الكميات العددية والكميات المتجهة

يتضمن الدرس

- ✓ الكميات العددية والكميات المتجهة
- ✓ خصائص المتجهات
- ✓ المتجهات الحرة والمقيدة
- ✓ جمع المتجهات
- ✓ الضرب القياسي والضرب الاتجاهي
- ✓ اسئلة الكتاب غير المحلولة مع اجاباتها

صفوة معلمي الكويت

أنواع الكميات الفيزيائية

الكميات العددية (الكميات القياسية)

هي الكميات التي يكفي لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز هذا المقدار .

مثال :

المسافة

الزمن

- نتبع عملية الجمع الجبري الخاصة بالأعداد .

الكميات المتجهة

هي الكميات التي تحتاج في حديدها إلى الإتجاه الذي تأخذه بالإضافة إلى العدد الذي يحدد مقدارها ووحدة القياس التي تميزها .

التعبير عن المتجه

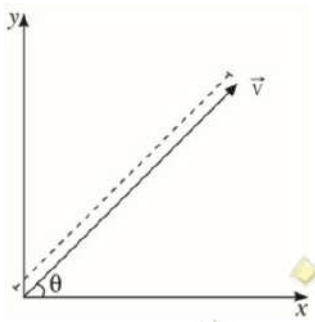
تكتب الكمية المتجهة بحرف يوضع فوقه سهم ⟶

مثال : $\vec{v}$ ⟵ سرعة متجهة

يمثل المتجه عن طريق المقدار والإتجاه

$\overline{V} = (V , G)$

مثال ⟵ $\overline{V} = (120\ km/h\ , 30°)$



كما يمكن رسم المتجه حيث طول السهم يمثل المقدار والزاوية تمثل الإتجاه .

الكميات المتجهة

لاحظ بدقة :

تخضع الكميات المتجهة عند الجمع والطرح والضرب لجبر المتجهات وليس الجبر الحسابي .

أمثلـــة :

(١) الإزاحة :

- هي المسافة الأقصر بين نقطة البداية ونقطة نهايتها .
- اتجاهها من نقطة البداية إلى النهاية .

(٢) السرعة المتجهة :

- هي السرعة التي نعبر عنها عن طريق المقدار والإتجاه

الدرس الأول خصائص المتجهات

التســـــاوي :

يقال أن المتجهين متساويين إذا كان لهما نفس المقدار والإتجاه .

النقـــــل :

تقسم المتجهات إلى نوعين

- متجهات حرة
- متجهات مقيدة

١- المتجهات الحرة

يمكن نقلها من مكان لآخر بشرط عدم تغير المقدار والإتجاه .

مثـــل :

متجه الإزاحة ، السرعة

علـــــل :

تسمى متجه الإزاحة أو السرعة متجه حر !

لأنها غير مقيدة بنقطة التأثير .

٢- المتجهات المقيدة

هي متجهات لا يمكن نقلها لإرتباطها بنقطة التأثير .

لاحظ بدقة :

من الشكل المقابل : المتجهان متساويان

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2$$

علـــــل :

لا يمكن نقل متجه القوة !

لإرتباطها بنقطة التأثير .

الدرس الأول جـمع المتجـهـــــات

هي عملية تركيب حيث تتم الإستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد تسمى المحصلة .

حالات جمع المتجهات

(١) محصلة متجهين لهما الإتجاه نفسه أو متعاكسه :

- إذا كان المتجهين لهما نفس الإتجاه نستخدم الجمع الجبري البسيط

G = 0°

$\vec{V}_1$ 50 km/h →

$\vec{V}_2$ 50 km/h →

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$
$$= 50 + 20 = 70 \text{ km/h}$$

- إذا كان لهما عكس الإتجاه نطرح طرح جبري بسيط :

