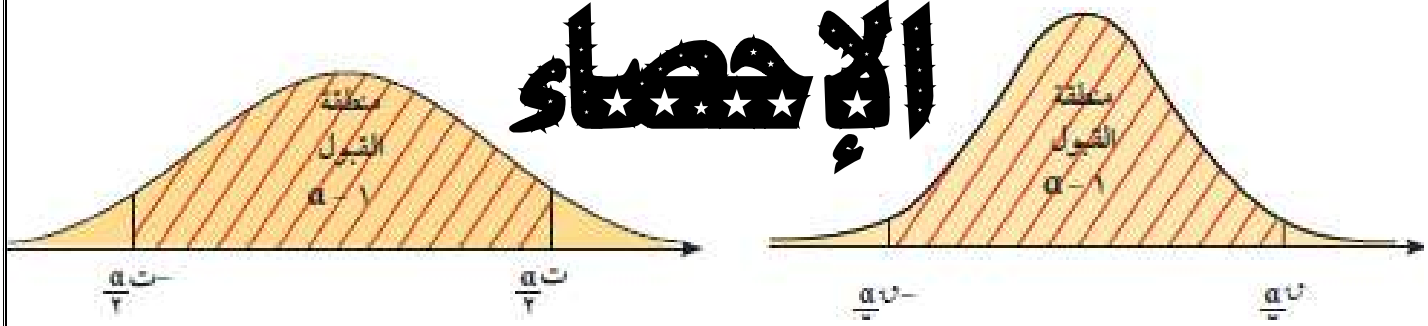
الصف الثاني عشر أدبي

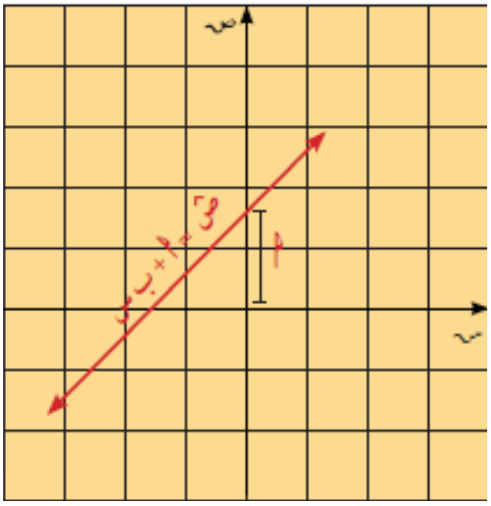
دفتر الطالب

الإحصاء



مدرسة أحمد البشر الرومي الثانوية بنين

الفصل الدراسي الأول



العام الدراسي

٢٠٢٤ \ ٢٠٢٥ م

إعداد رئيس القسم:

أ . محمود حامد العلو

مدير المدرسة: أ. صلاح عباس الناصر

ملاحظة: أوراق العمل هذه تقويمية لا تغني عن الكتاب المدرسي وكراسة التمارين

أسم الطالب: .....، الصف: ١٢ د/ .....

صفوة معلمي الكويت

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
مدرسة أحمد البشر الرومي الثانوية

ورقة متابعة دفتر طالب

الصف: .....

قسم الرياضيات

العام الدراسي: ٢٠٢٤ \ ٢٠٢٥ م

اليوم و التاريخ	ملاحظات المعلم	توقيع ولي الأمر

معلم الفصل

.....

رئيس القسم

محمود حامد العلو

صفوة معلمي الكويت

الكتاب الاول

"مادة الإحصاء"

