UULA

الرياضيات

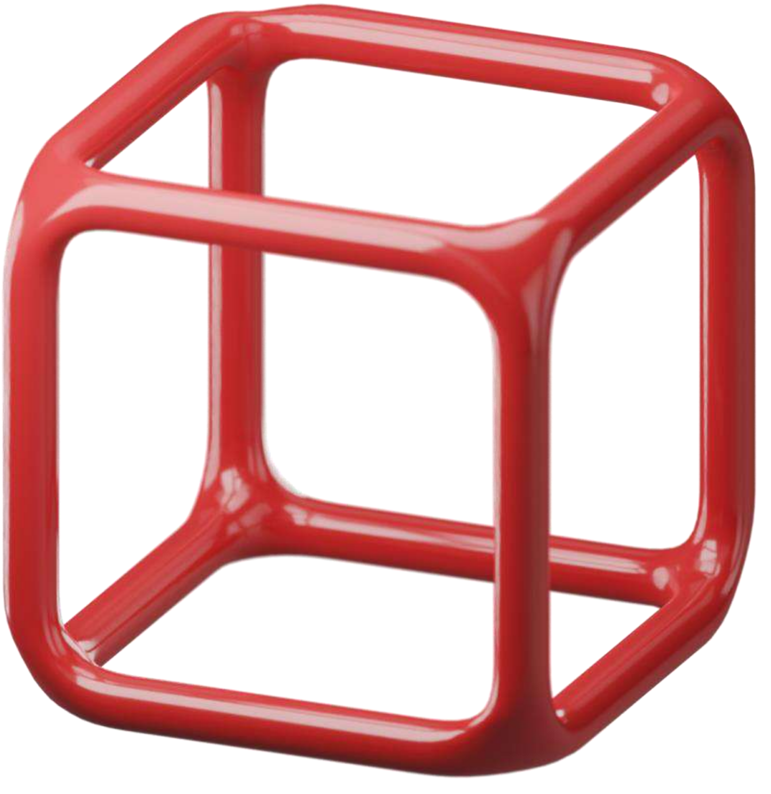
10

الكورس الأول

2025 – 2024

UULA.COM

UULA



الرياضيات

10

الكورس الأول

2024 – 2025

UULA.COM

حقق هدفك الدراسي

ريح بالك وارفع مستوى دراستك مع المذكرة الشاملة والفيديوهات
اللي تشرحها والاختبارات اللي تدربك في منصة علا

نخبة المعلمين يجاوبونك بأسرع وقت

ما فهمت؟ تواصل مع أقوى المعلمين واحصل على شرح لسؤالك

دروس يشرحها أقوى معلمي الكويت

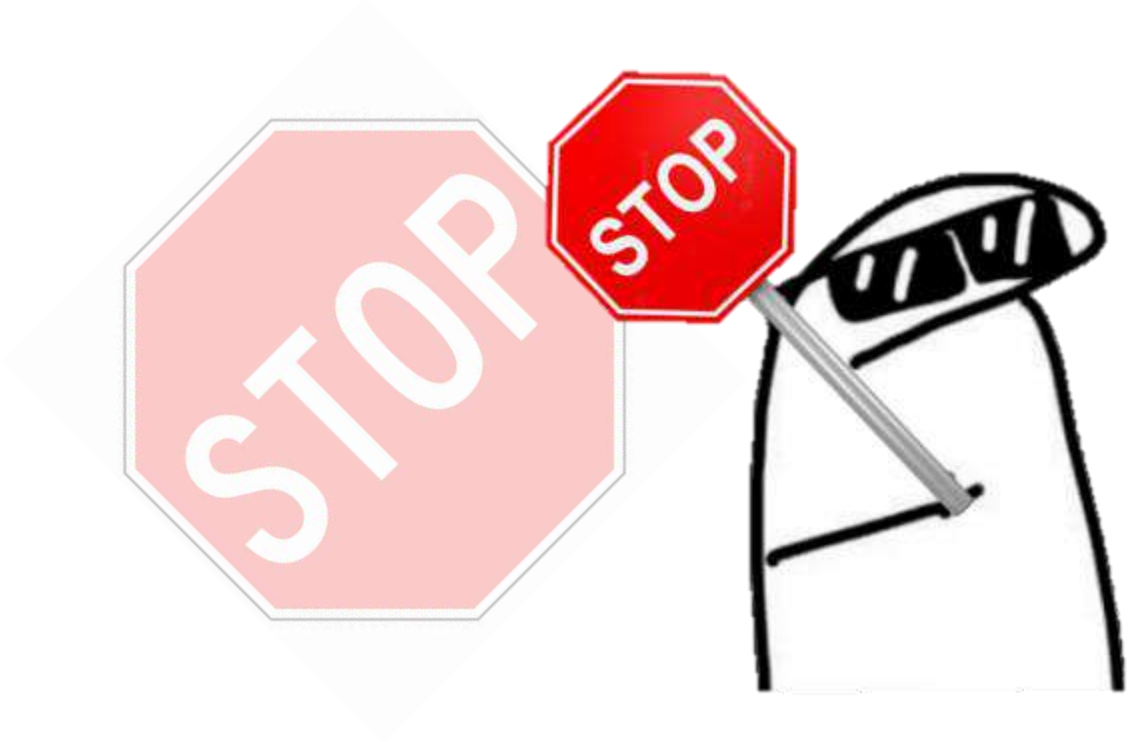
فيديوهات مبسطة قصيرة تشرح لك كل شيء خطوة بخطوة

تفوق في القصير والفاينل مع نماذج اختبارات سابقة

نماذج اختبارات سابقة مشروحة بالكامل تجهزك لاختباراتك

اكتشف عالم التفوق مع منصة علا

لتشترك بالمادة وتستمتع بالشرح المميز صور
أو اضغط على رمز الـQR



قبل لا تكمل تأكد من هذه الروابط المهمة

التمارين الموضوعية

UULA

المعلق والتغييرات 🚧

هذه المذكرة تغطي المادة كاملة. في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنك تصوير الQR للتأكد من المقرر.

UULA

قائمة المحتوى

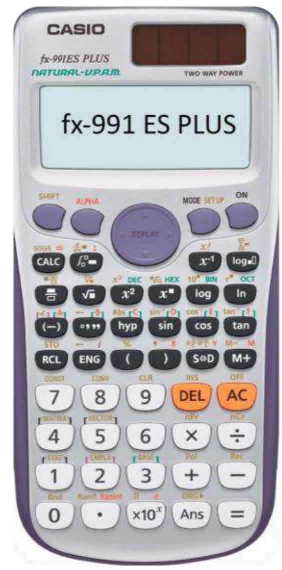
صفوة معلمي الكويت

الآلة الحاسبة

احرص على امتلاك الآلة الحاسبة العلمية المناسبة
يمكنك استخدام أحد هذه الإصدارات

الآلة الحاسبة القديمة

Casio fx-991ES PLUS

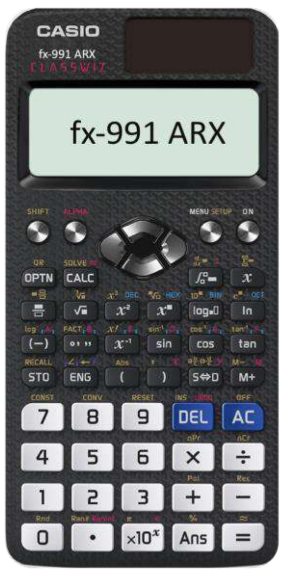


الآلة الحاسبة القديمة بإصدارها الثاني

Casio fx-991ES PLUS 2nd edition

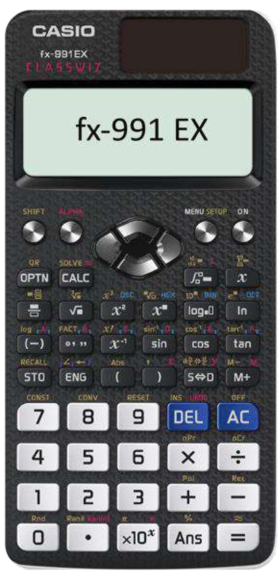
الآلة الحاسبة العربية

Casio fx-991-ARX



الآلة الحاسبة الإنكليزية

Casio fx-991-EX



تعليمات أساسية

تعليمات أساسية	
حل المعادلة من الدرجة الثانية	MODE 53
حل المعادلة من الدرجة الثالثة	MODE 54
حل نظام معادلتين خطيتين	MODE 51
التحويل لنظام الدرجات	SHIFT MODE 3
التحويل لنظام الراديان	SHIFT MODE 4
رمز القيمة المطلقة	SHIFT hyp
التحويل لنظام الأعداد المركبة	MODE 2
كتابة الوحدة التخيلية i	ENG
كتابة الرمز x	ALPHA)
إعادة ضبط المصنع	SHIFT 93 = AC

تعليمات أساسية

تعليمات أساسية	
حل المعادلة من الدرجة الثانية • الآلة العربية: • الآلة الإنكليزية:	 MENU 922 MENU - 22
حل المعادلة من الدرجة الثالثة • الآلة العربية: • الآلة الإنكليزية:	 MENU 923 MENU - 23
حل نظام معادلتين خطيتين • الآلة العربية: • الآلة الإنكليزية:	 MENU 912 MENU - 12
التحويل لنظام الدرجات	SHIFT MENU 21
التحويل لنظام الراديان	SHIFT MENU 22
رمز القيمة المطلقة	SHIFT (
التحويل لنظام الأعداد المركبة	MENU 2
كتابة الوحدة التخيلية i	ENG
كتابة الرمز x (يوجد له زر خاص) أو	ALPHA)
إعادة ضبط المصنع	SHIFT 93 = AC

١-١ خواص نظام الأعداد الحقيقية

مجموعات الأعداد:

الأعداد الحقيقية ح

الأعداد غير النسبية	الأعداد النسبية
$\sqrt{٣}$ ، π ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، ١,٣٤٣٣٤٠٠	$\frac{١}{٣}$ ، ١٤ , ٠ ، $-٢\frac{١}{٣}$ ، $٠,\overline{٣}$
	الأعداد الصحيحة: ...، −٢، −١، ٠، ١، ٢، ...
	الأعداد الطبيعية: ٠، ١، ٢، ٣، ...

حدد العدد النسبي والعدد غير النسبي في كل مما يلي:

- $\frac{-١٨}{٥}$ نسبي
- ٠,٣٣٣٣٣... نسبي
- ١,٠١٠٠١٠٠٠١٠٠٠ غير نسبي
- $\frac{١}{٥}$ نسبي
- $\frac{\sqrt{٤}}{٣}$ نسبي
- $\sqrt{٤١}$ غير نسبي
- $١,\overline{٤}$ نسبي
- ٥π غير نسبي

خواص عمليتي الجمع والضرب على مجموعة الأعداد الحقيقية:

- لكل أ، ب، جـ ∈ ح فإن:

الخاصية	الجمع	الضرب
الإبدالية	أ + ب = ب + أ	أ × ب = ب × أ
التجميعية	(أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)	(أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)
المحايد	أ + ٠ = ٠ + أ = أ	أ × ١ = ١ × أ = أ
المعكوس (النظير)	أ + (-أ) = (-أ) + أ = ٠	أ × $\frac{١}{أ}$ = $\frac{١}{أ}$ × أ = ١ (أ ≠ ٠)
التوزيعية	أ × (ب + جـ) = أ × ب + أ × جـ (ب + جـ) × أ = ب × أ + جـ × أ	

خاصية الكثافة:

يوجد بين أي عددين حقيقيين مختلفين عدد لا نهائي من الأعداد الحقيقية

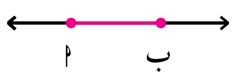
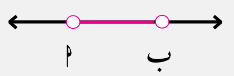
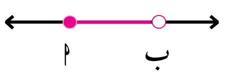
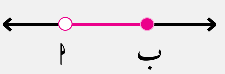
مثال ٢: أعط خمسة أعداد حقيقية بين ٣,١٤ ، ٣,١٥

٣,١٤٠ ، ٣,١٤١ ، ٣,١٤٢ ، ٣,١٤٣ ، ٣,١٤٤ ، ٣,١٤٥ ، ٣,١٥٠

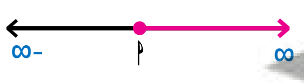
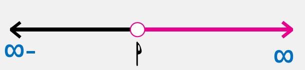
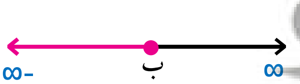
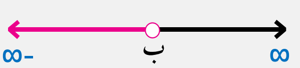
حاول أن تحل ٢: أعط ستة أعداد حقيقية بين ١,٤١٤ ، ١,٤١٥

١,٤١٤٠ ، ١,٤١٤١ ، ١,٤١٤٢ ، ١,٤١٤٣ ، ١,٤١٤٤ ، ١,٤١٤٥ ، ١,٤١٤٦ ، ١,٤١٥٠

الفترات المحدودة:

الفترة	نوع الفترة	المتباينة	التمثيل البياني
[أ ، ب]	مغلقة	أ ≤ س ≤ ب	
(أ ، ب)	مفتوحة	أ < س < ب	
[أ ، ب)	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	أ ≤ س < ب	
(أ،ب]		أ < س ≤ ب	

الفترات غير المحدودة:

الفترة	نوع الفترة	المتباينة	التمثيل البياني
[أ ، ∞)	نصف مغلقة وغير محدودة من الأعلى	س ≥ أ	
(أ ، ∞)	مفتوحة وغير محدودة من الأعلى	س > أ	
(-∞ ، ب]	نصف مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	س ≤ ب	
(-∞ ، ب)	مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	س < ب	

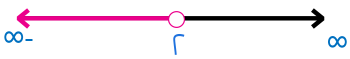
صفوة معلمي الكويت

مثال ٣ وحاول أن تحل ٣ : اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكلاً من الفترات:

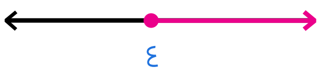
- (-١ ، ٣]   فترة نصف مفتوحة (أو نصف مغلقة) ، -١ < س ≤ ٣ ،

- [٤ ، ٥]   فترة مغلقة ، ٤ ≤ س ≤ ٥ ،

- (-∞ ، ٢)   فترة مفتوحة وغير محدودة من الأسفل ، س < ٢

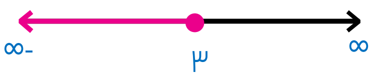


- [٤ ، ∞)   فترة نصف مغلقة وغير محدودة من الأعلى ، س ≥ ٤



- (-٢ ، ١)   فترة مفتوحة ، -٢ < س < ١

- (-∞ ، ٣]   الفترة نصف مفتوحة وغير محدودة من الأسفل ، س ≤ ٣



حاول أن تحل ٤: مثل على خط الأعداد كل من الفترات:

- [٢، ∞) ∪ (-∞ ، -٣)

- [-١، ∞) ∪ (-∞ ، -٥]

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. ٤ هو عدد غير نسبي — (أ) (ب)
٢. π هو عدد غير نسبي — (أ) (ب)
٣. $-\sqrt{٠,٤}$ هو عدد نسبي — (أ) (ب)
٤. $\sqrt{٦}$ هو عدد غير نسبي — (أ) (ب)
٥. $٠,\overline{٦}$ هو عدد نسبي — (أ) (ب)
٦. $\pi < ٣,١٤$ — (أ) (ب)
٧. $\sqrt{١٠} < ٠,١٤$ — (أ) (ب)
٨. ٣,١٤ هو عدد غير نسبي — (أ) (ب)
٩. $٠,٣ > ٠,\overline{٣}$ — (أ) (ب)
١٠. إذا كانت أ ≥ ب فإن أ - ب ≥ ٠ — (أ) (ب)
١١. العدد الحقيقي ٥,١٦٣ يقع بين العددين ٥,١٦ و ٥,١٧ — (أ) (ب)
١٢. لكل عدد حقيقي يوجد معكوس ضربي — (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

١٣. المتباينة التي تتوافق مع العبارة: (س عدد حقيقي غير سالب) هي:

أ) س ≥ ٠ ب) س > ٠ ج) س < ٠ د) س ≤ ٠

١٤. المتباينة التي تتوافق مع التمثيل المجاور هي:

أ) س ≥ -٣ ب) س > -٣ ج) س < -٣ د) س ≤ -٣

١٥. الخاصية المستخدمة في المعادلة التالية $(٢\sqrt{١٠})\times ٣ = ٢(\sqrt{١٠}\times ٣)$

أ) الخاصية الإبدالية ب) الخاصية التوزيعية ج) الخاصية التجميعية د) المحايد

١٦. الخاصية المستخدمة في المعادلة التالية π (أ + ب) = π أ + π ب هي:

أ) الخاصية الإبدالية ب) الخاصية التوزيعية ج) الخاصية التجميعية د) المحايد

١٧. الخاصية المستخدمة في المعادلة: $-\sqrt{ه} + ٠ = -\sqrt{ه}$ هي:

أ) الخاصية الإبدالية ب) الخاصية التوزيعية ج) الخاصية التجميعية د) المحايد

١٨. الخاصية المستخدمة في المعادلة: ٤(س - ص) = ٤س - ٤ص هي:

أ) الخاصية الإبدالية ب) الخاصية التوزيعية ج) الخاصية التجميعية د) المحايد

١٩. أي من الأعداد التالية يقع بين العددين ٥,١٣ و ٥,١٤

أ) ٥,١٣٣ ب) ٥,١٤١ ج) ٥,١٢٢ ب) ٥,١٥١

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١١	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	
الإجابة	ب	أ	ب	أ	أ	ب	ب	ب	ب	أ	أ	ب	أ	ب	ج	ب	د	ب	أ	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

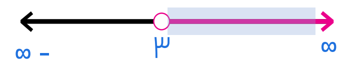
UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

٣-١ حل المتباينات

أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

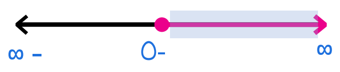
س > ٣

م.ح = (٣ , ∞)



س ≥ -٥

م.ح = [-٥ , ∞)

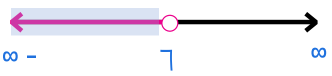


س - ٤ < ٢

س < ٢+٤

س < ٦

∴ م.ح = (-∞ , ٦)

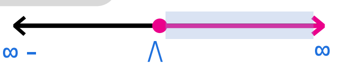


س/٢ ≥ ٤

~~٢~~ × س/~~٢~~ ≥ ٤ × ٢

س ≥ ٨

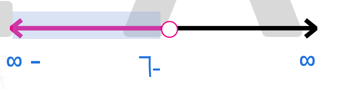
∴ م.ح = [٨ , ∞)



-٢س > ١٢

~~-٢~~س/~~-٢~~ < ١٢/-٢ ⇐ س < -٦

∴ م.ح = (-∞ , -٦)

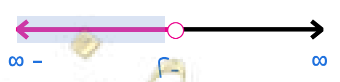


س/-٢ > ١

~~-٢~~ × س/~~-٢~~ < ١ × -٢

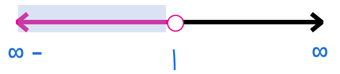
س < -٢

∴ م.ح = (-∞ , -٢)



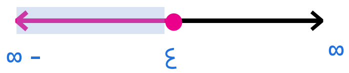
س < ١

م.ح = (-∞ , ١)



س ≤ ٤

م.ح = (-∞ , ٤]

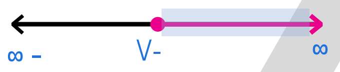


س + ٢ ≥ -٥

س ≥ -٥-٢

س ≥ -٧

∴ م.ح = [-٧ , ∞)

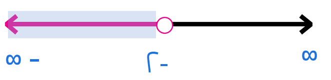


٤س < -٨

~~٤~~س/~~٤~~ < -٨/٤

س < -٢

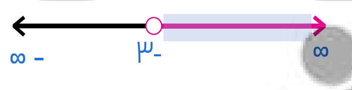
∴ م.ح = (-∞ , -٢)



-٧س < ٢١

~~-٧~~س/~~-٧~~ > ٢١/-٧ ⇐ س > -٣

∴ م.ح = (-٣ , ∞)

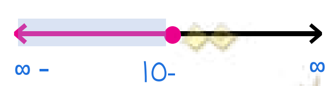


س/-٥ ≥ ٣

~~-٥~~ × س/~~-٥~~ ≤ ٣ × -٥

س ≤ -١٥

∴ م.ح = (-∞ , -١٥]



UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

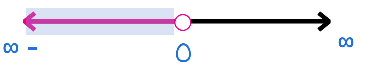
مثال ١ ، حاول أن تحل١: أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

س - ٧ > -٢

س < -٢ + ٧

س < ٥

∴ م.ح = (−∞ , ٥)

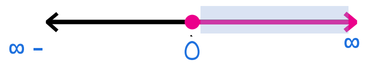


ص - ٤ ≥ ١

ص ≥ ١ + ٤

ص ≥ ٥

∴ م.ح = [٥ , ∞)



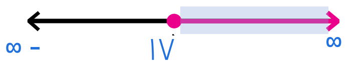
١٢ ≤ س - ٥

س − ٥ ≥ ١٢

س ≥ ١٢ + ٥

س ≥ ١٧

∴ م.ح = [١٧ , ∞)

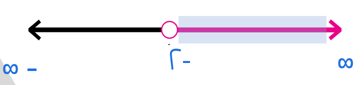


مثال٢ ، حاول أن تحل٢: أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

س/−٢ < ١

$\cancel{-٢}$ × س/$\cancel{-٢}$ > ١ × −٢

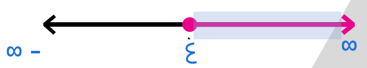
س > −٢ ∴ م.ح = (−٢ , ∞)



ب/٤ ≥ ١

$\cancel{٤}$ × ب/$\cancel{٤}$ ≥ ١ × ٤

ب ≥ ٤ ∴ م.ح = [٤ , ∞)



حل متباينات متعددة الخطوات:

مثال ٥ ، حاول أن تحل ٥: أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

٢(م + ٢) -٣م ≥ ١

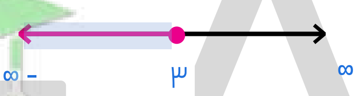
٢م + ٤ − ٣م ≥ ١

−م + ٤ ≥ ١

−م ≥ ١ − ٤

−م ≥ −٣ ⇐ م ≤ ٣

∴ م.ح = (−∞ , ٣]



-٣ ≤ ١-٢س < ٣

-٣ ≤ ١ - ٢س < ٣

−٣ − ١ ≤ −٢س < ٣ − ١

−٤/−٢ ≥ −٢س/−٢ > ٢/−٢

٢ ≥ س > −١

∴ م.ح = (−١ , ٢]

٣(س+٤) + ٥س ≤ ٢

٣(س + ٤) + ٥س ≤ ٢

٣س + ١٢ + ٥س ≤ ٢

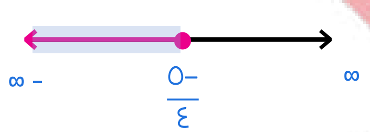
٨س + ١٢ ≤ ٢

٨س ≤ ٢ − ١٢ ⇐ ٨س ≤ −١٠

٨س/٨ ≤ −١٠/٨

س ≤ −٥/٤

∴ م.ح = (−∞ , −٥/٤]



صفوة معلمي الكويت

مثال ٧ ، حاول أن تحل ٧: أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

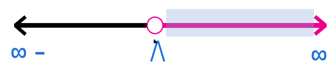
٦س - ١٥ > ٤س + ١

٦س − ٤س > ١٥ + ١

٢س > ١٦ ⇐ $\frac{٢س}{٢} > \frac{١٦}{٢}$

س > ٨

∴ م. ح = (٨ ، ∞)



٢(٢س − ٨) > ٤س + ٢

٤س − ١٦ > ٤س + ٢

٤س − ٤س > ١٦ + ٢

٠ > ١٨ مستحيل

∴ م. ح = ∅

٣س + ٧ > ٣(س − ٣)

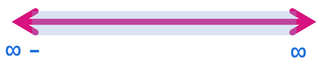
٣س + ٧ > ٣س - ٩

٣س − ٣س > -٧ - ٩

٠ > −١٦ دائما صحيحة

∴ م. ح = ح

مجموعة الأعداد الحقيقية



من كراسة التمارين:

أوجد مجموعة الحل ومثل الحل على خط الأعداد:

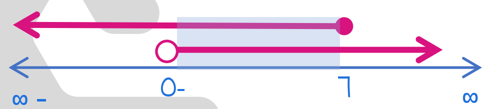
٧س > -٣٥ و ٥س ≤ ٣٠

$\frac{٧س}{٧} > \frac{-٣٥}{٧}$ و $\frac{٥س}{٥} \le \frac{٣٠}{٥}$

س > −٥ و س ≤ ٦

(−٥ ، ∞) ∩ (−∞ ، ٦]

∴ م. ح = (−٥ ، ٦]



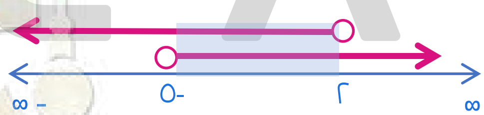
٢س > -١٠ و ٩س < ١٨

$\frac{٢س}{٢} > \frac{-١٠}{٢}$ و $\frac{٩س}{٩} < \frac{١٨}{٩}$

س > −٥ و س < ٢

(−٥ ، ∞) ∩ (−∞ ، ٢)

∴ م. ح = (−٥ ، ٢)



٩س ≤ -٢٧ أو ٤س ≥ ٣٦

$\frac{٩س}{٩} \le \frac{-٢٧}{٩}$ أو $\frac{٤س}{٤} \ge \frac{٣٦}{٤}$

س ≤ −٣ أو س ≥ ٩

∴ م. ح = [٩ ، ∞) ∪ (−∞ ، −٣]

٤س < ١٦ أو ١٢س > ١٤٤

$\frac{٤س}{٤} < \frac{١٦}{٤}$ أو $\frac{١٢س}{١٢} > \frac{١٤٤}{١٢}$

س < ٤ أو س > ١٢

∴ م. ح = (−∞ ، ٤) ∪ (١٢ ، ∞)

صفوة معلمي الكويت

التمارين الموضوعية

ظلل أ إذا كانت العبارة صحيحة و ب إذا كانت العبارة خاطئة.

١. مجموعة حل المتباينة -٣س > ٩ هي : (– ∞، -٣) — أ ، ب

٢. مجموعة حل المتباينة ٢ (س - ١) < ٢س + ١ هي Ø — أ ، ب

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٣. حل المتباينة ٨ ك – ١٥ ≥ ٧٣

أ (١١ ، ∞) ب [١١ ، ∞) ج (– ∞ ، ١١) د (– ∞ ، ١١]

٤. حل المتباينة -٢س > ٤ هو

أ (– ∞ ، -٢) ب (٢ ، ∞) ج (– ∞ ، ٢) د (-٢ ، ∞)

٥. حل المتباينة ٤- س < ٢

أ (– ∞ ، -٢) ب (٢ ، ∞) ج (– ∞ ، ٢) د (-٢ ، ∞)

٦. حل المتباينة -٨< ٤س ≤ ٢٠ هو

أ [-٢ ، ٥) ب [-٢ ، ٥] ج (-٢ ، ٥) د (-٢ ، ٥]

٧. حل المتباينة ص - ٤ ≤ ١

أ (٥ ، ∞) ب (-∞ ، ٥) ج (– ∞ ، ٥] د (-٥ ، ∞)

٨. حل المتباينة ٢ (م - ٣) + ٧ < ٢١

أ (– ∞ ، ١٠) ب (– ∞ ، ١٠] ج (١٠ ، ∞) د [١٠ ، ∞)

٩. حل المتباينة -٦(٢ل -١٠) + ١٢ل ≤ ١٨٠ هو

أ [٠ ، ∞) ب ح ج Ø د (– ∞ ، ١٠]

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	
الإجابة	أ	ب	ب	أ	ب	د	ج	أ	ب	

تــدرب وتــفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

صفوة معلمي الكويت

١-٤ القيمة المطلقة

مثال ١ ، حاول أن تحل ١: أعد تعريف ما يلي دون استخدام القيمة المطلقة:

- |س − ٤| = { س - ٤ ، س ≥ ٤ ؛ - س + ٤ ، س < ٤

- |س + ٣| = { س + ٣ ، س ≥ −٣ ؛ - س - ٣ ، س < −٣

- |٤ − ٢س| = |٢س − ٤| = { ٢س - ٤ ، س ≥ ٢ ؛ -٢س + ٤ ، س < ٢

حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة

مثال ٢ ، حاول أن تحل ٢: أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

- |٢ص − ٣| = ٧

٢ص - ٣ = ٧ أو ٢ص - ٣ = -٧

٢ص = ٧ + ٣ ، ٢ص = -٧ + ٣

٢ص = ١٠ ، ٢ص = -٤

ص = ٥ ، ص = -٢

∴ م.ح = {٥، − ٢}

- |٥س + ٣| = ٨

٥س + ٣ = ٨ أو ٥س + ٣ = -٨

٥س = ٨ - ٣ ، ٥س = -٨ - ٣

٥س = ٥ ، ٥س = -١١

س = ١ ، س = $\frac{-١١}{٥}$

∴ م.ح = $\left\{١ ، \frac{-١١}{٥}\right\}$

- |٢س − ١| = ٠

٢س - ١ = ٠

٢س = ١

س = $\frac{١}{٢}$

∴ م.ح = $\left\{\frac{١}{٢}\right\}$

- |-٢س + ٤| = ٠

-٢س + ٤ = ٠

-٢س = -٤

س = $\frac{-٤}{-٢}$ = ٢

∴ م.ح = {٢}

مثال ٣ ، حاول أن تحل ٣: أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

- |٢س + ١| + ٣ = ٠

|٢س + ١| = −٣

∵ −٣ < ٠ ∴ م.ح = ∅

- ٥ + |−٢س + ٤| = ٠

|− ٢س + ٤| = − ٥

∵ − ٥ < ٠ ∴ م.ح = ∅

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

مثال ٤، حاول أن تحل ٤: أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

Q ٤|٢س + ٣| − ٥ = ١١

٤|٢س + ٣| = ١١ + ٥

٤|٢س + ٣| = ١٦

٤/٤ |٢س + ٣| = ١٦/٤

|٢س + ٣| = ٤

٢س + ٣ = ٤ أو ٢س + ٣ = −٤

٢س = ٤ − ٣ | ٢س = −٤ − ٣

٢س = ١ | ٢س = −٧

س = ١/٢ | س = −٧/٢

∴ م.ح = {١/٢ ، −٧/٢}

Q ٣|٢س + ٤| − ٦ = ٠

٣|٢س + ٤| = ٦

٣/٣ |٢س + ٤| = ٦/٣

|٢س + ٤| = ٢

٢س + ٤ = ٢ أو ٢س + ٤ = −٢

٢س = ٢ − ٤ | ٢س = −٢ − ٤

٢س = −٢ | ٢س = −٦

س = −١ | س = −٣

∴ م.ح = {−١، −٣}

Q |٥س − ٤| + ٣ = ٠

|٥س − ٤| = −٣ ∵ −٣ < ٠ ∴ م.ح = ∅

مثال ٥ ، حاول أن تحل ٥ : أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

Q |٢م − ٣| = |م + ١|

٢م − ٣ = م + ١ أو ٢م − ٣ = −م − ١

٢م − م = ٣ + ١ | ٢م + م = ٣ − ١

م = ٤ | ٣م = ٢ ⇐ م = ٢/٣

∴ م.ح = {٤ ، ٢/٣}

Q |ص − ٥| = |٢ص + ٣|

ص − ٥ = ٢ص + ٣ أو ص − ٥ = −٢ص − ٣

ص − ٢ص = ٥ + ٣ | ص + ٢ص = ٥ − ٣

- ص = ٨ ⇐ ص = −٨ | ٣ص = ٢ ⇐ ص = ٢/٣

∴ م.ح = {−٨ ، ٢/٣}

صفوة معلمي الكويت

$|س - ٥| = |س - ٧|$

س − ٥ = س − ٧
س − س = ٥ − ٧
صفراً = −٢ لا يوجد حل

أو

س − ٥ = − س + ٧
س + س = ٥ + ٧
٢س = ١٢ ⇐ س = ٦

∴ م.ح = {٦}

مثال ٦ ، حاول أن تحل ٦ : أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

|٤س - ١| = س +٢

شرط الحل
س + ٢ ≥ ٠
س ≥ −٢
مجموعة التعويض:
[−٢، ∞)

