



@HOSSAMBAYOUMI199

مراجعه التقويمي الثاني



الرياضيات

الصف الثاني عشر علمي

بنود الاختبار

$$(5 - 5) + (5 - 6) + (6 - 1) + (6 - 2)$$



إعداد: أ. حسام بيومي

صفوة معلم الكويت

أوجد :

a

$$\int (x - 3)e^{x-3} dx$$

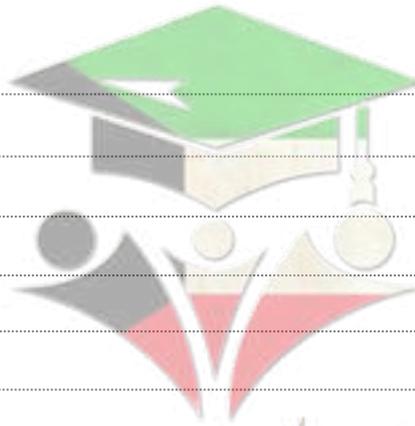
b

$$\int 4xe^{-5x} dx$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 38 رقم 3 :

أوجد :

$$\int \ln x dx$$



صفوة معلمي الكويت





HOSSAMBAYOUMI199

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 39 رقم 5 :

بند 5 - 5

أوجد

$$\int x^2 \sin x \, dx$$

Handwriting practice area with horizontal dotted lines.



صفوة معلمى الكويت



HOSSAMBAYOUMI199

بند 5 - 5

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 40 رقم 6 :

أوجد

$$\int x^2 e^{x+2} dx$$

Handwriting practice area with horizontal dotted lines.



صفوة معلمي الكويت

التكامل بالتجزئ: التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. $\int x \cos(2x) dx = \frac{1}{2} x \sin(2x) + \frac{1}{4} \cos 2x + C$ (a) (b)
2. $\int x \sin(\pi x) dx = -\frac{x}{\pi} \cos(\pi x) + \frac{1}{\pi^2} \sin(\pi x) + C$ (a) (b)
3. $\int x e^{6x} dx = \frac{1}{6} x e^{6x} - \frac{1}{36} e^{6x} + C$ (a) (b)
4. $\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + e^{-x} + C$ (a) (b)
5. $\int x \sec^2 x dx = x \tan x - \ln|\sec x| + C$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

6. $\int (2x + 1) \sin x dx =$

(a) $(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + C$ (b) $-(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + C$

(c) $-(x + 1) \cos x - 2 \sin x + C$ (d) $(2x + 1) \cos x - \sin x + C$

7. $\int x^2 \ln(x) dx =$

(a) $\frac{1}{3} x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{3} + C$ (b) $\frac{1}{3} x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

(c) $\frac{1}{3} x^3 \ln(x) + \frac{x^3}{9} + C$ (d) $-\frac{1}{3} x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

8. إذا كان $\int (2x + 1) \ln x dx = uv - \int v du$ فإن $uv =$

- (a) $(2x + 1) \ln x$ (b) $2x \ln x$ (c) $\frac{2x+1}{2} \ln x$ (d) $x(x + 1) \ln x$





HOSSAMBAYOUMI199

9. $\int v du =$

(a) $\frac{1}{2}x \ln x + C$

(b) $\frac{1}{2}x^2 + x + C$

(c) $(2x + 1) \ln x + C$

(d) $\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$

10. إذا كان $\int (3x - 1) e^{3x+2} dx = uv - \int v du$ فإن $uv =$

(a) $(3x - 1) e^{3x+2}$

(b) $\frac{1}{3}(3x - 1) e^{3x+2}$

(c) $(3x - 1) e^{x+2}$

(d) $\frac{1}{3}(x - 1) e^{3x+2}$

11. $\int v du =$

(a) $-\frac{1}{3}e^{3x+2} + C$

(b) $-e^{3x+2} + C$

(c) $\frac{1}{3}e^{3x+2} + C$

(d) $e^{3x+2} + C$



الحالة الأولى: المقام يمكن تحليله إلى عوامل خطية (عوامل من الدرجة الأولى) غير مكررة:

لتكن $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ حيث المقام $h(x)$ عبارة عن ناتج ضرب عوامل خطية غير مكررة:

$$h(x) = (a_1x + b_1)(a_2x + b_2) \dots (a_kx + b_k)$$

حيث لا يوجد عوامل مكررة ولا يوجد عامل ثابت مضروب بآخر.

