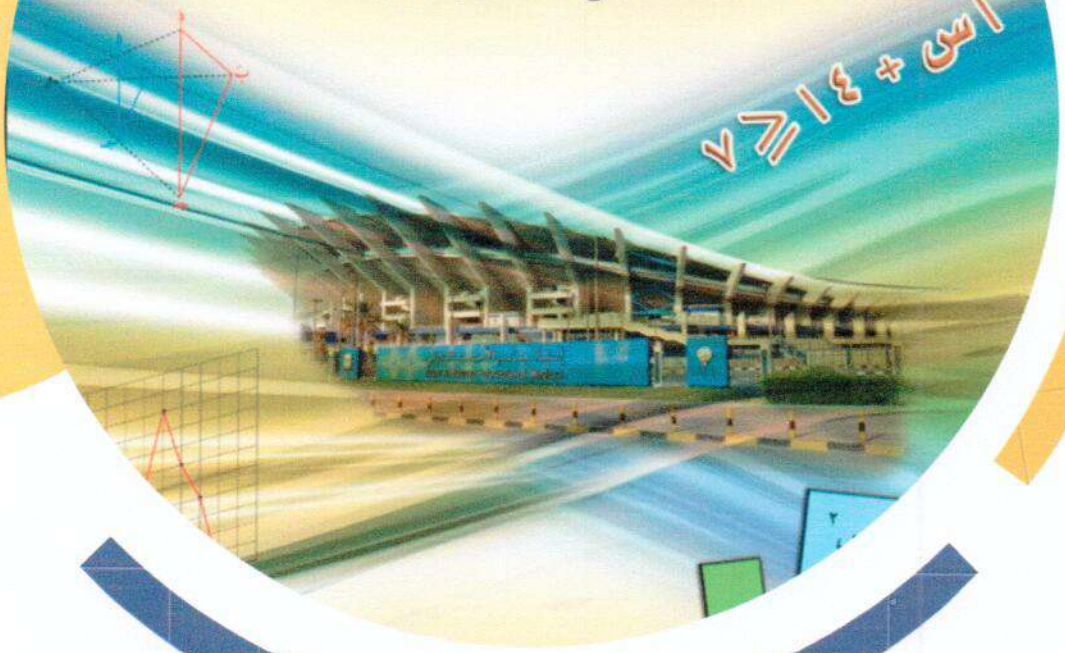
الرياضيات

الصف التاسع - الجزء الأوّل



٩

نجتهد لنطوّر أنفسنا

من إعداد :
هالة لبيب

٢٠٢٣ - ٢٠٢٤

صفوة معلمي الكويت

- تلخيص بسيط لوحدات كتاب الطالب.
- إجابات مراجعة وحدات كتاب الطالب.

صفوة معلمي الكويت

H.L.

الوحدة الأولى

(١-١)

الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

الجذور التربيعية :

يوجد جذران تربيعيان للعدد :

$+\sqrt{١٦} = ٤$ ← الجذر التربيعي الموجب

الجذر التربيعي الأساسي

$-\sqrt{١٦} = -٤$ ← الجذر التربيعي السالب

* الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب :
هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه كان الناتج العدد تحت اشارة الجذر التربيعي.

$٥ \times ٥ = ٢٥ \leftarrow \sqrt{٢٥} = ٥$

$\frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٩}{١٦} \leftarrow \sqrt{\frac{٩}{١٦}} = \frac{٣}{٤}$

صفوة معلمي الكويت

H.W

من خواص الجذور التربيعية :
التي قد تضيدنا كثيراً في حل المسائل

← إذا كان أ ، ب عددين نسبيين موجبين :

① $\sqrt{أ \times ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$

* $\sqrt{٤٩ \times ٩} = \sqrt{٤٩} \times \sqrt{٩}$

$= ٧ \times ٣ = ٢١$

* $\sqrt{٨ \times ٢} = \sqrt{٨} \times \sqrt{٢}$

$= \sqrt{١٦} = ٤$

② $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$

* $\sqrt{\frac{٢٥}{٦٤}} = \frac{\sqrt{٢٥}}{\sqrt{٦٤}}$

$= \frac{٥}{٨}$

* $\sqrt{\frac{٤}{٦}} = \frac{\sqrt{٤}}{\sqrt{٦}}$

$= \sqrt{٤} = ٢$

③ $أ = \sqrt{أ} \times \sqrt{أ}$

$٢ = \sqrt{٢} \times \sqrt{٢}$

$١١ = \sqrt{١١} \times \sqrt{١١}$

صفوة معلمي الكويت

H.W.

الأعداد النسبية :

هي الأعداد المعرفة والتالية التي يمكن كتابتها على صورة $\frac{أ}{ب}$ (كسر اعتيادي) .

← الصفر عدد نسبي .

← من الأعداد النسبية :

$$٣ ، -١٤ ، ٩ ، ٢٫٥ ، ٣٤٫٠ ، \frac{٤}{٥}$$

٩ = ٣

$٣٤٫٠$ الأعداد الدورية

الأعداد غير النسبية :

هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على الصورة $\frac{أ}{ب}$

أمثلة :

$$-\sqrt{٣٧} ، \frac{١}{\sqrt{٥٧}} ، \sqrt[٣]{١١} ، \sqrt{١٧}$$

كسور عشرية ذات نمط : ٠٫١٠١١٠١١١ ...

٠٫١٢١٢٢١٢٢٢ ...

$\sqrt{٢}$ ومضاعفاتها : $\sqrt{٢}$

$٢\sqrt{٢}$

$-٥\sqrt{٢}$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

تقدير الجذر التربيعي لعدد ما

تدرب (١) ص ٤١

قدّر $\sqrt{١٤٧}$

نبحث عن عددين مربعين كاملين متتاليين يقع بينهما العدد ١٤٧

← هما: ٩ ← لأنه $\sqrt{٩} = ٣$

١٦ ← لأنه $\sqrt{١٦} = ٤$

$$٩ < ١٤ < ١٦$$

$$\sqrt{٩} < \sqrt{١٤} < \sqrt{١٦}$$

$$٣ < \sqrt{١٤} < ٤$$

∴ $\sqrt{١٤٧}$ يقع بين ٣ و ٤

١٤٧ ← أقرب إلى العدد ١٦

∴ $\sqrt{١٤٧} \approx ٧$ و ٣

← تساوي تقريباً

معلمي صفوة الكويت

H.L.

تمرين ① صـ٢٤

(أ) قدّر $\sqrt{٣٥}$

$٢٥ < ٣٥ < ٣٦$

$\sqrt{٢٥} < \sqrt{٣٥} < \sqrt{٣٦}$

$٥ < \sqrt{٣٥} < ٦$

∴ ٢٥ أقرب إلى ٣٦

∴ $\sqrt{٣٥} \approx ٥,٩$

(ب) قدّر $\sqrt{٦٨}$

$٦٤ < ٦٨ < ٨١$

$\sqrt{٦٤} < \sqrt{٦٨} < \sqrt{٨١}$

$٨ < \sqrt{٦٨} < ٩$

∴ ٦٨ أقرب إلى ٦٤

∴ $\sqrt{٦٨} \approx ٨,٢$

صفوة معلم الكويت

H.L.

(١-٢)

الأعداد الحقيقية
(مقارنة - ترتيب)

← مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)
هي اتحاد مجموعة الأعداد النسبية (ن) ومجموعة الأعداد غير النسبية (ن').

مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

مجموعة الأعداد النسبية (ن)

- مجموعة الأعداد الكلية: {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ...}
- مجموعة الأعداد الصحيحة: {... -٣، -٢، -١، ٠، ١، ٢، ٣، ...}
- الكسور الاعتيادية: $-\frac{1}{2}$ ، $-\frac{4}{7}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $1\frac{1}{2}$
- الكسور العشرية المنتهية: ٠,٣ ، -٤,٥ ، ٦,٧
- الكسور العشرية الدورية: $0.\overline{3}$ ، $6.5\overline{4}$
- مجموعة الأعداد غير النسبية (ن')

صفوة معلمي الكويت

H.W.

← لمقارنة وترتيب الأعداد الحقيقية :
لابد من وضعها في صورة متشابهة لتسهيل الحل :

تدرب (١) ص ٢٥ :

قارن بين العددين :

(أ) ٠,٦ ، $\frac{٢}{٥}$

٠,٦ = ٠,٦٦٦...

$\frac{٦}{١٠} = \frac{٢ \times ٣}{٥ \times ٢}$ = ٠,٦

٠,٦ > $\frac{٢}{٥}$

(ب) ٠,٤ ، $\frac{١}{٢}$

٠,٤ = ٠,٤٤٤...

$\frac{٥}{١٠} = \frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥}$ = ٠,٥

٠,٤ < $\frac{١}{٢}$

* تم وضع الأعداد في الصورة العشرية لتسهيل الحل

صفوة معلمي الكويت

H.L.

تدرب (٢) ص٢٥ :

رتب تصاعدياً الأعداد التالية :

π ، $\sqrt{17}$ ، $3\frac{5}{8}$

① $\pi \approx$ ٣,١٤١٥

② $\sqrt{17}$ ≈ ٤,١٠٠

١٦ < ١٧ < ٢٥
٤ < ١٧ < ٢٥
٤ < ١٧ < ٢٥
أقرب

$3\frac{5}{8} = 3\frac{5 \times 125}{8 \times 125} = 3\frac{625}{1000}$

③ = ٣,٦٢٥

* تم وضع الأعداد في الصورة العشرية لتسهل ترتيبها

∴ الترتيب التصاعدي هو :

$\sqrt{17}$ ، $3\frac{5}{8}$ ، π

← كتابة الأعداد الأساسية الموجودة في السؤال

صفوة قطر الكويت

H.L.

تدرب (٣) ص ٢٥ :

ب - رتب تنازلياً الأعداد التالية :

$\sqrt{٨}$ ، $-\sqrt{٣}$ ، $-٣,\overline{١٢}$ ، -٣ ، $٣\frac{١}{٨}$

١) $٣\frac{١}{٨} = \frac{٣^{١}}{٨^{١}} = \frac{٣^{١٢٥}}{١٠٠٠} = ٣,١٢٥$

٢) $-\sqrt{٣} = -٣,١٧٣٢$

٣) $-٣,\overline{١٢} = -٣,١٢١٢$

٤) $-٣ = -٣,١٤١٥$

٥) $\sqrt{٨} = ٢,٨٢٨$

أقرب ←

$٩ > ٨ > ٤$

$\sqrt{٩} > \sqrt{٨} > \sqrt{٤}$

$٣ > \sqrt{٨} > ٢$

∴ الترتيب التنازلي هو :

$٣\frac{١}{٨} \; ، \; \sqrt{٨} \; ، \; -\sqrt{٣} \; ، \; -٣$

* نتذكر أن :

- العدد الموجب أكبر من العدد السالب
- الصفر أصغر من العدد الموجب
- الصفر أكبر من العدد السالب
- بالنسبة للأعداد السالبة : العدد الأكبر صورةً هو الأصغر قيمةً .

كتابة الأعداد الأصلية في السؤال

صفوة معلم الكويت

الفترات

الفترة : هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ويوجد نوعان من الفترات : فترات محدودة وفترات غير محدودة .

أولًا : الفترات المحدودة

يوضح الجدول التالي أنواع الفترات المحدودة : ليكن ا ، ب عددين حقيقيين .

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[ا ، ب]	مغلقة	ا ≤ س ≤ ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ا والأصغر من أو تساوي ب
(ا ، ب)	مفتوحة	ا < س < ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ا والأصغر من ب
[ا ، ب)	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	ا ≤ س < ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ا والأصغر من ب
(ا ، ب]	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	ا < س ≤ ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ا والأصغر من أو تساوي ب

* ملاحظة اشارات المتباينات وأقواس الفترات

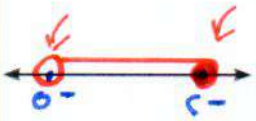
* عند كتابة رموز الفترات :
العدد الأصغر يكتب أولاً (جهة اليسار)
والعدد الأكبر يكتب ثانياً (جهة اليمين)

صفوة معلمي الكويت

H.W.

تدرّب (٤) :

أكمل الجدول التالي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[١، ٣]	مغلقة	١ ≤ س ≤ ٣		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من أو تساوي ٣
(-١، ٤)	مفتوحة	-١ < س < ٤		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -١ والأصغر من ٤
[-٤، ٠)	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	-٤ ≤ س < ٠		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤ والأصغر من ٠
(-٥، -٢]	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	-٥ < س ≤ -٢		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -٥ والأصغر من أو يساوي -٢

فكّر وناقش

هل كل مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية تمثل فترة ؟

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا : الفترات غير المحدودة

يوضح الجدول التالي أنواع الفترات غير المحدودة : ليكن أ ، ب عددين حقيقيين .

ملاحظة :
الرمز ∞ يقرأ ما لا نهاية .

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[أ ، ∞)	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	س ≥ أ		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ
(أ ، ∞)	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	س > أ		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أ
(− ∞ ، ب]	نصف مغلقة وغير محدودة من أسفل	س ≤ ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي ب
(− ∞ ، ب)	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	س < ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ب

تدرّب (٥) :

أكمل الجدول التالي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[٤ ، ∞)	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	س ≥ ٤		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٤
(٠ ، ∞)	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	س > ٠		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من صفر
[− ∞ ، − ٢]	نصف مغلقة وغير محدودة من الأسفل	س ≤ − ٢		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي − ٢
(− ∞ ، − ٢)	مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	س < − ٢		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من − ٢

* بالنسبة للفترات الغير محدودة دائماً وضع رمز ∞ (ما لا نهاية) جهة اليسار ودائماً وضع رمز − ∞ (سالب ما لا نهاية) جهة اليسار

H.L

٤ أكمل الجدول التالي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[٢، ٥]	مغلقة	٢ ≤ س ≤ ٥	٢ ٥	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٢ والأصغر من أو تساوي ٥
(-٢، ١)	مفتوحة	-٢ < س < ١	-٢ ١	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -٢ والأصغر من ١
[-٤، ∞)	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	س ≥ -٤	-٤	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤
(-∞، ٥)	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	س < ٥	٥	مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ٥

صفوة معلمي الكويت

H.W.

(١-٣)
العمليات على الأعداد الحقيقية

* خواص العمليات على الأعداد الحقيقية :-

① خاصية الإبدال لعملية الجمع :

$$أ + ب = ب + أ$$

$$٤ + \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} + ٤$$

② خاصية الإبدال لعملية الضرب :

$$أ \times ب = ب \times أ$$

$$\frac{٤}{٧} \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤} \times \frac{٤}{٧}$$

③ خاصية التجميع لعملية الجمع :

$$أ + (ب + جـ) = (أ + ب) + جـ$$

$$٣ + (٥ + \frac{١}{٨}) = (٣ + ٥) + \frac{١}{٨}$$

④ خاصية التجميع لعملية الضرب :

$$أ \times (ب \times جـ) = (أ \times ب) \times جـ$$

$$\frac{٤}{٣} \times (\frac{٤}{٥} \times \frac{١}{٧}) = (\frac{٤}{٣} \times \frac{٤}{٥}) \times \frac{١}{٧}$$

H.W.

⑤ خاصية توزيع الضرب على الجمع :

$أ \times (ب + جـ) = أ ب + أ جـ$

$٣ \times (\frac{٤}{٣} + \frac{١}{٩}) = ٣ \times \frac{٤}{٣} + ٣ \times \frac{١}{٩}$

⑥ خاصية توزيع الضرب على الطرح :

$أ \times (ب - جـ) = أ ب - أ جـ$

$\frac{٧}{٩} \times (\frac{١}{٣} - \frac{١}{٧}) = \frac{١}{٣} \times \frac{٧}{٩} - \frac{١}{٧} \times \frac{٧}{٩}$

← نستخدم خواص العمليات على الأعداد الحقيقية لتسهيل الحل في بعض المسائل .

صفوة معلمي الكويت

H.L.

ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

① حساب ما بداخل الأقواس . ← إنْ وُجِد .

② الأُسس والجذور .

③ الضرب والقسمة إبتداءً من اليمين .

④ الجمع و الطرح إبتداءً من اليمين .

رقم ③ صـ ٣٥ :

ج) $٨ \times \sqrt{٢٥} \div \overline{٠,٦} + ٤ \times ٩$

$= ٨ \times ٥ \div \frac{٦}{٩} + ٤ \times ٩$

$= ٤٠ \div \frac{٦}{٩} + ٤ \times ٩$

$= \cancel{٤٠}^{٦٠} \times \frac{٩}{\cancel{٦}^{٤}} + ٤ \times ٩$

$= ٦٠ + ٤ \times ٩$

$= ٦٠ + ٣٦ = ٩٦$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(١-٤)

القيمة المطلقة

← القيمة المطلقة لعدد حقيقي: هي المسافة على خط الأعداد بين هذا العدد والصفر.

← القيمة المطلقة لأي عدد = نفس العدد بالموجب

$|-٤| = ٤$ $\quad$ $|٨,٥| = ٨,٥$

← القيمة المطلقة للصفر = صفر ← $|٠| = ٠$

* من خواص القيمة المطلقة :-

① $|س \times ص| = |س| \times |ص|$

$|-٢ \times ٥| = |-٢| \times |٥|$

$= ٢ \times ٥ = ١٠$

② $\left|\frac{س}{ص}\right| = \frac{|س|}{|ص|}$

$\left|\frac{-٨}{٩}\right| = \frac{|-١٨|}{|٩|} = \frac{١٨}{٩}$

③ $|س - ص| = |ص - س|$

$|١٠ - ٥| = |٥ - ١٠|$

$= |-٥|$

$= ٥$

معلم الكويت صفوة

* ايجاد قيمة مقدار جبري :

المقدار الجبري : هو مقدار يحتوي على عدد مجهول ،

يتم وضعه بأحد الحروف مثلاً : س ، ص ، ...

← لإيجاد قيمة المقدار الجبري : يتم التعويض عن العدد المجهول بالقيمة المعطاة في السؤال.

تدرب ③ صـ ٣٧

* أوجد قيمة كل مما يلي ، إذا كانت س = ٢

$|س \times ٥ + ١٣| = |٢ \times ٥ + ١٣|$

$= |١٠ + ٣|$

$= |١٣|$

$= ١٣$

* اوجد قيمة ما يلي ، اذا كانت س = -٤

$|س - ٥| + |-٢ و ٣|$

$= |-٤ - ٥| + |-٢ و ٣|$

$= |-٩| + |-٢ , ٣|$

$= ٩ + ٣ , ٢$

$= ١٢ , ٢$

صفوة معلمي الكويت

← حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة :-

← لدينا ٣ حالات

① | | = عدد موجب ← المعادلة لها حلّان

| ٢س - ٤ | = ٦

٢س - ٤ = ٦ أو ٢س - ٤ = -٦

(من الممكن أن يتبدل اختيار داخل القيمة المطلقة سالب)

٢س - ٤ + ٤ = ٦ + ٤ (إضافة النظير الجمعي للطرفين) ٢س - ٤ + ٤ = -٦ + ٤

٢س = ١٠ ٢س = -٢

$\frac{1}{2}$ × ٢س = $\frac{1}{2}$ × ١٠ (الضرب في النظير الضربي لمعامل المجهول في الطرفين) $\frac{1}{2}$ × ٢س = $\frac{1}{2}$ × -٢

س = ٥ س = -١

∴ مجموعة الحل = {٥ ، -١}

② | | = صفر ← المعادلة لها حل واحد

| ٣س + ٩ | = ٠

٣س + ٩ = ٠

٣س + ٩ - ٩ = ٠ - ٩

٣س = -٩

$\frac{1}{3}$ × ٣س = $\frac{1}{3}$ × -٩

س = -٣

∴ مجموعة الحل = {-٣}

③ | | = عدد سالب ← المعادلة ليس لها حل

| ٢س + ١٩ | = -٤

مجموعة الحل = ∅ ← مجموعة خالية (فاي)

صفوة تعليم الكويت

H.L.