٤س − ١ = س + ٢
٤س − س = ١ + ٢
٣س = ٣
س = ١ ∈ [−٢ ,∞)

أو

٤س − ١ = − س − ٢
٤س + س = ١ − ٢
٥س = −١
س = $\frac{-١}{٥}$ ∈ [−٢ ,∞)

∴ م.ح = $\left\{ ١، \frac{-١}{٥} \right\}$

|٢س +٣| = ٣س - ٢

شرط الحل
٣س − ٢ ≥ ٠
٣س ≥ ٢
س ≥ $\frac{٢}{٣}$
مجموعة التعويض:
$\left[\frac{٢}{٣}, ∞\right)$

٢س + ٣ = ٣س − ٢
٢س − ٣س = −٣ − ٢
− س = −٥
س = ٥ ∈ $\left[\frac{٢}{٣}, ∞\right)$

أو

٢س + ٣ = −٣س + ٢
٢س + ٣س = −٣ + ٢
٥س = −١
س = $\frac{-١}{٥}$ ∉ $\left[\frac{٢}{٣}, ∞\right)$

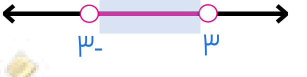
∴ م.ح = {٥}

حل متباينات تتضمن قيمة مطلقة

مقدمة

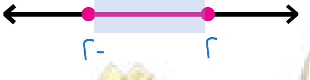
|س| < ٣

−٣ < س < ٣
∴ م.ح = (−٣، ٣)



|س| ≤ ٢

−٢ ≤ س ≤ ٢
∴ م.ح = [−٢، ٢]



UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

أوجد مجموعة حل كل متباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

مثال ٧: $٤|٢س + ١| + ٤ \le ١٢$

$٤|٢س + ١| \le ١٢ - ٤$

$٤|٢س + ١| \le ٨$

$\frac{٤}{٤}|٢س + ١| \le \frac{٨}{٤}$

$|٢س + ١| \le ٢$

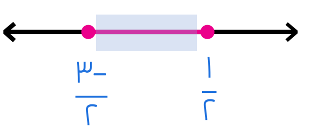
$-٢ \le ٢س + ١ \le ٢$

$-٢ - ١ \le ٢س \le ٢ - ١$

$-٣ \le ٢س \le ١$

$-\frac{٣}{٢} \le س \le \frac{١}{٢}$

$\therefore$ م.ح $= \left[\frac{-٣}{٢}, \frac{١}{٢}\right]$



تمرين ١١: $|٣ع -٦| + ٣ < ١٥$

$|٣ع - ٦| < ١٥ - ٣$

$|٣ع - ٦| < ١٢$

$-١٢ < ٣ع - ٦ < ١٢$

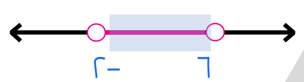
$-١٢ + ٦ < ٣ع < ١٢ + ٦$

$-٦ < ٣ع < ١٨$

$\frac{-٦}{٣} < \frac{٣}{٣}ع < \frac{١٨}{٣}$

$-٢ < ع < ٦$

$\therefore$ م.ح $= (-٢, ٦)$



تمرين ١٢: $٤|٢هـ + ٣| \le ٩$

$٤|٢هـ + ٣| \le ٩$

$|٢هـ + ٣| \le \frac{٩}{٤}$

$\frac{-٩}{٤} \le ٢هـ + ٣ \le \frac{٩}{٤}$

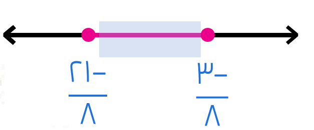
$\frac{-٩}{٤} - ٣ \le ٢هـ \le \frac{٩}{٤} - ٣$

$\frac{-٢١}{٤} \le ٢هـ \le \frac{-٣}{٤}$

$\frac{\left(\frac{-٢١}{٤}\right)}{٢} \le \frac{٢هـ}{٢} \le \frac{\left(\frac{-٣}{٤}\right)}{٢}$

$\frac{-٢١}{٨} \le هـ \le \frac{-٣}{٨}$

$\therefore$ م.ح $= \left[\frac{-٢١}{٨}, \frac{-٣}{٨}\right]$



حاول أن تحل ٧: $\left|\frac{١}{٢}س - \frac{٤}{٥}\right| < ٠,٦$

$-٠,٦ < \frac{١}{٢}س - \frac{٤}{٥} < ٠,٦$

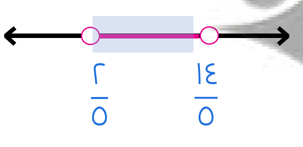
$-٠,٦ + \frac{٤}{٥} < \frac{١}{٢}س < ٠,٦ + \frac{٤}{٥}$

$\frac{١}{٥} < \frac{١}{٢}س < \frac{٧}{٥}$

$٢ \times \frac{١}{٥} < ٢ \times \frac{١}{٢}س < \frac{٧}{٥} \times ٢$

$\frac{٢}{٥} < س < \frac{١٤}{٥}$

$\therefore$ م.ح $= \left(\frac{٢}{٥}, \frac{١٤}{٥}\right)$



© جميع الحقوق محفوظة

$|\text{س}| > ١$

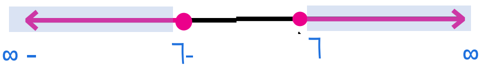
$\text{س} > ١$ أو $\text{س} < -١$

$(١ ، \infty) \cup (-\infty ، -١)$

$|\text{س}| \geq ٦$

$\text{س} \geq ٦$ أو $\text{س} \leq -٦$

$[٦ ، \infty) \cup (-\infty ، -٦]$



أوجد مجموعة حل كل متباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

تمرين ٩: $|\text{م} + ٣| > ٧$

$\text{م} + ٣ > ٧$ أو $\text{م} + ٣ < -٧$

$\text{م} > ٧ - ٣$ ، $\text{م} < -٧ - ٣$

$\text{م} > ٤$ ، $\text{م} < -١٠$

$\therefore \text{م.ح} = (٤ ، \infty) \cup (-\infty ، -١٠)$

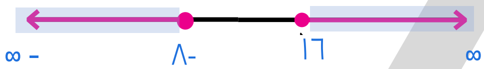
تمرين ١٠: $|\text{ص} - ٤| \geq ١٢$

$\text{ص} - ٤ \geq ١٢$ أو $\text{ص} - ٤ \leq -١٢$

$\text{ص} \geq ١٢ + ٤$ ، $\text{ص} \leq -١٢ + ٤$

$\text{ص} \geq ١٦$ ، $\text{ص} \leq -٨$

$\therefore \text{م.ح} = [١٦ , \infty) \cup (-\infty , -٨]$



مثال ٨: $٢|٣\text{م} - ٤| - ١ > ٥$

$٢|٣\text{م} - ٤| > ٥ + ١$

$٢|٣\text{م} - ٤| > ٦$

$|٣\text{م} - ٤| > ٣$

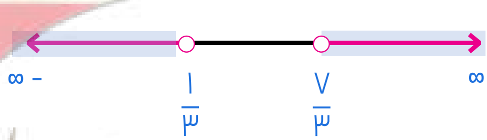
$٣\text{م} - ٤ > ٣$ أو $٣\text{م} - ٤ < -٣$

$٣\text{م} > ٣ + ٤$ ، $٣\text{م} < -٣ + ٤$

$٣\text{م} > ٧$ ، $٣\text{م} < ١$

$\text{م} > \frac{٧}{٣}$ ، $\text{م} < \frac{١}{٣}$

$\therefore \text{م.ح} = \left(\frac{٧}{٣} , \infty\right) \cup \left(-\infty , \frac{١}{٣}\right)$



حاول أن تحل ٨: $\left|\frac{٣}{٤} - \text{س}\right| \geq \frac{٧}{٨}$

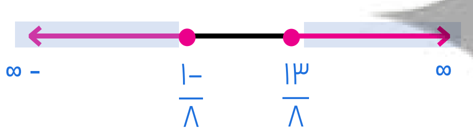
$\left|\text{س} - \frac{٣}{٤}\right| \geq \frac{٧}{٨}$

$\text{س} - \frac{٣}{٤} \geq \frac{٧}{٨}$ أو $\text{س} - \frac{٣}{٤} \leq \frac{-٧}{٨}$

$\text{س} \geq \frac{٧}{٨} + \frac{٣}{٤}$ ، $\text{س} \leq \frac{-٧}{٨} + \frac{٣}{٤}$

$\text{س} \geq \frac{١٣}{٨}$ ، $\text{س} \leq \frac{-١}{٨}$

$\therefore \text{م.ح} = \left[\frac{١٣}{٨} , \infty\right) \cup \left(-\infty , \frac{-١}{٨}\right]$



صفوة معلمي الكويت

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. مجموعة حل المعادلة |س| = ١ هي : {١} (أ) (ب)

٢. مجموعة حل المعادلة |س| = -٥ هي ∅ (أ) (ب)

٣. مجموعة حل المتباينة : |س| > ٣ هي (-٣ ، ٣) (أ) (ب)

٤. مجموعة حل المعادلة |س - ٢| = س - ٢ هي [٢ ، ∞) (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٥. مجموعة حل المتباينة : |س| > ٢ هي :

(أ) (-٢ ، ٢) (ب) [-٢ ، ٢]

(ج) (-∞ ، -٢) ∪ (٢ ، ∞) (د) (−∞ ، -٢) ∩ (٢ ، ∞)

٦. أحد حلول المعادلة |س - ٣| = س - ٣

(أ) -٣ (ب) ١ (ج) ٠ (د) ٣

٧. مجموعة حل المعادلة | ٣س- ٢ | = ٣س- ٢ هي :

(أ) $[\frac{٢}{٣} ، \infty)$ (ب) $(\frac{٢}{٣} ، \infty)$ (ج) $(-\infty ، \frac{٢}{٣})$ (د) $(-\infty ، \frac{٢}{٣}]$

٨. حل المتباينة : $\left|\frac{٣-س}{٢}\right|$ > ٤ هو :

(أ) -٥ > س > ١١ (ب) -١١ > س > -٥ (ج) ٥ > س > ١١ (د) -١ > س > ١١

٩. مجموعة حل المعادلة : |س| = -٣ هي :

(أ) {٣} (ب) ح (ج) {-٣} (د) ∅

١٠. مجموعة حل المعادلة : |س - ٤| = ٠ هي :

(أ) {٠} (ب) {٤} (ج) {-٤} (د) {-٤ ، ٤}

UULA
صفوة معلمي الكويت

١١. مجموعة حل المعادلة : |٢س - ٣| = ٥ هي :

أ { ١ ، -٤}　　ب {٤ ، -١}　　ج { ٤ ، ١}　　د { -١ ، -٤}

١٢. مجموعة حل المتباينة : |ص| ≥ ١ هي:

أ [-١ ، ١]　　ب (-١ ، ١]　　ج [-١ ، ١)　　د (-١ ، ١)

١٣. مجموعة حل المتباينة : |س| ≤ ٣ هي :

أ [-٣ ، ٣]　　ب (-∞ ، -٣] ∪ [٣ ، ∞)

ج { -٣ ، ٣}　　د {٣}

١٤. حل المتباينة : |س - ١| > ١

أ [-٢ ، ٠]　　ب [٠ ، ٢]　　ج (-٢ ، ٠)　　د (٠ ، ٢)

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	
الإجابة	ب	أ	أ	أ	ج	د	أ	أ	د	ب	ب	أ	ب	د	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

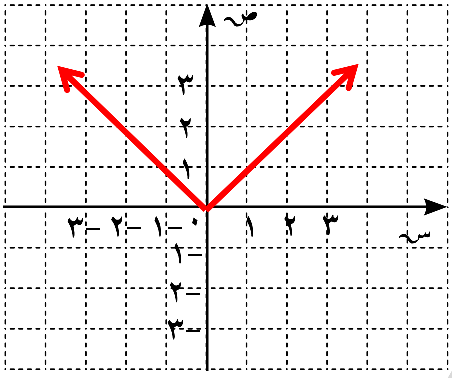
© جميع الحقوق محفوظة

١-٥ دالة القيمة المطلقة

ص = |س|

س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٢	١	٠	١	٢

ص = { س : س > ٠ ، ٠ : س = ٠ ، -س : س < ٠ }



أولاً: الرسم باستخدام الرأس ونقاط مساعدة:

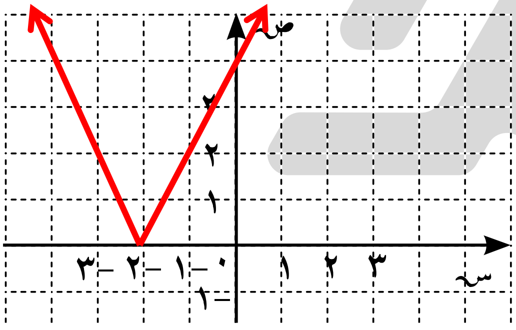
رأس منحنى دالة القيمة المطلقة ص=|أ س + ب| + جـ هو النقطة (-ب/أ ، جـ)

مثال ١: ارسم بيانياً: ص= |٢س +٤|

أ = ٢ ، ب = ٤ ، جـ = ٠

الرأس: (-ب/أ ، جـ) = (-٢، ٠)

س	-٤	-٣	-٢	-١	٠
ص	٤	٢	٠	٢	٤

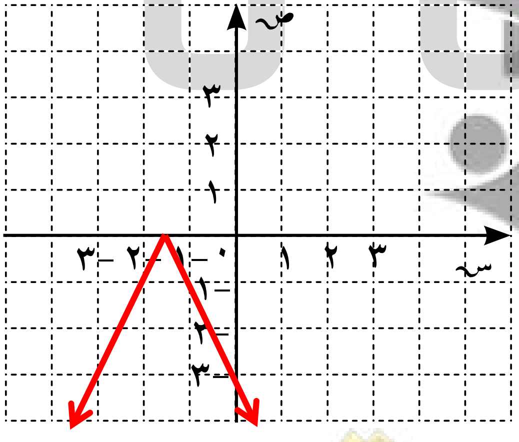


حاول أن تحل ١: ارسم بيانياً: ص= -|٢س +٣|

أ = ٢ ، ب = ٣ ، جـ = ٠

الرأس: (-ب/أ ، جـ) = (-٣/٢ ، ٠)

س	-٣	-٢	-٣/٢	-١	٠
ص	-٣	-١	٠	-١	-٣

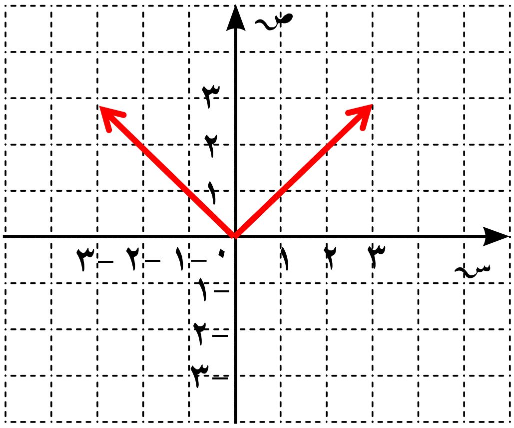


ملاحظة: الرسم دون استخدام القيمة المطلقة، مثال ٢ وحاول أن تحل ٢ (معلق)

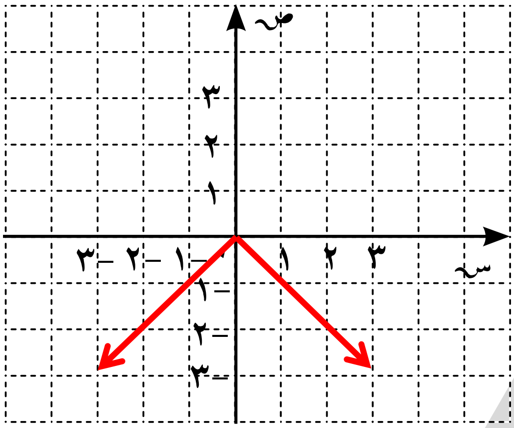
UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

الرسم باستخدام دالتي المرجع ص=±|س| والانسحاب:

ص=|س|



ص=-|س|



باستخدام دالتي المرجع السابقتين ص=±|س|

سنتعلم رسم الدوال التي من الشكل ص=±|س + ل| + ك

مثال ٨-أ : ارسم بيانياً: ص= |س - ٢| + ١ مستخدماً دالة المرجع.

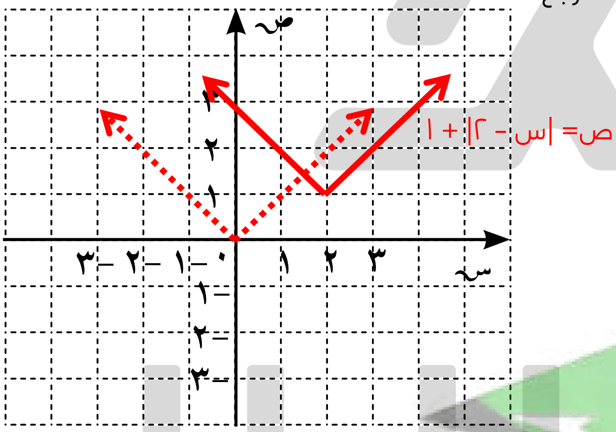
دالة المرجع ص = |س|

ص = | س − ٢| + ١

ل = ٢ , ك = ١

(-٢) تعني انسحاب وحدتين جهة اليمين

(+١) تعني انسحاب وحدة واحدة إلى الأعلى



مثال ٨-ب : ارسم بيانياً: ص= -|س + ٣| - ٢ مستخدماً دالة المرجع.

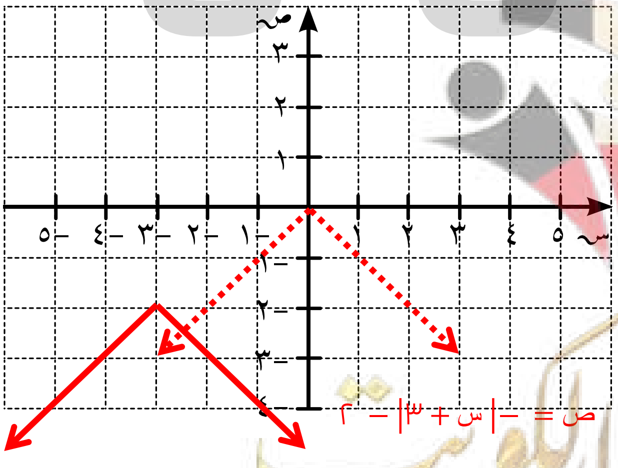
دالة المرجع ص = −|س|

ص = −| س + ٣| − ٢

ل = ٣ , ك = ٢

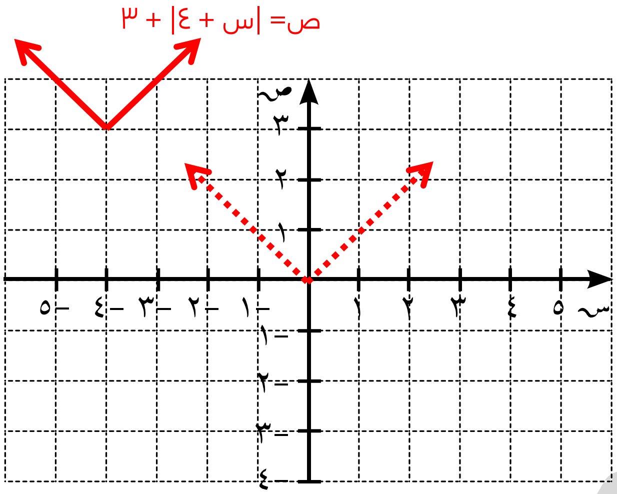
(+٣) تعني انسحاب ثلاث وحدات جهة اليسار

(-٢) تعني انسحاب وحدتين إلى الأسفل



© جميع الحقوق محفوظة

Q حاول أن تحل ٨-أ : ارسم بيانياً: ص= |س + ٤| + ٣ مستخدماً دالة المرجع.



دالة المرجع ص = |س|

ص = |س + ٤| + ٣

ل = ٤ , ك = ٣

(+٤) تعني انسحاب أربع وحدات جهة اليسار

(+٣) تعني انسحاب ثلاث وحدات إلى الأعلى

Q حاول أن تحل ٨-ب : ارسم بيانياً: ص= -|س - ٥| - ٣ مستخدماً دالة المرجع.

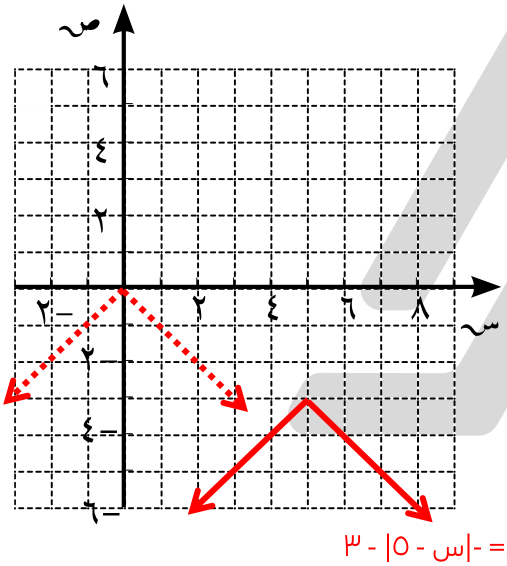
دالة المرجع ص = −|س|

ص = −|س − ٥| − ٣

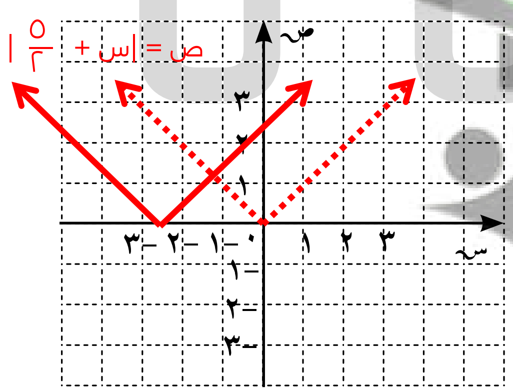
ل = ٥ , ك = ٣

(-٥) تعني انسحاب خمس وحدات جهة اليمين

(-٣) تعني انسحاب ثلاث وحدات إلى الأسفل



Q حاول أن تحل ٦: ارسم بيانياً ص = |س + $\frac{٥}{٢}$| مستخدماً دالة المرجع.



دالة المرجع ص = |س|

ل = $\frac{٥}{٢}$, ك = ٠

$\left(+\frac{٥}{٢} = +٢,٥\right)$ تعني انسحاب وحدتين ونصف جهة اليسار

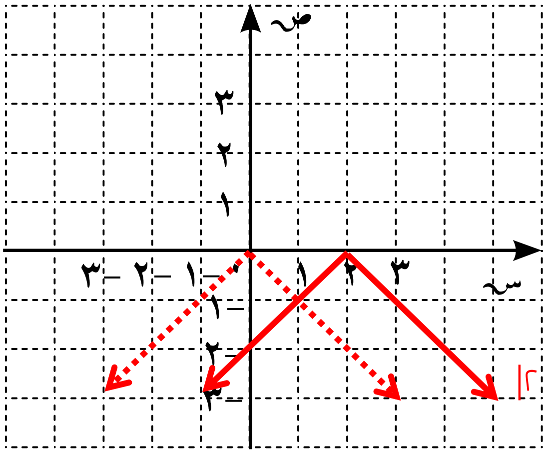
Q حاول أن تحل ٧-أ : ارسم بيانياً: ص= -|س - ٢| مستخدماً دالة المرجع.

دالة المرجع ص = −|س|

ص = −|س − ٢|

ل = ٢ , ك = ٠

(-٢) تعني انسحاب وحدتين جهة اليمين



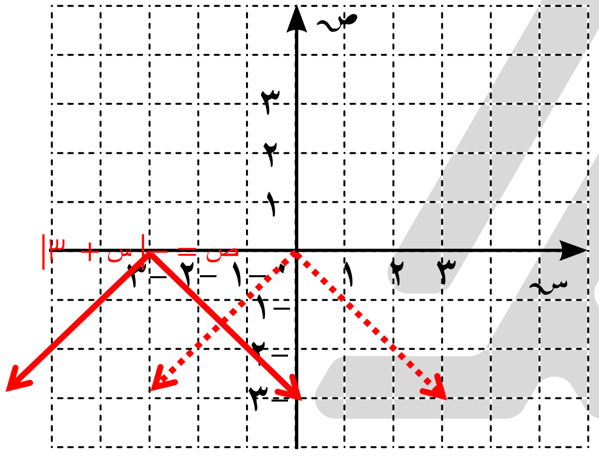
Q حاول أن تحل ٧-ب : ارسم بيانياً: ص= -|س + ٣| مستخدماً دالة المرجع.

دالة المرجع ص = −|س|

ص = −|س + ٣|

ل =-٣ , ك = ٠

(+٣) تعني انسحاب ثلاث وحدات جهة اليسار



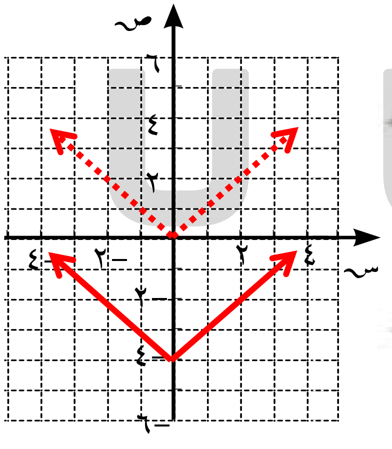
Q حاول أن تحل ٤ : ارسم بيانياً: ص= |س| - ٤ مستخدماً دالة المرجع.

دالة المرجع ص = |س|

ص = |س| − ٤

ل =٠ , ك = -٤

(-٤) تعني انسحاب أربع وحدات إلى الأسفل



ص = |س| − ٤

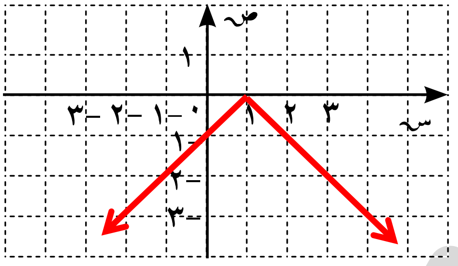
التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. رأس منحنى الدالة ص= |س - ٢| +٣ هو (٢ ، -٣) (أ) (ب)

٢. الدالة ص= |س| يمر بيانها بالنقطة (-١ ، ١) (أ) (ب)

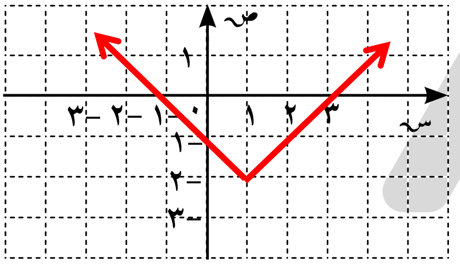
٣. الدالة التي يمثلها الشكل المجاور
هي ص= -|س - ١| (أ) (ب)



٤. الانسحاب الذي يحول الدالة ص= |س| إلى الدالة ص=|س - ٢| هو وحدتان إلى اليسار (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٥. الدالة التي يمثلها الرسم المجاور هي:



(أ) ص=|٣س -١| + ٢
(ب) ص=|س -١| - ٢
(ج) ص= |س - ١| +٢
(د) ص= |٣س - ٣| -٢

٦. أي دالة مما يلي لا يمر بيانها بالنقطة (٥،٠) ؟

(أ) ص= |س| + ٥ (ب) ص=|س - ٥|
(ج) ص= |س - ٥| -٥ (د) ص=|س + ٥|

٧. تم انسحاب الدالة ص= |س| ثلاث وحدات إلى الأسفل ووحدتين إلى اليمين معادلة الدالة الجديدة هي:

(أ) ص=|س + ٢| + ٣ (ب) ص= |س + ٢| - ٣
(ج) ص= |س - ٢|+ ٣ (د) ص= |س - ٢| - ٣

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	
الإجابة	ب	أ	أ	ب	ب	ج	د	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

© جميع الحقوق محفوظة

١-٦ حل نظام معادلتين

ملاحظة: الحل بيانياً، مثال ١ وحاول أن تحل١ (معلق)

الحل بطريقة الحذف

مثال٢ ، حاول أن تحل٢: استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

Q

٢س - ص = ١٣
٣س + ص = ٧

بالجمع ٥س = ٢٠

س = ٢٠/٥ = ٤

نعوض في (٤) ٣س + ص = ٧

١٢ + ص = ٧

ص = ٧ - ١٢ = -٥

∴ م ح = {(٤ ، -٥)}

Q

٢س +٣ ص = ١١
-٢س + ٤ص = ١٠

بالجمع ٧ص = ٢١

ص = ٢١/٧ = ٣

نعوض في (٣) ٢س + ٣ص = ١١

٢س + ٩ = ١١

٢س = ١١ − ٩ = ٢

س = ١

∴ م .ح = {(١،٣)}

مثال٣ ، حاول أن تحل٣ : استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

Q

٢س +٣ ص = ٣ ← ×٥
٣س - ٥ص = ١٤ ← ×٣

١٠س + ١٥ص = ١٥

٩س - ١٥ص = ٤٢

بالجمع ١٩س = ٥٧

س = ٥٧/١٩ = ٣

نعوض في (٣) ٢س + ٣ص = ٣

٦ + ٣ص = ٣

٣ص = -٣

ص = -٣/٣ = −١

∴ م .ح = {(٣ ، −١)}

Q

٢س +٣ ص = ١٢ ← ×١
٥س - ص = ١٣ ← ×٣

٢س + ٣ص = ١٢

١٥س - ٣ص = ٣٩

بالجمع ١٧س = ٥١

س = ٥١/١٧ = ٣

نعوض في (٣) ٢س + ٣ص = ١٢

٦ + ٣ص = ١٢

⇐ ص = ٢

∴ م .ح = {(٣،٢)}

٣ص = ١٢ − ٦ = ٦

صفوة معلمي الكويت

من كراسة التمارين:في كل مما يلي استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

تمرين ٧ : { ٥ك - ٢ت = -١٩ ، ٢ك + ٣ت = ٠ }

٥ك - ٢ت = -١٩ ⟵ ×٣

٢ك + ٣ت = ٠ ⟵ ×٢

١٥ك - ٦ت = -٥٧

٤ك + ٦ت = ٠

١٩ك = -٥٧ بالجمع

ك = $\frac{-٥٧}{١٩}$ = -٣

نعوض في المعادلة: ٢ك + ٣ت = ٠

(-٣)

٢~~ك~~ + ٣ت = ٠

-٦ + ٣ت = ٠

٣ت = ٦ ⇐ ت = ٢

∴ م ح = {(ك ، ت)} = (-٣ ، ٢)}

تمرين ٨ : { ٢ر + ب = ٣ ، ٤ر - ب = ٩ }

٦ر = ١٢ بالجمع

ر = $\frac{١٢}{٦}$ = ٢

(٢)

نعوض في ٢~~ر~~ + ب = ٣

٤ + ب = ٣

ب = ٣ - ٤ = -١

∴ م ح = {(ر ، ب)} = (٢ ، -١)}

الحل بطريقة التعويض

مثال ٤ : استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام { ٣م - ل = ١ ، ٣م - ٢ل = ٥ }

من المعادلة الأولى نجد: ٣م - ١ = ل

بالتعويض في الثانية: ٣م - ٢(٣م - ١) = ٥

٣م - ٦م + ٢ = ٥ ⇐ -٣م = ٣ ⇐ م = $\frac{٣}{-٣}$ = -١

بالتالي: ل=٣(-١)-١=-٤

∴ م ح = {(م ، ل)} = (-١ ، -٤)}

حاول أن تحل ٤ : استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام { ت = ٢ر + ٣ ، ٥ر-٤ت = ٦ }

من المعادلة الأولى نجد: ت = ٢ر + ٣

بالتعويض في المعادلة الثانية: ٥ر - ٤(٢ر + ٣) = ٦

٥ر - ٨ر - ١٢ = ٦

-٣ر = ١٨ ⇐ ر = $\frac{١٨}{-٣}$ = -٦

بالتالي: ت= ٢ (-٦) + ٣ = -٩

∴ م ح = {(ت ، ر)} = (-٩ ، -٦)}

من كراسة التمارين: في كل مما يلي استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام

تمرين ٩ :
ج + ب = ١٢
٣ج - ب = ٨

من المعادلة الأولى: ج = ١٢ - ب

نعوض في المعادلة الثانية: ٣(١٢ – ب) – ب = ٨

٣٦ – ٣ب – ب = ٨

-٤ب = –٢٨ ⇐ ب = (–٢٨) ÷ (–٤) = ٧

بالتالي: ج = ١٢ – (٧) = ٥

م.ح= {(ج ، ب) = (٥ ، ٧)}

تمرين ١٠ :
س = ٣ص -٤
٢ص = ٣س -٩

من المعادلة الأولى: س = ٣ص -٤

نعوض في المعادلة الثانية: ٢ص = ٣(٣ص – ٤) – ٩

٢ص = ٩ص – ١٢ – ٩

٢ص – ٩ص =– ١٢ – ٩

-٧ص = –٢١ ⇐ ص = (–٢١) ÷ (–٧) = ٣

بالتالي: س = ٣(٣) – ٤ = ٥

∴ م .ح = {(٥ ، ٣)}

تمرين ١١:
٣س - ص = ٥
ص = ٤س +٢

من المعادلة الثانية: ص = ٤س +٢

نعوض في المعادلة الأولى: ٣س – (٤س + ٢) = ٥

٣س – ٤س – ٢ = ٥

- س = ٧ ⇐ س = –٧

بالتالي: ص = ٤(– ٧) + ٢ = –٢٦

∴ م ح = {(-٧ ، -٢٦)}

التمارين الموضوعية

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

١. مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٣س + ص = ٥ \\ س - ص = ٧ \end{cases}$ هي:

أ {(٣ ، -٤)}
ب {(-٣ ، -٤)}
ج {(-٣ ، ٤)}
د {(٣ ، ٤)}

٢. مجموعة حل النظام $\begin{cases} ص = س - ٢ \\ ص = -٢س + ١ \end{cases}$ هي :

أ {(١ ، ١)}
ب {(-١ ، -١)}
ج {(١ ، -١)}
د {(-١ ، ١)}

٣. مجموعة حل النظام $\begin{cases} ص = س - ٣ \\ ص = س + ٢ \end{cases}$ هي:

أ عدد غير منته من الحلول
ب $\varnothing$
ج {(٣ ، -٢)}
د {(١ ، ٤)}

السؤال	١	٢	٣	
الإجابة	أ	ج	ب	

تــدرب وتــفــوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

١-٧ حل المعادلة التربيعية في متغير واحد

طريقة إكمال المربع:

مثال ١ : حل المعادلة $س^٢ + ١٠ س = -١٦$

$س^٢ + ١٠ س + ٥^٢ = -١٦ + ٥^٢$

$(س + ٥)^٢ = ٩$

$(س + ٥) = \pm ٣$

س+٥ = ٣	س+٥ = -٣
س = ٣-٥	س = -٣-٥
س = -٢	س = -٨

∴ م . ح ={-٢ ، -٨}

حاول أن تحل ١ : حل المعادلة : $س^٢ -٨س = -١٥$

$س^٢ -٨س + ٤^٢ = -١٥ + ٤^٢$

$(س - ٤)^٢ = ١$

$س - ٤ = \pm ١$

س - ٤ = ١	س - ٤ = -١
س = ١ + ٤	س = -١ + ٤
س = ٥	س = ٣

∴ م . ح ={٥ ، ٣}

طريقة القانون (المميّز): $أس^٢ + ب س + جـ = ٠$

$\Delta = ب^٢ - ٤أجـ$

$\Delta > ٠$ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$\Delta = ٠$ يوجد جذران حقيقيان متساويان

$\Delta < ٠$ يوجد جذران غير حقيقيين

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$$

مثال ٢ : حل المعادلة $س^٢ + ١٠ س = -١٦$ ⇐

أ = ١   ب = ١٠   جـ = ١٦

$\Delta = ب^٢ - ٤أجـ$

$= (١٠)^٢ - ٤ \times ١ \times ١٦ = ٣٦ ، ٣٦ > ٠$ ∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ} \Leftarrow س = \frac{-١٠ \pm \sqrt{٣٦}}{٢ \times ١}$

⇐ س = -٢ ، س = -٨

∴ م .ح = {-٢ ، -٨}

حاول أن تحل ٢ - أ : حل المعادلة : س^2 -٦س + ٥ =٠

أ = ١ ب = -٦ ج = ٥

Δ = ب^2 − ٤أج = $(-٦)^2$ − ٤ × ١ × ٥ = ١٦ ، ١٦>٠

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

س = $\frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ ⇐ س = $\frac{٦ \pm \sqrt{١٦}}{٢ \times ١}$ ⇐ س=٥ ، س=١

∴ م .ح = {٥ ، ١}

حاول أن تحل ٢ - ب : حل المعادلة : س(س-٢) = ٧

س^2 - ٢س -٧ = ٠

أ = ١ ب = -٢ ج = -٧

Δ = ب^2 − ٤أج = $(-٢)^2$ − ٤ × ١ × (−٧) = ٣٢ ، ٣٢ > ٠

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

س = $\frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ ⇐ س = $\frac{٢ \pm \sqrt{٣٢}}{٢ \times ١}$ = ١ ± ٢$\sqrt{٢}$

∴ م.ح = {١ + ٢$\sqrt{٢}$ ، ١ − ٢$\sqrt{٢}$}

مثال ٣ : حل المعادلة : ٢س^2 + ٤س -٧ = ٠

أ = ٢ ب = ٤ ج = -٧

Δ = ب^2 − ٤أج = $(٤)^2$ − ٤ × ٢ × (−٧) = ٧٢ ، ٧٢>٠

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

س = $\frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ ⇐ س = $\frac{-٤ \pm \sqrt{٧٢}}{٢ \times ٢}$ = $\frac{-٢ \pm ٣\sqrt{٢}}{٢}$

حاول أن تحل ٣ : حل المعادلة : ٤س^2 = ١٣س - ٩

٤س^2 - ١٣س +٩ = ٠

أ = ٤ ب = -١٣ ج = ٩

Δ = ب^2 − ٤أج = $(-١٣)^2$ − ٤ × ٤ × ٩ = ٢٥ ، ٢٥>٠

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

س = $\frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ ⇐ س = $\frac{-(-١٣) \pm \sqrt{٢٥}}{٢ \times (٤)}$ = س = $\frac{٩}{٤}$ ، س = ١

∴ م .ح = {$\frac{٩}{٤}$ ، ١}

مثال ٥ : حل المعادلة : س^{٢} + ٢س -٣ = ٠

أ = ١ ب = ٢ جـ = -٣

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = (٢)^{٢} − ٤ × ١ × (−٣) = ١٦ ١٦ >٠

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

س = $\frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ ⇐ س = $\frac{-٢ \mp \sqrt{١٦}}{٢(١)}$ ∴ م.ح = {-٣ ،١}

حاول أن تحل ٥ : حل المعادلة : ٢س^{٢} -٥س + ٢ = ٠

أ = ٢ ب = -٥ جـ = ٢

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = (−٥)^{٢} − ٤ × ٢ × ٢ = ٩ ، ٩ > ٠

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

س = $\frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ ⇐ س = $\frac{-(-٥) \mp \sqrt{٩}}{٢ \times (٢)}$ ⇐ س = $\frac{١}{٢}$ ، س = ٢ ∴ م. ح = $\left\{\frac{١}{٢} ، ٢\right\}$

مثال ٦ : حل المعادلة : ٤س^{٢} + ٤س + ١ =٠

أ = ٤ ب = ٤ جـ = ١

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = ٤^{٢} − ٤ × ٤ × ١ = صفراً

∴ يوجد جذران حقيقيان متساويان

س = $\frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ ⇐ س = $\frac{-(٤) \mp \sqrt{٠}}{٢ \times (٤)}$ = $\frac{-٤}{٨}$ = $\frac{-١}{٢}$ ∴ م. ح = $\left\{\frac{-١}{٢}\right\}$

حاول أن تحل ٦ : حل المعادلة : س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = ٠

أ = ١ ب = ١٠ جـ = ٢٥

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = ١٠^{٢} − ٤ × ١ × ٢٥ = صفراً

∴ يوجد جذران حقيقيان متساويان

س = $\frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ ⇐ س = $\frac{-(١٠) \mp \sqrt{٠}}{٢ \times (١)}$ = $\frac{-١٠}{٢}$ = −٥ ∴ م.ح = {-٥}

مثال ٧ : حل المعادلة : س^{٢} + ٢س + ٥ = ٠

أ = ١ ب = ٢ جـ = ٥

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = ٢^{٢} − ٤ × ١ × ٥ = -١٦ ، -١٦ < صفراً

∴ يوجد جذران غير حقيقيين

حاول أن تحل ٧ : حل المعادلة : س^{٢} -٥س +٧=٠

أ = ١ ب = -٥ جـ = ٧

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = (−٥)^{٢} − ٤ × ١ × ٧ = -٣ ، -٣ <٠

∴ يوجد جذران غير حقيقيين

مجموع وناتج ضرب جذري معادلة تربيعية

أس^{٢} + ب س + جـ = ٠ معادلة تربيعية جذراها: م، ن فإن:

مجموع الجذرين: $م + ن = \frac{-ب}{أ}$

ناتج ضرب الجذرين: $م \times ن = \frac{جـ}{أ}$

مثال ٨ : بدون حل المعادلة
أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة ٣س^{٢} + ٢س -٣=٠ إذا وجدا

أ = ٣ ب = ٢ جـ = -٣

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = ٢^{٢} − ٤ × ٣ × (−٣) = ٤٠ ، ٤٠ > ٠ يوجد جذران حقيقان مختلفان

مجموع الجذرين: م + ن = $\frac{-ب}{أ} = \frac{-٢}{٣}$

ناتج ضرب الجذرين: م × ن = $\frac{جـ}{أ} = \frac{-٣}{٣} = -١$

حاول أن تحل ٨ : بدون حل المعادلة
أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة ٤س^{٢} - ٩س + ٣ = ٠ إذا وجدا

أ = ٤ ب = -٩ جـ = ٣

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = (−٩)^{٢} − ٤ × ٤ × ٣ = ٣٣ ، ٣٣ > ٠ يوجد جذران حقيقان مختلفان

مجموع الجذرين: م + ن = $\frac{-ب}{أ} = \frac{٩}{٣}$

ناتج ضرب الجذرين: م × ن = $\frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٤}$

مثال ٩ : إذا كان مجموع جذري المعادلة ٢س^{٢} + ب س - ٥ = ٠ يساوي ١
أوجد قيمة ب ، ثم حل المعادلة

مجموع الجذرين = ١ ⇐ $\frac{-ب}{أ} = ١$

$\frac{-ب}{٢} = ١$ ⇐ ب = −٢

المعادلة: ٢س^{٢} - ٢ س - ٥ = ٠

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = (−٢)^{٢} − ٤ × ٢ × (−٥) = ٤٤ ، ٤٤ > ٠ يوجد جذران حقيقان مختلفان

س = $\frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{٢ \mp \sqrt{٤٤}}{٢ \times ٢} = \frac{١ \mp \sqrt{١١}}{٢}$

∴ م.ح = $\left\{ \frac{١ + \sqrt{١١}}{٢} ، \frac{١ - \sqrt{١١}}{٢} \right\}$

حاول أن تحل ٩ : إذا كان ناتج ضرب جذري المعادلة أ س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠ يساوي $\frac{٢}{٣}$

أوجد قيمة أ ، ثم حل المعادلة

∵ ناتج ضرب الجذرين = $\frac{٢}{٣}$ ⇐ $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{٢}{٣}$ ، جـ = ٢ ⇐ $\frac{٢}{\text{أ}} = \frac{٢}{٣}$ ⇐ أ = $\frac{٢ \times ٣}{٢}$ = ٣

المعادلة: ٣س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠

Δ = ب^{٢} – ٤أجـ = (–٥)^{٢} – ٤ × ٣ × ٢ = ١ ، ١ > ٠ يوجد جذران حقيقان مختلفان

س = $\frac{-\text{ب} \mp \sqrt{\Delta}}{٢\text{أ}} = \frac{٥ \mp \sqrt{١}}{٢ \times ٣}$ ⇐ س = ١ ، س = $\frac{٢}{٣}$ ⇐ ∴ م. ح = $\left\{ ١ ، \frac{٢}{٣} \right\}$

إيجاد معادلة تربيعية عُلم جذراها

مثال ١٠ : أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣ ، ٥

س^{٢} - (مجموع الجذرين) س + (ضرب الجذرين) = ٠

س^{٢} - (٣ + ٥) س + (٣ × ٥) = ٠

س^{٢} - ٨س + ١٥= ٠

حاول أن تحل ١١ : أوجد معادلتين تربيعيتين جذرا كل منهما -٤ ، -٣

س^{٢} - (مجموع الجذرين) س + (ضرب الجذرين) = ٠

س^{٢} - (-٧) س + (١٢) = ٠

س^{٢} + ٧س + ١٢= ٠

لإيجاد معادلة ثانية نضرب حدود المعادلة السابقة بأي عدد حقيقي غير الصفر ، وليكن ٥
فنحصل على المعادلة التالية:

٥س^{٢} + ٣٥س + ٦٠= ٠

حاول أن تحل ١٠ : إذا كان جذرا المعادلة: س^{٢} - ٥س + ٦= ٠ هما ل ، م
كون معادلة تربيعية جذراها ٢ل ، ٢م

من المعادلة: س^{٢} - ٥س + ٦= ٠

أ = ١ ب = -٥ جـ = ٦

ل + م = $\frac{-\text{ب}}{\text{أ}}$ = ٥ ل . م = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = ٦

المعادلة المطلوبة: س^{٢} - (مجموع الجذرين) س + (ضرب الجذرين) = ٠

س^{٢} - (٢ل + ٢م) س + (٢ل ×٢م) = ٠

س^{٢} -٢ (ل + م) س +٤ (ل ×م) = ٠

س^{٢} - ١٠س + ٢٤= ٠

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
2024-2025

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. مجموعة حل المعادلة س^{٢} - ٤س + ٤ = ٠ هي : { ٢ ، -٢ } (أ) (ب)

٢. مجموعة حل المعادلة س^{٢} - ٤ = ٠ هي : { -٢ ، ٢ } (أ) (ب)

٣. مجموع جذري المعادلة ٢س^{٢} - ٦س - ١١ = ٠ هو ٣ (أ) (ب)

٤. حاصل ضرب جذري المعادلة ٤ س^{٢} - ٦س - ٢٠ = ٠ هو ٥ (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٥. مجموعة حل المعادلة س^{٢} - ٢٥ = ٠ هي

(أ) $\varnothing$ (ب) { -٥ } (ج) {٥} (د) { ٥ ، -٥ }

٦. مجموع جذري المعادلة ٤س^{٢} - ١٢س + ١ = ٠

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٤ (د) -٤

٧. حاصل ناتج ضرب جذري المعادلة ٩س^{٢} + س - ٩ = ٠

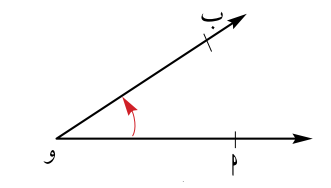
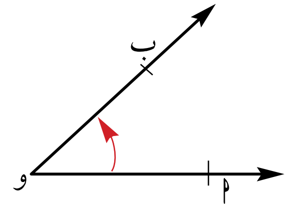
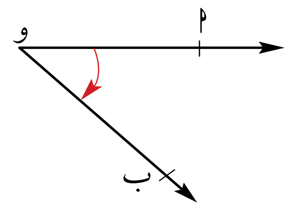
(أ) -١ (ب) ١ (ج) -٩ (د) ٩

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	
الإجابة	ب	أ	أ	ب	د	أ	أ	

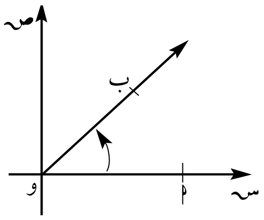
تــدرب وتــفــوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

٢-١ الزوايا وقياساتها

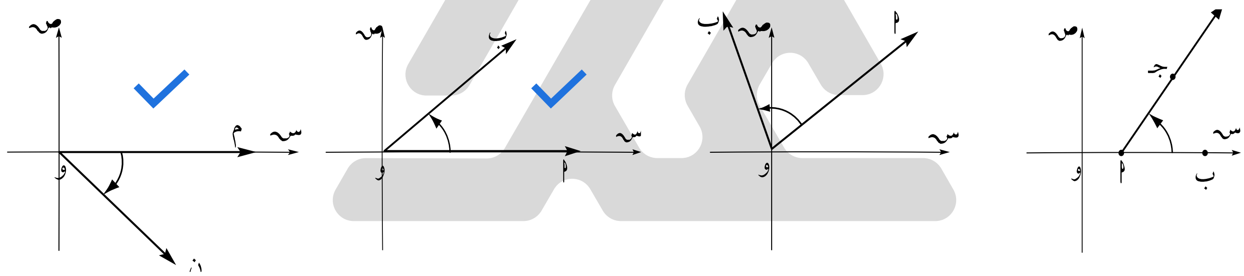
الزاوية الموجهة	الزاوية الموجهة الموجبة	الزاوية الموجهة السالبة
		

الزاوية الموجهة في الوضع القياسي



يكون رأسها نقطة الأصل وضلعها الابتدائي ينطبق على محور السينات الموجب

Q حدد مما يلي الزوايا التي في الوضع القياسي



الزاوية الربعية هي الزاوية الموجهة في الوضع القياسي والتي ينطبق ضلعها النهائي على أحد محوري الإحداثيات مثل: ٠°، ∓ ٩٠°، ∓ ١٨٠°، ∓ ٢٧٠°، ∓ ٣٦٠

Q **حاول أن تحل ٧ :** حدد الزوايا الربعية من بين الزوايا التالية : π، ٢٥٠°، $\frac{٥\pi}{٧}$ ، $-\frac{\pi}{٢}$، ٣٣٠°.

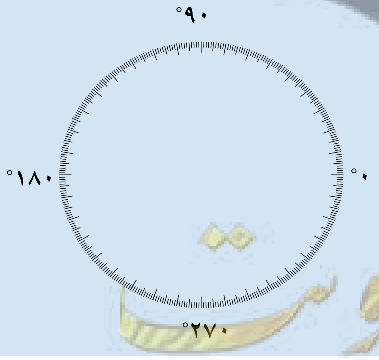
أنظمة قياس الزاوية

القياس الستيني:

تقسم الدائرة إلى ٣٦٠° وكل درجة ٦٠′ وكل دقيقة ٦٠″

١° = ٦٠′

١′ = ٦٠″



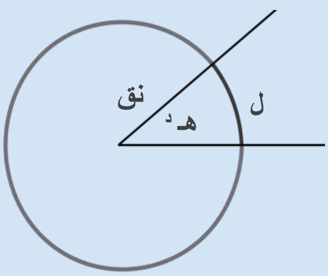
مثال ١ ، حاول أن تحل ١ : اكتب كلاً مما يلي بالقياس الستيني:

- $\frac{٧}{٨}$ الزاوية القائمة = $\frac{٧}{٨} \times ٩٠° = ٧٨° \; ٤٥'$
- $\frac{٧}{٣٢}$ الزاوية القائمة = $\frac{٧}{٣٢} \times ٩٠° = ١٩° \; ٤١' \; ١٥''$
- ٠,٦٢٥ الزاوية القائمة = $٠,٦٢٥ \times ٩٠° = ٥٦° \; ١٥'$

مثال ٢ ، حاول أن تحل ٢ : اكتب كلاً مما يلي بالقياس الستيني:

- $\frac{٥}{١١}$ الزاوية المستقيمة = $\frac{٥}{١١} \times ١٨٠° = ٨١° \; ٤٩' \; ٥,٤٥''$
- $\frac{٣}{٧}$ الزاوية المستقيمة = $\frac{٣}{٧} \times ١٨٠° = ٧٧° \; ٨' \; ٣٤,٢٩''$

القياس الدائري (بالراديان) هـ د لزاوية مركزية في دائرة=

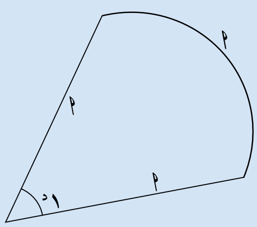


$$\frac{\text{طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية}}{\text{طول نصف قطر هذه الدائرة}}$$

هـ د = $\frac{ل}{نق}$ ، ل = هـ د نق

الزاوية النصف قطرية

هي زاوية مركزية في دائرة تحصر قوساً طوله يساوي طول نصف قطر هذه الدائرة.
وقياس الزاوية نصف القطرية يساوي ١ راديان (١د)



مثال ٣ ، حاول أن تحل ٣ : اكتب كلاً مما يلي بالقياس الستيني:

- ع و د زاوية مركزية في دائرة نصف قطرها ٤ سم ، أوجد طول القوس (ع د) إذا كان : ق (ع و د) = $\left(\frac{٣}{٤}\right)$ د

ل = هـ د نق = $\frac{٣}{٤} \times ٤ = ٣$ سم

- ع و د زاوية مركزية في دائرة نصف قطرها ٤ سم ، أوجد طول القوس (ع د) إذا كان : ق (ع و د) = (٣,١٤) د

ل = هـ د نق = ٣,١٤ × ٤ = ١٢,٥٦ سم

- دائرة نق = ٦ سم . أوجد (ل) طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها :
  - (١,٢) د ل = هـ د نق = ١,٢ × ٦ = ٧,٢ سم
  - (١,٥٧) د ل = هـ د نق = ١,٥٧ × ٦ = ٩,٤٢ سم

© جميع الحقوق محفوظة

العلاقة بين القياسين الدائري هـ د والستيني س°

$$\frac{\text{هـ د}}{\pi} = \frac{\text{س}^\circ}{\text{١٨٠}^\circ} \qquad \text{س}^\circ = \text{هـ د} \times \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\pi} \qquad \text{هـ د} = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ}$$

مثال ٤ : زاوية قياسها ٥ د ، أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة .

$$\text{س}^\circ = \text{هـ د} \times \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\pi} = \text{٥ د} \times \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\pi} \approx \text{٢٨٦}^\circ\ \text{٣٩}'$$

مثال ٥ : زاوية قياسها ٧٥ °، أوجد القياس الدائري لها .

$$\text{هـ د} = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \text{٧٥}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \left(\frac{\text{٥}\pi}{\text{١٢}}\right)^{\text{د}} \approx (\text{١,٣٠٩})^{\text{د}}$$

مثال ٦ : أوجد القياس الستيني للزاوية $\frac{\text{٣}\pi}{\text{٤}}$

$$\text{س}^\circ = \text{هـ د} \times \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\pi} = \frac{\text{٣}\pi}{\text{٤}} \times \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\pi} = \text{١٣٥}^\circ$$

أو: $\text{س}^\circ = \frac{\text{٣} \times \text{١٨٠}^\circ}{\text{٤}} = \text{١٣٥}^\circ$

حاول أن تحل ٤ : أوجد بدلالة π القياس الدائري للزوايا التي قياساتها:

- ٤٥ ° : $\text{هـ د} = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \text{٤٥}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \left(\frac{\pi}{\text{٤}}\right)^{\text{د}}$
- ٣٠٠ ° : $\text{هـ د} = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \text{٣٠٠}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \left(\frac{\text{٥}\pi}{\text{٣}}\right)^{\text{د}}$
- ٢٢٥ ° : $\text{هـ د} = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \text{٢٢٥}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \left(\frac{\text{٥}\pi}{\text{٤}}\right)^{\text{د}}$
- ١٥٠ ° : $\text{هـ د} = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \text{١٥٠}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \left(\frac{\text{٥}\pi}{\text{٦}}\right)^{\text{د}}$

حاول أن تحل ٥ ، ٦ : أوجد القياس الستيني للزوايا التالية:

- $\frac{\text{٥}}{\text{٨}} \times \pi$: $\text{س}^\circ = \frac{\text{٥}}{\text{٨}} \times \text{١٨٠}^\circ = \text{١١٢,٥}^\circ$
- ٠,٧٥ د : $\text{س}^\circ = \text{٠,٧٥} \times \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\pi} \approx \text{٤٢,٩٧}^\circ$
- ٣,٣٥ د : $\text{س}^\circ = \text{٣,٣٥} \times \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\pi} \approx \text{١٩١,٩٤}^\circ$
- $\frac{\pi}{\text{٥}}$: $\text{س}^\circ = \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\text{٥}} = \text{٣٦}^\circ$
- $\frac{\pi}{\text{٢}}$: $\text{س}^\circ = \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\text{٢}} = \text{٩٠}^\circ$
- $\frac{\pi}{\text{٣}}$: $\text{س}^\circ = \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\text{٣}} = \text{٦٠}^\circ$
- $\frac{\pi}{\text{٦}}$: $\text{س}^\circ = \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\text{٦}} = \text{٣٠}^\circ$
- $\frac{\pi}{\text{٤}}$: $\text{س}^\circ = \frac{\text{١٨٠}^\circ}{\text{٤}} = \text{٤٥}^\circ$

مثال ٨ : زاوية قياسها ٢٣" ١٨' ٨٥° ، أوجد القياس الدائري لهذه الزاوية

$$\text{هـ د} = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} = \text{٨٥}^\circ\ \text{١٨}'\ \text{٢٣}'' \times \frac{\pi}{\text{١٨٠}^\circ} \approx \text{١,٤٩ د}$$

© جميع الحقوق محفوظة

الزوايا وقياساتها - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. القياس الستيني للزاوية $\frac{٣\pi}{٢}$ = ١٣٥° (أ) (ب)

٢. القياس الدائري للزاوية ٣٠٠° = $\frac{١١\pi}{٦}$ (أ) (ب)

٣. قطاع دائري قياس زاويته $\frac{\pi}{٤}$ راديان و نصف قطره ٤ سم فإن طول القوس يساوي π سم (أ) (ب)

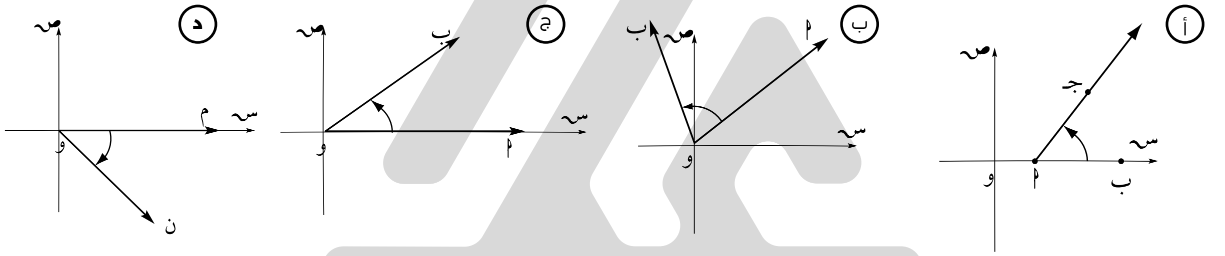
٤. ٠,٦٢٥ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني يساوي ٣٠َ ١١٢° (أ) (ب)

٥. الزاوية المركزية ع و د قياسها ٠,٧٥د في دائرة طول قطرها ٨ سم فإن طول القوس ع د الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم (أ) (ب)

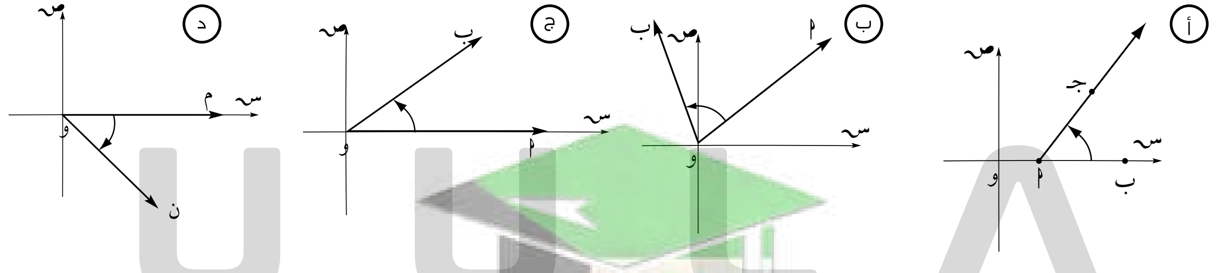
٦. الزاوية التي قياسها $\frac{١١\pi}{٩}$ تقع في الربع الرابع (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٧. حدد الزاوية الموجهة التي قياسها موجب وفي الوضع القياسي .



٨. حدد الزاوية الموجهة التي قياسها سالب وفي الوضع القياسي .



السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	
الإجابة	ب	ب	أ	أ	أ	ب	ج	د	

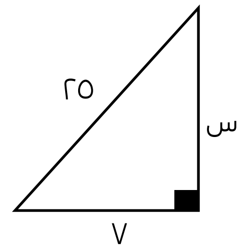
تـدرب وتـفـوق
جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

صفوة معلمي الكويت

© جميع الحقوق محفوظة

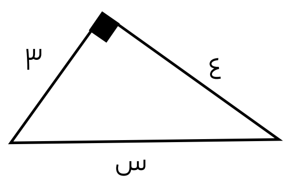
٢-٢ النسب المثلثية: جيب وجيب تمام الزاوية

تذكر نظرية فيثاغورث : أوجد قيمة س في كل من المثلثات القائمة التالية



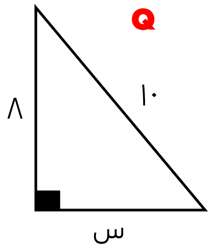
س = $\sqrt{٢٥^٢ - ٧^٢}$ = ٢٤

$\sqrt{25^2 - 7^2}$



س = $\sqrt{٤^٢ + ٣^٢}$ = ٥

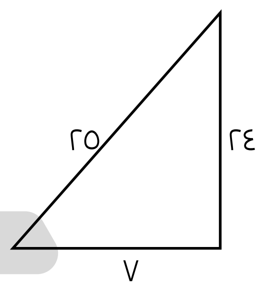
$\sqrt{4^2 + 3^2}$



س = $\sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = ٦

$\sqrt{10^2 - 8^2}$

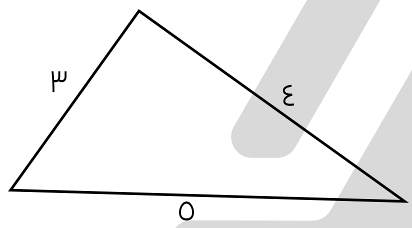
تذكر عكس نظرية فيثاغورث ، أثبت أن المثلث قائم:



$٢٥^٢ = ٦٢٥$

$٢٤^٢ + ٧^٢ = ٦٢٥$

∴ المثلث قائم



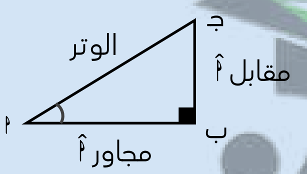
$٥^٢ = ٢٥$

$٤^٢ + ٣^٢ = ٢٥$

∴ المثلث قائم

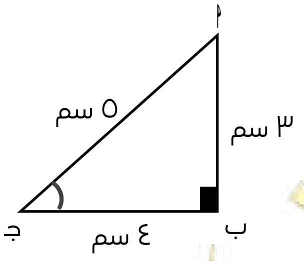
جيب الزاوية

جا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ج}}$



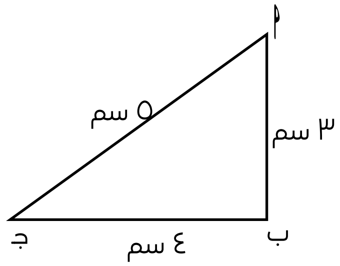
أوجد جا ($\hat{\text{ج}}$)

جا ج = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ج}} = \frac{٣}{٥}$



صفوة معلمي الكويت

مثال ١ : أثبت أن المثلث أ ب ج قائم الزاوية في بَ ثم أوجد جا أ ، جا ج



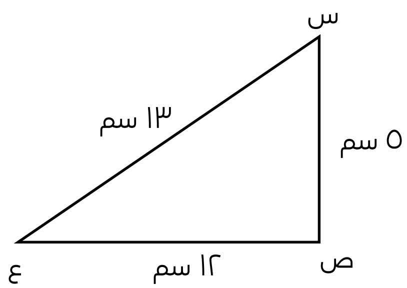
(أ ج)^2 = ٥^2 = ٢٥

(أ ب)^2 + (ب ج)^2 = ٣^2 + ٤^2 = ٢٥

∴ المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب " عكس نظرية فيثاغورث"

جا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ب ج}}{\text{أ ج}}$ = $\frac{٤}{٥}$ ، جا ج = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ ج}}$ = $\frac{٣}{٥}$

حاول أن تحل ١ : أثبت أن المثلث س ص ع قائم الزاوية في صَ ثم أوجد : جا س ، جا ع



(س ع)^2 = ١٣^2 = ١٦٩

(س ص)^2 + (ع ص)^2 = ٥^2 + ١٢^2 = ١٦٩

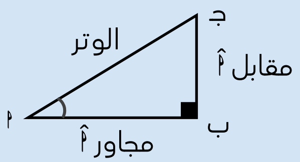
∴ المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص "عكس نظرية فيثاغورث"

جا س = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ص ع}}{\text{س ع}}$ = $\frac{١٢}{١٣}$

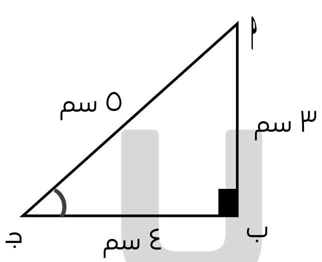
جاع = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{س ص}}{\text{س ع}}$ = $\frac{٥}{١٣}$

جيب تمام الزاوية

جتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ ج}}$

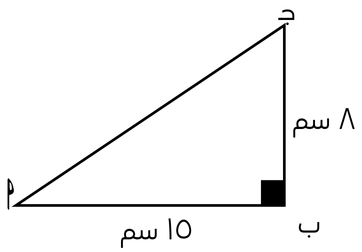


أوجد جتا (جَ)



جتا(ج) = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ج ب}}{\text{أ ج}}$ = $\frac{٤}{٥}$

مثال ٢ : Δ ﺃ ب جـ مثلثا قائما في بَ ، أوجد: (ﺃ جـ) ، جاﺃ ، جتا ﺃ ، جا جـ ، جتا جـ .