في هذه الحالة تكون الدالة f على صورة كسور جزئية كالتالي:

$$\frac{g(x)}{h(x)} = \frac{A_1}{a_1x + b_1} + \frac{A_2}{a_2x + b_2} + \dots + \frac{A_k}{a_kx + b_k}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 43 رقم 1:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+3} \quad : \text{ لتكن الدالة } f$$

فأوجد:

a الكسور الجزئية

b $\int f(x) dx$





HOSSAMBAYOUMI199

عندما تكون درجة البسط في الحدودية النسبية $f(x) = \frac{r(x)}{h(x)}$ مساوية أو أكبر من درجة

المقام . نوجد أولاً ناتج القسمة $q(x)$ باستخدام القسمة المطولتة ثم نكتب الدالة على

الصورة : $f(x) = q(x) + \frac{p(x)}{h(x)}$ حيث $p(x)$ هو الباقي .

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 47 رقم 5 :

أوجد :

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 - 4}{x^3 - 2x^2} dx$$





©HOSSAMBAYOUMI199

التكامل باستخدام الكسور الجزئية: التمارين الموضوعية

بند 5 - 6

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. $\int \frac{4dx}{(x+3)(x+7)} = \ln|x+3| + \ln|x+7| + C$

(a)

(b)

2. $\int \frac{-6dx}{x^2+3x} = -2\ln|x+3| + 2\ln|x| + C$

(a)

(b)

(a) (b)

3. الدالة $f(x) = \frac{4x-11}{2x^2-x-3}$ على صورة كسور جزئية هي: $f(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{2x-3}$

(a) (b)

4. للحدودية النسبية: $\frac{x^2-x+2}{x^3-2x^2+x}$ ثلاثة كسور جزئية .

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

5. $\int \frac{6}{x^2-9} dx =$

(a) $\ln|x+3| - \ln|x-3| + C$

(b) $\ln(x-3) - \ln(x+3) + C$

(c) $\ln|x+3| + \ln|x-3| + C$

(d) $\ln|x-3| - \ln|x+3| + C$

6. $\int \frac{7x-7}{x^2-3x-10} dx =$

(a) $4\ln|x+2| + 3\ln|x-5| + C$

(b) $3\ln|x+2| + 2\ln|x-5| + C$

(c) $4\ln|x-5| + 3\ln|x+2| + C$

(d) $4\ln|x-5| - 3\ln|x+2| + C$

7. الدالة النسبية: $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ على صورة كسور جزئية هي $f(x)$ تساوي :

(a) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$

(b) $\frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{2(x+2)}$

(c) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$

(d) $\frac{1}{2(x-2)} - \frac{1}{2(x+2)}$



HOSSAMBAYOUMI199

$$8. \int \frac{2x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} dx =$$

(a) $2 + 2\ln|x - 1| - \frac{9}{2}\ln|x + 1| + C$

(b) $\frac{1}{2}\ln|x - 1| - \frac{9}{2}\ln|x + 1| + C$

(c) $2x + \frac{1}{2}\ln|x - 1| - \frac{9}{2}\ln|x + 1| + C$

(d) $x + \frac{1}{2}\ln|x - 1| - 9\ln|x + 1| + C$

$$9. \int \frac{3x^2 + 2x}{x^2 - 4} dx =$$

(a) $4\ln|x - 2| - 2\ln|x + 2| + C$

(b) $3x + 2\ln|x - 2| - 2\ln|x + 2| + C$

(c) $3x + 4\ln|x - 2| - 2\ln|x + 2| + C$

(d) $3x + 4\ln|x - 2| + 2\ln|x + 2| + C$



صفوة معلمى الكويت



أولاً: مساحة منطقة محددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة $[a, b]$