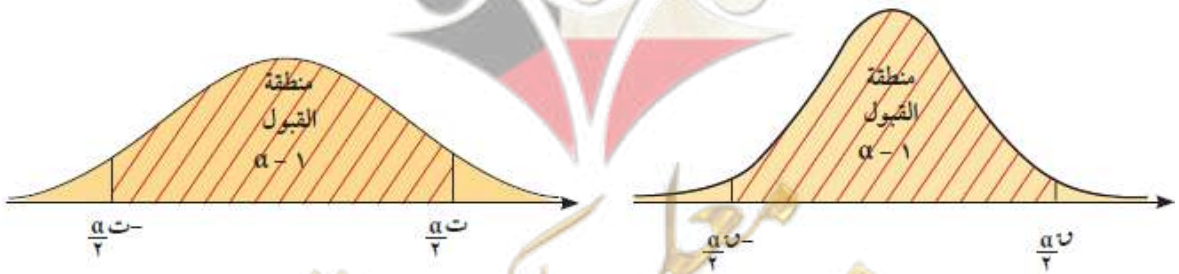
الوحدة الاولى

التقدير واختبارات الفروض

Estimation and Hypotheses Testing

الانحراف المعياري (σ)	حجم العينة (ن)	هامش الخطأ (هـ)	فترة الثقة ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ)
معلوم	ن < ٣٠ أو ن ≥ ٣٠	$هـ = ث_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$	$(\overline{س} - ث_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} ، \overline{س} + ث_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}})$
غير معلوم (نستبدل σ بـ ع)	ن < ٣٠	$هـ = ث_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$	$(\overline{س} - ث_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}} ، \overline{س} + ث_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}})$
	ن ≥ ٣٠	$هـ = ت_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$	$(\overline{س} - ت_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}} ، \overline{س} + ت_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}})$

الانحراف المعياري (σ)	المقياس الإحصائي (ث أو ت)	حجم العينة (ن)
معلوم	$ث = \frac{\overline{س} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}}$	لا يشترط حجم معين للعينة
غير معلوم (نستبدل σ بـ ع)	$ث = \frac{\overline{س} - \mu}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$	ن < ٣٠
	$ت = \frac{\overline{س} - \mu}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$	ن ≥ ٣٠



رئيس القسم: محمود حامد العلو

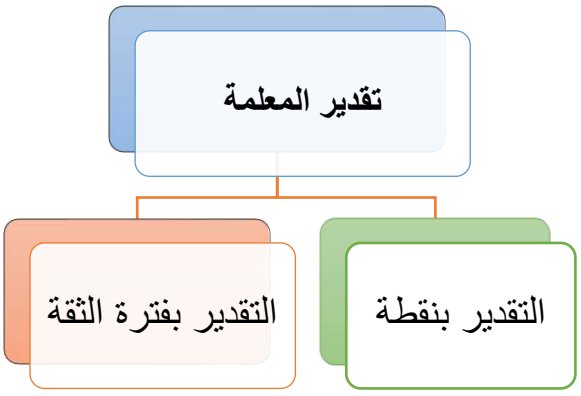
أوراق متابعة الوحدة الأولى (التقدير واختبارات الفروض)

التقدير

المعلمة: هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالمتوسط الحسابي (μ) أو الانحراف المعياري (σ).

الإحصاءة: هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي ($\overline{س}$) أو الانحراف المعياري (ع).

تقدير المعلمة: هو إحصاءة تعتمد على قيم العينة وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه.



@@@@@@@@@@@@@@@@@

التقدير بنقطة

التقدير بنقطة: هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة مجهولة من معالم المجتمع.

أي : $\overline{س} = \mu$

$ع = \sigma$

صفوة معلمي الكويت

التقدير بفترة الثقة

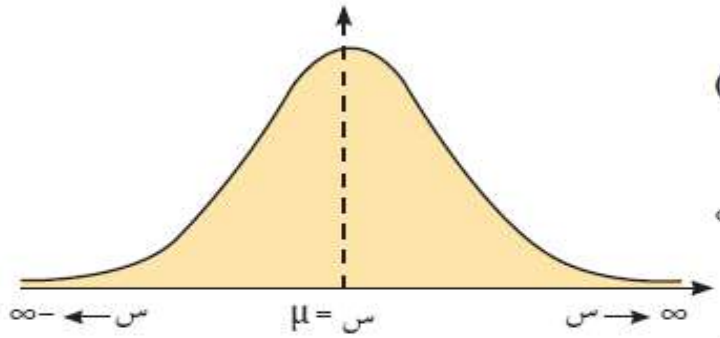
فترة الثقة:

هي فترة طرفاها متغيران عشوائيان (أي أنها فترة عشوائية) تستخدم لتقدير إحدى معالم المجتمع.