$\sqrt{15^2 + 8^2}$

ﺃ جـ = $\sqrt{١٥^٢ + ٨^٢}$ = ١٧سم   نظرية فيثاغورث

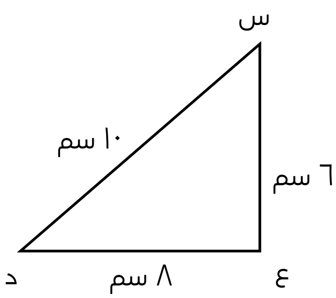
جا ﺃ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٧}$

جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{١٥}{١٧}$

جتا ﺃ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{١٥}{١٧}$

جتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٧}$

حاول أن تحل٢ : أثبت أن المثلث س ع د قائم الزاوية في ع ثم أوجد: جا س ، جتا س ، جا د ، جتا د



(س د)^٢ = ١٠^٢ = ١٠٠

(س ع)^٢ + (ع د)^٢ = ٦^٢+٨^٢ = ١٠٠

بالتالي المثلث س ع د قائم الزاوية في ع "حسب عكس فيثاغورث"

جا (س) = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

جا (د) = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

جتا (س) = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

جتا (د) = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

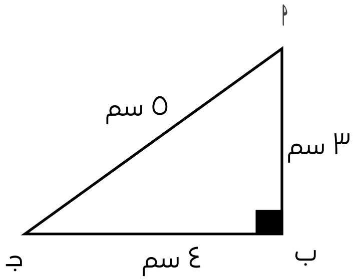
مقلوب الجيب وجيب التمام:

مقلوب جا أ هو $\frac{\text{١}}{\text{جا أ}}$ ويسمى قاطع تمام الزاوية أ ويرمز له بـ (قتا أ) $\qquad$ قتا أ = $\frac{\text{١}}{\text{جا أ}}$: جا أ ≠ ٠

مقلوب جتا أ هو $\frac{\text{١}}{\text{جتا أ}}$ ويسمى قاطع الزاوية أ ويرمز له بـ (قا أ) $\qquad$ قا أ = $\frac{\text{١}}{\text{جتا أ}}$: جتا أ ≠ ٠

قتا أ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ ، قا أ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ ، قا أ × جتا أ = ١ ، قتا أ × جا أ = ١

مثال ٣: في الشكل أوجد: جا جـ ، جتا جـ ، قا جـ ، قتا جـ



جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{٣}}{\text{٥}}$

جتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{٤}}{\text{٥}}$

قا جـ = $\frac{\text{١}}{\text{جتا جـ}}$ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{\text{٥}}{\text{٤}}$

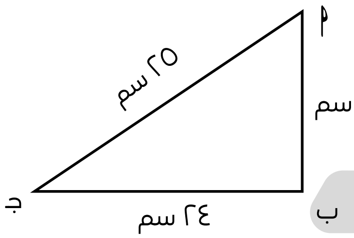
قتا جـ = $\frac{\text{١}}{\text{جا جـ}}$ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ = $\frac{\text{٥}}{\text{٣}}$

حاول أن تحل ٣ : أ ب جـ مثلث فيه:

أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، أ جـ = ٢٥ سم

أثبت أن المثلث قائم الزاوية

ثم أوجد: جا أ ، جتا أ ، قا أ ، قتا أ ، جا جـ ، جتا جـ ، قا جـ ، قتا جـ



(أ جـ)^2 = ٢٥^2 = ٦٢٥

(أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٧^2 + ٢٤^2 = ٦٢٥

∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية "عكس نظرية فيثاغورث"

جا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{٢٤}}{\text{٢٥}}$

جتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{٧}}{\text{٢٥}}$

قا أ = $\frac{\text{١}}{\text{جتا أ}}$ = $\frac{\text{٢٥}}{\text{٧}}$

قتا أ = $\frac{\text{١}}{\text{جا أ}}$ = $\frac{\text{٢٥}}{\text{٢٤}}$

جا جـ = $\frac{\text{٧}}{\text{٢٥}}$

جتا جـ = $\frac{\text{٢٤}}{\text{٢٥}}$

قا جـ = $\frac{\text{١}}{\text{جتا جـ}}$ = $\frac{\text{٢٥}}{\text{٢٤}}$

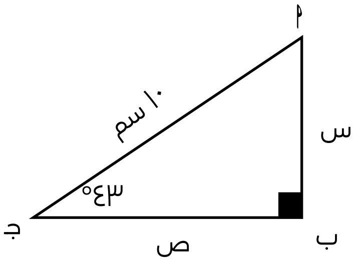
قتا جـ = $\frac{\text{١}}{\text{جا جـ}}$ = $\frac{\text{٢٥}}{\text{٧}}$

صفوة معلمي الكويت

استخدام الآلة الحاسبة:

مثال٤ ، حاول أن تحل ٤ :

- في الشكل المجاور ، أوجد س ، ص



$\text{جا } 43^\circ = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \Leftarrow \dfrac{\text{جا } 43^\circ}{1} = \dfrac{\text{س}}{10}$

$\dfrac{10 \times \sin(43)}{1}$

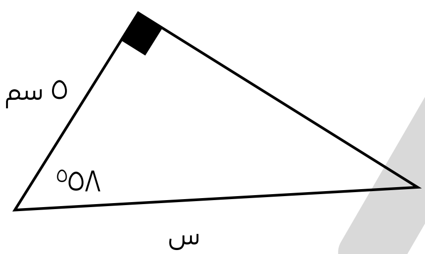
$\text{س} = \dfrac{10 \times \text{جا } 43^\circ}{1} \approx 6.8 \text{ سم}$

$\text{جتا } 43^\circ = \dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \Leftarrow \dfrac{\text{جتا } 43^\circ}{1} = \dfrac{\text{ص}}{10}$

$\dfrac{10 \times \cos(43)}{1}$

$\text{ص} = \dfrac{10 \times \text{جتا } 43^\circ}{1} \approx 7.3 \text{ سم}$

- أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة

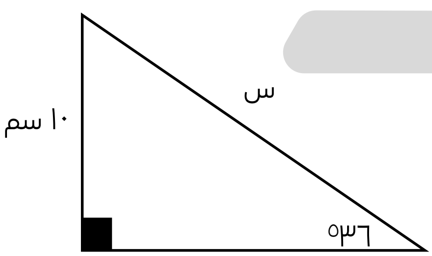


$\text{جتا } 58^\circ = \dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \Leftarrow \dfrac{\text{جتا } 58^\circ}{1} = \dfrac{5}{\text{س}}$

$\dfrac{1 \times 5}{\cos(58)}$

$\text{س} = \dfrac{1 \times 5}{\text{جتا } 58^\circ} \approx 9.4 \text{ سم}$

- أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة في كل مما يلي:

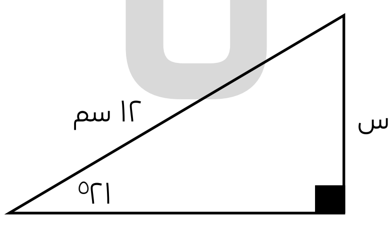


$\text{جا } 36^\circ = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \Leftarrow \dfrac{\text{جا } 36^\circ}{1} = \dfrac{10}{\text{س}}$

$\dfrac{1 \times 10}{\sin(36)}$

$\text{س} = \dfrac{1 \times 10}{\text{جا } 36^\circ} \approx 17 \text{سم}$

- أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة في كل مما يلي:



$\text{جا } 21^\circ = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \Leftarrow \dfrac{\text{جا } 21^\circ}{1} = \dfrac{\text{س}}{12}$

$\dfrac{12 \times \sin(21)}{1}$

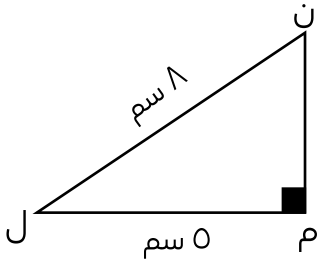
$\text{س} = \dfrac{12 \times \text{جا } 21^\circ}{1} \approx 4.3 \text{ سم}$

صفوة معلمي الكويت

إيجاد قياس زاوية عُلم جيبها أو جيب تمامها

مثال ٦ ، حاول أن تحل ٦ :

في الشكل المقابل، احسب ق ($\hat{ل}$) لأقرب درجة.



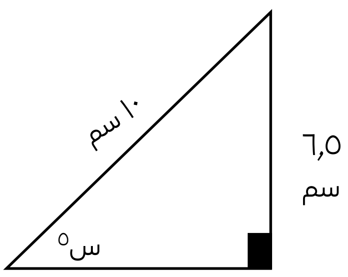
$$جتا \hat{ل} = \frac{المجاور}{الوتر}$$

$$جتا \hat{ل} = \frac{٥}{٨} \Leftarrow ق(\hat{ل}) \approx ٥١,٣٢^\circ$$

$shift \cos\left(\frac{5}{8}\right)$

$$\Leftarrow ق(\hat{ل}) \approx ٥١^\circ$$

في الشكل المقابل ، احسب قيمة (س) لأقرب درجة.



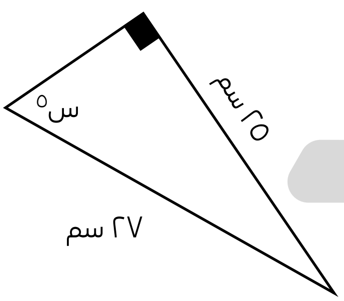
$$جا س^\circ = \frac{المقابل}{الوتر}$$

$$جا س^\circ = \frac{٦,٥}{١٠} \Leftarrow س^\circ \approx ٤٠,٥٤^\circ$$

$shift \sin\left(\frac{6.5}{10}\right)$

$$\Leftarrow س^\circ \approx ٤١^\circ$$

في الشكل المقابل ، احسب قيمة (س) لأقرب درجة.



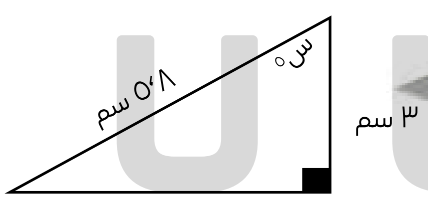
$$جا س^\circ = \frac{المقابل}{الوتر}$$

$$جا س^\circ = \frac{٢٥}{٢٧} \Leftarrow س^\circ \approx ٦٧,٨٠٨٣^\circ$$

$shift \sin\left(\frac{25}{27}\right)$

$$\Leftarrow س^\circ \approx ٦٨^\circ$$

في الشكل المقابل ، احسب قيمة (س) لأقرب درجة.



$$جتا س^\circ = \frac{المجاور}{الوتر}$$

$$جتا س^\circ = \frac{٣}{٥,٨} \Leftarrow س \approx ٥٨,٨٥٢$$

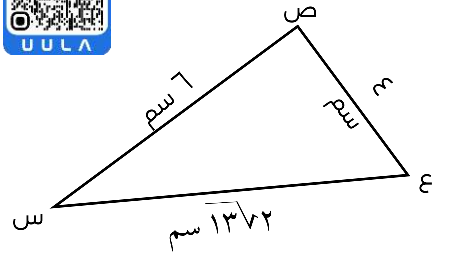
$shift \cos\left(\frac{3}{5.8}\right)$

$$\Leftarrow س^\circ \approx ٥٩^\circ$$

© جميع الحقوق محفوظة

من كراسة التمارين:

تمرين ٤ : أثبت أن المثلث Δ س ص ع قائم في $\widehat{\text{ص}}$ ، ثم أوجد:
جاس ، جتاس ، قاس ، قتاس



$(\text{س ع})^2 = (٢\sqrt{١٣})^2 = ٥٢$

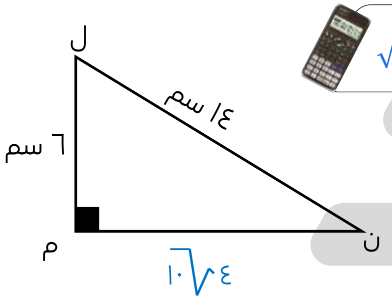
$(\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2 = ٦^2 + ٤^2 = ٥٢$

∴ المثلث قائم الزاوية في $\widehat{\text{ص}}$ "عكس نظرية فيثاغورث"

$\text{جا س} = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \dfrac{٤}{٢\sqrt{١٣}} = \dfrac{٢\sqrt{١٣}}{١٣}$ بالتالي $\text{قتا س} = \dfrac{١}{\text{جا س}} = \dfrac{١٣}{٢\sqrt{١٣}} = \dfrac{\sqrt{١٣}}{٢}$

$\text{جتا س} = \dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \dfrac{٦}{٢\sqrt{١٣}} = \dfrac{٣\sqrt{١٣}}{١٣}$ بالتالي $\text{قا س} = \dfrac{١}{\text{جتا س}} = \dfrac{١٣}{٣\sqrt{١٣}} = \dfrac{\sqrt{١٣}}{٣}$

تمرين ٥ : Δ ل م ن مثلثا قائما في $\hat{\text{م}}$ ، أوجد: (م ن) جا ن ، جتا ن ، جا ل .



$\text{م ن} = \sqrt{١٤^2 - ٦^2} = ٤\sqrt{١٠}$ سم   نظرية فيثاغورث $\sqrt{14^2 - 6^2}$

$\text{جا ن} = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \dfrac{٦}{١٤} = \dfrac{٣}{٧}$

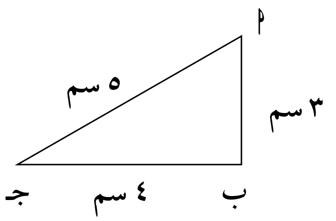
$\text{جتا ن} = \dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \dfrac{٤\sqrt{١٠}}{١٤} = \dfrac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$

$\text{جا ل} = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \dfrac{٤\sqrt{١٠}}{١٤} = \dfrac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$

$\text{جتا ل} = \dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \dfrac{٦}{١٤} = \dfrac{٣}{٧}$

© جميع الحقوق محفوظة

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.



١. في المثلث المجاور جا جـ = $\frac{٤}{٥}$ (أ) (ب)

٢. في المثلث المجاور جا أ = $\frac{٣}{٥}$ (أ) (ب)

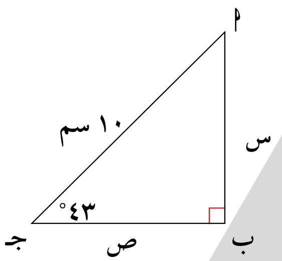
٣. في المثلث المجاور جتا أ = $\frac{٣}{٥}$ (أ) (ب)

٤. في المثلث المجاور جتا جـ = $\frac{٤}{٥}$ (أ) (ب)

٥. في المثلث المجاور قا أ = $\frac{٥}{٣}$ (أ) (ب)

٦. في الشكل المجاور س ≈ ٢,٨ سم (أ) (ب)

٧. في الشكل المجاور ص ≈ ٧,٣ سم (أ) (ب)



ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

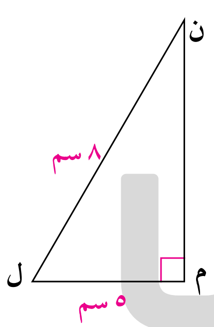
٨. في المثلث أ ب جـ القائم في $\widehat{جـ}$ ، قا أ x جتا أ = قتا أ x جا أ =

(أ) (-١) (ب) (٠) (جـ) (١) (د) جا أ

٩. في الشكل المجاور ق $(\widehat{ل})$ ≈

(أ) ٦٦° (ب) ٧٠°

(جـ) ٤٠° (د) ٥١°



السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	
الإجابة	ب	ب	أ	أ	أ	ب	أ	جـ	د	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

٢-٣ ظل الزاوية ومقلوبه

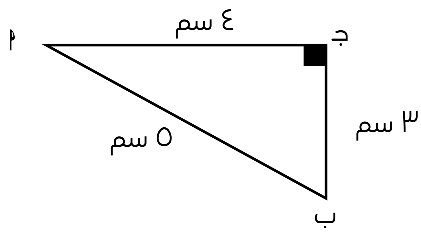
ظل الزاوية $\text{ظا أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

ظل تمام الزاوية $\text{ظتا أ} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

$\text{ظا أ} \times \text{ظتا أ} = ١$

$\text{ظتا أ} = \frac{١}{\text{ظا أ}} \ : \ \text{ظا أ} \neq ١$

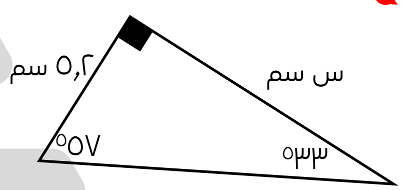
مثال ١ : في الشكل المقابل أوجد ظا أ، ظا ب



$\text{ظا أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٣}{٤}$

$\text{ظا ب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٤}{٣}$

حاول أن تحل ٢ : في كل مما يلي أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة:

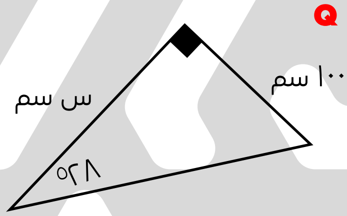


$\text{ظا } ٣٣° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$\frac{\text{ظا } ٣٣°}{١} = \frac{٢,٥}{\text{س}}$

$\Leftarrow \text{س} = \frac{١ \times ٢,٥}{\text{ظا } ٣٣°} \approx ٣,٨$

$\frac{1 \times 2.5}{\tan(33)}$

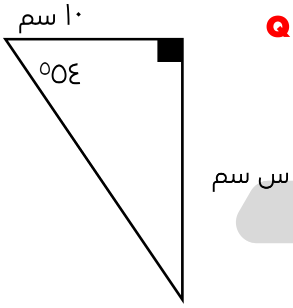


$\text{ظا } ٢٨° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$\frac{\text{ظا } ٢٨°}{١} = \frac{١٠٠}{\text{س}}$

$\Leftarrow \text{س} = \frac{١ \times ١٠٠}{\text{ظا } ٢٨°} \approx ١٨٨,١$

$\frac{1 \times 100}{\tan(28)}$



$\text{ظا } ٥٤° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$\frac{\text{ظا } ٥٤°}{١} = \frac{\text{س}}{١٠}$

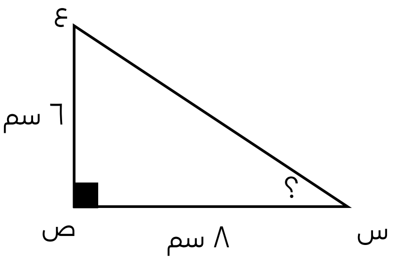
$\Leftarrow \text{س} = \frac{١٠ \times \text{ظا } ٥٤°}{١} \approx ١٣,٨$

$\frac{10 \times \tan(54)}{1}$

صفوة معلمي الكويت

إيجاد قياس زاوية عُلم ظلها:

مثال٤: في الشكل المقابل، أوجد ق(س^)



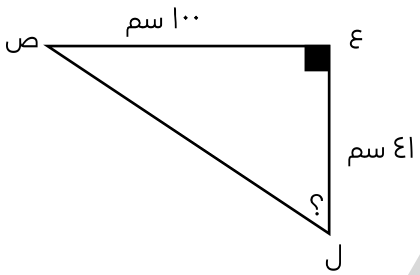
ظا س = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{٦}{٨}$ ⇐ ق (س^) =٣٦,٨٧°

$shift \tan\left(\frac{6}{8}\right)$

حاول أن تحل ٣ : أوجد ق(س^) حيث ظا س = ٠,٥

$shift \tan(0.5) \approx 26.565°$

حاول أن تحل ٤ : في الشكل المقابل، أوجد ق(ل^) لأقرب درجة



ظا ل^ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{١٠٠}{٤١}$ ⇐

ق (ل^) = ٦٧,٧° ≈ ٦٨°

$shift \tan\left(\frac{100}{41}\right)$

إذا كان المستقيم ل: ص = م س + ب

يصنع زاوية **θ** مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن ظا **θ** = ميل المستقيم (م)

مثال ٥ : احسب قياس الزاوية الحادة θ^ الموجبة التي يصنعها المستقيم (ص = ٣س + ٢) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

ميل المستقيم = ٣ ⇐ ظا θ = ٣ ⇐

θ ≈ ٧١,٥٦٥° ≈ ٥٤,١٨″ ٣٣′ ٧١°

$shift \tan(3) \approx 71.565°$

حاول أن تحل٥: احسب قياس الزاوية الحادة θ^ الموجبة التي يصنعها المستقيم (ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٦) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

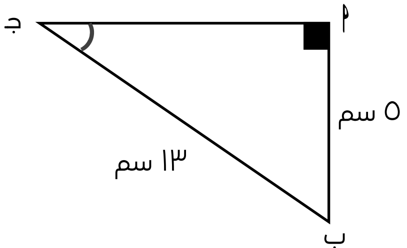
ميل المستقيم = $\frac{١}{٤}$ ⇐ ظا θ = $\frac{١}{٤}$ ⇐

θ ≈ ١٤,٠٣٦° ≈ ١٠,٤٨″ ٢′ ١٤°

$shift \tan\left(\frac{1}{4}\right) \approx 14.036°$

© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

مثال ٦ : في الشكل المقابل أوجد: ظا جـ ، ظتا جـ

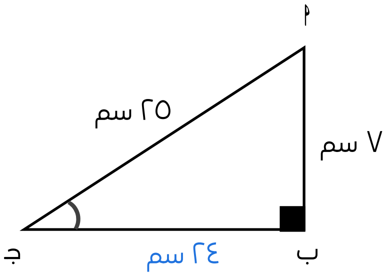


(ب جـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ جـ)^2

أ جـ = $\sqrt{١٣^2 + ٥^2}$ = ١٢ "حسب نظرية فيثاغورث"

ظا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٥}{١٢}$ ظتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{١٢}{٥}$

حاول أن تحل ٦ : أ ب جـ مثلث قائم في الزاوية ب وفيه : أ ب = ٧ سم , أ جـ = ٢٥ سم
أوجد ب جـ ، ثم أوجد:ظا جـ ، ظتا جـ



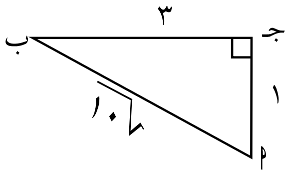
(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 "حسب نظرية فيثاغورث"

ب جـ = $\sqrt{٢٥^2 - ٧^2}$ = ٢٤

ظا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٧}{٢٤}$ ظتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{٢٤}{٧}$

ملاحظة: مثال٧ وحاول أن تحل٧ (معلق)

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.



١. في المثلث المجاور ظا م = $\frac{١}{٣}$ (أ) (ب)

٢. في المثلث المجاور ظتا م = $\frac{١}{٣}$ (أ) (ب)

٣. في المثلث المجاور ظا ب = $\frac{١}{٣}$ (أ) (ب)

٤. في المثلث المجاور ظتا ب = $\frac{١}{٣}$ (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٥. قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم ص + س = ٦ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هي

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٦٠° (د) ١٣٥°

٦. ظا س × ظتا س =

(أ) -١ (ب) ١ (ج) صفر (د) ٢

٧. ميل المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° يساوي:

(أ) -١ (ب) ١ (ج) صفر (د) ٠,٥

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	
الإجابة	ب	أ	أ	ب	د	ب	ب	

تــدرب وتـفـوق
جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

صفوة معلمي الكويت

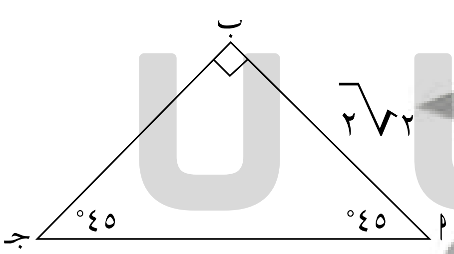
٢-٤ النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

الزوايا الخاصة

الزاوية هـ		جاهـ	جتاهـ	ظاهـ
القياس الستيني	القياس الدائري			
٠°	٠د	٠	١	٠
٣٠°	$\frac{\pi}{٦}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٣}$
٤٥°	$\frac{\pi}{٤}$	$\frac{\sqrt{٢}}{٢}$	$\frac{\sqrt{٢}}{٢}$	١
٦٠°	$\frac{\pi}{٣}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\sqrt{٣}$
٩٠°	$\frac{\pi}{٢}$	١	٠	غير معرّف
١٨٠°	π	٠	−١	٠
٢٧٠°	$\frac{٣\pi}{٢}$	−١	٠	غير معرّف
٣٦٠°	٢π	٠	١	٠

مثال ١ :

Q في المثلث المرسوم، أوجد طول الوتر $\overline{أجـ}$

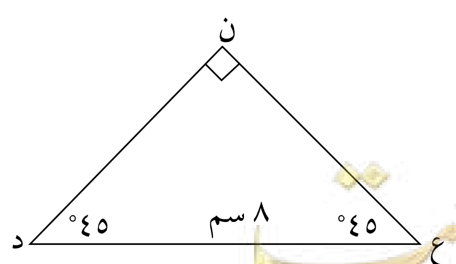


جا ٤٥° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ⇐ $\frac{\text{جا ٤٥°}}{١} = \frac{٢\sqrt{٢}}{\text{أ جـ}}$

أ جـ = $\frac{١ \times ٢\sqrt{٢}}{\text{جا ٤٥°}}$ = ٤ سم

$$\frac{1 \times 2\sqrt{2}}{\sin(45)}$$

Q في المثلث المرسوم، أوجد طول الضلع $\overline{ع ن}$



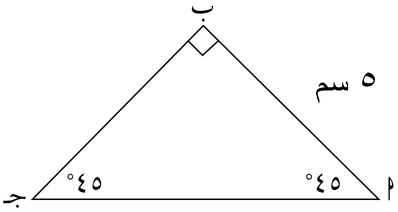
جتا ٤٥° = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ⇐ $\frac{\text{جتا ٤٥°}}{١} = \frac{\text{ع ن}}{٨}$

ع ن = $\frac{٨ \times \text{جتا ٤٥°}}{١}$ = $٤\sqrt{٢}$ سم

$$\frac{8 \times \cos(45)}{1}$$

UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

حاول أن تحل ١: أ ب جـ مثلث ٤٥°، ٤٥°، ٩٠°.
أوجد طول الوتر إذا كان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة = ٥ سم



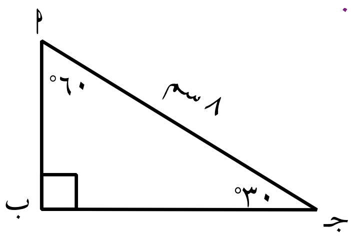
$\text{جتا } ٤٥° = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\text{جتا } ٤٥°}{١} = \frac{٥}{\text{أ جـ}}$

$\text{أ جـ} = \frac{٥ \times ١}{\text{جتا } ٤٥°} = ٥\sqrt{٢} \text{ سم}$

$\frac{5 \times 1}{\cos(45)}$

مثال ٢: أ ب جـ مثلث ثلاثيني ستيني
الوتر = ٨ سم. أوجد: (أ ب)، (ب جـ)



$\text{جا } ٣٠° = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\text{جا } ٣٠°}{١} = \frac{\text{أ ب}}{٨}$

$\text{أ ب} = \frac{٨ \times \text{جا } ٣٠°}{١} = ٤\text{سم}$

$\frac{8 \times \sin(30)}{1}$

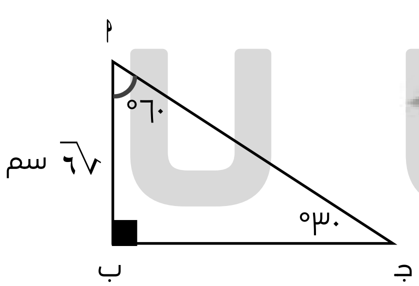
$\text{جتا } ٣٠° = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\text{جتا } ٣٠°}{١} = \frac{\text{ب جـ}}{٨}$

$\text{ب جـ} = \frac{٨ \times \text{جتا } ٣٠°}{١} = ٤\sqrt{٣} \text{ سم}$

$\frac{8 \times \cos(30)}{1}$

حاول أن تحل ٢: في مثلث ثلاثيني ستيني ، طول الضلع الأصغر $\sqrt{٦}$ سم، أوجد طولي الضلعين الآخرين.