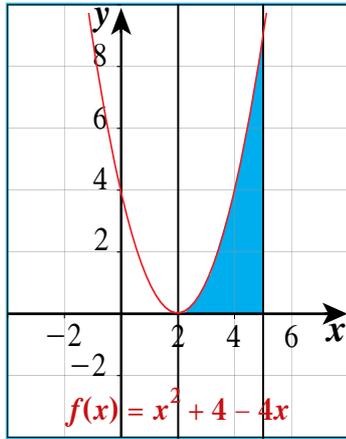
علمنا من دراستنا السابقة أنه إذا كانت f دالة متصلة على $[a, b]$ فإن مساحة المنطقة A المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a$, $x = b$

إذا كانت: $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$

فإن: $A = \int_a^b f(x) dx$

إذا كانت: $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$

فإن: $A = - \int_a^b f(x) dx$



كتاب الطالب مثال ص 66 رقم 1 :

بيّن الشكل المقابل بيان الدالة: $f(x) = x^2 + 4 - 4x$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة ومحور السينات والمستقيمين $x = 2$, $x = 5$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 66 رقم 1 :

بيّن الشكل المقابل بيان الدالة: $f(x) = x^2 + 4 - 4x$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة ومحور السينات والمستقيمين $x = -1$, $x = 4$



صفوة معلمي الكويت



HOSSAMBAYOUMI199

لتكن f دالة متصلة على الفترة $[a, b]$ ، $c \in (a, b)$ حيث $f(c) = 0$
فإن مساحة المنطقة المستوية المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة $[a, b]$ هي:

$$A = \left| \int_a^c f(x) dx \right| + \left| \int_c^b f(x) dx \right|$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 69 رقم 3 :

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

(a) $f(x) = x^3 - 9x$ ، $[-2, 1]$

(b) $f(x) = \cos x$ ، $[0, \pi]$

صفوة معلم الكويت



HOSAMBAYOUMI199

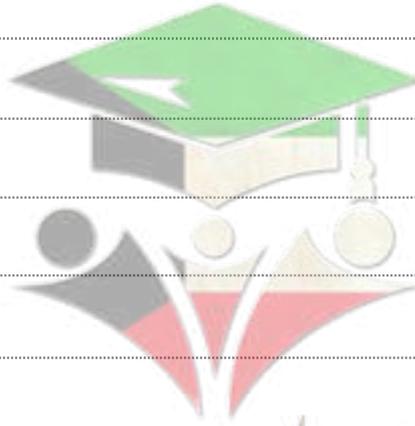
المساحات في المستوى

كتاب الطالب مثال صد 71 رقم 5 :

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = e^x$:
 ومنحنى الدالة $g(x) = -1 - x^2$ والمستقيمين $x = 0$, $x = 3$
 علمًا بأن المنحنيين للدالتين f, g غير متقاطعين.

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 71 رقم 5 :

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 + 1$:
 ومنحنى الدالة $g(x) = -x^2 - 3$ والمستقيمين $x = -1$, $x = 1$
 علمًا بأن المنحنيين للدالتين f, g غير متقاطعين.



معلمي الكويت
 صفوة



HOSSAMBAYOUMI199

المساحات في المستوى

التمارين الموضوعية

ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

- (1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a$, $x = b$ هي: $\int_a^b f(x) dx$
- (a) (b)
- (2) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = 4 - x^2$ ومحور السينات في $[-2, 2]$ هي: $2 \int_0^2 f(x) dx$
- (a) (b)
- (3) إذا كانت: $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في $[a, b]$ هي: $\int_b^a f(x) dx$
- (a) (b)
- (4) إذا كان منحنى الدالة $f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$, $x = 3$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي: $A = \int_{-1}^3 f(x) dx$
- (a) (b)
- (5) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = |x|$ ومحور السينات في الفترة $[-2, 2]$ هي: 2 وحدة مساحة
- (a) (b)

ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- (6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:
- (a) $9\pi \text{ units}^2$ (b) $6\pi \text{ units}^2$
- (c) $3\pi \text{ units}^2$ (d) $\frac{9}{2}\pi \text{ units}^2$
- (7) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $g(x) = (x - 2)^3$ ومحور السينات في الفترة $[0, 4]$ بالوحدات المربعة هي:
- (a) $2 \int_0^2 g(x) dx$ (b) $-2 \int_0^2 g(x) dx$
- (c) $\int_0^4 g(x) dx$ (d) $-2 \int_2^4 g(x) dx$
- (8) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x) = 2$ ومنحنى الدالة $g(x) = -\sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0$, $x = 4$ هي:
- (a) 20 units^2 (b) $\frac{8}{3} \text{ units}^2$
- (c) $\frac{40}{3} \text{ units}^2$ (d) 8 units^2



HOSAMBAYOUMI199

حجوم الأجسام الدورانية

إذا نتج مجسم من دوران منطقة محددة بمنحنى دالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a$, $x = b$ حيث $a < b$ دورة كاملة حول محور السينات

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 dx$$

فإن حجم هذا المجسم يساوي:

كتاب الطالب مثال صد 77 رقم 1 :

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 2$ ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$.