يرمز لمستوى الثقة ١٠٠٪ (١ – α) حيث (١ – α) هو معامل مستوى الثقة ، و (α) هي نسبة الخطأ في التقدير.

منحنى التوزيع الطبيعي Curve of Normal Distribution

تعرفنا فيما سبق على بيان منحنى التوزيع الطبيعي، وعلمنا من خواص التوزيع الطبيعي ما يلي:



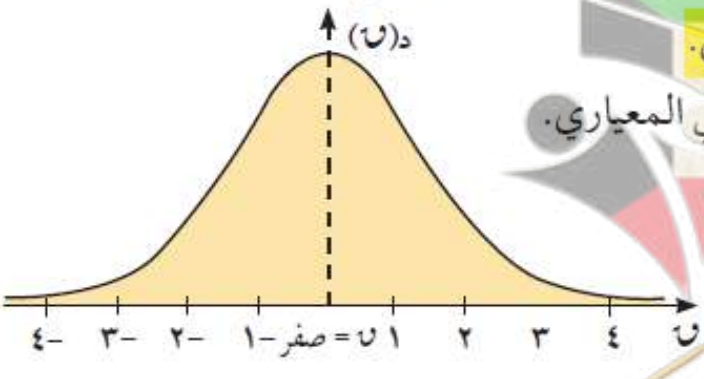
- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكون بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره (س = μ).
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى +∞ وإلى -∞ (لا يقطع المحور الأفقي).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).

المستقيم الرأسي س = μ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى منطقتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصف وحدة مساحة كما في الشكل.

منحنى التوزيع الطبيعي المعياري Curve of Standard Normal Distribution

إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي μ = صفر والانحراف المعياري σ = ١

يسمى التوزيع الطبيعي **بالتوزيع الطبيعي المعياري**.



الشكل المرسوم يمثّل بيان منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.

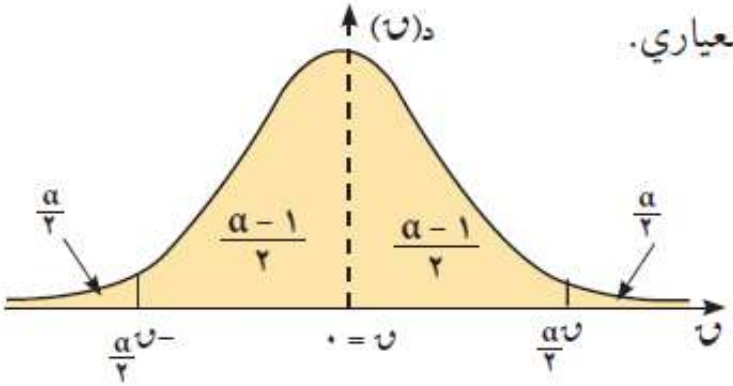
المستقيم ن = صفر هو محور التماثل للمنحنى.

تأخذ ن قيم موجبة وتزداد جهة اليمين بينما تأخذ ن قيمًا سالبة وتنقص جهة اليسار.

صفوة تعلمي الكويت

القيمة الحرجة

الشكل المرسوم يبيّن منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.



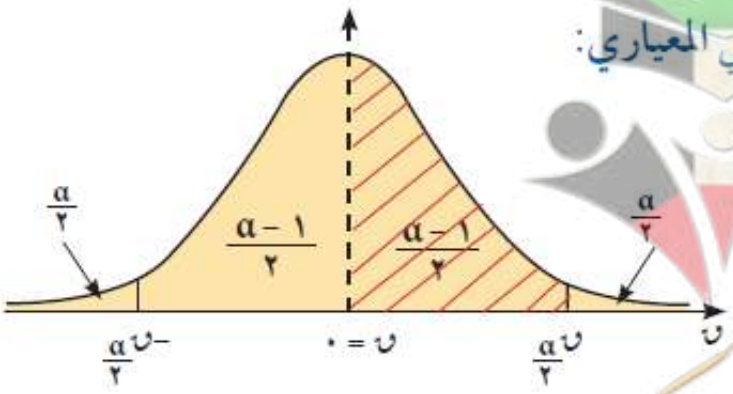
- نعلم أن المساحة تحت المنحنى الطبيعي تساوي الواحد (وحدة المساحة) ولتمثيل (α−١) من المساحة الكلية تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري نحصر هذه المساحة بين حدين رأسيين متساويي البعد عن المحور الرأسي كما هو موضّح في الشكل.

