نموذج (١)

دولة الكويت	نموذج إجابة الاختبار التجريبي الفترة الدراسية الأولى	المجال الدراسي: الرياضيات
وزارة التربية	للصف الثاني عشر علمي	الزمن: ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
منطقة حولي التعليمية	العام الدراسي 2025/2024م	عدد الصفحات: (12)

نموذج إجابة

القسم الأول – أسئلة المقال

السؤال الأول: (8 درجات)

(a) أوجد إن أمكن $\lim\limits_{x\to 1}\frac{|x-1|}{x^2-1}$

الإجابة: بالتعويض عن $x = 1$ في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$f(x) = \frac{|x-1|}{x^2-1}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} & : \quad x \geq 1 \\ \frac{-x-1}{(x-1)(x+1)} & : \quad x < 1\,, x \neq -1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & : x > 1 \\ \frac{-1}{x+1} & : x < 1, x \neq -1 \end{cases}$$

$$\because \lim_{x\to 1^-} -(x+1) = -(1+1) = -2 \quad , \quad 2 \neq 0 \quad \text{شرط المقام}$$

$$\therefore \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\frac{-1}{x+1} = \frac{\lim\limits_{x\to 1^-} -1}{\lim\limits_{x\to 1^-} x+1} = \frac{-1}{2}$$

$$\because \lim_{x\to 1^+}(x+1) = 2 \quad , \quad 2 \neq 0 \quad \text{شرط المقام}$$

$$\therefore \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x+1} = \frac{\lim\limits_{x\to 1^+} 1}{\lim\limits_{x\to 1^+} x+1} = \frac{1}{2}$$

$$\because \lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$$

$$\therefore \lim_{x\to 1} f(x) \quad \text{غير موجودة}$$

(b) أوجد ميل المماس لمنحنى الدائرة الذي معادلته $x^2 + y^2 = 25$ النقطة (4 - ,3)

(7 درجات)

الإجابة:

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d}{dx}(25)$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} + \frac{d(y^2)}{dx} = 0$$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y\frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

∴ ميل المماس $= \frac{3}{4}$

السؤال الثاني:

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$ أوجد D_f ثم أدرس اتصال الدالة f على [6 , 10]

الإجابة: (7 درجات)

نفرض أن $f(x) = \sqrt{g(x)}\ , g(x) = x^2 - 7x + 10$

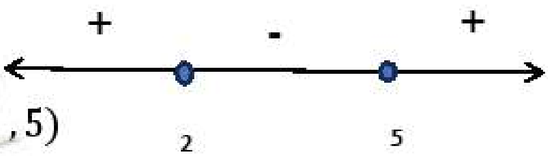
$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

$x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة $x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-5)(x-2) = 0$

$x = 2\ , x = 5$



$D_f = (-\infty\ , 2] \cup [5, \infty) = R - (2\ , 5)$

$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in R - (2\ , 5)$

$\because [6\ , 10] \subseteq R - (2\ , 5)$

(1) $\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall \in [6\ , 10]$

(2) $\because$ الدالة g : $g(x) = x^2 - 7x + 10$ دالة متصلة على $[6{,}10]$

من (1) و(2)

$\therefore f$ متصلة على $[6\ , 10]$

(b) أوجد $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$ (8 درجات)

الإجابة:

$$f(x)=\frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}=\frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}}=\frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

عندما $x>0$ يكون x , $|x|=x$

$$=\frac{x\,(3-\frac{5}{x})}{x\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=\frac{3-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})=\lim_{x\to\infty}3-\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}=3-0=3$$

$$\lim_{x\to\infty}(1-\frac{9}{x^2})=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{9}{x^2}=1-0=1>0$$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1 \quad , \quad 1\neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}=\lim_{x\to\infty}\frac{3-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=\frac{3}{1}=3$$

السؤال الثالث:

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & : \ x \le 1 \\ 2x + 1 & : \ x > 1 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها أوجد $f'(x)$ إن امكن

(8 درجات)

الإجابة: مجال الدالة $D_f = (-\infty\ ,1] \cup (1\ ,\infty) = R$

$$f(x) = \begin{cases} 2x & : \quad x < 1 \\ \text{تبحث} & : \quad x = 1 \\ 2 & : \quad x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = (1)^2 + 2 = 3$$

إن وجدت $$f'_-(1) = \lim_{x\to1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x\to1^-} \frac{x^2 + 2 - 3}{x - 1} = \lim_{x\to1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x\to1^-} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}$$

$$\lim_{x\to1^-} (x + 1) = (1 + 1) = 2 \qquad (1)$$

إن وجدت $$f'_+(1) = \lim_{x\to1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x\to1^+} \frac{2x + 1 - 3}{x - 1} = \lim_{x\to1^+} \frac{2x - 2}{x - 1} = \lim_{x\to1^+} \frac{2(x-1)}{x - 1}$$

$$\lim_{x\to1^+} (2) = 2 \qquad (2)$$

من (1) و (2) $$f'_-(1) = f'_+(1) = 2$$

$$\therefore f'(1) = 2$$

ومنه $$\therefore f'(x) = \begin{cases} 2x & : \quad x < 1 \\ 2 & : \quad x = 1 \\ 2 & : \quad x > 1 \end{cases}$$

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 2x & : x \le 1 \\ 2 & : x > 1 \end{cases}$$

(b) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f ، $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة [3 ، 0]

(7 درجات)

الإجابة : ∵ الدالة f متصلة على [3، 0]

∴ الدالة f لها قيمة عظمى مطلقة و لها قيمة صغرى مطلقة في الفترة [3 ، 0]

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 0 , x = 3$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$$

$$f(3) = (3)^3 - 3(3) + 1 = 19$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

نضع $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3x^2 = 3$$

$$x^2 = 1$$

$$\therefore x = 1 \quad , \quad 1 \in (0 , 3)$$

$$x = -1 \quad , \quad 1 \notin (0 , 3)$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$$

∴ (1- , 1) نقطة حرجة

x	0	1	3
$f(x)$	1	-1	19

من الجدول : أكبر قيمة للدالة f في الفترة [3 ، 0] هي 19

∴ 19 قيمة عظمى مطلقة

أصغر قيمة للدالة f في الفترة [3 ، 0] هي 1-

∴ 1- قيمة صغرى مطلقة

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها (8 درجات)

