قناة الفلاح للرياضيات

٢٠٢٤ _ ٢٠٢٥

الفصل الدراسي الأول

مذكرة الفلاح

الصف العاشر

صفوة معلمي الكويت

@MOH82FALAH

أ / محمد نوري الفلاح

المحتوَياتُ

صفوة معلمي الكويت

الأعداد الحقيقية:

اتحاد مجموعتي الأعداد النسبية وغير النسبية تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية ح = ن ∪ $\overline{ن}$

الأعداد الحقيقية

الأعداد النسبية	الأعداد غير النسبية
أمثلة: $\frac{١}{٣}$ ، ٠,١٤ ، −٢$\frac{١}{٣}$	أمثلة:
الأعداد الصحيحة: ....، −٢، −١، ٠، ١، ٢، ...	$\sqrt{٣}$
الأعداد الطبيعية (الكلية): ٠، ١، ٢، ٣، ...	π
	$\sqrt[٣]{٥}$
	١,٣٤٣٣٤...

مثال: حدد أياً من الأعداد التالية عدداً نسبياً وأيها غير نسبي.

١) $-\frac{١٨}{٥}$

٢) $\sqrt{٤١}$

٣) ٠,٣٣٣٣.....

٤) ١,٠١٠٠١٠٠٠١....

صفوة معلمي الكويت

مثال: حدد أياً من الأعداد التالية عدداً نسبياً وأيها غير نسبي:

١) $\frac{\sqrt{٤}}{٣}$

٢) ٥ π

٣) $١,\overline{٤}$

مثال: أعط خمسة أعداد حقيقية بين ٣,١٤ ، ٣,١٥ .

مثال: أعط ستة أعداد حقيقية بين ١,٤١٤ ، ١,٤١٥

صفوة معلمي الكويت

مثال: اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية :

أ) (- ١ ، ٣]   ب)] ٤ ، ٥ [جـ) (-∞ ، ٢)   د)] ٤ ، ∞)

مثال: اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية :

أ) (- ٢ ، ١)   ب) (-∞ ، ٣]

مثال: مثل كلاً مما يلي على خط الأعداد:

أ)] ٢ ، ∞) ∪ (- ∞ ، - ٣)   ب)] -١ ، ∞) ∪ (-∞ ، - ٥]

صفوة معلمي الكويت

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة س –٧ < -٢ ومثل الحلول بيانياً على خط الأعداد،ثم تحقق من صحة الحل

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد لكل مما يلي :

أ) ص - ٤ ≤ ١

ب) ١٢ ≥ س - ٥

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ٢س +٣ < -١ ومثل الحلول بيانياً على خط الأعداد

عندما تضرب طرفي متباينة في عدد سالب أو تقسم طرفي متباينة على عدد سالب، اعكس علاقة الترتيب.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد لكل مما يلي :

أ) $\frac{س}{-٢} > ١$

ب) $\frac{ب}{٤} \leq ١$

صفوة معلمي الكويت

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ٨ س – ١٥ > ٧٣ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ٣ (س + ٤) + ٥س > ٣ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ٢ (م + ٢) -٣م ≤ ١ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ٦ س – ١٥ > ٤س + ١ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

صفوة معلمي الكويت

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة -٥ < ٢س + ٥ < ٣   ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة -٣ < ١ – ٢س < ٣   ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينات التالية ، ومثلها على خط الأعداد إن أمكن.

أ) ٢(٢س – ٨) > ٤س + ٢

ب) ٣س + ٧ > ٣ (س – ٣)

صفوة معلمي الكويت

مثال: أوجد مجموعة حل كل زوج من المتباينات . مثل الحل على خط الأعداد.

أ) ٧ س > -٢٥

ب) ٥ س ≥ ٣٠

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ١٧- ١٢ س ≥ ٥ (٧ - ٣ س) - ١٥

ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

صفوة معلمي الكويت

تعريف:

لكل عدد حقيقي س يكون:

$$|س| = \begin{cases} س & \text{إذا كان } س > ٠ \\ ٠ & \text{إذا كان } س = ٠ \\ -س & \text{إذا كان } س < ٠ \end{cases}$$

بعض خواص القيمة المطلقة للأعداد الحقيقية

ليكن ﺃ، ب $\in$ ح

١ $|ﺃ| \geq ٠$

٢ $|-ﺃ| = |ﺃ|$

٣ $|ﺃ \times ب| = |ﺃ| \times |ب|$

٤ $\left|\frac{ﺃ}{ب}\right| = \frac{|ﺃ|}{|ب|}$، حيث ب $\neq ٠$

٥ $|ﺃ| \geq ﺃ$

٦ $|ﺃ - ب| = |ب - ﺃ|$

مثال: أعد تعريف كل مما يلي دون استخدام رمز القيمة المطلقة .

أ) $|س + ٣|$ ب) $|س - ٤|$ جـ) $|٤ - ٢س|$

حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة

نتيجة

١ إذا كان ﺃ عددًا حقيقيًّا موجبًا فإن حل المعادلة |س| = ﺃ هو: س = ﺃ أو س = −ﺃ وتكون مجموعة الحل {− ﺃ ، ﺃ}.

٢ إذا كان ﺃ عددًا حقيقيًّا سالبًا فإن المعادلة |س| = ﺃ مجموعة حلها $\emptyset$

٣ إذا كان ﺃ = ٠ فإن |س| = ﺃ مجموعة حلها {٠}.

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | ٢ص – ٣ | = ٧ ، ثم تحقق من صحة الحل .

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | ٥س + ٣ | = ٨

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | ٢س - ١ | = ٠

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : ٥ + | - ٢س + ٤ | = ٠

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : ٤ | ٢س + ٣ | - ٥ = ١١

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : ٣ | ٢س + ٤ | - ٦ = ٠

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : $٢|٣ - ٢س| = ١٤$

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : $|٢س - ٣| = |س + ١|$

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | ٥ س + ٢ | = | ٣ س + ٤ |

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | ص – ٥ | = | ٢ص + ٣ |

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | س – ٥ | = | س – ٧ |

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | ٤س – ١ | = س + ٢

صفوة معلمي الكويت

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | ٢س + ٣ | = ٣ س ـ ٢

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة : | س - ١| = ٥ س + ١٠

حل متباينات تتضمن قيمة مطلقة

تعميم

ليكن ٩ عددًا حقيقيًا موجبًا.

١ |س| ≤ ٩ تكافئ −٩ ≤ س ≤ ٩

٢ |س| ≥ ٩ تكافئ س ≥ ٩ أو س ≤ − ٩

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ٤ | ٢ س + ١ | + ٤ ≥ ١٢ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة | ٣ع – ٦ | + ٣ > ١٥ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة | ٢س + ٣ | -١ ≥ ٦ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة | ص – ٤ | ≤ ١٢ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة ٢|٣م – ٤ | -١ > ٥ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

صفوة معلمي الكويت

تعميم

رأس منحنى الدالة ص = |أس + ب| + جـ هو النقطة $\left(-\frac{ب}{أ} ، جـ\right)$

ملاحظة: رأس منحنى الدالة ص = |أس + ب| هو النقطة $\left(-\frac{ب}{أ} ، ٠\right)$

مثال: ارسم بيانياً الدالة: ص = | ٢س + ٤ | .

مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = | س | + ٥

مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = -| س | + ٢

مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = | س – ٣ |

مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = - | س + ٤ |

مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = | س – ٢ | + ١

صفوة معلمي الكويت

مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = | س + ٤ | + ٣

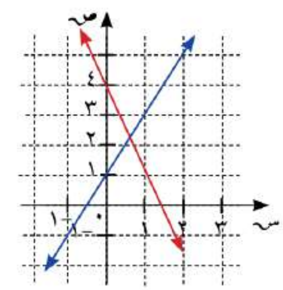
مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = - | س + ٣ | - ٢

مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = - | س – ٥ | - ٣

مثال: استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = | س - ٤ | + ٣

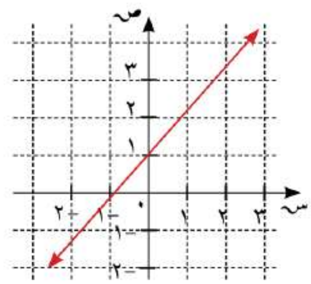
صفوة معلمي الكويت

يمكن لنظام معادلتين خطيتين أن يكون له حل واحد أو لا حل، أو عدد لانهائي من الحلول.



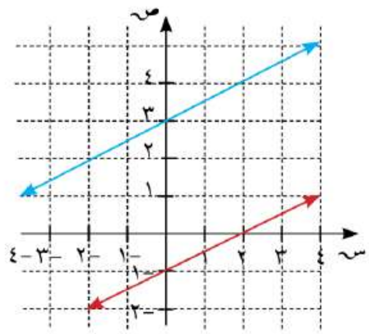
المستقيمان متقاطعان

للنظام حل واحد



المستقيمان منطبقان

للنظام عدد لانهائي من الحلول



المستقيمان متوازيان غير منطبقين

لا حل للنظام

مثال: استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

$$\begin{cases} ٢ س - ص = ١٣ \\ ٣ س + ص = ٧ \end{cases}$$

مثال: استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

٢ س + ٣ ص = ١٣
- ٢ س + ٤ ص = ١٠

مثال: استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

٢ س +٣ ص = ٣
٣ س - ٥ص = ١٤

مثال: استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

٢ س + ٣ ص = ١٢

٥ س - ص = ١٣

مثال: استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام

ص = ٢ س + ٣

٥ س – ٤ ص = ٦

مثال: استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام

جـ + ب = ١٢
٣جـ - ب = ٨

مثال: استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام

٣س – ص = ١
٣س – ٢ص = ٥

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة: $س^٢ - ٨س = -١٥$ بإكمال المربع .

إرشاد:

لإكمال المربع نضيف إلى الطرفين $(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^٢$

صفوة معلمي الكويت

القانون العام لحل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد:

حلّ المعادلة: أس^٢ + ب س + جـ = ٠، حيث أ ≠ ٠ هو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أجـ}}{٢أ}$$

مثال: حل المعادلة : **س^٢ ـ ٦س + ٥ = ٠** باستخدام القانون

مثال: حل المعادلة : **س^٢ + ١٠س = -١٦** باستخدام القانون

مثال: باستخدام القانون، أوجد مجموعة حل المعادلة : **س (س – ٢) = ٧**

مثال: باستخدام القانون، أوجد مجموعة حل المعادلة : **٤س^{٢} = ١٣س – ٩**

مثال: باستخدام القانون، أوجد مجموعة حل المعادلة : **٢س^{٢} + ٤س – ٧ = ٠**

٤- استخدام المميز Δ:

من القانون العام لحل المعادلة: أس^{٢} + ب س + جـ = ٠ حيث أ ≠ ٠

تكون الصورة العامة لجذري المعادلة كالتالي:

$$س = \frac{-ب + \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} \quad \text{أو} \quad س = \frac{-ب - \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

يسمى Δ = ب^{٢} − ٤أجـ **المميز**، وقد يكون الناتج عددًا موجبًا أو صفرًا أو عددًا سالبًا لأنه يميّز لنا **نوع جذري** المعادلة من حيث كونهما: **عددين حقيقيين مختلفين، إذا كان المميز موجبًا**

أو عددين حقيقيين متساويين، إذا كان المميز يساوي صفرًا

أو عددين غير حقيقيين، إذا كان المميز سالبًا.

مثال: حدد نوع جذري المعادلة: **س^{٢} + ٢س − ٣ = ٠** وتحقق من نوع الجذرين جبرياً .

مثال: حدد نوع جذري المعادلة: **٢س٢ ـ ٥س + ٢ = ٠** وتحقق من نوع الجذرين جبرياً .

مثال: أوجد نوع جذري المعادلة: **س٢ + ١٠س + ٢٥ = ٠** وتحقق من نوع الجذرين جبرياً باستخدام القانون .

صفوة معلمي الكويت

مثال: حدد نوع جذري المعادلة: **س^{٢} + ٢س + ٥ = ٠**

مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة التربيعية:

إذا كان جذرا المعادلة: أس^{٢} + ب س + جـ = ٠ هما م، ن

فإن: م + ن = $-\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ ، م × ن = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

مثال: بدون حل المعادلة ، أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: **٣س^{٢} + ٢س – ٣ = ٠** إذا وجدا .

مثال: بدون حل المعادلة، أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: **٤س^{٢} - ٩س + ٣ = ٠** إذا وجدا

مثال: إذا كان مجموع جذري المعادلة: **٢س^{٢} + ب س ــ ٥ = ٠** يساوي ١ . فأوجد قيمة ب، ثم حل المعادلة .

مثال: إذا كان ناتج ضرب جذري المعادلة: **أس^{٢} ــ ٥س + ٢ = ٠** يساوي $\frac{٢}{٣}$ فأوجد قيمة أ ، ثم حل المعادلة

إيجاد المعادلة التربيعية إذا علم جذراها:

المعادلة على الصورة: س^{٢} − (م + ن)س + م ن = ٠

مثال: أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣ ، ٥

مثال: إذا كان جذرا المعادلة **س^{٢} ــ ٥س + ٦ = ٠** هما ل، م فكون معادلة تربيعية جذراها **٢ل، ٢م** .