تدرّب (٦) صـ ٤٠ :

اوجد مجموعة حل كل معادلة مما يأتي :

(ب) $|٤س + ١| + ٧ = ١$

$|٤س + ١| + ٧ - ٧ = ١ - ٧$ النظير الجمعي

$|٤س + ١| = -٦$ ← عدد سالب

$-٦ < ٠$

$\therefore$ م.ح $= \emptyset$

(جـ) $|س - ٣| = ٦$

$\frac{١}{٢} \times |س - ٣| = ٦ \times \frac{١}{٢}$ النظير الضربي

$|س - ٣| = ٣$

بسبب خواص القيمة المطلقة $|س - ٣| = ٣$ ← عدد موجب

$س - ٣ = ٣$ أو $س - ٣ = -٣$

$س - ٣ + ٣ = ٣ + ٣$ $س - ٣ + ٣ = -٣ + ٣$

$س = ٦$ $س = ٠$

$\therefore$ م.ح $= \{٠، ٦\}$

معلمي الكويت

تشبه جيداً

H.W

لا نستطيع أن نقول
$\varnothing = $ ح.م

حيث أن القيمة المطلقة
لا تتساوى مع قيمة
سالبة

$٤|٣س+٦|-٩=-٣$

$٤|٣س+٦|-٩+٩=٩+٣-$

$٤|٣س+٦|=٦$

$\frac{١}{٤}\times ٤|٣س+٦|=\frac{١}{٤}\times ٦$

$|٣س+٦|=\frac{٣}{٢}$

$٣س+٦=\frac{٣}{٢}$ أو $٣س+٦=\frac{-٣}{٢}$

$٣س=\frac{٣}{٢}-٦$ $٣س=\frac{-٣}{٢}-٦$

$٣س=\frac{٣}{٢}-\frac{١٢}{٢}$ $٣س=\frac{-٣}{٢}-\frac{١٢}{٢}$

$٣س=\frac{-٩}{٢}$ $٣س=\frac{-١٥}{٢}$

$\frac{١}{٣}\times ٣س=\frac{١}{٣}\times\frac{-٩}{٢}$ $\frac{١}{٣}\times ٣س=\frac{١}{٣}\times\frac{-١٥}{٢}$

$س=\frac{-٣}{٢}$ $س=\frac{-٥}{٢}$

∴ ح.م $=\{\frac{-٣}{٢}, \frac{-٥}{٢}\}$

تعليم صفوق الكويت

H.L.

(١-٥)
حل متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد

* المتباينة ← طرفان بينهما أي من الرموز التالية:

$<$ أصغر من ، $>$ أكبر من ، $\leq$ أصغر أو يساوي ، $\geq$ أكبر أو يساوي

* متباينة من الدرجة الأولى: المجهول فيها أس واحد:

س ، ص ، ن .... وهكذا

* المتباينة في متغير واحد:

أي أن المجهول في كل متغير (مجهول) واحد فقط:

س ، ص ، ن .... أو أي رمز.

* حل المتباينة: دائماً مجموعة من الأعداد ← أي فترة، وليس رقم أو رقمان.

* طريقة حل المتباينة: في أي حد ما تشيله طريقة حل المعادلة مع المحافظة على الرمز بيه الطرفين

* عند حل المتباينة: عند الضرب في عدد سالب أو القسمة على عدد سالب ← نعكس إشارة المتباينة

صفوة معلمي الكويت

H.W

تدرب ① ص ٤٥

أوجد مجموعة حل المتباينة :

٢ س + ٣ ≥ ٧ في ح ، ومثلها على خط الأعداد الحقيقية.

٢ س + ٣ ≥ ٧

٢ س + ٣ − ٣ ≥ ٧ − ٣

٢ س ≥ ٤

$\frac{1}{2} \times 2س \geq 4 \times \frac{1}{2}$

س ≥ ٢

مجموعة الحل = [٢ ، ∞)

صفوة معلمي الكويت

H.W.

تدرب ③ صـ ٤٦

اوجد مجموعة حل: ٢ - ٣س ≤ ١٤ في ح

وتمثلها على خط الأعداد الحقيقية .

٢ - ٣س ≤ ١٤

٢ - ٢ - ٣س ≤ ١٤ - ٢

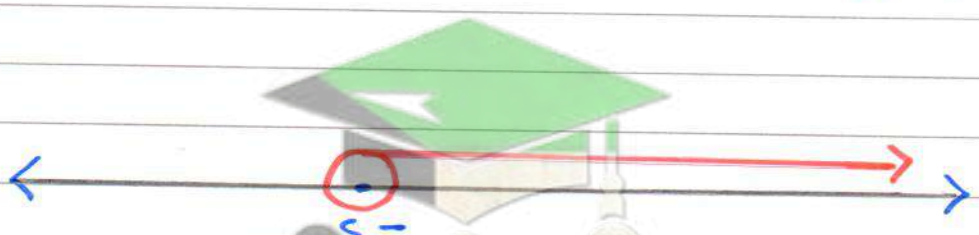
- ٣س ≤ ١٢

$-\frac{١}{٣} \times -٣س \geq ١٢ \times -\frac{١}{٣}$

عند الضرب في عدد سالب نعكس إشارة المتباينة

س ≥ -٤

∴ م.ح = [-٤ ، ∞)



صفوة معلمي الكويت

H.W

تدرّب ③ ص ٤٦

اوجد مجموعة حل المتباينة $٣ > س + ١ \geq ٤$ ،
$س \in ح$ ، ومثلها على خط الأعداد الحقيقية

نتنبه !

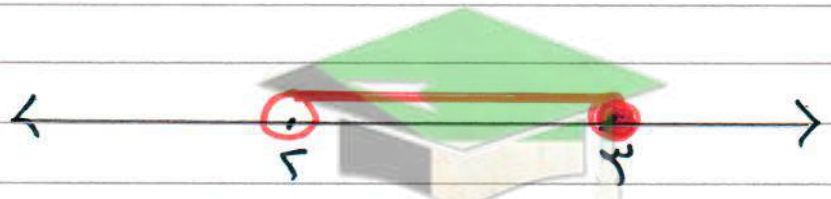
* الإضافة في الثلاثة جوانب حتى لا يختل توازن المتباينة

$$٣ > س + ١ \geq ٤$$

$$٣ - ١ > س + ١ - ١ \geq ٤ - ١$$

$$٢ > س \geq ٣$$

$$\therefore م ح = (٢ ، ٣]$$



صفوة معلمي الكويت

H.L.

* حل متباينات تتضمن قيمة مطلقة :-

* مجموعة الحل تكون على شكل فترات

* عند وجود متباينة تتضمن قيمة مطلقة وتكون أصغر من (صغر) أو أصغر من أي عدد سالبا

← فإن مجموعة الحل = ∅

حيث لا يمكن أن تكون القيمة المطلقة سالبة القيمة

أمثلة :

① |س| > ٠ ← مجموعة الحل = ∅

② |٤س + ٤| ≤ -٧ ← مجموعة الحل = ∅

③ ٥ - |س| ≥ ٦ ← تدرب ⑦ ص ٤٩

٥ - ٥ - |س| ≥ ٦ - ٥

- |س| ≥ ١

-١ × - |س| ≤ ١ × -١

|س| ≥ -١ ← لا يمكن أن تكون القيمة المطلقة سالبة القيمة

∴ ح = ∅

صفوة معلمي الكويت

← عند حل مسائل متباينات تتضمن قيمة مطلقة :

لدينا طريقتين للحل :

①	②
$>$	$<$
$\geq$	$\leq$

تختلف الحل حسب اشارة المتباينة .

* ① عند وجود $<$ أو $\leq$ ° □

② ص = ٥ ° □

اوجد مجموعة الحل في ح ، وتمثلها على خط الأعداد ° □

$$|س + ٧| > ٥$$

* تمت إزالة رمز القيمة المطلقة
* تمت إضافة اشارة $>$ ووضع العدد على اليسار باشارة مختلفة (-٥)

$$-٥ > س + ٧ > ٥$$

$$-٥ - ٧ > س + ٧ - ٧ > ٥ - ٧$$

$$-١٢ > س > -٢$$

$$\therefore م.ح = (-١٢ ، -٢)$$

صفوة معلمي الكويت

H.W.

(٦) ص ٥١

$|٣س + ٢| - ٥ \geq ٨$

$|٣س + ٢| - ٥ + ٥ \geq ٨ + ٥$

$|٣س + ٢| \geq ١٣$

$٣س + ٢ \geq ١٣$ أو $٣س + ٢ \leq -١٣$

$٣س + ٢ - ٢ \geq ١٣ - ٢$ أو $٣س + ٢ - ٢ \leq -١٣ - ٢$

$٣س \geq ١١$ أو $٣س \leq -١٥$

$\frac{٣س}{٣} \geq \frac{١١}{٣}$ أو $\frac{٣س}{٣} \leq \frac{-١٥}{٣}$ ← أو بالضرب في $\frac{١}{٣}$

$س \geq \frac{١١}{٣}$ أو $س \leq -٥$

∴ م.ح = $]-\infty, -٥] \cup [\frac{١١}{٣}, \infty[$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

* عند وجود < أو ≤ في المتباينة:

- في هذه الحالة تختلف طريقة الحل.
- مجموعة الحل تكون عبارة عن اتحاد فترتين.

④ ص ٥١

نعكس الإشارة

$|م + ٢| \leq ٤$

نعكس الإشارة

$م + ٢ \geq -٤$ أو $م + ٢ \leq ٤$

$م + ٢ - ٢ \geq -٤ - ٢$ $م + ٢ - ٢ \leq ٤ - ٢$

$م \geq -٦$ $م \leq ٢$

$م \in [-٦، \infty)$ $م \in (-\infty، ٢]$

$\therefore م = (-\infty، ٢] \cup [-٦، \infty)$

صفوة معلمي الكويت

H.W

⊙ ص ١٥

$2|س| - 3 < 7$

$2|س| - 3 + 3 < 7 + 3$

$2|س| < 10$

$\frac{2|س|}{2} < \frac{10}{2}$ أو بضرب الطرفين في $\frac{1}{2}$

$|س| < 5$

$-5 < س < 5$ أو

إما $س < 5$ ، $س \in (-\infty, 5)$

$س > -5$ ، $س \in (-5, \infty)$

$\therefore$ م.ح $= (-5, \infty) \cup (-\infty, 5)$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(١-٦) الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة

العدد في الصورة العلمية (الصورة القياسية) يكون على هذه الصورة: ▭

▭ × ١٠ ▭▭... و ▭

الأس قد يكون عدد صحيح موجب أو سالب ←

العدد في هذه الخانة يكون ≥ ١ و < ١٠

فقط

أمثلة على أعداد في الصورة العلمية:

٦
٦٥٤ و٤ × ١٠

-٤
٨و٩ × ١٠

-١٥
٧ × ١٠

١٢
-٤ × ١٠

صفوة معلمي الكويت

H.L.

الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة الموجبة :.

تحويل العدد من الشكل النظامي إلى الصورة العلمية :

٩٨٥٧٣٤ ← ٩,٨٥٧٣٤ × ١٠^٥

٥ ٤ ٣ ٢ ١

تحريك الناظرة ٥ منازل ←

تحويل العدد من الصورة العلمية إلى الشكل النظامي :

٦,٨٩ × ١٠^٤ = ٦٨٩٠٠

٤ ٣ ٢ ١

٤ منازل ←

صفوة معلمي الكويت

H.W.

الصورة العلمية باستخدام الاسس الصحيحة السالبة

تحويل العدد من الشكل النظامي إلى الصورة العلمية :

٥٩٠٠٠٠٠ = ٥٫٩ × ١٠^-٤

١٢٣٤

٤ منازل

=

تحويل العدد من الصورة العلمية إلى الشكل النظامي :

-٣٠٠٠ = ٤ × ١٠^-٦ = ٠٫٠٠٠٠٤٠٠-

لـ

تحريك الفاصلة ٦ منازل جهة اليسار

معلمي الكويت صفوة

H.W

← العمليات على الأعداد في الصورة العلمية:

④ ص ٦٠

أوجد الناتج بالصورة العلمية :

عامل مشترك

أ) $٣,٥ \times ١٠^{٥} + ٢,٢ \times ١٠^{٥} = (٣,٥ + ٢,٢) \times ١٠^{٥}$

$= ٥,٧ \times ١٠^{٥}$

عامل مشترك

ب) $٩,٨ \times ١٠^{٤} - ٢,٧ \times ١٠^{٤} = (٩,٨ - ٢,٧) \times ١٠^{٤}$

$= ٧,١ \times ١٠^{٤}$

جـ) $(٤,٢ \times ١٠^{٢}) \times (٥ \times ١٠^{-٤}) =$

$= (٤,٣ \times ٥) \times (١٠ \times ١٠^{٢} \times ١٠^{-٤})$ ← تجميع الأعداد مع بعض والقوى مع بعض

عند الضرب نجمع الأسس

$= ٢١,٥ \times ١٠^{-١}$

$= ٢,١٥ \times ١٠^{١}$ ← الصورة العلمية

د) $(٦,٣ \times ١٠^{-٤}) \div (٧ \times ١٠^{٢}) =$

$= \frac{٦,٣ \times ١٠^{-٤}}{٧ \times ١٠^{٢}}$

عند القسمة نطرح الأسس

$= \frac{٦,٣}{٧} \times ١٠^{(-٤-٢)}$

$= ٠,٩ \times ١٠^{-٦}$

$= ٩ \times ١٠^{-٧}$ الصورة العلمية

صفوة معلمي الكويت

H.L.

١-٧ مراجعة الوحدة الأولى
Revision Unit One

أوّلًا : التمارين المقالية

١ أوجِد مجموعة حل كلّ من المعادلات التالية في ح :

الحل :

أ $|٢س + ٣| = ٧$

$٢س + ٣ = ٧$ أو $٢س + ٣ = -٧$

$٢س + ٣ - ٣ = ٧ - ٣$ $٢س + ٣ - ٣ = -٧ - ٣$

$٢س = ٤$ $٢س = -١٠$

$\frac{٢}{٢}س = \frac{٤}{٢}$ $\frac{٢}{٢}س = \frac{-١٠}{٢}$

$س = ٢$ $س = -٥$

∴ م.ح = {٢ ، -٥}

ب $٢|٦ - ص| = ١$

$\frac{٢}{٢}|ص - ٦| = \frac{١}{٢}$

$|ص - ٦| = \frac{١}{٢}$

$ص - ٦ = \frac{١}{٢}$ أو $ص - ٦ = -\frac{١}{٢}$

$ص - ٦ + ٦ = \frac{١}{٢} + ٦$ $ص - ٦ + ٦ = -\frac{١}{٢} + ٦$

$ص = ٦\frac{١}{٢}$ $ص = \frac{-١}{٢} + \frac{١٢}{٢}$

$ص = \frac{١١}{٢}$

∴ م.ح = $\{٦\frac{١}{٢}، \frac{١١}{٢}\}$ ← ن.ح = $\{٦\frac{١}{٢}، ٥\}$

جـ $٤|س - ٩| + ٧ = ٧$

$٤|س - ٩| + ٧ - ٧ = ٧ - ٧$

$٤|س - ٩| = ٠$

$\frac{٤}{٤}|س - ٩| = \frac{٠}{٤}$

$|س - ٩| = ٠$

$س - ٩ = ٠$

$س - ٩ + ٩ = ٠ + ٩$

$س = ٩$

∴ م.ح = {٩}

معلمة الكويت

H.W.

٢ أوجد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات التالية في ح ، مع تمثيل مجموعة الحلّ على خطّ الأعداد الحقيقية :

أ $|٣س - ٧| \geq ٢$

$٣س - ٧ \geq ٢$ أو $٣س - ٧ \leq -٢$

$٣س \geq ٩$ أو $٣س \leq ٥$

$س \geq ٣$ أو $س \leq \frac{٥}{٣}$

مجموعة الحل $= [٣ ، \infty) \cup (-\infty ، \frac{٥}{٣}]$

ب $|س + ١| < ٥$

$س + ١ < ٥$ أو $س + ١ > -٥$

$س < ٤$ أو $س > -٦$

مجموعة الحل $= (-\infty ، ٤) \cup (-٦ ، \infty)$

جـ $٢|٩ - س| > ٦$

$|٩ - س| > ٣$

$٩ - س > ٣$ أو $٩ - س < -٣$

$-س > -٦$ أو $-س < -١٢$

$س < ٦$ أو $س > ١٢$

مجموعة الحل $= (-\infty ، ٦) \cup (١٢ ، \infty)$

د $|٥س + ٤| - ٣ \leq ٨$

$|٥س + ٤| \leq ١١$

$٥س + ٤ \leq ١١$ أو $٥س + ٤ \geq -١١$

$٥س \leq ٧$ أو $٥س \geq -١٥$

$س \leq \frac{٧}{٥}$ أو $س \geq -٣$

مجموعة الحل $= [-٣ ، \frac{٧}{٥}]$

H.L.

هـ $٤ - |س| > ١٠$

$٤ - ٤ - |س| > ١٠ - ٤$

$-|س| > ٦$

$-١ \times -|س| < ٦ \times -١$

$|س| < -٦$ ، $-٦ < ٠$

∴ م.ح = $\emptyset$

٣ أكمل الجدول التالي :

رمز العدد بالشكلّ النظامي	الصورة العلمية
٣٥٠٠٠	$٣,٥ \times ١٠^{٤}$
٠,٠٠٦٠٣	$٦,٠٣ \times ١٠^{-٣}$
٧٣٠٠٠	$٧,٣ \times ١٠^{٤}$
-٨٤٤٠٠٠	$-٨,٤٤ \times ١٠^{٥}$

٤ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي بالصورة العلمية :

أ $(٧,١ \times ١٠^{٩}) + (٢,٦ \times ١٠^{٩}) = ١٠^{٩} \times (٧,١ + ٢,٦)$ ← عامل مشترك

$= ١٠^{٩} \times ٩,٧$

$= ٩,٧ \times ١٠^{٩}$

ب $(٩,٣٦ \times ١٠^{٦}) - (٨,١ \times ١٠^{٦}) = ١٠^{٦} \times (٩,٣٦ - ٨,١)$ ← عامل مشترك

$= ١,٢٦ \times ١٠^{٦}$

جـ $(٣ \times ١٠^{٥}) \times (٤,١ \times ١٠^{-٣}) = (٣ \times ٤,١) \times (١٠^{٥} \times ١٠^{-٣})$

$= ١٢,٣ \times ١٠^{٥+(-٣)}$

$= ١٢,٣ \times ١٠^{٢}$

$= ١,٢٣ \times ١٠^{٣}$

د $(٢,٤ \times ١٠^{-٢}) \div (٦ \times ١٠^{٧}) = \frac{٢,٤ \times ١٠^{-٣}}{٦ \times ١٠^{٧}}$

$= \frac{٢,٤}{٦} \times \frac{١٠^{-٣}}{١٠^{٧}}$

$= ٠,٤ \times ١٠^{-٣-٧}$

$= ٠,٤ \times ١٠^{-١٠}$

صفوة معلمي الكويت

H.L.O.

