

مادة الرياضيات

الفصل الدراسي الأول

٢٠٢٤ - ٢٠٢٥

نماذج الامتحان التقويمي الأول

الصف الثاني عشر ادبي

إعداد : أ. حسام بيومي

أولاً: الأسئلة المقالية:

- أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$ ، وانحرافها المعياري $\sigma = 9$ ، باستخدام مستوى ثقة 95% .
- 1 أوجد هامش الخطأ.
 - 2 أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .
 - 3 فسّر فترة الثقة.

الحل:

- 1 \therefore مستوى الثقة 95% \therefore القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$
 \therefore هامش الخطأ $h = z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times \frac{9}{\sqrt{81}}$
الانحراف المعياري $\sigma = 9$ ، $n < 30$
 $\bar{x} = 50$ ، $n = 81$
 $h = 1,96 \times \frac{9}{\sqrt{81}} = 1,96$
2 فترة الثقة هي $(\bar{x} - h, \bar{x} + h)$
 $= (50 - 1,96, 50 + 1,96) = (48,04, 51,96)$

- 3 عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 81$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95% فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .

ثانياً: الأسئلة الموضوعية:

لكل بند مما يلي أربع اختيارات أحدها فقط صحيح ظلل الدائرة الدالة على الإختيار الصحيح :-

إذا كانت $n = 16$ ، $\bar{x} = 35$ ، $\sigma = 8$ عند اختبار الفرض بأن $\mu = 30$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0,05$ فإن المقياس الإحصائي هو:

- أ) $z = 2,5$ ب) $z = -2,5$
ج) $t = 2,5$ د) $t = -2,5$

أخذت عينة من مجتمع طبيعي حيث $n = 25$ ، $\bar{x} = 50$ ، $\sigma = 15$ ، بمستوى ثقة 95% فإن:
القيمة الحرجة هي:

- أ) $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ ب) $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2,064$
ج) $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ د) $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2,064$

أولاً: الأسئلة المقالية:

أجريت دراسة لعينة من ١٨ طالباً حول متوسط عدد ساعات استخدام الألواح الذكية (TABLETS) أسبوعياً. فإذا كان الانحراف المعياري $\sigma = ١,٨$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{s} = ١٥$ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪

١ أوجد هامش الخطأ.

٢ أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .

الحل:

١ :: مستوى الثقة ٩٥٪ :: القيمة الحرجة $t_{\frac{\alpha}{2}} = ١,٩٦$::
:: معلومة σ :: هامش الخطأ $ه = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$::
:: $n = ١٨$ ، $\sigma = ١,٨$ ، $\bar{s} = ١٥$::
:: $ه = ١,٩٦ \times \frac{١,٨}{\sqrt{١٨}}$::
 $ه \approx ٠,٨٣١٦$

٢ فترة الثقة هي $(\bar{s} - ه ، \bar{s} + ه)$

$$= (١٥ - ٠,٨٣١٦ ، ١٥ + ٠,٨٣١٦) =$$
$$= (١٤,١٦٨٤ ، ١٥,٨٣١٦)$$

ثانياً: الأسئلة الموضوعية:

أولاً: في البنود (١-٢) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:
(١) التقدير بنقطة هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة من معالم المجتمع المجهولة.

أ ب

أ ب

(٢) إذا كانت درجات الحرية هي ٣٠ فإن حجم العينة هو ٢٩

أولاً: الأسئلة المقالية:

عينة عشوائية حجمها ٣٦ ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة ٦٠ وتباينها ١٦ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪

- ١ أوجد هامش الخطأ.
- ٢ أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .
- ٣ فسّر فترة الثقة.

الحل:

١ :: مستوى الثقة ٩٥٪ :: القيمة الحرجة $t_{\alpha/2} = 1,96$
:: σ غير معلوم ، $n < 30$:: هامش الخطأ $هـ = t_{\alpha/2} \times \frac{ع}{\sqrt{n}}$

التباين $ع^2 = 16$:: الانحراف المعياري $ع = 4$
 $\bar{x} = 60$ ، $n = 36$

$$هـ = 1,96 \times \frac{4}{\sqrt{36}} \approx 1,3066$$

٢ فترة الثقة هي $(\bar{x} - هـ , \bar{x} + هـ)$

$$= (1,3066 - 60 , 1,3066 + 60)$$

$$= (58,6934 , 61,3066)$$

٣ عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه $(n = 36)$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .

ثانياً: الأسئلة الموضوعية:

لكل بند مما يلي أربع اختيارات أحدها فقط صحيح ظلل الدائرة الدالة على الاختيار الصحيح :-

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري $\nu = 0,4898$

أ) ٢,٣ ب) ٢,٣٢

ج) ٢,٣١ د) ٢,٣٣

إذا كانت $n = 16$ ، $\bar{x} = 70$ ، $ع = 5$ عند اختبار الفرض بأن $\mu = 72$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0,05$ فإن

المقياس الإحصائي هو:

أ) $\nu = 1,6$ ب) $\nu = 1,6$

ج) $t = 1,6$ د) $t = 1,6$

أولاً: الأسئلة المقالية:

أوجد فترة ثقة ٩٥٪ للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ علماً أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي.