صفوة معلمي الكويت

مثال: لتكن المعادلة: $-٣س^٢ + ٥س + ٧ = ٠$ جذراها ل ، م اكتب معادلة تربيعية يكون جذراها: **ل + ١، م + ١**

ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) العدد ٠,٤ هو عدد نسبي (أ) (ب)

(٢) العدد ٠,$\overline{\text{٤}}$ هو عدد نسبي (أ) (ب)

(٣) العدد ٥π هو عدد نسبي (أ) (ب)

(٤) العدد الحقيقي ٥,١٦٣ يقع بين العددين الحقيقيين ٥,١٦ ، ٥,١٧ (أ) (ب)

(٥) إذا كانت م ≥ ب فإن العدد م - ب ≥ ٠ (أ) (ب)

(٦) مجموعة حل المتباينة | س | -١ ≥ ٣ هي (-٤ ، ٤) (أ) (ب)

(٧) مجموعة حل المتباينة | س + ٤ | > ٥ هي (-٥ ، ٥) (أ) (ب)

(٨) مجموعة حل المتباينة | س - ٥ | ≥ -٥ هي ح (أ) (ب)

(٩) مجموعة حل المتباينة ٦ (٢ص - ١) > ١٢ص هي ∅ (أ) (ب)

(١٠) أحد حلول المعادلة | س - ٣ | = س - ٣ هو ٣ (أ) (ب)

(١١) رأس منحنى الدالة ص = | ٢س - ٤ | هو النقطة (٠ ، ٢) (أ) (ب)

(١٢) رأس منحنى الدالة ص = | ٢س - ٦ | + ٥ هو النقطة (٣ ، -٥) (أ) (ب)

صفوة معلمي الكويت

(١٣) للمعادلة $م^{٢} + ٤م + ٥ = ٠$ جذران حقيقيان مختلفان (أ) (ب)

---

(١٤) قيمة المميز Δ للمعادلة $س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠$ يساوي ١ (أ) (ب)

---

(١٥) مجموع جذري المعادلة $٢س^{٢} - ٤س + ٥ = ٠$ يساوي -٢ (أ) (ب)

---

(١٦) مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٢س + ص = ٤ \\ ٣س = ص + ٧ \end{cases}$ هي $\{ (١ ، ٢) \}$ (أ) (ب)

---

(١٧) ناتج ضرب جذري المعادلة $٢س^{٢} - ٧س + ٦ = ٠$ يساوي ٣ (أ) (ب)

---

(١٨) ناتج ضرب جذري المعادلة $٣س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠$ يساوي -١ (أ) (ب)

السؤال الثاني:

في البنود التالية لكل بند أربع اختيارات ، ظلّل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(١) أحد حلول المعادلة $|س - ٣| = س - ٣$ هو:

(أ) -٣ (ب) صفر (ج) ١ (د) ٣

---

(٢) مجموعة حل المعادلة $|٣س - ٢| = ٣س - ٢$ هي:

(أ) $[\frac{٢}{٣} ، +\infty)$ (ب) $(\frac{٢}{٣} ، +\infty)$

(ج) $(-\infty ، \frac{٢}{٣})$ (د) $(-\infty ، \frac{٢}{٣}]$

---

(٣) تم انسحاب بيان الدالة $ص = |س|$ ثلاث وحدات إلى الأسفل و وحدتين إلى اليمين ، فإن الدالة الناتجة هي:

(أ) $ص = |س - ٢| - ٣$ (ب) $ص = |س + ٢| - ٣$

(ج) $ص = |س - ٢| + ٣$ (د) $ص = |س + ٢| + ٣$

(٤) مجموعة حل النظام { ٢س + ص = ٣ ، ٤س - ص = ٩ } هي :

(أ) { (٣ ، -٣) } (ب) { (٣ ، ٣) }

(جـ) { (٢ ، -١) } (د) { (٢ ، ١) }

---

(٥) المعادلة التربيعية التي جذراها ٣ ، ٥ هي :

(أ) س^{٢} + ٢س + ١٥ = ٠ (ب) س^{٢} - ٢س + ١٥ = ٠

(جـ) س^{٢} - ٨س + ١٥ = ٠ (د) س^{٢} + ٨س + ١٥ = ٠

---

(٦) إذا كان م ، ن جذرين للمعادلة التربيعية : ٣س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠

فإن م × ن يساوي :

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) -١ (د) $\frac{٢}{٣}$

---

(٧) مجموعة حل المتباينة -٣ ≤ ١ - ٢س < ٣ هي :

(أ) [-١ ، ٢] (ب) [-١ ، ٢) (جـ) (-١ ، ٢] (د) (-١ ، ٢)

---

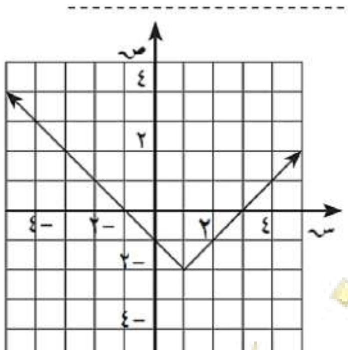
(٨) في ما يلي أي دالة لا يمر بيانها بالنقطة (٥ ، ٠) :

(أ) ص = | س | + ٥ (ب) ص = | س - ٥ |

(جـ) ص = | س - ٥ | + ٥ (د) ص = | س + ٥ |

---

(٩) الدالة التي يمثلها الشكل البياني الموضح يمكن أن تكون :



(أ) ص = | س | - ٢ (ب) ص = | س - ٢ |

(جـ) ص = | س - ٢ | + ٢ (د) ص = | س - ١ | - ٢

صفوة معلمي الكويت

(١٠) مجموعة حل المتباينة | س | < ٢ هي :

(أ) (-∞ ، ٢) (ب) [-٢ ، ٢] (جـ) (-٢ ، ٢] (د) (-٢ ، ٢)

---

(١١) مجموعة حل النظام { ٢س - ص = ١٣ ، ٣س + ص = ٧ } هي :

(أ) { (٤ ، ٥) } (ب) { (٤ ، -٥) }

(جـ) { (٥ ، -٤) } (د) { (٥ ، ٤) }

---

(١٢) قيمة ك التي تجعل للمعادلة : ك س^{٢} + ٤٠س + ٢٥ = ٠ جذران حقيقيان متساويان هي :

(أ) ٩ (ب) ١٦ (جـ) -١٦ (د) ٢٥

---

(١٣) المعادلة التي أحد جذراها هو مجموع جذري المعادلة : س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠
و جذرها الآخر هو (-٥) هي :

(أ) س^{٢} - ٥ = ٠ (ب) س^{٢} - ٥س - ٥ = ٠

(جـ) س^{٢} - ٢٥ = ٠ (د) س^{٢} - ١٠س + ٢٥ = ٠

---

(١٤) مجموعة حل النظام { س + ص = ١٤ ، س - ص = ٢ } هي :

(أ) { (٨ ، -٦) } (ب) { (٦ ، ٨) }

(جـ) { (٨ ، ٦) } (د) { (٧ ، ٢) }

صفوة معلمي الكويت

الزاوية الربعية:

هي زاوية موجهة في الوضع القياسي ينطبق ضلعها النهائي على أحد محوري الإحداثيات مثل الزوايا ٠°، ٩٠°، ١٨٠°، ٢٧٠°، ٣٦٠° أو −٩٠°، −١٨٠°، −٢٧٠°، −٣٦٠°.

ملاحظة:

الدرجة = ٦٠ دقيقة

١° = ٦٠′

الدقيقة = ٦٠ ثانية

١′ = ٦٠″

مثال: أوجد $\frac{٧}{٨}$ الزاوية القائمة بالقياس الستيني . (بالدرجات والدقائق)

مثال: أوجد $\frac{٧}{٣٢}$ الزاوية القائمة بالقياس الستيني .

مثال: استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد $\frac{٣}{٧}$ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني .

صفوة معلمي الكويت

تعريف:

القياس الدائري لزاوية مركزية في دائرة = $\frac{\text{طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية}}{\text{طول نصف قطر هذه الدائرة}}$

ويرمز إليه بالرمز هـ^{د}.

هـ^{د} = $\frac{ل}{نق}$ ومنها ل = هـ^{د} نق

مثال: دائرة طول نصف قطرها ٤ سم. أوجد طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{د}$

مثال: دائرة طول نصف قطرها ٦ سم. أوجد طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها $(\ ١,٢\ )^{د}$

صفوة معلمي الكويت

العلاقة بين القياسين الدائري والستيني :

قانون: إذا كان لدينا زاوية قياسها الدائري هـ^د وقياسها الستيني س$^\circ$ فإن:

$$\frac{هـ^د}{\pi} = \frac{س^\circ}{١٨٠^\circ}$$ ومنها $$س^\circ = هـ^د \times \frac{١٨٠^\circ}{\pi}$$ $$هـ^د = س^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ}$$

مثال: زاوية قياسها ٥^د ، أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة .

مثال: زاوية قياسها $\frac{\pi}{٦}$ ، أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة .

مثال: زاوية قياسها ٠,٧٥^د ، أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة .

مثال: زاوية قياسها ٧٥$^\circ$ ، أوجد القياس الدائري لها.

مثال: زاوية قياسها ٤٥$^\circ$ ، أوجد القياس الدائري لها.

مثال: زاوية قياسها ٢٢٥$^\circ$ ، أوجد القياس الدائري لها.

مثال: حدد الزوايا الربعية من بين الزوايا التالية: π، ٢٥٠$^\circ$، $\frac{٥\pi}{٧}$ ، $-\frac{\pi}{٢}$، ٣٣٠$^\circ$.

صفوة معلمي الكويت

جا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، قتا أ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

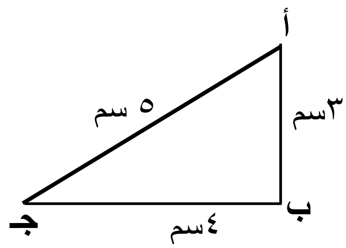
جتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ، قا أ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

ظا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ ، ظتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

مثال: في الشكل المقابل :

أثبت أن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ،

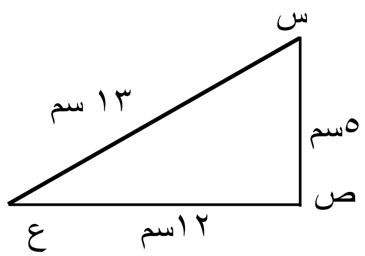
ثم أوجد جا أ، جا جـ .



مثال: في الشكل المقابل :

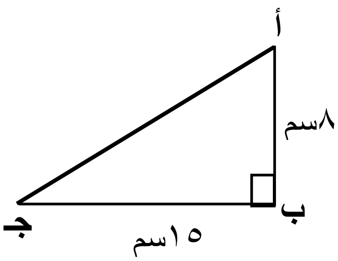
أثبت أن المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص ،

ثم أوجد جا س، جا ع ، جتا س ، ظا ص.



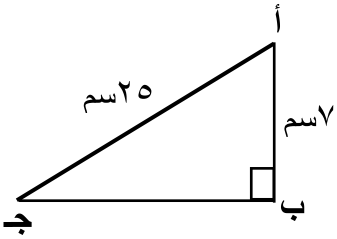
مثال: المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، فيه أب = ٨سم ، ب جـ =١٥ سم

أوجد أ جـ ، جا أ ، قا جـ ، ظتا جـ ، قتا أ.

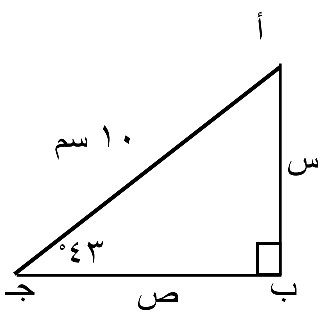


مثال: المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، فيه أب = ٧سم ، أ جـ =٢٥ سم

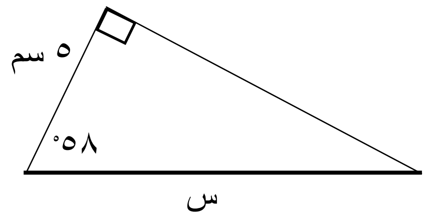
أوجد ب جـ ، جتا أ ، قتا جـ ، ظا جـ ، قا أ.