٥ تنتج دولة الكويت كمّية من النفط تبلغ ٣,١ مليون برميل يوميًّا ، إذا أرادت زيادة إنتاجها نصف مليون برميل يوميًّا ، فكم سيبلغ إنتاجها من النفط في اليوم الواحد بعد الزيادة ؟

إنتاج الكويت في اليوم الواحد بعد الزيادة = ٣,١ مليون + ٠,٥ مليون = ٣,٦ مليون برميل

الشكل النظامي : ٣٦٠٠٠٠٠

الصورة العلمية : $٣,٦ \times ١٠^{٦}$

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحةً ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $\sqrt{س + ص} = \sqrt{س} + \sqrt{ص}$	(أ)	(ب)
٢ الأعداد : $\sqrt{١٠}$ ، $٣,\overline{٦}$ ، $-\pi$ مرتّبة ترتيبًا تنازليًّا .	(أ)	(ب)
٣ مجموعة حل المعادلة $\|س\| = -٥$ في ح ، هي $\{٥ ، -٥\}$	(أ)	(ب)
٤ مجموعة حل المتباينة $\|س + ١\| \geq ٣$ في ح ، هي $[-٤ ، ٢]$	(أ)	(ب)
٥ إذا كانت س = ٣ ، فإن قيمة $\|س - ٣\| + ٧$ هي ٧	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

٦ الفترة التي تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ٥ والأكبر من أو تساوي -٥ هي :

(أ) $(-٥ ، ٥)$ (ب) $(-٥ ، ٥]$ (جـ) $[-٥ ، ٥)$ (د) $[-٥ ، ٥]$

٧ الفترة الممثلة على خط الأعداد ← ٢ هي :

(أ) $(٢ ، \infty)$ (ب) $[٢ ، \infty)$ (جـ) $(-\infty ، ٢]$ (د) $(-\infty ، ٢)$

٨ مجموعة حل المتباينة $|٢س - ١| > ٣$ في ح هي :

(أ) $(٢ ، \infty)$ (ب) $(-\infty ، -١] \cup [٢ ، \infty)$

(جـ) $(-\infty ، -١) \cup (٢ ، \infty)$ (د) $(-١ ، ٢)$

اكمل في الصفحة التالية

صفوة معلمي الكويت

H.W.

حلول التمارين الموضوعية :

④ $|س + ١| \leq ٣$

$-٣ \leq س + ١ \leq ٣$

$-٣ - ١ \leq س + ١ - ١ \leq ٣ - ١$

$-٤ \leq س \leq ٢$

$\therefore$ م.ح = $[-٤ ، ٢]$

⑤ $|س - ٣| + ٧$

$= |٣ - ٣| + ٧$

$= |٠| + ٧$

$= ٠ + ٧ = ٧$

⑧ $|س - ١| > ٣$

$س - ١ > ٣$	$س - ١ < -٣$
$س - ١ + ١ > ٣ + ١$	$س - ١ + ١ < -٣ + ١$
$س > ٤$	$س < -٢$
$\frac{س}{٢} > \frac{٤}{٢}$	$\frac{س}{٢} < \frac{-٢}{٢}$
$س > ٢$	$س < -١$
$س \in (٢ ، \infty)$	$س \in (-\infty ، -١)$

$\therefore$ م.ح = $(٢ ، \infty) \cup (-\infty ، -١)$

صفوة معلمي الكويت

H.W.

٩ $٨ \times \frac{٣}{٢} - \frac{\sqrt[٣]{٢٧}}{\sqrt[٣]{٣}} =$

أ ٩ ب ٣ جـ $١\frac{١}{٢}$ د $١\frac{-١}{٢}$

---

١٠ أكبر الأعداد التالية هو :

أ $٤,٢٣ \times ١٠^{٤}$ = ٤٢٣٠٠ ب ٣٨٠٠٠

جـ $٤,٢٣ \times ١٠^{٥}$ = ٤٢٣٠٠٠ د $٩,٣٧ \times ١٠^{-٤}$ = ٠,٠٠٠٩٣٧

---

١١ العدد ٠,٠٠٥٤٣ بالصورة العلمية هو :

أ $٥,٤٣ \times ١٠^{٣}$ ب $٥,٤٣ \times ١٠^{-٣}$

جـ $٥٤,٣ \times ١٠^{٢}$ د ٥٤٣×١٠^{-٣}

---

١٢ العدد غير النسبي في ما يلي هو :

أ $\sqrt[٢]{١٥}$ ب $\frac{٧}{٩}$

جـ $\frac{١}{\sqrt[٢]{٦٤}} = \frac{١}{٨}$ د $٠,\overline{٣}$ عدد دوري

٩) $٨ \times \frac{٣}{\sqrt[٣]{٣}} - \frac{\sqrt[٣]{٢٧}}{\sqrt[٣]{٣}}$

$= ٨ \times \frac{٣}{\sqrt[٣]{٣}} - \frac{\sqrt[٣]{٢٧}}{\sqrt[٣]{٣}}$

$= ٨ \times \frac{٣}{\sqrt[٣]{٣}} - \sqrt[٣]{٩}$

$= ٨ \times \frac{٣}{٣^{\frac{١}{٣}}} - ٣^{\frac{١}{٣}}$

$= ٨ \times ٣^{\frac{٣}{٣}} - ٣^{\frac{١}{٣}}$

$= ٨ \times ٣^{١} - ٣^{\frac{١}{٣}}$

$= ٢٤ - ١٥$

$= ٩$

صفوة معلمي الكويت

H.W

(١-٤) الوحدة الثانية
تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

ماهو مكعّب العدد؟

مكعّب العدد هو حاصل ضرب العدد في نفسه ٣ مرات

$٤^{٣} = ٤ \times ٤ \times ٤$ ← مكعب ٤

$٢^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢$ ← مكعب ٢

$س^{٣} = س \times س \times س$ ← مكعّب س

$م^{٣} = م \times م \times م$ ← مكعب م

← تحليل المقدار: هو وضعه في صورة أقواس مضروبة في بعضها

← عند تحليل أي مقدار مهما كان فمن الأفضل أولاً أن ندرس تحليل المقدار من حيث إخراج العامل المشترك إن وُجد ثم متابعة الحل حسب المقدار الموجود.

معلم الكويت

H.W

① تحليل فرق بين مكعبين ◻

$س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$

مكعب س — مكعب ص

لـ التحليل كالتالي :

(الأول − الثاني)(الأول² + الأول × الثاني + الثاني²)

أمثلة : تدرب (١) ص ٧٣

أ) $س^3 - ٦٤ = (س - ٤)(س^2 + ٤س + ٤^2)$

$٦٤ = ٤ \times ٤ \times ٤$

س : الأول ، ٤ : الثاني

$= (س - ٤)(س^2 + ٤س + ١٦)$

ب) $أ - ٨ص^3 = (أ - ٢ص)(أ^2 + أ \times ٢ص + (٢ص)^2)$

$أ = ١ \times ١ \times ١$ ، $٢ \times ٢ \times ٢$

أ : الأول ، ٢ص : الثاني

$= (١ - ٢ص)(١ + ٢ص + ٤ص^2)$

تدرب (٢) ص ٧٣ :

أ) $٣ع^3 - ٨١ =$

$٣(ع^3 - ٢٧) =$

ع : ٤ ، ٣ : ٢

$٣(ع - ٣)(ع^2 + ٣ع + ٣^2)$

$= ٣(ع - ٣)(ع^2 + ٣ع + ٩)$

بالنظر إلى المسألة نلاحظ أن ٣ ليست مكعب عدد ما وكذلك ٨١ ، ليست مكعب عدد ما . لذلك نحاول إخراج عامل مشترك وهو ٣

٣ | ٨١ | ٢٧
٦ −
٢١ −
٢١ −

H.W.

② تحليل مجموع مكعبين :

نفس خطوات تحليل الفرق بين مكعبين مع اختلاف اشارات داخل الأقواس.

نلاحظ :

$$(س^{٢} + ص^{٣}) = (س + ص)(س^{٢} - س ص + ص^{٢})$$

تدرب (١) ص ٧٣

جـ) $٨ ل^{٣} + ٧ ٢ م^{٣} ق^{٣} = (٢ل + ٣م)(٢ل)^{٢} - ٢ل \times ٣م + (٣م)^{٢}$

$= (٢ل + ٣م)(٤ل^{٢} - ٦ل ٢ + ٩م^{٢})$

تدرب (٢) ص ٧٣

ب) $٢ س^{٤} + ١٦ س =$

$٢ س (س^{٣} + ٨) =$

$٢ س (س + ٢)(س^{٢} - ٢ س + ٤)$

① نلاحظ :
٢ ليست مكعب
١٦ ليست مكعب
∴ نأخذ ٢ عامل مشترك

② وجود س في الطرفين
∴ نأخذ عامل مشترك وهو س الأصغر أس.

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٢-٤) تحليل المربّع الكامل

← المربع الكامل : هو مقدار مضروب في نفسه

أمثلة:

$(أ+ب)^{٢} = (أ+ب)(أ+ب)$

$(س-ص)^{٢} = (س-ص)(س-ص)$

$٦٤ = ٨ \times ٨$

← كيفية تحديد إذا كانت الحدودية الثلاثية مربعاً كاملاً أم لا ثم تحليلها .

تدرب (١) ص ٧٨

(أ) $س^{٢} - ١٤س + ٤٩$

الحد الأول : $س^{٢}$ مربع كامل ← لأنه $س^{٢} = س \times س$

الحد الثالث : ٤٩ مربع كامل ← لأن $٤٩ = ٧ \times ٧$

$٢ \times ٧ \times س = ١٤س$ ← يساوي الحد الأوسط

∴ الحدودية الثلاثية $س^{٢} - ١٤س + ٤٩$ مربع كامل

∴ $س^{٢} - ١٤س + ٤٩ = (س-٧)(س-٧)$

$= (س-٧)^{٢}$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٣-٤) تحليل الحدودية الثلاثية

$س^{٢} + ب س + ج$

← لتحليل حدودية ثلاثية (معامل $س^{٢} = ١$)

↙ نتبع الطريقة التالية :

تدرب (١) ص ٨٣

أ) $ص^{٢} + ٨ ص + ٧$

* نبحث عن عددين حاصل ضربهما $= +٧$

ونانتج جمعهما $= +٨$

العددان هما ١ ، ٧

$٧ \times ١ = +٧$

$٧ + ١ = +٨$

$= (س + ١)(س + ٧)$

ب) $س^{٢} - ٩ س + ١٨$

* نبحث عن عددين حاصل ضربهما $= +١٨$

ونانتج جمعهما $= -٩$

العددان هما -٣ ، -٦

$-٣ \times -٦ = +١٨$

$(-٣) + (-٦) = -٩$

$= (س - ٣)(س - ٦)$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٤-٤)

تحليل المعادلة التربيعية

$أ س^{٢} + ب س + ج$

← لتحليل معادلة تربيعية (معامل $س^{٢} \neq ١$)

← نتبع الطريقة التالية :-

تدرب (١) ص ٨٨

أ) $٥ س^{٢} + ٨ س + ٣ =$

$(٥ س + ١)(س + ٣)$

$١٥ س$

$١٥ س + س = ١٦ س$

← لإيجاد حل المعادلة

∴ نعدل أماكن الحدين $١ ، ٣$ كما يلي :

$(٥ س + ٣)(س + ١)$

$٥ س$

$٥ س + ٣ س = ٨ س$ = الحد الأوسط

∴ $٥ س^{٢} + ٨ س + ٣ = (٥ س + ٣)(س + ١)$

① نفكك الحد الأول إلى عوامله :

$٥ س^{٢} \leftarrow ٥ س ، س$

ثم وضعهم في الأقواس ← كما هو موضح .

② عوامل الحد الثالث :

$٣ \leftarrow ١ ، ٣$

∴ الحد الأوسط موجب

∴ نأخذ عوامل العدد ٣ الموجبة ونضعها في الأقواس كما هو موضح

③ نضرب الطرفية ونضرب الوسطية ثم نجمع النواتج

* تحليل هذا النوع من المعادلات يتم بالتجربة والتحقق كما هو موضح وإذا لم نتوصل للحل الصحيح .

صفوة معلمي الكويت

H.W.

(٤-٥)

تحليل الدودية الرباعية

← لتحليل حدودية رباعية (تكون س = ٤ حدود)

نتبع الخطوات التالية :-

تدرب (٣) صـ٩٢ : حلل تحليلاً تاماً :-

أ) $س^٣ - ٣س^٢ - ٤س + ١٢$

$= (س^٣ - ٣س^٢) + (-٤س + ١٢)$

نجمع الحد الأول والثاني معاً ، ثم نضع إشارة + ، ونجمع الحد الثالث والرابع معاً مع الاحتفاظ بإشارة كل حد (الإشارة التي تليه)

عامل مشترك — عامل مشترك

$= س^٢ (س - ٣) + (-٤)(س - ٣)$

عامل مشترك

$= (س - ٣)(س^٢ - ٤)$ ← فرق بين مربعين

$= (س - ٣)(س - ٢)(س + ٢)$

تمرين : صـ٩٢

(٣) $٤س^٣ + ٢٨س^٢ + ٨ب س + ٢٤ب =$

$= (٤س^٣ + ٢٨س^٢) + (٨ب س + ٢٤ب) =$

عامل مشترك — عامل مشترك

$= ٢س^٢ (٢س + ٧) + ٤ب (٢س + ٧) =$

عامل مشترك

$= (٢س + ٧)(٢س^٢ + ٤ب)$

$= (٢س + ٧)(٢س^٢ + ٤ب) = ٢ (٢س + ٧)(س^٢ + ٢ب)$

H.L.

(٦-٢)

حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

← حل معادلة من الدرجة الثانية ← أي معادلة تربيعية.

← حل المعادلة هو إيجاد قيم المتغير (س أو ص أو ----) التي تحقق المعادلة.

← اكل بالخطوات التالية :.

① لابد أن نجعل المعادلة صفرية :

أي $\square س^2 + س \pm$ عدد $= 0$ ← الصورة العامة للمعادلة

② تحليل الدورية إلى عواملها كما تعلمنا سابقاً

③ مساواة كل قوس من العوامل بالصفر

← خاصية الضرب الصفري

④ إيجاد مجموعة حل المعادلة.

ح.م = { }

صفوة معلمي الكويت

H.W.

أوجد مجموعة الحل للمعادلات التالية :-

تدرب (ج) ص٩٥

أ) $ص^2 - ٦ص + ٥ = ٠$ ← المعادلة على الصورة العامة

خاصية الضرب الصفري

$(ص - ٥)(ص - ١) = ٠$

معامل $ص^2 = ١$

∴ نبحث عن عددين حاصل ضربهما = ٥

ومجموعهما = -٦

العددان هما -٥ ، -١

$ص - ٥ = ٠$ أو $ص - ١ = ٠$

$ص - ٥ + ٥ = ٠ + ٥$ $ص - ١ + ١ = ٠ + ١$

$ص = ٥$ $ص = ١$

∴ م.ح = {١ ، ٥}

ب) $س^2 = ٢س + ٣٥$

$س^2 - ٢س - ٣٥ = ٠$ ← لوضع المعادلة من الصورة العامة نقلنا $٢س$ ، ٣٥ إلى الطرف الأيسر مع عكس إشارتهم

$(س - ٧)(س + ٥) = ٠$

معامل $س^2 = ١$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما = -٣٥

ومجموعهما = -٢

العددان هما -٧ ، ٥

$س - ٧ = ٠$ أو $س + ٥ = ٠$

$س - ٧ + ٧ = ٠ + ٧$ $س + ٥ - ٥ = ٠ - ٥$

$س = ٧$ $س = -٥$

∴ م.ح = {٧ ، -٥}

معلم مفوه في الكويت

أوّلًا : التمارين المقالية

١ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $س^{٢} + ١٦ س + ٦٤$

$= (س + ٨)(س + ٨)$

$= (س + ٨)^{٢}$

ب) $٦٤ + س^{٣}$ ← مجموع مكعبين

$= (٤ + س)(٤^{٢} - ٤س + س^{٢})$

$= (٤ + س)(١٦ - ٤س + س^{٢})$

جـ) $٣٢ س^{٣} - ٤$ ← فرّغ بين مكعبين

$= ٤(٨ س^{٣} - ١)$

$= ٤((٢س)^{٣} - ١^{٣})$

$= ٤(٢س - ١)((٢س)^{٢} + ٢س + ١^{٢})$

$= ٤(٢س - ١)(٤س^{٢} + ٢س + ١)$

د) $م^{٦} - \frac{٢٧}{١٢٥} ل^{٣}$ ← فرّغ بين مكعبين

$= (م^{٢} - \frac{٣}{٥} ل)((م^{٢})^{٢} + م^{٢} \times \frac{٣}{٥} ل + (\frac{٣}{٥} ل)^{٢})$

$= (م^{٢} - \frac{٣}{٥} ل)(م^{٤} + \frac{٣}{٥} م^{٢} ل + \frac{٩}{٢٥} ل^{٢})$

هـ) $س^{٢} + ٨ س + ٧$

$= (س + ١)(س + ٧)$

و) $س^{٢} - ٣ س - ١٨$

$= (س - ٦)(س + ٣)$

ز) $٢ س^{٢} - ١٤ س + ٢٤$ ← عامل مشترك

$= ٢(س^{٢} - ٧ س + ١٢)$

$= ٢(س - ٤)(س - ٣)$

ح) $ص^{٤} + ١١ ص^{٣} + ٢٨ ص^{٢}$

$= ص^{٢}(ص^{٢} + ١١ ص + ٢٨)$

$= ص^{٢}(ص + ٧)(ص + ٤)$

ط) $ب^{٢} - ٩ ب ك - ١٠ ك^{٢}$

$= (ب - ١٠ ك)(ب + ك)$

ي) $٢ س^{٢} - ٧ س + ٦$

$= (٢س - ٣)(س - ٢)$

$-٣س + (-٤س) = -٧س$ ← الحد الأوسط

ك) $٦ س^{٢} + ٢١ س - ١٢$

$= ٣(٢س^{٢} + ٧ س - ٤)$

$= ٣(٢س - ١)(س + ٤)$

$٨ س - س = ٧ س$ ← الحد الأوسط

ل) $١٢ ل^{٢} + ١١ ل م - ١٥ م^{٢}$

$= (٤ل - ٣م)(٣ل + ٥م)$

صفوة معلمي الكويت

H.O.L.