نلاحظ أن المحور الرأسي يقسم المساحة (١ − α) إلى نصفين كل منهما يساوي $\frac{\alpha - ١}{٢}$.

تكون المساحة المتبقية من المساحة الكلية هي α موزعة على طرفي المنحنى بالتساوي كل منها يساوي $\frac{\alpha}{٢}$.

- نعبّر عن الحدين الرأسيين بالرمز $ن_{\frac{\alpha}{٢}} = ن_{\frac{\alpha - ١}{٢}}$ وبالرمز $-ن_{\frac{\alpha}{٢}} = -ن_{\frac{\alpha - ١}{٢}}$، حيث $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ يفصل مساحة $\frac{\alpha}{٢}$ من ذيل الطرف الأيمن ومساحة $\frac{\alpha - ١}{٢}$ من المستقيم ن = صفر، بينما $-ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ يفصل مساحة $\frac{\alpha}{٢}$ من ذيل الطرف الأيسر ومساحة $\frac{\alpha - ١}{٢}$ من المستقيم ن = صفر.
- تسمى القيمة الموجبة $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ بالقيمة الحرجة (Critical Value).

إيجاد القيمة الحرجة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري:



لإيجاد قيمة $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة للمساحة تحت المنحنى نحسب المساحة $\frac{\alpha - ١}{٢}$ التي تقع على يسار $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ ويمين الصفر أي في الفترة $[٠ ، ن_{\frac{\alpha}{٢}}]$ ثم نكشف عنها في الجدول المرفق في نهاية الوحدة حيث العمود الأول قيم ن ابتداءً من ٠,٠ وحتى ٣,١٠ وأكثر. والصف الأول يمثل الأجزاء من المئة لقيم ن، ومنه يمكن تحديد قيمة $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$.

مثال (2) صفحة16 :

اوجد القيمة الحرجة و $\frac{\alpha}{٢}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ ، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

حاول أن تحل (2) صفحة 16 :

اوجد القيمة الحرجة و $\frac{\alpha}{٢}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٧٪ ، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

صفوة معلمي الكويت

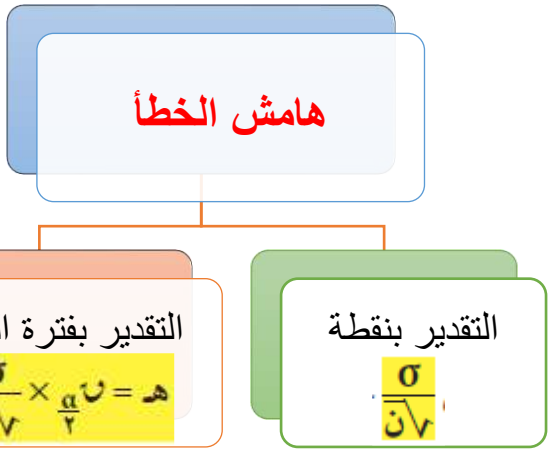
مثال (3) صفحة16 :

اوجد القيمة الحرجة $و_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٠٪ ، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

