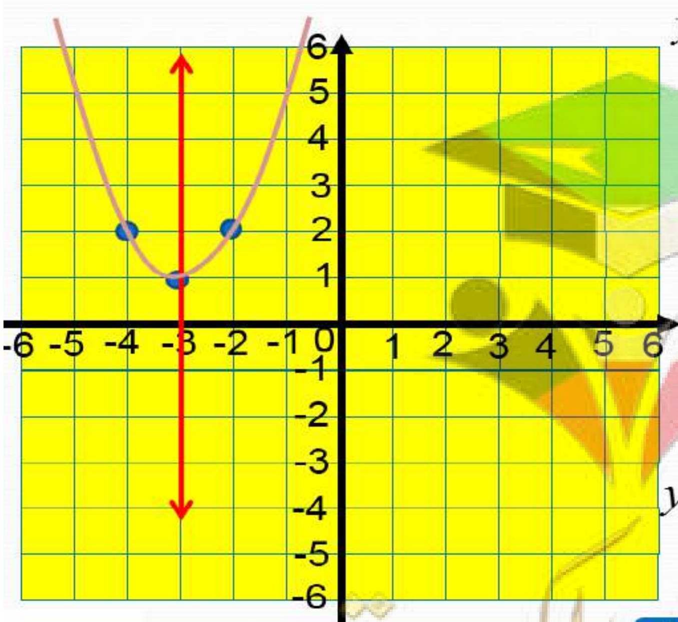
$$\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12},t>0$$

$$\left(\frac{(9t)^{\frac{1}{2}}}{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-12}=\left(\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}{(9t)^{\frac{1}{2}}}\right)^{12}=\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}\times 12}}{(9t)^{\frac{1}{2}\times 12}}=$$

$$\frac{(27t^2)^4}{(9t)^6}=\frac{(3^3t^2)^4}{(3^2t)^6}=\frac{3^{12}t^8}{3^{12}t^6}=t^2$$

12-

ارسم منحنى الدالة: $y=(x+3)^2+1$.



$y=a(x-h)^2+k,a\neq 0,h,k\in R$

$y=(x+3)^2+1$

h =-3 , K =1

رأس المنحنى (-3,1)

معادلة محور التماثل

X=h | X=-3

فتحة المنحنى لأعلى | a = 1 >0

نوجد نقطة اخرى تنتمي لمنحنى الدالة

عندما X=-2 $y=(-2+3)^2+1=2$

(-2,2)تنتمي لمنحنى الدالة

صورة النقطة (-2,2)بالانعكاس في محور التماثل X = -3

(-4,2)

13-

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

$$\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x , y \in \mathbb{Q}^{+}$$

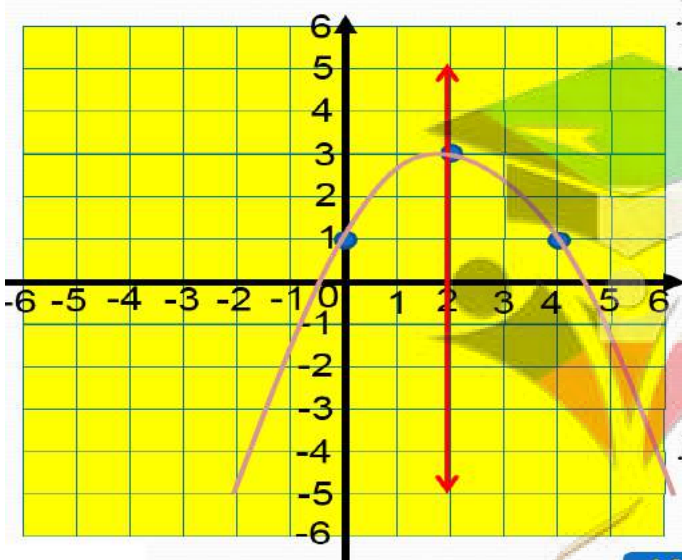
$$\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[\left(\sqrt{(xy)^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} =$$

$$\left[\left(\left((xy)^3\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[(xy)^{3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[(xy)^{\frac{1}{2}}\right]^{-1} =$$

$$[(xy)]^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy}}{xy}$$

14-

ارسم منحنى الدالة: $y = -0.5(x-2)^2 + 3$ مستخدمًا خواص القطوع المكافئة.



$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

$$y = -0.5(x-2)^2 + 3$$

h =2, K =3

رأس المنحنى (2,3)

معادلة محور التماثل

X=h

X=2

فتحة المنحنى لأسفل a = -0.5 <0

نوجد نقطة اخرى تنتمي لمنحنى الدالة

عندما X=0 $y = -0.5(0-2)^2 + 3 = 1$

(0 , 1)تنتمي لمنحنى الدالة

صورة النقطة (1 , 0) بالإنعكاس في محور التماثل X = 2

(4 , 1)

15-

حدّد مجال كلٍّ من الدوال التالية: $u(x)=\dfrac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2}$

$u(x)=\dfrac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2}$

لنفرض أن $c(x)=25-9x^2$ $b(x)=3$ $a(x)=\sqrt{3+4x}$

فيكون $u(x)=\dfrac{a(x)-b(x)}{c(x)}$

1) إيجاد مجال دالة البسط

$3+4x\ge 0 \Rightarrow x\ge \dfrac{-3}{4}$

$[-\dfrac{3}{4},\infty)$

الدالة b دالة ثابتة ، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

مجال دالة البسط هو: $R\cap[-\dfrac{3}{4},\infty)=[-\dfrac{3}{4},\infty)$

2) إيجاد مجال دالة المقام

الدالة C دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة C هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

3) أصفار دالة المقام

$25-9x^2=0\Rightarrow(5-3x)(5+3x)=0$

إما $5-3x=0\Rightarrow x=\dfrac{5}{3}$ أو $5+3x=0\Rightarrow x=\dfrac{-5}{3}$

أي أن مجال الدالة u هو : مجال البسط ∩ مجال المقام /أصفار المقام

$([-0.75,\infty)\cap R)/\{\dfrac{-5}{3},\dfrac{5}{3}\}=[-\dfrac{3}{4},\infty)-\{\dfrac{5}{3}\}$

16-

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

$\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$

1)افصل الجذران

2) يجب أن يكون كلا الطرفين = صفر

$\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$

$\sqrt{x-7}=-\sqrt{3x-21}$

$x-7=0$ و $3x-21=0$

$x=7$ $3x=21$

و $x=7$

مجموعة الحل = {7}

17-

حل كلًّا من المعادلات التالية: $2(2x+4)^{\frac{3}{4}} = 16$

$$2x+4 \geq 0, 2x \geq -4$$
$$x \geq -2$$
$$x \in [-2, \infty)$$

$$2(2x+4)^{\frac{3}{4}} = 16$$
$$(2x+4)^{\frac{3}{4}} = \frac{16}{2} = 8$$
$$\left((2x+4)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = (8)^{\frac{4}{3}}$$
$$2x+4 = 16$$
$$\therefore 2x = 16 - 4 = 12$$
$$\therefore x = 6$$
$$\because 6 \in [-2, \infty)$$

