UULA.COM

الزبدة

17

الإحصاء

الكورس الثاني • 2024

UULA

المتغيرات العشوائية المتقطعة

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع سـ :

إذا كان سـ متغيرا عشوائيا متقطعا مداه {س١ ، س٢ ، س٣ ، ...}
فإن دالة التوزيع الاحتمالي د تُعرّف كالتالي:
د(سر) = احتمال (سـ = سر) = ل(سـ = سر) ، لكل ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ....
ويمكن تمثيلها بالجدول التالي:

سـر	سـ١	سـ٢	...
د(سـر)	د(سـ١)	د(سـ٢)	...

عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين وبفرض أن المتغير العشوائي سـ يعبر عن "عدد الكتابات". أوجد دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ

ف = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص)	٠
(ص،ك)	١
(ك،ص)	١
(ك،ك)	٢

مدى المتغير العشوائي سـ = {٠ ، ١ ، ٢}

د(٠) = ل(سـ = ٠) = $\frac{١}{٤}$

د(١) = ل(سـ = ١) = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

د(٢) = ل(سـ = ٢) = $\frac{١}{٤}$

∴ دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ

سـ	٠	١	٢
د(سـ)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

صفوة معلمي الكويت

Q عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي سـ يعبر عن "عدد الكتابات". فأوجد ما يلي:

- فضاء العينة ف.
- مدى المتغير العشوائي سـ
- احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ
- دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ

ف = {(ص،ص،ص)، (ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)، (ك،ك،ص)، (ك،ص،ك)، (ص،ك،ك)، (ك،ك،ك)}

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص،ص)	٠
(ص،ص،ك)	١
(ص،ك،ص)	١
(ك،ص،ص)	١
(ك،ك،ص)	٢
(ك،ص،ك)	٢
(ص،ك،ك)	٢
(ك،ك،ك)	٣

مدى المتغير العشوائي سـ = {٠، ١، ٢، ٣}

نوع المتغير العشوائي سـ متقطع

$د(٠) = ل(سـ = ٠) = \frac{١}{٨}$

$د(١) = ل(سـ = ١) = \frac{٣}{٨}$

$د(٢) = ل(سـ = ٢) = \frac{٣}{٨}$

$د(٣) = ل(سـ = ٣) = \frac{١}{٨}$

∴ دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ :

سـ	٠	١	٢	٣
د(سـ)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

ملاحظة مهمة

- دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع

$س_ر$	$س_١$	$س_٢$	...
$د(س_ر)$	$د(س_١)$	$د(س_٢)$	...

تحقق الشرطين:

- $٠ \leq د(س) \leq ١$
- مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي د تساوي الواحد الصحيح ، أي أن $د(س_١) + د(س_٢) + د(س_٣) + ... = ١$

Q إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ هي:

س	٤	٣	٢	١	٠
د (س)	ك	٠,٢	٠,١	٠,١٥	٠,٣٥

- فأوجد قيمة ك.

مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي=١ بالتالي:

ك+٠,٢+٠,١+٠,١٥+٠,٣٥=١

ك+٠,٨=١

ك=١−٠,٨=٠,٢

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

التوقع والتباين لمتغير عشوائي متقطع

التوقع: $\mu = \sum س_ر \, د(س_ر)$

Q إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س هي:

س	٠	١	٢
د (س)	$\frac{٤}{٩}$	$\frac{٤}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

فأوجد التوقع μ للمتغير العشوائي

$\mu = \sum س \, د(س)$

$= ٠ \times \frac{٤}{٩} + ١ \times \frac{٤}{٩} + ٢ \times \frac{١}{٩} = \frac{٢}{٣}$

Q عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، إذا كان المتغير العشوائي س يعبر عن عدد الصور، فأوجد:

- فضاء العينة ف.
- مدى المتغير العشوائي س
- احتمال كل عنصر
- دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س
- التوقع μ للمتغير العشوائي س

ف = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

عناصر ف	عناصر المدى
(ص،ص)	٢
(ص،ك)	١
(ك،ص)	١
(ك،ك)	٠

المدى = {٠، ١، ٢}

$د(٠) = ل(س = ٠) = \frac{١}{٤}$

$د(١) = ل(س = ١) = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

$د(٢) = ل(س = ٢) = \frac{١}{٤}$

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س:

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

التوقع: $\mu = \sum س \, د(س)$

$= ٠ \times \frac{١}{٤} + ١ \times \frac{١}{٢} + ٢ \times \frac{١}{٤}$

$= ١$

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا: التباين للمتغير العشوائي المتقطع