$\text{جتا } ٦٠° = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \Leftarrow \frac{\text{جتا } ٦٠°}{١} = \frac{\sqrt{٦}}{\text{أ جـ}} \Leftarrow$

$\text{أ جـ} = \frac{١ \times \sqrt{٦}}{\text{جتا } ٦٠°} = ٢\sqrt{٦} \text{ سم}$

$\frac{1 \times \sqrt{6}}{\cos(60)}$

$\text{ظا } ٦٠° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

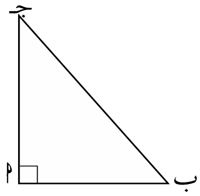
$\frac{\text{ظا } ٦٠°}{١} = \frac{\text{ب جـ}}{\sqrt{٦}} \Leftarrow \text{ب جـ} = \frac{\sqrt{٦} \times \text{ظا } ٦٠°}{١} = ٣\sqrt{٢} \text{ سم}$

$\frac{\sqrt{6} \times \tan(60)}{1}$

النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. في المثلث المقابل، جا ب = جتا جـ



(أ) (ب)

٢. يوجد مثلث أ ب جـ قائم في أ حيث جا ب = $\frac{٢٤}{١٩}$

(أ) (ب)

٣. يوجد مثلث أ ب جـ قائم في أ حيث ظا ب = $\frac{٤٥}{٢٦}$

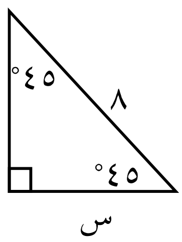
(أ) (ب)

٤. جتا ٩٠° جتا ١٨٠° + جا ٢٧٠° ظا ٤٥° = −١

(أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

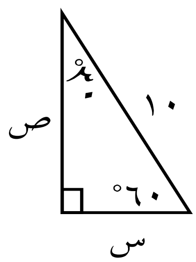
٥. في المثلث المجاور قيمة س ≈



(أ) ١,٧ (ب) ٤,٧

(ج) ٥,٧ (د) ٧,٧

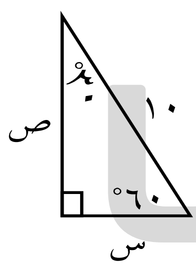
٦. في المثلث المجاور قيمة س =



(أ) ٥ (ب) $٥\sqrt{٣}$

(ج) ٢٠ (د) ١٠

٧. في المثلث المجاور قيمة ص =



(أ) ٥ (ب) $٥\sqrt{٣}$

(ج) ٢٠ (د) ١٠

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	
الإجابة	أ	ب	أ	أ	ج	أ	ب	

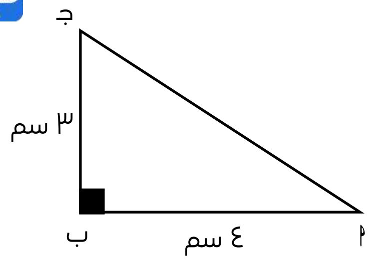
تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

صفوة معلمي الكويت

٢-٥ حل المثلث قائم الزاوية

مثال ١ : حل المثلث ٫ ب جـ القائم في $\widehat{ب}$: ٫ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٣ سم



(٫ جـ)^2 = (٫ ب)^2 + (ب جـ)^2 "حسب نظرية فيثاغورث"

٫ جـ = $\sqrt{٤^2 + ٣^2}$ = ٥ سم

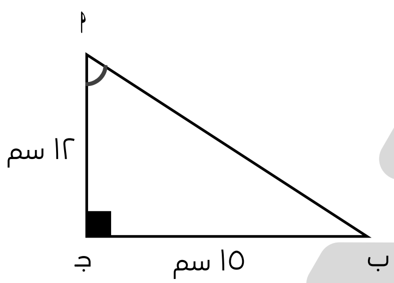
ظا ٫ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٣}{٤}$

$shift \tan\left(\frac{3}{4}\right)$

⇐ ق ($\hat{٫}$) ≈ ٣٦٫٨٧° ≈ ٣٧°

ق ($\widehat{جـ}$) ≈ ١٨٠° − (٩٠° + ٣٧°) ≈ ٥٣°

حاول أن تحل ١ : حل المثلث ٫ ب جـ القائم في $\widehat{جـ}$: ب جـ = ١٥ سم ، ٫ جـ = ١٢ سم



(٫ ب)^2 = (٫ جـ)^2 + (ب جـ)^2 "حسب نظرية فيثاغورث"

٫ ب = $\sqrt{١٥^2 + ١٢^2} = ٣\sqrt{٤١}$ ≈ ١٩٫٢سم

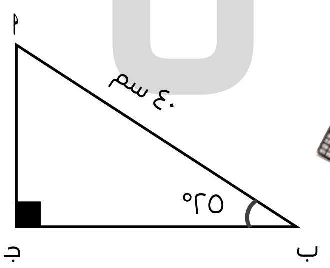
ظا ٫ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{١٥}{١٢}$

$shift \tan\left(\frac{15}{12}\right)$

⇐ ق ($\hat{٫}$) ≈ ٥١٫٣٤° ≈ ٥١°

ق ($\widehat{ب}$) ≈ ١٨٠° − (٩٠° + ٥١°) ≈ ٣٩°

مثال ٢ : حل المثلث ٫ ب جـ القائم في $\widehat{جـ}$: ٫ ب = ٤٠ سم ، ق ($\widehat{ب}$) = ٢٥ °



ق ($\hat{٫}$) = ١٨٠° − (٩٠° + ٢٥°) = ٦٥° " مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠° "

جا ٢٥° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\text{جا } ٢٥°}{١} = \frac{٫ جـ}{٤٠}$ ⇐ ٫ جـ = $\frac{٤٠ \times \text{جا}٢٥°}{1}$ ≈ ١٦٫٩ سم

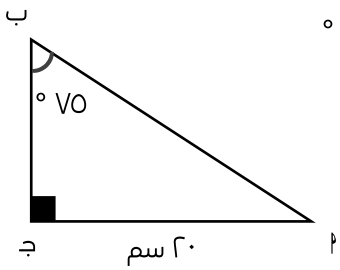
$\frac{40 \times \sin(25)}{1}$

جتا ٢٥° = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\text{جتا } ٢٥°}{١} = \frac{ب جـ}{٤٠}$ ⇐ ب جـ = $\frac{٤٠ \times \text{جتا}٢٥°}{1}$ ≈ ٣٦٫٢٥ سم

$\frac{40 \times \cos(25)}{1}$

صفوة معلمي الكويت



حاول أن تحل ٢ : حل المثلث ﺍ ب ﺟ القائم في ﺟ : ﺍ ﺟ = ٢٠ سم ، ق (ب) = ٧٥ °

ق (ﺍ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٧٥°) = ١٥° " مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠° "

جا ٧٥° = المقابل / الوتر

جا ٧٥° / ١ = ٢٠ / ﺍ ب ⇐ ﺍ ب = ٢٠×١ / جا ٧٥° ≈ ٢٠,٧ سم

$\frac{1 \times 20}{\sin(75)}$

ظا ٧٥° = المقابل / المجاور

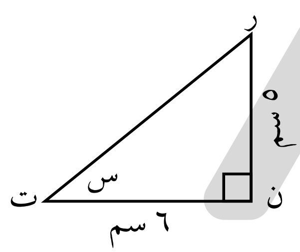
ظا ٧٥° / ١ = ٢٠ / ب ﺟ ⇐ ب ﺟ = ٢٠×١ / ظا ٧٥° ≈ ٥,٤ سم

$\frac{1 \times 20}{\tan(75)}$

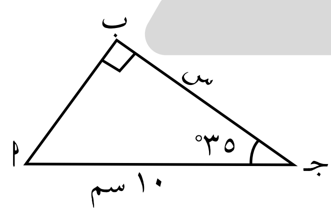
حل المثلث قائم الزاوية - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. قيمة س في الشكل المجاور تقريباً ٢٠ً ٤٨َ ٣٩° (أ) (ب)

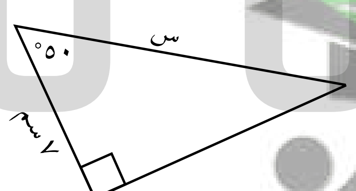


٢. قيمة س في الشكل المجاور تقريباً ٥ سم (أ) (ب)



ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٣. قيمة س في الشكل المجاور تقريباً:



(أ) ٥,٦ سم (ب) ٦,٨ سم

(ج) ٧ سم (د) ١٠,٩ سم

السؤال	١	٢	٣
الإجابة	أ	ب	د

تـــدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

© جميع الحقوق محفوظة

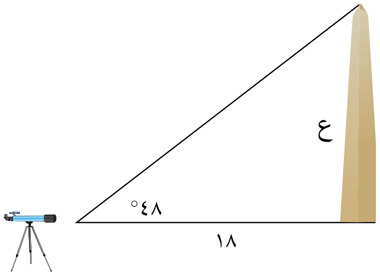
٢-٦ زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض

مثال ١: لقياس طول إحدى المسلات قام مرشد سياحي برصد قمة المسلة من خلال جهاز الرصد، فوجد أن قياس زاوية الارتفاع ٤٨ °، إذا كان جهاز الرصد يبعد مسافة ١٨ متر عن قاعدة المسلة ، احسب ارتفاع المسلة.

ظا ٤٨° = المقابل / المجاور

ظا ٤٨° / ١ = ع / ١٨ ⇐ ع = (١٨ × ظا ٤٨°) / ١ ≈ ٢٠ م

$\frac{18 \times \tan(48)}{1}$



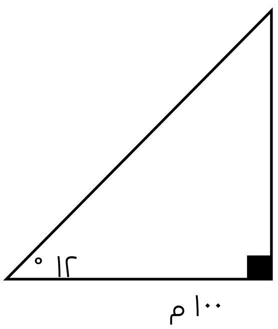
ارتفاع المسلة: ٢٠ متر تقريباً

حاول أن تحل ١: من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ متر عن قاعدة مئذنة ،وجد أن قياس زاوية الارتفاع ١٢° أوجد ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض.

ظا ١٢° = المقابل / المجاور

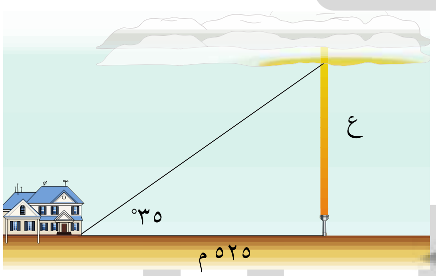
ظا ١٢° / ١ = ع / ١٠٠ ⇐ ع = (١٠٠ × ظا ١٢°) / ١ ≈ ٢١,٣ م

$\frac{100 \times \tan(12)}{1}$



ارتفاع المئذنة: ٢١,٣ متر تقريباً

مثال ٢: لمعرفة ارتفاع طبقة من الغيوم عن سطح الأرض يستخدم علماء الفلك قياس زاوية الارتفاع في اللحظة التي يصل فيها البرق إلى الأرض. في الشكل المجاور أوجد قيمة التقريبية لإرتفاع طبقة الغيوم عن سطح الأرض



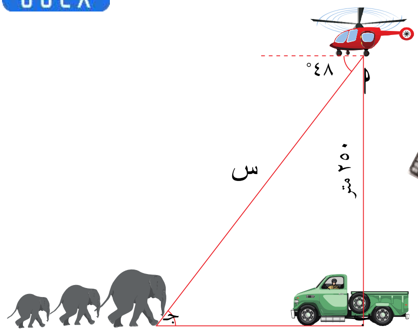
ظا ٣٥° = المقابل / المجاور

ظا ٣٥° / ١ = ع / ٥٢٥ ⇐ ع = (٥٢٥ × ظا ٣٥°) / ١ ≈ ٣٦٧,٦ م

$\frac{525 \times \tan(35)}{1}$

صفوة معلمي الكويت

مثال ٣: تحلق مروحية فوق محمية على ارتفاع ٢٥٠ متراً و تواكبها على الأرض سيارة حرس المحمية ، تم رصد قطيع من الفيلة بزاوية انخفاض ٤٨ °، ما المسافة بين المروحية والقطيع علماً بأن السيارة مباشرة تحت المروحية؟



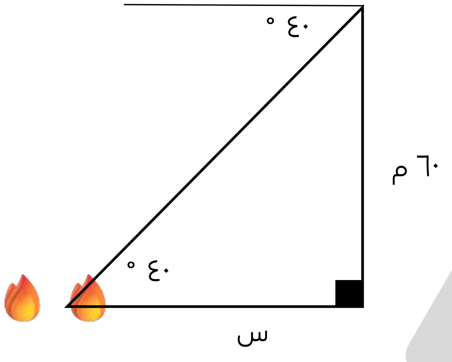
جا ٤٨° = المقابل / الوتر

جا ٤٨° / ١ = ٢٥٠ / س ⇐ س = ١ × ٢٥٠ / جا ٤٨° ≈ ٣٣٦

$\frac{1 \times 250}{\sin(48)}$

المسافة بين المروحية والقطيع هي: ٣٣٦ متر تقريباً

حاول أن تحل ٢: يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ متراً ، شاهد حريق بزاوية انخفاض ٤٠ °، ما المسافة بين قاعدة البرج وموقع الحريق؟



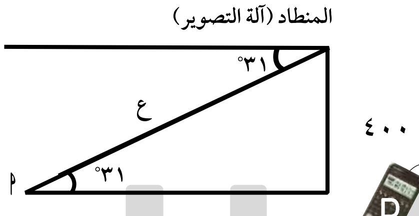
ظا ٤٠° = المقابل / المجاور

ظا ٤٠° / ١ = ٦٠ / س ⇐ س = ١ × ٦٠ / ظا ٤٠° ≈ ٧١,٥

$\frac{1 \times 60}{\tan(40)}$

المسافة بين قاعدة البرج وموقع الحريق هي: ٧١,٥ متراً تقريباً

حاول أن تحل ٣: زوّد منطاد بهوائي تلفزيون لنقل مباراة كرة القدم حيث تراقب آلة التصوير الملعب عند النقطة بزاوية انخفاض ٣١° ، إذا كان ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض هو ٤٠٠ متر.
ما طول خط الضوء المرسل من آلة التصوير إلى الملعب؟



جا ٣١° = المقابل / الوتر

جا ٣١° / ١ = ٤٠٠ / ع ⇐ ع = ١ × ٤٠٠ / جا ٣١° ≈ ٧٧٦,٦

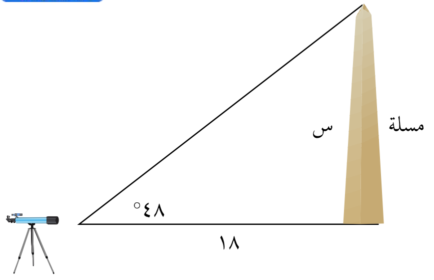
$\frac{1 \times 400}{\sin(31)}$

إذاً: طول خط الضوء يساوي تقريباً ٧٧٦,٦ متراً

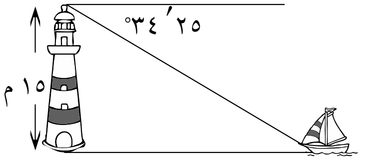
زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. في الشكل المقابل طول المسلة يساوي ٢٠ متر تقريباً (أ) (ب)



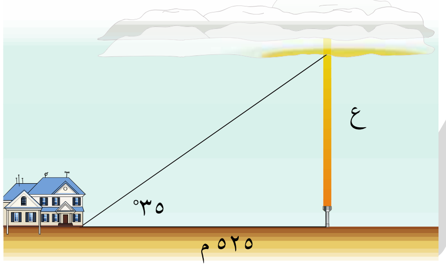
٢. تم رصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ متراً بزاوية انخفاض ٢٥ َ ٣٤ ْ . فإن البعد بين القارب وقاعدة الفنار تساوي تقريباً ٤٤ متراً (أ) (ب)



ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

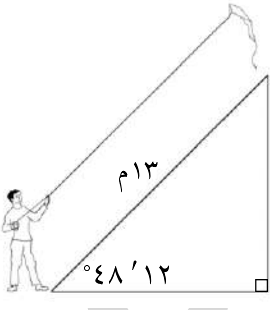
٣. في الشكل المقابل ارتفاع الغيمة عن سطح الأرض يساوي تقريباً

(أ) ١٣٠ متراً (ب) ٢٠٠ متراً
(ج) ٣٦٨ متراً (د) ١٢٠٠ متراً



٤. في الشكل المقابل طائرة ورقية مربوطة بخيط مشدود طوله ١٣م بزاوية ارتفاع ١٢ َ ٤٨ ْ فإن ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض يساوي تقريباً

(أ) ١٠ متراً (ب) ٢٠ متراً
(ج) ٣٠ متراً (د) ٤٠ متراً



السؤال	١	٢	٣	٤	
الإجابة	أ	ب	ج	أ	

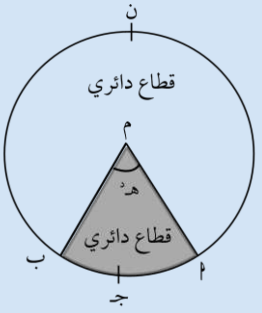
تــدرب وتــفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

© جميع الحقوق محفوظة

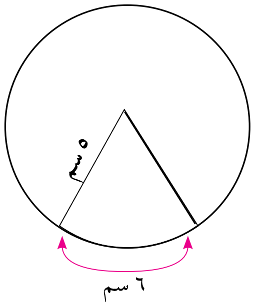
٢-٧ القطاع الدائري والقطعة الدائرية

مساحة القطاع الدائري



مساحة القطاع الدائري $= \frac{١}{٢}$ ل نق

مثال ١: أوجد مساحة ومحيط القطاع الأصغر في الشكل المقابل :



مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ ل نق $= \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٥ = ١٥$ سم^٢

محيط القطاع = نق + نق + ل $= ٥ + ٥ + ٦ = ١٦$ سم

حاول أن تحل ١: أوجد مساحة ومحيط القطاع الدائري حيث نق = ١٠ سم ، وطول قوسه ٤ سم

مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ ل نق $= \frac{١}{٢} \times ٤ \times ١٠ = ٢٠$ سم^٢

محيط القطاع = نق + نق + ل $= ١٠ + ١٠ + ٤ = ٢٤$ سم

تمرين ١ : قطاع دائري طول قوسه ١٣,٦ سم ، وطول قطر دائرته ١٦ سم ، أوجد مساحته.

مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ ل نق $= \frac{١}{٢} \times ١٣,٦ \times ٨ = ٥٤,٤$ سم^٢

تمرين ٤ : قطاع دائري مساحته ٨٥ سم^٢ ، نصف قطر دائرته ١٠ سم ، احسب طول قوسه.

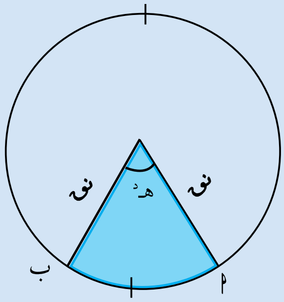
مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ ل نق

$٨٥ = \frac{١}{٢} \times$ ل $\times ١٠ \Leftarrow ٨٥ = ٥$ل $\Leftarrow$ ل $= \frac{٨٥}{٥} = ١٧$ سم

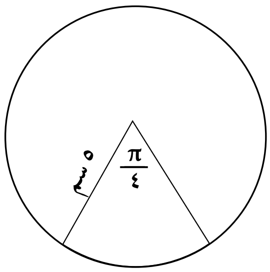
صفوة معلمي الكويت

مساحة القطاع الدائري

مساحة القطاع الدائري $= \frac{١}{٢}$ هـ^د نق^٢



مثال ٢ : أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر في الشكل المجاور:



مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ هـ^د نق^٢

$= \frac{١}{٢} \times \frac{\pi}{٤} \times ٥^٢ = \frac{٢٥\pi}{٨} \approx ٩{,}٨$ سم^٢

تمرين ٢ : قطاع دائري نق = ٢٠ سم ، وزاوية رأسه ١٠٠ ° ، أوجد مساحته

نق = ٢٠ هـ^د $= ١٠٠ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \left(\frac{٥\pi}{٩}\right)^د$

مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ هـ^د نق^٢ $= \frac{١}{٢} \times \frac{٥\pi}{٩} \times ٢٠^٢ = \frac{١٠٠٠\pi}{٩} \approx ٣٤٩{,}١$ سم^٢

أوجد مساحة قطاع دائري ، نصف قطر دائرته نق = ٩ سم ، وقياس زاوية رأسه ٣٠ °

نق = ٩سم هـ^د $= ٣٠ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{\pi}{٦}$

مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ هـ^د نق^٢ $= \frac{١}{٢} \times \frac{\pi}{٦} \times ٩^٢ = \frac{٢٧\pi}{٤}$ سم^٢

تمرين ٣ : قطاع دائري محيطة ٥٣ سم ، وطول قوسه ٦٫٢ سم . أوجد مساحته.

ل = ٦٫٢ محيط القطاع = نق + نق + ل = ٥٣

٢نق + ٦٫٢ = ٥٣

٢نق = ٥٣ − ٦٫٢

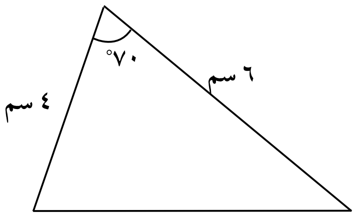
نق $= \frac{٤٦{,}٨}{٢} = ٢٣{,}٤$ سم

مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ ل نق $= \frac{١}{٢} \times ٦{,}٢ \times ٢٣{,}٤ = ٧٢{,}٥٤$ سم^٢

مساحة المثلث

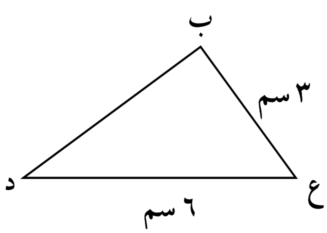
مساحة أي مثلث = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولي أي ضلعين × جيب الزاوية بينهما

مثال ٣ : أحسب مساحة المثلث المجاور



مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٦ × جا٧٠° ≈ ١١٫٣ سم²

حاول أن تحل ٢ : في المثلث المقابل إذا كانت مساحته = ٧سم²، فأوجد ق $(\hat{ع})$



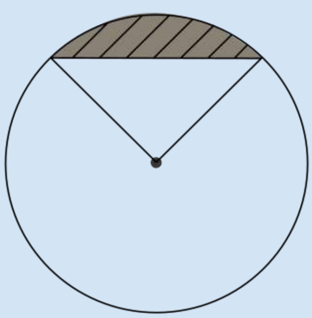
مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٦ × جاع

٧ = ٩ × جاع

جاع = $\frac{٧}{٩}$ ⇐ ق $(\hat{ع})$ ≈ ٥١٫١°

القطعة الدائرية

مساحة القطعة الدائرية



مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق² [هـ د − جاهـ د]

مثال ٤ : احسب مساحة قطعة دائرية قياس زاويتها المركزية ٦٠° ونصف قطر دائرتها ١٠ سم .

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق² (هـ د − جا هـ د)

جا هـ د = جا٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

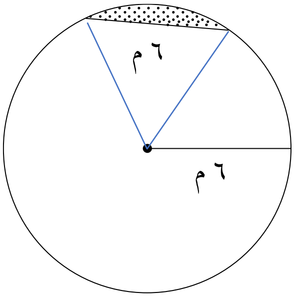
هـ د = ٦٠ × $\frac{\pi}{١٨٠}$ = $\frac{\pi}{٣}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ × ١٠² $\left(\frac{\pi}{٣} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$ ≈ ٩٫٠٦ سم²

© جميع الحقوق محفوظة

حاول أن تحل ٣ :

أ- حوض زهور دائري نصف قطره ٦ أمتار ، فيه وتر طوله ٦ أمتار ،احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى.



من خواص المثلث متطابق الأضلاع نجد أن قياس الزاوية المركزية = ٦٠ º

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢}(هـ د − جا هـ د)

جا هـ^{د} = جا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

هـ^{د} = ٦٠ × $\frac{\pi}{١٨٠}$ = $\frac{\pi}{٣}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ × ٦^{٢} $\left(\frac{\pi}{٣} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$ ≈ ٣,٢٦ م^{٢}

ب- احسب مساحة قطعة دائرية نصف قطر دائرتها ١٠ سم وقياس زاويتها المركزية ٧٠ °

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق٢ (هـ د − جا هـ د)

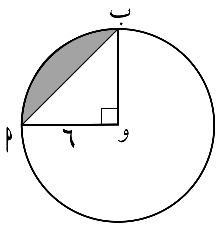
جاهـ^{د} = ٧٠° ≈ ٠,٩٣٩٧

هـ^{د} = ٧٠ × $\frac{\pi}{١٨٠}$ = $\frac{٧\pi}{١٨}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ × ١٠^{٢} $\left(\frac{٧\pi}{١٨} - ٠,٩٣٩٧\right)$ ≈ ١٤,١ سم^{٢}

القطاع الدائري والقطعة الدائرية - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.



١. في الشكل : مساحة القطاع الدائري الأصغر = ٣٦ سم² (أ) (ب)

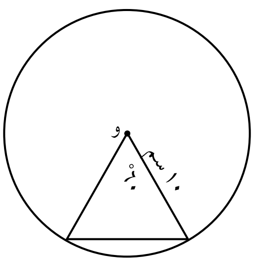
٢. في الشكل : مساحة المثلث (أ و ب) = ١٨ سم² (أ) (ب)

٣. في الشكل : مساحة القطعة الدائرية المظللة = ٩ π سم² (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٤. قطاع دائري طول قطر دائرته ١٠ سم ومساحته ١٥ سم² فإن طول قوسه يساوي:

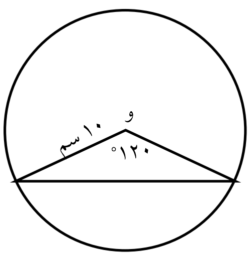
(أ) ٦ سم (ب) ٣ سم (ج) ١٢ سم (د) ٢٥ سم



٥. في الشكل المقابل، مساحة القطاع الأصغر تساوي:

(أ) $\frac{٥٠\pi}{٣}$ سم² (ب) $\frac{١٠٠\pi}{٣}$ سم²

(ج) $\frac{٥٠٠\pi}{٣}$ سم² (د) $\frac{١٠٠}{٣}$ سم²



٦. في الشكل المقابل مساحة القطعة الدائرية الصغرى (بوحدات المساحة) تساوي:

(أ) $٥٠\left(١٢٠ - \frac{\sqrt{٤١}}{٢}\right)$ (ب) $٥٠\left(\frac{١٢٠\pi}{١٨٠} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

(ج) $١٠٠\left(\frac{١٢٠\pi}{١٨٠} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$ (د) $١٠٠\left(١٢٠ - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

٧. قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٤٠ سم ، ومساحته ٥٠٠ سم² ، فإن طول قوس القطاع (بالسنتيمترات) يساوي:

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (ج) ١٠٠ (د) ٧٥

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	
الإجابة	ب	أ	ب	أ	أ	ب	ب	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

٣-١ النسبة والتناسب

تكون الأعداد أ، ب، جـ، د ∈ ح* متناسبة إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ ⟺ أد = ب جـ

مثال ٢ : إذا كان $\frac{أ}{٩} = \frac{٥}{٦}$ أوجد قيمة أ

٦ × أ = ٥ × ٩

٦ أ = ٤٥ ⇐ أ = $\frac{٤٥}{٦} = \frac{١٥}{٢}$ = ٧,٥

حاول أن تحل ٢ : إذا كان $\frac{٤}{٦} = \frac{ص}{٩}$ أوجد قيمة ص

٦ × ص = ٤ × ٩

٦ ص = ٣٦ ⇐ ص = $\frac{٣٦}{٦}$ = ٦

مثال ٣ : إذا كان $\frac{ص}{٢,٥} = \frac{-٣}{٤}$ أوجد قيمة ص

٤ × ص = -٣ × ٢,٥

٤ ص = -٧,٥ ⇐ ص = $\frac{-٧,٥}{٤} = \frac{-١٥}{٨}$ = -١,٨٧٥

حاول أن تحل ٣ : إذا كان $\frac{٢}{ب} = \frac{٨}{٢٠}$ أوجد قيمة ب

٨ × ب = ٢ × ٢٠

٨ ب = ٤٠ ⇐ ب = $\frac{٤٠}{٨}$ = ٥

مثال ٤ : أثبت أن الأعداد التالية متناسبة {٤ ، ١,٥ ، ٨ ، ٣}

∵ $\frac{٤}{١,٥} = \frac{٨}{٣}$ ∴ الاعداد متناسبة

حاول أن تحل ٤ : أثبت أن الأعداد التالية متناسبة {٣,٤ ، ٧ ، ٢,٠٤ ، ٤,٢}

$\frac{٣,٤}{٧} = \frac{١٧}{٣٥}$

$\frac{٢,٠٤}{٤,٢} = \frac{١٧}{٣٥}$

∵ $\frac{٣,٤}{٧} = \frac{٢,٠٤}{٤,٢}$ ∴ الاعداد متناسبة

مثال ٥ : إذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع الأعداد ٢ ، ٥ ، ٧ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ+٣ب}{٢ب+جـ}$

∵ الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع الأعداد ٢ ، ٥ ، ٧ ⇐

$\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٧}$ = م ⇐ أ = ٢م ، ب = ٥م ، جـ = ٧م

$\frac{أ + ٣ب}{٢ب + جـ} = \frac{٢م + ٣(٥م)}{٢(٥م) + ٧م} = \frac{٢م + ١٥م}{١٠م + ٧م} = \frac{١٧م}{١٧م}$ = ١

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

حاول أن تحل ٥: إذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع الأعداد ٣ ، ٥ ، ١١ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{\text{أ}+\text{٣ب}}{\text{٥ب}+\text{جـ}}$

∵ الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع الأعداد ٣ ، ٥ ، ١١ ⇐ $\frac{\text{أ}}{٣} = \frac{\text{ب}}{٥} = \frac{\text{جـ}}{١١} = \text{م}$

⇐ أ = ٣م ، ب = ٥م ، جـ = ١١م ⇐ $\frac{\text{أ} + \text{٣ب}}{\text{٥ب} + \text{جـ}} = \frac{\text{٣م} + ٣(\text{٥م})}{٥(\text{٥م}) + \text{١١م}} = \frac{\text{٣م} + \text{١٥م}}{\text{٢٥م} + \text{١١م}} = \frac{\text{١٨م}}{\text{٣٦م}} = \frac{١}{٢}$

التناسب المتسلسل الهندسي

إذا كان أ، ب، جـ ∈ ح* و كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}}$ أي : ب^{٢} = أ جـ

فإن أ، ب، جـ في تناسب متسلسل هندسي ، يُسمّى **ب** الوسط الهندسي.

