

المجال الدراسي : الرياضيات

الزمن : ثلاثة ساعات

عدد الصفحات : ١١ صفحات

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة الجهاد التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

العام الدراسي ٢٠٢٤ / ٢٠٢٥ م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول :

(١) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \rightarrow -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x}$$

(٩ درجات)



صفوة معلم الكويت

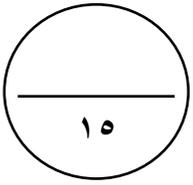
تابع السؤال الأول :

(٦ درجات)

(ب) بين أن الدالة $f(x) = x^2 + 2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-3 ، 1]$ ،
ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك



صفوة معلمي الكويت



السؤال الثاني

(أ) أوجد :

(٩ درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$



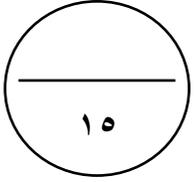
تابع السؤال الثاني :

(٦ درجات)

(ب) أوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم على منحنى الدالة f حيث $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

عند النقطة $(1,0)$





السؤال الثالث:

(أ) أوجد ميل المماس $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ للمنحنى الذي معادلته $2y = x^2 + \sin y$ عند النقطة

$(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

(٥ درجات)

(ب) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x + 5 & ; x \leq 3 \\ x^2 - 1 & ; x > 3 \end{cases}$

أوجد إن أمكن $f'(3)$

(٤ درجات)



صفوة معلم الكويت

تابع السؤال الثالث:

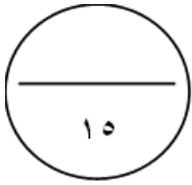
(٦ درجات)

(ج) ادرس اتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 6 & : x = 3 \end{cases}$$

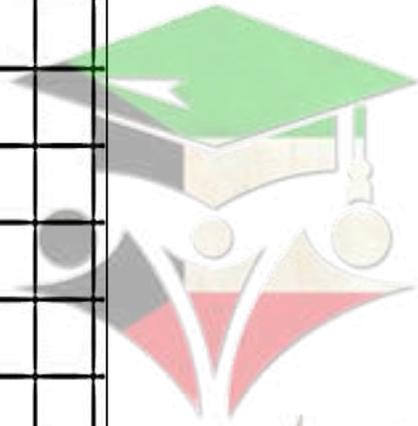
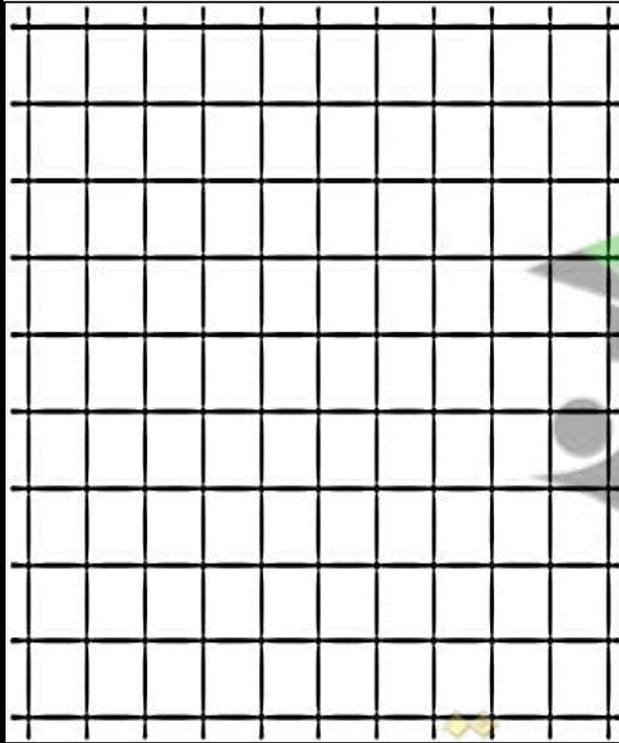


السؤال الرابع:



(أ) ادرس تغير الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانيا

(٩ درجات)



صفوة معلم الكويب

(٦ درجات)

تابع السؤال الرابع :