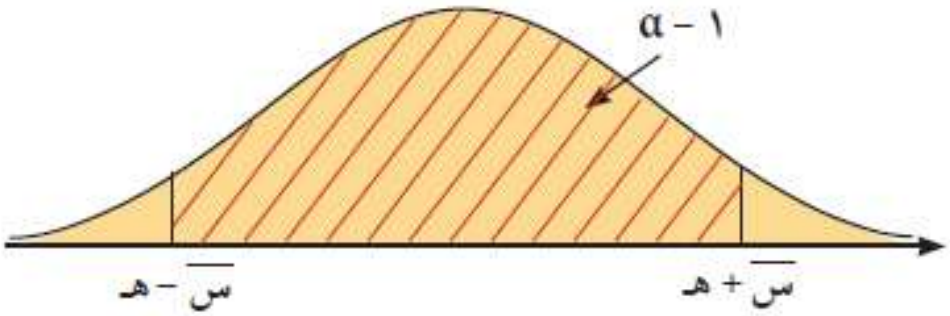
حاول أن تحل (3) صفحة 16 :

اوجد القيمة الحرجة $و_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٩٪ ، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

صفوة معلمي الكويت



وعليه تكون فترة الثقة هي $(\overline{س} - هـ ، \overline{س} + هـ)$



صفوة معلمي الكويت

التقدير بفترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ

أولاً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 معلوم

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 معلومة حيث ن < ٣٠ أو ن ≥ ٣٠

١ نوجد القيمة الحرجة $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦.

٢ نوجد هامش الخطأ هـ $= ن_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

٣ نوجد فترة الثقة $(\overline{س} - هـ ، \overline{س} + هـ)$.

تفسير فترة الثقة:

فمثلًا عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن) وفي كل مرة نحسب $\overline{س}$ وفترة الثقة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي μ الحقيقية و٥ فترات لا تحويها.

صفوة معلمي الكويت

مثال (4) صفحة19 :

أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم العينة ن = ٤٠ ، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث σ = ١٢,٥ والمتوسط الحسابي $\bar{س}$ = ٧٦,٣ . باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (4) : صفحة 19

إذا أجريت الدراسة على عينة أخرى من الإناث حجمها ن = ١٠٠، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث σ = ٣,٦ والمتوسط الحسابي $\bar{س}$ = ١٨,٤ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

صفوة معلمي الكويت

مثال (5) صفحة 20 :

أجريت دراسة لعينة من ١٨ طالبا حول متوسط عدد ساعات استخدام الألواح الذكية (TABLETS) أسبوعيا .

فإذا كان الانحراف المعياري ١,٨ = σ والمتوسط الحسابي $\bar{س}$ = ١٥ . باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪.

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (5) صفحة 20 :

أجريت دراسة لعينة من ٢٤طالبا حول متوسط عدد ساعات مشاهدة التلفزيون أسبوعيا ، فإذا كان الانحراف المعياري $\sigma = ٢,٥$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{س} = ٢١$ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

صفوة معلمي الكويت

ثانياً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 غير معلوم وحجم العينة ن > ٣٠

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 غير معلومة حيث ن > ٣٠

١ نوجد القيمة الحرجة $ن_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦

٢ نوجد هامش الخطأ هـ = $ن_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

٣ نوجد فترة الثقة $(\overline{س} - هـ ، \overline{س} + هـ)$.

صفوة معلمي الكويت

مثال (6) صفحة 21 :

عينة عشوائية حجمها ٣٦ ، فاذا كان المتوسط الحسابي للعينة ٦٠ وتباينها ١٦ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

حاول أن تحل (6) : صفحة 22

اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها ن = ٨١ ومتوسطها الحسابي $\bar{س}$ = ٥٠ وانحرافها المعياري ع = ٩ باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

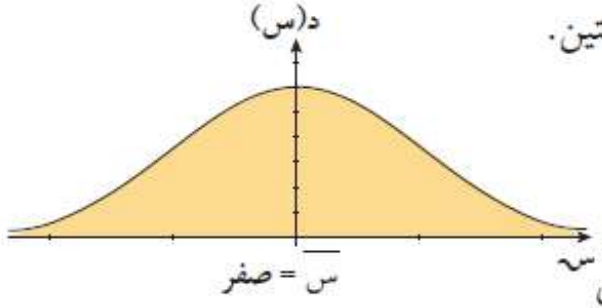
٣) فسر فترة الثقة.