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 77 رقم 1 :

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x-1}$ ومحور السينات في الفترة $[1, 5]$.



صفوة معلمى الكويت

حجوم الأجسام الدورانية

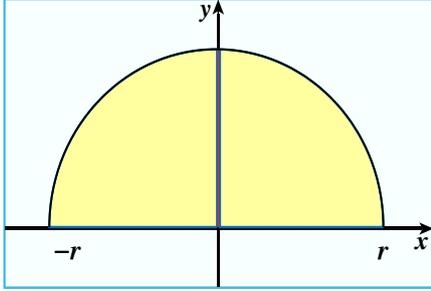


©HOSSAMBAYOUMI99

المجسم الناتج من دوران منحنى الدالة $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ (نصف دائرة) هو كرة طول نصف قطرها $r=2$. ويمكننا استخدام قاعدة إيجاد حجوم الأجسام الدورانية في إثبات قانون حجم الكرة.

كتاب الطالب مثال ص 77 رقم 2 :

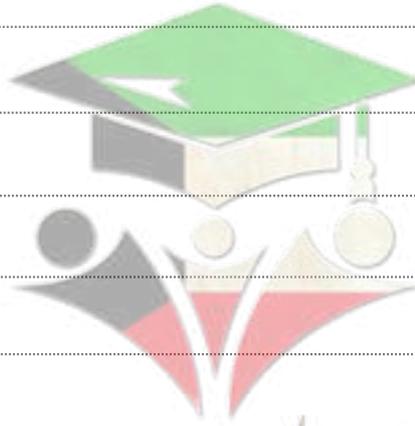
باستخدام التكامل المحدد أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة



حول محور السينات والمحددة بنصف الدائرة $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 78 رقم 2 :

باستخدام التكامل المحدد أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = r$, $r \neq 0$ في الفترة $[0, h]$



معلمي الكويت
صفوة

حجوم الأجسام الدورانية

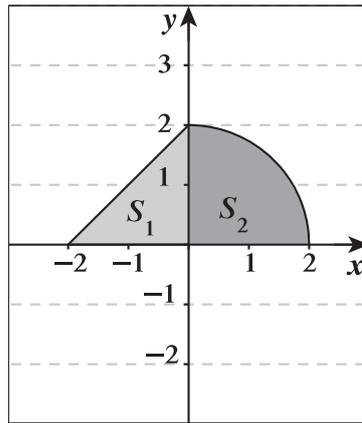
التمارين الموضوعية

ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

- (1) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = \sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1, 8]$ هو: $V = \pi \int_8^1 (\sqrt[3]{x})^2 dx$
- (2) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 2\sqrt{x}$ في الفترة $[1, 4]$ هو: $V = \pi \int_0^4 4x dx - \pi \int_0^1 4x dx$
- (3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = x$ ومنحنى الدالة $g : g(x) = \frac{1}{2}x^2$ هو: $V = \pi \int_0^2 (x - \frac{1}{2}x^2) dx$

ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

- (6) المنطقة المظللة $S = S_1 \cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.



حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

- (a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4 + 2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) 8π
- (7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو:
- (a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) $\frac{32}{3}\pi$
- (8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ والمستقيمات $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ هو:
- (a) $\pi \text{ units}^3$ (b) $\frac{\pi}{3} \text{ units}^3$ (c) $\frac{\pi}{2} \text{ units}^3$ (d) $\frac{\pi}{4} \text{ units}^3$
- (9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f : f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = -1$, $x = 3$ بالوحدات المكعبة هو:
- (a) 8π (b) 7π (c) 8 (d) $\frac{5}{2}\pi$