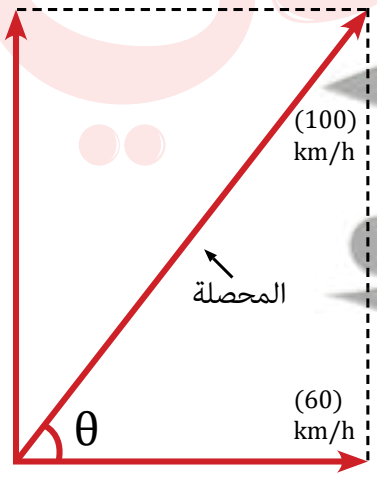
G = 180°

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$
$$= 50 - 20 = 30 \text{ km/h}$$

(٢) محصلة متجهين متعامدين :

G = 90°

- يمكن حساب المقدار عن طريق العلاقة :



المقدار $R = \sqrt{A^2 + B^2}$

الإتجاه $\theta = \tan^{-1} \frac{A}{B}$

صفوة معلمي الكويت

مثـــال :

$\overrightarrow{F_1}$ ، $\overrightarrow{F_2}$ قوتـان متعامدتـان تؤثـران علـى النقطـة 0 ، احسـب مقدار محصلة القوتين علماً أن مقدار ، $F_1 = 30N$ ، $F_2 = 40N$

الحـــل

$$F = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\ N$$

في المثال السابق إذا أردنا حساب الإتجاه

$$\theta = \tan^{-1} \frac{f_2}{f_1} = \tan^{-1} \frac{40}{30} = 53.13^\circ$$

◄ (٣) محصلة متجهين غير المتوازية أو المتعامدة :

- أي زاوية غير (0° ، 90° ، 180° ، 270°)

لحساب المقدار : $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

لحساب الإتجـاه : $\alpha = \text{Sin}^{-1}\left(\frac{B \text{ Sin } \theta}{R}\right)$

مثـــال ١ :

قوتان $\overrightarrow{F_1}$ ، $\overrightarrow{F_2}$ مقدارهما bN ، 15N ، على التوالي ، تحصران بينهما زاوية 60° وتؤثران على جسم نقطي ، احسب مقدار محصلة القوتان وإتجاههما .

الحـــل

$$f = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

$$f = \sqrt{10^2 + 15^2 + 2 \times 10 \times 15 \times \cos 60} \qquad f = 21.79$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{F_2 \sin\theta}{F} = \sin^{-1} \frac{15 \sin 60}{21.79} = 36.58^\circ$$

مثـــال ٢ :

تحرك قارب الصيد من المرفأ ليقطع مسافة ١٠ km بإتجاه ٣٠° شرق الشمال ثم ٤ km إلى الجنوب ، أوجد المقدار والإتجاه .

الحـــل

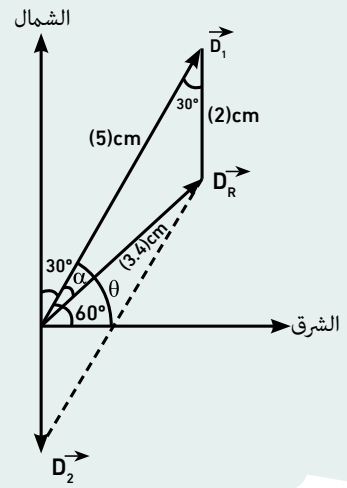
$$R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2\,D_1 D_2 \cos\theta}$$

$$R = \sqrt{10^2 + 4^2 + 2 \times 10 \times 4 \times \cos 150}$$

$$R = 6.8 \text{ km}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{B \sin\theta}{R} = \sin^{-1}\frac{4 \sin 150}{6.8} = 16.85°$$