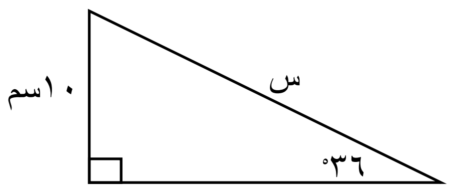
مثال: في الشكل المجاور أوجد س ، ص



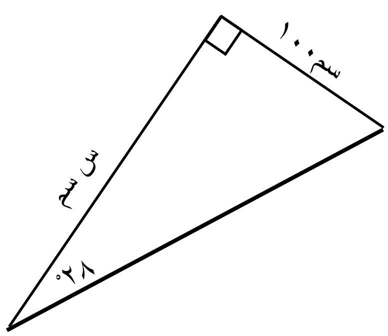
مثال: أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة .



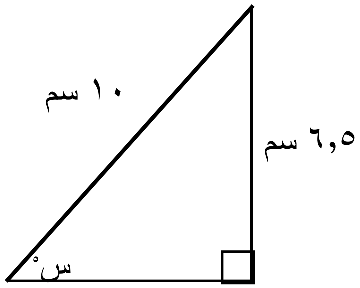
مثال: أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة .



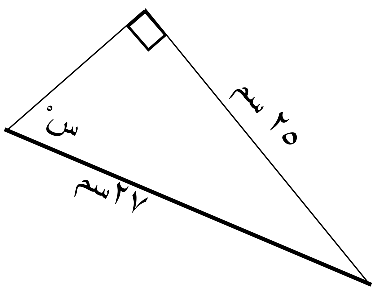
مثال: أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة .



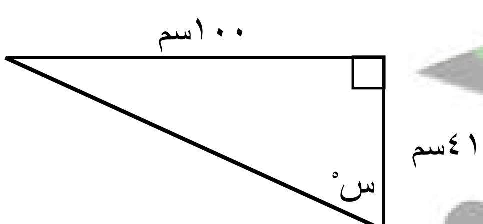
مثال: أوجد قيمة سْ لأقرب درجة



مثال: أوجد قيمة سْ لأقرب درجة



مثال: أوجد قيمة سْ لأقرب درجة



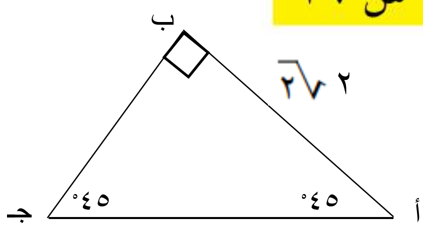
مثال: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه

أب = ٧ سم ، أجـ = ٢٥ سم . أوجد : ظاجـ ، ظتاجـ .

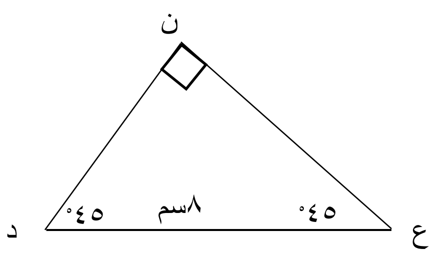
مثال:

احسب قياس الزاوية الحادة الموجبة التي يصنعها المستقيم ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٦ مع الاتجاه الموجب للمحور السيني .

إذا كان طول كل من ضلعي الزاوية القائمة يساوي س، فإن طول الوتر = س $\sqrt{٢}$



مثال: في المثلث المرسوم ، أوجد طول الوتر أجـ .



مثال: في المثلث المرسوم ، أوجد طول الضلع ع ن .

صفوة معلمي الكويت

مثال: أب جـ مثلث ثلاثيني ستيني . طول الوتر = ٨سم . أوجد طول كل من الضلعين أب ، ب جـ .

مثال: في مثلث ثلاثيني ستيني إذا كان طول الضلع الأصغر = $\sqrt{٦}$ سم. أوجد طول كل من الضلعين الاخرين

صفوة معلمي الكويت

للمثلث ستة عناصر هي أضلاعه الثلاثة وزواياه الثلاث.

حل المثلث يعني إيجاد أطوال أضلاعه الثلاثة وقياسات زواياه الثلاث.

مثال: حل المثلث أ ب جـ القائم في ب إذا علم أن : أب = ٤سم ، ب جـ = ٣سم

مثال: حل المثلث اب جـ القائم الزاوية في جـ حيث ب جـ = ١٥سم ، اجـ = ١٢سم .

صفوة معلمي الكويت

مثال: حل المثلث س ص ع القائم الزاوية في ع حيث س ع = ٨,٥ سم ، ص ع = ١٤,٥سم .

مثال: حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ حيث : أب = ٤٠سم ، ق(ب) = ٧٥°

صفوة معلمي الكويت

مثال: حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ حيث : أجـ = ٢٠سم ، ق(ب) = ٧٥°

مثال: حل المثلث أ ب جـ القائم في ب حيث : أب = ٧سم ، ق(أ) = ٥٠°

مثال: لقياس طول إحدى المسلات قام مرشد سياحي برصد قمة المسلة من خلال جهاز للرصد ، فوجد أن قياس زاوية الارتفاع ٤٨° . إذا كان الجهاز يبعد عن قاعدة المسلة مسافة ١٨ م فاحسب ارتفاع المسلة .

مثال: من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ متر عن قاعدة مئذنة ، وجد أن قياس زاوية ارتفاع المئذنة ١٢°. أوجد ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض .

مثال: من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع طائرة ، فوجد أنها ١٢ َ ٥٤° ، إذا كان بعد النقطة عن موقع الطائرة ٣١٠ م ، فما ارتفاع الطائرة إلى أقرب متر؟

مثال: تحلق مروحية فوق محمية طبيعية على ارتفاع ٢٥٠ متراً وتواكبها على الأرض سيارة حرس المحمية . شاهد ربان المروحية قطيعاً من الفيلة بزاوية انخفاض قياسها ٤٨° . ما المسافة بين المروحية والقطيع في تلك اللحظة علماً بأن السيارة مباشرة تحت المروحية ؟

صفوة معلمي الكويت

مثال: يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ متراً. شاهد حريقاً بزاوية انخفاض قياسها ٤٠°.
ما المسافة بين قاعدة برج المراقبة وموقع الحريق ؟

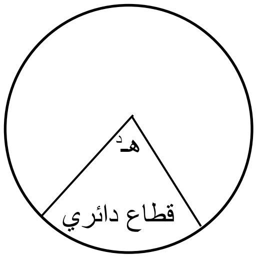
مثال: قاس بحار زاوية انخفاض سفينة من أعلى فنار ارتفاعه ٢٠٠ م ، فوجد أنها ٣٩° .
أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار.

صفوة معلمي الكويت

مثال: رصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه ٢٥ °٣٤ أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار .

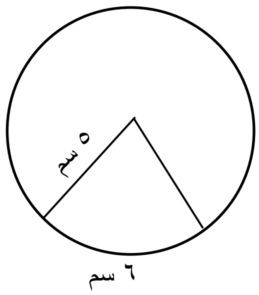
مثال: رصد شخص من نافذة منزله على ارتفاع ٣٠ م سيارة في الطريق ، فوجد أن قياس انخفاضها ١٥ °٣٧ . أوجد بعد السيارة عن هذا الشخص.

القطاع الدائري هو جزء من سطح الدائرة محدود بنصفي قطرين وقوس.



مساحة القطاع الدائري = $\frac{١}{٢}$ ل نق = $\frac{١}{٢}$ هـ^{د} نق^{٢}

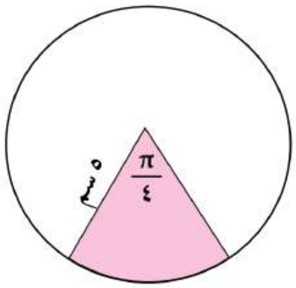
مثال: أوجد مساحة القطاع الأصغر في الشكل المقابل :



مثال: أوجد مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطر دائرته ١٠ سم وطول قوسه ٤ سم .

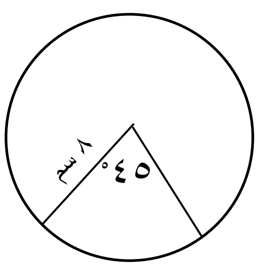
مثال: قطاع دائري طول قوسه ١٣,٦ سم، وطول قطر دائرته ١٦ سم . أوجد مساحته.

مثال: أوجد مساحة القطاع الدائري في الشكل المقابل :



مثال: قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٢٠ سم ، وزاوية رأسه ١٠٠°. أوجد مساحته .

مثال: في الشكل المقابل. أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر



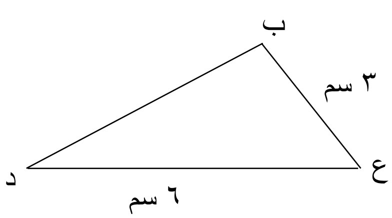
مثال: قطاع دائري مساحته ٨٥ سم^{٢}، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم . احسب طول قوسه.

صفوة معلمي الكويت

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولي أي ضلعين × جيب الزاوية المحددة بهما

مثال: ب ع د مثلث فيه ب ع = ٦ سم، ب د= ٤ سم، ق (ب)= ٧٠° أوجد مساحة هذا المثلث .

مثال: في المثلث المقابل إذا كانت مساحته = ٧ سم^{٢}. فأوجد ق (ع)



صفوة معلمي الكويت

القطعة الدائرية

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} (هـ^{د} – جاهـ^{د})

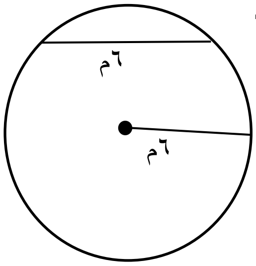
مثال: احسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية ٦٠° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم.

مثال: احسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية ٧٠° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم.

صفوة معلمي الكويت

مثال: حوض زهور دائري طول نصف قطره ٦ م ، وفي هذا الحوض وتر طوله ٦ م .

احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى.



مثال: قطاع دائري محيطة ٥٣ سم ، وطول قوسه ٦,٢ سم . أوجد مساحته .

ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) الزاوية المركزية (ع $\hat{و}$ د) قياسها (٠٫٧٥)^{د} في دائرة طول نصف قطرها ٤ سم ،
فإن طول القوس ($\overset{\frown}{ع د}$) الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم (أ) (ب)

---

(٢) الزاوية التي قياسها $\frac{٣\pi}{٢}$ زاوية ربعية (أ) (ب)

---

(٣) الزاوية التي قياسها $\frac{١١\pi}{٩}$ تقع في الربع الرابع (أ) (ب)

---

(٤) طول القوس ($\overset{\frown}{ع د}$) الذي تحصره زاوية مركزية قياسها ($\frac{٣}{٤}$)^{د} و طول نصف قطرها ٤سم ،
هو ٣ سم (أ) (ب)

---

(٥) القياس الستيني للزاوية $\frac{٥\pi}{٦}$ هو ١٣٥° (أ) (ب)

---

(٦) $\frac{٧}{٨}$ الزاوية القائمة بالقياس الستيني ٧٨° ٤٥' (أ) (ب)

---

(٧) ٠٫٦٢٥ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني ١١٢° ٣٠' (أ) (ب)

---

(٨) طول القوس ($\overset{\frown}{أ د}$) الذي تحصره زاوية مركزية قياسها (١٫٢)^{د}
في دائرة طول قطرها ١٠سم يساوي ١٢ سم (أ) (ب)

---

(٩) إذا كان جتاجـ ≠ ٠ فإن جتاجـ × ظاجـ = جاجـ (أ) (ب)

---

(١٠) إذا كان جا أ ≠ ٠ فإن قتا أ × جا أ = ١ (أ) (ب)

---

(١١) قطاع دائري مساحته ٢٠ سم^{٢} ، وطول نصف قطر دائرته ٨ سم .
فإن طول قوسه يساوي ٥ سم (أ) (ب)

أ / محمد نوري الفلاح

صفوة معلمي الكويت

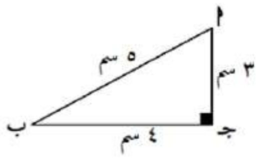
في البنود التالية لكل بند أربع اختيارات ، ظلّل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(١) جا١٨٠° =

(أ) -١ (ب) ١ (جـ) صفر (د) غير معرف

---

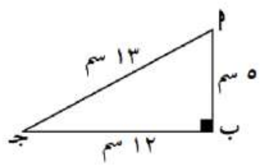
(٢) في الشكل المقابل : ظتاب =



(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٤}$

---

(٣) في الشكل المقابل : جا(٩٠°-أ) =



(أ) $\frac{١٢}{١٣}$ (ب) $\frac{٥}{١٣}$ (جـ) $\frac{١٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

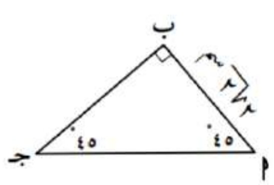
---

(٤) قطاع دائري طول قطر دائرته ١٠ سم ، وطول قوسه ٦ سم ، فإن مساحته تساوي :

(أ) ٦٠ سم^{٢} (ب) ٣٠ سم^{٢} (جـ) ١٥ سم^{٢} (د) ٥٠ سم^{٢}

---

(٥) في الشكل المقابل : طول $\overline{\text{أجـ}}$ يساوي :



(أ) ٨ سم (ب) ٢ سم

(جـ) $\sqrt{٢}$٢ سم (د) ٤ سم

---

(٦) قطاع دائري طول قطر دائرته ٢٠ سم و مساحته ٣٠ سم^{٢} ، فإن طول قوسه يساوي :

(أ) ٦ سم (ب) ٣ سم (جـ) ١٢ سم (د) ٤ سم

---

(٧) إذا كانت جاجـ ≠ صفر فإن جاجـ قتاجـ تساوي :

(أ) صفر (ب) ظاجـ (جـ) ١ (د) ظتاجـ

النسبة والتناسب

النسبة : هي مقارنة بين كميتين من النوع نفسه يمكن تمثيلها بكسر .