م $٤س^{٢} + ٤س + ١ =$

$(٢س + ١)(٢س + ١)$

$= (٢س + ١)^{٢}$

ن $٩س^{٢}ص - ٥٤ س ص + ٨١ ص =$ عامل مشترك

$٩ص(س^{٢} - ٦س + ٩) =$

$٩ص(س - ٣)(س - ٣) =$

$٩ص(س - ٣)^{٢}$

س $س^{٣} + ٢س^{٢} - س - ٢ =$

$(س^{٣} + ٢س^{٢}) + (-س - ٢) =$

$س^{٢}(س + ٢) - (س + ٢) =$

$(س + ٢)(س^{٢} - ١) =$

$(س + ٢)(س + ١)(س - ١)$

ص $س ص^{٢} + ٢س^{٢} - ٣ص^{٣} - ٦س ص =$

$(س ص^{٢} + ٢س^{٢}) + (-٣ص^{٢} - ٦س ص) =$

$س(ص^{٢} + ٢س) - ٣ص(ص^{٢} + ٢س) =$

$(ص^{٢} + ٢س)(س - ٣ص)$

٢ أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ $س^{٢} - ٦س = ٠$ عامل مشترك

$س(س - ٦) = ٠$

$س = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$

$س - ٦ + ٦ = ٠ + ٦$

$س = ٦$

$\therefore$ م.ح $= \{٠، ٦\}$

ب $ص^{٢} - ١١ = ١٤$

$ص^{٢} - ١١ - ١٤ = ٠$

$ص^{٢} - ٢٥ = ٠$ تحليل فرق بين مربعين

$(ص - ٥)(ص + ٥) = ٠$

$ص - ٥ = ٠$ أو $ص + ٥ = ٠$

$ص - ٥ + ٥ = ٠ + ٥$ $ص + ٥ - ٥ = ٠ - ٥$

$ص = ٥$ $ص = -٥$

$\therefore$ م.ح $= \{٥، -٥\}$

ج $س^{٢} - ٤س = ٢١$

$س^{٢} - ٤س - ٢١ = ٠$

$(س - ٧)(س + ٣) = ٠$

$س - ٧ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$

$س - ٧ + ٧ = ٠ + ٧$ $س + ٣ - ٣ = ٠ - ٣$

$س = ٧$ $س = -٣$

$\therefore$ م.ح $= \{٧، -٣\}$

د $٩ن^{٢} + ١٢ن + ٤ = ٠$

$(٣ن + ٢)(٣ن + ٢) = ٠$ $\because$ العوامل متساويان منا خذ قيمة واحدة فقط

$٣ن + ٢ = ٠$

$٣ن + ٢ - ٢ = ٠ - ٢$

$٣ن = -٢$

$\frac{٣ن}{٣} = \frac{-٢}{٣}$

$ن = -\frac{٢}{٣}$

$\therefore$ م.ح $= \{-\frac{٢}{٣}\}$

صفوة معلمي الكويت

تحليل فرق بين مربعين

هـ $(س-٢)^{٢}-٣٦=٠$

$(س-٢-٦)(س-٢+٦)=٠$

$(س-٨)(س+٤)=٠$

$س-٨=٠$ أو $س+٤=٠$

$س-٨+٨=٠+٨$ $س+٤-٤=٠-٤$

$س=٨$ $س=-٤$

∴ م.ح $=\{٨، -٤\}$

و $٩س^{٢}-٥س=٦س^{٢}-٣س+٥$

$٩س^{٢}-٥س-٦س^{٢}+٣س-٥=٠$

$٩س^{٢}-٦س^{٢}-٥س+٣س-٥=٠$

$٣س^{٢}-٢س-٥=٠$

$(٣س-٥)(س+١)=٠$

$٣س-٥=٠$ أو $س+١=٠$

$٣س-٥+٥=٠+٥$ $س+١-١=٠-١$

$٣س=٥$ $س=-١$

$س=\frac{٥}{٣}$

∴ م.ح $=\{\frac{٥}{٣}، -١\}$

ز $س(س+٢)=٣$

$س^{٢}+٢س=٣$

$س^{٢}+٢س-٣=٠$

$(س+٣)(س-١)=٠$

$س+٣=٠$ أو $س-١=٠$

$س+٣-٣=٠-٣$ $س-١+١=٠+١$

$س=-٣$ $س=١$

∴ م.ح $=\{١، -٣\}$

ح $(٣س-٢)^{٢}-س^{٢}=٠$ مربع كامل

$٩س^{٢}-١٢س+٤-س^{٢}=٠$

$٩س^{٢}-س^{٢}-١٢س+٤=٠$

$٨س^{٢}-١٢س+٤=٠$

$٤(٢س^{٢}-٣س+١)=٠$

$٤(٢س-١)(س-١)=٠$

$٢س-١=٠$ أو $س-١=٠$

$٢س-١+١=٠+١$ $س-١+١=٠+١$

$٢س=١$ $س=١$

$\frac{٢س}{٢}=\frac{١}{٢}$

$س=\frac{١}{٢}$

∴ م.ح $=\{\frac{١}{٢}، ١\}$

٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة : $(٦١)^{٢}$

$(٦١)^{٢}=(٦٠+١)^{٢}$

$=(٦٠)^{٢}+٦٠\times١\times٢+١^{٢}$

$=٣٦٠٠+١٢٠+١$

$=٣٧٢١$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $س^{٣} - \frac{١}{٨} = (س - \frac{١}{٢})(س^{٢} + \frac{١}{٢} س + \frac{١}{٤})$	(أ)	(ب)
٢ إذا كانت س − ص = ٥ ، س + ص = ١١ ، فإن $س^{٢} - ص^{٢} = ٥٥$	(أ)	(ب)
٣ $س^{٢} + س + ١ = (س + ١)^{٢}$	(أ)	(ب)
٤ مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} + ٣ س = ٠$ ، س ∈ ح هي {٠ ، ٣}	(أ)	(ب)
٥ $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢}$	(أ)	(ب)
٦ إذا كان ٤ $ص^{٢}$ + جـ ص + ٩ مربّعًا كاملًا ، فإنّ إحدى قيم جـ هي ١٢	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٧ إذا كانت $أ^{٢} = ١٠$ ، $ب^{٢} = ٢$ فإنّ $(أ + ب)(أ - ب) =$

(أ) −٨ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ٢٠

٨ $س(س - ٣) - ٣ س + ٩ =$

(أ) $(س - ٣)(س + ٣)$ (ب) $(س - ٣)^{٢}$

(جـ) $(س - ٣)(س + ١)$ (د) $(س + ٣)^{٢}$

٩ إذا كان ل + م = ٣ ، $ل^{٣} + م^{٣} = ٥١$ ، فإنّ $ل^{٢} - ل م + م^{٢} =$

(أ) ١٧ (ب) ٤٨ (جـ) ٥٤ (د) ١٥٣

١٠ $(س - ٣)^{٢} - ١٦ =$

(أ) $(س - ٥)(س + ١١)$ (ب) $(س + ٥)(س - ١١)$

(جـ) $(س - ١)(س + ٧)$ (د) $(س + ١)(س - ٧)$

معلمي الكويت

H.L.

حل الموضوعي :

(٤) $س^{٢} + ٣س = ٠$

$س(س + ٣) = ٠$

$س = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$

$س + ٣ - ٣ = ٠ - ٣$

$س = -٣$

$\therefore م.ح = \{٠، -٣\}$

(٦) $٤ص^{٢} + ج ص + ٩$

الجذر التربيعي الموجب للحد الأول $= ٢ص$

الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث $= ٣$

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times ٢ص \times ٣$

$ج ص = \pm ١٢ ص$

$\therefore ج = ١٢$ أو $ج = -١٢$

(٨) $س(س - ٣) - ٣س + ٩ =$

$س(س - ٣) + (-٣س + ٩) =$

$س(س - ٣) - ٣(س - ٣) =$

$(س - ٣)(س - ٣) = (س - ٣)^{٢}$

(٩) $ل^{٢} + م^{٢} = (ل + م)(ل^{٢} - ل م + م^{٢})$

$٥١ = ٣ \times ؟$

$\frac{٥١}{٣} = \frac{٣ \times ؟}{٣}$

$\therefore ل^{٢} - ل م + م^{٢} = \frac{٥١}{٣}$

$= ١٧$

صفوة معلمي الكويت

١١ إذا كان ٢ س^{٢} + م س − ٧ = (٢ س − ١) (س + ٧) ، فإنّ م =

(أ) −١٣ (ب) ١٣ (جـ) ١٤ (د) ١٥

١٢ مجموعة حلّ المعادلة س (س − ٢) = ١٥ في ح هي :

(أ) { ٣ ، −٥ } (ب) { ٣ ، ٥ }

(جـ) { ٠ ، ٢ } (د) { −٣ ، ٥ }

١٣ ص^{٤} + ٠,٠٢٧ ص = ص (ص^{٣} + ٠,٠٢٧) ← مجموع مكعبين

(أ) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} + ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

(ب) ص (ص − ٠,٣) (ص^{٢} − ٠,٣ ص − ٠,٠٩)

(جـ) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} − ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

(د) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} − ٠,٦ ص + ٠,٠٩)

١٤ قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية س^{٢} − ٦ س + جـ مربعًا كاملًا هي :

(أ) −٩ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) ٣٦

اختر من القائمة (٢) ما يناسب كل بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)		القائمة (٢)
١٥ ٦ س^{٢} − ١١ س + ٤ =	(جـ)	(أ) (٣ س − ١) (س + ٢)
١٦ ٦ س^{٢} − ٥ س − ٤ =	(د)	(ب) ٣ (٣ س − ٢) (س + ١)
١٧ ٩ س^{٢} + ٣ س − ٦ =	(ب)	(جـ) (٢ س − ١) (٣ س − ٤)
١٨ س (٣ س + ٥) − ٢ =	(أ)	(د) (٢ س + ١) (٣ س − ٤)
		(هـ) (٢ س − ١) (٣ س + ٤)

١٧) ٩ س^{٢} + ٣ س − ٦ =

عامل مشترك ← ٣ (٣ س^{٢} + س − ٢) =

٣ (٣ س − ٢) (س + ١)

١٨) س (٣ س + ٥) − ٢ =

٣ س^{٢} + ٥ س − ٢ =

(٣ س − ١) (س + ٢)

صفوة معلمي الكويت

الوحدة الثالثة

(٣-١) الحدوديات النسبية وتبسيطها

← الحدودية النسبية: هي عبارة عن حدودية في البسط وحدودية في المقام، والمقام لا يساوي صفر.

← لتبسيط الحدودية النسبية: نقوم بقسمة كل من البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر لهما، لكي تكون المقدار في أبسط صورة.

← خطوات الحل بكلمات بسيطة:

① نلاحظ كل من البسط والمقام: هل من الممكن تحليله؟ ← كما تعلمنا سابقاً:

إخراج عامل مشترك، أو فرق بين مربعين، أو مجموع أو فرق بين مكعبين، أو حدودية ثلاثية.

② يتم تحليل كل من البسط والمقام إن وُجد.

③ يتم اختصار بشرط أن يكون مقدار من البسط يتم اختصاره مع مقدار مساوٍ من المقام.

صفوة معلمي الكويت

H.L.

تدرّب (٢) ص ١١٢

ضع في أبسط صورة:

(أ) $\frac{س^{٢} - ٦س + ٥}{س^{٢} - ٢٥}$ ← حدودية ثلاثية ← فرق بين مربعين

$= \frac{(س - ٥)(س - ١)}{(س - ٥)(س + ٥)}$

$= \frac{س - ١}{س + ٥}$

(ب) $\frac{س - ٣}{س^{٢} - ٦س + ٩}$ ← لا تحتاج إلى تحليل ← حدودية ثلاثية

$= \frac{س - ٣}{(س - ٣)(س - ٣)}$

$= \frac{١}{س - ٣}$

← ننتبه: لا نضع صفراً ، أي نترك البسط فارغاً حيث أنه تم الاختصار والناتج ١!

تمرن ص ١١٢

(أ) $\frac{١ \, ٣ س^{٣}}{٩ س^{٦}}$

عند القسمة: نطرح الأسس ٦ - ٣ = ٣

حيث أن الأس الأكبر يوجد في المقام

$= \frac{١}{٣ س^{٣}}$ ← لذلك

صفوة معلمي الكويت

H.L.

تمرّن ص ١١٢ :

(و) $\frac{س^٢ - ٢٥}{س^٣ - ١٢٥}$ ← مزدوج بسيط مربعيه ← مزدوج بسيط مكعبيه

$= \frac{(س - ٥)(س + ٥)}{(س - ٥)(س^٢ + ٥س + ٢٥)}$

$= \frac{س + ٥}{س^٢ + ٥س + ٢٥}$

(س) $\frac{٤س^٣ + ١٦س^٢ + ١٢س}{٢س^٣ - ١٤س^٢ - ١٦س}$

$= \frac{٤س(س^٢ + ٤س + ٣)}{٢س(س^٢ - ٧س - ٨)}$ ← حدودية ثلاثية ← حدودية ثلاثية

$= \frac{٢ \cdot ٢س(س + ٣)(س + ١)}{٢ \cdot ٧س(س - ٨)(س + ١)}$

$= \frac{٢(س + ٣)}{س - ٨}$

(ح) $\frac{س - ٣}{٣ - س}$

$= \frac{س - ٣}{-(س - ٣)}$ ← باخراج -١ عامل مشترك

$= -١$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٣-٤) ضرب الحدوديات النسبية

← خطوات الحل :

① تحليل الحدوديات حسب ما تعلمناه سابقاً، إنْ وُجِد.

② يتم الإختصار كما تعلمنا سابقاً (مقدار البسط مع مقدار المقام)

③ ضرب ما تبقى ووضع الناتج في أبسط صورة.

تدرّب (٤) ص ١١٦
ضع الناتج في أبسط صورة :

(ب) $\frac{\text{ص} + ٢}{٢\text{ص}^{٢} + ١٤\text{ص}} \times \frac{\text{ص}^{٢} - ٤٩}{\text{ص}^{٢} - \text{ص} - ٦}$

لاختصار إلى قليل ← فرق بين مربعين
لإخراج عامل مشترك ← حدودية ثلاثية

$= \frac{\text{ص} + ٢}{٢\text{ص}(\text{ص} + ٧)} \times \frac{(\text{ص} + ٧)(\text{ص} - ٧)}{(\text{ص} - ٣)(\text{ص} + ٢)}$

$= \frac{(\text{ص} + ٢)(\text{ص} + ٧)(\text{ص} - ٧)}{٢\text{ص}(\text{ص} + ٧)(\text{ص} - ٣)(\text{ص} + ٢)}$

$= \frac{\text{ص} - ٧}{٢\text{ص}(\text{ص} - ٣)}$

صفوة في الكويت

H.L.

تمرّن ص ١١٧

أوجد الناتج في أبسط صورة :

(ز)

$$\frac{٧س^{٢}-٢٨س}{٢س^{٢}-٥س-١٢} \times \frac{٢س+٣}{١٤س^{٣}}$$

$$= \frac{٧س(س-٤)}{(٢س+٣)(س-٤)} \times \frac{٢س+٣}{١٤س^{٢}}$$

$$= \frac{^{١}٧س(س-٤)(٢س+٣)}{٢١٤س^{٣}(٢س+٣)(س-٤)}$$

$$= \frac{١}{٢س^{٢}}$$

صفوة معلمي الكويت

H.W

(٣-٢) قسمة الحدوديات النسبية

لقسمة الحدوديات النسبية :

① تحويل عملية القسمة إلى عملية ضرب .

② نقلب الكسر بعد عملية القسمة .

③ تحليل الحدوديات إنْ وُجد .

④ الإختصار والضرب كما تعلمنا سابقاً .

تمرّن ص ١٤٠

ب) $\frac{٢س}{٢س^{٢}+٥س-٣} \div \frac{س-٣}{س^{٢}-٩}$

$= \frac{٢س}{٢س^{٢}+٥س-٣} \times \frac{س^{٢}-٩}{س-٣}$ ← فرّحه بسيد مربعيه

← لـ حدودية ثلاثية

$= \frac{٢س}{(٢س-١)(س+٣)} \times \frac{(س-٣)(س+٣)}{س-٣}$

$= \frac{٢س(س-٣)(س+٣)}{(٢س-١)(س+٣)(س-٣)}$

$= \frac{٢س}{٢س-١}$

صفوة العلم في الكويت

H.L.

تمرين ص ١٤٠

(هـ)

$$\frac{س^{٢}+٢٧}{س^{٢}-٥س-٢٤} \div \frac{س^{٢}-٣س+٩}{٢س-١٦}$$

$$= \frac{س^{٣}+٢٧}{س^{٢}-٥س-٢٤} \times \frac{٢س-١٦}{س^{٢}-٣س+٩}$$

$$= \frac{(س+٣)(س^{٢}-٣س+٩)}{(س-٨)(س+٣)} \times \frac{٢(س-٨)}{س^{٢}-٣س+٩}$$

$$= \frac{(س+٣)(س^{٢}-٣س+٩)(٢)(س-٨)}{(س-٨)(س+٣)(س^{٢}-٣س+٩)}$$

$$= ٢$$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٤-٣) جمع الحدوديات النسبية وطرحها

① تحليل المقادير إنْ وُجِد ، يتم أحيانا لتبسيط المسألة

② إختصار بطرح مقاماً إنْ وُجِد (في الكسر الواحد)

③ توحيد المقامات عن طريق إيجاد:

المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) للمقامات .

④ نجمع أو نطرح حسب المسألة.

تدرّب (٥) ص١٤٦

أوجد الناتج في أبسط صورة :

الجمع

$$\frac{س+٣}{س^{٢}-٩}+\frac{٢س+٤}{س^{٢}-س-٦}$$

$$=\frac{س+٣}{(س+٣)(س-٣)}+\frac{٢(س+٢)}{(س-٣)(س+٢)}$$ ← تحليل واختصار

$$=\frac{١}{س-٣}+\frac{٢}{س-٣}$$ ← المقامات موحدة

$$=\frac{٢+١}{س-٣}$$ ← نجمع البسط

$$=\frac{٣}{س-٣}$$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

تمرين صـ ١٢١

الطرح

(١١) $\frac{س}{س^2-9} - \frac{س}{س^2+6س+9}$

$= \frac{س}{(س-3)(س+3)} - \frac{س}{(س+3)(س+3)}$

$= \frac{س(س+3)}{(س-3)(س+3)(س+3)} - \frac{س(س-3)}{(س-3)(س+3)(س+3)}$

$= \frac{س^2+3س}{(س-3)(س+3)(س+3)} - \frac{س^2-3س}{(س-3)(س+3)(س+3)}$

$= \frac{س^2+3س-(س^2-3س)}{(س-3)(س+3)(س+3)}$

$= \frac{س^2+3س-س^2+3س}{(س-3)(س+3)(س+3)}$

$= \frac{6س}{(س-3)(س+3)(س+3)}$

صفوة تعليمي الكويت

H.W.