الإجابة: f دالة كثيرة حدود مجالها R
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = -3x^2$$
نضع : $f'(x) = 0$
$$-3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$f(0) = 1 - (0)^3 = 1$$

∴ (0,1) نقطة حرجة

نكون جدول التغير لدراسة إشارة ' f

الدالة متناقصة على الفترة (0 , ∞ -) والفترة (∞ , 0)

x	$-\infty$ 0	0 ∞
إشارة f'	--------	---------
سلوك الدالة f	متناقصة ↘	متناقصة ↘

نكون جدول لدراسة إشارة " f

$$f''(x) = -6x \Rightarrow -6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

منحنى الدالة مقعر لأعلى على الفترة (0 , ∞ -)

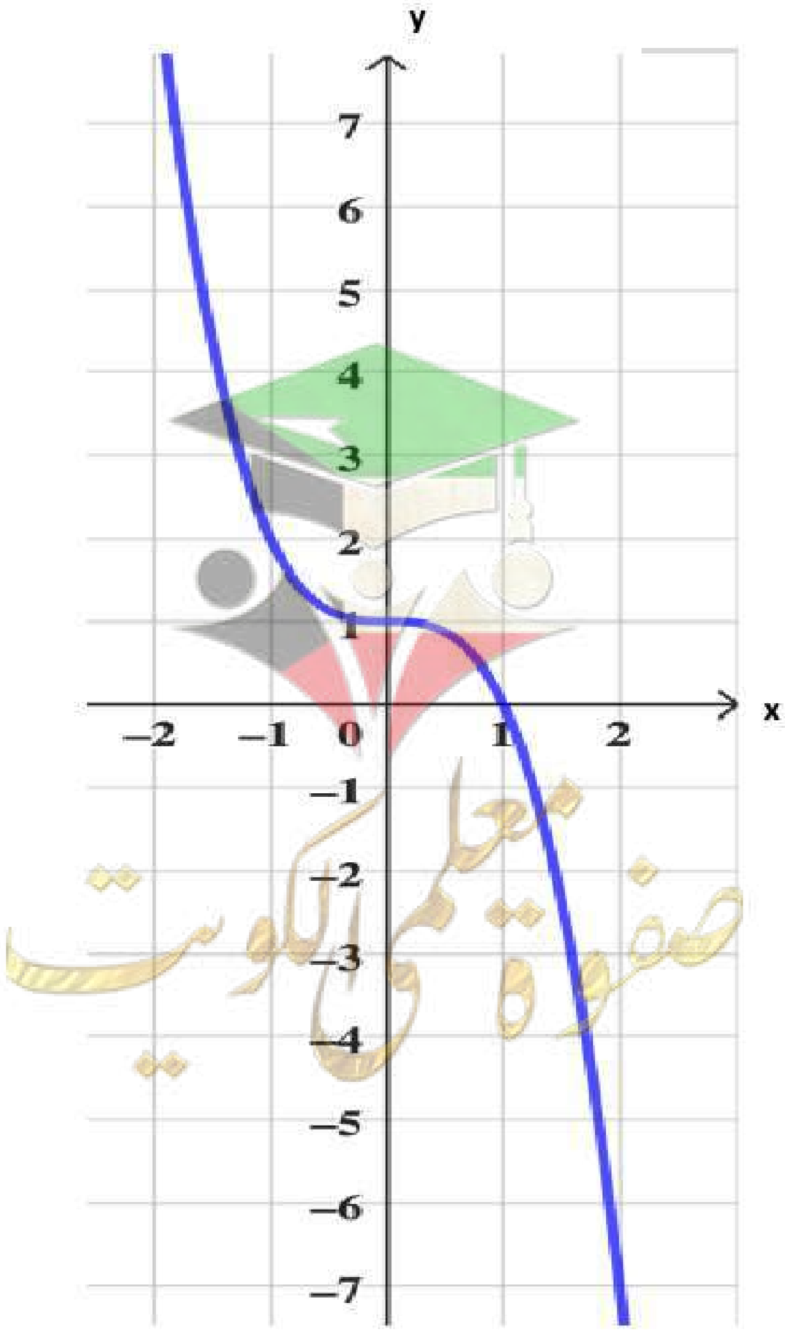
ومقعر للأسفل على الفترة (∞ , 0)

(0 ، 1) نقطة انعطاف

x	$-\infty$ 0	0 ∞
إشارة f''	++++	---------
التقعر	مقعر لأعلى	مقعر لأسفل

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
f (x)	9	2	1	0	-7



y
x
7
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−2
−1
0
1
2

(b) إذا كانت $n = 80$, $\overline{X} = 37.2$, $S = 1.79$

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

(7درجات)

الإجابة:

(1) صياغة الفروض : $H_0 : \mu = 37$ مقابل $H_1 : \mu \neq 37$

(2) $\because$ σ غير معلومة ، $n > 30$

نستخدم المقياس الاحصائي Z :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

(3) تحديد مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05$, $\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$\therefore Z_{0.025} = 1.96$

(4) منطقة القبول هي: $(-1.96 , 1.96)$

(5) اتخاذ القرار الاحصائي: $\because 0.999 \in (-1.96 , 1.96)$

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 37$

القسم الثاني: (البنود الموضوعية)

أولا: في البنود(1-3) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x \to -3} \frac{3x^3 + 9x^2+9x}{x+2} = -3$

(2) أصغر لمحيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$

(3) إذا كان $y = \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ فإن $\frac{d^2y}{dx^2} = -2x$

ثانيا : في البنود (4-10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في الجدول الإجابة دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\lim_{x \to 0} \frac{tan2x}{sinx}$

(a) -2 (b) 0 (c) 2 (d) ∞

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون :

(a) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \le 2 \end{cases}$ (b) $\frac{|x-2|}{x-2}$ (c) $\sqrt{x-2}$ (d) $\frac{1}{|x-2|}$

(6) معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة $y = 2\cos x$ عند النقطة$(\frac{\pi}{2} ، 0)$ هي

(a) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$ (b) $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ (c) $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ (d) $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

(7) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c , f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

(a) $f''(c)$ غير موجودة (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c) = 0$

(8) لتكن الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ ، $g(x) = x^2 - 3$ فإن $(fog)(0)$ يساوى