التناسب : هو تساوي نسبتين أو أكثر

خاصية التساوي : ليكن أ ، ب ، جـ ، د $\in$ ح* ، ك $\in$ ح .

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن $\frac{أ}{ب} \times ك = \frac{جـ}{د} \times ك$ ، $ك \times \frac{أ}{ب} = ك \times \frac{جـ}{د}$

خاصيّة الضرب التقاطعي:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$$

ليكن أ، ب، جـ، د $\in$ ح*

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن أد = ب جـ

مثال: إذا كان $\frac{٤}{٦} = \frac{ص}{٩}$ فأوجد قيمة ص .

مثال: أوجد قيمة الرابع المتناسب لكل مما يلي : ١ ، ٣ ، ٩

تعريف:

ليكن أ، ب، جـ، د $\in$ ح*

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإنه يقال أن أ، ب، جـ، د **أعداد متناسبة**.

وإذا كانت أ، ب، جـ، د أعداد متناسبة فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

ويسمى أ، د **طرفي التناسب**، كما يسمى جـ، ب **وسطي التناسب**.

ولأنّ في هذه الحالة أد = ب جـ　　خاصيّة الضرب التقاطعي

فإنّ: حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين.

صفوة معلمي الكويت

مثال: إذا كان (٥س - ١) : (س + ٤) = ٤ : ٥

مثال: أثبت أن ٤ ، ١,٥ ، ٨ ، ٣ أعداد متناسبة .

أعط أمثلة عددية توضح خواص التناسب التالية:

ليكن أ، ب، جـ، د أعدادًا حقيقية غير صفرية:

خواص التناسب	أمثلة عددية
إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$. فإن: ١ أد = ب جـ	
٢ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{\text{د}}{\text{جـ}}$	
٣ $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$	
٤ $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ} + \text{د}}{\text{د}}$	
٥ $\frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب} + \text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	

صفوة معلمي الكويت

مثال: إذا كانت أ ، ب ، جـ أعداد متناسبة مع الأعداد ٢ ، ٥ ، ٧ . فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{\text{أ} + ٣\,\text{ب}}{٢\text{ب} + \text{جـ}}$

مثال: إذا كانت أ ، ب ، جـ أعداد متناسبة مع الأعداد ٣ ، ٥ ، ١١ . فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{\text{أ} + ٣\,\text{ب}}{٥\text{ب} + \text{جـ}}$

مثال: تشارك سالم ومنصور بتنفيذ أعمال الدهان. إن نسبة الزمن الذي أمضياه في العمل هي ٧ : ٤ قبضا معاً ٨٨ ديناراً . كيف سيتوزع هذا المبلغ بينهما إذا عمل سالم فترة زمنية أطول من منصور ؟

مثال: إذا كان $\frac{\text{أ} + ٢\,\text{ب}}{٩\,\text{أ} - \text{ب}} = \frac{٥}{٧}$

صفوة معلمي الكويت

التناسب المتسلسل الهندسي

ليكن ٲ، ب، جـ $\in$ ح*

إذا كان $\frac{\text{ٲ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}}$ فإنّه يقال إن ٲ، ب، جـ في **تناسب متسلسل** (أو تناسب هندسي)

وبالعكس: إذا كانت ٲ، ب، جـ في تناسب متسلسل فإنّ: $\frac{\text{ٲ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}}$

ويسمى ب **الوسط المتناسب** للعددين ٲ، جـ أو **الوسط الهندسي** لهما كما يسمى ٲ، جـ **طرفي التناسب**.

مثال: أثبت أن الأعداد ٣ ، ٩ ، ٢٧ في تناسب مسلسل .

مثال: إذا كانت الأعداد ٥ ، س ، ٢٠ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س

خواص التناسب المتسلسل

خاصيّة (١)

ليكن ﺃ، ب، جـ ∈ ح*

إذا كان $\frac{ﺃ}{ب} = \frac{ب}{جـ}$ (أي أن ﺃ، ب، جـ في تناسب متسلسل)

فإن ب^{٢} = ﺃجـ وذلك من خاصية الضرب التقاطعي

خاصيّة (٢)

ليكن ﺃ، ب، جـ، د ∈ ح*

إذا كان:

$\frac{ﺃ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د}$ = م (أي أن ﺃ، ب، جـ، د في تناسب متسلسل) حيث م عدد ثابت

فإن:

جـ = د × م ، ب = د × م^{٢} ، ﺃ = د × م^{٣}

مثال: إذا كانت الأعداد ٦ ، س ، ٥٤ ، ١٦٢ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س .

أ / محمد نوري الفلاح

مثال: إذا كانت الأعداد ٤ ، س – ٢ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س .

مثال: إذا كانت الأعداد ٢ ، س – ٢ ، ١٨ ، ٥٤ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س .

التغير الطردي : هو دالة خطية يمكن أن تكتب بالصورة : ص = ك س حيث ك ≠ ٠

ويسمى ك ثابت التغير أو معدل التغير . ويمكن التعبير عن العلاقة ص = ك س على الصورة ص α س .

$$\frac{\text{ص}_{١}}{\text{س}_{١}} = \frac{\text{ص}_{٢}}{\text{س}_{٢}}$$

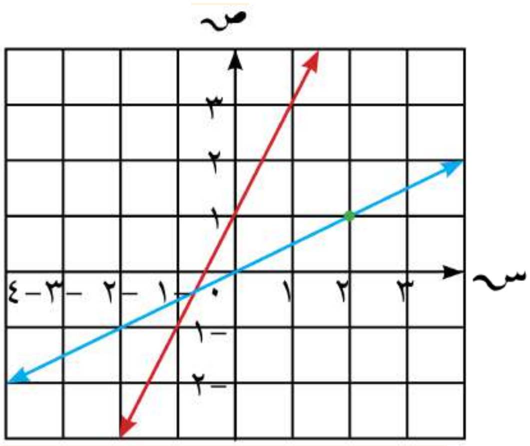
مثال: إذا كانت ص α س وكانت ص = ٣٠ عندما س = ١٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ٤٠ ،

ثم مثل العلاقة بين س ، ص بيانياً .

مثال: إذا كانت ص α س وكانت ص = ٤٠ عندما س = ٥، فأوجد قيمة ص عندما س = ١٠

مثال: إذا كانت ص α س وكانت ص = ١,٥ عندما س = ١٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ١٥

مثال: في الشكل المقابل، أي من المستقيمين يمثل تغيراً طردياً؟ أوجد ثابت التغير في حالة التغيرالطردي .



مثال: هل المستقيم الذي يمر بالنقطتين: أ(٢ ، ٣) ، ب (٤ ، ٦) يمثل تغيراً طردياً بين س ، ص.

مثال: أي من المعادلات التالية تمثل تغيراً طردياً ؟ أوجد ثابت التغير في حالة التغير الطردي .

أ ٧ص = ٢س

ب ٣س + ٤ ص = ٨

جـ ص + ٣س = ٢(س + ٢ص)

مثال: هل تتغير ص طردياً مع س في الجدول:

س	١	-١	٢	-٣
ص	٣	-١	٥	-٥

مثال: إذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ(٨ ، ٢) ، ب (س ، - ٣) أوجد س .

التغير العكسي :إذا تغيرت كمية س مع كمية أخرى ص بحيث كان **حاصل ضرب الكميتين** ثابتاً ، فإن هذا التغير يسمى **تغيراً عكسياً** .

ويسمى حاصل الضرب س ص ثابت التغير ، ويرمز إلى ذلك : $\text{س ص} = \text{ك}$ أو $\text{ص} = \frac{\text{ك}}{\text{س}}$ ، $\text{ك} \neq 0$

ويمكن التعبير عن التغير العكسي بالصورة $\text{ص} \ \alpha \ \frac{1}{\text{س}}$

إذا كان (س_1، ص_1)، (س_2، ص_2) زوجين مرتبين في تغيّر عكسي.

$$\text{س}_1\text{ص}_1 = \text{س}_2\text{ص}_2 \quad ، \quad \frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2} = \frac{\text{س}_2}{\text{س}_1}$$

مثال:

س	٢	٣	٤	٥	٦	١٠
ص	٣٠	٢٠	١٥	١٢	١٠	٦

بالنظر إلى الجدول ، هل س × ص يعبر عن تغير عكسي ؟ اشرح إجابتك .

صفوة معلمي الكويت

مثال:

في تغير عكسي ص α $\frac{١}{س}$ إذا كانت ص = ٠,٢ عندما س = ٧٥ . أوجد س عندما ص = ٣ .

مثال: في تغير عكسي ص α $\frac{١}{س}$ إذا كانت ص = ٣ عندما س = ٩ . أوجد س عندما ص = ٨

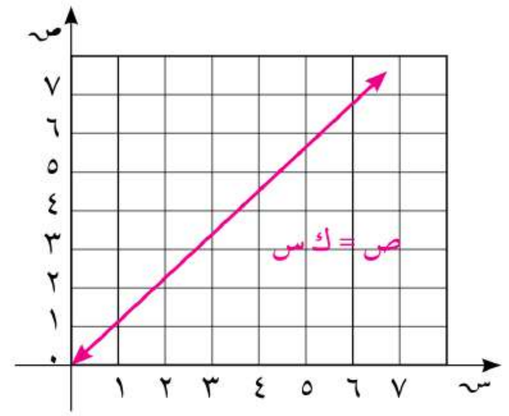
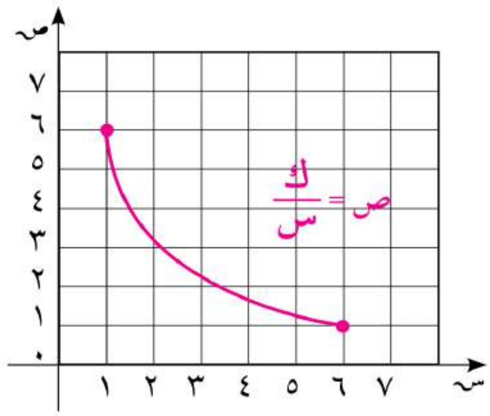
مثال: رحلة تستغرق ٣ ساعات عندما تسير السيارة بسرعة ٧٥ كم / ساعة . كم تستغرق الرحلة إذا سارت السيارة بسرعة ٩٠ كم / ساعة .

مثال: أوجد قيمة م لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة تناسبات عكسية .