(ب) إذا كانت $s = 1.79$ $\bar{x} = 37.2$ $n = 80$ اختبار الفرض القائل بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

- أولاً : في البنود (١-٣) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،
وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^2 + 5y + 6}{y + 2} = 5 \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dx} = 1 + \sin x \quad \text{فإن } y = 1 + x - \cos x \quad (2)$$

- (3) إذا أخذنا عينه من 225 هاتفاً ، ووجدنا أن متوسط صلاحية استخدامها \bar{x} هو 1.7 سنة ، والانحراف المعياري $s = 0.5$ ، ودرجة الثقة 95% فنجد أن فترة الثقة هي : $2.63 < \mu < 2.76$

ثانياً: في البنود من (10-4) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات، واحدة فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2} = \quad (4)$$

- (a) ∞ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} = \quad (5)$$

- (a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) ∞

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7 \quad \text{فإن } f(-2) \text{ تساوي:}$$

- (a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(7) لتكن الدالة $f: f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ ، $g(x) = x^2 - 3$: فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي:

- (a) 4 (b) -4 (c) 1 (d) -1

(8) إذا كانت $y = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

- (a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ (b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$
(c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$ (d) $3(2x+1)^{-1}$

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

- (a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) غير موجودة $f''(c)$

(10) مستطيل مساحته 36 cm^2 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

- (a) 9 cm , 4 cm (b) 12 cm , 3 cm
(c) 6 cm , 6 cm (d) 18 cm , 2 cm

* انتهت الأسئلة *

ورقة إجابة البنود الموضوعية

جدول البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتوفيق

الدرجة :

المصحح :

المراجع :

صفوة معلم الكويت

قوانين الإحصاء

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{1-\alpha}{2}} ; -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{1-\alpha}{2}} \quad (\text{القيمة الحرجة})$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{الخطأ المعياري للمجتمع})$$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع طبيعي})$$

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) \quad \text{فترة الثقة للمتوسط الحسابي}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{التوزيع } t)$$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع } t \text{ الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي})$$

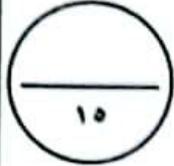
$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع } t \text{ - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$



القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل



السؤال الأول :

(١) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \rightarrow -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x} = \frac{0}{0}$$

بالتعويض المباشر عن قيمة $x = -7$ نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معناه
بإلغاء العامل الصفري

$$= \lim_{x \rightarrow -7} \frac{(x+4-3)(x+4+3)}{x(x+7)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -7} \frac{(x+1)(x+7)}{x(x+7)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -7} \frac{x+1}{x}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -7} (x+1)}{\lim_{x \rightarrow -7} x}$$

$$= \frac{-7+1}{-7} = \frac{-6}{-7} = \frac{6}{7}$$

شرح نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow -7} x = -7 \neq 0$$

(الدرجات)

تابع السؤال الأول :

- (ب) بين أن الدالة $f(x) = x^2 + 2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[1, -3]$ ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك

الدالة f : $f(x) = x^2 + 2x$ دالة كثيرة حدود متصلة

على \mathbb{R} فهي متصلة على الفترة $[-3, 1]$

وقابلة للاشتقاق $(-3, 1)$

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة

$[-3, 1]$

∴ يوجد على الأقل $c \in (-3, 1)$ بحيث

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$f(1) = 1^2 + 2(1) = 3$$

$$f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) = 3$$

$$f'(c) = \frac{f(1) - f(-3)}{1 - (-3)}$$

$$= \frac{3 - 3}{1 + 3} = \frac{0}{4} = 0 \in (-3, 1)$$

التفسير :

يوجد محاس واحد لمنحنى الدالة f عند $x = 0$
يوافق القاطع للمار بالنقطتين $(-3, 3)$ و $(1, 3)$



السؤال الثاني

(أ) أوجد :

(٩ درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$x \rightarrow \infty$$

$$|x| = x$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})}$$

شروط نهاية ما تحت الجذر < صفر

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$$

$$= 2 - 0 = 2 > 0$$

$$= \frac{\sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x})}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$= \sqrt{2}$$