(a) 1 (b) -4 (c) 4 (d) -1

(9) للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ مماس رأسي معادلته

(a) x= 0 (b) y = 0 (c) x = 1 (d) y = 1

(10) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة (2 ، 0) هي

(a) 3 (b) 1 (c) 2 (d) 0

انتهت الاسئلة

إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	●		
(2)	●	(b)		
(3)	(a)	●		
(4)	(a)	(b)	●	
(5)	●	(b)	(c)	(d)
(6)	●	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	●
(8)	(a)	(b)	●	(d)
(9)	(a)	(b)	●	(d)
(10)	(a)	●	(c)	(d)

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المادة : رياضيات
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
الصف : الثاني عشر العلمي

نموذج (٢)

امتحان تجريبي الفترة الدراسية الأولى للفصل الدراسي الأول 2024 / 2025م

➢ **ملاحظة هامة:** عدد صفحات الامتحان (12) صفحات غير متكررة ➢

السؤال الأول

أولا : الأسئلة المقالية:

(أ) أوجد :

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

الحل

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x(\frac{3x}{x} - \frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(\frac{x^2}{x^2} - \frac{9}{x^2})}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{|x|\sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$\because x \to -\infty \quad \therefore |x| = -x$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{\overset{-1}{\cancel{x}}(3 - \frac{5}{x})}{(-\cancel{x})\sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{(-3 + \frac{5}{x})}{\sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \frac{\lim_{x \to -\infty} (-3) + \lim_{x \to -\infty} \frac{5}{x}}{\lim_{x \to -\infty} \sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \frac{-3 + 0}{1} = -3$$

نتحقق أن نهاية ما تحت الجذر التربيعي > 0

$$\lim_{x \to -\infty} \left(1 - \frac{9}{x^2}\right) = \lim_{x \to -\infty} 1 - \lim_{x \to -\infty} \frac{9}{x^2} =$$

$$= 1 - 0 = 1 \quad , 1 > 0$$

نتحقق أن نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \to -\infty} (1 - \frac{9}{x^2})} =$$

$$\sqrt{1} = 1 \quad , 1 \neq 0$$

تابـع السؤال الأول

(ب) لتكن: $u = 2x^3 + x \quad , \quad y = u^2 + 4u - 3$

فأوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل

الحل

$$\frac{du}{dx} = 6x^2 + 1 \qquad \frac{dy}{du} = 2u + 4$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$= (2u + 4) \times (6x^2 + 1)$$

$$= (2(2x^3 + x) + 4) \times (6x^2 + 1)$$

$$= (4x^3 + 2x + 4) \times (6x^2 + 1)$$

$$= 24x^5 + 4x^3 + 12x^3 + 2x + 24x^2 + 4$$

$$= 24x^5 + 16x^3 + 24x^2 + 2x + 4$$

السؤال الثاني

(أ) ادرس اتصال الدالة f على $[-3, 4]$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases} -5 & : x=-3 \\ -x^2+4 & : -3<x<4 \\ -10 & : x=4 \end{cases}$$

الحل

ندرس اتصال f على الفترة $(-3\ ,\ 4)$

$$f(x)\ =\ -x^2+4\ :\ \ x\in(-3\ ,4)$$

$$\forall c\in(-3\ ,4)\qquad f(c)=-c^2+4\ ,$$

$$\lim_{x\to c} f(x)=\lim_{x\to c}(-x^2+4)=-c^2+4$$

$$\therefore \lim_{x\to c} f(x)=f(c)\qquad \forall c\in(-3\ ,4)$$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $(-3\ ,4)$ $\qquad (1)$

ندرس اتصال f عند $x=-3$ من جهة اليمين

$$f(-3)=-5$$

$$\lim_{x\to -3^+} f(x)=\lim_{x\to -3^+}(-x^2+4)=-(-3)^2+4=-5$$

$$\because \lim_{x\to -3^+} f(x)=f(-3)$$

$\therefore$ f دالة متصلة عند $x=-3$ من جهة اليمين $(\ 2\ )$

ندرس اتصال f عند $x=4$ من جهة اليسار

$$f(4)=-10$$

$$\lim_{x\to 4^-} f(x)=\lim_{x\to 4^-}(-x^2+4)=-(4)^2+4=-12$$

$$\because \lim_{x\to 4^-} f(x)\neq f(4)$$

$\therefore$ f دالة غير متصلة عند $x=4$ من جهة اليسار $(\ 3\ )$

من 1 , 2 , 3 ينتج أن $\qquad\therefore$ f دالة متصلة على $[\ -3\ ,\ 4\ )$

تابـع السؤال الثـانـي

(ب) أوجد معادلة المماس عند النقطة $(1 , \frac{2}{3})$ لمنحنى الدالة f حيث

$$f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+2}$$

الحل

$$f'(x) = \frac{(x^3+1)'.(x^2+2) - (x^3+1).(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

$$= \frac{(3x^2).(x^2+2) - (x^3+1).(2x)}{(x^2+2)^2}$$

$$m = f'(1) = \frac{(3(1)^2).((1)^2+2) - ((1)^3+1).(2(1))}{((1)^2+2)^2} = \frac{5}{9}$$

معادلة مماس الدالة عند النقطة $(1, \frac{2}{3})$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - \frac{2}{3} = \frac{5}{9}(x-1) \Longrightarrow y - \frac{2}{3} = \frac{5}{9}x - \frac{5}{9}$$

$$y = \frac{5}{9}x - \frac{5}{9} + \frac{2}{3} \Longrightarrow y = \frac{5}{9}x + \frac{1}{9}$$

السؤال الثالث

(أ) أوجد

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x \ \tan x \ - 2\ x \cos x}{3\ x}$$

الحل

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x \ \tan x \ - 2\ x \cos x}{3\ x} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x \ \tan x}{3\ x} - \frac{2\ \cancel{x}^{\boxed{1}} \cos x}{3\ \cancel{x}_{\boxed{1}}} \right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x \ \tan x}{3\ x} - \frac{2\ \cos x}{3} \right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x}{3\ x} \cdot \cos x - \frac{2\ \cos x}{3} \right)$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{3\ x} \cdot \lim_{x\to 0} \cos x - \frac{2}{3} \lim_{x\to 0} \cos x$$

$$= \frac{1}{3} \times 1 - \frac{2}{3} \times 1 \qquad = \frac{-1}{3}$$

تابع السؤال الثالث

(ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة f : $f(x) = 2x^2 - 8x + 9$