(٥ ، ٨) , (٤ ، م)

(٤ ، ٨) , (م ، ٢)

مقارنة التغير الطردي والتغير العكسي

تغيّر طردي	تغيّر عكسي
	

تغيّر طردي:

ص α س

ص = ك س   ك > ٠

ك = $\frac{ص}{س}$

= ثابت التغيّر

تغيّر عكسي:

ص α $\frac{١}{س}$

ص = $\frac{ك}{س}$:   ك > ٠

ك = س ص

= ثابت التغيّر

مثال: أي من بيانات الجدولين (أ) ، (ب) يمثل تغيراً طردياً ؟ وأيهما تغيراً عكسياً ؟ اكتب المعادلة التي تمثل التغير في الحالتين :

(أ)

س	٥	١٠	٢٥
ص	٢٠	١٠	٤

(ب)

س	٢	٤	١٠
ص	٥	١٠	٢٥

ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) إذا كانت الأعداد ٢ ، ٣ ، ٤ ، س أعداد متناسبة ، فإن س = ٦   (أ) (ب)

(٢) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ فإن أ × ب = ٣ × ٤   (أ) (ب)

(٣) إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ٨ عندما س=٤ ،
فإنه عندما ص=٦ فإن س=٣   (أ) (ب)

(٤) إذا كانت الأعداد ٦ ، ٩ ، س ، ١٥ متناسبة ، فإن س = ١٠   (أ) (ب)

(٥) إذا كان (ن ، ٧) ، (٢ ، ١٤) زوجين مرتبين في تناسب عكسي ،
فإن قيمة ن هي ١٤   (أ) (ب)

(٦) الأعداد ٦ ، ٩ ، ١٠ ، ١٥ أعداد متناسبة   (أ) (ب)

(٧) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ فإن ٤ × أ = ٣ × ب   (أ) (ب)

(٨) إذا كان ٢س − ٥ص = ٠ فإن $\frac{س}{ص} = \frac{٥}{٢}$ (أ) (ب)

السؤال الثاني:

في البنود التالية لكل بند أربع اختيارات ، ظلّل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(١) إذا كانت الأعداد ٦ ، ١٢ ، س ، ٤٨ في تناسب متسلسل ، فإن س =

(أ) ٣٠   (ب) ١٨   (جـ) ٣٦   (د) ٢٤

(٢) إذا كانت الأعداد ٦ ، ٩ ، س ، ١٥ متناسبة ، فإن قيمة س =

(أ) ٣٠   (ب) ٢٥   (جـ) ٢٠   (د) ١٠

صفوة معلمي الكويت

(٣) إذا كانت ص $\propto \frac{١}{س}$ ، ص = ٥ عندما س= ١٠ ، فإن س ص يساوي :

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥٠

(جـ) ١٠٠ (د) ١٥٠

---

(٤) إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ٨ عندما س = ٤ ، فإنه عندما ص = ٦

فإن س تساوي:

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٦}$

(جـ) $\frac{١}{٨}$ (د) ٣

---

(٥) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ ، ب حيث أ(٨ ، ٢) ، ب(س ، −٣) يمثل تغيراً طردياً

فإن س تساوي:

(أ) ١٢ (ب) $\frac{١٦}{٣}$

(جـ) $\frac{-١٦}{٣}$ (د) −١٢

---

(٦) إذا كان $\frac{س}{ص} = ٧$ فإن س + ٧ص تساوي:

(أ) ٧س (ب) ٨س (جـ) ٢س (د) ليس أياً مما سبق صحيح

---

(٧) إذا كانت ٢٠ ، س ، ٣٢ في تناسب متسلسل فإن س تساوي:

(أ) $\pm ٢\sqrt{١٠}$ (ب) $\pm ٤\sqrt{١٠}$ (جـ) $\pm ٨\sqrt{١٠}$ (د) $\pm \frac{١}{٨\sqrt{١٠}}$

---

(٨) إذا كانت ٤٢ب ، ٣س ، ٢ب ، ٢أ أربع كميات متناسبة ، فإن س تساوي:

(أ) ١٤أ (ب) $\frac{١}{٦}$أ (جـ) ٣أ (د) ١٢أ

---

(٩) إذا كانت أ ، ٣س ، ٢ب ، ٤س في تناسب ، فإن $\frac{أ}{ب}$ تساوي:

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

تعميم ١ : يقال لمضلعين (لهما العدد نفسه من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان التاليان معاً :

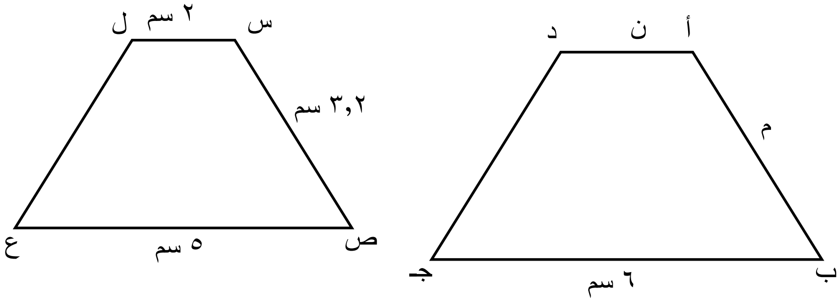
- قياسات زواياهما المتناظرة متساوية .
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة .　والعكس صحيح

وتسمى النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين **نسبة التشابه**.

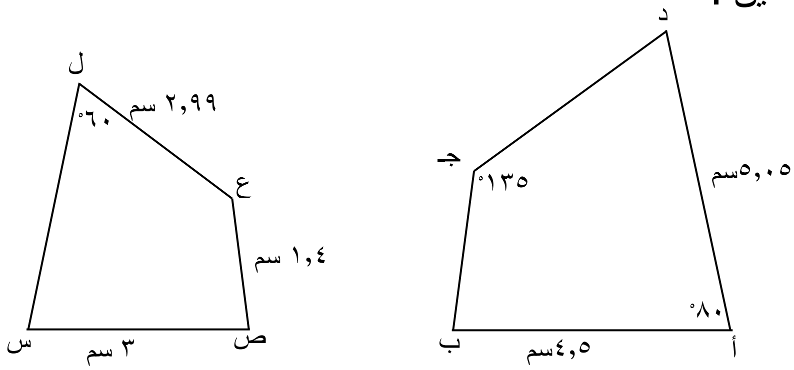
ملاحظة :
الرمز ~ يعني تشابه

تعميم ٢ : المضلعان المتطابقان يكونان متشابهان.

مثال: في الشكل المقابل : إذا كان أ ب جـ د ~ س ص ع ل ، أوجد قيمة ن ، م .

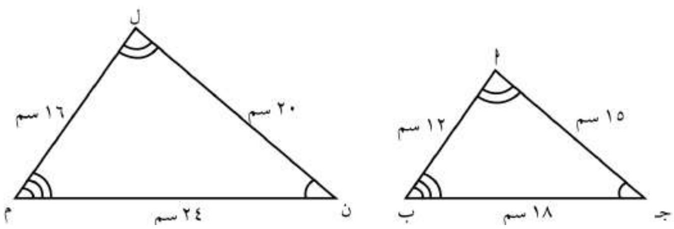


مثال: في الشكل المقابل ، المضلعان أ ب جـ د ، س ص ع ل متشابهان أوجد قياسات الزوايا المجهولة وأطوال الأضلاع المجهولة في كلا المضلعين .



مثال: حدد فيما إذا كان المثلثان أ ب جـ ، ل م ن متشابهين .

إذا كان المثلثان متشابهين ، اكتب قاعدة التشابه



المستطيل الذهبي : هو مستطيل يمكن تقسيمه إلى جزئين ، أحدهما مربع والأخر مستطيل .

النسبة الذهبية : في كل مستطيل ذهبي ، نسبة طول الضلع الأكبر إلى الضلع الأصغر

تسمى النسبة الذهبية وتساوي $\frac{١ + \sqrt{٥}}{٢}$: ١ أي حوالي ١,٦١٨ : ١ .

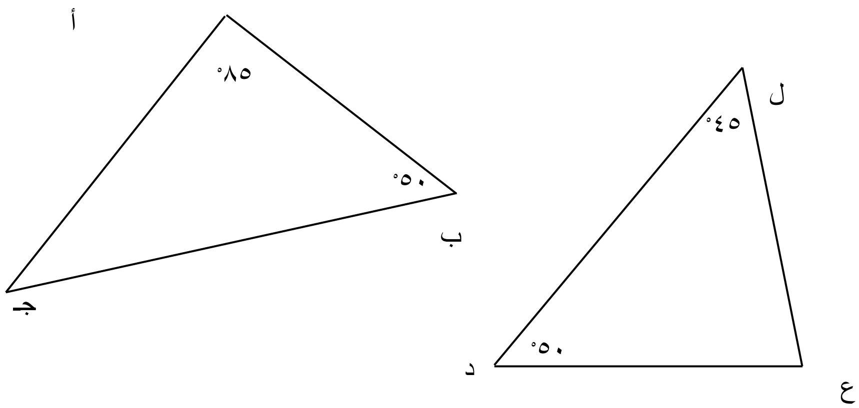
نظرية (١) يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الآخر .

مثال: في الشكل المقابل ا ب جـ ، ع ل د مثلثان ، فإذا كان :

ق (ب) = ٥٠° ، ق (أ) = ٨٥°

ق (ل) = ٤٥° ، ق (د) =٥٠°

أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ ، ع د ل .



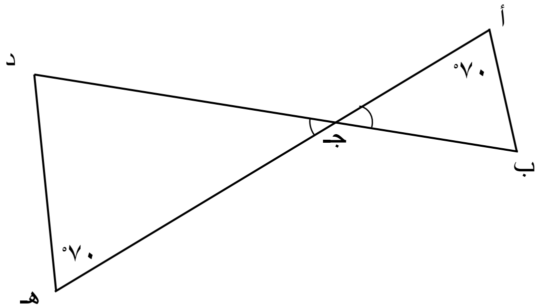
مثال: المثلث أ ب جـ قائم الزاوية أ ، ق (ب) = ٥٥°.

المثلث م ل ح قائم الزاوية م ، ق (ل) = ٣٥°.

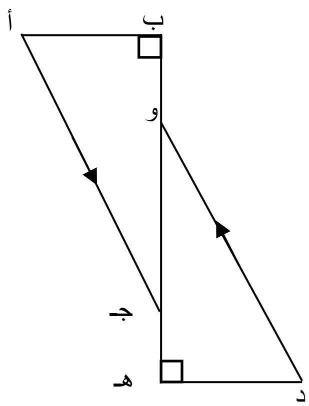
أثبت تشابه المثلثين اب جـ ، م ح ل .

صفوة معلمي الكويت

مثال: أثبت أن المثلثين في الشكل المقابل متشابهان . اكتب عبارة التشابه .

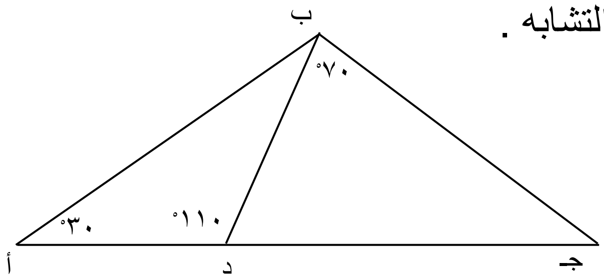


مثال: في الشكل المقابل ، أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ ، د هـ و .

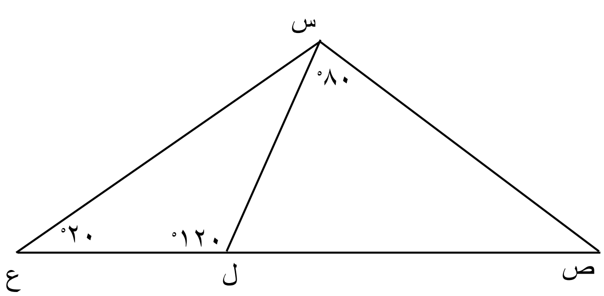


صفوة معلمي الكويت

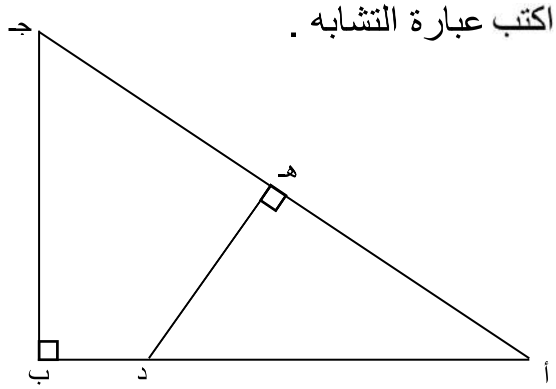
مثال: أثبت أن المثلثين أ ب د ، أ جـ ب متشابهان . اكتب عبارة التشابه .



مثال: أثبت أن المثلثين ع س ل ، ع ص س متشابهان .



مثال: في الشكل المقابل ، أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ ، أ هـ د ، و اكتب عبارة التشابه .

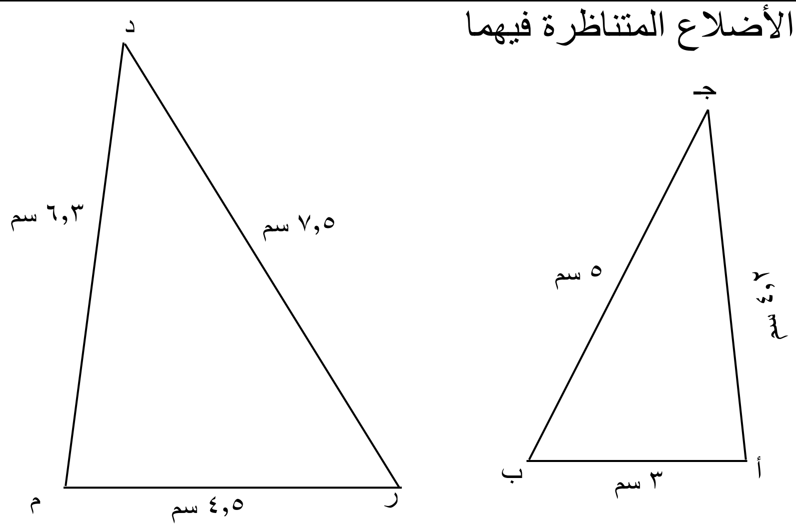


نظرية (٢) يتشابه المثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما

مثال: في الشكل المقابل :

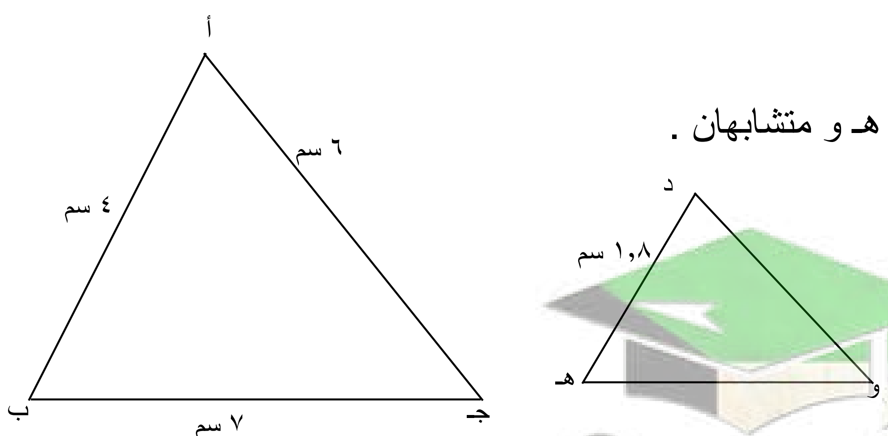
(أ) أثبت تشابه المثلثين اب جـ ، م ر د .