٣-٥ مراجعة الوحدة الثالثة
Revision Unit Three

أوَّلًا : التمارين المقالية

١ ضَعْ في أبسط صورة كلًّا ممّا يلي :

أ $\frac{٢٦ + ٩}{١٢}$

$= \frac{٣(٢٦ + ٣)}{١٢ \times ٤}$

$= \frac{٢٦ + ٣}{٤}$

ب $\frac{٢س - ٥}{٦س - ١٥}$

$= \frac{٢س - ٥}{٣(٢س - ٥)}$

$= \frac{١}{٣}$

جـ $\frac{٢س^{٢} + ٢س}{٣س^{٢} + ٣س}$

$= \frac{٢س(س + ١)}{٣س(س + ١)}$

$= \frac{٢}{٣}$

د $\frac{٨ - ٢ب}{ب^{٢} - ١٦}$

$= \frac{٢(٤ - ب)}{(ب - ٤)(ب + ٤)}$

$= \frac{٢ \times -(ب - ٤)}{(ب - ٤)(ب + ٤)} = \frac{-٢}{ب + ٤}$

هـ $\frac{ل^{٢} - ٦ل + ٨}{ل^{٢} + ل - ٦}$

$= \frac{(ل - ٢)(ل - ٤)}{(ل - ٢)(ل + ٣)}$

$= \frac{ل - ٤}{ل + ٣}$

و $\frac{٢ر^{٢} + ٩ر - ٥}{ر^{٢} + ١٠ر + ٢٥}$

$= \frac{(٢ر - ١)(ر + ٥)}{(ر + ٥)(ر + ٥)}$

$= \frac{٢ر - ١}{ر + ٥}$

ز $\frac{٧ص^{٢} - ١٣ص + ٦}{ص^{٢} + ٢ص - ٣}$

$= \frac{(٧ص - ٦)(ص - ١)}{(ص + ٣)(ص - ١)}$

$= \frac{٧ص - ٦}{ص + ٣}$

ح $\frac{٢٧س^{٣} + ١٢٥}{٣س^{٢} - س - ١٠}$

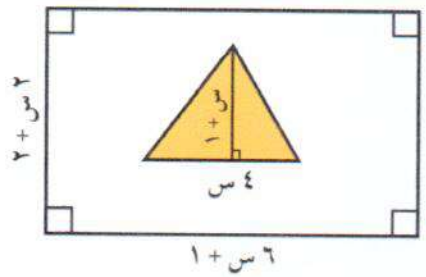
$= \frac{(٣س + ٥)(٩س^{٢} - ١٥س + ٢٥)}{(٣س + ٥)(س - ٢)}$

$= \frac{٩س^{٢} - ١٥س + ٢٥}{س - ٢}$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

٢ أُكتب نسبة مساحة المنطقة المثلّثة إلى مساحة المنطقة المستطيلة في صورة حدودية نسبية وضعها في أبسط صورة.



$$\frac{\text{مساحة المنطقة المثلثة}}{\text{مساحة المنطقة المستطيلة}} = \frac{\frac{1}{2} \times \text{ع} \times \text{م}}{\text{ل} \times \text{ض}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 4س \times (س+1)}{(6س+1)(2س+2)}$$

$$= \frac{2س(س+1)}{(6س+1)(2)(س+1)} = \frac{س}{6س+1}$$

٣ أوجِد الناتج في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي :

أ $\frac{4س+4}{س-3} \times (س^2 - س - 6)$

$$= \frac{4(س+1)}{س-3} \times (س-3)(س+2)$$

$$= \frac{4(س+1)(س-3)(س+2)}{س-3}$$

$$= 4(س+1)(س+2)$$

ب $\frac{3س^2+12س}{2س^2+7س-4} \times \frac{6س^2-13س+5}{9س^3}$

$$= \frac{3س(س+4)}{(2س-1)(س+4)} \times \frac{(3س-5)(2س-1)}{9س^3}$$

$$= \frac{3س(س+4)(3س-5)(2س-1)}{(2س-1)(س+4)(9س^3)}$$

$$= \frac{3س-5}{3س^2}$$

ج $\frac{س^2 - س ص + ص^2}{س^3 + ص^3} \times \frac{س+ص}{س-ص}$

$$= \frac{س^2 - س ص + ص^2}{(س+ص)(س^2 - س ص + ص^2)} \times \frac{س+ص}{س-ص}$$

$$= \frac{(س^2 - س ص + ص^2)(س+ص)}{(س+ص)(س^2 - س ص + ص^2)(س-ص)}$$

$$= \frac{1}{س-ص}$$

د $\frac{8س^3}{س^3 - ص^3} \div \frac{4س^2}{س^2 + س ص + ص^2}$

$$= \frac{8س^3}{س^3 - ص^3} \times \frac{س^2 + س ص + ص^2}{4س^2}$$

$$= \frac{8س^3}{(س-ص)(س^2 + س ص + ص^2)} \times \frac{س^2 + س ص + ص^2}{4س^2}$$

$$= \frac{8س^3(س^2 + س ص + ص^2)}{4س^2(س-ص)(س^2 + س ص + ص^2)}$$

$$= \frac{2س}{س-ص}$$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

هـ $\frac{٥س^{٢}+١٠س-١٥}{س^{٢}-٦س+٥} \div \frac{٢س^{٢}+٧س+٣}{٤س^{٢}-٨س-٥}$

$= \frac{٥س^{٢}+١٠س-١٥}{س^{٢}-٦س+٥} \times \frac{٤س^{٢}-٨س-٥}{٢س^{٢}+٧س+٣}$

$= \frac{٥(س^{٢}+٢س-٣)}{س^{٢}-٦س+٥} \times \frac{٤س^{٢}-٨س-٥}{٢س^{٢}+٧س+٣}$

$= \frac{٥(س+٣)(س-١)}{(س-٥)(س-١)} \times \frac{(٢س+١)(٢س-٥)}{(٢س+١)(س+٣)}$

$= \frac{٥(٢س-٥)}{س-٥} = ٥$

و $\frac{ص^{٢}+٥ص+٦}{ص-٣} \div \frac{ص^{٢}+٣ص+٢}{ص^{٢}-٢ص-٣}$

$= \frac{ص^{٢}+٥ص+٦}{ص-٣} \times \frac{ص^{٢}-٢ص-٣}{ص^{٢}+٣ص+٢}$

$= \frac{(ص+٣)(ص+٢)}{ص-٣} \times \frac{(ص-٣)(ص+١)}{(ص+٢)(ص+١)}$

$= ص+٣$

٤ أوجِد الناتج في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي :

أ $\frac{٥}{٨م} + \frac{٣}{٨م} = \frac{٥+٣}{٨م} = \frac{٨}{٨م} = \frac{١}{م}$

ب $\frac{س}{س+٦} + \frac{٢}{س+٣}$

$= \frac{س(س+٣)}{(س+٦)(س+٢)} + \frac{٢(س+٦)}{(س+٦)(س+٣)}$

$= \frac{س^{٢}+٣س}{(س+٦)(س+٣)} + \frac{٢س+١٢}{(س+٦)(س+٣)}$

$= \frac{س^{٢}+٣س+٢س+١٢}{(س+٦)(س+٣)}$

$= \frac{س^{٢}+٥س+١٢}{(س+٦)(س+٣)}$

جـ $\frac{٢س-٤}{س^{٢}-٤} + \frac{س^{٢}-س}{س^{٢}+س-٢}$

$= \frac{٢(س-٢)}{(س-٢)(س+٢)} + \frac{س(س-١)}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{٢}{س+٢} + \frac{س}{س+٢}$

$= \frac{٢+س}{س+٢}$

$= \frac{س+٢}{س+٢}$

$= ١$

د $\frac{٤}{س+٣} - \frac{٦}{س-٢}$

$= \frac{٤(س-٢)}{(س+٣)(س-٢)} - \frac{٦(س+٣)}{(س+٣)(س-٢)}$

$= \frac{٤س-٨}{(س+٣)(س-٢)} - \frac{٦س+١٨}{(س+٣)(س-٢)}$

$= \frac{٤س-٨-(٦س+١٨)}{(س+٣)(س-٢)}$

$= \frac{٤س-٨-٦س-١٨}{(س+٣)(س-٢)}$

$= \frac{-٢س-٢٦}{(س+٣)(س-٢)}$

$= \frac{-٢(س+١٣)}{(س+٣)(س-٢)}$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

هـ $\frac{٦}{س^٢ + ٣س + ٢} - \frac{٤}{س + ٢}$

$= \frac{٦}{(س+٢)(س+١)} - \frac{٤}{س+٢}$

$= \frac{٦}{(س+٢)(س+١)} - \frac{٤(س+١)}{(س+٢)(س+١)}$

$= \frac{٦ - (٤س + ٤)}{(س+٢)(س+١)}$

$= \frac{٦ - ٤س - ٤}{(س+٢)(س+١)} = \frac{-٤س + ٢}{(س+٢)(س+١)} = \frac{-٢(٢س - ١)}{(س+٢)(س+١)}$

و $\frac{٢ن - ١}{٢ن^٢ + ٥ن - ٣} - \frac{ن + ٣}{ن^٢ - ٩}$

$= \frac{ن - ١}{(٢ن - ١)(ن + ٣)} - \frac{ن + ٣}{(ن+٣)(ن-٣)}$

$= \frac{١}{ن + ٣} - \frac{١}{ن - ٣}$

$= \frac{ن - ٣}{(ن+٣)(ن-٣)} - \frac{ن + ٣}{(ن+٣)(ن-٣)}$

$= \frac{ن - ٣ - ن - ٣}{(ن+٣)(ن-٣)} = \frac{-٦}{(ن+٣)(ن-٣)}$

٥ $(س^٢ - ص^٢) \div (س^٣ - ص^٣) \times \frac{س^٢ + س ص + ص^٢}{س + ص}$

$= \frac{س^٢ - ص^٢}{س^٣ - ص^٣} \times \frac{س^٢ + س ص + ص^٢}{س + ص}$

$= \frac{(س - ص)(س + ص)}{(س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)} \times \frac{س^٢ + س ص + ص^٢}{س + ص} = \frac{(س - ص)(س + ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)}{(س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)(س + ص)}$

$= ١$

٦ * أوجِد الناتج في أبسط صورة :

$\left(\frac{س^٢}{ص} + \frac{ص^٢}{س}\right) \div \left(\frac{س^٢}{ص^٢} - \frac{س - ص}{ص}\right)$

$= \left(\frac{س^٢ \times س}{س ص} + \frac{ص^٢ \times ص}{س ص}\right) \div \left(\frac{س^٢}{ص^٢} - \frac{ص(س - ص)}{ص^٢}\right)$

$= \frac{س^٣ + ص^٣}{س ص} \div \left(\frac{س^٢}{ص^٢} - \frac{س ص - ص^٢}{ص^٢}\right)$

$= \frac{س^٣ + ص^٣}{س ص} \div \frac{س^٢ - س ص + ص^٢}{ص^٢}$

$= \frac{س^٣ + ص^٣}{س ص} \times \frac{ص^٢}{س^٢ - س ص + ص^٢}$

$= \frac{(س + ص)(س^٢ - س ص + ص^٢)}{س ص} \times \frac{ص^٢}{س^٢ - س ص + ص^٢} = \frac{ص(س + ص)}{س}$

الإجابات بالتفصيل في الصفحات التالية

H.L.O

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $\frac{س - ٣}{٣ - س} = -١$	(أ)	(ب)
٢ $\frac{٢}{س + ١} + \frac{٣}{س + ٣} = \frac{٥}{٢س + ٤}$	(أ)	(ب)
٣ $\frac{٥س}{٣س - ٢} - \frac{٢س}{٣س - ٢} = \frac{٣س}{٣س - ٢}$	(أ)	(ب)
٤ $\frac{ص + ٢}{ص + ٣} \div (ص + ٢) = \frac{١}{ص + ٣}$	(أ)	(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٥ $\frac{٣م}{م - ١} \div \frac{٦م}{م - ٢} =$

(أ) $\frac{م - ٢}{م - ١}$ (ب) $\frac{١٨م^{٢}}{(م - ١)(م - ٢)}$ (جـ) $\frac{م - ٢}{٢(م - ١)}$ (د) $\frac{م - ١}{٢(م - ٢)}$

٦ $\frac{س^{٢}}{س - ٢} - \frac{٤}{س - ٢} =$

(أ) $س - ٢$ (ب) $س + ٢$ (جـ) $س^{٢} - ٤$ (د) ١

٧ الحدودية النسبية التي في أبسط صورة هي :

(أ) $\frac{ص + ١}{ص^{٢} - ١}$ (ب) $\frac{٢ن - ١}{ن^{٢} + ٤}$ (جـ) $\frac{س - ٧}{٧ - س}$ (د) $\frac{٣م - ٣}{م - ١}$

٨ $\frac{٢س}{س + ٢} + \frac{٤}{س + ٢} =$

(أ) $\frac{٦س}{س + ٢}$ (ب) $٢س$ (جـ) ٢ (د) ١

٩ $\frac{٢س}{س + ٢} \times \frac{٣س + ٦}{س^{٢}} =$

(أ) $\frac{٦}{س}$ (ب) $\frac{س}{٦}$ (جـ) $٦س$ (د) $\frac{٣}{س}$

١٠ $\frac{٢ص}{ص + ١} - \frac{ص}{ص + ١} + \frac{١}{ص + ١} =$

(أ) $ص + ١$ (ب) $\frac{ص + ١}{٣ص + ٣}$ (جـ) $\frac{٣ص + ١}{ص + ١}$ (د) ١

صفوة معلمي الكويت

H.L.

إجابات التمارين الموضوعية بالتفصيل :

① $\frac{س-٣}{٣-س} = \frac{س+٣}{-(س+٣)} = -١$

② $\frac{٤}{س+١} + \frac{٣}{س+٣} = \frac{٤(س+٣)}{(س+١)(س+٣)} + \frac{٣(س+١)}{(س+٣)(س+١)}$

$= \frac{٦ س + ٢٤}{(س+١)(س+٣)} + \frac{٣ س + ٣}{(س+١)(س+٣)}$

$= \frac{٩ س + ٢٧}{(س+١)(س+٣)}$

$= \frac{٩(س+٣)}{(س+١)(س+٣)}$

$= \frac{٩}{س+١}$

③ $\frac{٥ س}{٣ س - ٢} - \frac{٢ س}{٣ س - ٢} = \frac{٥ س - ٢ س}{٣ س - ٢}$

$= \frac{٣ س}{٣ س - ٢}$

④ $\frac{ص + ٢}{ص + ٣} \div (ص + ٢) = \frac{ص + ٢}{ص + ٣} \times \frac{١}{ص + ٢}$

$= \frac{١}{ص + ٣}$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٥) $\frac{م^{٣}}{م-١} \div \frac{م٦}{م^{٢}-٢م} \times \frac{م^{٣}-٢م^{٢}}{م^{٢}-١} = \frac{م^{٣}}{م-١} \times \frac{م^{٢}-٢م}{م٦} \times \frac{م^{٢}-٢م}{م^{٢}-١}$

$= \frac{م-٢}{٢(م-١)}$

(٦) $\frac{س^{٢}}{س-٢} - \frac{٤}{س^{٢}-٢} = \frac{س^{٢}-٤}{س-٢}$

$= \frac{(س-٢)(س+٢)}{س-٢}$

$= س+٢$

(٧) أ) $\frac{ص+١}{ص^{٢}-١} \div \frac{ص+١}{(ص+١)(ص-١)} = \frac{١}{ص-١}$

ب) $\frac{ن^{٢}-١}{ن^{٢}+٤}$ ← أبسط صورة ✓

(٧) $\frac{س-٧}{٧-س} = \frac{س-٧}{-(س-٧)} = -١$

(د) $\frac{م^{٣}-م}{م^{٢}-١} = \frac{م(م-١)}{م^{٢}-١} = م$

(٨) $\frac{٢س}{س+٢} + \frac{٤}{س^{٢}+٢} = \frac{٢س+٤}{س+٢}$

$= \frac{٢(س+٢)}{س+٢}$

$= ٢$

صفوة المعلمين

H.W.

(٩) $\frac{٢س}{س+٢} \times \frac{٣س+٦}{س^{٢}}$

$= \frac{٢س}{س+٢} \times \frac{٣(س+٢)}{س^{٢}} = \frac{٦}{س}$

(١٠) $\frac{٢ص}{ص+١} - \frac{ص}{ص+١} + \frac{١}{ص+١}$

$= \frac{٢ص - ص}{ص+١} + \frac{١}{ص+١}$

$= \frac{ص}{ص+١} + \frac{١}{ص+١}$

$= \frac{ص+١}{ص+١}$

$= ١$

معلمي الكويت
صفوة

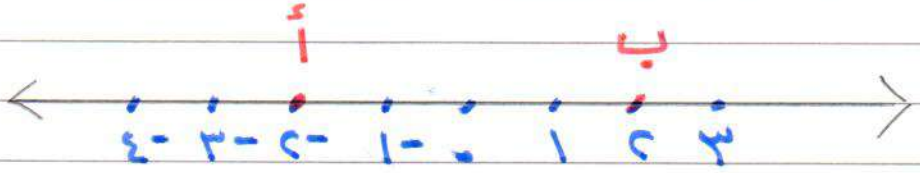
H.L.

الوحدة الرابعة

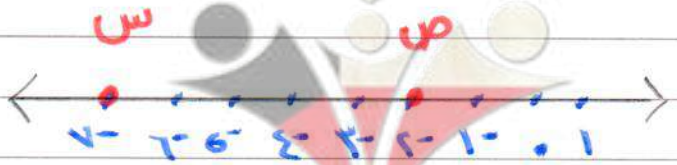
(٤-١) المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي

البُعد (المسافة) بين نقطتين على محور الإحداثيات هو:
القيمة المطلقة للفرق بين إحداثي هاتين النقطتين.

طول $\overline{أب}$ = | إحداثي النقطة ب − إحداثي النقطة أ |



طول $\overline{أب}$ = |(-٢) − ٢|
= |-٤|
= ٤ وحدة طول



طول $\overline{س ص}$ = |(-٧) − (-٢)|
= |-٧ + ٢|
= |-٥| = ٥ وحدة طول

صفوة المعلم الكويت

H.W

← لإيجاد البُعد (المسافة) بين نقطتين في المستوى الاحداثي، نستخدم القانون :-

$$أ ب = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

تدرّب (١) ص ٤٤ :

أوجد البعد بين النقطتين (٢، ٥) ، ب (٨، -٣)

$س_1$ $ص_1$ $س_2$ $ص_2$

$$أ ب = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

$$= \sqrt{(٨ - ٢)^2 + (-٣ - ٥)^2}$$

$$= \sqrt{(٦)^2 + (-٨)^2}$$

$$= \sqrt{٣٦ + ٦٤}$$

$$= \sqrt{١٠٠}$$

= ١٠ وحدة طول

مهم الحل تحديد $س_1$، $ص_1$، $س_2$، $ص_2$ على إحداثيات النقاط للوصول إلى الحل الصحيح والتعويض المباشر في القانون

صفوة معلمي الكويت

H.W.

تمرّن صـ ١٤٩ :

(٨) بيّن نوع المثلث لم ن بالنسبة إلى أطوال أضلاعه حيث إحداثيات رؤوسه هي :

ل (٣ ، -٥) ، م (-٣ ، ٠) ، ن (١ ، ٣)

ل (س١ ، ص١) م (س٢ ، ص٢)

ل م = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

= $\sqrt{(-٣ - ٣)^٢ + (٠ - (-٥))^٢}$

= $\sqrt{(-٦)^٢ + (٥)^٢}$

= $\sqrt{٣٦ + ٢٥}$

= $\sqrt{٦١}$ وحدة طول

م (س١ ، ص١) ن (س٢ ، ص٢)

م ن = $\sqrt{(١ - (-٣))^٢ + (٢ - ٠)^٢}$

= $\sqrt{٤^٢ + ٢^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ٤}$

= $\sqrt{٢٠}$ وحدة طول

صفوة معلمي الكويت

H.W

ل (٣ ، ٥-) ، ن (١ ، ٢)

ل ن = $\sqrt{(-٣-١)^{٢} + (-٥-٢)^{٢}}$

= $\sqrt{(-٤)^{٢} + (-٧)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ٤٩}$

= $\sqrt{٥٣}$ وحدة طول

∴ ل م ≠ م ن ≠ ل ن

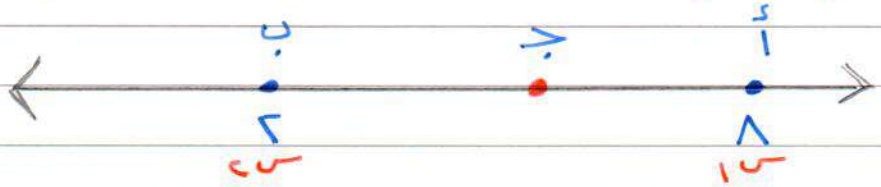
∴ المثلث ل م ن مثلث مختلف الأضلاع

H.W.

(٤-٢)

إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي

← لإيجاد إحداثي نقطة منتصف على محور إحداثي :



إحداثي النقطة جـ (نقطة المنتصف) = $\frac{س_1 + س_2}{2}$

$= \frac{٨ + ٢}{2} = \frac{١٠}{2} = ٥$

← لإيجاد إحداثي نقطة منتصف على المستوى الإحداثي :

$$\left(\frac{س_1 + س_2}{2} \text{ ، } \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$$

تدرّب (٢) ص١٥٤

(٢) أوجد إحداثيا النقطة ف منتصف $\overline{ع ل}$:

ع $(٣- ، ٥-)$ $\quad$ $س_1 \; ص_1$

ل $(-٣ ، ١)$ $\quad$ $س_2 \; ص_2$

نقطة المنتصف ف $\left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$

$= \left(\frac{٣ + (-٣)}{2} ، \frac{-٥ + ١}{2} \right)$

$= \left(\frac{٠}{2} ، \frac{-٤}{2} \right)$

$= (٠ ، -٢)$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٤-٣)

الدوران

الدوران: هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة في المستوى نقطة أخرى، بحيث:

- $P \leftarrow P'$ ، و $\leftarrow$ و نقطة صامدة كمركز الدوران
- $و P = و P'$
- $\angle P و P'$ ← زاوية الدوران.