مثال ٨ : أثبت أن الأعداد { ٣ ، ٩ ، ٢٧ } في تناسب متسلسل

$\frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{٩}{٢٧} = \frac{١}{٣}$ ∵ $\frac{٣}{٩} = \frac{٩}{٢٧}$ ∴ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

أثبت أن الأعداد التالية في تناسب متسلسل هندسي { ٢ ، ٤ ، ٨ }

$\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$ ∵ $\frac{٢}{٤} = \frac{٤}{٨}$ ∴ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

أثبت أن الأعداد التالية في تناسب متسلسل هندسي { ٨ ، ٤ ، ٢ }

$\frac{٨}{٤} = ٢$ ، $\frac{٤}{٢} = ٢$ ∵ $\frac{٨}{٤} = \frac{٤}{٢}$ ∴ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

مثال ٩ : إذا كانت الأعداد { ٥ ، س ، ٢٠ } في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س

∵ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي ∴ $\frac{٥}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{٢٠}$ ⇐

س^{٢} = ٥ × ٢٠ ⇐ س^{٢} = ١٠٠ ⇐ س = ± $\sqrt{١٠٠}$ = ± ١٠

حاول أن تحل ٩ : هل يمكن إيجاد قيمة س بحيث تكون الأعداد { -٩ ، س ، ٤ } في تناسب متسلسل ؟

$\frac{-٩}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{٤}$ ⇐ س^{٢} = -٩ × ٤ ⇐ س^{٢} = -٣٦

لا يمكن إيجاد قيمة س لأن -٣٦ < صفراً

مثال ١٠ : إذا كانت الأعداد {٦ ، س ، ٥٤ ، ١٦٢} في تناسب متسلسل ، أوجد س

∵ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

∴ $\frac{٦}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{٥٤} = \frac{٥٤}{١٦٢}$ ⇐ س = $\frac{٥٤ \times ٥٤}{١٦٢}$ = ١٨

حاول أن تحل ١٠: إذا كانت الأعداد $\left\{ ٤ ،\ س - ٢ ،\ ١ ،\ \frac{١}{٢} \right\}$ في تناسب متسلسل، أوجد س

∵ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

$$\therefore \frac{٤}{س - ٢} = \frac{س - ٢}{١} = \frac{١}{\left(\frac{١}{٢}\right)} \quad \Leftarrow \quad س - ٢ = \frac{١ \times ١}{\left(\frac{١}{٢}\right)} = ٢ \quad \Leftarrow \quad س = ٢ + ٢ = ٤$$

من كراسة التمارين:

تمرين ١ : إذا كان (٥س -١) : (س + ٤) = ٤ : ٥ أوجد قيمة س

$$\frac{٥س - ١}{س + ٤} = \frac{٤}{٥} \Leftarrow ٥(٥س - ١) = ٤(س + ٤)$$

$$٢٥س - ٥ = ٤س + ١٦$$

$$٢٥س - ٤س = ١٦ + ٥$$

$$٢١س = ٢١ \Leftarrow س = \frac{٢١}{٢١} = ١$$

تمرين ٢ : ما العدد الذي يطرح من حدي النسبة ٢٣ : ٤٣ ليكون الناتج مساوياً لـ $\frac{١}{٣}$ ؟

$$\frac{٢٣ - س}{٤٣ - س} = \frac{١}{٣} \Leftarrow ٣(٢٣ - س) = ١(٤٣ - س)$$

$$٦٩ - ٣س = ٤٣ - س$$

$$س - ٣س = ٤٣ - ٦٩$$

$$-٢س = -٢٦ \Leftarrow س = \frac{-٢٦}{-٢} = ١٣$$

تمرين ٥ : إذا كان $\frac{أ + ٢ب}{٩أ - ب} = \frac{٥}{٧}$ ، أوجد أ : ب

$$\frac{أ + ٢ب}{٩أ - ب} = \frac{٥}{٧} \Leftarrow ٧(أ + ٢ب) = ٥(٩أ - ب)$$

$$٧أ + ١٤ب = ٤٥أ - ٥ب$$

$$٧أ - ٤٥أ = -١٤ب - ٥ب$$

$$-٣٨أ = -١٩ب \Leftarrow \frac{أ}{ب} = \frac{-١٩}{-٣٨} = \frac{١}{٢}$$

$$\therefore أ : ب = ١ : ٢$$

تمرين ٦ : إذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع الأعداد ٤ ، ٥ ، ٩ على الترتيب فأوجد: $\frac{أ+ب}{جـ - ب}$

∵ الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع الأعداد ٤ ، ٥ ، ٩ ⇐ $\frac{أ}{٤} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٩} = م$

$$\Leftarrow \quad أ = ٤م \ ، \quad ب = ٥م \ ، \quad جـ = ٩م \quad \Leftarrow \frac{أ + ب}{جـ - ب} = \frac{٤م + ٥م}{٩م - ٥م} = \frac{٩م}{٤م} = \frac{٩}{٤}$$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

النسبة والتناسب - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. الأعداد ٦ ، ٩ ، ١٠ ، ١٥ أعداد متناسبة. (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٢. أي من أزواج النسب التالية لا تكون تناسبا؟

(أ) $\frac{٤}{٨}$ ، $\frac{١٠}{٢٠}$ (ب) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٢٠}{٢٤}$ (ج) $\frac{٠,٤}{٠,٥}$ ، $\frac{٠,١٢}{٠,١٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{١٩}{١٢}$

٣. قيمة الرابع المتناسب : ١ ، ٣ ، ٩

(أ) ١٨ (ب) ٢٧ (ج) ٣٦ (د) ٩

٤. إذا كان $\frac{س}{١٠} = \frac{١٠}{٢٢}$. فإن قيمة س هي:

(أ) $\frac{٣٣}{٣}$ (ب) $\frac{٥٠}{١١}$ (ج) $\frac{١١}{٥٠}$ (د) $\frac{٣}{٤٤}$

٥. الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة : ٤ ، ٧ ، ... ، ٣٥

(أ) ١١ (ب) ١٤ (ج) ٢١ (د) ٢٠

٦. إذا كانت ٦ ، ١٢ ، س ، ٤٨ . في تناسب متسلسل فإن س =

(أ) ٢٤ (ب) ٣٦ (ج) ١٨ (د) ٣٠

٧. إذا كان ٢س -٥ص = ٠ فإن $\frac{س}{ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) $\frac{٥}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

٨. إذا كانت ٢٠ ، س ، ٣٢ في تناسب مسلسل فإن س تساوي:

(أ) $\pm ٤\sqrt{١٠}$ (ب) $\pm \frac{١}{٤\sqrt{١٠}}$ (ج) $\pm ٨\sqrt{١٠}$ (د) $\pm ٢\sqrt{١٠}$

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	
الإجابة	أ	د	ب	ب	د	أ	ج	ج	

تـدرب وتـفـوق
جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

صفوة معلمي الكويت

٣-٢ التغيير الطردي

ص ∝ س ⟷ (ص تتغير طرداً مع س) ⟷ $\frac{ص}{س}$ = ك : ك عدد ثابت لا يساوي الصفر

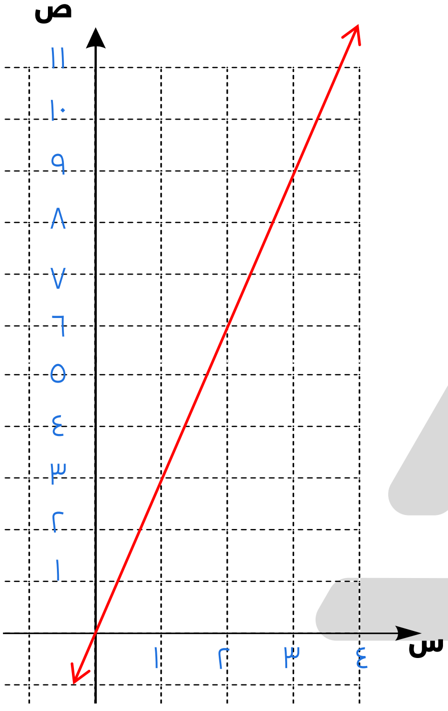
ص = ك س

مثال لاحظ الجدول التالي

س	١	٢	٤	١٠
ص	٣	٦	١٢	٣٠
$\frac{ص}{س}$	$\frac{٣}{١} = ٣$	$\frac{٦}{٢} = ٣$	$\frac{١٢}{٤} = ٣$	$\frac{٣٠}{١٠} = ٣$

∵ $\frac{ص}{س} = ٣$ عدد ثابت

∴ ص ∝ س (ص تتناسب طرداً مع س)



مثال ١: إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ٣٠ عندما س = ١٠ ، أوجد قيمة ص عندما س=٤٠ ، ثم مثل العلاقة بيانياً

∵ ص ∝ س

∴ $\frac{ص}{س} = ك$

$ك = \frac{٣٠}{١٠}$

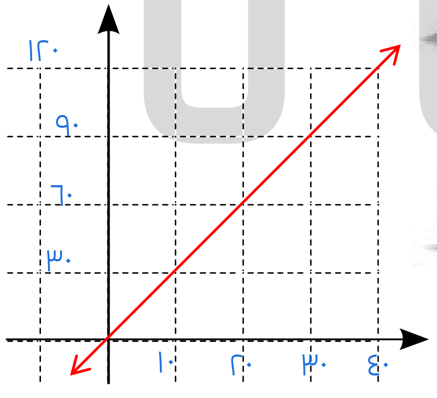
ك = ٣

∴ $\frac{ص}{س} = ٣$

$\frac{ص}{٤٠} = ٣$

ص = ١٢٠

س	٠	١٠	٤٠
ص	٠	٣٠	١٢٠



حاول أن تحل ١: إذا كانت ص ∝ س و كانت ص = ١,٥ عندما س =١٠
أوجد قيمة ص عندما س=١٥ ،ثم مثل العلاقة بيانياً

∵ ص ∝ س

∴ $\frac{ص}{س}$ = ك

$\frac{١,٥}{١٠}$ = ك

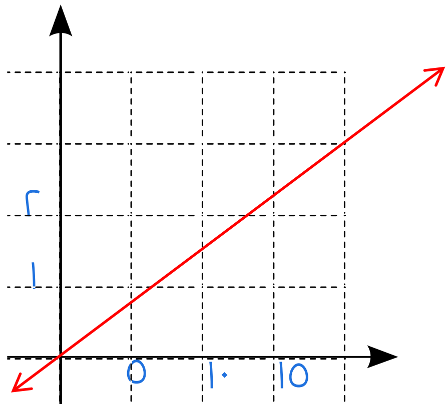
ك = ٠,١٥

∴ $\frac{ص}{س}$ = ٠,١٥

$\frac{ص}{١٥}$ = ٠,١٥

ص = ٢,٢٥

س	٠	١٠	١٥
ص	٠	١,٥	٢,٢٥



مثال ٢ : في إحدى المناطق ترتفع درجة الحرارة بانتظام بمعدل ٣° في الساعة.
اكتب معادلة تغير طردي تمثل هذا الارتفاع.

ص = ٣س : ص درجة الحرارة ، س عدد الساعات

حاول أن تحل ٢ : هل المستقيم المار بالنقطتين : أ (٢ ، ٣) ، ب (٤ ، ٦) يمثل تغيراً طردياً بين س ، ص؟

أ (٢ ، ٣) ⇐ $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٣}{٢}$ = ١,٥ ب (٤ ، ٦) ⇐ $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٦}{٤}$ = $\frac{٣}{٢}$ = ١,٥

∵ $\frac{ص}{س}$ = ١,٥ عدد ثابت ∴ ص ∝ س (ص تتناسب طردياً مع س)

مثال ٤ : أي من المعادلات التالية تمثل تغيراً طردياً ، أوجد ثابت التغير:

٥س − ٣ص = ٣س + ٥ص

−٥ص − ٣ص = ٣س −٥س

−٨ص = −٢س ⇐

ص = $\frac{-٢}{-٨}$ س = $\frac{١}{٤}$ س

∴ ص ∝ س ، ك = $\frac{١}{٤}$

٥س + ٢ص = ٩

٢ص = −٥س + ٩

ص = $\frac{-٥}{٢}$ س + $\frac{٩}{٢}$

لا تمثل تغيراً طردياً

حاول أن تحل ٣ : أي من المعادلات التالية تمثل تغيراً طردياً ، أوجد ثابت التغير:

٧ص = ٢س

ص = $\frac{٢}{٧}$ س

∴ ص ∝ س

ك = $\frac{٢}{٧}$

٣س + ٤ص = ٨

٤ص = −٣س+٨

ص = $\frac{-٣}{٤}$ س+٢

لا تمثل تغيراً طردياً

ص + ٣س = ٢(س + ٢ص)

ص+٣س=٢س + ٤ص

ص−٤ص=٢س−٣س ⇐

−٣ص = − س

ص = $\frac{١}{٣}$ س

∴ ص ∝ س ، ك = $\frac{١}{٣}$

© جميع الحقوق محفوظة

مثال ٧ وحاول أن تحل ٥ : هل تتغير ص طردياً مع س في الجدول:

س	١	-١	٢	-٣
ص	٣	-١	٥	-٥
$\frac{ص}{س}$	٣	١	$\frac{٥}{٢}$	$\frac{٥}{٣}$

$\frac{ص}{س}$ لا تساوي مقداراً ثابتاً

∴ لا تمثل تغيراً طردياً

س	٣	١	٤
ص	٢,٢٥	٠,٧٥	٣
$\frac{ص}{س}$	٠,٧٥	٠,٧٥	٠,٧٥

$\frac{ص}{س}$ تساوي مقداراً ثابتاً

$\frac{ص}{س} = ٠,٧٥$

∴ ص ∝ س ، ك = ٠,٧٥

التغير الطردي - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. المعادلة ص = $\frac{٢}{٣}$ س تمثل تغيرا طرديا. (أ) (ب)

٢. المعادلة ٧س + ٤ص = ٢ تمثل تغيرا طرديا. (أ) (ب)

٣. المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٩) تمثل تغيرا طرديا. (أ) (ب)

٤. الجدول التالي يمثل تغيرا طرديا (أ) (ب)

س	٢	٤	٨
ص	٤	٨	١٦

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٥. إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٨ ، ٢) ، (س ، -٣) يمثل تغيرا طرديا فإن قيمة س تساوي :

(أ) ١٢ (ب) -١٢ (ج) $\frac{١٦}{٣}$ (د) $\frac{-١٦}{٣}$

٦. إذا كان ص ∝ س و كانت ص = ٨ عندما س = ٤ ، فإنه عندما ص = ٦ فإن س تساوي :

(أ) ٦ (ب) $\frac{١}{٦}$ (ج) ٣ (د) $\frac{١}{٣}$

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	
الإجابة	أ	ب	ب	أ	ب	ج	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

٣-٣ التغير العكسي

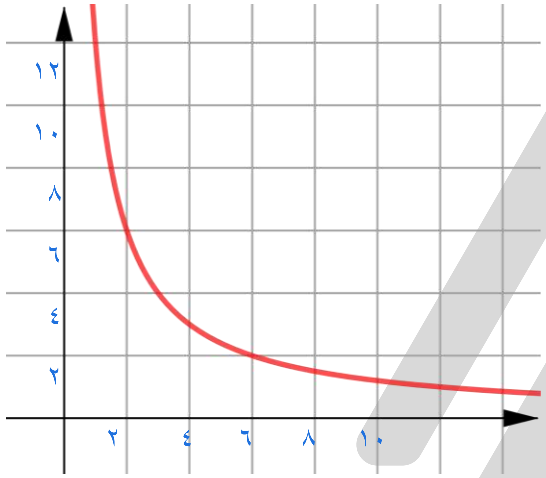
ص ∝ $\frac{١}{س}$ ⟷ (ص تتغير عكسيا مع س) ⟷ ص × س = ك : ك عدد ثابت يُسمّى (ثابت التغير).

مثال توضيحي: لاحظ القيم في الجدول التالي

س	٢	٣	٦	١٢
ص	٦	٤	٢	١
س ص	١٢	١٢	١٢	١٢

∵ س ص = ١٢

∴ ص ∝ $\frac{١}{س}$ (ص تتغير عكسيا مع س)

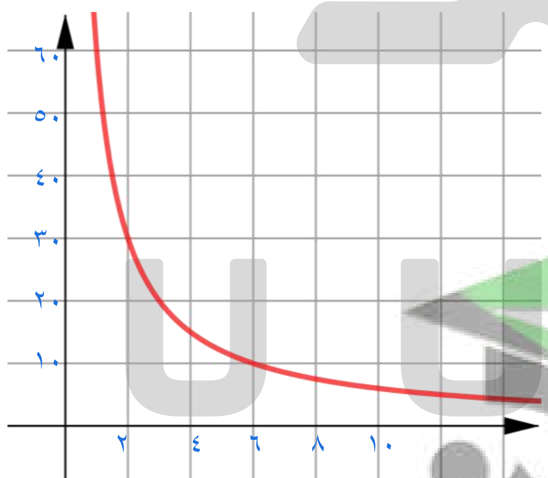


حاول أن تحل ١ : هل الجدول التالي يعبر عن تناسب عكسي؟ وضح ذلك

س	٢	٣	٤	٥	٦	١٠
ص	٣٠	٢٠	١٥	١٢	١٠	٦
س ص	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠

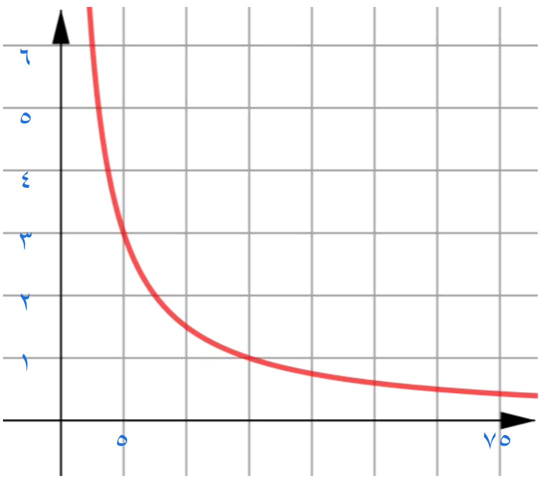
∵ س ص = ٦٠

∴ ص ∝ $\frac{١}{س}$ (ص تتغير عكسيا مع س)



صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل ٣: في تغير عكسي ص ∝ $\frac{1}{س}$ إذا كانت ص = ٠٫٢ عندما س = ٧٥ أوجد س عندما ص = ٣ ومثل بيانياً



∵ ص ∝ $\frac{1}{س}$

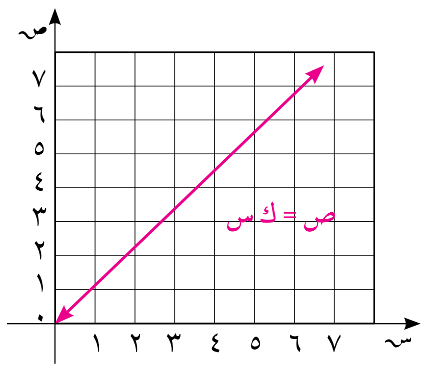
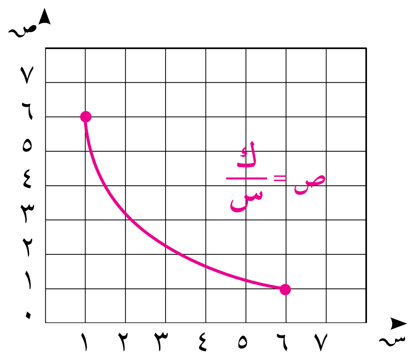
∴ ص س = ك   ص س = ١٥

ك = ٧٥ × ٠٫٢   ٣ س = ١٥

ك = ١٥   س = ٥

س	٧٥	٥
ص	٠٫٢	٣

مقارنة بين التغير الطردي والتغير العكسي:

التغير الطردي ص ∝ س	التغير العكسي ص ∝ $\frac{1}{س}$
	
ك = $\frac{ص}{س}$	ص × س = ك

مثال ٤: أي من الجدولين يمثل تغيراً طردياً ، وأيهما يمثل تغيراً عكسياً ؟ اكتب معادلة التغير في كل من الحالتين.

س	٥	١٠	٢٥
ص	٢٠	١٠	٤
ص س	١٠٠	١٠٠	١٠٠

س	٢	٤	١٠
ص	٥	١٠	٢٥
$\frac{ص}{س}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$

∵ ص س = ١٠٠

∴ ص ∝ $\frac{1}{س}$ ك = ١٠٠

(ص تتغير عكسيا مع س)

∵ $\frac{ص}{س} = \frac{5}{2}$

∴ ص ∝ س   ك = $\frac{5}{2}$

(ص تتغير طردياً مع س)

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. الجدول التالي يمثل تغيرا عكسيا:

س	١	٢	٤	٥
ص	٤٠	٢٠	١٠	٨

(أ) (ب)

٢. الجدول التالي يمثل تغيرا عكسيا:

س	٢	٤	١٠	١٢٫٥
ص	٤	٨	٢٠	٢٥

(أ) (ب)

٣. إذا كان ص $\propto \frac{١}{س}$ فإن : $\frac{ص}{س} =$ ك

(أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٤. قيمة م التي تجعل (٥ ، ٨) ، (٤ ، م) يمثل تناسبا عكسيا هي

(أ) ١٠ (ب) ٥ (ج) -١٠ (د) -٥

٥. إذا كان ص $\propto \frac{١}{س}$ ، ص =٥ عندما س = ١٠ فإذا كانت ص = ٢٥ فإن س تساوي :

(أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ٤ (د) ٢

٦. إذا كانت ص = $\frac{٥}{س}$ فإن :

(أ) س $\propto$ ص^٢ (ب) ص $\propto \frac{١}{س}$ (ج) ص $\propto$ س (د) ص $\propto \frac{١}{س^٢}$

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	
الإجابة	أ	ب	ب	أ	د	ب	

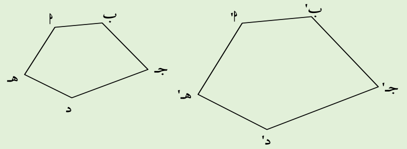
تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

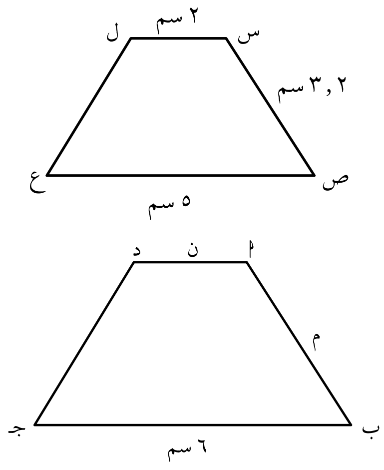
صفوة معلمي الكويت

٤-١ المضلعات المتشابهة

يقال لشكلين هندسيين إنهما متشابهان إذا كان لهما الشكل العام نفسه وكان أحدهما تكبيراً أو تصغيراً للآخر أو مطابقاً له



مثال ١: في الشكل المقابل: إذا كان المضلعان متشابهين ، أوجد قيمتي ن و م



∵ ا ب جـ د ~ س ص ع ل

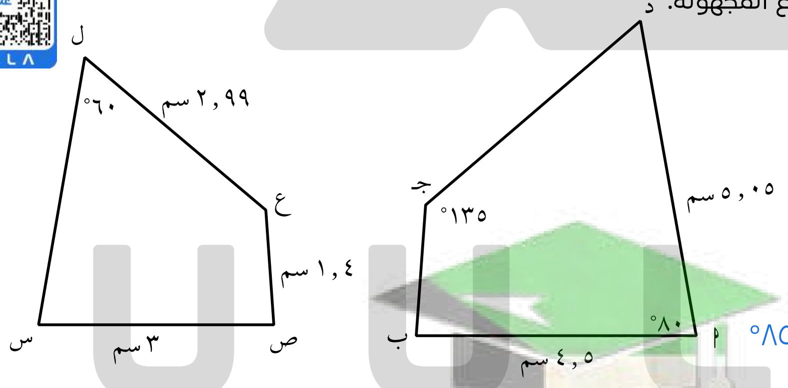
$\therefore \frac{\text{ا ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{جـ د}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{ا د}}{\text{س ل}}$

$\frac{م}{٣,٢} = \frac{٦}{٥} = \frac{ن}{٢}$

$م = \frac{٣,٢ \times ٦}{٥} = ٣,٨٤$ سم

$ن = \frac{٦ \times ٢}{٥} = ٢,٤$ سم

حاول أن تحل ١: في الشكل المقابل: إذا كان المضلعان ا ب جـ د ، س ص ع ل متشابهين ، أوجد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع المجهولة.



ق(ا) = ق(س) = ٨٠°

ق(د) = ق(ل) = ٦٠°

ق(جـ) = ق(ع) = ١٣٥°

ق(ب) = ق(ص) = ٣٦٠° − (٨٠° + ٦٠° + ١٣٥°) = ٨٥°

∵ ا ب جـ د ~ س ص ع ل

$\therefore \frac{\text{ا د}}{\text{س ل}} = \frac{\text{د جـ}}{\text{ل ع}} = \frac{\text{جـ ب}}{\text{ع ص}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{س ص}}$

$\frac{٥,٠٥}{\text{س ل}} = \frac{\text{د جـ}}{٢,٩٩} = \frac{\text{جـ ب}}{١,٤} = \frac{٤,٥}{٣}$

$\text{س ل} = \frac{٥,٠٥ \times ٣}{٤,٥} = \frac{١٠١}{٣٠} \approx ٣,٣٧$ سم

$\text{جـ ب} = \frac{١,٤ \times ٤,٥}{٣} = ٢,١$ سم

$\text{د جـ} = \frac{٢,٩٩ \times ٤,٥}{٣} = ٤,٤٨٥$ سم

المستطيل الذهبي: هو مستطيل يمكن تقسيمه إلى جزئين، أحدهما مربع والآخر مستطيل ذهبي

النسبة الذهبية: هي نسبة طول الضلع الأكبر إلى طول الضلع الأصغر

في المستطيل الذهبي وتساوي $\frac{١+\sqrt{٥}}{٢}$: ١ ≈ ١,٦١٨ : ١.

حاول أن تحل ٣: قطعة نقدية مستطيلة أبعادها ١٠,٥ سم ، ٦,٥ سم
هل نسبة الطول إلى العرض تساوي النسبة الذهبية؟

$\frac{\text{الطول}}{\text{العرض}} = \frac{١٠,٥}{٦,٥} \approx ١,٦١٥$ بما أن: ١,٦١٥ ≠ ١,٦١٨ بالتالي لا تشكل نسبة ذهبية

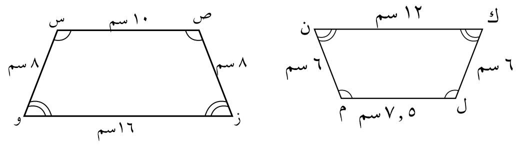
حاول أن تحل ٤: إذا كان عرض أحد المستطيلات الذهبية ٦٠ سم ، فكم يجب أن يكون طوله؟

$\frac{\text{الطول}}{\text{العرض}} = \frac{١,٦١٨}{١} \Leftarrow \frac{\text{الطول}}{٦٠} = \frac{١,٦١٨}{١} \Leftarrow$ الطول = ٦٠ × ١,٦١٨ = ٩٧,٠٨ سم

المضلعات المتشابهة - التمارين الموضوعية

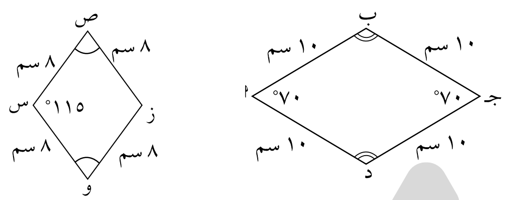
ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. المضلعان متشابهان:



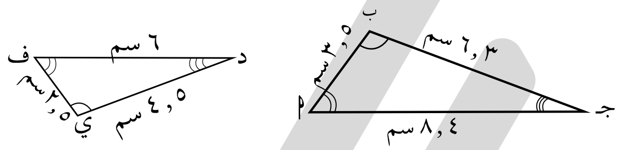
(أ) (ب)

٢. المضلعان متشابهان:



(أ) (ب)

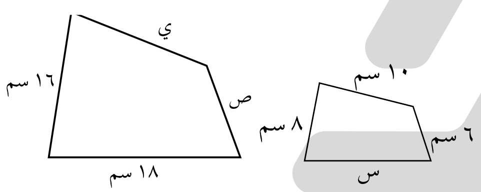
٣. المضلعان متشابهان:



(أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

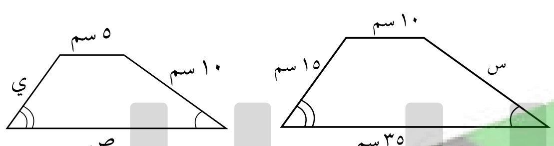
٤. في الشكل التالي، لدينا مضلعان متشابهان، قيمة س تساوي:



(أ) ٦ سم (ب) ١٨ سم

(ج) ٩ سم (د) ٨ سم

٥. في الشكل التالي، لدينا مضلعان متشابهان، قيمة س تساوي:



(أ) ٢٠ سم (ب) ١٧,٥ سم

(ج) ٧,٥ سم (د) ١٥ سم

السؤال	١	٢	٣	٤	٥
الإجابة	أ	ب	أ	ج	أ

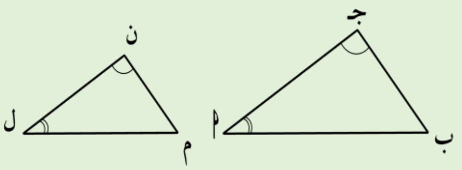
تـــدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

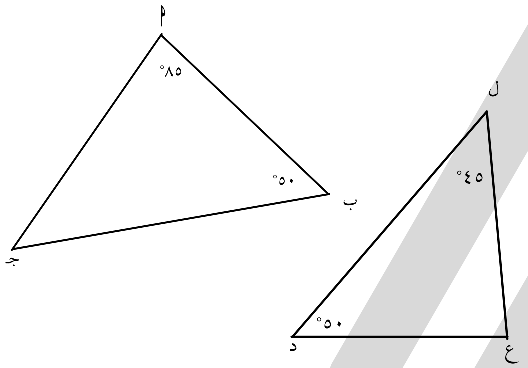
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

٤-٢ تشابه المثلثات

نظرية ١ : يتشابه مثلثان إذا تطابقت زاويتان من الأول مع زاويتين من الآخر نرمز للتشابه بالرمز التالي:
Δ ا ب جـ ~ Δ ل م ن



مثال ١: في الشكل المقابل : ا ب جـ ، ع ل د مثلثان فيهما
ق (بَ) = ٥٠ ° ، ق (اَ) = ٨٥ ° ، ق (لَ) = ٤٥ ° ، ق (دَ) = ٥٠ ° المطلوب : أثبت أن Δ ا ب جـ ~ Δ ع د ل



المثلثان فيهما :

ق(بَ) = ق(دَ) = ٥٠° ← معطى

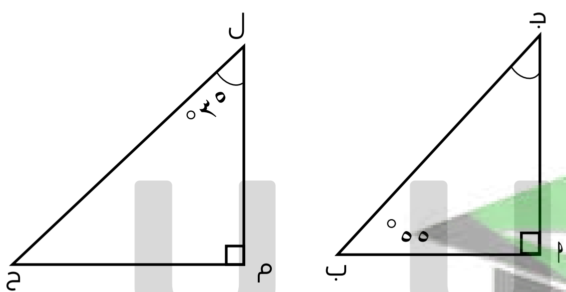
ق(جَ) = ١٨٠ − (٥٠ + ٨٥) = ٤٥°

ق(جَ) = ق(لَ) = ٤٥°

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية

عبارة التشابه: Δ ا ب جـ ~ Δ ع د ل

حاول أن تحل ١: المثلث ا ب جـ قائم الزاوية في اَ ، ق (بَ) = ٥٥ ° ، المثلث م ح ل قائم الزاوية في مَ
ق (لَ) = ٣٥ ° المطلوب : أثبت أن Δ ا ب جـ ~ Δ م ح ل



ق(جَ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٥٥) = ٣٥°

المثلثان فيهما :

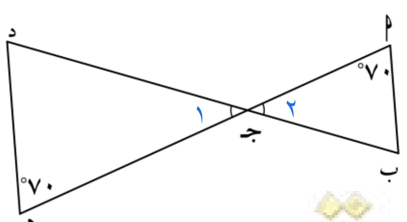
ق(جَ) = ق(لَ) = ٣٥°

ق(اَ) = ق(مَ) = ٩٠°← مُعطى

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية

عبارة التشابه: Δ ا ب جـ ~ Δ م ح ل

مثال ٢: في الشكل المقابل، المطلوب: أثبت أن المثلثين متشابهان و اكتب عبارة التشابه.