في الفترة $[\,0\,,4\,]$

الحل

f دالة متصلة على $[\,0\,,4\,]$

f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة في $[\,0\,,4\,]$

النقاط الطرفية نوجد الصور

$$f(0) = 2(0)^2 - 8(0) + 9 = 9$$

$$f(4) = 2(4)^2 - 8(4) + 9 = 9$$

النقاط الحرجة

$$f'(x) = 4x - 8$$

نضع

$$f'(x) = 0$$

$$4x - 8 = 0$$

$$4x = 8$$

$$x = 2 \in (0\,,4)$$

$$f(2) = 2(2)^2 - 8(2) + 9 = 1$$

النقطة الحرجة هي $(2\,,1)$

جدول للنقاط الطرفية والحرجة في الفترة $[0,\,4]$

x	0	2	4
y	9	1	9

1 هي قيمة صغرى مطلقة عند $x = 2$

9 هي قيمة عظمى مطلقة عند $x = 0\,, x = 4$

السؤال الرابع

(أ) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها 8 m ، واحداً منها يعطي أكبر مساحة و يكون مربعاً

الحل

نفرض ان بعدي المستطيل هما $x, \ y$

محيط المستطيل = 8

$$2\,(x+y)=8$$

$$x+y=4$$

$$y=4-x$$

المجال $x \in (0\ ,\ 4)$

مساحة المستطيل

$$x\,y=x(4-x)$$

$$f(x)=4x-x^2$$

$$f'(x)=4-2x$$

$$f'(x)=0$$

$$4-2x=0$$

$$4=2x \qquad x=2$$

	0	2	4
إشارة f'		$+$	$-$
سلوك الدالة f		↗	↘

الدالة أكبر ما يمكن عند $x=2$

المساحة أكبر ما يمكن عند $x=2$

$$y=4-x$$

$$y=4-2=2$$

بعدي المستطيل هما 2 , 2

اكبر مساحة ممكنة عندما يكون المستطيل مربعا

تابع السؤال الرابع

أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.
باستخدام مستوى ثقة % 95

(1) أوجد هامش الخطأ.
(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ
(3) فسّر فترة الثقة.

الحل

حجم العينة $n = 40 > 30$ الانحراف المعياري $\sigma = 12.5$

المتوسط الحسابي $\bar{x} = 76.3$

مستوى الثقة 95% القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

1) هامش الخطأ

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad = 1.96 \times \frac{12.5}{\sqrt{40}}$$

$$E \approx 3.8738$$

2) فترة الثقة

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

$$= (76.3 - 3.8738, 76.3 + 3.8738)$$

$$= (72.4262, 80.1738)$$

3) التفسير

عند اختيار 100عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (n = 40) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي μ

ثانيا الأسئلة الموضوعية

أولا : في البنود (3 - 1) ظلل (a) اذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) اذا كانت العبارة غير صحيحة :

(1) الدالة f : $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0,1]$ (a) (b)

(2) $\lim_{x \to \infty} (3x^2 + 7x - 8) = \infty$ (a) (b)

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ و كان $\lim_{x \to -1} (f(x) - 2) = -1$

فإن $f(-1) = 1$ (a) (b)

ثانيا : في البنود (10-4) لكل بند أربعة اختيارات واحد منها فقط صحيح ، أختار الإجابة الصحيحة . ثم ظلل دائرة الرمز الدال على ذلك .

(4) اذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون :

(a) $\frac{1}{|x-2|}$ (b) $\sqrt{x-2}$ (c) $\frac{|x-2|}{x-2}$ (d) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} : x > 2 \\ 3x-5 : x \le 2 \end{cases}$

(5) للدالة f : $\sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

(6) إذا كانت $y = \frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي :

(a) $\cot x \cdot \csc x$ (b) $\cos x$

(c) $-\cot x \cdot \csc x$ (d) $-\cos x$

(7) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 + 3 , x \neq 0$ ، الدالة g : $g(x) = \frac{x}{x-3}$

،فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$ (b) $\frac{x^2}{x^2-3}$

(c) $\frac{x^2+3}{x^2}$ (d) $\frac{x^2}{x^2+3}$

(8) اذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c , f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

(a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

(9) تتقارب قيمتي Z , t المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن :

(a) 29 (b) 28 (c) 27 (d) 26

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم و فترة الثقة (1.96 , 1.96-) فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون :

(a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

انتهت الأسئلة

اجابة : الأسئلة الموضوعية

(1	(a)	(b)	(c)	(d)
(2	(a)	(b)	(c)	(d)
(3	(a)	(b)	(c)	(d)
(4	(a)	(b)	(c)	(d)
(5	(a)	(b)	(c)	(d)
(6	(a)	(b)	(c)	(d)
(7	(a)	(b)	(c)	(d)
(8	(a)	(b)	(c)	(d)
(9	(a)	(b)	(c)	(d)
(10	(a)	(b)	(c)	(d)

مع تمنيات قسم الرياضيات بالنجاح و التوفيق

دولة الكويت
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية

نموذج (٣)

نـــمـــوذج اخـــتـــبـــار
المجال الدراسي: الرياضيات
الزمن: ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات: 11 صفحات

نموذج امتحان تجريبي نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي
للعام الدراسي 2025/2024م

القسم الأول – الأسئلة المقالية
تراعي الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول: (15 درجة)

(a) أوجد (8 درجات)

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

-- الحل --

$$f(x)=\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\cdot\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{2x-3-1}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2x-4}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}\quad ,\quad x\neq 2$$

$$=\frac{2(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

شرط الجذر

$$\lim_{x\to 2}(2x-3)=2(2)-3=1\ ,\quad 1>0$$

شرط المقام

$$\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+\lim_{x\to 2}(1)=\sqrt{1}+1=2\ ,2\neq 0$$

$$\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{\lim_{x\to 2}2}{\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2}{2}=1$$

تابع السؤال الأول:

b) أوجد معادلة المماس للمنحني الذي معادلته : $x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$ عند النقطة $(1, 1)$ **(7 درجات)**