التوقع $(\mu) = \sum س_ر \, د(س_ر)$

التباين $(\sigma^2) = \sum س_ر^2 \, د(س_ر) - \mu^2$

الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{\text{التباين}}$

Q الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س

س	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,١

أوجد: التوقع μ ، التباين σ^2، الانحراف المعياري σ

التوقع $(\mu) = \sum س \, د(س)$

$= ٠,١ \times ٢ + ٠,٣ \times ٣ + ٠,٥ \times ٤ + ٠,١ \times ٥$

$= ٣,٦$

التباين $(\sigma^2) = \sum س^2 \, د(س) - \mu^2$

$= ٠,١ \times ٢^2 + ٠,٣ \times ٣^2 + ٠,٥ \times ٤^2 + ٠,١ \times ٥^2 - (٣,٦)^2$

$= ٠,٦٤$

الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{٠,٦٤} = ٠,٨$

دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير الشوائي المتقطع عند القيمة أ

هي احتمال وقوع المتغير العشوائي س بحيث يكون س أصغر من أو يساوي أ أي أن:

$ت(أ) = ل(س \leq أ)$

Q الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٤٣	٠,٢٩	٠,١٧	٠,٠٩	٠,٠٢

- أوجد: ت(١) ، ت(٣,٥) ، ت(٤) ، ت(٥)

$ت(١) = ل(س \leq ١) = د(١) = ٠,٤٣$

$ت(٣,٥) = ل(س \leq ٣,٥) = د(١) + د(٢) + د(٣)$

$= ٠,٤٣ + ٠,٢٩ + ٠,١٧ = ٠,٨٩$

$ت(٤) = ل(س \leq ٤) = د(١) + د(٢) + د(٣) + د(٤)$

$= ٠,٤٣ + ٠,٢٩ + ٠,١٧ + ٠,٠٩ = ٠,٩٨$

$ت(٥) = ل(س \leq ٥) = ١$

بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي سـ

ل(أ < سـ ≤ ب) = ت(ب) − ت(أ)

ل(سـ > أ) = ١ − ل(سـ ≤ أ)

= ١ − ت(أ)

الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ

س	١	٢	٣	٥
ت (س)	٠,١٥	٠,٢	٠,٦	١

أوجد:

- ل(١ < سـ ≤ ٣)
- ل(٢ < سـ ≤ ٥)
- ل(سـ < ٢)

ل(١ < سـ ≤ ٣) = ت(٣) − ت(١) = ٠,٦ − ٠,١٥ = ٠,٤٥

ل(٢ < سـ ≤ ٥) = ت(٥) − ت(٢) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

ل(سـ < ٢) = ١ − ت(٢) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ

س	١	٢	٣	٤
ت (س)	٠,٢٥	٠,٤٠	٠,٦٥	١

أوجد:

- ل(٤ < سـ ≤ ٥)
- ل(سـ < ٣)

ل(٤ < سـ ≤ ٥) = ت(٥) − ت(٤) = ١ − ١ = صفر

ل(سـ < ٣) = ١ − ت(٣) = ١ − ٠,٦٥ = ٠,٣٥

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

توزيع ذات الحدّين

تجربة ذات الحدين

تجربة ذات الحدين هي تجربة عشوائية تحقق الشروط التالية:

- تتكوّن التجربة من عدد ن من المحاولات المستقلة والمتماثلة
(المحاولات المستقلة تعني أن نتيجة كل محاولة لا تؤثر ولا تتأثر بنتائج المحاولات الأخرى).
- كل محاولة يكون لها ناتجان فقط (نجاح أو فشل).
- احتمال الحصول على أحد الناتجين يكون ثابتًا من تجربة إلى أخرى. وسوف نرمز لهذا الاحتمال بالرمز ل.
وتسمي كل محاولة من محاولات التجربة بمحاولة برنولي Bernoulli.

توزيع ذات الحدين $ل(سـ = س) = د(س) = {}_{ن}ق_{س} \, ل^{س} \, (١ - ل)^{ن - س}$ ، $ن \in صـ^{+}$ ، $سـ = \{٠، ١، ٢، \ldots، ن\}$

الاسم	متغير
عدد المحاولات	ن
مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي	$سـ = \{٠، ١، ٢، \ldots، ن\}$
عدد مرات النجاح من ن في المحاولات	س
احتمال النجاح	ل
احتمال الفشل	$(١ - ل)$

يسمى توزيع المتغير العشوائي سـ بتوزيع ذات الحدين للمعلمتين ل، ن.

Q إذا كان سـ متغيراً عشوائياً ذا حدين ومعلمتاه هما: ن = ٨ ، ل = ٠,٢ . فأوجد: $ل(سـ = ٢)$ ، $ل(٢ \leq سـ < ٤)$

$د(س) = {}_{ن}ق_{س} \, ل^{س} \, (١ - ل)^{ن - س}$

$ل(سـ = ٢) = د(٢) = {}_{٨}ق_{٢} \times (٠,٢)^{٢} \times (١ - ٠,٢)^{٨ - ٢} \approx ٠,٢٩٤$

$ل(٢ \leq سـ < ٤) = د(٢) + د(٣)$

$د(٢) = {}_{٨}ق_{٢} \, (٠,٢)^{٢} \, (١ - ٠,٢)^{٨ - ٢} \approx ٠,٢٩٤$

$د(٣) = {}_{٨}ق_{٣} \, (٠,٢)^{٣} \, (١ - ٠,٢)^{٨ - ٣} \approx ٠,١٤٧$

$\therefore ل(٢ \leq سـ < ٤) = ٠,٢٩٤ + ٠,١٤٧ = ٠,٤٤١$

Q في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات متتالية، احسب احتمال ظهور صورة ٥ مرات.