← يكون الدوران **موجباً** إذا كان **عكس** اتجاه عقارب الساعة.

← يكون الدوران **سالباً** إذا كان **مع** اتجاه عقارب الساعة.

← نرمز إلى الدوران الذي مركزه نقطة الأصل (و) وقياس زاويته (هـ) بالرمز:

$د(و، هـ)$

- د ← دوران
- و ← مركز الدوران
- هـ ← زاوية الدوران

صفوة علم الكويت

خواصّ الدوران

تحقَّقْ من الخواصّ التالية :

(١) الدوران يحافظ على الاستقامة .

(٢) الدوران يحافظ على البينية .

(٣) الدوران يحافظ على قياسات الزوايا .

(٤) الدوران يحافظ على التوازي .

(٥) الدوران يحافظ على الأبعاد .

(٦) الدوران يحافظ على الاتّجاه الدوراني .

تدرّب (٢) :

أكمل كلًّا ممّا يلي حيث (و) نقطة الأصل :

(٣ ، ٥)	د (و ، ٩٠°) ←	(٥- ، ٣)
(١ ، ٤-)	د (و ، ٩٠- °) ←	(٤- ، ١-)
(٢ ، ٠)	د (و ، ١٨٠°) ←	(٢- ، ٠)
(٦- ، ٣-)	د (و ، ١٨٠- °) ←	(٦ ، ٣)
(٠ ، ١-)	د (و ، ٢٧٠°) ←	(١- ، ٠)
(٧- ، ٢)	د (و ، ٢٧٠- °) ←	(٢- ، ٧-)

فكّر وناقش

هل د (و ، ١٠٠°) يكافئ د (و ، ٢٦٠- °) ؟ فسر إجابتك .

الدورانان متكافئان
احدهما عكس عقارب الساعة
والآخر مع عقارب الساعة
١٠٠° + ٢٦٠° = ٣٦٠°

صفوة المعلمين الكويت

H.L.

٣ أكمِل الجدول التالي وفقًا للخطوات السابقة :

الرؤوس / الدوران	أ (-١ ، ٤)	ب (-٥ ، ٤)	جـ (-٣ ، ٠)
د (و ، -٩٠°)	أَ (٤ ، ١)	بَ (٤ ، ٥)	جَ (م ، ٣)
د (و ، -١٨٠°)	أً (١ ، -٤)	بً (٥ ، -٤)	جً (٣ ، ٠)
د (و ، ٩٠°)	أً (-٤ ، -١)	بً (-٤ ، -٥)	جً (٠ ، -٣)
د (و ، -٢٧٠°)	أمً (-٤ ، -١)	بمً (-٤ ، -٥)	جمً (٠ ، -٣)
د (و ، ٢٧٠°)	أمً (٤ ، ١)	بمً (٤ ، ٥)	جمً (٠ ، ٣)
د (و ، ١٨٠°)	أمً (١ ، -٤)	بمً (٥ ، -٤)	جمً (٣ ، ٠)

ماذا تلاحظ ؟

ممّا سبق نستنتج أنّه :

إذا كانت (س ، ص) نقطة في المستوى الإحداثي فإنّ :

(١) (س ، ص) $\xleftarrow{د(و، -٩٠°)}$ (ص ، - س) ← يُسمّى دوران ربع دورة ($\frac{١}{٤}$ دورة) .

(س ، ص) $\xleftarrow{د(و، ٩٠°)}$ (- ص ، س) ← يُسمّى دوران ربع دورة ($\frac{١}{٤}$ دورة) .

(٢) (س ، ص) $\xleftarrow{د(و، -١٨٠°)}$ (- س ، - ص) ← يُسمّى دوران نصف دورة ($\frac{١}{٢}$ دورة) .

(س ، ص) $\xleftarrow{د(و، ١٨٠°)}$ (- س ، - ص) ← يُسمّى دوران نصف دورة ($\frac{١}{٢}$ دورة) .

(٣) (س ، ص) $\xleftarrow{د(و، -٢٧٠°)}$ (- ص ، س) ← يُسمّى دوران $\frac{٣}{٤}$ دورة .

(س ، ص) $\xleftarrow{د(و، ٢٧٠°)}$ (ص ، - س) ← يُسمّى دوران $\frac{٣}{٤}$ دورة .

صفوة معلمي الكويت

٤-٧

* نشبه إلى خطوات الحل

١ الشكل الأساسي.
٢ تحديد النقاط حسب التحويل الهندسي.
٣ صورة الشكل.

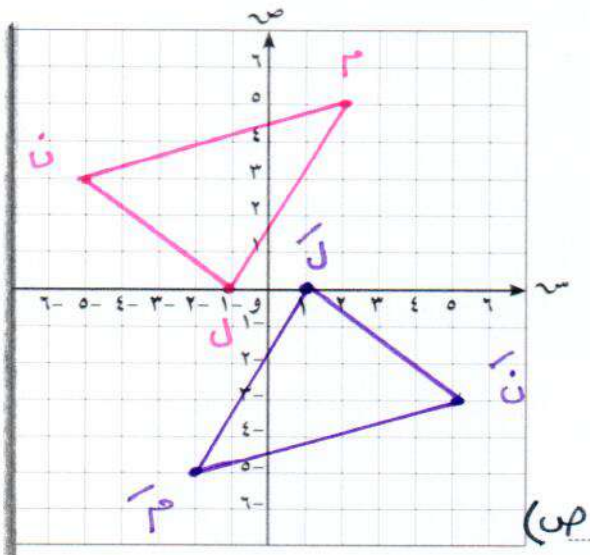
تدرّب (٣) :

أُرسم المثلّث ل م ن الذي إحداثيات رؤوسه :

ل (-١ ، ٠) ، م (٢ ، ٥) ،

ن (-٥ ، ٣) ،

ثمّ ارسم صورته بدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ١٨٠° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .



(س ، ص) $\xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)}$ (-س ، -ص)

ل (-١ ، ٠) $\xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)}$ ل' (١ ، ٠)

م (٢ ، ٥) $\xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)}$ م' (-٢ ، -٥)

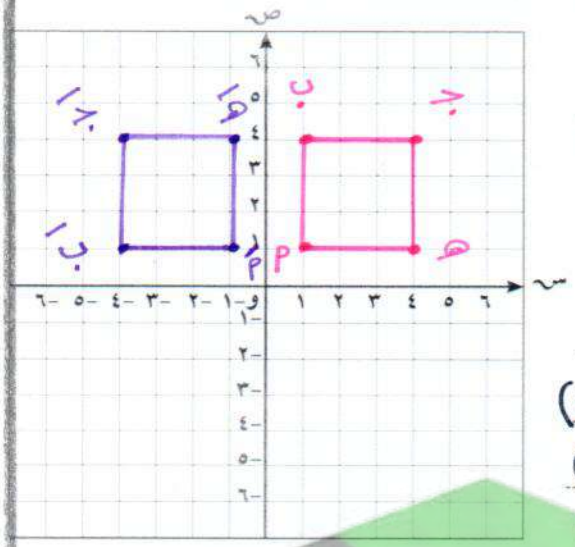
ن (-٥ ، ٣) $\xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)}$ ن' (٥ ، -٣)

تدرّب (٤) :

أُرسم المربّع أ ب جـ هـ الذي إحداثيات رؤوسه : أ (١ ، ١) ، ب (١ ، ٤) ،

جـ (٤ ، ٤) ، هـ (٤ ، ١) ،

ثمّ ارسم صورته تحت تأثير د (و ، -٢٧٠°) حيث (و) نقطة الأصل .



(س ، ص) $\xrightarrow{د(و ، -٢٧٠°)}$ (-ص ، س)

أ (١ ، ١) $\xrightarrow{د(و ، -٢٧٠°)}$ أ' (-١ ، ١)

ب (١ ، ٤) $\xrightarrow{د(و ، -٢٧٠°)}$ ب' (-٤ ، ١)

جـ (٤ ، ٤) $\xrightarrow{د(و ، -٢٧٠°)}$ جـ' (-٤ ، ٤)

هـ (٤ ، ١) $\xrightarrow{د(و ، -٢٧٠°)}$ هـ' (-١ ، ٤)

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٤-٤)

التكبير

← التكبير: تحويل هندسي يعين لكل نقطة غير و صورة حيث $\frac{\text{و أ}}{\text{و م}}$ = عدد ثابت ، و ← و

← و (نقطة صامدة) هي مركز التكبير

← العدد الثابت ← معامل التكبير ← رمزه م

← نرمز لأي هذا التحويل بالرمز :

ت (و ، م)

تكبير مركزه النقطة (و) ومعامله م

التكبير تحويل غير متقايس

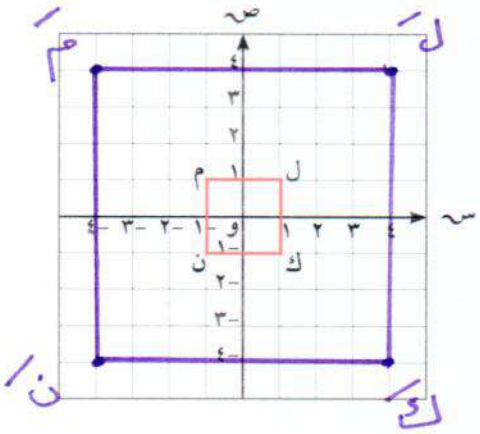
← لا يحافظ على الأبعاد

صفوة الكويت

تدرّب (١) :

أُرسم صورة المربّع ل م ن ك مستخدمًا التكبير ت (و ، ٤) .

(س ، ص) $\xleftarrow{ت(و،٤)}$ (٤ س ، ٤ ص)



ل (١ ، ١) $\xleftarrow{ت(و،٤)}$ لَ (٤ ، ٤)

م (-١ ، ١) $\xleftarrow{ت(و،٤)}$ مَ (-٤ ، ٤)

ن (-١ ، -١) $\xleftarrow{ت(و،٤)}$ نَ (-٤ ، -٤)

ك (١ ، -١) $\xleftarrow{ت(و،٤)}$ كَ (٤ ، -٤)

∴ المربّع ل م ن ك $\xleftarrow{ت(و،٤)}$ المربّع لَ مَ نَ كَ

خواص التكبير

بالرجوع إلى تدرّب (١) تحقّقْ من الخواصّ التالية :

(١) التكبير يحافظ على الاستقامة .

(٢) التكبير يحافظ على البينية .

(٣) التكبير يحافظ على قياسات الزوايا .

(٤) التكبير يحافظ على التوازي .

(٥) التكبير يحافظ على الاتّجاه الدوراني .

(٦) التكبير لا يحافظ على الأبعاد (تحويل غير متقايس) .

صفوة معلمي الكويت

H.L.

٤-٥ مراجعة الوحدة الرابعة
Revision Unit Four

أوّلًا : التمارين المقالية

١ إذا كانت ل (٣، ٨) ، م (-٢، ٣) :

أ أوجد طول $\overline{ل م}$.

طول $\overline{ل م} = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \sqrt{(-٢ - ٣)^٢ + (٣ - ٨)^٢}$

$= \sqrt{(-٥)^٢ + (-٥)^٢}$

$= \sqrt{٢٥ + ٢٥} = \sqrt{٥٠}$ وحدة طول

ب أوجد إحداثيا النقطة هـ منتصف $\overline{ل م}$.

إحداثيا النقطة هـ $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

$= \left(\frac{-٢ + ٣}{٢} ، \frac{٣ + ٨}{٢}\right) = \left(\frac{١}{٢} ، \frac{١١}{٢}\right)$

٢ إذا كانت ل (٢، -١) ، ن (-١، -٣) ، م (٠، -٤) ، أثبت أن : ل ن = ل م .

ل ن $= \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \sqrt{(-١ - ٢)^٢ + (-٣ - (-١))^٢}$

$= \sqrt{(-٣)^٢ + (-٢)^٢}$

$= \sqrt{٩ + ٤}$

$= \sqrt{١٣}$ وحدة طول

ل م $= \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \sqrt{(٠ - ٢)^٢ + (-٤ - (-١))^٢}$

$= \sqrt{(-٢)^٢ + (-٣)^٢}$

$= \sqrt{٤ + ٩}$

$= \sqrt{١٣}$ وحدة طول

∴ ل ن = ل م = $\sqrt{١٣}$ وحدة طول

٣ أكمِل كلًّا ممّا يلي :

أ أ (١، -٣) ← د (و ، ٩٠°) ، أ' (٣ ، ١)

ب أ (١، -٣) ← د (و ، -٩٠°) ، أ' (-٣ ، -١)

جـ أ (١، -٣) ← د (و ، ١٨٠°) ، أ' (-١ ، ٣)

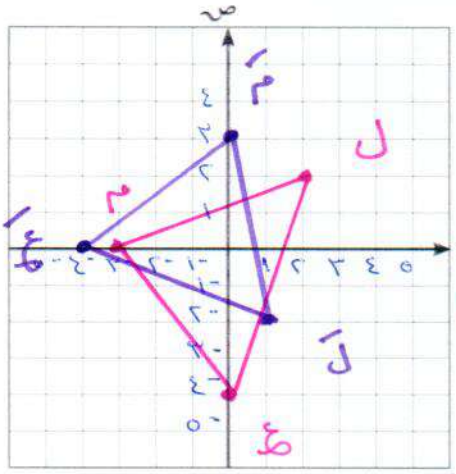
د أ (٣، -٥) ← ت (و ، ٤) ، أ' (١٢ ، ٢٠)

هـ أ (٠، -٦) ← ت (و ، $\frac{١}{٢}$) ، أ' (٠ ، -٣)

صفوة معلمي الكويت

H.L.

٤ ارسم المثلث ع م ل الذي رؤوسه : ع (٠ ، -٤) ، م (-٣ ، ٠) ، ل (٢ ، ١) ، ثم ارسم صورته بدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ٢٧٠° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .



(س ، ص) د (و ، ٢٧٠°) ← (ص ، -س)

ع (٠ ، -٤) د (و ، ٢٧٠°) ← ع' (-٤ ، ٠)

م (-٣ ، ٠) د (و ، ٢٧٠°) ← م' (٠ ، ٣)

ل (٢ ، ١) د (و ، ٢٧٠°) ← ل' (١ ، -٢)

---

٥ ليكن ت (و ، م) تكبير حيث (و) نقطة الأصل ، ب ⟵ بَ ، جـ ⟵ جـَ .

أوجد معامل التكبير أو التصغير (م) في كل من الحالات التالية :

أ ب (٣ ، ٦) ، بَ (١ ، ٢)

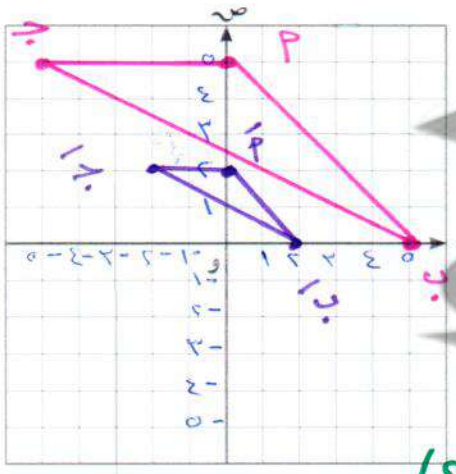
م = $\frac{١}{٢}$ ← ∴ معامل التصغير = $\frac{١}{٢}$

ب ب جـ = ٤ سم ، بَ جـَ = ٢٤ سم

م = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦ ← ∴ معامل التكبير = ٦

---

٦ ارسم Δ أ ب جـ الذي رؤوسه هي : أ (٠ ، ٥) ، ب (٥ ، ٠) ، جـ (-٥ ، ٥) ، ثم ارسم صورته بتكبير ت (و ، $\frac{٢}{٥}$) .



(س ، ص) ت (و ، $\frac{٢}{٥}$) ← ($\frac{٢}{٥}$ س ، $\frac{٢}{٥}$ ص)

أ (٠ ، ٥) ت (و ، $\frac{٢}{٥}$) ← أ' ($\frac{٢}{٥}$ × ٠ ، $\frac{٢}{٥}$ × ٥)

= (٠ ، ٢)

ب (٥ ، ٠) ت (و ، $\frac{٢}{٥}$) ← بَ ($\frac{٢}{٥}$ × ٥ ، $\frac{٢}{٥}$ × ٠)

= (٢ ، ٠)

جـ (-٥ ، ٥) ت (و ، $\frac{٢}{٥}$) ← جـَ ($\frac{٢}{٥}$ × -٥ ، $\frac{٢}{٥}$ × ٥)

= (-٢ ، ٢)

صفوة قطر الكويت

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أوّلًا : في البنود التالية ، ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ د (و ، ٦٠°) يكافئ د (و ، −٣٠٠°)	(أ)	(ب)
٢ التكبير هو تحويل هندسي لا يحافظ على الأبعاد .	(أ)	(ب)
٣ الدوران لا يحوي نقاطًا صامدة .	(أ)	(ب)
٤ إذا كانت جـ منتصف $\overline{أب}$ وكانت جـ (٣ ، ٥) ، أ (−١ ، ٣) فإن ب (١ ، ٤) .	(أ)	(ب)
٥ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٦ سم ، ٣ سم فإن محيط صورته تحت تأثير تكبير ت (و ، ٢) هو ٢٨ سم .	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

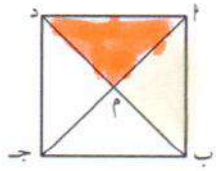
٦ إذا كانت ق (٣ ، ٠) ، ك (١ ، ٠) فإن : ق ك = ... وحدة طول .

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) $\sqrt{٧}$ (د) −٢

٧ شكل هندسي مساحته ٤ سم^{٢} ومساحة صورته تحت تأثير تكبير ما هي ٣٦ سم^{٢} فإن معامل التكبير هو :

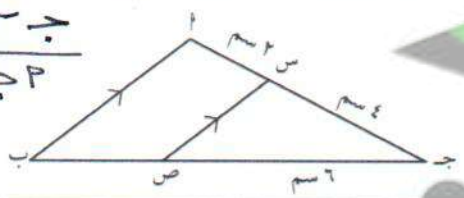
(أ) ٣ (ب) ٤,٥ (جـ) ٩ (د) ٨١

٨ أ ب جـ د مربّع تقاطع قطريه في النقطة م ، صورة Δ أ ب م بدوران د (م ، −٢٧٠°) هي :



(أ) Δ ب جـ م (ب) Δ أ ب م (جـ) Δ جـ د م (د) Δ د أ م

٩ في الشكل المقابل : إذا كانت $\overline{س ص}$ صورة $\overline{أب}$ بتكبير مركزه جـ ، فإن معامله هو :



(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

١٠ إذا كانت النقطة جـ (٢ ، ٤) هي صورة النقطة أ بتصغير ت (و ، $\frac{١}{٢}$) فإن أ هي :

(أ) ($\frac{١}{٢}$ ٢ ، ٤ $\frac{١}{٢}$) (ب) (٢ ، ١) (جـ) (٤ ، ٨) (د) (٤ ، ٦)

صفوة معلمي الكويت

H.W

إجابات التمارين الموضوعية :-

④ نقطة المنتصف

جـ (٥ ، ٦ ، ٣)　　س١ ص١
أ (-١ ، ٦ ، ٣)　　ب (س٢ ، ٦ ، ص٢)

نقطة المنتصف جـ $\left(\frac{س_1 + س_2}{2} \text{ ، } \frac{ص_1 + ص_2}{2}\right)$

$\therefore \left(\frac{-1 + س_2}{2} \text{ ، } \frac{3 + ص_2}{2}\right) = (٥ ، ٦ ، ٣)$

$\frac{-1 + س_2}{2} = 3$　　$\frac{3 + ص_2}{2} = 5$

$-1 + س_2 = 3 \times 2$　　$3 + ص_2 = 5 \times 2$

$-1 + س_2 = 6$　　$3 + ص_2 = 10$

$س_2 = 6 + 1$　　$ص_2 = 10 - 3$

$س_2 = 7$　　$ص_2 = 7$

∴ ب (٧ ، ٦ ، ٧)

⑤ $\frac{\text{محيط صورة الشكل}}{\text{محيط الشكل}} = م$

$\frac{س}{(5 + 6 + 3)} = 2$

$\frac{س}{14} = 2$

$س = 2 \times 14$　　← $س = 28$ سم

صفوة معلمي الكويت

H.W.