مجموعة الحل = {6}

18-

حدّد مجال كلّ من الدوال التالية: $v(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$

لنفرض أن :

$$f(x) = \frac{2}{x^2-1}$$

$$d(x) = \frac{3}{x+1}$$

$$v(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$$

فيكون :

$$v(x) = d(x) + f(x)$$

إيجاد مجال الدالة d

d دالة نسبية

مجموعة أصفار المقام

$$x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

مجال الدالة d هو

$$R / \{-1\}$$

إيجاد مجال الدالة f

f دالة نسبية

مجموعة أصفار المقام

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0$$

إما $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ أو $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

مجال الدالة f هو

$$R / \{1, -1\}$$

إيجاد مجال الدالة v

$$(R/\{-1\}) \cap (R/\{1,-1\}) = (R/\{1,-1\})$$

19-

حل كلًّا من المعادلات التالية: $\sqrt{3-4x}-2=0$

$$\sqrt{3-4x}-2=0$$
$$\sqrt{3-4x}=2$$
$$\left(\sqrt{3-4x}\right)^2=(2)^2$$
$$3-4x=4$$
$$-4x=4-3$$
$$-4x=1$$
$$x=-\frac{1}{4}$$
$$x=-\frac{1}{4}\in\left(-\infty,\frac{3}{4}\right]$$

$$3-4x\ge 0,\ -4x\ge -3$$
$$x\le\frac{3}{4}\quad \therefore\ x\in\left(-\infty,\frac{3}{4}\right]$$

مجموعة الحل = { -0.25 }

20-

أوجد مجال كل دالة مما يلي: $h(x)=\dfrac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$

لنفرض أن $a(x)=x^2-1$ ، $b(x)=\sqrt[3]{1+x}$

فيكون $h(x)=\dfrac{b(x)}{a(x)}$

الدالة a دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

الدالة b هي دالة جذرية دليلها فردي ، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

نوجد أصفار المقام

$$x^2-1=0\qquad (x-1)(x+1)=0$$

$x+1=0$ أو $x-1=0$ إما

$x=-1$ ، $x=1$

مجال h = $(R\cap R)-\{\pm1\}=R-\{\pm1\}$

21-

$$x^2 - 7x - 3 \leq 5$$

الحل:

$$x^2 - 7x - 8 \leq 0$$

المعادلة المناظرة $x^2 - 7x - 8 = 0$

$$(x - 8)(x + 1) = 0$$

$$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$$

أو

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

للبحث عن قيم x التي تحقق $x^2 - 7x - 8 \leq 0$ نتبع التالي:

$x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1$	$x - 8 < 0 \Rightarrow x < 8$
$x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$	$x - 8 > 0 \Rightarrow x > 8$

نكون الجدول:

x	$-\infty$		-1		8		$+\infty$
$x - 8$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x - 8)(x + 1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

يبين الجدول أن $(x - 8)(x + 1) \leq 0$ لكل قيم x حيث $-1 \leq x \leq 8$

مجموعة الحل $= [-1 , 8]$

22-

أوجد معكوس الدالة:

$$y = \sqrt[5]{x + 3}$$

الحل:

اعكس المتغيرين x , y

$$x = \sqrt[5]{y + 3}$$

حل بالنسبة للمتغير y

$$x = (y + 3)^{\frac{1}{5}}$$

$$x^5 = y + 3$$

$$y = x^5 - 3$$

23-

الحل :

$$\frac{2x+6}{x+2} \geq 0$$

أصفار البسط : $2x+6=0 \rightarrow x=-3$

أصفار المقام : $x+2=0 \rightarrow x=-2$

نبحث عن قيم x التي تحقق : $\frac{2x+6}{x+2} \geq 0$ نتبع التالي :

$x+2<0 \rightarrow x<-2$	$2x+6<0 \rightarrow x<-3$
$x+2>0 \rightarrow x>-2$	$2x+6>0 \rightarrow x>-3$

نكون الجدول :

x	$-\infty$	-3		-2	∞
$2x+6$	$-$	0	$+$		$+$
$x+2$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{2x+6}{x+2}$	$+$	0	$-$	غير معرفة	$+$

$\therefore$ م . ح $= (-\infty, -3] \cup (-2, \infty)$

$= R / (-3, -2]$

24-

اكتب دالة كثيرة حدود حيث أصفارها: $3, 3, 2-$ في الصورة العامة.

الحل:

$\because$ أصفار الدالة هي:

-2 , 3 , 3

$\therefore$ عوامل كثيرة الحدود هي: $(x-3), (x-3), (x-(-2))$

$f(x) = (x+2)(x-3)(x-3)$

اضرب $(x-3)(x-3)$

$= (x+2)(x^2-6x+9)$

خاصية التوزيع

$= x(x^2-6x+9) + 2(x^2-6x+9)$

$= x^3 - 6x^2 + 9x + 2x^2 - 12x + 18$

بسّط

$= x^3 - 4x^2 - 3x + 18$

$\therefore$ الدالة هي:

$f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18$

25-

أوجد مجموعة حل المتباينة :

$(x-3)(2x+5) > 0$

الحل :

المعادلة المناظرة :

$(x-3)(2x+5) = 0$

$\therefore \quad x = 3$ أو $x = \frac{-5}{2}$

للبحث عن قيم x التي تحقق : $(x-3)(2x+5) > 0$ نتبع الآتي :

$2x+5 < 0 \rightarrow x < \frac{-5}{2}$ | $x - 3 < 0 \rightarrow x < 3$

$2x+5 > 0 \rightarrow x > \frac{-5}{2}$ | $x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$

نكون الجدول :

x	$-\infty$	$\frac{-5}{2}$		3	∞
$x-3$	$-$		$-$	0	$+$
$2x+5$	$-$	0	$+$		$+$
$(2x+5)(x-3)$	$+$	0	$-$	0	$+$

من الجدول :

$(x-3)(2x+5) > 0$

لكل قيم x حيث $x < \frac{-5}{2}$ أو $x > 3$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \left(-\infty, \frac{-5}{2}\right) \cup (3, \infty)$

أو $R / \left[\frac{-5}{2}, 3\right]$

26-

حلّل كثيرة الحدود: $2x^3 + 10x^2 + 12x$ إلى عوامل ثم تحقق.