$ل = \frac{١}{٢}$ ، $ن = ٨$

$د(س) = {}_{ن}ق_{س} \, ل^{س} \, (١ - ل)^{ن - س}$

$د(٥) = {}_{٨}ق_{٥} \, (٠,٥)^{٥} \, (١ - ٠,٥)^{٨ - ٥} \approx ٠,٢١٩$

صفوة معلمي الكويت

التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدّين

التوقع $= \mu =$ ن ل

التباين $= \sigma^2 =$ ن ل $(1 -$ ل$)$

الانحراف المعياري $= \sigma$

Q ينتج مصنع سيارات ٣٥٠ سيارة يومياً، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة ٠,٠٢ فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

التوقع $= \mu =$ ن ل $= ٣٥٠ \times ٠,٠٢ = ٧$

التباين $= \sigma^2 =$ ن ل $(1 -$ ل$) = ٣٥٠ \times ٠,٠٢ \times (١ - ٠,٠٢) = ٦,٨٦$

الانحراف المعياري $= \sigma = \sqrt{٦,٨٦} \approx ٢,٦٢$

Q في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي هو ظهور صورة.

ن $= ٨$ ، ل $= \frac{١}{٢}$

التوقع $= \mu =$ ن ل $= ٨ \times \frac{١}{٢} = ٤$

التباين $= \sigma^2 =$ ن ل $(1 -$ ل$) = ٨ \times \frac{١}{٢} \times \left(١ - \frac{١}{٢}\right) = ٢$

الانحراف المعياري $= \sigma = \sqrt{٢} \approx ١,٤١٤$

Q ٧٠ ٪ من زبائن مطعم ما أفادوا بأن الطعام قد أعجبهم وسيقصدونه مرة أخرى. من بين ١٠٠ زبون، أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري.

ن $= ١٠٠$ ، ل $= \frac{٧٠}{١٠٠} = ٠,٧$

التوقع $= \mu =$ ن ل $= ١٠٠ \times ٠,٧ = ٧٠$

التباين $= \sigma^2 =$ ن ل $(1 -$ ل$) = ١٠٠ \times ٠,٧ \times (١ - ٠,٧) = ٢١$

الانحراف المعياري $= \sigma = \sqrt{٢١} \approx ٤,٥٨٣$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

المتغيرات العشوائية المتصلة

إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٤} & \text{عندما } ١ \leq س \leq ٥ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

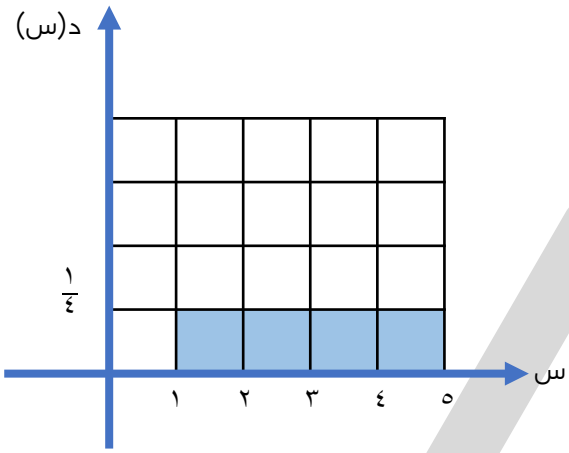
أوجد:

- ل(١ < س ≤ ٥)

ل(١ < س ≤ ٥) = العرض x الطول

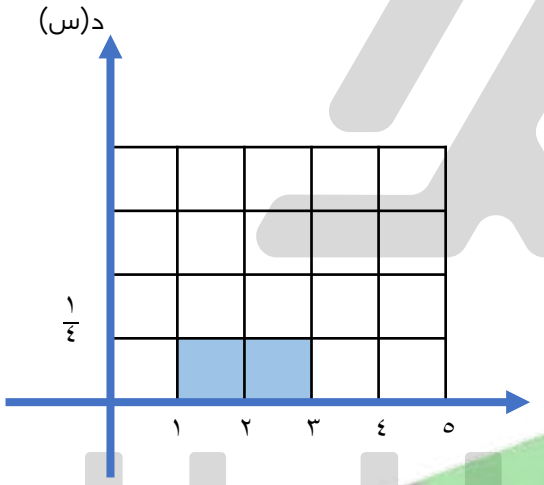
$= \frac{١}{٤} \times ٤$

$= ١$



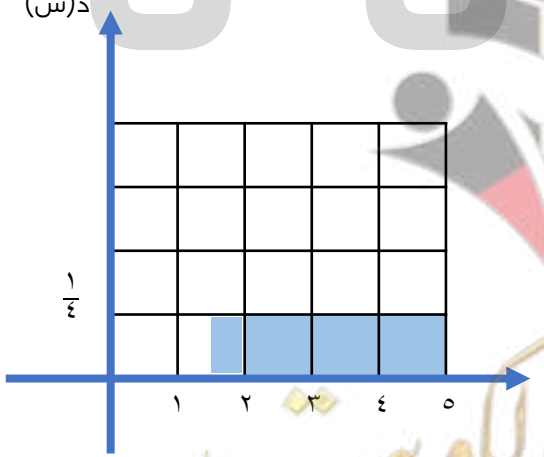
- ل(س < ٣)