(٦) م (٣، ٦) ، ك (١، ١٠)

$س_1$ $ص_1$ $س_2$ $ص_2$

$م ك = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(-١ - ٣)^2 + (٠ - ٠)^2}$

$= \sqrt{(-٤)^2}$

$= \sqrt{١٦}$ = ٤ وحدة طول

حل آخر: تقع النقطتان على المحور السيني

$م ك = |س_2 - س_1|$

$= |-١ - ٣|$

$= |-٤|$ = ٤ وحدة طول

(٧) $\frac{\text{مساحة صورة الشكل}}{\text{مساحة الشكل}} = م^2$

$م^2 = \frac{٣٦}{٤}$

$\therefore م^2 = ٩$

$م = \sqrt{٩} = ٣$

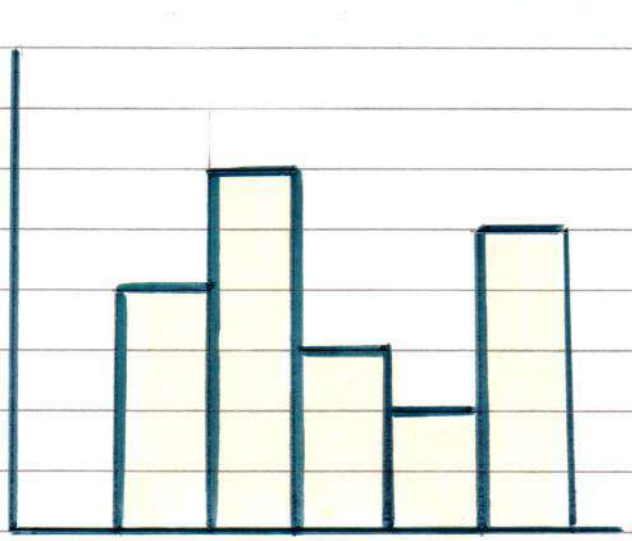
صفوة معلمي الكويت

H.W

الوحدة الخامسة

(٥-١) المدرّج التكراري

المدرّج التكراري :- هو تمثيل بياني بالأعمدة المتلاصقة يُستخدم لعرض مجموعة البيانات المنظمّة في جدول تكراري ذي فئات .



طول الفئة = أي فئة - الفئة السابقة لها

← يتم رسم المدرج التكراري مباشرة من الجدول ذو الفئات

← وضع الفئات على المحور الأفقي

← وضع التكرار على المحور الرأسي

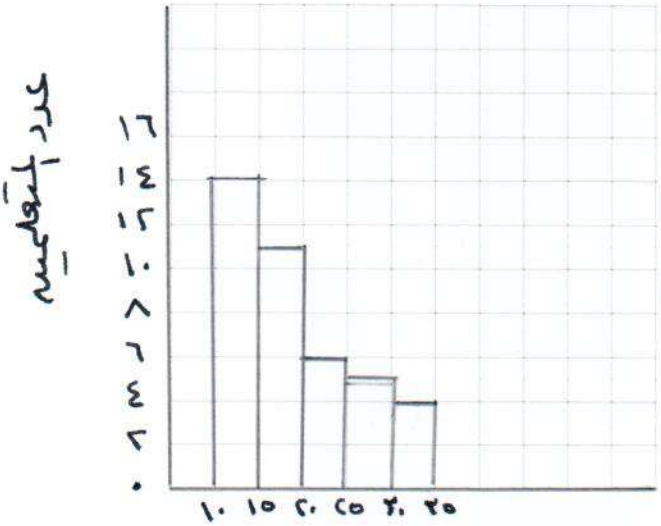
← رسم المدرج التكراري (أعمدة متلاصقة)

صفوة معلم الكويت

H.W.

٢ يبيّن الجدول التالي الزمن بالدقائق الذي استغرقه ٤٠ متعلّمًا للوصول من المنزل إلى المدرسة ، اِصنع مدرَّجًا تكراريًّا لهذه البيانات .

الفئات	التكرار
١٠ –	١٤
١٥ –	١١
٢٠ –	٦
٢٥ –	٥
٣٠ –	٤



أجِب عمّا يلي :

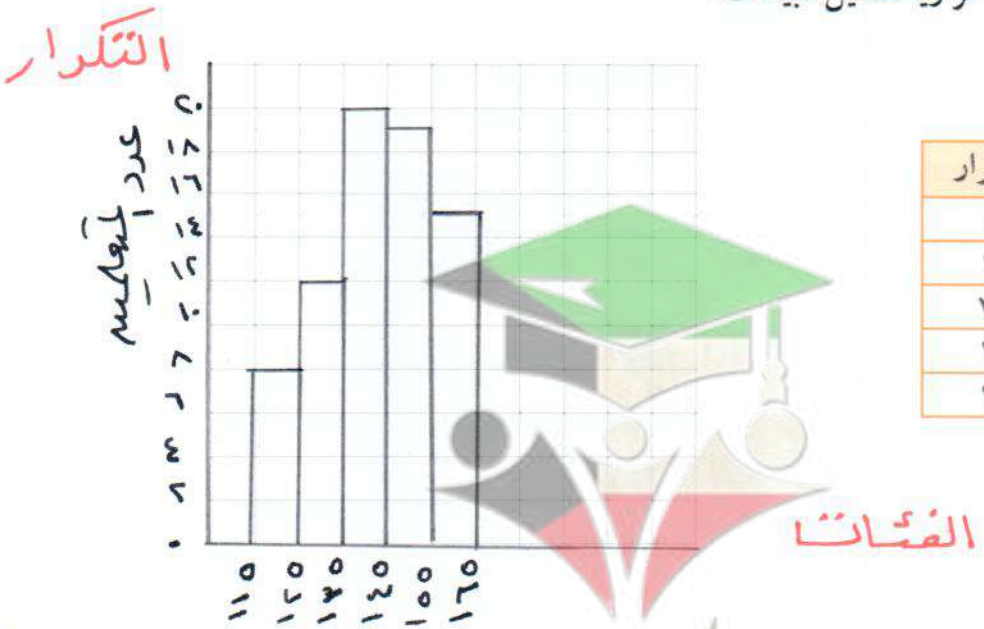
أ كم عدد المتعلّمين الذين يصلون إلى المدرسة في أقلّ من ٢٠ دقيقة ؟ ٢٥ متعلماً ← ١٤ + ١١ = ٢٥

ب كم عدد المتعلّمين الذين يصلون إلى المدرسة في ٢٥ دقيقة فأكثر ؟ ٩ متعلمين ← ٥ + ٤ = ٩

---

٣ يوضّح الجدول التكراري أطوال بعض المتعلّمين في إحدى المدارس ، اِصنع مدرَّجًا تكراريًّا لتمثيل البيانات .

الفئات	التكرار
١١٥ –	٨
١٢٥ –	١٢
١٣٥ –	٢٠
١٤٥ –	١٩
١٥٥ –	١٥

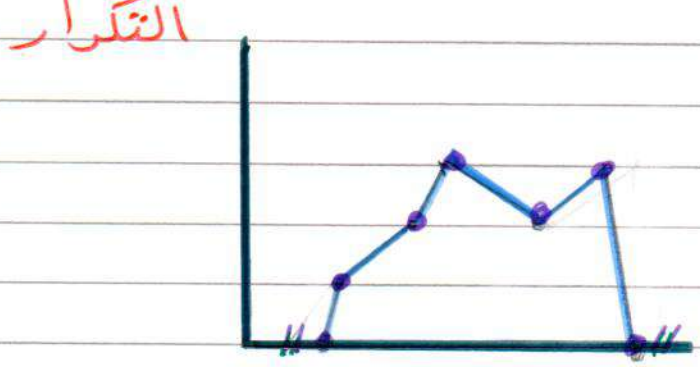


صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٥-٢)

المضلّع التكراري



← لرسم المضلع التكراري :

① مراكز الفئات على المحور الأفقي
② التكرار على المحور الرأسي
③ تحديد النقاط
④ توصيل النقاط بالمسطرة .

← كيفية حساب مراكز الفئات :

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{\text{الفئة الأولى} + \text{الفئة الثانية}}{٢}$$

$$\text{مركز الفئة الثانية} = \frac{\text{الفئة الثانية} + \text{الفئة الثالثة}}{٢}$$

صفوة معلمي الكويت

تدرّب (٣) :

يوضّح الجدول التالي فئات الأعمار لمشاهدة برنامج تلفزيوني :

كل فئة تزيد ٥ عن السابقة لها وباقي مركز الفئات نفس الحالة

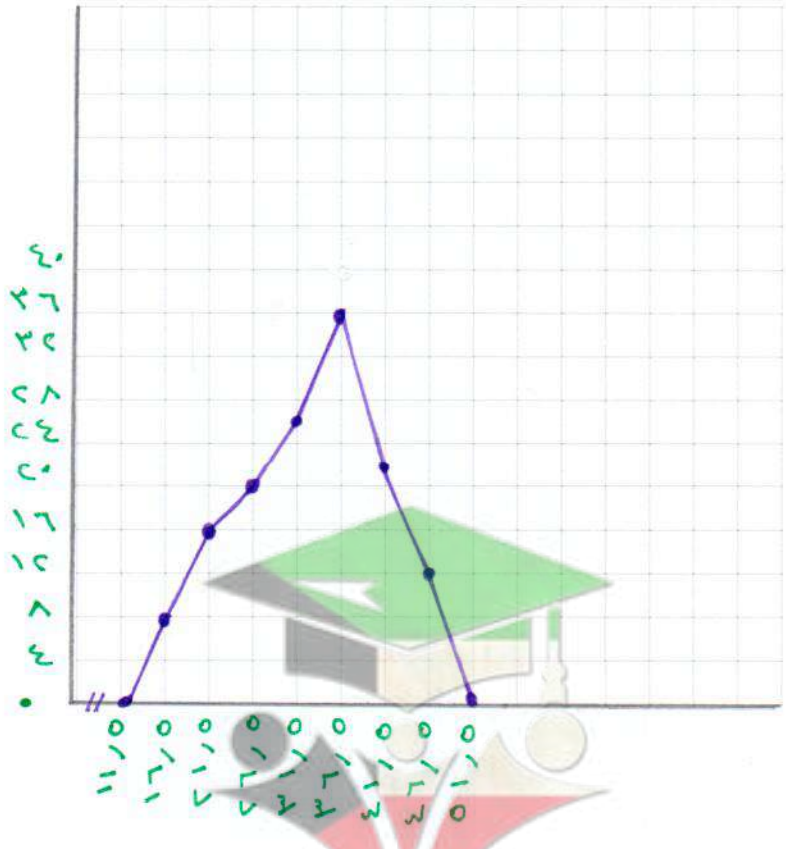
الفئات	١٤ -	١٩ -	٢٤ -	٢٩ -	٣٤ -	٣٩ -	٤٤ -
التكرار	٨	١٦	٢٠	٢٦	٣٦	٢١	١٢
مراكز الفئات	١٦,٥	٢١,٥	٢٦,٥	٣١,٥	٣٦,٥	٤١,٥	٤٦,٥

+٥ +٥ +٥ +٥

أ أكمِل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

ب مثِّل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري .

التكرار



مراكز الفئات

صفوة معلمي الكويت

H.W.

٤ يوضّح الجدول التالي أعمار بعض زوّار مركز الشيخ جابر الأحمد الثقافي في أحد الأيّام .

+٦

الفئات	٦ -	١٢ -	١٨ -	٢٤ -	٣٠ -	٣٦ -	٤٢ -
التكرار	٥٠	٨٥	٦٠	٧٢	٤٥	٣٨	٢٠
مراكز الفئات	٩	١٥	٢١	٢٧	٣٣	٣٩	٤٥

+٦

أ تأمَّلِ الجدول السابق ثمّ أجِب عمّا يلي :

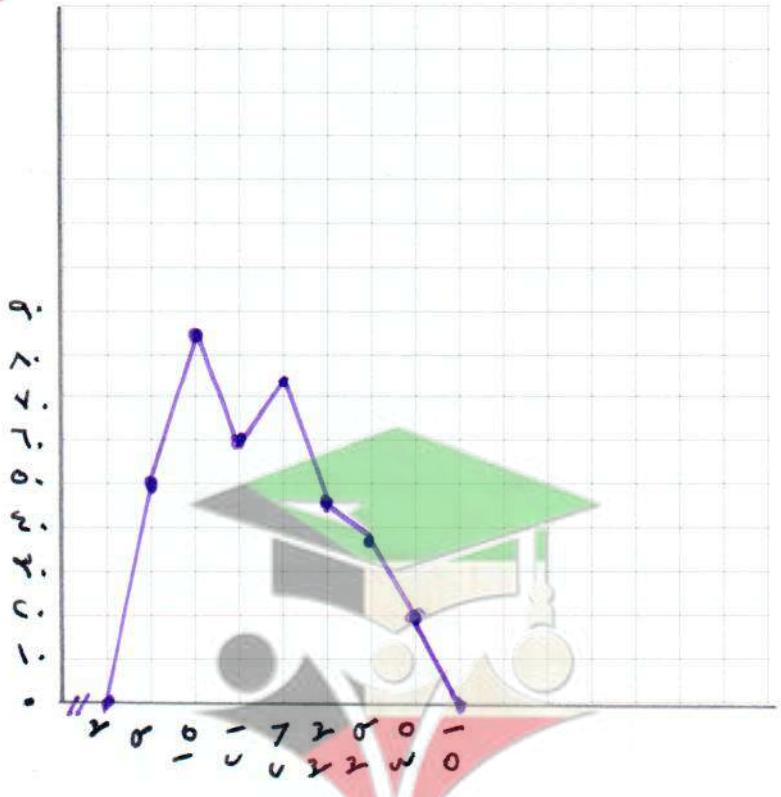
- ما طول الفئة ١٢ - ؟ ١٨ - ١٢ = ٦

- ما الحد الأعلى للفئة الأخيرة ؟ ٤٨ ← الفئات تزيد ٦

ب أكمِل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

جـ مثِّل البيانات في الجدول السابق بمضلّع تكراري .

التكرار



مراكز الفئات

حساب مركز الفئة في الصفحة التالية

صفوة تعلمي الكويت

H.L.

مركز الفئة الأولى = $\frac{٦+١٢}{٢} = \frac{١٨}{٢} = ٩$

مركز الفئة الثانية = $\frac{١٢+١٨}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

مركز الفئة الثالثة = $\frac{١٨+٢٤}{٢} = \frac{٤٢}{٢} = ٢١$

مركز الفئة الرابعة = $\frac{٢٤+٣٠}{٢} = \frac{٥٤}{٢} = ٢٧$

مركز الفئة الخامسة = $\frac{٣٠+٣٦}{٢} = \frac{٦٦}{٢} = ٣٣$

مركز الفئة السادسة = $\frac{٣٦+٤٢}{٢} = \frac{٧٨}{٢} = ٣٩$

مركز الفئة السابعة = $\frac{٤٢+٤٨}{٢} = \frac{٩٠}{٢} = ٤٥$

صفوة معلمي الكويت

H.L.

(٥-٣)
مخطط الصندوق ذي العارضتين

مخطط الصندوق ذي العارضتين :-

هو طريقة بصرية لتوضيح قيم الوسيط لمجموعة من البيانات

الأرباعيات : هي ثلاثة أعداد تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أرباع ،

- الأرباعي الأوسط : هو الوسيط
- الأرباعي الأدنى : هو الوسيط للنصف الأدنى من مجموعة البيانات .
- الأرباعي الأعلى : هو الوسيط للنصف الأعلى من مجموعة البيانات

← ننتبه إلى أماكن وجود القيم على مخطط الصندوق ذي العارضتين

H.O.T.

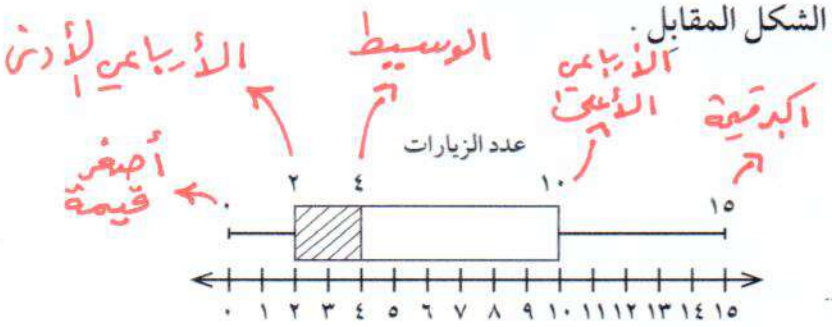
فكّر وناقش

كيف تؤثّر القيمة المتطرّفة على طول العارضتين في مخطّط الصندوق ذي العارضتين ؟

تمـــرَّنْ :

١ سُئِل عدد من المتعلّمين في أحد فصول الصفّ التاسع عن عدد مرّات زياراتهم لمحلّات بيع الملابس الرياضية خلال فترة ما ، والنتائج موضّحة في مخطّط الصندوق ذي العارضتين في الشكل المقابل .

أوجِد كلًّا ممّا يلي :



أ مدى البيانات = ١٥

ب الوسيط = ٤

جـ الأرباعي الأدنى = ٢

د الأرباعي الأعلى = ١٠

المدى = القيمة الكبرى - القيمة الصغرى
= ١٥ - ٠
= ١٥

٢ في مجموعة البيانات التالية : ٤ ، ٨ ، ٥ ، ٣ ، ١ ، ٧ ، ٦

أ أوجِد كلًّا ممّا يلي :

(١) القيمة الصغرى للبيانات هي ١

(٢) القيمة الكبرى للبيانات هي ٨

(٣) المدى هو ٨ - ١ = ٧

(٤) الوسيط هو ٥

(٥) الأرباعي الأدنى هو ٣

(٦) الأرباعي الأعلى هو ٧

ترتيب البيانات تصاعديًا :
١ ٣ ٤ ٥ ٦ ٦ ٧ ٨
الأرباعي الأدنى
الوسيط
الأرباعي الأعلى

ب أُرسم مخطّط الصندوق ذي العارضتين لهذه المجموعة من البيانات .

صفوة معلمي الكويت

H.W.

٣ تصفّحت حصّة كتيّبًا دعائيًّا لأحد متاجر الملابس . سجّلت أسعار الفساتين فيه (بالدينار) كالتالي : ٢٥ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٠ .

أُرسم مخطّط الصندوق ذي العارضتين لمجموعة البيانات السابقة .

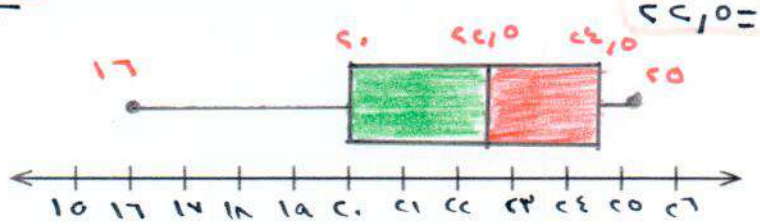
ترتيب البيانات تصاعديًا: ١٦ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٥

المدى = ٢٥ − ١٦ = ٩

الوسيط = $\frac{٢٢ + ٢٣}{٢}$ = $\frac{٤٥}{٢}$ = ٢٢٫٥

الربيع الأعلى = $\frac{٢٤ + ٢٥}{٢}$ = $\frac{٤٩}{٢}$ = ٢٤٫٥

الربيع الأدنى = $\frac{٢٠ + ٢٠}{٢}$ = $\frac{٤٠}{٢}$ = ٢٠



٤ ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لمجموعة البيانات التالية :

٩٠٠ ، ٧٠٠ ، ٧٧٥ ، ٦٢٤ ، ٦٨٨ ، ٧٦٠ ، ٧٢٠ ، ٧٨٩ ، ٦٤٤ ، ٦٠٠ .