شروط نهاية المقام \neq صفر

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 \neq 0$$

صفوة معلمي الكويت

(١ درجات)

تابع السؤال الثاني:

(ب) أوجد معادلة المماس ومعادلة الناقص على منحنى الدالة f حيث $x=1$ $f(1)=0$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2}$$

عند النقطة $(1,0)$

$$f'(x) = \frac{(x+2)(x-1)' - (x-1)(x+2)'}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x+2)(1) - (x-1)(1)}{(x+2)^2}$$

$$m = f'(1) = \frac{(1+2)(1) - (1-1)(1)}{(1+2)^2} = \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{f'(1)} = -3$$

معادلة المماس

$$y - f(1) = f'(1)(x-1)$$

$$y - 0 = \frac{1}{3}(x-1)$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

معادلة الناقص

$$y - f(1) = -\frac{1}{f'(1)}(x-1)$$

$$y - 0 = -3(x-1)$$

$$y = -3x + 3$$



المسئال الثالث:

(أ) أوجد ميل المماس $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ للمنحنى الذي معادلته: $2y = x^2 + \sin y$ عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ بإستتقاق حرفي المعادلة بالنسبة للمتغير x (٥ درجات)

$$\frac{d}{dx}(2y) = \frac{d}{dx}(x^2 + \sin y)$$

$$2y' = 2x + \cos y y'$$

$$2y' - \cos y y' = 2x$$

$$y'(2 - \cos y) = 2x$$

$$y' = \frac{2x}{2 - \cos y} \rightarrow \text{ميل المماس} \Big|_{(2\sqrt{\pi}, 2\pi)} = \frac{2(2\sqrt{\pi})}{2 - \cos 2\pi}$$

$$m = \frac{4\sqrt{\pi}}{2-1} = 4\sqrt{\pi}$$

ميل المماس عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ هو $4\sqrt{\pi}$

(ب) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x+5 & ; x \leq 3 \\ x^2-1 & ; x > 3 \end{cases}$

(٤ درجات)

أوجد إن أمكن $f'(3)$ f متصلة عند $x=3$

$$f(3) = 3+5 = 8$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+5-8}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-3}{x-3}$$

$$\boxed{f'_-(3)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} 1 = \boxed{1}$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-1-8}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-9}{x-3}$$

$$\boxed{f'_+(3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x+3) = 3+3 = \boxed{6}$$

$$f'_-(3) \neq f'_+(3)$$

$f'(3)$ غير موجود

صفوة علمي الكويت

تابع السؤال الثالث:

(1 درجات)

(ج) ادرس اتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x=1 \\ x^2-3 & : 1 < x < 3 \\ 6 & : x=3 \end{cases}$$

① ندرس اتصال الدالة f على $(1,3)$

نفرض $g(x) = x^2 - 3$ دالة كثيرة حدود متصلة على \mathbb{R} وفتصلت على الفترة $(1,3)$

$$(1,3) \subseteq \mathbb{R}$$

$$f(x) = g(x) \quad \forall x \in (1,3)$$

∴ الدالة f متصلة على الفترة $(1,3)$

② ندرس اتصال الدالة f عند $x=1$ من جهة اليمين

$$f(1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) = 1^2 - 3 = -2$$

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$$

∴ الدالة f متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين

③ ندرس اتصال الدالة f عند $x=3$ من جهة اليسار

$$f(3) = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 3) = (3)^2 - 3 = 6$$

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 6$$

∴ الدالة f متصلة عند $x=3$ من جهة اليسار

∴ الدالة f متصلة على الفترة المغلقة $[1,3]$



السؤال الرابع:

(أ) ادرس تغير الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها

(9 درجات)

① دالة كثيرة حدود مجالها \mathbb{R}

② نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

③ نوجد النقاط الحرجية للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$$

بوضع $f'(x) = 0 \rightarrow 3(x-1)(x+1) = 0$

$x = 1$ أو $x = -1$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 4 = 2 \rightarrow (1, 2)$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6 \rightarrow (-1, 6)$$

④ تكون جدول لدراسة إشارة f'