$ل(س < ٣) = \frac{١}{٤} \times ٢ = \frac{١}{٢}$



- ل(س ≤ ١,٥)

$ل(س \leq ١,٥) = \frac{١}{٤} \times ٣,٥ = \frac{٧}{٨}$



- ل(س = ٢) = صفرا

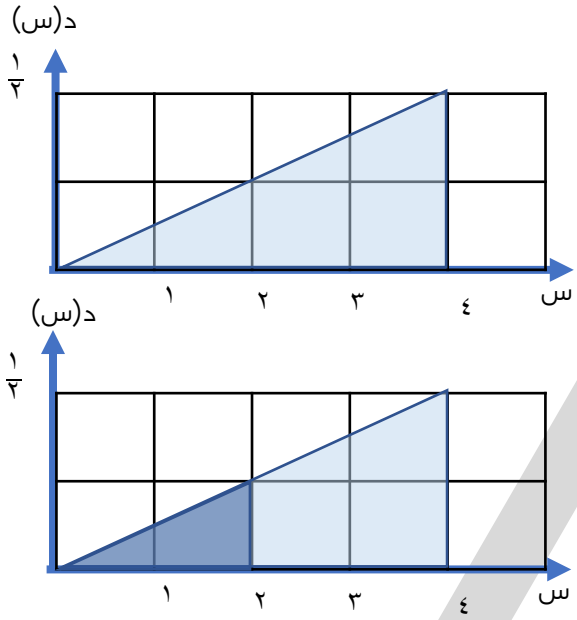
صفوة معلمي الكويت

Q إذا كان سـ متغيراً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٨} س & \text{عندما } ٠ \leq س \leq ٤ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

- $ل(٠ \leq سـ \leq ٤)$
- $ل(سـ \geq ٢)$
- $ل(سـ < ٢)$



$ل(٠ \leq سـ \leq ٤) = \frac{١}{٢}$ القاعدة x الارتفاع

$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times \frac{١}{٨} \times (٤)$

$= ١$

$ل(سـ \geq ٢) = \frac{١}{٢} \times ٢ \times \frac{١}{٨} \times (٢) = \frac{١}{٤}$

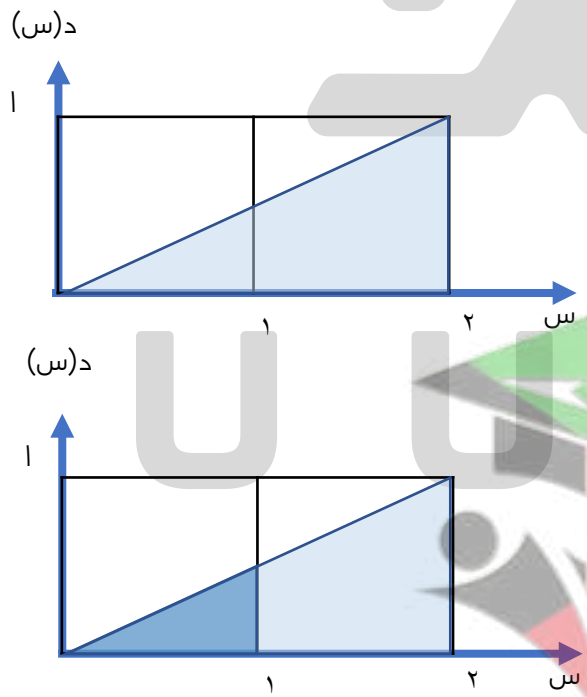
$ل(سـ < ٢) = ١ - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$

Q إذا كان سـ متغيراً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٢} س & \text{عندما } ٠ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

- $ل(سـ > ١)$
- $ل(سـ \leq ١)$
- $ل(سـ = ١)$



$ل(سـ > ١) = \frac{١}{٢} \times ١ \times \frac{١}{٢} \times (١)$

$= \frac{١}{٤}$

$ل(سـ \leq ١) = ١ - \frac{١}{٤}$

$= \frac{٣}{٤}$

$ل(سـ = ١) =$ صفرا

صفوة معلمي الكويت

التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل

يعرّف التوزيع الاحتمالي المنتظم على [أ، ب] بأنه توزيع احتمالي دالة كثافة الاحتمال له

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{ب - أ} & : \quad أ \leq س \leq ب \\ \text{صفرا} & : \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

- التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\mu = \frac{أ + ب}{٢}$
- التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\sigma^{٢} = \frac{(ب - أ)^{٢}}{١٢}$

Q إذا كان س متغيراً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) \begin{cases} \frac{١}{٥} & -٢ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفرا} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

- أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال.