الحل:

$2x$ عامل مشترك $\qquad 2x^3 + 10x^2 + 12x = 2x(x^2 + 5x + 6)$

حلّل $x^2 + 5x + 6$ إلى عوامل $\qquad = 2x(x+2)(x+3)$

اضرب $(x+2)$, $(x+3)$ $\qquad$ تحقق: $2x(x+2)(x+3) = 2x(x^2+5x+6)$

✓ $\qquad = 2x^3 + 10x^2 + 12x$

27-

أوجد مجموعة حل المتباينة :

$$-x^2 + 5x - 6 > 0$$

الحل :

بالضرب فى 1-

$$x^2 - 5x + 6 < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$x = 2$ او $x = 3$

$(x-2) < 0 \to x < 2$	$(x-3) < 0 \to x < 3$
$(x-2) > 0 \to x > 2$	$(x-3) > 0 \to x > 3$

x	$-\infty$	2		3	∞
$x-2$	-	0	+		+
$x-3$	-		-	0	+
$(x-2)(x-3)$	+		-		+

مجموعة الحل = $(2,3)$

28-

الحل:

$$\frac{x^2-5x+3}{x+4}<3$$

$$\frac{x^2-5x+3}{x+4}-3<0$$

مقام مشترك $$\frac{x^2-5x+3-3x-12}{x+4}<0$$

التبسيط $$\frac{x^2-8x-9}{x+4}<0$$

حلل البسط $$\frac{(x+1)(x-9)}{(x+4)}<0$$

أصفار البسط: $(x+1)(x-9)=0$

$x=-1$ أو $x=9$

أصفار المقام: $x+4=0 \Longrightarrow x=-4$

لايجاد قيم x التي تحقق: $\frac{(x+1)(x-9)}{x+4}<0$ نتبع التالي:

$x+1<0 \Longrightarrow x<-1$	$x-9<0 \Longrightarrow x<9$	$x+4<0 \Longrightarrow x<-4$
$x+1>0 \Longrightarrow x>-1$	$x-9>0 \Longrightarrow x>9$	$x+4>0 \Longrightarrow x>-4$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$	-4		-1		9	$+\infty$
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x-9$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+4$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$\frac{(x-1)(x-9)}{x+4}$	$-$	غير معرف	$+$	0	$-$	0	$+$

مجموعة حل المتباينة $=(-1,9)\cup(-\infty,-4)$

29-

أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$g(x)=\sqrt{-x^2+4x-3}$

الحل:

مجال الدالة g هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $-x^2+4x-3\geqslant 0$

المعادلة المناظرة $-x^2+4x-3=0$

تحليل إلى عوامل $(-x+1)(x-3)=0$

الأصفار $x=1$ أو $x=3$

لايجاد قيم x التي تحقق: $(-x+1)(x-3)\geqslant 0$ نتبع التالي:

$x-3<0 \Rightarrow x<3$ | $-x+1<0 \Rightarrow x>1$

$x-3>0 \Rightarrow x>3$ | $-x+1>0 \Rightarrow x<1$

نكوّن الجدول:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$-x+1$		+	0	−		−	
$x-3$		−		−	0	+	
$(-x+1)(x-3)$		−	0	+	0	−	

مجال الدالة g هو: $[1, 3]$

(حل أخر وهو بضرب المتباينه فى 1-)

30-

بيّن ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية.

$$y = (x+2)^2$$

بفرض أن $y = v(x)$ $y = (x+2)^2$

$\forall x\ ,\ -x \in \mathbb{R}$ $v(-x) = (-x+2)^2 \neq (x+2)^2$

∴ الدالة ليست زوجية: $v(-x) \neq v(x)$

$$v(-x) \neq -(x+2)^2$$

∴ الدالة ليست فردية $v(-x) \neq -v(x)$

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية

31-

أوجد مجموعة حل المتباينة $\dfrac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$.

الحل:

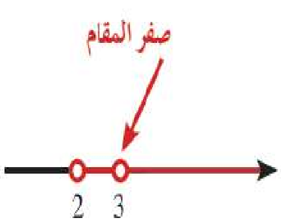
تحليل البسط: $x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$

تكتب المتباينة: $\dfrac{(x-2)(x-3)}{(x-3)} > 0$

قبل التبسيط نحدد أصفار المقام: $x-3 = 0 \Rightarrow x = 3$

نبسط المتباينة: $\dfrac{(x-2)\cancel{(x-3)}^{1}}{\cancel{(x-3)}_{1}} > 0 \quad x \neq 3$

$$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$



القيمة $x = 3$ غير مقبولة لأنها صفر المقام

مجموعة الحل $= (2,\infty)/\{3\}$

$= (2,3) \cup (3,\infty)$

32-

أوجد معكوس الدالة: $y = 2x^4$

الحل:

لاحظ أن $y \geq 0$ — $y = 2x^4$

اعكس المتغيرين x, y — $x = 2y^4$

حل بالنسبة إلى المتغير y — $\frac{x}{2} = y^4$

أوجد الجذر الرابع لكل من الطرفين — $\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = (y^4)^{\frac{1}{4}} \Longrightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = |y| \;,\; x \geqslant 0$

$\pm\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = y$

معكوس $y = 2x^4$ هو $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$

33-

$\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

أوجد مجموعة حل المتباينة

حل أخر ضرب المتباينه فى 1-

أصفار البسط: $3x-5=0 \Rightarrow 3x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{3}$

أصفار المقام: $-2x+3=0 \Rightarrow -2x=-3 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

للبحث عن قيم X التي تحقق $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

$3x-5<0 \Rightarrow x<\frac{5}{3}$ $\qquad$ $3x-5>0 \Rightarrow x>\frac{5}{3}$

$-2x+3<0 \Rightarrow x \succ \frac{3}{2}$ $\qquad$ $-2x+3>0 \Rightarrow x \prec \frac{3}{2}$

نكون جدول

X	$-\infty$	$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$	∞
3X-5	—	غير معرفة	—		+
-2X+3	+		-		-
(3X-5)/(-2X+3)	-		+		-

مجموعة الحل=

$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right]$

34-

$\frac{x^2+x-12}{x^2-4x+4} > 0 \qquad \frac{(x-3)(x+4)}{(x-2)^2} > 0$

أصفار البسط $\quad (x-3)(x+4)=0 \Rightarrow \quad x=3\,, x=-4$

أصفار المقام $\quad (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2$

$x-3>0,\ x>3$ | $x+4>0, x>-4$ | $(x-2)^2 \geq 0$

$x-3<0,\ x<3$ | $x+4<0, x<-4$

x	$-\infty$		-4		2		3		∞
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$(x+2)^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$\frac{(x-3)(x+4)}{(x-2)^2}$		$+$	0	$-$	غير معرف	$-$	0	$+$	

م.ح $= (-\infty,-4) \cup (3,\infty)$

35-

$\frac{x^2-1}{x^2+1} \le 0 \qquad \Rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{x^2+1} \le 0$

أصفار البسط $(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow \; x = 1, x = -1$