المثلثان فيهما :

ق(اَ) = ق(هَ) = ٧٠° ← معطى

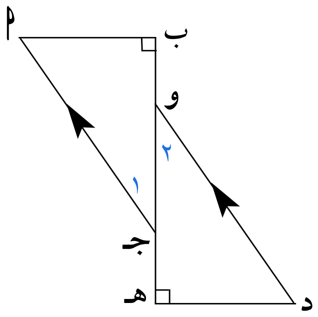
ق(١َ) = ق(٢َ) ← تقابل بالرأس

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية

عبارة التشابه: Δ ا ب جـ ~ Δ هـ د جـ

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

حاول أن تحل ٢: في الشكل المقابل، أثبت أن Δأ ب جـ ~ Δد هـ و



المثلثان فيهما :

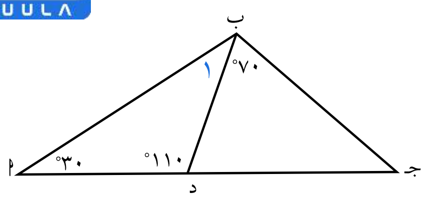
ق(بَ) = ق(هـَ) = ٩٠° ← مُعطى

ق(أ) = ق(٢) تبادل وتوازي

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية

عبارة التشابه: Δأ ب جـ ~ Δ د هـ و

مثال ٣: في الشكل المقابل، أثبت أن Δأ ب د~ Δأ جـ ب واكتب عبارة التشابه



المثلثان فيهما : أ زاوية مشتركة

ق(أ) = ١٨٠ − (٣٠ + ١١٠) = ٤٠°

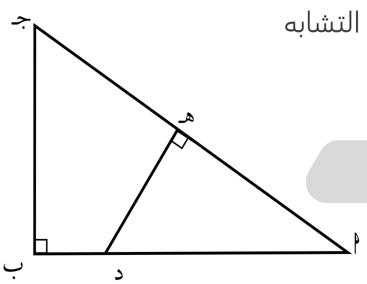
ق(أبَجـ) = ٧٠ + ٤٠ = ١١٠°

ق(أدَب) = ق(أبَجـ) = ١١٠°

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية

عبارة التشابه: Δ أ ب د~ Δأ جـ ب

حاول أن تحل ٣: في الشكل المقابل، أثبت أن Δأ ب جـ~ Δأ هـ د واكتب عبارة التشابه



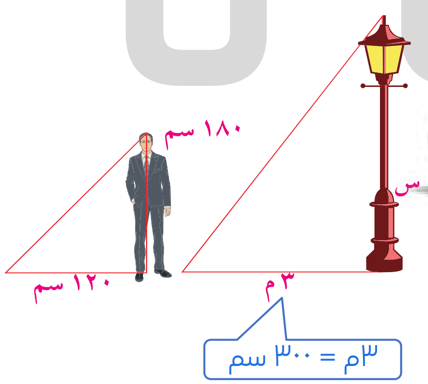
المثلثان فيهما : أ زاوية مشتركة

ق(هـَ) = ق(بَ) = ٩٠° (مُعطى)

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية

عبارة التشابه: Δ أ ب جـ~ Δ أ هـ د

حاول أن تحل ٤ - ب: عمود ظله ٣ م، في الوقت نفسه يكون طول ظل محمد ١٢٠ سم ، إذا كان طول محمد ١٨٠سم، فكم سيكون طول العمود؟



حسب النظرية ١ المثلثان متشابهان بالتالي:

$$\frac{س}{١٨٠} = \frac{٣٠٠}{١٢٠}$$

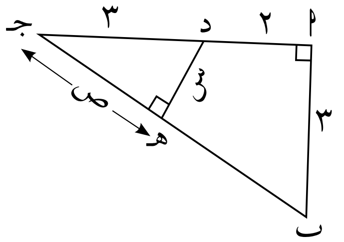
$$س = \frac{١٨٠ \times ٣٠٠}{١٢٠} = ٤٥٠ \text{ سم } = ٤,٥ \text{ متر}$$

إذاً طول العمود = ٤,٥ متر

صفوة معلمي الكويت

من كراسة التمارين:

تمرين ٤: أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمتي س ، ص



المثلثان فيهما :

$\widehat{\text{جـ}}$ زاوية مشتركة

$\text{ق}(\hat{\text{أ}}) = \text{ق}(\text{د}\,\widehat{\text{هـ}}\,\text{جـ}) = 90°$

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية ١

عبارة التشابه: Δجـ هـ د ~ Δجـ أ ب

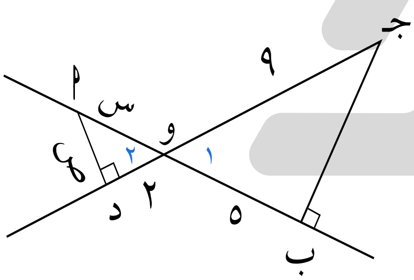
$$\frac{\text{جـ هـ}}{\text{جـ أ}} = \frac{\text{هـ د}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{جـ د}}{\text{جـ ب}}$$

$$\frac{\text{ص}}{5} = \frac{\text{س}}{3} = \frac{3}{\text{جـ ب}}$$

$\text{ب جـ} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$ (فيثاغورث)

$$\frac{\text{ص}}{5} = \frac{\text{س}}{3} = \frac{3}{\sqrt{34}} \Leftarrow \text{س} = \frac{3 \times 3}{\sqrt{34}} \approx 1{,}54 \quad ، \quad \text{ص} = \frac{5 \times 3}{\sqrt{34}} \approx 2{,}57$$

تمرين ٥: أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمتي س ، ص



المثلثان فيهما :

$\text{ق}(\hat{1}) = \text{ق}(\hat{2})$ تقابل بالرأس

$\text{ق}(\widehat{\text{ب}}) = \text{ق}(\widehat{\text{د}}) = 90°$ ← معطى

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية ١

عبارة التشابه: Δأ د و ~ Δجـ ب و

$$\frac{\text{و د}}{\text{و ب}} = \frac{\text{أ د}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{و أ}}{\text{و جـ}}$$

$\text{ب جـ} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}$ (فيثاغورث)

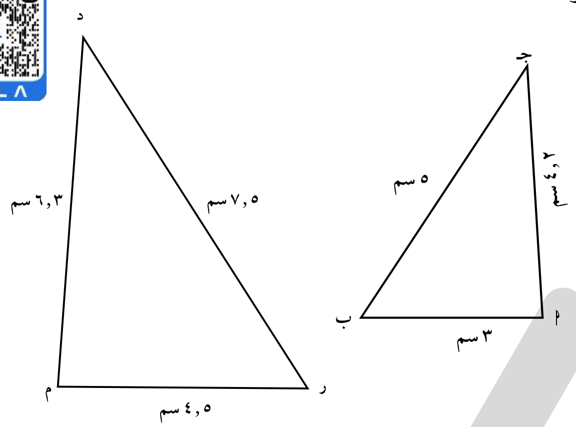
$$\frac{2}{5} = \frac{\text{ص}}{2\sqrt{14}} = \frac{\text{س}}{9} \Leftarrow \text{ص} = \frac{2 \times 2\sqrt{14}}{5} \simeq 2{,}99$$

$$\text{س} = \frac{9 \times 2}{5} = 3{,}6$$

صفوة معلمي الكويت

نظرية ٢ : يتشابه مثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما

مثال ٥: في الشكل المقابل، أثبت أن: Δ أ ب جـ ~ Δ م ر د



$$\frac{أب}{م ر} = \frac{٣}{٤,٥} = \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{أجـ}{م د} = \frac{٤,٢}{٦,٣} = \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{ب جـ}{د ر} = \frac{٥}{٧,٥} = \frac{٢}{٣}$$

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية ٢

عبارة التشابه: Δ أ ب جـ ~ Δ م ر د

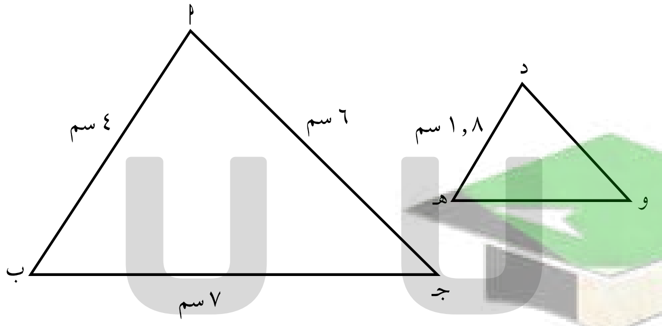
- اكتب أزواج الزوايا متساوية القياس.

ق(أ̂) = ق(م̂)

ق(جـ̂) = ق(د̂)

ق(ب̂) = ق(ر̂)

حاول أن تحل ٥: في الشكل المقابل ، المثلثان أ ب جـ ، د هـ و متشابهان أوجد طول كل من (و د) ، (هـ و)



∵ المثلثان أ ب جـ ، د هـ و متشابهان

∴ نسب التشابه:

$$\frac{أ ب}{د هـ} = \frac{ب جـ}{هـ و} = \frac{أ جـ}{د و}$$

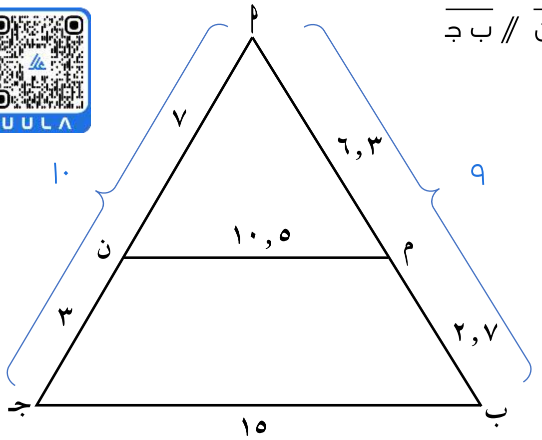
$$\frac{٤}{١,٨} = \frac{٧}{هـ و} = \frac{٦}{د و}$$

$$هـ و = \frac{٧ \times ١,٨}{٤} = ٣,١٥ \text{ سم}$$

$$د و = \frac{١,٨ \times ٦}{٤} = ٢,٧ \text{ سم}$$

© جميع الحقوق محفوظة

مثال ٦: في الشكل المقابل أثبت أن: $\triangle$ أ م ن ~ $\triangle$ أ ب جـ ، $\overline{\text{م ن}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$
ثم أوجد النسبة بين محيطي المثلثين. ماذا تلاحظ؟



$\frac{\text{أ م}}{\text{أ ب}} = \frac{٦,٣}{٦,٣ + ٢,٧} = \frac{٧}{١٠}$

$\frac{\text{أ ن}}{\text{أ جـ}} = \frac{٧}{٧ + ٣} = \frac{٧}{١٠}$

$\frac{\text{م ن}}{\text{ب جـ}} = \frac{١٠,٥}{١٥} = \frac{٧}{١٠}$

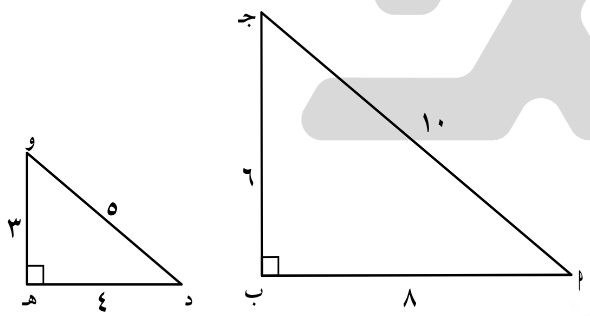
بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية٢

عبارة التشابه: $\triangle$ أ م ن ~ $\triangle$ أ ب جـ

من تشابه المثلثين نجد: ق (أ م̂ ن) = ق(أ ب̂ جـ) وهما في وضع التناظر، بالتالي: $\overline{\text{م ن}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$

$\frac{\text{محيط } \triangle \text{ أ م ن}}{\text{محيط } \triangle \text{ أ ب جـ}} = \frac{٦,٣ + ١٠,٥ + ٧}{٩ + ١٥ + ١٠} = \frac{٧}{١٠}$ نلاحظ أن النسبة بين محيطي المثلثين = نسبة التشابه

حاول أن تحل ٦: في الشكل المقابل،
أثبت أن المثلثين متشابهان ثم أوجد العلاقة بين مساحتي المثلثين ونسبة التشابه.



$\frac{\text{هـ و}}{\text{ب جـ}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{هـ د}}{\text{ب أ}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{و د}}{\text{جـ أ}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية٢

عبارة التشابه: $\triangle$ و هـ د ~ $\triangle$ جـ ب أ

$\frac{\text{مساحة } \triangle \text{ و هـ د}}{\text{مساحة } \triangle \text{ جـ ب أ}} = \frac{\frac{١}{٢} \times ٤ \times ٣}{\frac{١}{٢} \times ٨ \times ٦} = \frac{١}{٤} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$

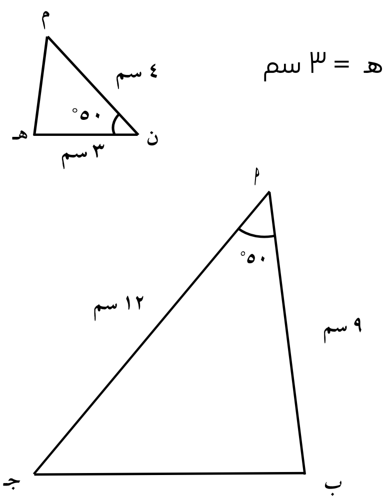
النسبة بين المساحتين = مربع نسبة التشابه

نظرية ٣ : يتشابه مثلثان إذا تطابقت زاوية من الأول مع زاوية في المثلث الآخر ، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين .

مثال ٨: في الشكل المقابل : Δ ﺃ ب جـ ، Δ ن هـ م فيهما:

ق $(\hat{ﺃ})$ = ق $(\hat{ن})$ = ٥٠ ° ، ﺃ ب = ٩ سم ، ﺃ جـ = ١٢ سم ، م ن = ٤ سم ، ن هـ = ٣ سم

أثبت تشابه المثلثين Δﺃ ب جـ ، Δ ن هـ م



المثلثان فيهما :

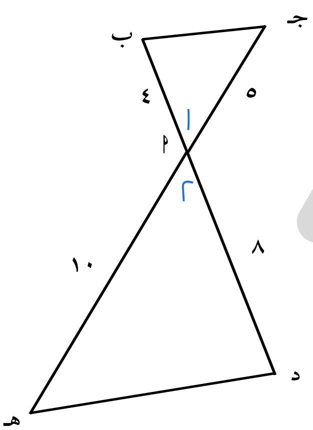
ق$(\hat{ﺃ})$ = ق$(\hat{ن})$ = ٥٠° ← معطى

$\frac{ﺃ ب}{ن هـ} = \frac{٩}{٣} = ٣$ ، $\frac{ﺃ جـ}{ن م} = \frac{١٢}{٤} = ٣$

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية٣

عبارة التشابه: Δ ﺃ ب جـ ~ Δ ن هـ م

حاول أن تحل ٨ : في الشكل المقابل، أثبت تشابه المثلثين Δﺃ ب جـ ، Δﺃ د هـ



المثلثان فيهما:

ق$(\hat{١})$ = ق$(\hat{٢})$ تقابل بالرأس

$\frac{ﺃب}{ﺃد} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{ﺃجـ}{ﺃهـ} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

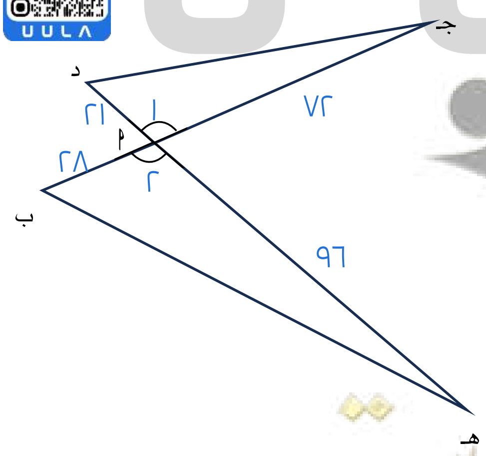
بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية٣

عبارة التشابه : Δﺃ ب جـ ~ Δﺃ د هـ

مثال ٩: في الشكل المقابل : Δ ﺃ هـ ب ، Δ ﺃ جـ د مثلثان

ﺃ هـ = ٩٦ مم ، ﺃ ب = ٢٨ مم ، ﺃ جـ = ٧٢ مم ، ﺃ د = ٢١ مم

أثبت تشابه المثلثين Δﺃ هـ ب ، Δ ﺃ جـ د متشابهان وأوجد نسبة التشابه



المثلثان فيهما:

ق$(\hat{١})$ = ق$(\hat{٢})$ تقابل بالرأس

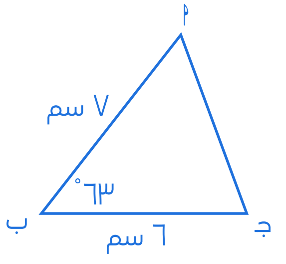
$\frac{ﺃ جـ}{ﺃ هـ} = \frac{٧٢}{٩٦} = \frac{٣}{٤}$ ، $\frac{ﺃ د}{ﺃ ب} = \frac{٢١}{٢٨} = \frac{٣}{٤}$

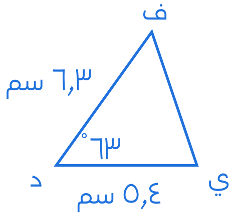
بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية٣

عبارة التشابه: Δﺃ هـ ب ~ Δﺃ جـ د

نسبة التشابه = $\frac{٣}{٤}$

حاول أن تحل ٩ : في المثلثين: Δ ٲ ب جـ ، Δ ف د ي : ٲ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٦ سم ، ق$(\hat{ب})$ = ٦٣°
د ي = ٥,٤ سم ، ق$(\hat{د})$ = ٦٣° ، ف د = ٦,٣ سم. هل المثلثان Δٲ ب جـ ، Δ ف د ي متشابهان؟





المثلثان فيهما :

ق$(\hat{ب})$ = ق$(\hat{د})$ = ٦٣° ← معطى

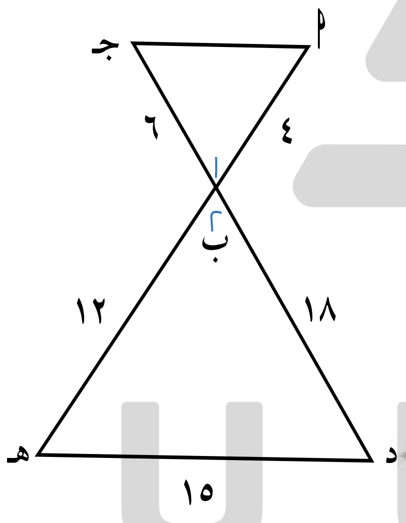
$\frac{ٲ\,ب}{ف\,د} = \frac{٧}{٦,٣} = \frac{١٠}{٩}$

$\frac{ب\,جـ}{د\,ي} = \frac{٦}{٥,٤} = \frac{١٠}{٩}$

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية٣

عبارة التشابه: Δٲ ب جـ ~ Δف د ي

مثال ١٠: في الشكل المقابل، برهن أن : $\overline{ٲجـ} \parallel \overline{دهـ}$ ، أوجد طول $\overline{ٲجـ}$



المثلثان فيهما :

ق$(\hat{١})$ = ق$(\hat{٢})$ تقابل بالرأس

$\frac{ٲ\,ب}{ب\,هـ} = \frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$

$\frac{ب\,جـ}{ب\,د} = \frac{٦}{١٨} = \frac{١}{٣}$

بالتالي المثلثان متشابهان ← نظرية٣

عبارة التشابه: Δٲ ب جـ ~ Δهـ ب د

- من التشابه نجد

ق$(\hat{ٲ})$ = ق$(\hat{هـ})$ وهما في وضع التبادل الداخلي

∴ $\overline{ٲجـ} \parallel \overline{دهـ}$

- من التشابه نجد $\frac{ٲ\,جـ}{د\,هـ} = \frac{١}{٣}$

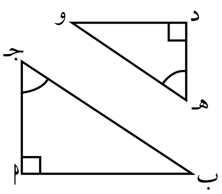
$\frac{ٲجـ}{١٥} = \frac{١}{٣} \Leftarrow$ ٲ جـ = $\frac{١٥ \times ١}{٣}$ = ٥ سم

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

تشابة المثلثات - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. المثلثان متشابهان (أ) (ب)

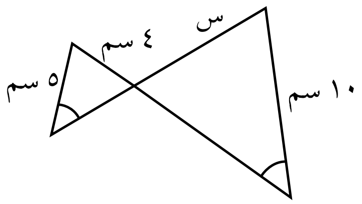


٢. كل المثلثات متطابقة الأضلاع هي مثلثات متشابهة (أ) (ب)

٣. كل مثلثين قائمي الزاوية ومتطابقي الضلعين متشابهان (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

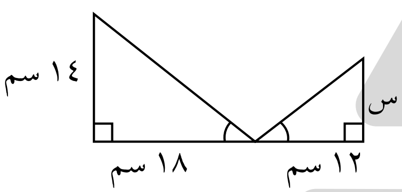
٤. في الشكل المجاور، قيمة س تساوي:



(أ) ٢ سم (ب) ٤ سم

(ج) ١٦ سم (د) ٨ سم

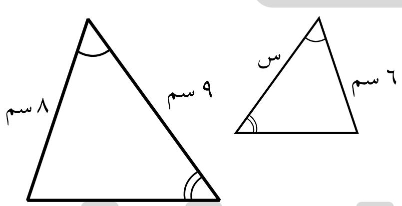
٥. في الشكل المجاور ، قيمة س تساوي:



(أ) $\frac{٢٨}{٣}$ سم (ب) ٩ سم

(ج) ٦ سم (د) ٧ سم

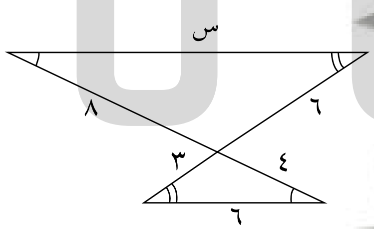
٦. في الشكل المجاور، قيمة س تساوي:



(أ) ٥ سم (ب) ٦ سم

(ج) ٧ سم (د) ٦,٧٥ سم

٧. في الشكل المجاور، قيمة س تساوي:



(أ) ٩ سم (ب) ١٦ سم

(ج) ١٢ سم (د) ١٠ سم

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	
الإجابة	أ	أ	أ	د	أ	د	ج	

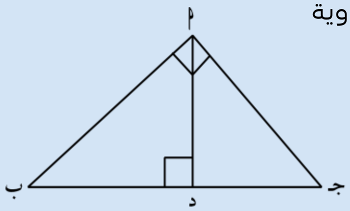
تــدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

© جميع الحقوق محفوظة

٤-٣ التشابه في المثلثات القائمة

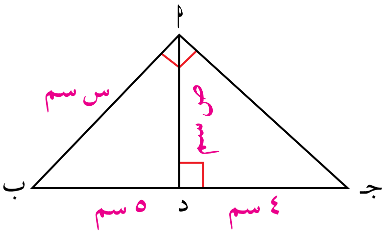
نظرية (١): العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكل منهما يشابه المثلث الأصلي
Δ أ ب د ~ Δ أ د جـ ~ Δ أ ب جـ



نتائج على النظرية:

- (أ د)² = د جـ × د ب
- (أ جـ)² = جـ د × جـ ب
- أ جـ × أ ب = جـ ب × د أ

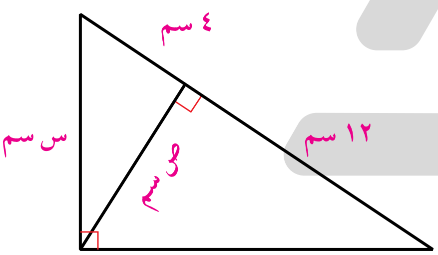
مثال ١: أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل:



س² = ٥ × ٩ = ٤٥ "نتيجة" ⇐ س = √٤٥ = ٣√٥

ص² = ٤ × ٥ = ٢٠ "نتيجة" ⇐ ص = √٢٠ = ٢√٥

حاول أن تحل ١: أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل:



ص² = ١٢ × ٤ = ٤٨ "نتيجة"

ص = √٤٨ = ٤√٣ سم

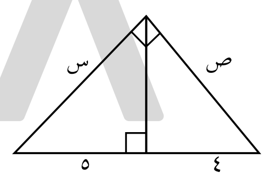
س² = ٤ × ١٦ = ٦٤ "نتيجة"

س = √٦٤ = ٨ سم

من كراسة التمارين:

تمرين ١: أوجد س ، ص بحسب المعطيات في كل مما يلي:

▪



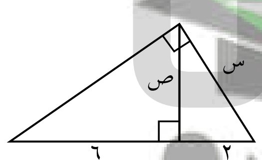
س² = ٥ × ٩ = ٤٥ "نتيجة" ⇐

س = √٤٥ = ٣√٥

ص² = ٤ × ٩ = ٣٦ "نتيجة" ⇐

ص = √٣٦ = ٦

▪



ص² = ٢ × ٦ = ١٢ "نتيجة" ⇐

ص = √١٢ = ٢√٣

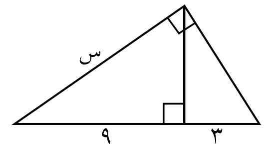
س² = ٢ × ٨ = ١٦ "نتيجة" ⇐

س = √١٦ = ٤ سم

UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

تمرين ٣: أوجد س ، ص بحسب المعطيات في كل مما يلي:

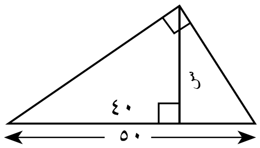
(أ)



$$س^٢ = ٩ \times ١٢ = ١٠٨$$ "نتيجة" ⇐

$$س = \sqrt{١٠٨} = ٦\sqrt{٣}$$

(ب)



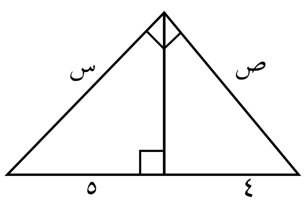
$$س^٢ = ١٠ \times ٤٠ = ٤٠٠$$ "نتيجة" ⇐

$$س = \sqrt{٤٠٠} = ٢٠$$

التشابه في المثلثات القائمة - التمارين الموضوعية

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

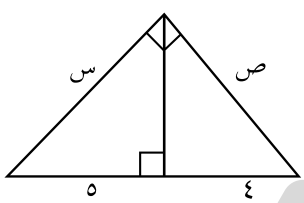
١. في الشكل قيمة س تساوي



(أ) $\sqrt{٤٥}$ (ب) $\sqrt{٢٠}$

(ج) ٤٥ (د) ٦

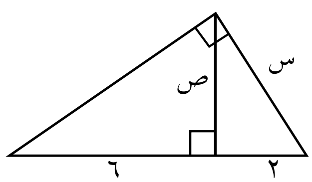
٢. في الشكل قيمة ص تساوي



(أ) $\sqrt{٢٠}$ (ب) $\sqrt{٤٥}$

(ج) ٦ (د) ٩

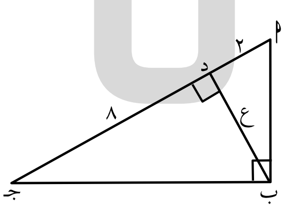
٣. في الشكل قيمة ص تساوي



(أ) $٢\sqrt{٣}$ (ب) $٣\sqrt{٢}$

(ج) ٦ (د) ٤

٤. في الشكل قيمة ع تساوي



(أ) ١٠ (ب) ٨

(ج) ١٦ (د) ٤

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	
الإجابة	أ	ج	أ	د	ج	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

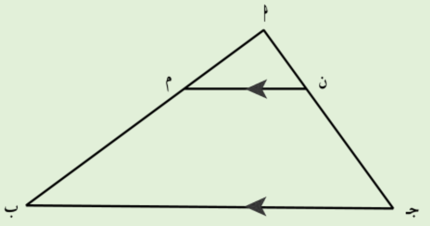
صفوة معلمي الكويت

٤-٤ التناسبات والمثلثات المتشابهة

نظرية المستقيم الموازي

إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة

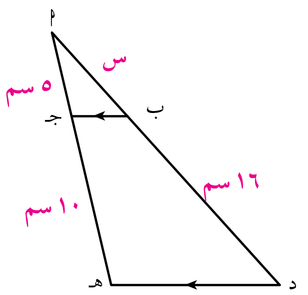
$$\frac{\text{أم}}{\text{م ب}} = \frac{\text{أن}}{\text{ن ج}}$$



مثال ١: أوجد قيمة س في الشكل التالي:

$$\frac{\text{أب}}{\text{ب د}} = \frac{\text{أج}}{\text{ج هـ}}$$ "نظرية المستقيم الموازي"

$$\frac{\text{س}}{١٦} = \frac{٥}{١٠} \Leftarrow \text{س} = \frac{١٦ \times ٥}{١٠} = ٨ \text{ سم}$$



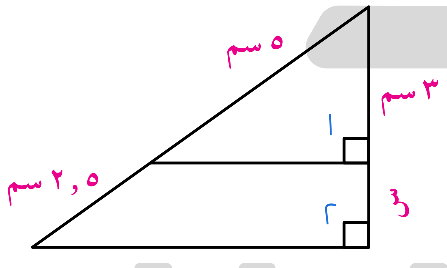
حاول أن تحل ١: أوجد قيمة س في الشكل التالي:

$\because$ ق($\hat{١}$) = ق($\hat{٢}$) = ٩٠°

و هما في وضع التناظر $\therefore$ الضلعان متوازيان

$$\frac{٣}{\text{س}} = \frac{٥}{٢,٥}$$ نظرية المستقيم الموازي

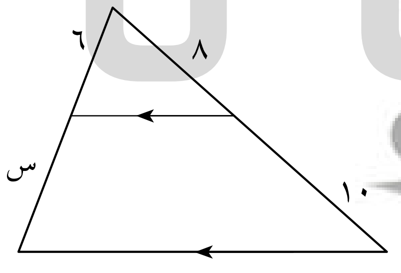
$$\text{س} = \frac{٣ \times ٢,٥}{٥} = ١,٥ \text{ سم}$$



تمرين ٢-ب: أوجد قيمة س في الشكل التالي:

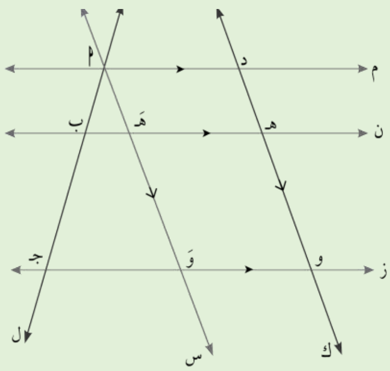
$$\frac{٨}{١٠} = \frac{٦}{\text{س}}$$ "نظرية المستقيم الموازي"

$$\text{س} = \frac{١٠ \times ٦}{٨} = ٧,٥ \text{ سم}$$

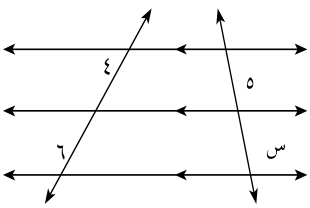


إذا قطع مستقيمان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر

$$\frac{\text{أب}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{هـ و}}$$



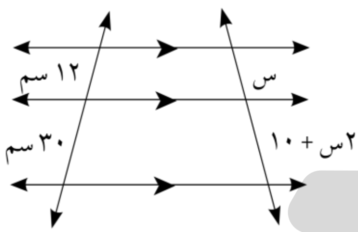
تمرين ٢-أ: أوجد قيمة س في الشكل التالي:



$$\frac{٥}{\text{س}} = \frac{٤}{٦} \quad \text{"نظرية طاليس"} \Leftarrow$$

$$\text{س} = \frac{٥ \times ٦}{٤} = ٧,٥$$

مثال ٢: أوجد قيمة س في الشكل التالي:

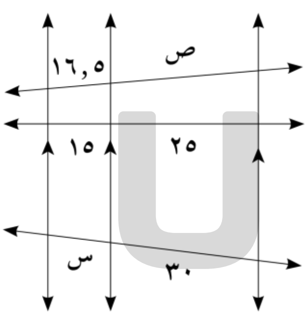


$$\frac{\text{س}}{\text{٢س} + ١٠} = \frac{١٢}{٣٠} \quad \text{"نظرية طاليس"}$$

$$\text{٣٠س} = \text{٢٤س} + ١٢٠ \Leftarrow$$

$$\text{٣٠س} - \text{٢٤س} = ١٢٠ \Leftarrow \text{٦س} = ١٢٠ \Leftarrow \text{س} = \frac{١٢٠}{٦} = ٢٠ \text{ سم}$$

حاول أن تحل ٢: أوجد قيمة س ، ص في الشكل التالي:

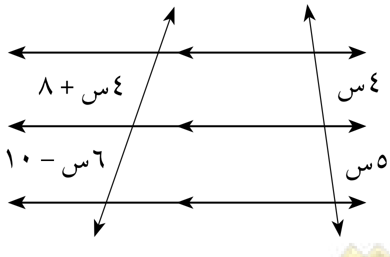


$$\frac{١٦,٥}{\text{ص}} = \frac{١٥}{٢٥} = \frac{\text{س}}{٣٠} \quad \text{"نظرية طاليس"}$$

$$\text{ص} = \frac{١٦,٥ \times ٢٥}{١٥} = ٢٧,٥$$

$$\text{س} = \frac{١٥ \times ٣٠}{٢٥} = ١٨$$

تمرين ٦: أوجد قيمة س في الشكل التالي:



$$\frac{\text{٤س}}{\text{٥س}} = \frac{\text{٤س} + ٨}{\text{٦س} - ١٠} \quad \text{"نظرية طاليس"}$$

$$\frac{٤}{٥} = \frac{\text{٤س} + ٨}{\text{٦س} - ١٠}$$

$$\text{٢٤س} - ٤٠ = \text{٢٠س} + ٤٠ \Leftarrow$$

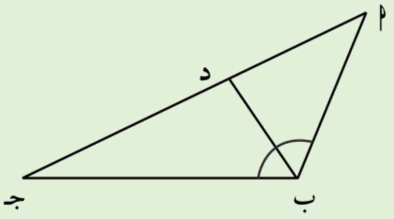
$$\text{٢٤س} - \text{٢٠س} = ٤٠ + ٤٠ \Leftarrow \text{٤س} = ٨٠ \Leftarrow \text{س} = \frac{٨٠}{٤} = ٢٠$$

صفوة معلمي الكويت

نظرية منصف الزاوية في مثلث

إذا كان $\overline{\text{د ب}}$ مُنصّف للزاوية أ $\widehat{\text{ب}}$ جـ فإن

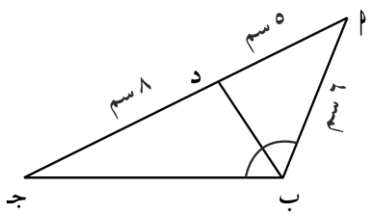
$$\frac{\text{ب أ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{د أ}}{\text{د جـ}}$$



مثال ٥: أوجد (جـ ب) في الشكل المبين، حيث $\overline{\text{ب د}}$ ينصف الزاوية أ $\widehat{\text{ب}}$ جـ

$\frac{\text{ب أ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{د أ}}{\text{د جـ}}$ "نظرية منصف الزاوية"

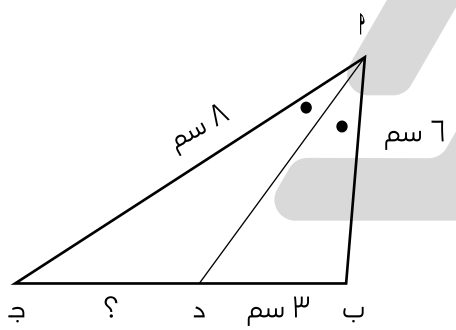
$\frac{٦}{\text{ب جـ}} = \frac{٥}{٨}$ ⇐ ب جـ $= \frac{٨ \times ٦}{٥} = ٩,٦$ سم



حاول أن تحل ٥ : Δ أ ب جـ مثلث حيث أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ٨ سم ، رسم $\overline{\text{أ د}}$ منصف الزاوية ب أ جـ ويقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ في النقطة د ، إذا كان ب د = ٣ سم ، أوجد جـ د .