(ب) اكتب أزواج الزوايا متساوية القياس .



مثال: في الشكل المقابل المثلثان أ ب جـ ، د هـ و متشابهان .

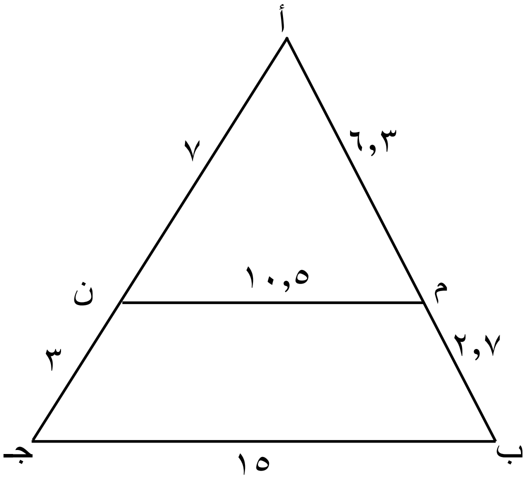
أوجد طول كل من دو ، وهـ .



مثال: في الشكل المرسوم ، أولاً أثبت أن :

أ) Δ أ ب جـ ~ Δ أ م ن .   ب) ب جـ // م ن .

ثانياً : أوجد النسبة بين محيطي المثلثين . ماذا تلاحظ ؟



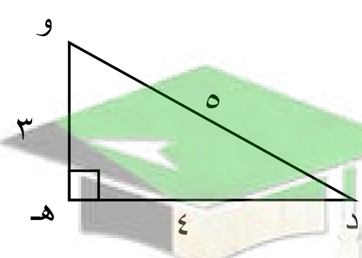
معلومة :

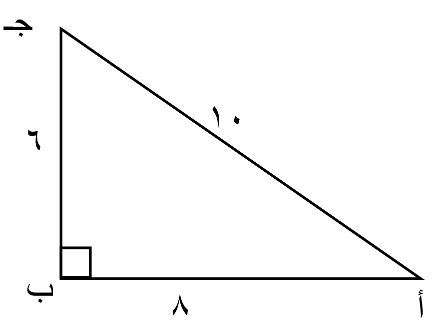
في أي شكلين متشابهين:

النسبة بين المحيطين = نسبة التشابه

النسبة بين المساحتين = مربع نسبة التشابه

مثال: في الشكل المقابل ، أثبت أن المثلثين متشابهان . ثم أوجد العلاقة بين نسبة مساحتي المثلثين ونسبة التشابة .

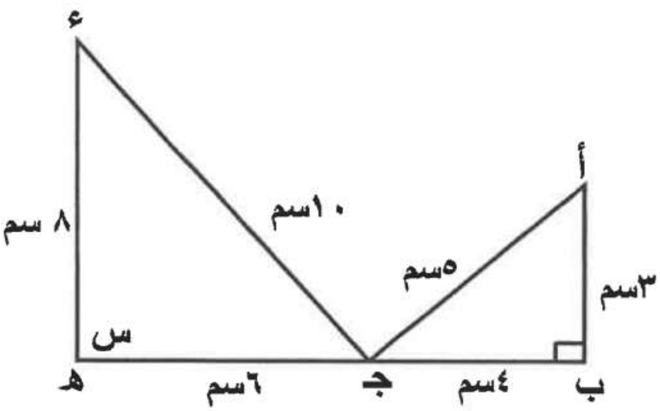




مثال: في الشكل المقابل:

١) أثبت تشابه المثلثان أ ب جـ ، جـ هـ ء

٢) أوجد قيمة س

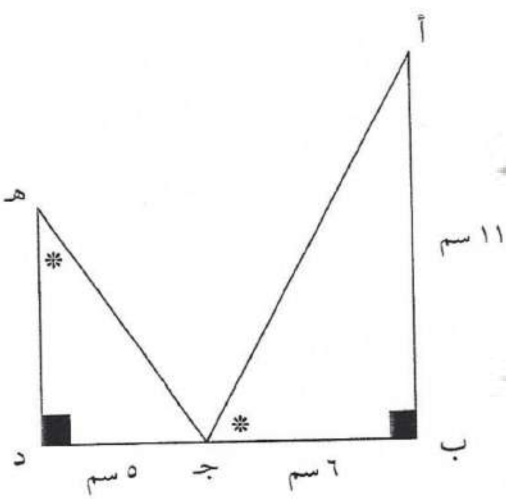


مثال: في الشكل المقابل: أ ب جـ ، جـ د هـ مثلثان قائما الزاوية في ب ، د على الترتيب

أ ب = ١١ سم ، ب جـ = ٦ سم ، جـ د = ٥ سم ، ق(أ جـ ب) = ق(جـ هـ د)

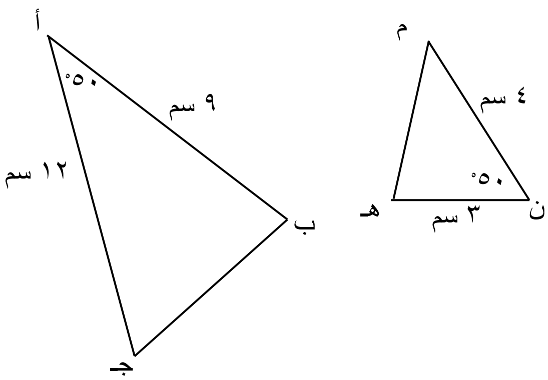
١) أثبت أن Δ أ ب جـ يشابه Δ جـ د هـ

٢) أوجد طول هـ د

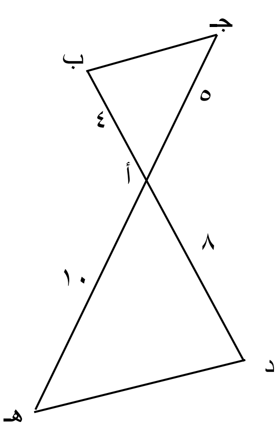


نظرية (٣) : يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاوية في أحدهما مع زاوية في المثلث الآخر ، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين .

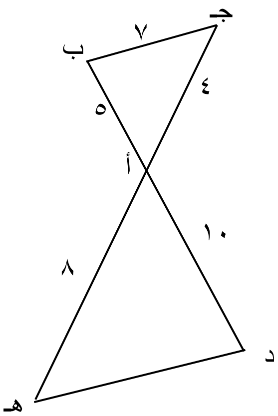
مثال: في الشكل المقابل أ ب جـ ، ن هـ م مثلثان ، فإذا كان : ق (أ) = ق (ن) = ٥٠° ،
أب = ٩ سم ، أجـ = ١٢ سم ، م ن = ٤ سم ، ن هـ = ٣ سم . أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ ، ن هـ م .



مثال: في الشكل المقابل ب د ∩ جـ هـ = { أ } ، أثبت أن المثلثين أ ب جـ ، أ د هـ متشابهان .

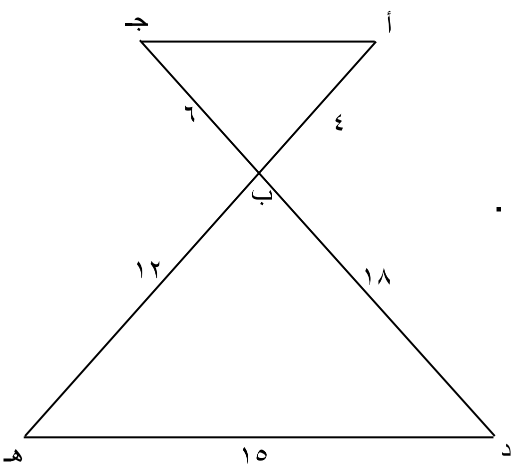


مثال: في الشكل المقابل ب د ∩ جـ هـ = { أ }



١) أثبت أن المثلثين أ ب جـ ، أ د هـ متشابهان .

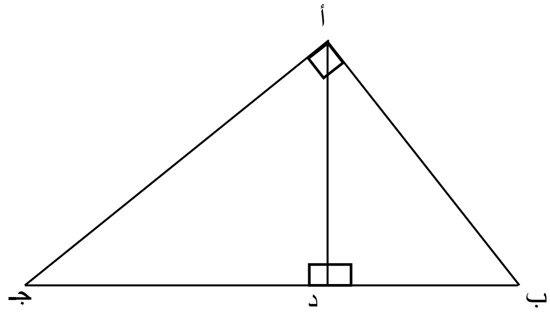
٢) أوجد د هـ



مثال: في الشكل المقابل أهـ ∩ جـ د = { ب } ، برهن أن :

١) أ جـ // د هـ .   ٢) أوجد طول أ جـ .

نظرية (١) : العمود المرسوم من رأس الزاوية القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكل منهما يشابه المثلث الأصلي .



نتيجة (١) : مربع طول العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي ناتج ضرب طولي القطعتين المستقيمتين اللتين ينقسم إليهما الوتر بهذا العمود (أ د)^2 = ب د × جـ د

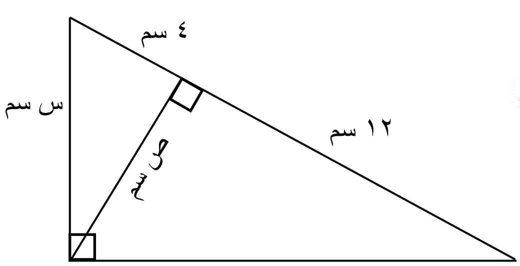
نتيجة (٢) : إذا كان أ ب جـ مثلث قائم الزاوية أ ، أ د ⊥ جـ ب :

١ (أب)^2 = ب د × ب جـ

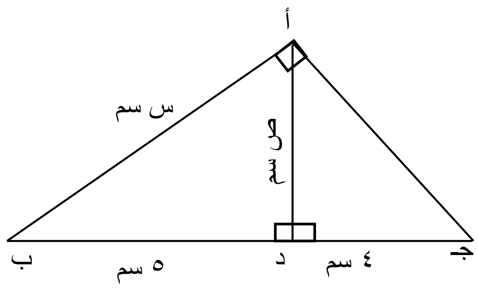
٢ (أ جـ)^2 = جـ د × جـ ب

٣ أ ب × أ جـ = أ د × ب جـ

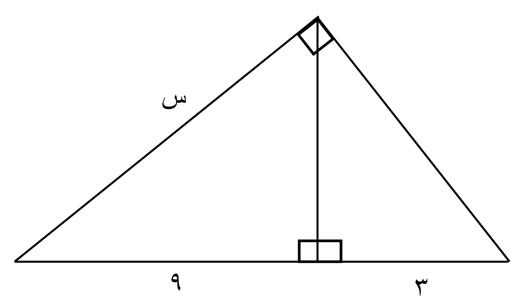
مثال: أوجد من الشكل المرسوم س ، ص في أبسط صورة .

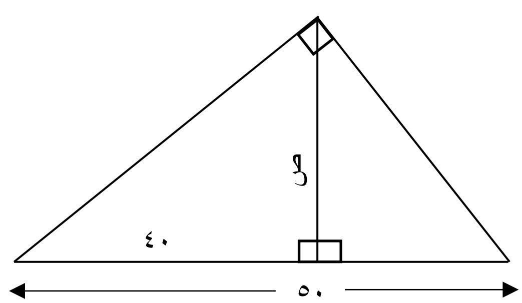


مثال: أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل .



مثال: أوجد قيمة كل من س ، ص في كل مما يلي :

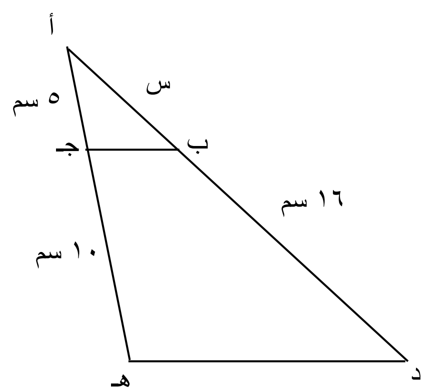




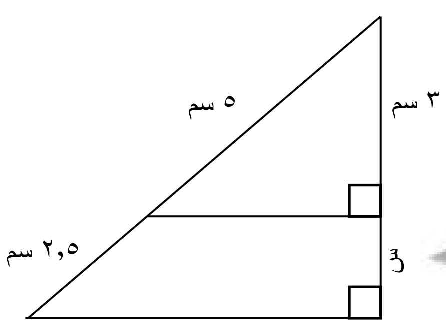
نظرية (١) : نظرية المستقيم الموازي :

إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين ، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة .

مثال: استخدم نظرية المستقيم الموازي السابقة لإيجاد قيمة س

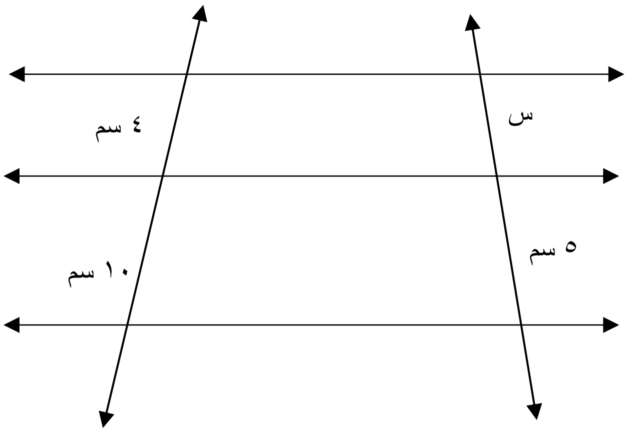


مثال: في الشكل المقابل ، استخدم نظرية المستقيم الموازي السابقة لإيجاد قيمة س .

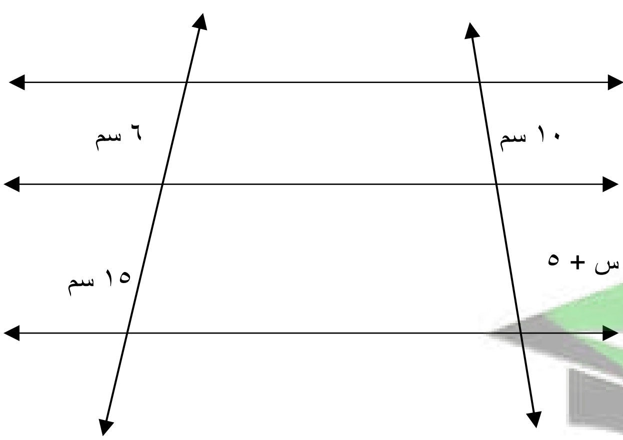


نظرية (٢) **نظرية طاليس** : إذا قطع مستقيم ثلاث مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر .

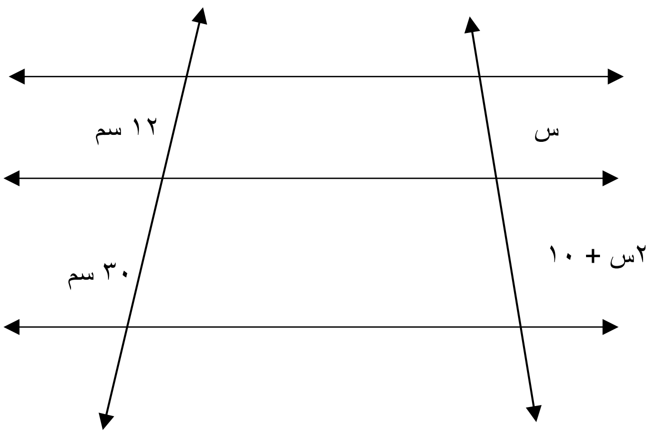
مثال: من الشكل المقابل أوجد قيمة س .



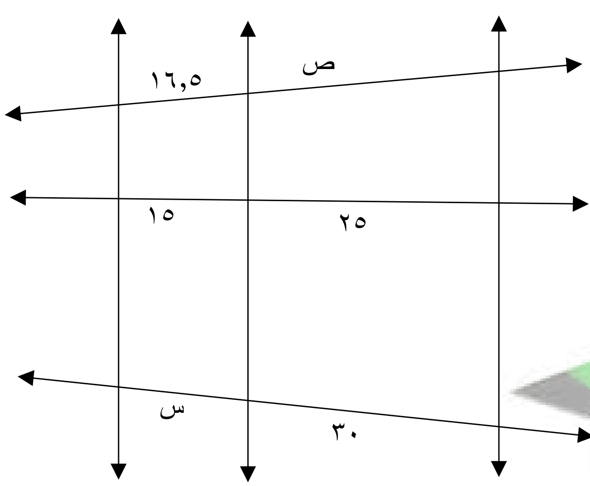
مثال: من الشكل المقابل أوجد قيمة س .



مثال: من الشكل المقابل أوجد قيمة س .



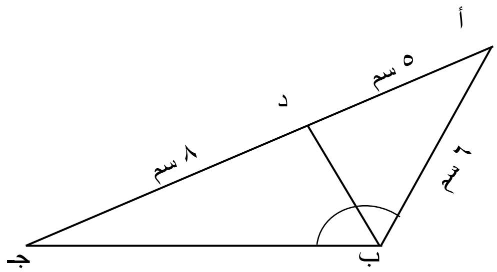
مثال: أوجد في الشكل المقابل س ، ص في أبسط صورة .



نظرية (٣) **نظرية منصف الزاوية في مثلث**

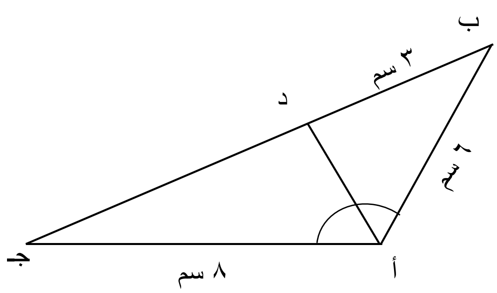
إذا نصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس، قسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو من الخارج إلى جزئين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين للمثلث .

مثال: أوجد جـ ب في الشكل المبين حيث ب د ينصف أ ب جـ .



مثال: أ ب جـ مثلث حيث أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ٨ سم ، ثم رسم أ د منصف ب أ جـ ويقطع ب جـ في د .

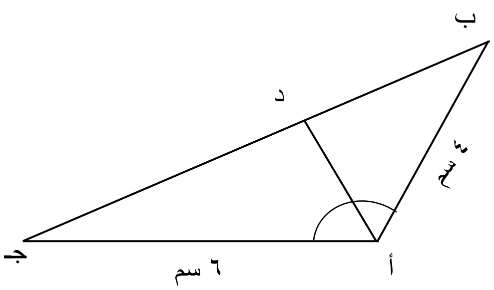
إذا كان ب د = ٣ سم ، أوجد جـ د .



أ / محمد نوري الفلاح

مثال: في المثلث أ ب جـ ، أ د منصف أ . إذا كان أ ب = ٤ سم ، أ جـ = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم.

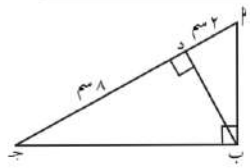
أوجد د جـ ، د ب



صفوة معلمي الكويت

ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) في الشكل المجاور : ب د = ١٦ سم   (أ) (ب)



---

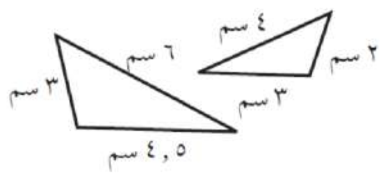
(٢) كل مثلثين متطابقي الضلعين متشابهان   (أ) (ب)

---

(٣) كل مربعين متشابهان   (أ) (ب)

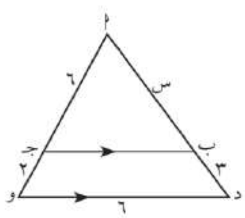
---

(٤) في الشكل المجاور : مثلثان متشابهان   (أ) (ب)



---

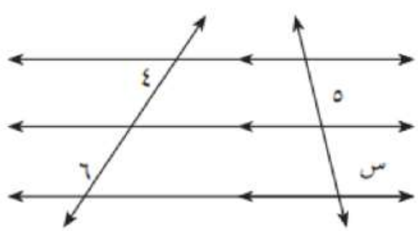
(٥) في الشكل المجاور: قيمة س = ٩   (أ) (ب)



السؤال الثاني:

في البنود التالية لكل بند أربع اختيارات ، ظلّل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(١) في الشكل المقابل قيمة س تساوي :



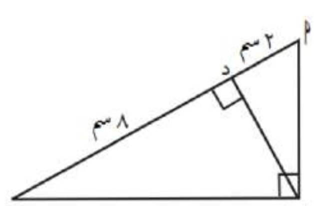
(أ) ٨   (ب) ٧,٥

(جـ) ١٠   (د) ٧

---

(٢) في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب

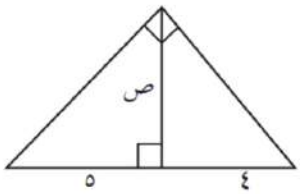
أ د = ٢سم ، د جـ = ٨ سم ، $\overline{\text{ب د}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ ، فإن ب د =



(أ) ١٦   (ب) ٦

(جـ) ١٠   (د) ٤

(٣) بحسب المعطيات بالشكل المقابل قيمة ص =

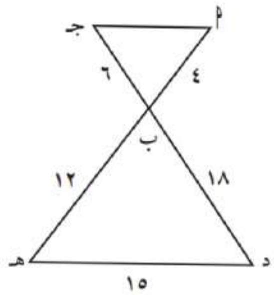


(أ) $٢\sqrt{٥}$ (ب) ٢٠

(جـ) ٣ (د) $\frac{٤}{٥}$

---

(٤) من الشكل المقابل طول $\overline{\text{أ جـ}}$ =



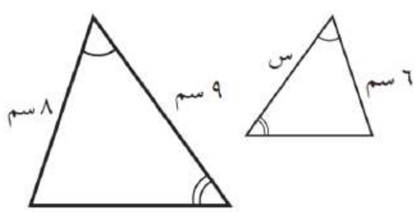
(أ) ٣ (ب) ٥

(جـ) ٧,٥ (د) ٩

---

(٥) إذا كان الشكلين المقابلين متشابهين

فإن قيمة س تساوي:



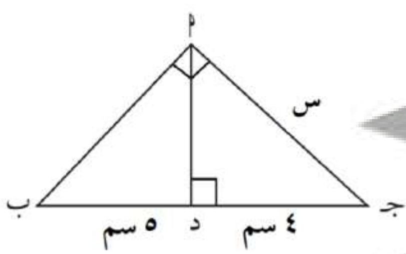
(أ) ٢ سم (ب) ٣ سم

(جـ) ٦,٧٥ سم (د) ٩ سم

---

(٦) في الشكل المرسوم: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ

$\overline{\text{أ د}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ، فإن قيمة س =

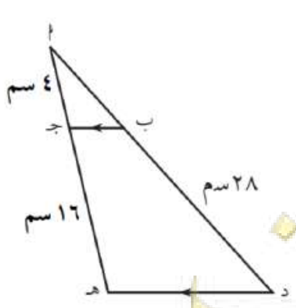


(أ) ٢٠ سم (ب) ١٠ سم

(جـ) ٣ سم (د) ٦ سم

---

(٧) في الشكل المقابل: $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{د هـ}}$ فإن أ ب =

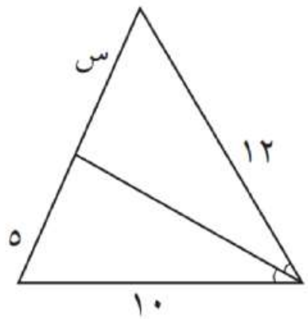


(أ) ٤ سم (ب) ٦ سم

(جـ) ٧ سم (د) ٨ سم

صفوة معلمي الكويت

(٨) في الشكل المقابل: قيمة س تساوي:

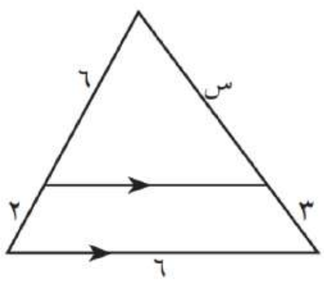


(أ) ٢   (ب) ٦

(جـ) ٢٤   (د) $٤\frac{١}{٦}$

---

(٩) من الشكل المجاور س تساوي:

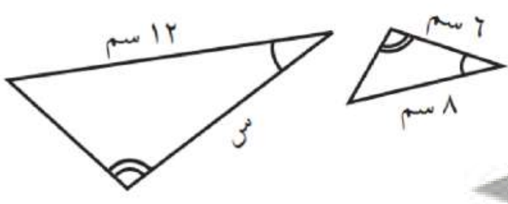


(أ) ٦   (ب) ٨

(جـ) ٩   (د) ١٢

---

(١٠) في الشكل المقابل: قيمة س تساوي:

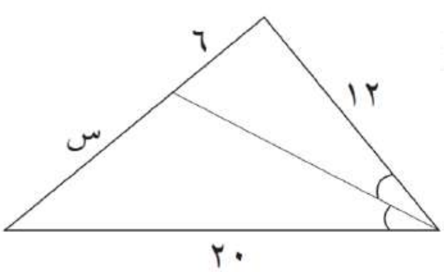


(أ) ٩ سم   (ب) ١٢ سم

(جـ) ٢٤ سم   (د) ١٦ سم

---

(١١) في الشكل المقابل: قيمة س تساوي:



(أ) ٨   (ب) ١٠

(جـ) ١٤   (د) $٦\frac{١}{٣}$

صفوة معلمي الكويت

تعريف : المتتالية الحقيقية هي دالة حقيقية مجالها مجموعها الأعداد الصحيحة الموجبة أو مجموعة جزئية منها مرتبة على الصورة { ١ ، ٢ ، ٣، ٤ ، ..... ، م } ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية ح .