أصفار المقام : لا يوجد $x^2+1 \ne 0$

$x-1>0,\ x>1$	$x+1>0, x>-1$	$x^2+1>0$
$x-1<0,\ x<1$	$x+1<0, x<-1$	

x	$-\infty$	-1		1	∞
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
x^2+1	$+$		$+$		$+$
$\frac{(x-1)(x+1)}{x^2+1}$	$+$	0	$-$	0	$+$

م.ح $= [-1,1]$

36-

أوجد الناتج ما يلي في أبسط صورة بدون استخدام الآلة الحاسبة :

$$\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{72}$$

الحل :

$$\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{72}$$

$$=\sqrt{9\times 2}+\sqrt{25\times 2}-\sqrt{36\times 2}$$

$$=\sqrt{3^2\times 2}+\sqrt{5^2\times 2}-\sqrt{6^2\times 2}$$

$$=2\sqrt{2}$$

37

$$\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}\times\left(\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\right)$$

$$=\frac{3\sqrt{2}+(\sqrt{2}\times\sqrt{2})-3-\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{3\sqrt{2}+2-3-\sqrt{2}}{9-2}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}-1}{7}$$

$$5\sqrt{216x^2+23\sqrt{64x^4}}\ ,x>0=$$

$$5\sqrt{216x^2+23\times 8x^2}=$$

$$5\sqrt{216x^2+184x^2}=$$

$$5\sqrt{400x^2}=5\times 20\,|\,x\,|=\quad 100x$$

38

$$x^2 - x + 1 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + 1 = \frac{1+2\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2}{4} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1$$

$$= \frac{3+\sqrt{5}}{2} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{3+\sqrt{5}-1-\sqrt{5}}{2} + 1 = 2$$

39

أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$\log(x) + \log(x-3) = \log 4 , \quad x \in (3, \infty)$$

الحل :

$$\log x(x-3) = \log 4$$

$$x(x-3) = 4$$

$$x^2 - 3x = 4$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x = -1 , x = 4$$

$$x = -1 \notin (3, \infty)$$

$$x = 4 \in (3, \infty)$$

∴ مجموعة حل المعادلة $= \{4\}$

40

أوجد مجموعة حل المعادلة

$$x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2 = 0$$

الحل: عوامل الحد الثابت (-2) : $\pm1, \pm2$

عوامل المعامل الرئيسي (1) : ±1

الأصفار النسبية الممكنة : $\pm1, \pm2$

لتكن : $p(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$

$$p(1) = (1)^4 - 3(1)^3 + (1)^2 + 3(1) - 2 = 0$$

$\therefore$ 1 صفر من أصفار الحدودية ، $(x-1)$ عامل من عوامل $P(x)$

$$p(-1) = (-1)^4 - 3(-1)^3 + (-1)^2 + 3(-1) - 2 = 0$$

$\therefore$ -1 صفر من أصفار الحدودية ، $(x+1)$ عامل من عوامل $P(x)$

نقسم : $p(x)$ على $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

نستخدم القسمة المطولة :

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2 - 3x + 2 \\
\hline
x^2 - 1 & x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2 \\
 & -x^4 \qquad \pm x^2 \\
\hline
 & -3x^3 + 2x^2 + 3x - 2 \\
 & \pm 3x^3 \qquad \mp 3x \\
\hline
 & 2x^2 \qquad - 2 \\
 & -2x^2 \qquad \pm 2 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

ناتج القسمة : $q(x) = x^2 - 3x + 2$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad , \quad x_2 = 2$$

مجموعة حل المعادلة $= \{1, -1, 2\}$

41

الحل : عوامل الحد الثابت (-2) : $\pm 1 , \pm 2$

عوامل المعامل الرئيسي (1) : ± 1

الاصفار النسبية الممكنة : $\pm 1 , \pm 2$

لتكن : $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

$$p(1) = (1)^3 + 2(1)^2 - 1 - 2 = 0$$

$\therefore$ 1 صفر من أصفار الحدودية ، $(x-1)$ عامل من عوامل $p(x)$

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

ناتج القسمة : $q(x) = x^2 + 3x + 2$

نحل المعادلة : $x^2 + 3x + 2 = 0$

$x_1 = -1$ ، $x_2 = -2$

$\therefore$ حلول للمعادلة $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ هي $x_3 = 1$ ، $x_2 = -2$ ، $x_1 = -1$

42

أوجد مجموعة حل المعادلة التالية :

$$\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right) : \quad x \in (1, \infty)$$

الحل:

$$\log_2\left(\frac{x-1}{x+3}\right) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{x-1}{x+3} = \frac{1}{x}$$

$$x(x-1) = x+3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = 3 \quad , \quad x = -1$$

$-1 \notin (1, \infty)$ مرفوضة

$3 \in (1, \infty)$

$\therefore$ م . ح $= \{3\}$

43

أوجد حل

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

الحل :

$$(x^3 + 3x^2) - (4x + 12) = 0$$

$$x^2(x+3) - 4(x+3) = 0$$

$$(x+3)(x^2-4) = 0$$

$$(x+3)(x-2)(x+2) = 0$$

$$(x+3) = 0 \longrightarrow x = -3$$

$$(x-2) = 0 \longrightarrow x = 2$$

$$(x+2) = 0 \longrightarrow x = -2$$

44

باستخدام نظرية الباقي أثبت أن $(x+2)$ عامل من عوامل x^3-3x^2-6x+8 ، ثم أوجد باقي العوامل

الحل :

$f(x)=x^3-3x^2-6x+8$

$f(-2)=(-2)^3-3(-2)^2-6(-2)+8$

$=-8-12+12+8$

$=0$

$\therefore$ $(x+2)$ عامل من عوامل f

لايجاد باقي العوامل نقسم $f(x)$ على $(x+2)$

-2	1	-3	-6	8
		-2	10	-8
	1	-5	4	0

ناتج القسمة : x^2-5x+4 و الباقي صفر

$x^2-5x+4=(x-4)(x-1)$

$\therefore$ باقي العوامل $(x-1)$ ، $(x-4)$

45

باستخدام نظريه الباقي اوجد باقي قسمه :

$f(x)=x^3+15x-9$ على $(x-3)$

ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية

الحل :

$f(x)=x^3+15x-9$

$f(3)=(3)^3+15(3)-9$

$=27+45-9=63$

$\therefore$ باقي القسمة $=63$

التحقق :

3	1	0	15	−9
		3	9	72
	1	3	24	$\boxed{63}$

الباقي $=63$

46

حل

$x^{\frac{2}{3}} = 25 \ , \ \ x > 0$

الحل:

$x^{\frac{2}{3}} = 25$

أخذ لوغاريتم الطرفين

$\log x^{\frac{2}{3}} = \log 25$

$\log x^{\frac{2}{3}} = \log 5^2$

خاصية القوى

$\frac{2}{3}\log x = 2\log 5 \quad , \quad x > 0$

$\left(\frac{3}{2}\right)\frac{2}{3}\log x = \left(\frac{3}{2}\right)2\log 5$

$\log x = 3\log 5$

خاصية رفع القوى

$\log x = \log 5^3$

$x = 5^3$

$x = 125 \in (0, \infty)$

47

استخدم قاعدة تغيير الأساس لإيجاد قيمة $\log_3 15$ ثم حوّل $\log_3 15$ إلى لوغاريتم للأساس 2

الحل:

$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b}$

استخدم قاعدة تغيير الأساس

$\log_3 15 = \frac{\log 15}{\log 3}$

استخدم الآلة الحاسبة

≈ 2.4650

للتحويل إلى لوغاريتم للأساس 2:

اكتب معادلة

$\log_3 15 = \log_2 x$

عوّض عن $\log_3 15$ بـ 2.4650

$2.4650 \approx \log_2 x$

استخدم قاعدة تغيير الأساس

$2.4650 = \frac{\log x}{\log 2}$

الضرب التقاطعي

$2.4650(\log 2) = \log x$

بسّط

$0.7420 \approx \log x$

اكتب في الصيغة الأسية

$x = 10^{0.7420}$

استخدم الآلة الحاسبة

$x \approx 5.5208$

$\therefore \ \log_3 15 \approx \log_2 5.5208$

48

$\log_{x+1} 32 = 5 \ , \ \ x \in (0, \infty)$

$\frac{\log 32}{\log(x+1)} = 5$ قاعدة تغيير الأساس

$\log 32 = 5\log(x+1)$ الضرب التقاطعي

$\log 32 = \log(x+1)^5$ خاصية رفع القوى

$32 = (x+1)^5$

$2^5 = (x+1)^5$

$x + 1 = 2$

$x = 1$

$1 \in (0, \infty)$

$\therefore$ مجموعة حل المعادلة $= \{1\}$

49

$\log(2x) + \log(x-3) = \log 8$

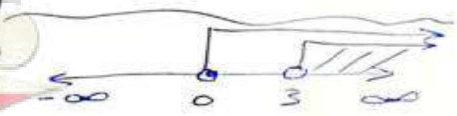
المجال :-

$2x > 0$

$x > 0$

$x - 3 > 0$

$x > 3$



المجال $(3, \infty)$

$\therefore \log(2x(x-3)) = \log 8$

$\therefore 2x(x-3) = 8$

$\therefore 2x^2 - 6x = 8$

$\therefore 2x^2 - 6x - 8 = 0$

بالتحليل

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x-4)(x+1) = 0$

$x = 4 \in (3, \infty)$

$x = -1 \notin (3, \infty)$

$\therefore$ م . ح $= \{4\}$

50

حل المعادلة :

$$\ln(4x-1)=3$$

الحل :

توجد المجال :

$$4x-1>0 \quad \rightarrow \quad x>\frac{1}{4}$$

المجال هو $\left(\frac{1}{4}, \infty\right)$

$$\ln(4x-1)=3$$

$$(4x-1)=e^{3}$$

$$4x=e^{3}+1$$

$$x=\frac{e^{3}+1}{4}$$

$$x \approx 5.27 \in \left[\frac{1}{4}, \infty\right)$$

$x \approx 5.27$ حلا للمعادلة

51

حل المعادلة:

$$9e^{2x}-3=24$$

الحل:

$$9e^{2x}-3+3=24+3$$

$$9e^{2x}=27$$

$$e^{2x}=\frac{27}{9}$$

$$e^{2x}=3$$

$$\ln(e)^{2x}=\ln(3)$$

$$2x\ \ln e=\ln(3)$$

$$2x=\ln(3)$$

$$x=\frac{\ln(3)}{2}$$

حل المعادلة: $x \approx 0.549$

52

مثل بيانيا الداله: $y_1 = 2^x$ ومنها مثل بيانيا الداله: $y_2 = (2)^{x+3} - 2$

الحل:

الخطوة 1 : جدول قيم الدالة: $y_1 = f_1(x) = 2^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y_1 = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

مثل بيانيا: $y_1 = 2^x$

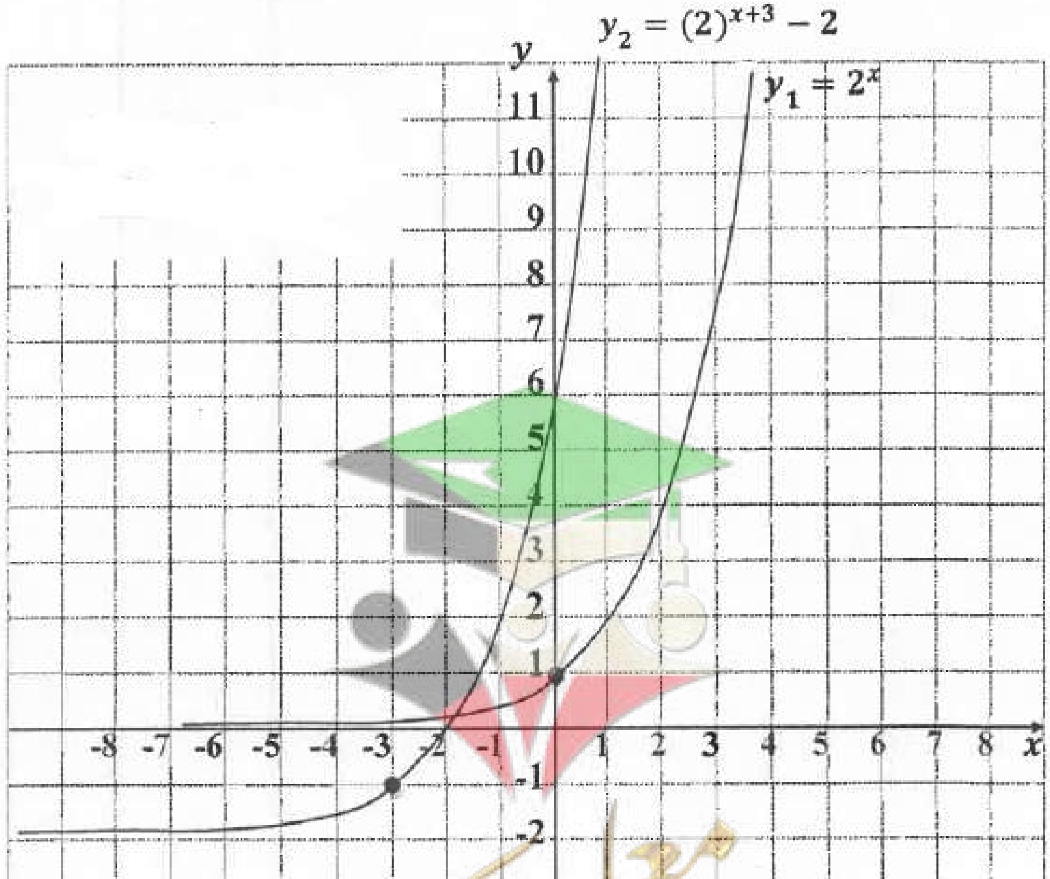
الخطوة 2 :