$\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{د ب}}{\text{د جـ}}$ "نظرية منصف الزاوية"

$\frac{٦}{٨} = \frac{٣}{\text{د جـ}}$ ⇐ د جـ $= \frac{٣ \times ٨}{٦} = ٤$ سم



تمرين ٢ - أ: أوجد قيمة س

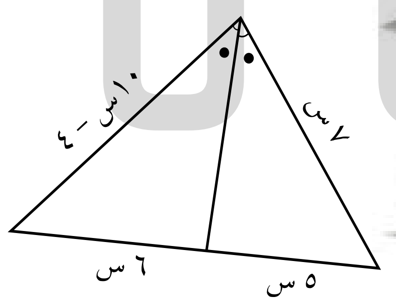
$\frac{٧\text{س}}{١٠\text{س} - ٤} = \frac{٥\text{س}}{٦\text{س}}$ ← نظرية منصف الزاوية

$\frac{٧\text{س}}{١٠\text{س} - ٤} = \frac{٥}{٦}$

٥٠س − ٢٠ = ٤٢ س

٥٠س − ٤٢س = ٢٠

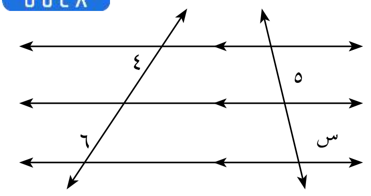
٨س = ٢٠ ⇐ س $= \frac{٢٠}{٨} = ٢,٥$



صفوة معلمي الكويت

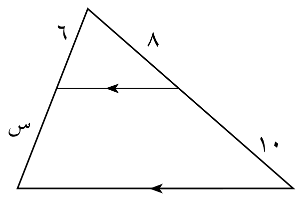
ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

١. في الشكل قيمة س تساوي:



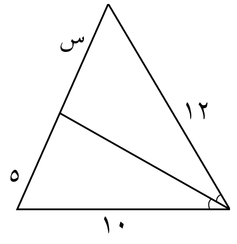
أ) ٥ ب) ٧,٥
ج) ١٠ د) ٣,٥

٢. في الشكل قيمة س تساوي:



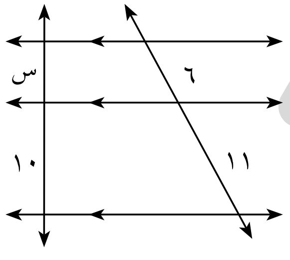
أ) ٧,٥ ب) ٩
ج) ١٢ د) ١٥

٣. في الشكل قيمة س تساوي:



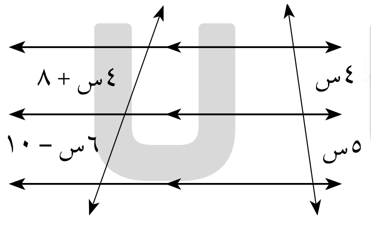
أ) ٥ ب) ١٥
ج) ١٢ د) ٦

٤. في الشكل قيمة س تساوي:



أ) $\frac{٦٠}{١١}$ ب) $\frac{١١}{٦٠}$
ج) ٥ د) ١٢

٥. في الشكل قيمة س تساوي:



أ) ٢٥ ب) ٢٠
ج) ١٥ د) ١٠

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	
الإجابة	ب	أ	د	أ	ب	

تــدرب وتــفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

٥-١ الأنماط الرياضية والمتتاليات

تعريف: المتتالية الحقيقية هي دالة حقيقية مجالها **ص⁺** أو مجموعة جزئية منها مرتبة على الصورة {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... ، م} ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية **ح**

مثال ٢: لتكن الدالة ت:{١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ← ح حيث ت (ن) = ن^{٢} بين أن هذه الدالة متتالية ثم أوجد حدودها.

∵ ت دالة مجالها مجموعة جزئية مرتبة من ص+ وتبدأ بالعدد ١
∴ ت متتالية حدودها: ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥

ن	١	٢	٣	٤	٥
ت(ن)	١	٤	٩	١٦	٢٥

حاول أن تحل ٢: لتكن الدالة ت:{١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ← ح حيث ت (ن) = ن^{٣} +١
بين أن هذه الدالة متتالية ثم أوجد حدودها.

∵ت دالة مجالها مجموعة جزئية مرتبة من ص+ وتبدأ بالعدد ١
∴ ت متتالية حدودها: ٢ ، ٩ ، ٢٨ ، ٦٥

ن	١	٢	٣	٤
ت(ن)	٢	٩	٢٨	٦٥

مثال ٣: لتكن الدالة ت:ص⁺ ← ح حيث ت (ن) = $\frac{١}{ن}$ بين أن هذه الدالة متتالية ثم اكتب المتتالية مكتفياً بالحدود الثلاثة الأولى منها.

∵ت دالة مجالها ص+ ∴ ت متتالية

∴ المتتالية: ١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ...

ن	١	٢	٣
ت(ن)	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٣}$

حاول أن تحل ٣: لتكن الدالة ت:ص+ ← ح حيث ت (ن) = $\frac{ن}{ن+١}$ بين أن هذه الدالة متتالية ثم اكتب المتتالية مكتفياً بالحدود الثلاثة الأولى منها.

∵ت دالة مجالها ص+ ∴ ت متتالية

∴المتتالية: $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ...

ن	١	٢	٣
ت(ن)	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{٣}{٤}$

٥-٢ المتتاليات الحسابية

المتتالية الحسابية: هي متتالية ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرةً عدداً ثابتاً يسمى هذا الناتج أساس المتتالية الحسابية ويرمز له بـ ء

$ح_{ن+١} - ح_{ن} = ء$

- ٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤ ، ... متتالية حسابية أساسها ء = ٣
- ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ... متتالية حسابية أساسها ء= ٢
- ٢٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ... متتالية حسابية أساسها ء= -٥

مثال ١: بين أن المتتالية (٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤) حسابية ، وأوجد أساسها .

١٢ − ٦ = ٦

١٨ − ١٢ = ٦

٢٤ − ١٨ = ٦ ∴ المتتالية حسابية أساسها ٦

حاول أن تحل ١ - أ: هل المتتالية (٢ ، ٥ ، ٧ ، ١٢) حسابية ؟

٥ − ٢ = ٣

٧ − ٥ = ٢ ∴ المتتالية غير حسابية

حاول أن تحل ١ - ب: بين أن المتتالية (٤٨ ، ٤٥ ، ٤٢ ، ٣٩) حسابية ، وأوجد أساسها .

٤٥ − ٤٨ = −٣

٤٢ − ٤٥ = −٣

٣٩ − ٤٢ = −٣ ∴ المتتالية حسابية أساسها -٣

مثال ٢: إذا كان $ح_١$ = ٥ ، ء = ٧ في متتالية حسابية فاكتب الحدود الستة الأولى

+٧

٥ ، ١٢ ، ١٩ ، ٢٦ ، ٣٣ ، ٤٠

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$ ، $ح_٥$ ، $ح_٦$

حاول أن تحل ٢: إذا كان $ح_١$ = ٤ ، ء = -٣ في متتالية حسابية فاكتب الحدود الستة الأولى

-٣

٤ ، ١ ، -٢ ، -٥ ، -٨ ، -١١

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$ ، $ح_٥$ ، $ح_٦$

UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

الحد النوني للمتتالية الحسابية

الحد النوني (العام) لمتتالية حسابية حدها الأول $ح_1$ وأساسها ء هو:

$$ح_ن = ح_1 + (ن - 1)ء$$

مثال ٣: أوجد الحد العاشر والحد المئة من المتتالية الحسابية (٨ ، ٦ ، ٤ ، ...)

$ح_1 = ٨$ ، ء = -٢

$ح_ن = ح_1 + (ن-١)ء \Leftarrow ح_{١٠} = ٨ + (١٠ - ١) \times (-٢) = -١٠$ ، $ح_{١٠٠} = ٨ + (١٠٠ - ١) \times (-٢) = -١٩٠$

حاول أن تحل ٣: في المتتالية الحسابية $ح_1$=٤ ، ء = ٣ أوجد $ح_{١٢}$

$ح_ن = ح_1 + (ن-١)ء \Leftarrow ح_{١٢} = ٤ + (١٢ - ١) \times ٣ = ٣٧$

مثال ٤: أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٩٩ من المتتالية الحسابية (٧ ، ٩ ، ١١ ، ...)

$ح_1 = ٧$ ، ء = ٢ ، ن=؟ ، $ح_ن = ٩٩$

$ح_ن = ح_1 + (ن-١)ء$

$٩٩ = ٧ + (ن - ١) \times ٢$

$\frac{٩٩ - ٧}{٢} =$ ن - ١ ⇐ ن = ٤٦ + ١ = ٤٧

حاول أن تحل ٤ - أ: في المتتالية الحسابية (٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ...) أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٧١

$ح_1 = ٢$ ، ء = ٣ ، ن=؟ ، $ح_ن = ٧١$

$ح_ن = ح_1 + (ن-١)ء$

$٧١ = ٢ + (ن - ١) \times ٣$

$\frac{٧١ - ٢}{٣} =$ ن - ١ ⇐ ن = ٢٣ + ١ = ٢٤

حاول أن تحل ٤ - ب: أوجد عدد حدود المتتالية الحسابية (٧ ، ١١ ، ١٥ ، ... ، ٤٧)

$ح_1 = ٧$ ، ء = ٤ ، ن=؟ ، $ح_ن = ٤٧$

$ح_ن = ح_1 + (ن-١)ء$

$٤٧ = ٧ + (ن - ١) \times ٤$

$\frac{٤٧ - ٧}{٤} =$ ن - ١ ⇐ ن = ١٠ + ١ = ١١

© جميع الحقوق محفوظة

مثال ٥: في المتتالية ح$_{ن}$ = ٧ن - ٣ لكل ن ∋ ص$^{+}$ ، أثبت أن المتتالية حسابية

ح$_{ن+١}$ - ح$_{ن}$ = ء

ح$_{ن+١}$ = ٧(ن+١) - ٣ = ٧ن + ٧ - ٣ = ٧ن + ٤

ح$_{ن}$ = ٧ن - ٣

ح$_{ن+١}$ - ح$_{ن}$ = (٧ن + ٤) - (٧ن - ٣) = ٧ن + ٤ - ٧ن + ٣ = ٧

∴ المتتالية حسابية أساسها ء = ٧

حاول أن تحل ٥: في المتتالية ح$_{ن}$ = ٣ن + ٥ لكل ن ∋ ص$^{+}$ ، أثبت أن المتتالية حسابية

ح$_{ن+١}$ - ح$_{ن}$ = ء

ح$_{ن+١}$ = ٣(ن+١) + ٥ = ٣ن + ٣ + ٥ = ٣ن + ٨

ح$_{ن}$ = ٣ن + ٥

ح$_{ن+١}$ - ح$_{ن}$ = (٣ن + ٨) - (٣ن + ٥) = ٣ن + ٨ - ٣ن - ٥ = ٣

∴ المتتالية حسابية أساسها ء = ٣

مثال ٦: إذا كان الحد الخامس من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد الثامن يساوي ١٥ أوجد أساس المتتالية.

ح$_{٥}$ = ٩ ، ح$_{٨}$ = ١٥ ⇐ ء = $\frac{ح_{ن} - ح_{ك}}{ن - ك}$ = $\frac{ح_{٨} - ح_{٥}}{٨ - ٥}$ = $\frac{١٥ - ٩}{٨ - ٥}$ = ٢

حاول أن تحل ٦: إذا كان الحد الثاني من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد السادس يساوي -٣ ، فأوجد أساس المتتالية ، ثم أوجد المتتالية الحسابية مكتفياً بالحدود الأربعة الأولى .

ح$_{٢}$ = ٩ ، ح$_{٦}$ = -٣ ⇐ ء = $\frac{ح_{ن} - ح_{ك}}{ن - ك}$ = $\frac{ح_{٦} - ح_{٢}}{٦ - ٢}$ = $\frac{(-٣) - ٩}{٦ - ٢}$ = -٣

∴ المتتالية: ١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣

ملاحظة: مثال٧ وحاول أن تحل٧ (معلق)

© جميع الحقوق محفوظة

إذا كوّنت { أ ، ب ، جـ } متتالية حسابية فإن ب = $\frac{\text{أ} + \text{جـ}}{٢}$ هو الوسط الحسابي للعددين أ ، جـ

مثال ٨: إذا كانت (٨٤ ، س ، ١١٠) متتالية حسابية ، فأوجد قيمة س .

$$\text{س} = \frac{٨٤ + ١١٠}{٢} = ٩٧$$

حاول أن تحل ٨: أوجد قيمة ص من المتتالية الحسابية (٤٣ ، ص ، ٥٧)

$$\text{ص} = \frac{٤٣ + ٥٧}{٢} = ٥٠$$

مثال ٩: أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٢٣ ، ٦٥

عدد الحدود = ٥ + ٢ = ٧

٢٣ ($\text{ح}_١$) ، ☐ ، ☐ ، ☐ ، ☐ ، ☐ ، ٦٥ ($\text{ح}_٧$)

$$\text{ء} = \frac{\text{ح}_\text{ن} - \text{ح}_\text{ك}}{\text{ن} - \text{ك}} = \frac{\text{ح}_٧ - \text{ح}_١}{٧ - ١} = \frac{٦٥ - ٢٣}{٧ - ١} = ٧$$

٢٣ ، ٣٠ ، ٣٧ ، ٤٤ ، ٥١ ، ٥٨ ، ٦٥

حاول أن تحل ٩ - أ: أدخل ثلاثة أوساط حسابية بين -٩ ، ٣

عدد الحدود = ٣ + ٢ = ٥

-٩ ($\text{ح}_١$) ، ☐ ، ☐ ، ☐ ، ٣ ($\text{ح}_٥$)

$$\text{ء} = \frac{\text{ح}_\text{ن} - \text{ح}_\text{ك}}{\text{ن} - \text{ك}} = \frac{\text{ح}_٥ - \text{ح}_١}{٥ - ١} = \frac{٣ - (-٩)}{٥ - ١} = ٣$$

-٩ ، -٦ ، -٣ ، ٠ ، ٣

حاول أن تحل ٩ - ب: أدخل ٥ أوساط حسابية بين ١٣ ، ١

عدد الحدود = ٥ + ٢ = ٧

١٣ ($\text{ح}_١$) ، ☐ ، ☐ ، ☐ ، ☐ ، ☐ ، ١ ($\text{ح}_٧$)

$$\text{ء} = \frac{\text{ح}_\text{ن} - \text{ح}_\text{ك}}{\text{ن} - \text{ك}} = \frac{\text{ح}_٧ - \text{ح}_١}{٧ - ١} = \frac{١ - ١٣}{٧ - ١} = -٢$$

١٣ ، ١١ ، ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٣ ، ١

UULA
صفوة معلمي الكويت

مجموع حدود متتالية حسابية

مجموع أول (**ن**) حد من الحدود الأولى من متتالية حسابية حدها الأول **ح**$_1$ وأساسها **ء** هو:

$$جـ_ن = \frac{ن}{٢}(ح_1 + ح_ن) \quad ، \quad جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢ح_1 + (ن - ١)ء]$$

مثال ١٠: أوجد مجموع العشرين حد الأولى لمتتالية حسابية حدها الأول ١٠ و حدها العشرون ٥٠٠

$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \times (ح_1 + ح_ن) \Leftarrow جـ_{٢٠} = \frac{٢٠}{٢} \times (١٠ + ٥٠٠) = ٥١٠٠$

حاول أن تحل ١٠: أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى لمتتالية حسابية حدها الأول -١٢ و حدها العاشر ٢٤

$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \times (ح_1 + ح_ن) \Leftarrow جـ_{١٠} = \frac{١٠}{٢} \times (-١٢ + ٢٤) = ٦٠$

مثال ١١: أوجد مجموع الـ ١٦ حد الأولى لمتتالية حسابية حدها الأول ١٥ وأساسها ٧

$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \times [٢ح_1 + (ن-١)ء] \Leftarrow جـ_{١٦} = \frac{١٦}{٢} \times [٢ \times ١٥ + (١٦ - ١) \times ٧] = ١٠٨٠$

حاول أن تحل ١١ - أ: متتالية حسابية حدها الأول -٧ ، وأساسها ٤ . أوجد مجموع أول ٢٥ حد منها

$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \times [٢ح_1 + (ن-١)ء] \Leftarrow جـ_{٢٥} = \frac{٢٥}{٢} \times [٢ \times (-٧) + (٢٥ - ١) \times ٤] = ١٠٢٥$

حاول أن تحل ١١ - ب: أوجد مجموع حدود المتتالية (٥ ، ٧ ، ٩ ، ... ، ٩٥)

$ح_1 = ٥ \quad ، \quad ح_ن = ٩٥ \quad ، ء = ٢$

$ح_ن = ح_1 + (ن-١)ء$

$٩٥ = ٥ + (ن - ١) \times ٢$

$\frac{٩٥ - ٥}{٢} = ن - ١ \Leftarrow ن = ٤٥ + ١ = ٤٦$

بالتالي: $جـ_ن = \frac{ن}{٢} \times (ح_1 + ح_ن) \Leftarrow جـ_{٤٦} = \frac{٤٦}{٢} \times (٥ + ٩٥) = ٢٣٠٠$

ملاحظة: مثال ١٢ ، ١٣ وحاول أن تحل ١٢ ، ١٣ (معلق)

المتتاليات الحسابية - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. المتتالية (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ...) هي متتالية حسابية (أ) (ب)

٢. المتتالية (-٢١ ، -١٨ ، -١٥ ، -١٢ ، ...) هي متتالية حسابية (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٣. في المتتالية الحسابية (-١٦ ، س ، ١ ، ...) قيمة س تساوي

(أ) صفراً (ب) -٨ (ج) -٧ (د) -٧،٥

٤. الحد العاشر في المتتالية الحسابية (٨ ، ٦ ، ٤ ، ...) هو

(أ) -١٢ (ب) -٨ (ج) -١٠ (د) -١٤

٥. متتالية حسابية حدها الخامس = ٩ وحدها الثامن = ١٥ فإن أساسها يساوي

(أ) ٤ (ب) ٢ (ج) ٦ (د) ٨

٦. متتالية حسابية حدها الأول ١٠ وحدها العشرون ٥٠٠ مجموع الحدود العشرين الأولى هو:

(أ) ٥١٠٠ (ب) ٥٠٠٠ (ج) ٤٩٠٠ (د) ٤٨٠٠

٧. في المتتالية الحسابية (٤ ، ١ ، -٢ ، ...) رتبة الحد الذي قيمة -٢٣هي:

(أ) ٨ (ب) ٩ (ج) ١٠ (د) ١١

٨. إذا أدخلنا ثلاثة أوساط حسابية بين العددين ٥ ، ٢١ فإن هذه الأوساط هي:

(أ) ٩ ، ١٤ ، ١٩ (ب) ٨ ، ١٣ ، ١٨ (ج) ٨ ، ١٣ ، ١٦ (د) ٩ ، ١٣ ، ١٧

٩. الحد الناقص في المتتالية الحسابيّة التالية: ١٠١ ، .... ، -١٥٥

(أ) ٢٧ (ب) -٢٧ (ج) -٣٠ (د) ٣٠

١٠. متتالية حسابيّة فيها الحد الأول يساوي ٢ والحد العاشر يساوي ٢٠ فإن مجموع الحدود العشرة الأولى منها يساوي:

(أ) ١١٠ (ب) ٢٢٠ (ج) ٥٥ (د) ٣٣

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
الإجابة	ب	أ	د	ج	ب	أ	ج	د	ب	أ	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

© جميع الحقوق محفوظة

٣-٥ المتتاليات الهندسية

المتتالية الهندسية: هي متتالية ناتج قسمة أي حد فيها على الحد السابق له مباشرة، يساوي عدداً ثابتاً غير صفري، يسمى هذا الناتج أساس المتتالية الحسابية ويرمز له بـ ر

$$\frac{ح_{ن+1}}{ح_ن} = ر$$

المتتالية (٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، ...)

×٢ ×٢ ×٢

∴ المتتالية هندسية وأساسها ر =٢

المتتالية (٢ ، ٢٠ ، ٢٠٠ ، ٢٠٠٠ ، ...)

×١٠ ×١٠ ×١٠

∴ المتتالية هندسية وأساسها ر = ١٠

مثال ١: في المتتالية $ح_ن$ حيث $ح_ن = (٣)^ن$، اكتب الحدود الخمسة الأولى، أثبت أن $ح_ن$ متتالية هندسية

$ح_١ = ٣^١ = ٣$

$ح_٢ = ٣^٢ = ٩$

$ح_٣ = ٣^٣ = ٢٧$

$ح_٤ = ٣^٤ = ٨١$

$ح_٥ = ٣^٥ = ٢٤٣$

$\frac{ح_{ن+1}}{ح_ن} = \frac{(٣)^{ن+1}}{(٣)^ن} = ٣$ ثابت

∴ المتتالية هندسية أساسها ر = ٣

حاول أن تحل ١: أثبت أن المتتالية $ح_ن = (٢)^ن$ ، هي متتالية هندسية

معلق

$\frac{ح_{ن+1}}{ح_ن} = \frac{(٢)^{ن+1}}{(٢)^ن} = ٢$ ثابت

∴ المتتالية هندسية ر = ٢

مثال ٢: اكتب الحدود الخمسة الأولى من متتالية هندسية حدها الأول ٩ وأساسها ٣

٩ ، ٢٧ ، ٨١ ، ٢٤٣ ، ٧٢٩

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$ ، $ح_٥$

حاول أن تحل ٢: اكتب الحدود الأربعة الأولى من متتالية هندسية حدها الأول ٥ وأساسها -٣

٥ ، -١٥ ، ٤٥ ، -١٣٥

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

الحد النوني لمتتالية هندسية

الحد النوني (العام) لمتتالية هندسية حدها الأول $ح_1$ وأساسها ر هو:

$$ح_ن = ح_1 \times ر^{ن-1}$$

مثال ٣: متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨ ، اكتب المتتالية الهندسية مكتفياً بالحدود الأربعة الأولى منها

$ح_ن = ح_1 \times ر^{ن-1}$

$ح_6 = ح_1 \times ر^{6-1}$

$128 = 4 \times ر^5 \Leftarrow ر^5 = \frac{128}{4} = 32$ (لاحظ: الأس=٥ عدد فردي)

بالتالي: $ر = \sqrt[5]{32} = 2$

بالتالي المتتالية هي: ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢

حاول أن تحل ٣: متتالية هندسية حدها الأول ٢٧ وحدها الخامس $\frac{1}{3}$ ، اكتب المتتالية الهندسية مكتفياً بالحدود الخمسة الأولى منها

$ح_ن = ح_1 \times ر^{ن-1}$

$ح_5 = ح_1 \times ر^{5-1}$

$\frac{1}{3} = 27 \times ر^4 \Leftarrow ر^4 = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)}{27} = \frac{1}{81}$ (لاحظ: الأس=٤ عدد زوجي)

بالتالي: $ر = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \pm \frac{1}{3}$

عندما $ر = \frac{1}{3}$ تكون المتتالية: ٢٧ ، ٩ ، ٣ ، ١ ، $\frac{1}{3}$

عندما $ر = -\frac{1}{3}$ تكون المتتالية: ٢٧ ، -٩ ، ٣ ، -١ ، $\frac{1}{3}$

ملاحظة: مثال 4 وحاول أن تحل ٤ (معلق)

إذا كانت أ ، ب ، جـ متتالية هندسية فإن ب = $\pm \sqrt{\text{أ جـ}}$ ، شرط (أ جـ > ٠) فإن: (ب) هو الوسط الهندسي بين (أ) و (جـ)

مثال٥ وحاول أن تحل ٥: أوجد وسطاً هندسياً بين العددين في كل مما يلي:

- $\frac{١}{٣}$ ، ٢٧ $\pm \sqrt{\frac{١}{٣} \times ٢٧} = \pm ٣$
- ٢٠ ، ٨٠ $\pm \sqrt{٢٠ \times ٨٠} = \pm ٤٠$
- -٣ ، -٢٧ $\pm \sqrt{-٣ \times -٢٧} = \pm ٩$
- ٣ ، ١٨٫٧٥ $\pm \sqrt{٣ \times ١٨٫٧٥} = \pm ٧٫٥$

مثال ٧: أدخل خمسة أوساط هندسية موجبة بين ٥١٢ ، ٨

عدد الحدود = ٥ + ٢ = ٧

$\underset{ح_١}{٥١٢}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\underset{ح_٧}{٨}$

$ح_ن = ح_١ \times ر^{ن-١} \Leftarrow ح_٧ = ح_١ \times ر^{٧-١} \Leftarrow ٨ = ٥١٢ \times ر^٦ \Leftarrow ر^٦ = \frac{٨}{٥١٢} = \frac{١}{٦٤}$

الأس (٦) عدد زوجي $\Leftarrow ر = \pm \sqrt[٦]{\frac{١}{٦٤}} = \pm \frac{١}{٢}$ السالب مرفوض لأن الحدود موجبة بالتالي:

$ر = \frac{١}{٢}$ ومنه المتتالية : ٥١٢ ، $\boxed{٢٥٦}$ ، $\boxed{١٢٨}$ ، $\boxed{٦٤}$ ، $\boxed{٣٢}$ ، $\boxed{١٦}$ ، ٨

حاول أن تحل ٧: أدخل ثمانية أوساط هندسية بين ٢ ، ١٠٢٤

عدد الحدود = ٨ + ٢ = ١٠

$\underset{ح_١}{٢}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\underset{ح_{١٠}}{١٠٢٤}$

$ح_ن = ح_١ \times ر^{ن-١} \Leftarrow ح_{١٠} = ح_١ \times ر^{١٠-١} \Leftarrow ١٠٢٤ = ٢ \times ر^٩ \Leftarrow ر^٩ = \frac{١٠٢٤}{٢} = ٥١٢$

الأس (٩) عدد فردي $\Leftarrow ر = \sqrt[٩]{٥١٢} = ٢ \Leftarrow$ المتتالية:

٢ ، $\boxed{٤}$ ، $\boxed{٨}$ ، $\boxed{١٦}$ ، $\boxed{٣٢}$ ، $\boxed{٦٤}$ ، $\boxed{١٢٨}$ ، $\boxed{٢٥٦}$ ، $\boxed{٥١٢}$ ، ١٠٢٤

© جميع الحقوق محفوظة

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ح}_{١} \times \frac{\text{ر}^{\text{ن}} - ١}{\text{ر} - ١} \quad \text{أو} \quad \text{ج}_{\text{ن}} = \text{ح}_{١} \times \frac{١ - \text{ر}^{\text{ن}}}{١ - \text{ر}} \text{ ، } \quad \text{ر} \neq ١$$

مثال ٨: أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية (٢ ، ٤ ، ٨ ، ...)

$$\text{ح}_{١} = ٢ \text{ ، ر} = ٢ \text{ ، ج}_{\text{ن}} = \text{ح}_{١} \times \frac{١-\text{ر}^{\text{ن}}}{١-\text{ر}} \Leftarrow \text{ج}_{١٠} = ٢ \times \frac{١-٢^{١٠}}{١-٢} = ٢٠٤٦$$

حاول أن تحل ٨: أوجد مجموع الحدود الثمانية الأولى من المتتالية الهندسية (٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ...)

$$\text{ح}_{١} = ٣ \text{ ، ر} = ٣ \text{ ، ج}_{\text{ن}} = \text{ح}_{١} \times \frac{١-\text{ر}^{\text{ن}}}{١-\text{ر}} \Leftarrow \text{ج}_{٨} = ٣ \times \frac{١-٣^{٨}}{١-٣} = ٩٨٤٠$$

مثال ٩: الحد الأول من متتالية هندسية يساوي ٨ والحد الثالث منها يساوي $\frac{٨}{٩}$
أوجد مجموع الحدود الستة الأولى منها

$$\text{ح}_{١} = ٨ \text{ ، ح}_{٣} = \frac{٨}{٩}$$

$$\text{ح}_{\text{ن}} = \text{ح}_{١} \times \text{ر}^{\text{ن}-١} \Leftarrow \text{ح}_{٣} = \text{ح}_{١} \times \text{ر}^{٣-١} \Leftarrow$$

$$\frac{٨}{٩} = ٨ \times \text{ر}^{٢} \Leftarrow \text{ر}^{٢} = \frac{١}{٩}$$ ←(لاحظ الأس عدد زوجي)

$$\text{ر} = \pm\sqrt{\frac{١}{٩}} = \pm\frac{١}{٣}$$

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \text{ح}_{١} \times \frac{١-\text{ر}^{\text{ن}}}{١-\text{ر}}$$

عندما $\text{ر} = \frac{١}{٣} \Leftarrow \text{ج}_{٦} = ٨ \times \frac{١-\left(\frac{١}{٣}\right)^{٦}}{١-\frac{١}{٣}} = \frac{٢٩١٢}{٢٤٣}$

عندما $\text{ر} = -\frac{١}{٣} \Leftarrow \text{ج}_{٦} = ٨ \times \frac{١-\left(\frac{-١}{٣}\right)^{٦}}{١-\left(\frac{-١}{٣}\right)} = \frac{١٤٥٦}{٢٤٣}$

ملاحظة: حاول أن تحل ٩ (معلق)

صفوة معلمي الكويت

المتتاليات الهندسية - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

١. المتتالية (٥، ١٠، ٢٠، ٤٠، ...) هي متتالية هندسية (أ) (ب)

٢. المتتالية $ح_ن = ٣^ن$ هي متتالية هندسية (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٣. متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨ بالتالي أساسها يساوي

(أ) ± ٢ (ب) ٢ (ج) ± ٤ (د) ٤

٤. الوسط الهندسي بين العددين $\frac{١}{٣}$، ٢٧ هو:

(أ) ± ٣ (ب) ٣ (ج) ٩ (د) ± ٩

٥. مجموع الحدود العشرة الأولى في المتتالية الهندسية (٢، ٤، ٨، ...) يساوي

(أ) ٢٦٠٠ (ب) ١٠٢٨ (ج) ٢٠٠٠ (د) ٢٠٤٦

٦. لتكن ٢٤٣، أ، ب، ج، ١٩٦٨٣ متتالية هندسية فإن ر=

(أ) ٣ فقط (ب) $-\frac{١}{٣}$ فقط (ج) ± ٣ (د) $\pm \frac{١}{٣}$

٧. ناتج ضرب الوسط الهندسي السالب للعددين ٢، ٣٢ والوسط الهندسي السالب للعددين ١، ٤ هو:

(أ) ١٦ (ب) -١٦ (ج) ٣٢ (د) ٢٥٦

٨. قيمة س في المتتالية الهندسيّة: $\left(\frac{٢}{٥}، س، \frac{٨}{٤٥}، \frac{١٦}{١٣٥}\right)$

(أ) $\frac{١٥}{٤}$ (ب) $\frac{٢}{١٥}$ (ج) $\frac{٤}{١٥}$ (د) $\frac{١٥}{٢}$

٩. أوجد قيمة س في المتتالية الهندسيّة. ٩١٨٠، س، ٢٥٥، ...

(أ) ١٥٣٠ (ب) -١٥٣٠ (ج) ± ١٥٣٠ (د) صفراً

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	
الإجابة	أ	أ	ب	أ	د	ج	أ	ج	ج	

تـدرب وتـفـوق

جاوب على أهم أسئلة الدرس واثبت لنا قوتك في هذا الدرس!

© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

صفوة معلمي الكويت
Made in Kuwait