الفترة	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	+	-	+
سلوك f	متزايدة	متناقصة	متزايدة

الدالة f متزايدة على كل من الفترتين $(-\infty, -1)$ و $(1, \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-1, 1)$

⑤ نكون جدول لدراسة إشارة f''

الفترة	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f''	-	+
النقطة	المنخفض	المرتفع

$$f''(x) = 6x$$

بوضع $f''(x) = 0$

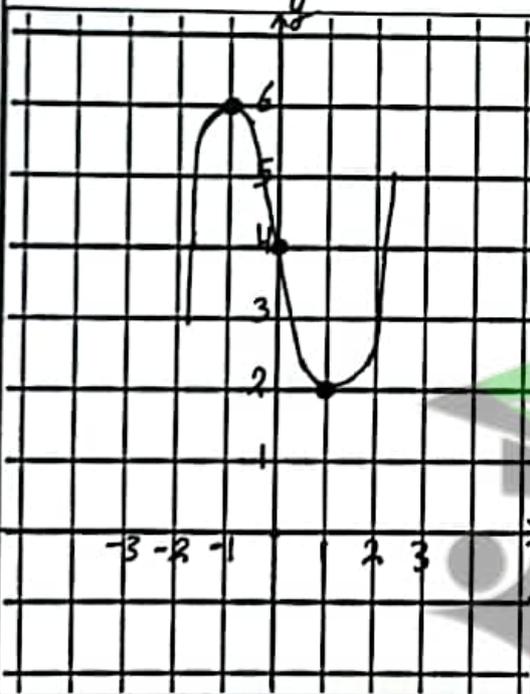
$$6x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 4$$

النقطة $(0, 4)$ نقطة انعطاف

⑥ النقاط الإضافية

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-14	2	6	4	2	6	22
	إضافية	إضافية	عظمى عليه	نقطة انعطاف	صغرى عليه	إضافية	إضافية



(٦ درجات)

تابع السؤال الرابع :

(ب) إذا كانت $s = 1.79$ $\bar{x} = 37.2$ $n = 80$ اختبر الفرض القائل بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

① صياغة الفروض

$$H_0 : \mu = 37 \quad \text{في المقابل} \quad H_1 : \mu \neq 37$$

② المقياس الإحصائي σ غير معلومة $n > 30$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

③ مستوى الثقة 95%

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$\text{القيمة الحرجة } Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$$(-1.96, +1.96)$$

④ منطقة القبول

$$Z = 0.999 \in (-1.96, +1.96)$$

⑤ القرار نقبل فرض العدم $\mu = 37$

ونرفض الفرض البديل $\mu \neq 37$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

- أولاً : في البنود (1-3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،
وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^2 + 5y + 6}{y + 2} = 5 \quad (1)$$

$$(2) \text{ إذا كانت } y = 1 + x - \cos x \text{ فإن } \frac{dy}{dx} = 1 + \sin x$$

- (3) إذا أخذنا عينه من 225 هاتفاً ، ووجدنا أن متوسط صلاحية استخدامها \bar{x} هو 1.7 سنة ، والانحراف المعياري $s = 0.5$ ، ودرجة الثقة 95% فلنجد أن فترة الثقة هي : $2.63 < \mu < 2.76$

ثانياً: في البنود من (4-10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات، واحدة فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2} = \quad (4)$$

- (a) ∞ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} = \quad (5)$$

- (a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) ∞

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7 \text{ فإن } f(-2) \text{ تساوي:}$$

- (a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(7) لتكن الدالة f ، $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ ، g ، $g(x) = x^2 - 3$ فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي:

- (a) 4 (b) -4 (c) 1 (d) -1

(8) إذا كانت $y = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

- (a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ (b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$
(c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$ (d) $3(2x+1)^{-1}$

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

- (a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) غير موجودة $f''(c)$

(10) مستطيل مساحته 36 cm^2 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

- (a) 9 cm , 4 cm (b) 12 cm , 3 cm
(c) 6 cm , 6 cm (d) 18 cm , 2 cm



ورقة إجابة البنود الموضوعية

جدول البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

١٠



الدرجة :

المصحح :

المراجع :