لرسم بيان الدالة: $y_2 = (2)^{x+3} - 2$

حيث $h = -3$, $k = -2$ — تعيين k, h

اسحب بيان دالة المرجع: $y_1 = 2^x$

ثلاث وحدات الى اليسار و وحدتين للأسفل



53

ارسم بيان الدالة :

$$y = \log_6(x+2) - 3$$

مستخدمًا دالة المرجع

الحل :

دالة المرجع هي : $y = \log_6 x$

نكون جدول لدالة المرجع :

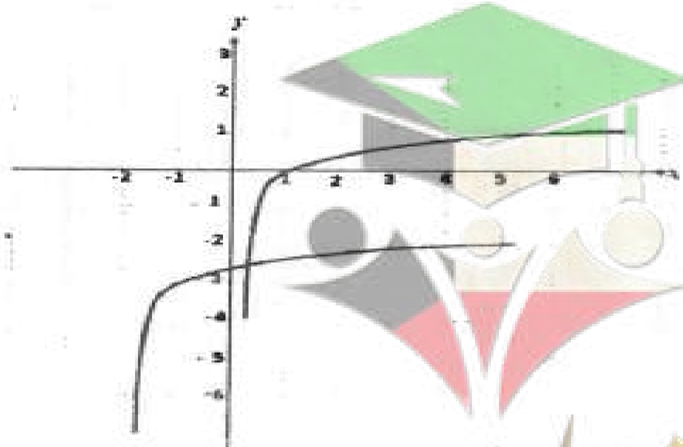
x	$\log_6 x$	y
6	$\log_6 6 = 1$	1
1	$\log_6 1 = 0$	0
$\frac{1}{6}$	$\log_6 \frac{1}{6} = -1$	-1
$\frac{1}{36}$	$\log_6 \frac{1}{36} = -2$	-2

$\because h = -2$ (سالبة)

$\therefore$ انسحاب أفقي جهة اليسار بمقدار وحدتين

$\because k = -3$ (سالبة)

$\therefore$ انسحاب رأسي للإسفل بمقدار 3 وحدات



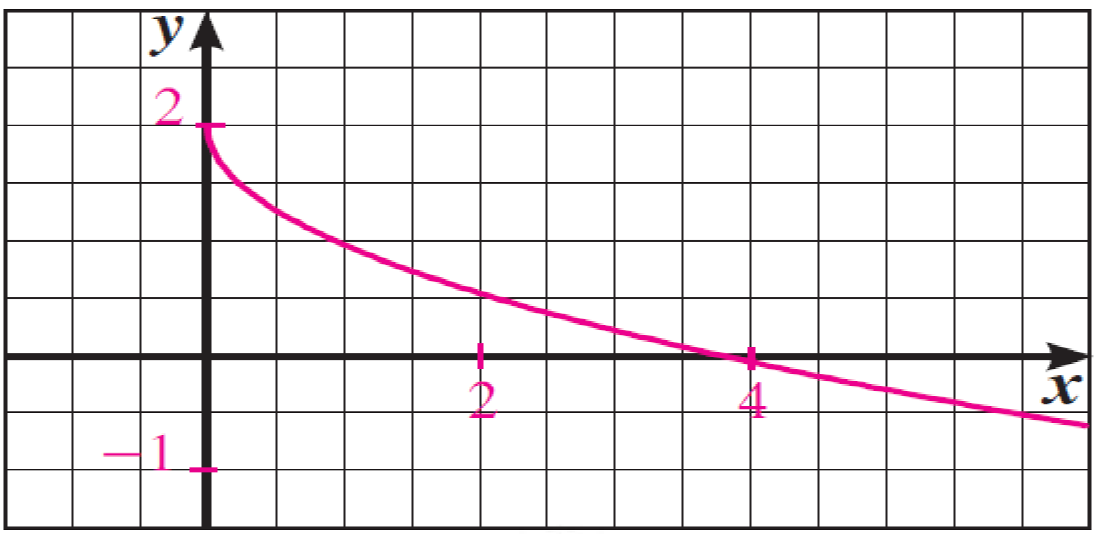
54

الحل : دالة المرجع $y = -\sqrt{x}$

$h = 0 \text{ ، } k = 2$

ينتج بيان هذه الدالة من بيان الدالة $y = -\sqrt{x}$

و ذلك بعمل أزاحه لداله المرجع بمقدار 2 وحده الى أعلى ولا يوجد أزاحه افقيه.



$x \geq 0;\ y \leq 2$

المجال : $[0 \text{، } \infty)$

المدى : $(-\infty \text{، } 2]$

55

ارسم بيان الدالة $y = \frac{x-4}{2}$ ومعكوسها ثم اكتب معادلة المعكوس.

الحل:

نرسم بيان الدالة الأصلية $y = \frac{x-4}{2}$ وهي دالة خطية

x	0	2	4
y	-2	-1	0

$\because$ $(0, -2)$، $(4, 0)$ تنتميان لبيان الدالة y.

$\therefore$ $(-2, 0)$، $(0, 4)$ تنتميان لبيان معكوس الدالة y وهو خط مستقيم.

ارسم المستقيم المار بالنقطتين الجديدتين.

لكتابة معادلة هذا المستقيم:

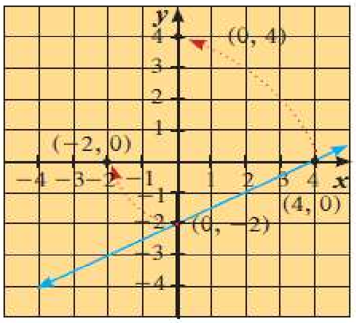
الميل: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, (x_2 \neq x_1)$

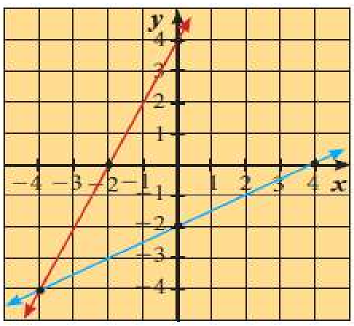
$$= \frac{4-0}{0-(-2)} = 2$$

معادلة المستقيم المار بالنقطة $(0, 4)$ وميله 2 هي:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 4 = 2(x - 0)$$
$$y = 2x + 4$$

معادلة المعكوس هي: $y = 2x + 4$





طريقة أخرى لإيجاد معادلة المعكوس

نبدل المتغيرات (x, y)

$$y = \frac{x-4}{2}$$
$$\therefore x = \frac{y-4}{2}$$
$$2x = y - 4$$
$$2x + 4 = y$$

معادلة المعكوس هي $\Leftarrow$ $\boxed{y = 2x + 4}$

56

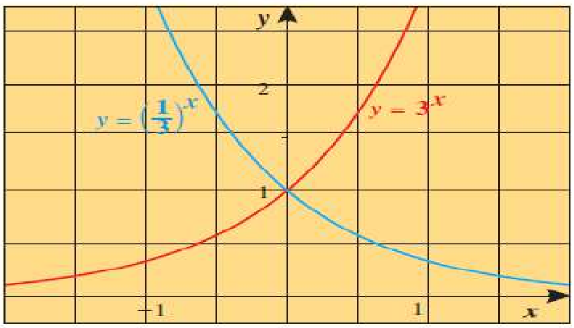
مثّل بيانيًا كل من: $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ، $y = 3^x$ في نفس المستوى الإحداثي.