إذا كان لدينا $\bar{x} = ٨,٤$ ، $s = ٢,٣$ ، $n = ١٣$

الحل:

١ $\therefore \sigma$ غير معلوم ، $n \geq ٣٠$

\therefore نستخدم توزيع ت.

$\therefore n = ١٣$

\therefore درجات الحرية $(n - ١) = ١٣ - ١ = ١٢$

\therefore مستوى الثقة $١ - \alpha = ٩٥\%$

$\therefore ١ - \alpha = ٩٥\% \Rightarrow \alpha = ٥\%$

$\therefore \frac{\alpha}{٢} = ٢,٥\%$

من جدول توزيع ت تكون قيمة ت $t_{\alpha/٢, n-1} = ٢,١٧٩$

هامش الخطأ ه = ت $\frac{\bar{x}}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{٢}$

ه = $٢,١٧٩ \times \frac{١٠}{\sqrt{٢٥}} = ١,٣٩$

٢ فترة الثقة = $(\bar{x} - ه, \bar{x} + ه)$

= $(٨,٤ - ١,٣٩, ٨,٤ + ١,٣٩)$

= $(٧,٠١, ٩,٧٩)$

ثانياً: الأسئلة الموضوعية:

أولاً: في البنود (١-٢) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) $(١ - \alpha)$ هي معامل مستوى الثقة.

أ () ب ()

(٢) إذا كانت μ تقع في الفترة $(٢٥,٦٤١, ٣٤,٣٥٩)$ فإن $\mu = ٣٠$

أ () ب ()

أولاً: الأسئلة المقالية:

تزعم شركة أن متوسط رواتب موظفيها يساوي ٤٠٠٠ دينار كويتي. إذا أخذت عينة من ٢٥ موظفًا، ووجد أن متوسط رواتب العينة هو ٣٩٥٠ دينارًا كويتيًّا فإذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 125$ دينارًا، وضح كيفية إجراء الاختبار الإحصائي بمستوى ثقة ٩٥٪.

الحل:

١ صياغة الفروض

ف: $\mu = 4000$ مقابل ف: $\mu \neq 4000$

٢ $\sigma = 125$ (معلومة)

∴ نستخدم المقياس الإحصائي $U: U = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

∴ $n = 25$ ، $\bar{X} = 3950$

$U = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

∴ $U = \frac{3950 - 4000}{\frac{125}{\sqrt{25}}} = -2$

٣ ∴ مستوى الثقة ٩٥٪

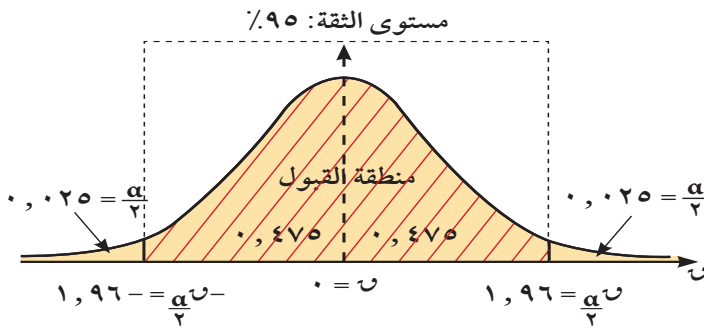
∴ $\alpha = 0,05 \leftarrow 0,025 = \frac{\alpha}{2}$

∴ $U_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

٤ ∴ منطقة القبول هي $(-1,96, 1,96)$

٥ ∴ $-2 \notin (-1,96, 1,96)$

∴ القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 4000$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 4000$



ثانياً: الأسئلة الموضوعية:

لكل بند مما يلي أربع اختيارات أحدها فقط صحيح ظلل الدائرة الدالة على الإختيار الصحيح :-

أخذت عينة من مجتمع طبيعي حيث $n = 25$ ، $\bar{X} = 50$ ، $\sigma = 10$ ، بمستوى ثقة ٩٥٪ فإن هامش الخطأ يساوي:

ب) ٢,١٢٨

أ) ٢,٠٦٤

د) ٥,٨٨

ج) ٦,١٩٢

أخذت عينة من مجتمع طبيعي حجمها $n = 36$ فإذا علم أن $\bar{X} = 10$ ، $\sigma = 2$ فإن عند مستوى ثقة ٩٠٪ تكون القيمة الحرجة هي:

ب) ١,٦٤

أ) ١,٦٤٥

د) ١,٦٥

ج) ٢,٧٤٦

أولاً: الأسئلة المقالية:

متوسط العمر لعينة من ١٥٠ مصباحًا كهربائيًا مصنعة في أحد المصانع هو $\bar{s} = ١٥٨٠$ ساعة بانحراف معياري $\sigma = ١٢٥$ ساعة. يقول صاحب المصنع أن متوسط $\mu = ١٦٢٠$ ساعة.