صفوة معلمي الكويت

ثالثاً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 غير معلوم وحجم العينة ن ≥ ٣٠

خواص التوزيع ت

١ توزيع متماثل حول متوسطه الحسابي والذي يساوي صفرًا، ويمتد إلى ∞ من جهة اليمين وإلى −∞ من جهة اليسار ويزداد قربًا من الصفر في الجهتين.



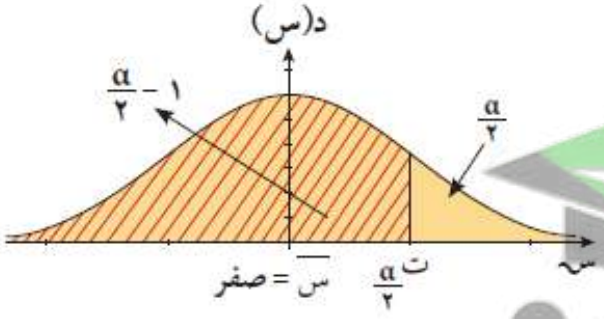
٢ انحرافه المعياري أكبر من الواحد.

٣ يعتمد هذا التوزيع على درجات الحرية والتي تساوي (حجم العينة − ١) أي (ن − ١).

٤ التوزيع ت يشبه التوزيع الطبيعي إلّا أن قمته أكثر انخفاضًا من التوزيع الطبيعي.

٥ كلما زادت درجات الحرية اقترب هذا التوزيع من التوزيع الطبيعي ويقترب انحرافه المعياري إلى الواحد الصحيح.

إيجاد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت.



- لإيجاد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت حيث يبيّن العمود الأول قيم درجات الحرية (ن − ١) وتبدأ من ١ إلى ٣٠ وأكثر والصف الأول يمثّل قيم $\frac{\alpha}{٢}$ ومنه يمكن تحديد $ت_{\frac{\alpha}{٢}} = ت_{١ - \frac{\alpha}{٢}}$.

صفوة معلمي الكويت

مثال (7) صفحة 23 :

اخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها ن = ٢٣ من مجتمع طبيعي.

اوجد القيمة الحرجة ت $_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة لمستوي ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع ت.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل (7) صفحة 23 :

اخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها ن = ٢٠ من مجتمع طبيعي.

اوجد القيمة الحرجة ت $_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة لمستوي ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع ت.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 غير معلومة، ن $\geq$ ٣٠

١ نوجد درجات الحرية (ن − ١).

٢ نوجد القيمة الحرجة $ت_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لدرجة ثقة ٩٥٪ من جدول توزيع ت.

٣ نوجد هامش الخطأ هـ = $ت_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

٤ نوجد فترة الثقة ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ).

صفوة معلمي الكويت

مثال (8) صفحة25 :

اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها ن = ٢٥ ، فاذا كان الانحراف المعياري للعينة (ع) يساوي ١٠ ومتوسطها الحسابي $\bar{س}$ يساوي ١٥ . استخدم مستوى الثقة ٩٥٪ . لإيجاد:

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (8) صفحة 25 :

اوجد فترة ثقة ٩٥٪ للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ. علما ان العينة اخذت من مجتمع طبيعي ،

إذا كان لدينا: $\bar{س}$ = ٨,٤ ، ع = ٢,٣ ، ن = ١٣.

صفوة معلمي الكويت

مثال (9) صفحة 26 :

اخذت عينة عشوائية حجمها ن = ٦٠ ، فاذا كان الانحراف المعياري للعينة (ع) يساوي ١٨ ، ومتوسطها الحسابي $\bar{س}$ يساوي ٣٦ . استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ . لإيجاد:

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (9) : صفحة 26

اخذت عينة عشوائية من ٢٠ نبتة لدراسة نموها . فإذا كان متوسط النمو = ٣٦ سم ، خلال عام والانحراف المعياري للعينة ٤,٦ سم ، استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ لإيجاد:

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

صفوة معلمي الكويت

اختبارات الفروض الاحصائية

تعريف الفرض الإحصائي:

هو ادعاء معين مبنى على حيثيات معقولة حول معلمة من معالم المجتمع مثل المتوسط الحسابي μ أو الانحراف المعياري σ .