الحل:

الخطوة 1: اصنع جدول قيم.

x	$y = 3^x$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
−2	0.111	9
−1	0.333	3
0	1	1
1	3	0.333
2	9	0.111
3	27	0.037

الخطوة 2: مثّل بيانيًا الدالتين.



57

إذا كان $\vec{B} = <-1, 2>$ ، $\vec{A} = <2, 3>$ فاوجد :

(1) $2\vec{A} + 3\vec{B}$

(2) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

(3) $\|\vec{A}\|$

الحل

(1) $2\vec{A} + 3\vec{B} = 2<2,3> + 3<-1,2>$

$= <4,6> + <-3,6>$

$= <1,12>$

(2) $\vec{A} \cdot \vec{B} = x_A x_B + y_A y_B$

$= (2)(-1) + (3)(2)$

$= -2 + 6$

$= 4$

(3) $\|\vec{A}\| = \sqrt{x^2_A + y^2_A}$

$= \sqrt{(2)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{4+9}$

$= \sqrt{13}$ units

58

(1) اذا كان $\overrightarrow{u} = \langle 2, 4\rangle$, $\overrightarrow{v} = \langle x, -3\rangle$ أوجد:

قيمة x بحيث يكون $\overrightarrow{v}$ متعامد مع $\overrightarrow{u}$

الحل:

$$\because \overrightarrow{v} \perp \overrightarrow{u}$$

$$\therefore \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{u} = 0$$

$$x_v \cdot x_u + y_v \cdot y_u = 0$$

$$(x) \cdot (2) + (-3) \cdot (4) = 0$$

$$2x + (-12) = 0$$

$$x = 6$$

---

(2) إذا كان المتجه $\overrightarrow{t} = \langle -1, -3\rangle$ أوجد:

(i) طول المتجه $\overrightarrow{t}$

(ii) قياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه $\overrightarrow{t}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

الحل:

(i) $$\|\overrightarrow{t}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10} \ \ units$$

(ii) نفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\overrightarrow{t}$ مع الإتجاه الموجب لمحور السينات وأن زاوية الإسناد α

$$\tan\alpha = \left|\frac{-3}{-1}\right| = 3$$

$$\therefore \alpha \approx 71^\circ 33' 54.18''$$

$$\because x < 0 , y < 0 \quad \therefore \theta = 180^\circ + \alpha$$

$$\therefore \theta \approx 251^\circ 33' 54.18''$$

59

إذا كان : $\overrightarrow{A} = <-3 , 4>$ ، $\overrightarrow{B} = <0 , 3>$

(1) أوجد $2\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$

(2) أوجد الزاوية بين المتجهين $\overrightarrow{A} , \overrightarrow{B}$

<u>الحل :</u>

$$(1) \quad 2\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = 2<-3 , 4> - <0 , 3>$$

$$= <-6 , 8> - <0 , 3>$$

$$= <-6 , 5>$$

$$(2) \quad \| \overrightarrow{A} \| = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = 5 \text{ units}$$

$$\| \overrightarrow{B} \| = 3 \text{ units}$$

$$\cos(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}) = \frac{\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B}}{\| \overrightarrow{B} \| \ \| \overrightarrow{A} \|}$$

$$= \frac{<-3 , 4> \cdot <0 , 3>}{(5)(3)}$$

$$= \frac{0 + 12}{15}$$

$$= \frac{4}{5}$$

$$\therefore m(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}) = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) \approx 36^{0}\ 52'\ 11''$$

60

$$\overline{K} = <\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{CA}> + <\overrightarrow{BC}> + <\overrightarrow{AB}>$$
$$= (<\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{CA}>) + (<\overrightarrow{BC}> + <\overrightarrow{AB}>)$$
$$= (<\overrightarrow{CA}> + <\overrightarrow{AB}>) + (<\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{BC}>)$$
$$= <\overrightarrow{CB}> + <\overrightarrow{AC}>$$
$$= <\overrightarrow{AC}> + <\overrightarrow{CB}>$$
$$= <\overrightarrow{AB}>$$

61

يبلغ عدد طلاب احدى مدارس الكويت 700 طالب مرقمين من 1. إلى 700 ،
أراد مدير المدرسة إرسال 5 طلاب لحضور ندوة حول حماية الحيوانات المهددة بالانقراض ،
المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 5 باستخدام جدول الأعداد
العشوائية ابتداء من الصف الثاني و العشرون و العمود الثالث .

الحل :

طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع}}{\text{حجم العينة}}$

$= \frac{700}{5}$

$= 140$

باستخدام جدول الأعداد العشرية نختار أول عدد عشوائي مؤلف من 3 أرقام لجهة اليسار
ابتداء من الصف الثاني و العشرون و العمود الثالث فإن اول عينة عشوائية تساوي 53

$53 + 140 = 193$

$193 + 140 = 333$

$333 + 140 = 473$

$473 + 140 = 613$

تتكون العينة العشوائية من الطلاب الذين ترقيمهم الأعداد التالية :

53 ، 193 ، 333 ، 473 ، 613

62

في نتيجة نهاية العام الدراسي نال أحد الطلاب على 15 درجه في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي للدرجات 13 والإنحراف المعياري 2.5 ، ونال أيضا على 13 درجه في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي للدرجات 11.5 والانحراف المعياري 2.4

في أي المادتين كان الطالب أفضل؟

الحل:

لتحديد المادة التي كان فيها الطالب أفضل نحول الدرجات الفعلية إلى قيم معيارية:

القيمة المعيارية للدرجة 15 في مادة الرياضيات:

$$z_1 = \frac{x-\overline{x}}{\sigma} = \frac{15-13}{2.5} = 0.8$$

القيمة المعيارية للدرجة 13 في مادة الكيمياء:

$$z_2 = \frac{x-\overline{x}}{\sigma} = \frac{13-11.5}{2.4} = 0.625$$

$$\because\ 0.625 < 0.8$$

∴ القيمة المعيارية للطالب في مادة الرياضيات أفضل من القيمة المعيارية في مادة الكيمياء