-- الحل --

$$x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$$

الاشتقاق ضمنيا بالنسبة لـ x

$$2x - 2y\,y' + y + x\,y' = 0$$

$$y'(-2y + x) = -2x - y$$

$$y' = \frac{-2x - y}{-2y + x}$$

$$y'|_{(1,1)} = \frac{-2(1) - (1)}{-2(1) + (1)} = 3$$

معادلة خط المماس للمنحنى عند النقطة $(1, 1)$ هي:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - 1 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 3 + 1$$

$$y = 3x - 2$$

السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2-a & x<0 \\ 2 & x=0 \\ ax+b & x>0 \end{cases}$ **متصلة على مجالها $\mathbb{R}$ (8 درجات)**

أوجد قيمة الثابتين: a و b

-- الحل --

الدالة f متصلة على مجالها $\mathbb{R}$

الدالة f متصلة عند $x=0$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^-} (x^2-a) = 2$$

$$(0)^2 - a = 2$$

$$a = -2$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^+} (ax+b) = 2$$

$$(-2)(0) + b = 2$$

$$b = 2$$

تابع السؤال الثاني:

b) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\le 2 \\ 4x-4 & x>2 \end{cases}$ **(7 درجات)**

أوجد إن أمكن $f'(x)$

-- الحل --

$$D_f=(-\infty,2]\cup(2,\infty)=\mathbb{R}$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & x<2 \\ \text{تبحث} & x=2 \\ 4 & x>2 \end{cases}$$

$$f(2)=(2)^2=4$$

$$f'_+(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-(2)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{4x-4-4}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{4x-8}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{4(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}4=4$$

$$f'_-(2)=\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-(2)}=\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to 2^-}(x+2)=2+2=4$$

$$\because f'_+(2)=f'_-(2)$$

$$\therefore f'(2)=4$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & x<2 \\ 4 & x=2 \\ 4 & x>2 \end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & x<2 \\ 4 & x\ge 2 \end{cases}$$

السؤال الثالث: (15 درجة)

(a) أوجد إن أمكن: **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}$$

-- الحل --

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}\cdot\frac{\cos x+1}{\cos x+1}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\cdot\sin x\,(\cos x+1)}{\cos^2 x\ -1}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x\,(\cos x+1)}{\sin^2 x}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x(\cos x+1)}{-\sin x}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{-\sin x}\cdot(\cos x+1)\right)$$

$$=-\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right)\cdot\left(\lim_{x\to 0}\cos x+\lim_{x\to 0}1\right)=-\frac{1}{1}\cdot(1+1)$$

$$=-2$$

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة: $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[-2 , 1]$ **(7 درجات)**

-- الحل --

الدالة f متصلة على الفترة $[-2 , 1]$

إذن الدالة لها قيمة عظمى مطلقة ولها قيمة صغرى مطلقة في الفترة $[-2 , 1]$

$f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 1 = -1$

$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = -1$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

نضع $f'(x) = 0$

$3x^2 - 3 = 0$

$3(x + 1)(x - 1) = 0$

$x = 1 \notin (-2 , 1)$

$x = -1 \in (-2 , 1)$

$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = 3$

إذن النقطة $(-1 , 3)$ نقطة حرجة

x	-2	-1	1
y	-1	3	-1

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[-2 , 1]$ هي 3

(3) قيمة عظمى مطلقة

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[-2 , 1]$ هي -1

(-1) قيمة صغرى مطلقة

السؤال الرابع: (15 درجة)

(a) أدرس تغير الدالة : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ ثم ارسم بيانها. (8 درجات)

-- الحل --

الدالة f كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$

النهايات عند الحدود المفتوحة:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(2x^3) = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(2x^3) = -\infty$$

المشتقة الأولى: الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 0$$

$$6x^2 + 6x = 0 \rightarrow 6x(x+1) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \ , \ x_2 = -1$$

$$f(0) = 2(0)^3 + 3(0)^2 - 1 = -1$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 1 = 0$$

إذن: $(-1, 0)$, $(0, -1)$ نقاط حرجة

جدول إشارة f'

x	$-\infty$ -1	0	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f'	+ + +	− − −	+ + +
سلوك f	↗ ↗ ↗	↘ ↘ ↘	↗ ↗ ↗

الدالة متناقصة على $(-1, 0)$

الدالة متزايدة على $(0, \infty)$ و $(-\infty, -1)$

المشتقة الثانية:

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f''(x) = 0 \rightarrow 12x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = 2\left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{-1}{2}$$

جدول إشارة f''

x	$-\infty$ $\quad \frac{-1}{2} \quad$ ∞
الفترات	$\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$ $\quad$ $\left(\frac{-1}{2}, \infty\right)$
إشارة f''	$- -$ $\quad \vert \quad$ $+ +$
سلوك f	$\cap$ $\quad \vert \quad$ $\cup$