تعريف المقياس الاحصائي:

هو قيمة وحيدة محسوبة من العينة تحت شروط معينة.

تعريف اختبارات الفروض الاحصائية (اختبار المعنوية):

هي طريقة معيارية لاختبار ادعاء ما حول معلمة من معالم المجتمع.

فرض العدم والفرض البديل

فرض العدم (ف.) : يفيد بأن قيمة معلمة المجتمع (مثال المتوسط الحسابي μ) تساوي قيمة مزعومة نختبر فرض العدم مباشرة أي نفترض بأنه صحيح ونتوصل إلى خلاصة برفض أو عدم رفض **(ف.)**

الفرض البديل (ف١) : يفيد بأن للمعلمة قيمة تختلف نوعاً ما عن فرض العدم **(ف.)**.

يضم الشكل الرمزي للفرض البديل أحد هذه الرموز : $>$ أو $<$ أو $\neq$.

وستقتصر دراستنا على الحالة $\neq$. فمثلاً : ف. : μ = ٩٨,٦ , ف١ : $\mu \neq$ ٩٨,٦.

صفوة معلمي الكويت

الخطوات المتبعة لإجراء اختبار الفروض الإحصائية:

١ صياغة الفروض الإحصائية (فرض العدم ف$_{٠}$ والفرض البديل ف$_{١}$).

٢ التحقق من الانحراف المعياري للمجتمع σ (معلوم أم غير معلوم) وتحديد حجم العينة (ن) ومن ثم إيجاد المقياس الإحصائي للاختبار (ن أو ت)، (مسترشدًا بالجدول التالي):

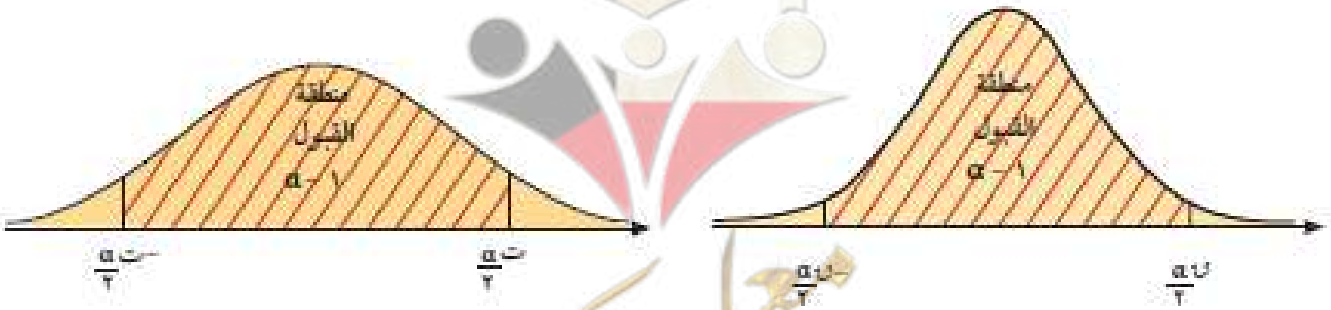
الانحراف المعياري (σ)	المقياس الإحصائي (ن أو ت)	حجم العينة (ن)
معلوم	$ن = \frac{\overline{س} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}}$	لا يشترط حجم معين للعينة
غير معلوم (نستبدل σ بـ ع)	$ن = \frac{\overline{س} - \mu}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$	ن > ٣٠
	$ت = \frac{\overline{س} - \mu}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$	ن ≤ ٣٠

٣ تحديد مستوى المعنوية α وحساب القيمة الجدولية $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ من جدول التوزيع الطبيعي المعياري أو القيمة الجدولية $ت_{\frac{\alpha}{٢}}$ من جدول ت ذي درجات حرية.

٤ تحديد منطقة القبول: $\left(-ن_{\frac{\alpha}{٢}}، ن_{\frac{\alpha}{٢}}\right)$ أو $\left(-ت_{\frac{\alpha}{٢}}، ت_{\frac{\alpha}{٢}}\right)$ كما هو موضّح بالشكل.