المتتالية المنتهية والمتتالية غير المنتهية

مثال: لتكن الدالة ت : { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ⟵ ح حيث ت (ن) = ن^{٢}

بين فيما إذا كانت هذه الدالة متتالية ، ثم أوجد حدودها .

مثال: لتكن الدالة ت : { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ⟵ ح حيث ت (ن) = ن^{٣} + ١

بين فيما إذا كانت هذه الدالة متتالية ، ثم أوجد حدودها .

مثال: لتكن ت : ص$_{+}$ ⟵ ح دالة معرفة بالقاعدة ت (ن) = $\frac{١}{ن}$

بين في ما إذا كانت ت متتالية ، ثم اكتب المتتالية مكتفياً بالحدود الثلاثة الأولى منها.

مثال: لتكن ت : ص$_{+}$ ⟵ ح دالة معرفة بالقاعدة ت (ن) = $\frac{ن}{ن + ١}$

بين في ما إذا كانت ت متتالية ، ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى منها

صفوة معلمي الكويت

المتتالية (المتتابعة) الحسابية هي متتالية ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرة عدداً ثابتاً .

يسمى هذا الناتج أساس المتتالية ويرمز إليه بالرمز ء وعلى ذلك $ح_{ن+١} - ح_ن = ء$ أو $ح_{ن+١} = ح_ن + ء$

مثال: بين أن المتتالية (٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤) هي متتالية حسابية.

مثال: هل المتتالية (٢ ، ٥ ، ٧ ، ١٢) هي متتالية حسابية.

مثال: هل المتتالية (٤٨ ، ٤٥ ، ٤٢ ، ٣٩) هي متتالية حسابية.

صفوة معلمي الكويت

مثال: إذا كان ح١ = ٥ ، ء = ٧ في متتالية حسابية ، فاكتب الحدود الستة الأولى من المتتالية.

مثال: إذا كان ح١ = ٤ ، ء = -٣ في متتالية حسابية ، فاكتب الحدود الستة الأولى من المتتالية.

الحد النوني للمتتالية الحسابية

حن = ح١ + (ن – ١) ء لكل ن ∈ ص+

حن – حك = (ن – ك) ء

$$ء = \frac{ح_ن - ح_ك}{ن - ك}$$

مثال: أوجد الحد العاشر والحد المائة من المتتالية الحسابية (٨ ، ٦ ، ٤ ، ...)

مثال: في المتتالية الحسابية $ح_{١} = ٤$ ، $ء = ٣$. أوجد $ح_{١٢}$.

مثال: أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٩٩ من المتتالية الحسابية (٧ ، ٩ ، ١١ ، ...)

مثال: في المتتالية الحسابية (٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ...) أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٧١ .

صفوة معلمي الكويت

مثال: أوجد عدد حدود المتتالية الحسابية (٧ ، ١١ ، ١٥ ،...، ٤٧)

مثال: في المتتالية $(ح_ن)$ حيث ح ن = ٣ن + ٥ : ن ∈ ص+ أثبت أن المتتالية حسابية .

مثال: في المتتالية $(ح_ن)$ حيث ح ن = ٧ن – ٣ : ن ∈ ص+ أثبت أن المتتالية حسابية .

صفوة معلمي الكويت

مثال: إذا كان الحد الخامس من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد الثامن يساوي ١٥ ، فأوجد أساس المتتالية.

مثال: إذا كان الحد الثاني من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد السادس يساوي -٣ ، فأوجد أساس المتتالية.

ثم أوجد المتتالية الحسابية مكتفياً بالحدود الأربعة الأولى منها.

صفوة معلمي الكويت

الأوساط الحسابية :

إذا كونت أ ، ب ، جـ متتالية حسابية فإن الوسط الحسابي ب = $\frac{\text{أ} + \text{جـ}}{٢}$

مثال: إذا كانت (٨٤ ، س ، ١١٠) متتالية حسابية ، فأوجد س .

مثال: أوجد قيمة ص من المتتالية الحسابية (٤٣ ، ص ، ٥٧) .

مثال: أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٢٣ ، ٦٥

صفوة معلمي الكويت

مثال: أدخل ثلاثة أوساط حسابية بين -٩ ، ٣.

مثال: أدخل خمسة أوساط حسابية بين ١٣ ، ١.

مجموع ن حداً الأولى من حدود متتالية حسابية

$$\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢} \left(\text{ح}_{١} + \text{ح}_{\text{ن}} \right) \quad \text{أو} \quad \text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢} \left[٢\text{ح}_{١} + (\text{ن} - ١)\,\text{ء} \right]$$

مثال: أوجد مجموع العشرين حداً الأولى من متتالية الحسابية التي حدها الأول ١٠ وحدها العشرون ٥٠٠

مثال: أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول -١٢ وحدها العاشر ٢٤ .

مثال: أوجد مجموع الستة عشر حداً الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول ١٥ وأساسها ٧

مثال: متتالية حسابية حدها الأول -٧ وأساسها ٤ أوجد مجموع أول خمسة وعشرين حداً منها .

مثال: في المتتالية الحسابية (٨ ، ٦ ، ٤ ، ...) أوجد ما يلي:

١) الحد الخامس عشر ٢) مجموع الحدود العشرة الأولى منها.

صفوة معلمي الكويت

مثال: في المتتالية الحسابية (٣ ، ٥ ، ٧ ، ...) أوجد ما يلي:

١) الحد العشرون ٢) مجموع الحدود العشرين الأولى منها.

مثال: أوجد مجموع حدود المتتالية الحسابية (٥ ، ٧ ، ٩ ، .... ، ٩٥)

المتتالية الهندسية : هي متتالية ناتج قسمة أي حد فيها على الحد السابق له مباشرة ، يساوي عدداً حقيقياً ثابتاً غير صفري فيكون $\frac{ح_{ن+١}}{ح_ن} = ر$ حيث $ح_ن \neq ٠$

مثال: لتكن ($ح_ن$) متتالية حيث $ح_ن = ٣^ن$.

أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى من المتتالية ($ح_ن$) .

ب) أثبت أن ($ح_ن$) متتالية هندسية .

مثال: أثبت أن المتتالية ($ح_ن$) حيث $ح_ن = ٢^ن$ ، هي متتالية هندسية.

الحد النوني للمتتالية الهندسية

$ح_ن = ح_١ \times ر^{ن-١}$ ، $ح_ن = ح_ك \times ر^{ن-ك}$ ، $ر^{ن-ك} = \frac{ح_ن}{ح_ك}$

مثال: اكتب الحدود الخمسة الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٩ وأساسها ٣

مثال: اكتب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٥ وأساسها ـ ٣

مثال: متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨ . اكتب المتتالية مكتفياً بالحدود الأربعة الأولى منها .

صفوة معلمي الكويت

مثال: متتالية هندسية حدها الأول ٢٧ وحدها الخامس $\frac{١}{٣}$ اكتب المتتالية مكتفياً بالحدود الخمسة الأولى منها .

الأوساط الهندسية بين عددين

إذا كونت أ ، ب ، جـ متتالية هندسية حيث أ ، ب ، جـ أعدد حقيقية غير صفرية وحيث أجـ > ٠ فإن :

$\text{ب} = + \sqrt{\text{أ ب}}$ يسمى ب وسطاً هندسياً بين العددين أ ، جـ

مثال: أوجد وسطاً هندسياً بين العددين $\frac{١}{٣}$ ، ٢٧ .

مثال: أوجد وسطاً هندسياً بين العددين ٢٠ ، ٨٠

مثال: أدخل خمسة أوساط هندسية موجبة بين العددين ٥١٢ ، ٨

صفوة معلمي الكويت

مثال: أدخل ثمانية أوساط هندسية بين العددين ٢ ، ١٠٢٤

مجموع ن حداً الأولى من متتالية هندسية

$جـ_{ن} = ح_{١} \times \frac{ر^{ن} - ١}{ر - ١}$ أو $جـ_{ن} = ح_{١} \times \frac{١ - ر^{ن}}{١ - ر}$ حيث $ر \neq ١$

مثال: أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية (٢ ، ٤ ، ٨ ، .....)

مثال: أوجد مجموع الحدود الثمانية الأولى من المتتالية الهندسية (٣ ، ٦ ، ١٢ ، .....)

مثال: أوجد مجموع الثمانية حدود الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول٣ أساسها ٣

مثال:

الحد الأول من متتالية هندسية هو ٨ والحد الثالث منها هو $\frac{٨}{٩}$. أوجد مجموع الحدود الستة الأولى منها.

ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

(١) في المتتالية الهندسية الموجبة الحدود (١٢ ، س ، ٣ ، ....)
قيمة س هي ٦   (أ) (ب)

---

(٢) في المتتالية الحسابية (٤ ، ١ ، −٢ ، ....)
رتبة الحد الذي قيمته −٢٣ هي ٩   (أ) (ب)

---

(٣) قيمة الوسط الحسابي للعددين ٤ ، ٨ هي ٦   (أ) (ب)

السؤال الثاني:

في البنود التالية لكل بند أربع اختيارات ، ظلّل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(١) الحد السادس في المتتالية الهندسية التالية (٣ ، ٦ ، ١٢ ، ....) هو :

(أ) ٨٠   (ب) ٣٢   (جـ) ٩٦   (د) ١٩٢

---

(٢) إذا أدخلنا ثلاثة أوساط حسابية بين العددين −٩ ، ٣ فإن هذه الأوساط هي :

(أ) −٧ ، −٥ ، −٣   (ب) −٥ ، −١ ، ٣

(جـ) −٨ ، −٥ ، −٢   (د) −٦ ، −٣ ، صفر

---

(٣) متتالية حسابية الحد الأول فيها يساوي ٢ و الحد العاشر يساوي ٢٠ ،
فإن مجموع الحدود العشرة الأولى منها يساوي:

(أ) ٢٢   (ب) ٥٥   (جـ) ١١٠   (د) ٢٢٠

---

(٤) الحد الخامس في المتتالية الهندسية (٢ ، ٦ ، ١٨ ، ....) هو :

(أ) ١٦٢   (ب) ٢٤٣   (جـ) ٨٣   (د) ٥٤

صفوة معلمي الكويت

(٥) إذا أدخلنا ثلاثة أوساط حسابية بين العددين ٥ ، ٢١ فإن هذه الأوساط هي :

(أ) ١٠ ، ١٤ ، ١٨ (ب) ٩ ، ١٣ ، ١٧

(جـ) ٨ ، ١٢ ، ١٦ (د) ٩ ، ١٤ ، ١٩

---

(٦) الحد الخامس لمتتالية هندسية حدها الأول ٣ و أساسها – ٢ هو :

(أ) ٢٤ (ب) ٤٨ (جـ) – ٩٦ (د) – ٥

---

(٧) الحد الخامس في المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٩ و أساسها ٣ هو :

(أ) ٨١ (ب) ٧٢٩

(جـ) ٢٤٣ (د) ٢١٨٧

---

(٨) إذا أدخلنا ثلاثة أوساط هندسية موجبة بين العددين ٣ ، ٤٨ فإن هذه الأوساط هي :

(أ) ٣ ، ٦ ، ١٢ (ب) ٦ ، ١٢ ، ٢٤

(جـ) ١٢ ، ٢٤ ، ٤٨ (د) ٦ ، ٩ ، ١٢

---

(٩) الحد العاشر في المتتالية الحسابية التالية (٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ....) هو :

(أ) ١٠٠ (ب) ١٥٠ (جـ) ٩٠ (د) ٥٠

---

(١٠) ناتج ضرب الوسط الهندسي السالب للعددين ٢ ، ٣٢ و الوسط الهندسي السالب للعددين ١ ، ٤ هو :

(أ) ١٦- (ب) ١٦ (جـ) ٣٢ (د) ٢٥٦

صفوة معلمي الكويت