أولا :

الجذور سواء التربيعية أو التكعيبية أو أي جذور هي عملية عكسية لعملية الأس .

ثانيـاً :

لازم تعرف الأرقام التي لها جذر عدد صحيح سواء الجذور التربيعية أو التكعيبية وهي قسمي أرقام المربع الكامل أو المكعب الكامل .

أرقـام المـربع الكـامل :

١ × ١	٢ × ٢	٣ × ٣	٤ × ٤	٥ × ٥	
١	٤	٩	١٦	٢٥	وهكذا .....

أرقـام المكعب الكـامل :

١ × ١ × ١	٢ × ٢ × ٢	٣ × ٣ × ٣	٤ × ٤ × ٤	
١	٨	٢٧	٦٤	وهكذا .....

(مثال ١)

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد الآتية دون استخدام الآلة الحاسبة :

a -8 b 125 c $-\frac{375}{24}$ d 0.046

الحـــــل

a -8 $\longrightarrow$ $\sqrt[3]{-8} = -2$

b 125 $\longrightarrow$ $\sqrt[3]{125} = 5$

c $\sqrt[3]{\frac{-375}{24}} = \sqrt[3]{-\frac{125}{8}} = \sqrt[3]{-\frac{(5)^3}{(2)^3}} = \sqrt[3]{-\left(\frac{5}{2}\right)^3} = \frac{-5}{2}$

d $\sqrt[3]{0.064} = \sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{(4)^3}{(10)^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{4}{10}\right)^3} = \frac{4}{10}$

إجابة حاول أن تحل بالكتاب :

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد الآتية دون استخدام الآلة الحاسبة :

a -27 **b** 64 **c** -0.008 **d** $\frac{343}{216}$

b 64

الحل

$\sqrt[3]{64} = 4$

a -27

الحل

$\sqrt[3]{-27} = -3$

d $\frac{343}{216}$

الحل

$\sqrt[3]{\frac{343}{216}} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{216}} = \frac{7}{6}$

c -0.008

الحل

$-0.008 = \frac{-8}{1000}$

$\sqrt[3]{\frac{-8}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{-2}{10} = -0.2$

(مثال ٢)

بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية لكل عدد حقيقي :

a $\sqrt{4x^6}$

b $\sqrt[3]{8x^3+3x}$

الحل

a
$$\sqrt{4x^6} = \sqrt{2^2(x^3)^2}$$
$$= \sqrt{(2x^3)^2}$$
$$= |2x^3|$$
$$= \begin{cases} 2x^3 & , x \geq 0 \\ -2x^3 & , x > 0 \end{cases}$$

الحل

b
$$\sqrt[3]{8x^3+3x} = \sqrt[3]{2^3x^3+3x}$$
$$= \sqrt[3]{(2x)^3+3x}$$
$$= 2x+3x = 5x$$
$$= 5x$$

إجابة حاول أن تحل بالكتاب :

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد الآتية :

a $\sqrt{9x^2y^4}$

الحل

$$\sqrt{9x^2y^4} = \sqrt{9} \times \sqrt{x^2} \times \sqrt{y^4}$$
$$= 3 \times y^2$$

مستر مؤمن سالم
97737570

b $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2$

الحـــــــل

$$\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2 = \sqrt[3]{-27}\sqrt[3]{x^6} + 3x^2$$
$$= -3x^2 + 3x^2 = \text{zero}$$

c $\sqrt{x^8 y^6}$

الحـــــــل

$$\sqrt{x^8 y^6} = \sqrt{x^8}\sqrt{y^6}$$
$$= x^4 y^3$$

جمع وطرح التعبيرات الجذرية :

القاعدة :

لجمع وطرح الجذور لازم تكون متشابهة في أس الجذر والعدد الموجود تحت الجذر ،

بمعنى :

$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{2} + \sqrt[3]{2} \Rightarrow$ لا يمكن الجمع الجمع لأن أس الجذر مختلف

$\sqrt{2} + \sqrt{3} \Rightarrow$ لا يمكن الجمع الجمع لأن الرقم الموجود تحت الجذر مختلف

صفوق معلمي الكويت

(مثال ٣)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

a $3\sqrt{32}-\sqrt{98}$ **b** $2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{375}$ **c** $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{72}$

d $\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{250}$

الحـــــل

b
$$= 2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{125\times 3}$$
$$= 2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{5^3\times 3}$$
$$= 2\sqrt[3]{3}+5\times 5\sqrt[3]{3}$$
$$= 2\sqrt[3]{3}+25\sqrt[3]{3}$$
$$= 27\sqrt[3]{3}$$

الحـــــل

a
$$= 3\sqrt{16\times 2}-\sqrt{49\times 2}$$
$$= 3\sqrt{4^2\times 2}-\sqrt{7^2\times 2}$$
$$= 3\times 4\times\sqrt{2}-7\times\sqrt{2}$$
$$= 12\sqrt{2}-7\sqrt{2}$$
$$= 5\sqrt{2}$$

الحـــــل

d
$$= \sqrt[3]{64\times 2}+\sqrt[3]{27\times 2}-2\sqrt[3]{125\times 2}$$
$$= \sqrt[3]{4^3\times 2}+\sqrt[3]{3^3\times 2}-2\sqrt[3]{5^5\times 2}$$
$$= 4\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}-2\times 5\sqrt[3]{2}$$
$$= 4\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}-10\sqrt[3]{2}$$
$$= -3\sqrt[3]{2}$$