$$\theta = 60 - 16.85 = 43.14°$$



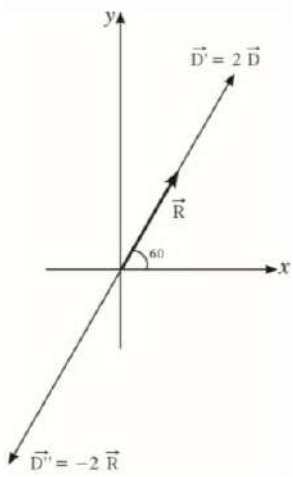
الدرس الأول ضـــرب المتجـهـــات

حالات ضرب المتجهات

١- ضرب المتجهات بكمية قياسية

ضرب كمية متجهة في

كمية قياسية موجبة	كمية قياسية سالبة
= ا ⟵ لا تغير المقدار ولا الإتجاه	= ا ⟵ تغير الإتجاه ولا تغير المقدار
> ا ⟵ تغير المقدار ولا تغير الإتجاه	> ا ⟵ تغير المقدار والإتجاه
< ا ⟵ تغير المقدار ولا تغير الإتجاه	< ا ⟵ تغير المقدار والإتجاه



لاحظ بدقة الشكل :

$\vec{D'} = 2\vec{D}$ تعني متجه مقداره D' ضعف مقدار المتجه D

$\vec{D''} = 2\vec{R}$ متجه D'' يساوي ضعف متجه R ولكن في عكس الإتجاه

ضـــرب متجهـــــين

يوجد نوعين من ضرب متجهين

- ضرب قياسي (ضرب نقطي) : $\vec{A} . \vec{B}$
- ضرب اتجاهي (ضرب تقاطعي) : $\vec{A} \times \vec{B}$

الضـرب القياسـي

العلاقة الرياضية ← $\vec{A} . \vec{B} = A B \cos \alpha$

مثـال :

متجهين قوة $\vec{f_1}$=20N , $\vec{f_2}$=10N يحصران زاوية 30° ، أوجد مقدار الضرب القياسي للمتجهين .

الحـــل

$$\vec{f_1} \cdot \vec{f_2} = f_1 f_2 \cos \alpha$$
$$= 20 \times 10 \times \cos 30 = 173.20 \ (N^2)$$

ملاحظات على الضرب القياسي :

- **يسمى الضرب القياسي بهذا الإسم ؟**

  لأن ناتج الضرب كمية قياسية

- **حاصل الضرب القياسي يكون أكبر ما يمكن عندما .....**

  يكون المتجهان متوازيان ، وتكون $\theta = 0$ لأن $\cos 0 = 1$

- **ينعدم الضرب القياسي عندما .....**

  يكون المتجهان متعامدان ، وتكون $\theta = 90°$ لأن $\cos 90 = 0$

- **حاصل الضرب القياسي لمتجه في نفسه .....**

  يكون أكبر ما يمكن

- **حاصل الضرب القياسي لمتجهين متعامدين .....**

  تساوي صفر ، ينعدم

الضـــرب الإتجاهي

العلاقة الرياضية ← $\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B} = A B \sin \theta$

متجهان $\vec{A} = 3U$, $\vec{B} = 2U$ يحصران زاوية 90° ، أوجد محصلة الضرب الإتجاهي للمتجهين .

الحـــل

$$\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B} = A\,B \sin\theta$$
$$= 3 \times 2 \times \sin 90 = 6U^2$$

لاحظ بدقة :

هذا المقدار (مقدار الضرب الإتجاهي) يمثل مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين .

اتجاهه ← رأسي على المستوى المكون من المتجهين

يحدد عن طريق قاعدة اليد اليمنى

ملاحظات على الضرب الإتجاهي :

- **يسمى الضرب الإتجاهي بهذا الإسم ؟**

لأن الناتج كمية متجهة

- **محصلة الضرب الإتجاهي تكون أكبر ما يمكن عندما .....**

يكون المتجهان متعامدان لأن $\sin 90 = 1$

- **محصلة الضرب الإتجاهي = صفر أو منعدمة عندما .....**

يكون المتجهان متوازيان لأن $\theta = 0$, $\sin 0 = 0$

- **محصلة الضرب الإتجاهي لمتجهان متعامدان يكون .....**

أكبر ما يمكن

- **محصلة الضرب الإتجاهي لمتجهان متوازيان يكون .....**

يساوي صفر أو ينعدم