مساحة المستطيل $= (٣ - (-٢)) \times \frac{١}{٥} = ١$

∴ الدالة هي دالة كثافة احتمال.

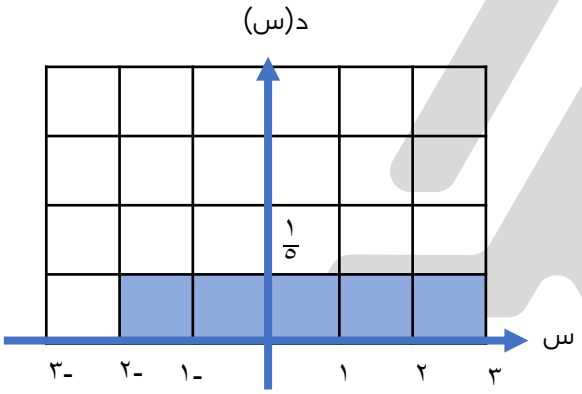
- أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{ب - أ} & : \quad أ \leq س \leq ب \\ \text{صفرا} & : \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$أ = -٢ \qquad ب = ٣$

$$= \begin{cases} \frac{١}{٥} = \frac{١}{٣ - (-٢)} & : \quad -٢ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفرا} & : \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

∴ الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.



- أوجد $(-١ < س \leq ٢) = \frac{١}{٥} \times ٣ = \frac{٣}{٥}$
- أوجد التوقع والتباين للدالة د.

التوقع $= \mu = \frac{أ + ب}{٢} = \frac{٣ + (-٢)}{٢} = \frac{١}{٢}$

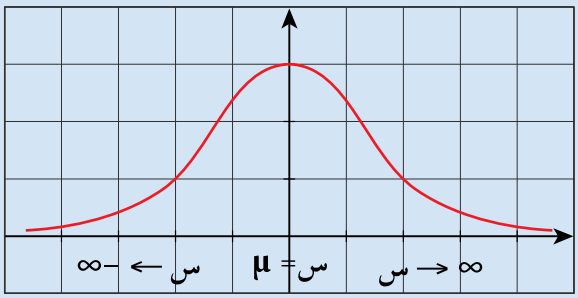
التباين $= \sigma^{٢} = \frac{(ب - أ)^{٢}}{١٢} = \frac{((-٢) - ٣)^{٢}}{١٢} = \frac{٢٥}{١٢}$

صفوة معلمي الكويت

التوزيع الاحتمالي الطبيعي

التوزيع الاحتمالي الطبيعي ط$(\mu ، \sigma^2)$

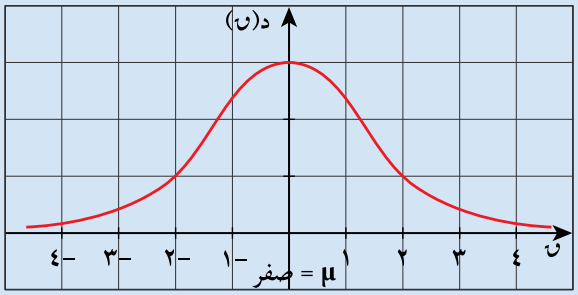
- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكوم بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره (س=μ)
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى +∞ و إلى -∞ (لا يقطع محور السينات).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).
- المستقيم الرأسي س = μ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قطعتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصفًا (نصف وحدة مساحة).



منحنى التوزيع الطبيعي ط(μ ، σ^2)

التوزيع الطبيعي المعياري ط(٠ ، ١)

- إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي μ = صفرا والانحراف المعياري σ =ا يسمى التوزيع الطبيعي بالتوزيع الطبيعي المعياري.



منحنى التوزيع الطبيعي ط(μ ، σ^2)

Q إذا كان ه هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي س فأوجد:

- ل(ه ≥ ٢,١٨)

= ٠,٩٨٥٣٧

- ل(ه ≥ ٢,٤٣)

= ١ − ل(ن ≥ ٢,٤٣)
= ١ − ٠,٩٩٢٤٥
= ٠,٠٠٧٥٥

- ل(١,٤ ≤ ه ≤ ٢,٦)

= ل(ن ≥ ٢,٦) − ل(ن ≥ ١,٤)
= ٠,٩٩٥٣٥ − ٠,٩١٩٢٤
= ٠,٠٧٦١١

- ل(ه ≥ −٢,٥٥)

= ٠,٢٩١١٦

- ل(−٢,٢ ≤ ه ≤ −١,٦)

= ل(ن ≥ −١,٦) − ل(ن ≥ −٢,٢)
= ٠,٠١٣٩٠ − ٠,٠٥٤٨٠
= ٠,٠٤٠٩

- ل(−١,٣ ≤ ه ≤ ٠,٢٨)