∴ أداء الطالب في مادة الرياضيات أفضل من أداؤه في مادة الكيمياء

63

لدراسة الأداء الوظيفي و الكفاءة عند الموظفين في إحدى المؤسسات ، تم سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 80 فرداً من أصل 1600 موظف موزعين كما يبين الجدول التالي :

المجموع	عمال و مستخدمون	تقنيون و فنييون	إداريون
1600	1200	300	100

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة ؟

الحل : كسر المعاينة $= \dfrac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الاحصائي}} = \dfrac{80}{1600} = 0.05$

حجم العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حجم عينة الإداريين : $100 \times 0.05 = 5$

حجم عينة التقنيون و الفنييون : $300 \times 0.05 = 15$

حجم عينة عمال و مستخدمون : $1200 \times 0.05 = 60$

64

إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى المؤسسات الصناعية 1250 دينار والانحراف المعياري 225 دينار والمنحنى التكراري لهذه الأرباح هو على شكل الجرس (توزيع طبيعي)

1) طبق القاعدة التجريبية

2) هل وصلت أرباح هذه المؤسسة إلى 2000 دينار ؟

الحل :

(1 $\bar{x} = 1250 \quad , \quad \sigma = 225$

باستخدام القاعدة التجريبية نحصل على :

(a حوالى 68% من الأرباح تقع على الفترة $[\bar{x} - \sigma , \bar{x} + \sigma]$

$$= [1250 - 225 , 1250 + 225] = [1025 , 1475]$$

(b حوالى 95% من الأرباح تقع على الفترة $[\bar{x} - 2\sigma , \bar{x} + 2\sigma]$

$$= [1250 - 450 , 1250 + 450] = [800 , 1700]$$

(c حوالى% 99.7 من الأرباح تقع على الفترة $[\bar{x} - 3\sigma , \bar{x} + 3\sigma]$

$$= [1250 - 675 , 1250 + 675] = [575 , 1925]$$

(2 نلاحظ أن المبلغ 2000 دينار يقع خارج الفترة الأخيرة $[575 , 1925]$
والتي تناظر 99.7% من الأرباح لذلك من غير المتوقع
أن تكون أرباح هذه الشركة قد وصلت إلى المبلغ 2000 دينار

65

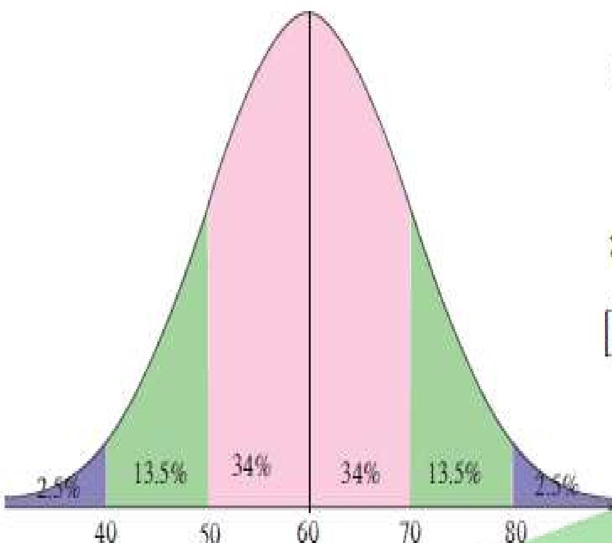
يعلن مصنع لإنتاج البطاريات المستخدمة في السيارات أن متوسط عمر البطارية من النوع (A) هو 60 شهرًا بانحراف معياري 10 أشهر.
على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر البطاريات يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

a طبق القاعدة التجريبية.

b أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 50 شهرًا بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحًا.

c أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) والتي يقل عمرها عن 40 شهرًا بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحًا.

الحل:



a (1) حوالى 68% من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة:

$$[\bar{x}-\sigma,\ \bar{x}+\sigma]=[60-10,\ 60+10]=[50,\ 70]$$

(2) حوالى 95% من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة:

$$[\bar{x}-2\sigma,\ \bar{x}+2\sigma]=[60-20,\ 60+20]=[40,\ 80]$$

(3) حوالى 99.7% من البطاريات المصنعة عمرها

يقع على الفترة:

$$[\bar{x}-3\sigma,\ \bar{x}+3\sigma]=[60-30,\ 60+30]=[30,\ 90]$$

b بما أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر البطاريات يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي لذا من الرسم أعلاه نستنتج:

$$34\%+34\%+13.5\%+2.5\%=84\%$$

أي أن 84% من هذه البطاريات يزيد عمرها عن 50 شهرًا بفرض أن ما تعلنه هذه الشركة صحيحًا.

c يبين المنحنى الممثل لعمر البطاريات أن 2.5% من هذه البطاريات يقل عمرها عن 40 شهرًا وذلك بفرض أن ما تعلنه الشركة صحيحًا.

66

في إحدى المؤسسات يوجد 100 إداري مرقمين من 100 إلى 199، 200 مهندس وتقني مرقمين من 200 إلى 399، 600 عامل ومستخدم مرقمين من 400 إلى 999. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 18 فردًا لدراسة كفاءة العاملين في هذه المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الرابع والعمود الرابع.

الحل:

أولًا: نوجد كسر المعاينة $= \dfrac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \dfrac{18}{900} = 0.02$

ثانيًا: نوجد حجم كل عينة بسيطة.

حجم عينة الإداريين: $100 \times 0.02 = 2$

حجم عينة المهندسين والتقنيين: $200 \times 0.02 = 4$

حجم عينة العمال والمستخدمين: $600 \times 0.02 = 12$

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة كما يلي:

2 (إداريين)، 4 (مهندسين وتقنيين)، 12 (عاملًا ومستخدمًا).

ثالثًا: نستخدم جدول الأعداد العشوائية لإيجاد أرقام:

2 إداريين من بين الأعداد 100 إلى 199

4 مهندسين وتقنيين من بين الأعداد 200 إلى 399

12 عاملًا ومستخدمًا من بين الأعداد 400 إلى 999

الإداريين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع، والعمود الرابع ثم نتحرك نزولًا.

فنجد الأعداد: 159 , 103

المهندسين والتقنيين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع والعمود الرابع ثم نتحرك نزولًا.

فنجد الأعداد: 246 , 383 , 349 , 341

العمال والمستخدمين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع والعمود الرابع، ثم نتحرك نزولًا.

فنجد الأعداد: 780 , 595 , 617 , 770 , 926 , 709 , 447 , 690 , 652 , 803 , 465 , 531

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة بحسب الترقيم التالي:

للإداريين: 159 , 103

للمهندسين والتقنيين: 246 , 383 , 349 , 341

للعمال والمستخدمين: 780 , 595 , 617 , 770 , 926 , 709 , 447 , 690 , 652 , 803 , 465 , 531