ترتيب البيانات تصاعديًا: ٦٠٠ ، ٦٢٤ ، ٦٤٤ ، ٦٨٨ ، ٧٠٠ ، ٧٢٠ ، ٧٦٠ ، ٧٧٥ ، ٧٨٩ ، ٩٠٠

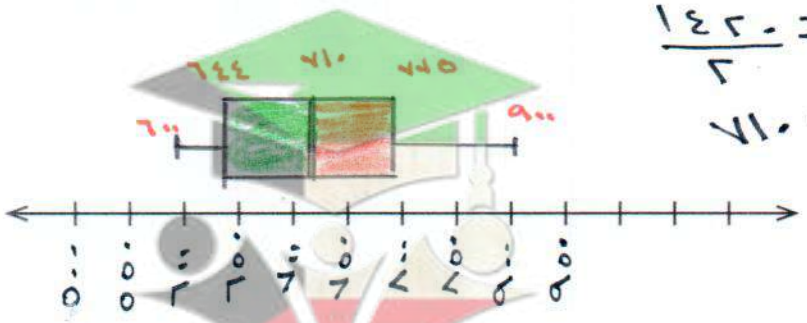
الوسيط

المدى = ٩٠٠ − ٦٠٠ = ٣٠٠

الوسيط = $\frac{٧٠٠ + ٧٢٠}{٢}$ = $\frac{١٤٢٠}{٢}$ = ٧١٠

الربيع الأدنى = ٦٤٤

الربيع الأعلى = ٧٧٥



صفوة معلمي الكويت

(٥-٤)

التـرجيح والعدالة - الاحتمال

الترجيح :- كلمة تصف فرصة وقوع حدث ما .

ترجيح حدث ما :- هو نسبة عدد نواتج وقوع الحدث إلى عدد نواتج عدم وقوعه .

$$\text{ترجيح حدث ما} = \frac{\text{عدد نواتج وقوع الحدث}}{\text{عدد نواتج عدم وقوع الحدث}}$$

اللعبة العادلة :-

- يكون فيها عدد نواتج وقوع الحدث مساوياً لعدد نواتج عدم وقوعه .
- يكون ترجيح الفوز مساوياً لجميع اللاعبين .
- يكون فيها تكافؤ الفرص .

صفوة معلمي الكويت

H.W.

تدرّب (٤) :

في كل لعبة ، حدّد ترجيح فوز كل لاعب ، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم غير عادلة .

أ ترمي نوف وحنان قطعة نقود معدنية . تفوز نوف بنقطة إذا ظهرت صورة ، وتفوز حنان بنقطة إذا ظهرت كتابة .

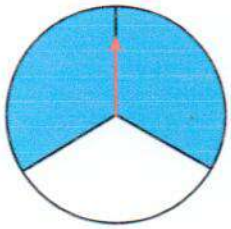
ترجيح حدث ما = عدد نواتج وقوع الحدث / عدد نواتج عدم وقوع الحدث

ترجيح فوز نوف = ١/١ = ١ (ظهور صورة)

ترجيح فوز حنان = ١/١ = ١ (كتابة ← عدم ظهور صورة)

∴ اللعبة عادلة

ب في الدّوّارة المقابلة يدير سالم ونايف المؤشر الدوار . يفوز سالم بنقطة إذا توقف المؤشر في المنطقة الزرقاء ، ويفوز نايف بنقطة إذا توقف المؤشر في المنطقة البيضاء .



ترجيح فوز سالم = ٢/٣ (التوقف على المنطقة الزرقاء)

ترجيح فوز نايف = ١/٣ (عدم التوقف على المنطقة الزرقاء ← بيضاء)

∴ اللعبة غير عادلة

ج عند رمي مكعّب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ . إذا ظهر عدد زوجي تفوز منى بنقطة ، وإذا ظهر عدد أولي تفوز أمل بنقطة ، وإذا ظهر عدد يقبل القسمة على ٣ تفوز إيمان بنقطة .

ترجيح فوز منى = ٣/٦ = ١

ترجيح فوز أمل = ٢/٦ = ١

ترجيح فوز إيمان = ١/٦

∴ اللعبة غير عادلة

صفوة معلمي الكويت

H.L.

احتمال وقوع حدث (أ) :

$$\text{ل}(أ) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث (أ)}}{\text{عدد كل النواتج الممكنة}}$$

← كل النواتج

تدرّب (٥) :

يحتوي صندوق على ٧ أقلام صفراء ، ٣ أقلام خضراء ، ٤ أقلام زرقاء . إذا تم اختيار قلم واحد عشوائيًا ، فأوجد كلًّا مما يلي :

عدد كل النواتج الممكنة = ٧+٣+٤ = ١٤

أ ل (أزرق) = $\frac{٤}{١٤} = \frac{٢}{٧}$

ب ل (أصفر) = $\frac{٧}{١٤} = \frac{١}{٢}$

جـ ل (ليس أخضر) = $\frac{١١}{١٤}$ ← أصفر أو أزرق

د ل (أحمر) = $\frac{٠}{١٤} = ٠$

← لا توجد أقلام حمراء

تدرّب (٦) :

في تجربة إلقاء مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة ، أكمل ما يلي :

أ عدد النواتج الممكنة = ٦

ب عدد نواتج الحدث أ (ظهور عدد فردي) = ٣ ← ١ ، ٣ ، ٥

جـ عدد نواتج الحدث ب (ظهور عامل من عوامل العدد ٦) = ٤ ← ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦

نلاحظ! المطلوب عدد نواتج وليس احتمال

د ل (أ) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

هـ ل (ب) = $\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

و ترجيح الحدث أ = ٣ : ٣ = ١ : ١

ز ترجيح الحدث ب = ٤ : ٢ = ٢ : ١

أعداد فردية ← ١ ، ٣ ، ٥

ليست أعداد فردية ← ٢ ، ٤ ، ٦

عوامل العدد ٦ ← ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦

ليست عوامل العدد ٦ ← ٤ ، ٥

صفوة معلمي الكويت

٥-٥ مراجعة الوحدة الخامسة
Revision Unit Five

أوّلًا : التمارين المقالية

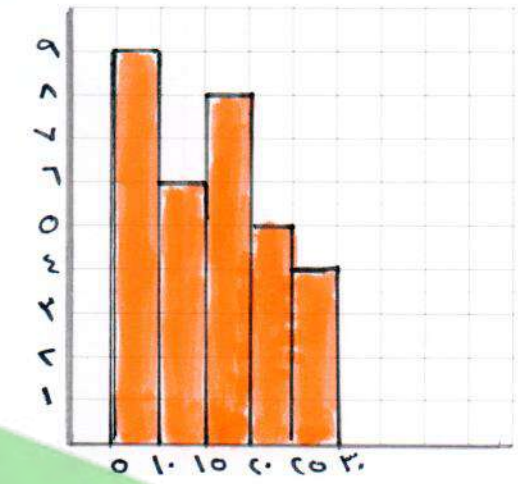
١ من الجدول التكراري التالي :

الفئات	٥ -	١٠ -	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -
التكرار	٩	٦	٨	٥	٤
مراكز الفئات	٧,٥	١٢,٥	١٧,٥	٢٢,٥	٢٧,٥

أ أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

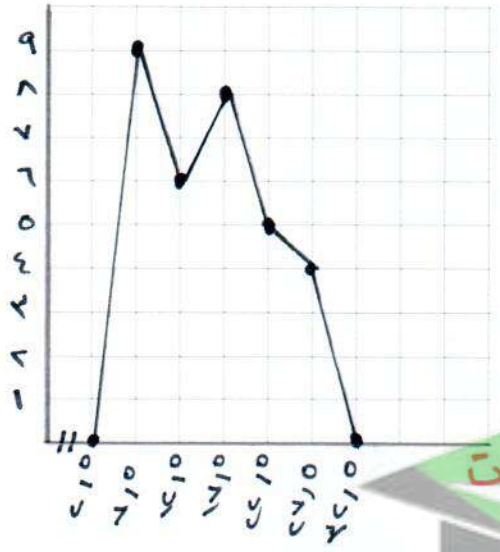
ب مثِّل البيانات السابقة بمدرَّج تكراري .

التكرار



جـ مثِّل البيانات السابقة بمضلّع تكراري .

التكرار



مركز الفئة الأولى = $\frac{٥+١٠}{٢} = \frac{١٥}{٢} = ٧,٥$

مركز الفئة الثانية = $\frac{١٠+١٥}{٢} = \frac{٢٥}{٢} = ١٢,٥$

مركز الفئة الثالثة = $\frac{١٥+٢٠}{٢} = \frac{٣٥}{٢} = ١٧,٥$

مركز الفئة الرابعة = $\frac{٢٠+٢٥}{٢} = \frac{٤٥}{٢} = ٢٢,٥$

مركز الفئة الخامسة = $\frac{٢٥+٣٠}{٢} = \frac{٥٥}{٢} = ٢٧,٥$

صفوة تعلم الكويت

H.W

٢ من الجدول التكراري التالي :

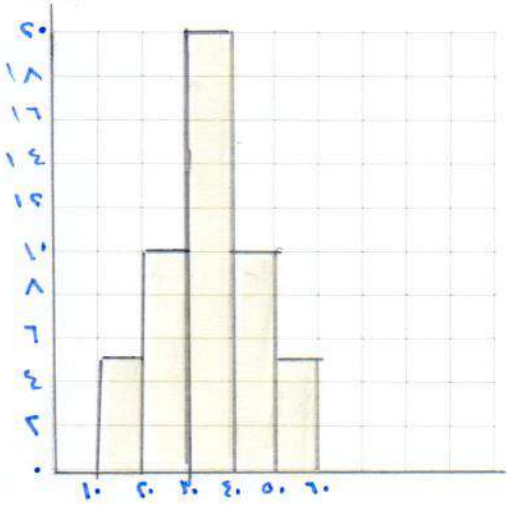
الفئات	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -
التكرار	٥	١٠	٢٠	١٠	٥
مراكز الفئات	١٥	٢٥	٣٥	٤٥	٥٥

$\frac{١٠+٢٠}{٢}$ $\frac{٢٠+٣٠}{٢}$ $\frac{٣٠+٤٠}{٢}$ $\frac{٤٠+٥٠}{٢}$ $\frac{٥٠+٦٠}{٢}$

أ أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

ب مثِّل البيانات السابقة بالمدرَّج التكراري .

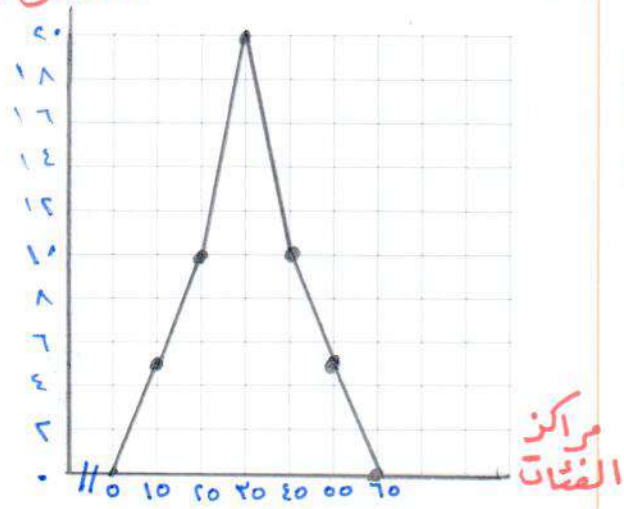
التكرار



الفئات

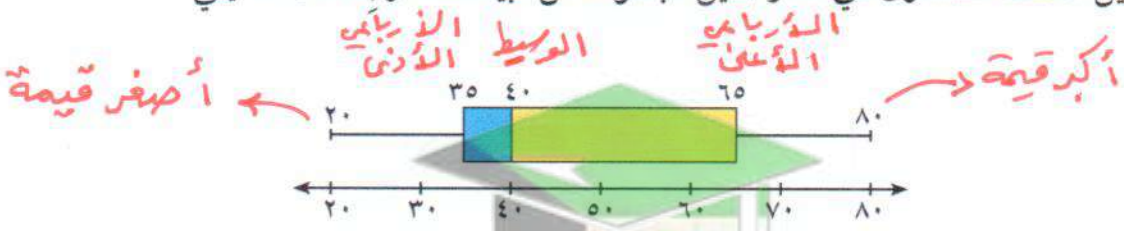
جـ مثِّل البيانات السابقة بالمضلّع التكراري .

التكرار



مراكز الفئات

٣ يبيّن مخطَّط الصندوق ذي العارضتين مجموعة من البيانات ، أوجد كلًّا مما يلي :



أ المدى = ٨٠ - ٢٠ = ٦٠

ب الوسيط = ٤٠

جـ الأرباعي الأدنى = ٣٥

د الأرباعي الأعلى = ٦٥

صفوة معلمي الكويت

H.W.

٤ جاءت أوزان عدد من متعلّمي الصفّ التاسع بالكيلوجرام كما يلي :

٦٥ ، ٥٧ ، ٥٩ ، ٦١ ، ٥٠ ، ٦٧ ، ٦٤ ، ٦٦ ، ٦٠ ، ٦٣ ، ٦٩

فأوجِد كلًّا من : ترتيب البيانات تصاعدياً =

٦٩ ، ٦٧ ، ٦٦ ، ٦٥ ، ٦٤ ، ٦٣ ، ٦١ ، ٦٠ ، ٥٩ ، ٥٧ ، ٥٠

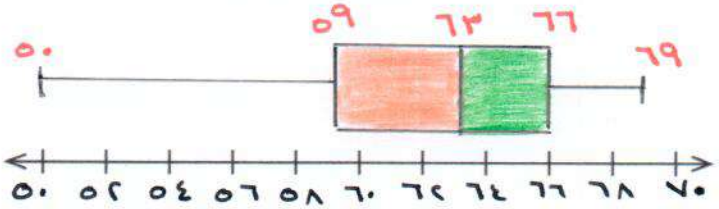
الأرباعي الأعلى — الوسيط — الأرباعي الأدنى

أ الوسيط = ٦٣

ب الأرباعي الأدنى = ٥٩

جـ الأرباعي الأعلى = ٦٦

د أُرسم مخطَّط الصندوق ذي العارضتين .



٥ أوجد احتمال وقوع الأحداث التي ترجيحها كالتالي : اذل بالتفصيل في الصفحة التالية

أ ١ : ٥

ل(وقوع الحدث) = $\frac{١}{٦}$ ← كل النواتج الممكنة ، ١+٥ ↘

ب ٤ : ٣

ل(وقوع الحدث) = $\frac{٤}{٧}$ ← كل النواتج الممكنة ، ٤+٣ ↘

٦ يحتوي كيس على ٦ كرات زرقاء و ٣ كرات خضراء و ٥ كرات حمراء وكرة واحدة بيضاء .

سحبت كرة واحدة عشوائيًا. أوجد كلًّا مما يلي :

جميع النواتج الممكنة = ٦+٣+٥+١ = ١٥

أ ل (زرقاء) = $\frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$ (÷٣)

ب ل (بيضاء) = $\frac{١}{١٥}$

جـ ل (ليست خضراء) = $\frac{١٢}{١٥} = \frac{٤}{٥}$ (÷٣)

د ترجيح (سحب كرة زرقاء) = $\frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$ (÷٣)

هـ ترجيح (سحب كرة حمراء) = $\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$ (÷٥)

صفوة معلمي الكويت

H.W.

⑤ أ- ∵ ترجيح الحدث هو ١ : ٥

∴ عدد نواتج وقوع الحدث = ١

عدد نواتج عدم وقوع الحدث = ٥

∴ عدد النواتج الممكنة = ١ + ٥

= ٦

∴ احتمال وقوع الحدث = $\frac{١}{٦}$

ب- ∵ ترجيح الحدث هو ٤ : ٣

∴ عدد نواتج وقوع الحدث = ٤

عدد نواتج عدم وقوع الحدث = ٣

∴ عدد النواتج الممكنة = ٤ + ٣

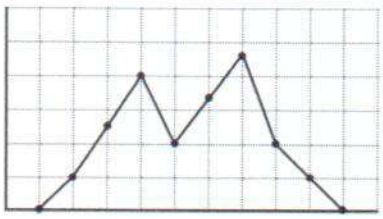
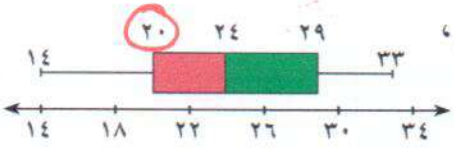
= ٧

∴ احتمال وقوع الحدث = $\frac{٤}{٧}$

صفوة معلمي الكويت

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أوّلًا : في البنود التالية ، ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ طول الفئة (٦ - ١٠) هو ٤	(أ)	(ب)
٢ أسلوب التمثيل في الشكل المجاور هو المدرَّج التكراري . 	(ب)	(أ)
٣ في مخطَّط الصندوق ذي العارضتين المقابِل ، الأرباعي الأدنى لهذه البيانات هو ٢٠ 	(أ)	(ب)
٤ عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ ، يفوز عيد بنقطة إذا ظهر عدد أولي ، ويفوز فهيد بنقطة إذا ظهر عدد زوجي ، فإن هذه اللعبة عادلة .	(أ)	(ب)

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٥ مركز الفئة الثالثة هو :

	١	٢	٣	٤
الفئات	١٤ -	١٨ -	٢٢ -	٢٦ -
التكرار	٦	١٨	١٨	١٠

(أ) ١٨ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٢ (د) ٢٤

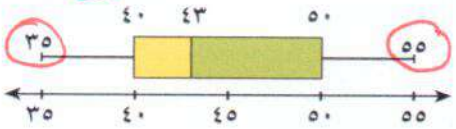
٦ في البيانات الإحصائية إذا كان مركزا فئتين متتاليتين هما ١٥ ، ٢٥ على الترتيب ، فإنّ طول الفئة يساوي :

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

صفوة معلمي الكويت

H.L.

٧ في مخطَّط الصندوق ذي العارضتين المقابل ، المدى لهذه البيانات هو :



٥٥ - ٣٥ = ٢٠

(أ) ٥٠ (ب) ٤٣ (جـ) ٤٠ (د) ٢٠

---

٨ إذا كان الترجيح لحدث ما يساوي ٢ : ٣ فإن احتمال وقوع هذا الحدث يساوي :

وقوع الحدث ← ٢ ، لا عدم وقوع الحدث

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

احتمال وقوع الحدث ← كل النواتج

٢ + ٣ = ٥

---

٩ إذا كان احتمال وقوع حدث ما $\frac{٧}{١١}$ فإن ترجيح هذا الحدث هو :

وقوع الحدث ← ٧ ، كل النواتج الممكنة ← ١١

∴ عدم وقوع الحدث = ١١ - ٧ = ٤

(أ) ٤ : ٧ (ب) ٤ : ١١ (جـ) ٧ : ٤ (د) ٧ : ١٨

وقوع الحدث ← ٧ ، لا عدم وقوع الحدث

---

١٠ ترجيح ظهور العدد (٣ أو ٤) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة هو :

(أ) ١ : ٣ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٢ : ١ (د) ٣ : ٤

$\frac{٢}{٤}$ ← ٢ ÷ ٢ ، ٤ ÷ ٢

١ : ٢

صفوة معلمي الكويت