ل(−١,٣ ≤ ن ≤ ٠,٢٨)
= ل(ن ≥ ٠,٢٨) − ل(ن ≥ −١,٣)
= ٠,٠٩٦٨٠ − ٠,٦١٠٢٦
= ٠,٥١٣٤٦

UULA
صفوة معلمي الكويت

Q المتغير س يمثل درجات الطلاب في مادة ما وهو يتبع التوزيع الطبيعي وتوقعه وتباينه $\mu = ١٦$.
أوجد: $\sigma^{٢} = ١٦$

- $ل(١٤ < س < ١٨)$

$$\sigma = \sqrt{١٦} = ٤$$

$$ن = \frac{\mu - س}{\sigma}$$

$$ن_{١} = \frac{١٦ - ١٤}{٤} = -٠,٥$$

$$ن_{٢} = \frac{١٦ - ١٨}{٤} = ٠,٥$$

$$ل(١٤ < س < ١٨) = ل(-٠,٥ < ن < ٠,٥)$$

$$= ل(ن < ٠,٥) - ل(ن < -٠,٥)$$

$$= ٠,٦٩١٤٦ - ٠,٣٠٨٥٤$$

$$= ٠,٣٨٢٩٢$$

- $ل(١١ < س < ١٣)$

$$\sigma = \sqrt{١٦} = ٤$$

$$ن = \frac{\mu - س}{\sigma}$$

$$ن_{١} = \frac{١٦ - ١١}{٤} = ١,٢٥-$$

$$ن_{٢} = \frac{١٦ - ١٣}{٤} = ٠,٧٥-$$

$$ل(١١ < س < ١٣) = ل(-١,٢٥ < ن < -٠,٧٥)$$

$$= ل(ن < -٠,٧٥) - ل(ن < -١,٢٥)$$

$$= ٠,٢٢٦٦٣ - ٠,١٠٥٦٥$$

$$= ٠,١٢٠٩٨$$

صفوة معلمي الكويت

المتباينات

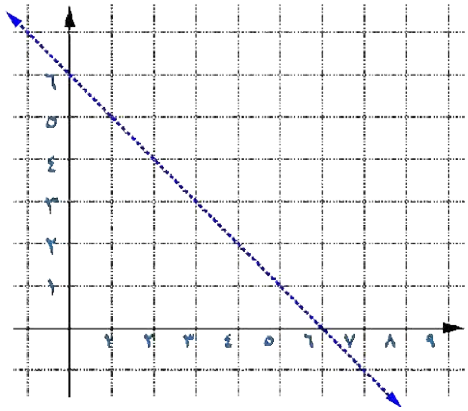
Q ارسم خط الحدود لكل من:

- $س + ص < ٦$

$س + ص = ٦$

س	٠	٦
ص	٦	٠

(٦ ، ٠) (٠ ، ٦)



Q مثّل بيانياً منطقة الحل للمتباينة: $٤س + ص \geq ٨$

خط الحدود $٤س + ص = ٨$

س	٠	٢
ص	٨	٠

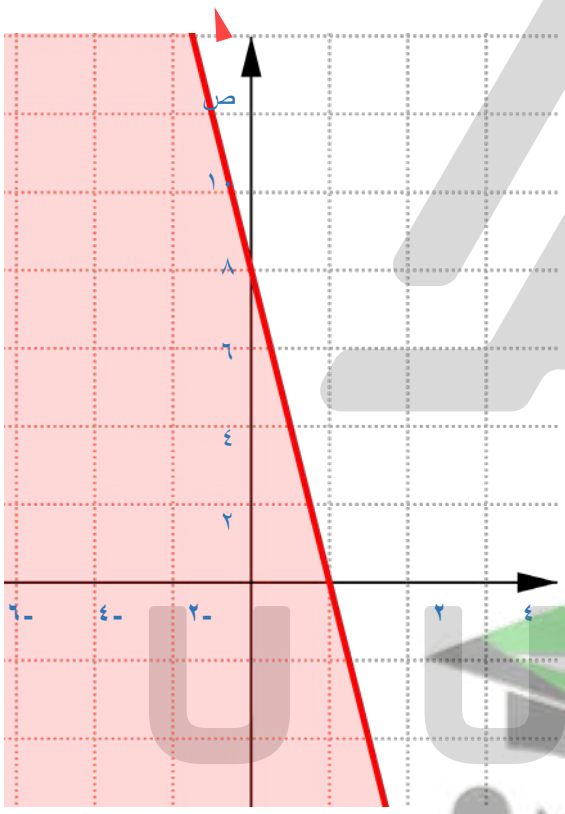
(٨ ، ٠) (٠ ، ٢)

نجرب (٠ ، ٠)

