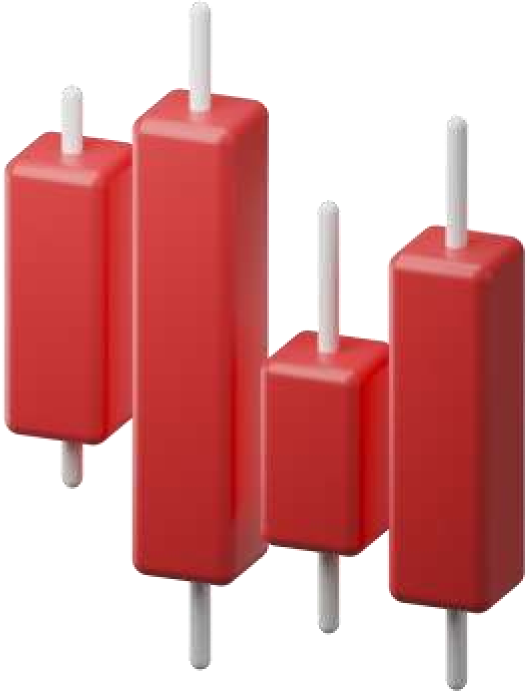


## الإحصاء الرياضي

# التعريف والقوانين

## الكورس الثاني

12



2024-2025
UULA.COM
UULA

# المتغيرات العشوائية المتقطعة

### دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع $س$ :

إذا كان $س$ متغيرا عشوائيا متقطعا مداه $\{س_1 ، س_2 ، س_3 ، ...\}$
فإن دالة التوزيع الاحتمالي د تُعرّف كالتالي:
$د(س_ر)$ = احتمال $\left(س = س_ر\right) = ل\left(س = س_ر\right)$ ، لكل ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ....
ويمكن تمثيلها بالجدول التالي:

| $س_ر$ | $س_1$ | $س_2$ | ... |
|---|---|---|---|
| $د\left(س_ر\right)$ | $د\left(س_1\right)$ | $د\left(س_2\right)$ | ... |

### تحقق الشرطين:

- $0 \leq د(س) \leq 1$
- مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي د تساوي الواحد الصحيح ، أي أن $د\left(س_1\right)+د\left(س_2\right)+د\left(س_3\right)+\ldots=1$

## التوقع والتباين لمتغير عشوائي متقطع

التوقع $(\mu) = \sum س_ر \; د\left(س_ر\right)$

التباين $\left(\sigma^2\right) = \sum س_ر^2 \; د\left(س_ر\right) - \mu^2$

الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{\text{التباين}}$

## دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير الشوائي المتقطع عند القيمة أ

هي احتمال وقوع المتغير العشوائي $س$ بحيث يكون $س$ أصغر من أو يساوي $أ$ أي أن: $ت(أ) = ل\left(س \leq أ\right)$

### بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي $س$

$ل\left(أ < س \leq ب\right) = ت(ب) - ت(أ)$

$ل\left(س > أ\right) = 1 - ل\left(س \leq أ\right)$
$= 1 - ت(أ)$

# توزيع ذات الحدّين

## تجربة ذات الحدين

تجربة ذات الحدين هي تجربة عشوائية تحقق الشروط التالية:

- تتكوّن التجربة من عدد ن من المحاولات المستقلة والمتماثلة
(المحاولات المستقلة تعني أن نتيجة كل محاولة لا تؤثر ولا تتأثر بنتائج المحاولات الأخرى).
- كل محاولة يكون لها ناتجان فقط (نجاح أو فشل).
- احتمال الحصول على أحد الناتجين يكون ثابتًا من تجربة إلى أخرى. وسوف نرمز لهذا الاحتمال بالرمز ل. وتسمي كل محاولة من محاولات التجربة بمحاولة برنولي Bernoulli.

توزيع ذات الحدين $ل(سـ = س) = د(س) = {}^{ن}ق_{س}\ ل^{س}\ (١-ل)^{ن-س}$ ، $ن \in صـ^{+}$

| الاسم | متغير |
|---|---|
| عدد المحاولات | ن |
| مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي | $سـ = \{٠، ١، ٢، \ldots، ن\}$ |
| عدد مرات النجاح من ن في المحاولات | س |
| احتمال النجاح | ل |
| احتمال الفشل | $(١-ل)$ |

يسمى توزيع المتغير العشوائي سـ بتوزيع ذات الحدين للمعلمتين ل، ن.

## التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدّين

التوقع $= \mu =$ ن ل

التباين $= \sigma^{٢} =$ ن ل $(١-ل)$

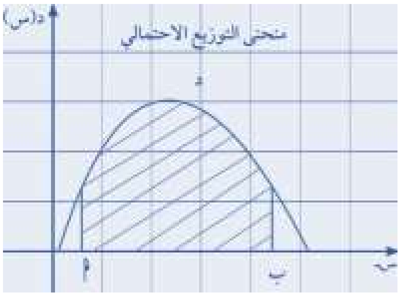
الانحراف المعياري $= \sigma$

# المتغيرات العشوائية المتصلة

## المتغير العشوائي المتصل

هو المتغير الذي تكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة من الأعداد الحقيقية أي أن مدى المتغير العشوائي المتصل سـ = {س : ا ≤ س ≤ ب} وهي مجموعة غير قابلة للعد.

**خواص دالة كثافة الاحتمال د(س)**




- د(س) في دالة متصلة على مجالها.
- د(س) ≥ ٠ لكل قيم س التي تنتمي لمجال الدالة.
- قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة د(س) ومحور السينات تساوي الوحد الصحيح.
- يمكن إيجاد الاحتمال ل(ا ≤ سـ ≤ ب) بحساب المساحة تحت المنحنى
- تنعدم المساحة المظللة في الشكل السابق إذا كان ا = ب أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن ل(سـ = ا) = صفرا

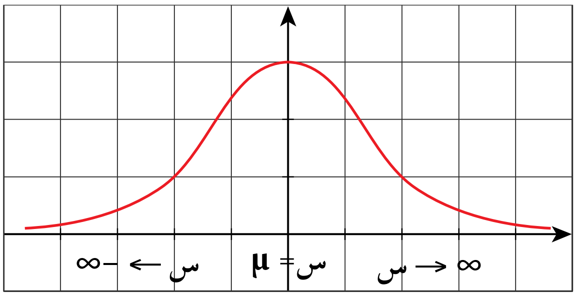
# التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل

يعرّف التوزيع الاحتمالي المنتظم على [ا،ب] بأنه توزيع احتمالي دالة كثافة الاحتمال له

$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{ب - ا} & : ا \le سـ \le ب \\ صفرا & : فيما\ عدا\ ذلك \end{cases}$$

- التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\mu = \frac{ا + ب}{2}$
- التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\sigma^2 = \frac{(ب - ا)^2}{12}$

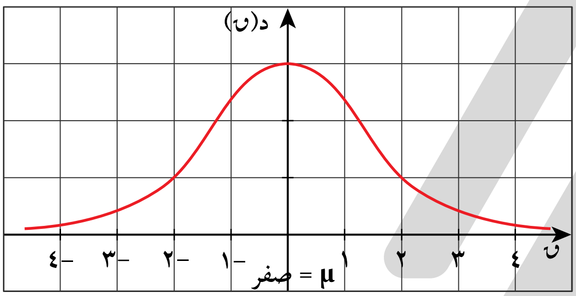
# التوزيع الاحتمالي الطبيعي




منحنى التوزيع الطبيعي ط$(\mu ، \sigma^2)$

## التوزيع الاحتمالي الطبيعي ط$(\mu ، \sigma^2)$

- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكوم بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره (س=μ)
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى +∞ و إلى -∞ (لا يقطع محور السينات).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).
- المستقيم الرأسي س = μ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قطعتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصفًا (نصف وحدة مساحة).




منحنى التوزيع الطبيعي ط$(\mu ، \sigma^2)$

## التوزيع الطبيعي المعياري ط$(٠ ، ١)$

- إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي μ = صفرا والانحراف المعياري σ =١ يسمى التوزيع الطبيعي بالتوزيع الطبيعي المعياري.