الدالة مقعرة لأعلى في الفترة: $\left(\frac{-1}{2}, \infty\right)$

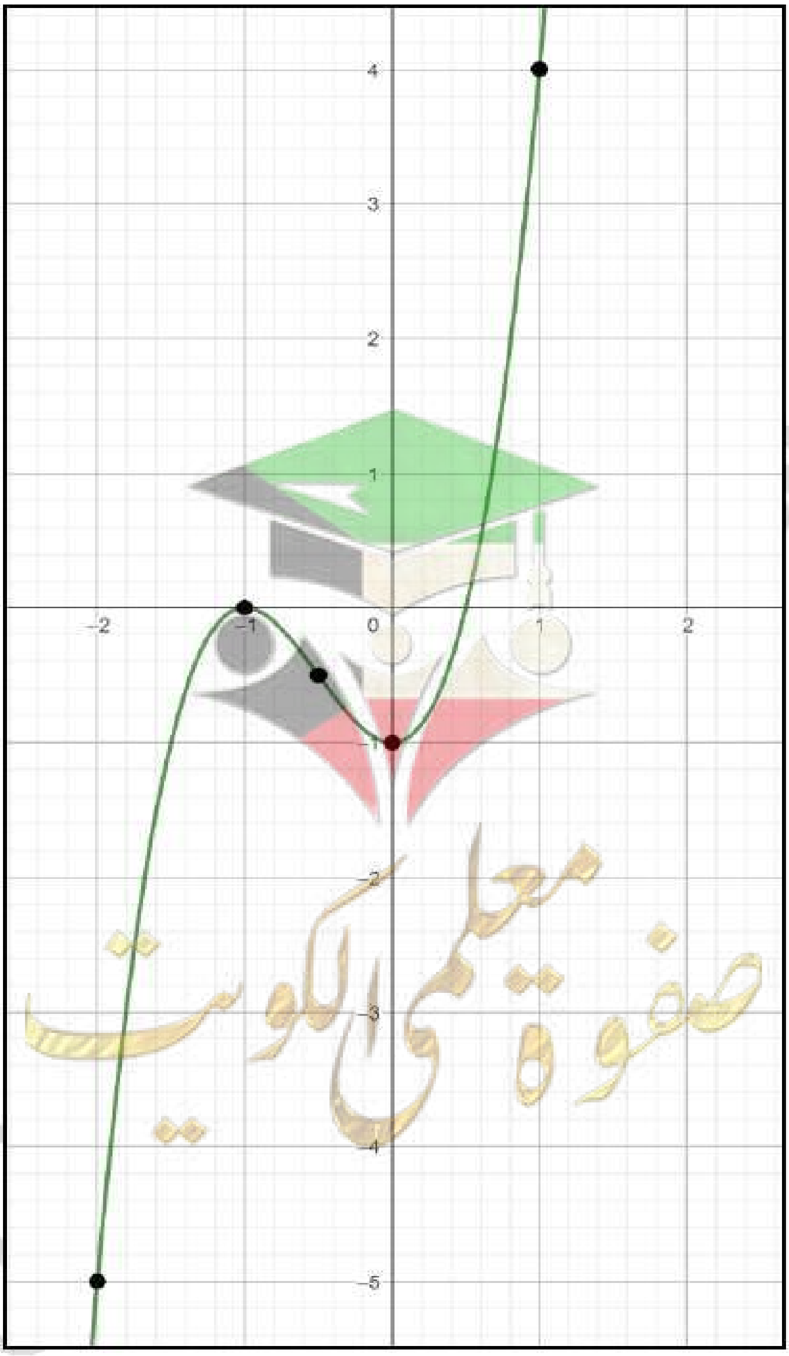
مقعرة لأسفل في الفترة: $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$

إذن النقطة $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ نقطة إنعطاف

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 1 = -5$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 1 = 4$$

x	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	0	1
y	-5	0	$\frac{-1}{2}$	-1	4



4
3
2
1
0
-2
-1
1
2
-1
-2
-3
-4
-5

تابع السؤال الرابع:

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض ليهن فإذا كان حجم عينة الإناث (7 درجات)
$n = 40$ ، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ والمتوسط الحسابي
للعينة $\bar{x} = 76.5$ ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:
1) هامش الخطأ.
2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

-- الحل --

$$n = 40 \quad , \quad \sigma = 12.5 \quad , \quad \bar{x} = 76.5$$

∵ مستوى الثقة: 95%

∴ القيمة الحرجة: $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

∵ σ معلومة فإن هامش الخطأ يساوي:

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87$$

فترة الثقة هي:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

$$(76.5 - 3.87 \ , \ 76.5 + 3.87)$$

$$(72.63 \ , \ 80.37)$$

القسم الثاني – الأسئلة الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة.
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}}=\frac{3}{2}$ ⓐ ⓑ

(2) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3,1]$ والدالة g متصلة على $[-1,3]$
فإن الدالة: $f+g$ متصلة عند $x=0$. ⓐ ⓑ

(3) الدالة $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-1,2]$ ⓐ ⓑ

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) إذا كانت $y=sin^{-5}x-cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

ⓐ $5sin^{-6}cosx-3cos^2sinx$
ⓑ $5sin^{-6}cosx+3cos^2sinx$
ⓒ $-5sin^{-6}cosx+3cos^2sinx$
ⓓ $-5sin^{-6}cosx-3cos^2sinx$

(5) كن الدالتين $f(x)=x^2+3$ و $g(x)=5x+1$ فإن $(gof)'(x)$

ⓐ $5x^2+16$
ⓑ $25x^2+10x+4$
ⓒ $10x$
ⓓ $50x+10$

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة $f(x)=3x^3-9x-4$ هي

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ 2 ⓓ 3

(7) الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

ⓐ $f(x)=\sqrt{x-2}$
ⓑ $f(x)=|x-2|$
ⓒ $f(x)=\frac{1}{x-2}$
ⓓ $f(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(8) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا للأسفل في النقطة $(1 \text{ و } -1)$

ⓐ $f(x) = x^3$ ⓑ $f(x) = -x^3$

ⓒ $f(x) = x^2$ ⓓ $f(x) = -x^2$

---

(9) الدالة $f(x) = x + |x| + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ لوجود

ⓐ مماس رأسي ⓑ انفصال ⓒ ناب ⓓ ركن

---

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم وكانت الفترة الثقة $(-1.96 , 1.96)$ فإن قيمة الاختبار z يمكن أن تكون

ⓐ 1.5 ⓑ 1.87 ⓒ -1.5 ⓓ -2.5

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابـــــــــــة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة

دولة الكويت

وزارة التربية — نموذج (٤) — (الأسئلة في 10 صفحات)

التوجيه الفني للرياضيات منطقة حولي — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات — العام الدراسي : 2024 \ 2025

نموذج إجابة اختبار تجريبي الفترة الدراسية الأولي - الصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

(تراعى الحلول الأخرى)

15

السؤال الأول : (a) أوجد

6درجات

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-4x+3}$$

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 3 في كل من البسط والمقام نحصل على $\frac{0}{0}$ غير صيغة

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-4x+3} \times \frac{\sqrt{x^2+7}+4}{\sqrt{x^2+7}+4} = \frac{x^2+7-4^2}{(x^2-4x+3)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

$$= \frac{x^2-9}{(x-3)(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)} \quad : x \neq 3$$

$$= \frac{(x+3)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

شرط الجذر :

$$\lim_{x \to 3}(x^2+7) = 3^2+7 = 16 > 0$$

$$\lim_{x \to 3}\sqrt{(x^2+7)} = \sqrt{\lim_{x \to 3}(x^2+7)} = \sqrt{16} = 4$$

شرط المقام :

$$\lim_{x \to 3}\left[(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)\right]$$

$$= \lim_{x \to 3}(x-1)\left(\lim_{x \to 3}\sqrt{x^2+7} + \lim_{x \to 3} 4\right)$$

$$= (2)(4+4)$$

$$= 16 \quad , 16 \neq 0$$

$$\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{x \to 3} \frac{(x+3)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

$$= \frac{\lim_{x \to 3}(x+3)}{\lim_{x \to 3}\left[(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)\right]}$$

$$= \frac{3+3}{16} = \frac{6}{16}$$

$$= \frac{3}{8}$$

<u>تابع السؤال الأول :</u>

9درجات

(1)(b) إذا كانت $y = x \cdot \sin x$ فأثبت أن $y^{\backslash\backslash\backslash} + y^{\backslash} + 2\sin x = 0$