$٤س + ص \geq ٨$

$٨ \geq ٠$

صح



صفوة معلمي الكويت

مثّل بيانياً منطقة الحل للمتباينة: س – ٥ص ≥ ٠

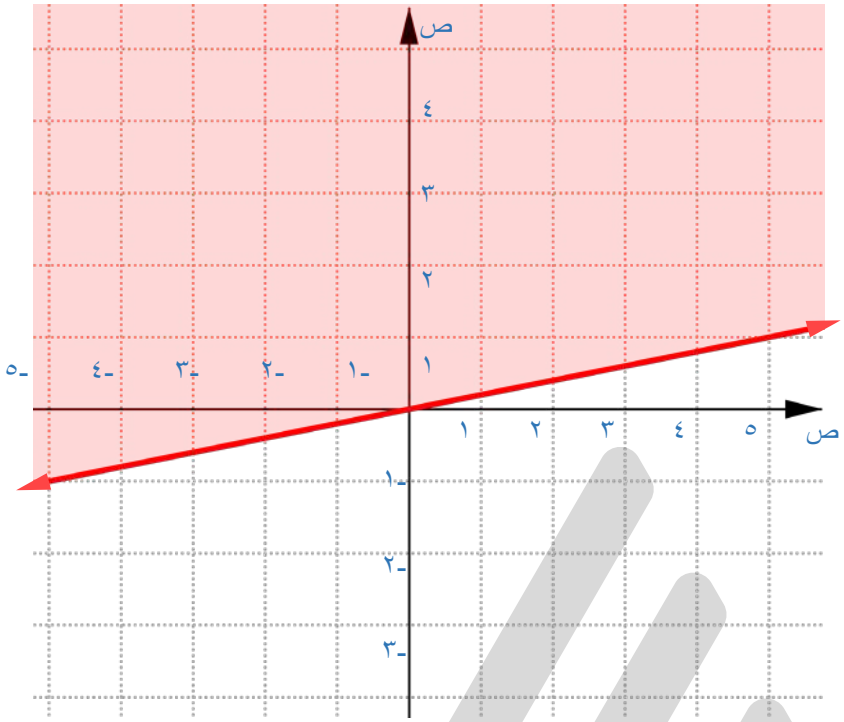
خط الحدود س – ٥ص = ٠

س	٠	٥
ص	٠	١

(٠، ٠) (٥، ١)

نجرب (١، ١)

س – ٥ص ≥ ٠
١ – ٥ ≥ ٠
– ٤ ≥ ٠
صح



مثّل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

- س – ٢ص > ٢
- ٢س + ٣ص ≥ ٦

س – ٢ص > ٢
س – ٢ص = ٢

س	٠	٢
ص	١-	٠

نجرب (٠، ٠)

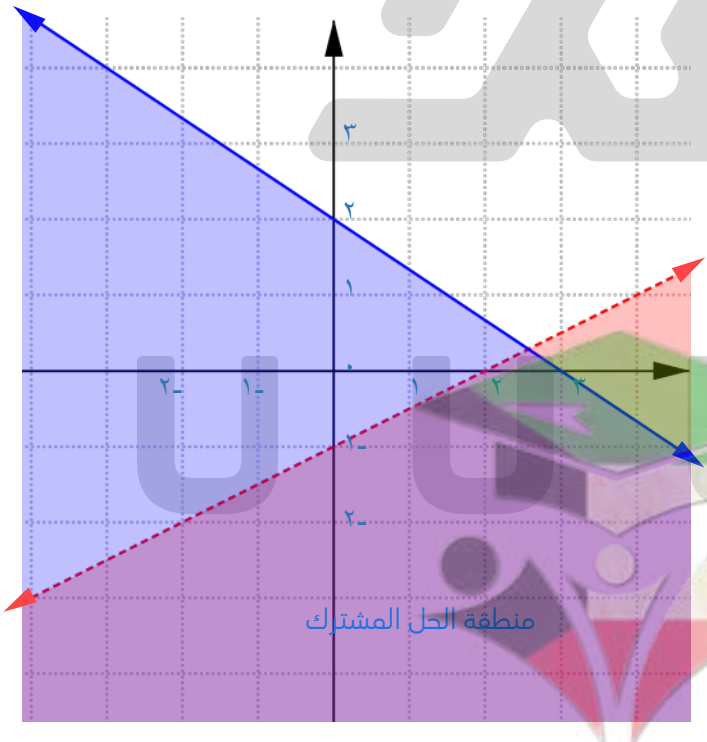
س – ٢ص > ٢
٠ > ٢ خطأ

٢س + ٣ص ≥ ٦
٢س + ٣ص = ٦

س	٠	٣
ص	٢	٠

نجرب (٠، ٠)

٢س + ٣ص ≥ ٦
٠ ≥ ٦ صح



صفوة معلمي الكويت

البرمجة الخطية

أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية: س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ص ≥ ٤ ، ٣س + ص ≥ ٦
ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ = ٥س + ٣ص أكبر ما يمكن.