اختبر الفرض $\mu = ١٦٢٠$ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq ١٦٢٠$ ساعة باختيار مستوى معنوية $\alpha = ٠,٠٥$
الحل:

١ صياغة الفروض:

ف: $\mu = ١٦٢٠$ مقابل ف: $\mu \neq ١٦٢٠$

٢ $\sigma = ١٥٠$ (معلومة)

نستخدم المقياس الإحصائي U : $U = \frac{\bar{s} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$n = ١٥٠$, $\bar{s} = ١٥٨٠$

$$U = \frac{\bar{s} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$U = \frac{١٦٢٠ - ١٥٨٠}{\frac{١٢٥}{\sqrt{١٥٠}}} = ٣,٩١٩٢$$

٣ $\alpha = ٠,٠٥ \leftarrow \frac{\alpha}{٢} = ٠,٠٢٥$

$$U_{\alpha/2} = ١,٩٦$$

٤ منطقة القبول هي $(-١,٩٦, ١,٩٦)$

٥ $U = ٣,٩١٩٢ \notin (-١,٩٦, ١,٩٦)$

القرار: نرفض فرض العدم $\mu = ١٦٢٠$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq ١٦٢٠$

ثانياً: الأسئلة الموضوعية:

أولاً: في البنود (١-٢) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) الإحصاءة هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي \bar{s} أو الانحراف المعياري ع.

(أ) (ب)

(٢) إذا سحبت عينة عشوائية حجمها $n = ٩$ من مجتمع طبيعي متباينة $\sigma^2 = ٩$ وكان $\bar{s} = ٧,٩٦$ فإن فترة

(أ) (ب)

الثقة للمعلمة μ بمستوى ثقة ٩٥% هي $(٦, ٩,٩٢)$

أولاً: الأسئلة المقالية:

إذا كانت $n = 80$ ، $\bar{x} = 37,2$ ، $s = 1,79$ ،
اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0,05$ ،
الحل:

١ صياغة الفروض

ف: $\mu = 37$ مقابل ف: $\mu \neq 37$

٢ σ غير معلومة ، $n < 30$

\therefore نستخدم المقياس الإحصائي t : $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

$\therefore n = 80$ ، $\bar{x} = 37,2$ ، $s = 1,79$

$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

$$0,999 = \frac{37 - 37,2}{\frac{1,79}{\sqrt{80}}} = t$$

٣ $\alpha = 0,05 \leftarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$

$\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

٤ منطقة القبول هي $(-1,96, 1,96)$

٥ $\therefore 0,999 \in (-1,96, 1,96)$

\therefore القرار بقبول فرض العدم $\mu = 37$

ثانياً: الأسئلة الموضوعية:

لكل بند مما يلي أربع اختيارات أحدها فقط صحيح ظلل الدائرة الدالة على الإختيار الصحيح :-

القيمة الحرجة $t_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٩% تساوي:

ب) ٢,٥٧

أ) ٢,٥٨

د) ٢,٥

ج) ٢,٥٧٥

إذا كانت فترة الثقة عند مستوى ثقة ٩٥% لعينة أُخذت من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي هي $(2,3, 8,17)$ فإن \bar{x} :

ب) ١٠,٥

أ) ٢١

د) ٠,٤٧٥

ج) ١,٩٦

أولاً: الأسئلة المقالية:

يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي ٢٩٠ ديناراً كويتيًّا.

فإذا أخذت عينة عشوائية من ١٠ منازل تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ ديناراً وانحرافها المعياري $s = 32$ ديناراً.

فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه؟ مستوى ثقة ٩٥٪ (علمًا بأن المجتمع يتبع توزيعًا طبيعيًّا).

الحل:

١ صياغة الفروض: $H_0: \mu = 290$ مقابل $H_1: \mu \neq 290$

٢ σ غير معلومة، $n = 10$ ($n \geq 30$)

\therefore نستخدم المقياس الإحصائي t : $\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

$\therefore n = 10$ ، $\bar{x} = 283$ ، $s = 32$

$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

$\therefore t = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} = -0,6917$

٣ \therefore مستوى الثقة ٩٥٪، درجات الحرية ($n - 1$) = $10 - 1 = 9$

$\therefore \alpha = 0,05 \leftarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$

$\therefore t_{\alpha/2} = 2,262$

٤ منطقة القبول هي $(-2,262, 2,262)$

٥ $\therefore -0,6917 \in (-2,262, 2,262)$

\therefore القرار بقبول فرض العدم $\mu = 290$

\therefore يمكن الاعتماد على هذه العينة.

ثانياً: الأسئلة الموضوعية:

أولاً: في البنود (١-٢) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) المعلمة هي ثابت يصف العينة أو يصف توزيع العينة كالوسط الحسابي أو الانحراف المعياري لها.

أ ()
ب ()

(٢) إذا كانت درجات الحرية هي ٣٠ فإن حجم العينة هو ٢٩

أ ()
ب ()