5درجات

الحــــــــــل :

$$y = x \cdot \sin x$$

$$y^{\backslash} = (1)\, sinx + (x)(cosx)$$

$$y^{\backslash} = sinx + (x)(cosx)$$

$$y^{\backslash\backslash} = \cos x + (1)\cos x + (x)(-\sin x)$$

$$y^{\backslash\backslash} = 2\cos x - y$$

$$y^{\backslash\backslash\backslash} = -2\sin x - y^{\backslash}$$

$$y^{\backslash\backslash\backslash} + y^{\backslash} + 2\sin x = 0$$

4درجات

(2)إذا كانت $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x-2}{a\,x^2 + b\,x - 3} = -1$ فأوجد قيمة كل من $a\,,b$

الحــــــــــل :

$$\because \lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{a\,x^2 + b\,x - 3} = -1 \qquad , -1 \neq 0$$

درجة الحدود ية البسط = درجة المقام أي أن حدودية المقام من الدرجة الأولى ، بالتالي :

$$a\,x^2 = 0 \quad \Rightarrow a = 0$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{b\,x - 3} = -1$$

$$\frac{1}{b} = -1 \Rightarrow \quad b = -1$$

السؤال الثاني :

15

9درجات

(a) أدرس تغير الدالة : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها

الحـــــــــــل :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

(1) f كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

$\therefore$ متصلة وقابلة للاشتقاق $\mathbb{R}$

(2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x^3 = \infty$

(3) النقاط الحرجة وفترات التزايد والتناقص :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

$$f^{\backslash}(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f^{\backslash}(x) = 0$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$3(x-3)(x-1) = 0$$

$x = 3$: $f(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3) - 4 = -4$

$x = 1$: $f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) - 4 = 0$

النقاط الحرجة هي : $(1, 0)$, $(3, -4)$

فترات التزايد والتناقص :

x $\quad -\infty \quad 1 \quad 3 \quad \infty$

الفترة	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, 1)$
إشارة $f^{\backslash}$	+	-	+
سلوك f	↗	↘	↗

فترات التزايد : $(-\infty, 1)$, $(3, \infty)$ فترة التناقص : $(1, 3)$

للدالة f قيمة عظمي محلية هي 0 عند $x = 3$ قيمة عظمي محلية 3 $f(0) = 3$

للدالة f قيمة صغري محلية هي 4 - عند $x = 1$ قيمة صغري محلية 4- $f(1) = -4$

(4) التقعر ونقاط الانعطاف أن وجدت :

$f^{\backslash\backslash} = 6x - 12 \quad , \quad f^{\backslash\backslash} = 0$

$6x - 12 = 0 \rightarrow 6x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{6} = 2$

$x \quad -\infty \quad 2 \quad \infty$

الفترات	$(-\infty, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة $f^{\backslash\backslash}$	-	+
بيان f		

منحني الدالة f مقعرلأسفل في الفترة $(-\infty, 2)$

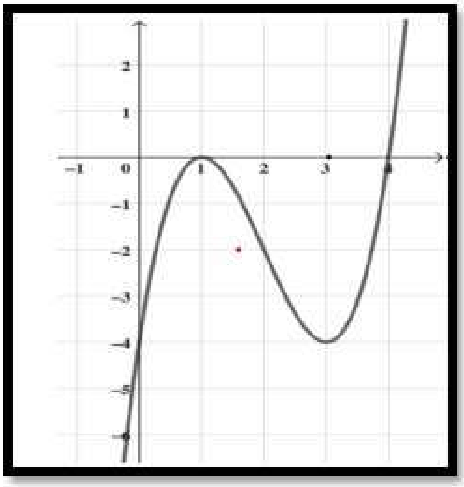
منحني الدالة f مقعرلأعلي في الفترة $(2, \infty)$

نقطة الانعطاف : $(2, -2)$

$x = 2$: $f(2) = (2)^3 - 6(2)^2 + 9(2) - 4 = -2$

(5) نقاط اضافية :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	- 4	0	- 2	- 4	0
	اضافية	صفري	انعطاف	عظمي	اضافية



(b) يزعم أستاذ الرياضيات أن المتوسط الحساب لدرجات الطلاب في مادته هو 16 حيث النهاية العظمي 20 درجة 0 إذا أعطيت عينة من 25 طالباً متوسطاً حسابياً $\bar{x} = 15$ ولانحراف المعياري (درجة) $\sigma = 1.4$ فأختبر فرضية الأستاذ عند مستوي المعنوية $\alpha = 5\%$

6درجات

الحـــــــــــل :

(1) صياغة الفروض : فرض العدم : $\mu = 16$

فرض البديل : $\mu \neq 16$

(2) مقياس الاحصائي : σ معلومة

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{15-16}{\frac{1.4}{\sqrt{25}}} = -3.57$$

(3) مستوي الثقة 95% $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

(4) منطقة القبول : $(-1.96 \ , 1.96)$

(5) القرار : $z = -3{,}57 \notin (-1.96 \, , 1.96)$

رفض فرض العدم $\mu = 16$ وقبول الفرض البديل $\mu \neq 16$

السؤال الثالث : (a) أدرس أتصال الدالة على $[-3,4]$ حيث :

15

8درجات

$$f(x)=\begin{cases}-5 & : x=-3\\ -x^2+4 & : -3<x<4\\ -10 & : x=4\end{cases}$$

الحـــــــــــل :