س + ص = ٤

س	٠	٤
ص	٤	٠

٣س + ص = ٦

س	٠	٢
ص	٦	٠

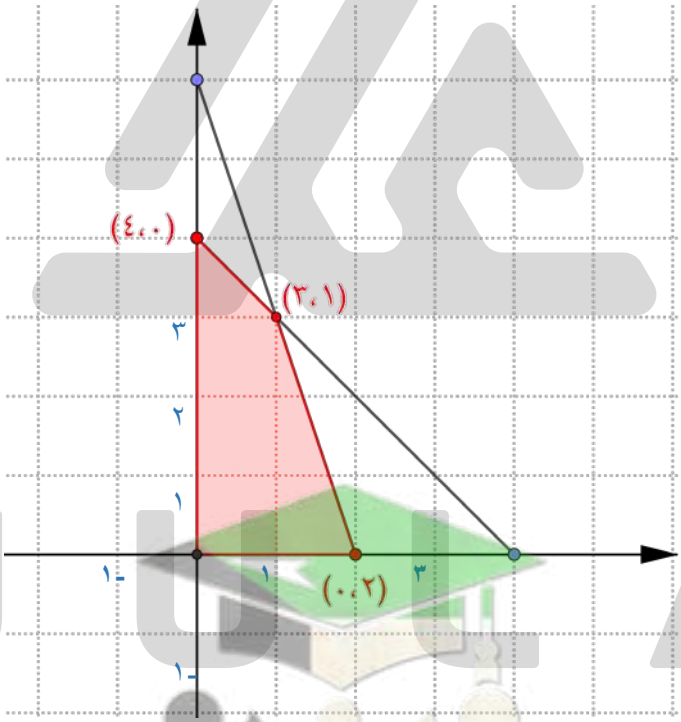
و (٠ ، ٠) ← هـ = ٥(٠) + ٣(٠) = ٠

أ (٠ ، ٢) ← هـ = ٥(٢) + ٣(٠) = ١٠

ب (١ ، ٣) ← هـ = ٥(١) + ٣(٣) = ١٤

جـ (٠ ، ٤) ← هـ = ٥(٠) + ٣(٤) = ١٢

دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن عند ب (١ ، ٣) وقيمتها: هـ = ١٤



UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

Q أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية: س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ٢ص ≥ ٦ ، ٣س + ٢ص ≥ ١٢
ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن
حيث هـ = ٦س + ٤ص

س + ٢ص = ٦

س	٠	٦
ص	٣	٠

٣س + ٢ص = ١٢

س	٠	٤
ص	٦	٠

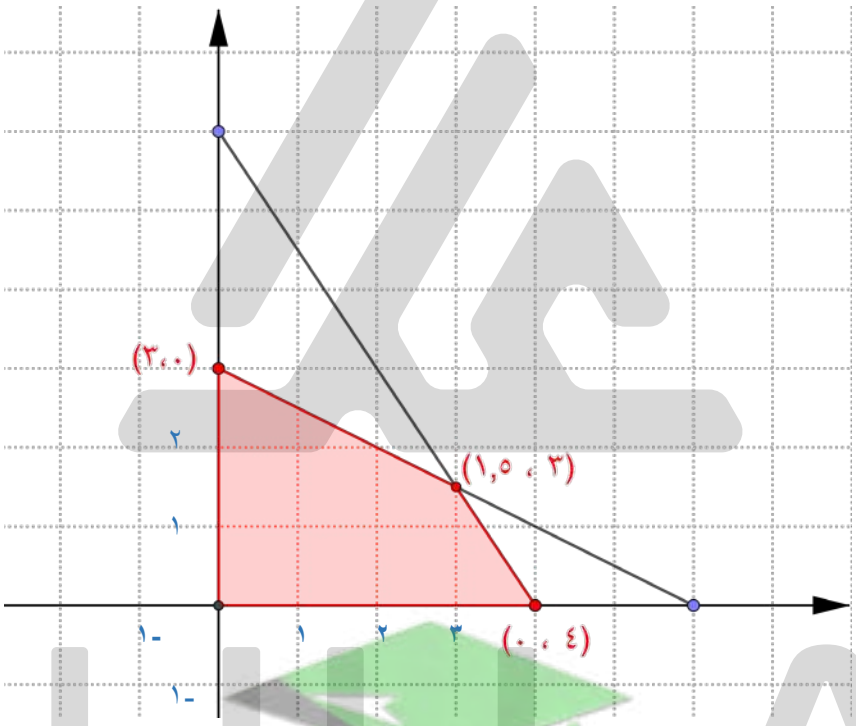
و (٠ ، ٠) ← هـ = ٦(٠) + ٤(٠) = ٠

أ (٠ ، ٤) ← هـ = ٦(٤) + ٤(٠) = ٢٤

ب (١,٥ ، ٣) ← هـ = ٦(٣) + ٤(١,٥) = ٢٤

جـ (٠ ، ٣) ← هـ = ٦(٠) + ٤(٣) = ١٢

دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن عند أ (٠ ، ٤) ، ب (١,٥ ، ٣) قيمتها: هـ = ٢٤



UULA
صفوة معلمي الكويت