الحـــــل

c
$$= \sqrt{9\times 2}+\sqrt{25\times 2}-\sqrt{36\times 2}$$
$$= \sqrt{3^2\times 2}+\sqrt{5^2\times 2}-\sqrt{6^2\times 2}$$
$$= 3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-6\sqrt{2}$$
$$= 2\sqrt{2}$$

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل :

ضع في أبسط صورة :

a $4\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{128}$

الحـــــــل

$$4\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{128} = 4\times 2 + 2\sqrt[3]{2\times 64}$$
$$= 8 + 2\times\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{64}$$
$$= 8 + 2\times\sqrt[3]{2}\times 4$$
$$= 8 + 8\sqrt[3]{2}$$

b $\sqrt[3]{320} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$

الحـــــــل

$$\sqrt[3]{320} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$$
$$= \sqrt[3]{5\times 64} + \sqrt[3]{5\times 8} - \sqrt[3]{5\times 27}$$
$$= \sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{27}$$
$$= 4\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} = 3\sqrt[3]{5}$$

صفوة تعليم الكويت

(مثال ٤)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

a $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x}$ $\quad x \geq 0$ $\quad$ b $\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3}$

الحـــــــل

a $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x} = \sqrt{5(40)(x^3)(x)}$

$= \sqrt{200x^4}$

$= 10x^2\sqrt{2}$

الحـــــــل

b $\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3} = \sqrt[3]{(5x^3y^4) \times (64x^2y^3)}$

$= \sqrt[3]{(5x^3y^3y)(4^3)(x^2)(y^3)}$

$= \sqrt[3]{5(4^3) \cdot x^3 \cdot y^3 \cdot y^3 \cdot x^2 \cdot y}$

$= \sqrt[3]{4^3x^3(y^2)^3} \times \sqrt[3]{5x^2y}$

$= 4xy^2\sqrt[3]{5x^2y}$

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل :

ضع في أبسط صورة :

a $\sqrt{50x^4}$

الحـــــــل

$\sqrt{50x^4} =$

$\sqrt{50x^4} = \sqrt{2 \times 25 x^4} = \sqrt{2} \times \sqrt{25} \times \sqrt{x^4}$

$= \sqrt{2} \times 5 \times x^4$

$= 5\sqrt{2}\, x^4$

(مثال ٥)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

a $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x}$ $\quad x \geq 0$ $\quad$ b $\sqrt[3]{5x^3 y^4} \times \sqrt[3]{64x^2 y^3}$

الحـــــــل

a $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x} = \sqrt{5(40)(x^3)(x)}$

$= \sqrt{200x^4}$

$= 10x^2\sqrt{2}$

الحـــــــل

b $\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3} = \sqrt[3]{(5x^3y^4)\times(64x^2y^3)}$

$= \sqrt[3]{(5x^3y^3y)(4^3)(x^2)(y^3)}$

$= \sqrt[3]{5(4^3).x^3.y^3.y^3.x^2.y}$

$= \sqrt[3]{4^3x^3(y^2)^3} \times \sqrt[3]{5x^2y}$

$= 4xy^2\sqrt[3]{5x^2y}$

حاول أن تحل :

ضع في أبسط صورة :

a $\dfrac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$

الحـــــــل

a $\dfrac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}} = \sqrt{\dfrac{12x^4}{3x}} = \sqrt{4x^3}$

لو انت مركز : أس الجذر فرقه هو هو تحت الإثنين جذر تربيعي

$= \sqrt{4}.\sqrt{x^2.x} = 2.\sqrt{x^2}.\sqrt{x}$

$= 2\times\sqrt{x}$

صفوة معلمي الكويت

مثـــال ٦ :

اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عدداً نسبياً :

a $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ **b** $\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}$ **c** $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

d $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x}$, $x \neq 1$, $x \in Q$

الحـــــــل

a
$$\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$$
$$= \frac{\sqrt{3}+(\sqrt{2}\times\sqrt{3})}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$$
$$\therefore \frac{1+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$$

الحـــــــل

b
$$\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}} \times \left(\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\right)$$
$$= \frac{3\sqrt{2}+(\sqrt{2}\times\sqrt{2})-3-\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2}$$
$$= \frac{3\sqrt{2}-2-3-\sqrt{2}}{9-2} = \frac{2\sqrt{2}-1}{7}$$

صفوة معلمي الكويت

الحـــــــل

c $$\frac{3}{\sqrt[3]{5}} = \frac{3}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}}$$

$$= \frac{3\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}}$$

$$= \frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$$

الحـــــــل

d $$\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x} = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x} \times \frac{\sqrt{x}+9x}{\sqrt{x}+9x}$$

$$= \frac{x\sqrt{x}+9x^2+(\sqrt{x})^2+9x\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2-(9x)^2}$$

$$= \frac{x\sqrt{x}+9x^2+x+9x\sqrt{x}}{x-81x^2}$$

$$= \frac{9x^2+10x\sqrt{x}+x}{x-81x^2}$$

$$= \frac{x(9x+10\sqrt{x}+1)}{x(1-81x)}, \quad x > 1$$

$$= \frac{9x+10\sqrt{x}+1}{1-81x}$$

صفوة معلمي الكويت