- 3   4

ثالثا

نبحث أتصال الدالة f على يسار العدد يسار 4

$f(4)=-10$

$\lim_{x\to4^-} f(x)=$

$\lim_{x\to4^-}(-x^2+4)=-12$

$\lim_{x\to4^-} f(x)\neq f(-3)$

$\therefore$ f غيرمتصلة عند $x=4$ من اليسار

ثانيا

$g(x)=-x^2+4$

$g(x)$ دالة كثيرة حدود

متصلة على $\mathbb{R}$

$\because f(x)=g(x)$

$\forall x\in(-3,4)$

$\therefore$ f متصلة على $(-3,4)$

أولا

نبحث أتصال الدالة f على يمين العدد3-

$f(-3)=-5$

$\lim_{x\to-3^+} f(x)=$

$\lim_{x\to-3^+}(-x^2+4)=-5$

$\lim_{x\to-3^+} f(x)=f(-3)$

$\therefore$ f متصلة عند $x=-3$ من اليمين

من أولاً وثانياً وثالثاً f غير متصلة على الفترة $[-3,4]$

الدالة f متصلة علي الفترة $[-3,4)$

b) أوجد : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\,sinx}{\cos x-1}$ 7درجات

الحـــــــــــل :

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\,sinx}{\cos x-1}=\lim_{x\to 0}\frac{x\,sinx}{\cos x-1}\times\frac{\cos x+1}{\cos x+1}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\,sinx(\cos x+1)}{\cos^2 x-1}=\lim_{x\to 0}\frac{x\,\cancel{sin}x(\cos x+1)}{-\sin^{\cancel{2}} x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\,sinx(\cos x+1)}{-\,sin\ x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{-\sin^2 x}\right)\cdot\lim_{x\to 0}(\cos x+1)$$

$$=-\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin^2 x}\right)\cdot\lim_{x\to 0}(\cos x+\lim_{x\to 0}1)$$

$$=\left(\frac{-1}{1}\right)(1+1)=-2$$

السؤال الرابع :

15

8درجات

(a) إذا كانت : $g(x) = \sqrt{x} \;, f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$ فأوجد

باستخدام قاعدة السلسلة : $(f \circ g)^{\backslash}(1)$

الحـــــــــــل :

$$(f \circ g)^{\backslash}(x) = f^{\backslash}\big(g(x)\big) \cdot g^{\backslash}(x)$$

$$f^{\backslash}(x) = \left(\frac{x^2-4}{x^2+4}\right)^{\backslash} = \frac{2x\,(x^2+4)-(x^2-4)(2x)}{(x^2+4)^2} = \frac{2x^3+8x-2x^3+8x}{(x^2+4)^2}$$

$$= \frac{16\,x}{(x^2+4)^2}$$

$$f^{\backslash}(g(x)) = f^{\backslash}\left(\sqrt{x}\right) = \frac{16\sqrt{x}}{(x+4)^2}$$

$$g^{\backslash}(x) = \left(\sqrt{x}\right)^{\backslash} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(f \circ g)^{\backslash}(x) = \frac{16\sqrt{x}}{(x+4)^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{8}{(x+4)^2}$$

$$(f \circ g)^{\backslash}(1) = \frac{8}{(1+4)^2} = \frac{8}{25}$$

(b) تعطي الدالة $V\,(x) = 2\,\pi\,(\,-x^3 + 36\,h\,)$ حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها

(a) أوجد الارتفاع للحصول على أكبر حجم للأسطوانة 0

(b) ما قيمة هذا الحجم 0

الحــــــــــل :

$$V\,(x) = 2\,\pi\,(\,-x^3 + 36\,h\,) \qquad , \; h \in (\,0\,,\infty\,)$$

$$V^{\backslash}\,(x) = 2\,\pi\,(\,-3\,x^2 + 36\,)$$

نضع

$$V^{\backslash}\,(x) = 0$$

$$2\,\pi\,(\,-3\,x^2 + 36\,) = 0$$

$$-3\,x^2 + 36 = 0$$

$$h = -2\sqrt{3} \notin (\,0\,,\infty\,)$$

$$h = 2\sqrt{3} \in (\,0\,,\infty\,)$$

$$V^{\backslash\backslash}\,(x) = 2\,\pi\,(\,-6x\,)$$

$$V^{\backslash}\left(2\sqrt{3}\right) = 2\,\pi\left(-6 \times 2\sqrt{3}\,\right) = -130.6 < 0$$

∴ أكبر حجم للأسطوانة عندما $h = 2\sqrt{3}$

(b) قيمة أكبر حجم

$$V\left(2\sqrt{3}\right) = 2\,\pi\,\left(-\left(\,2\sqrt{3}\right)^3 + 36 \times 2\sqrt{3}\right) = 522.37\;cm^3$$

ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود من (1) الى (3) : عبارات ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة الصحيحة ،

(b) إذا كانت العبارة الخاطئة :

(1) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{x^2-8x+5}} = -\frac{3}{2}$ (a) (b)

---

(2) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ وكان $\lim\limits_{x\to -1} (f(x) - 2) = -1$ فإن $f(-1) = 1$ (b) (a)

---

(3) ميل المماس لمنحني الدالة $y = \sin x + 3$ عند $x = \pi$ هو 1 (b) (a)

ثانياً : في البنود من (4) الى (10) : لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة

رمز الرمز الدال على الإ جابة الصحيحة :

(4) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

(a) $\left(-\infty . \frac{1}{2} \right]$ (b) $(5 . \infty)$ (c) $\mathbb{R}$ (d) $(-5 . 5)$

---

(5). ميل المماس عند النقطة $A (1 . 1)$ على المنحني : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000

(6) المتوسط الحسابي لدرجات 9 طلاب هو $\bar{x} = 2.76$ حيث النهاية العظمى 4 درجات والانحراف المعياري $s = 0.87$ أن فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي عند درجة ثقة 95% هي :

(a) (2.1916 , 3.3284) (b) (1.6232 , 3.8968)

(c) (2,1916 , 38968) (d) (2.0913 , 3.4287)

(7) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x) = x^2 + 3 . x \neq 0$ فإن : $(f \circ g)(x)$ تساوي

a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$ b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$ d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

---

(8) أن معادلة المماس للدالة f : $y = 2x^2 - 13x + 2$ عند $x = 3$ هي

a) $y = x - 16$ b) $y = -x + 16$

c) $y = -x - 13$ d) $y = -x - 16$

---

(9) نقاط انفصال الدالة : $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$ عند x تساوي

a) 1 , -1 b) 2 , -2 c) 1 , 2 d) -1 , -2

---

(10) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو

a) ناب b) ركن

d) مماس عمودي c) غير متصلة

" أنتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d