٥ اتخاذ القرار الإحصائي (قبول فرض العدم) أو (رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل).

ملاحظة: سنقتصر دراستنا على مستوى ثقة ٩٥٪



صفوة تعلمي الكويت

مثال (1) صفحة29 :

تزعم شركة أن متوسط رواتب موظفيها يساوي ٤٠٠٠ دينار كويتي. إذا أخذت عينة من ٢٥ موظفاً، ووجد أن متوسط رواتب العينة هو ٣٩٥٠ ديناراً كويتياً فإذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع σ = ١٢٥ ديناراً.

وضح كيفية إجراء الاختبار الاحصائي بمستوى ثقة ٩٥٪.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (1) صفحة 29 :

يزعم صانع إطارات أن متوسط عمر الإطارات التي يصنعها μ = ٢٥٠٠٠ كم ، إذا اخذت عينة عشوائية من ١٥ اطاراً وأظهرت ان متوسطها الحسابي $\bar{س}$ = ٢٧٠٠٠ كم. إذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع σ = ٥٠٠٠ كم .

فوضح كيفية إجراء الاختبار الاحصائي بمستوى ثقة ٩٥٪.

مثال (2) : صفحة 30

بينت الدراسة أن قوة تحمل أسلاك معدنية لها متوسط حسابي μ = ١٨٠٠ كجم مع انحراف معياري σ = ١٥٠ كجم.

ويؤكد الأخصائيون في المصنع المنتج لهذه الأسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل هذه الأسلاك، وتأكيداً على ذلك تم اختبار عينة من ٤٠ سلكاً ، فتبين أن متوسط تحمل هذه الأسلاك يساوي ١٨٤٠ كجم.

هل يمكن قبول مثل هذا الفرض بمستوى معنوية α = ٠,٠٥ ؟

حاول أن تحل (2) صفحة 30 :

متوسط العمر لعينة من ١٥٠ مصباحاً كهربائياً مصنعة في أحد المصانع هو $\bar{س}$ = ١٥٨٠ ساعة ، بانحراف معياري σ = ١٢٥ ساعة ، يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر μ = ١٦٢٠ ساعة.

اختبر الفرض μ = ١٦٢٠ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq$ ١٦٢٠ ساعة. باختيار بمستوى معنوية α = ٠,٠٥ ؟

مثال (3) صفحة 31 :

إذا كانت ن = ٨٠ ، $\bar{س}$ = ٣٧,٢ ، ع = ١,٧٩ .

اختبر الفرض بأن μ = ٣٧ عند مستوى معنوية α = ٠,٠٥

حاول أن تحل (3) : صفحة 31

متوسط العمر لعينة من ١٠٠ مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع هو $\bar{س}$ = ١٥٧٠ ساعة ، بانحراف معياري ع = ١٢٠ ساعة ، يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر μ = ١٦٠٠ ساعة للمصابيح المصنعة في المصنع.

اختبر صحة الفرض μ = ١٦٠٠ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq$ ١٦٠٠ ساعة. وباختيار بمستوى معنوية α = ٠,٠٥ ؟

مثال (4) صفحة32 :

يعتقد مدير شركة دراسات احصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي ٢٩٠ ديناراً كويتياً. فإذا أخذت عينة عشوائية من ١٠ منازل تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{س}$ = ٢٨٣ ديناراً ، وانحرافها المعياري ع = ٣٢ ديناراً. فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه ؟

استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ (علماً بأن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً).

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (4) صفحة 32 :

في المثال (٤) ، إذا أجريت دراسة إحصائية أخرى على المدينة ذاتها وتبين من خلالها أن الحسابي $\bar{س}$ = ٢٩٦، ع = ٥. لعينة من ١٠ منازل مع استخدام درجة الثقة نفسها. فهل يبقى افتراض المدير عند الشركة صحيحاً أم لا؟ وضح اجابتك.

صفوة معلمي الكويت

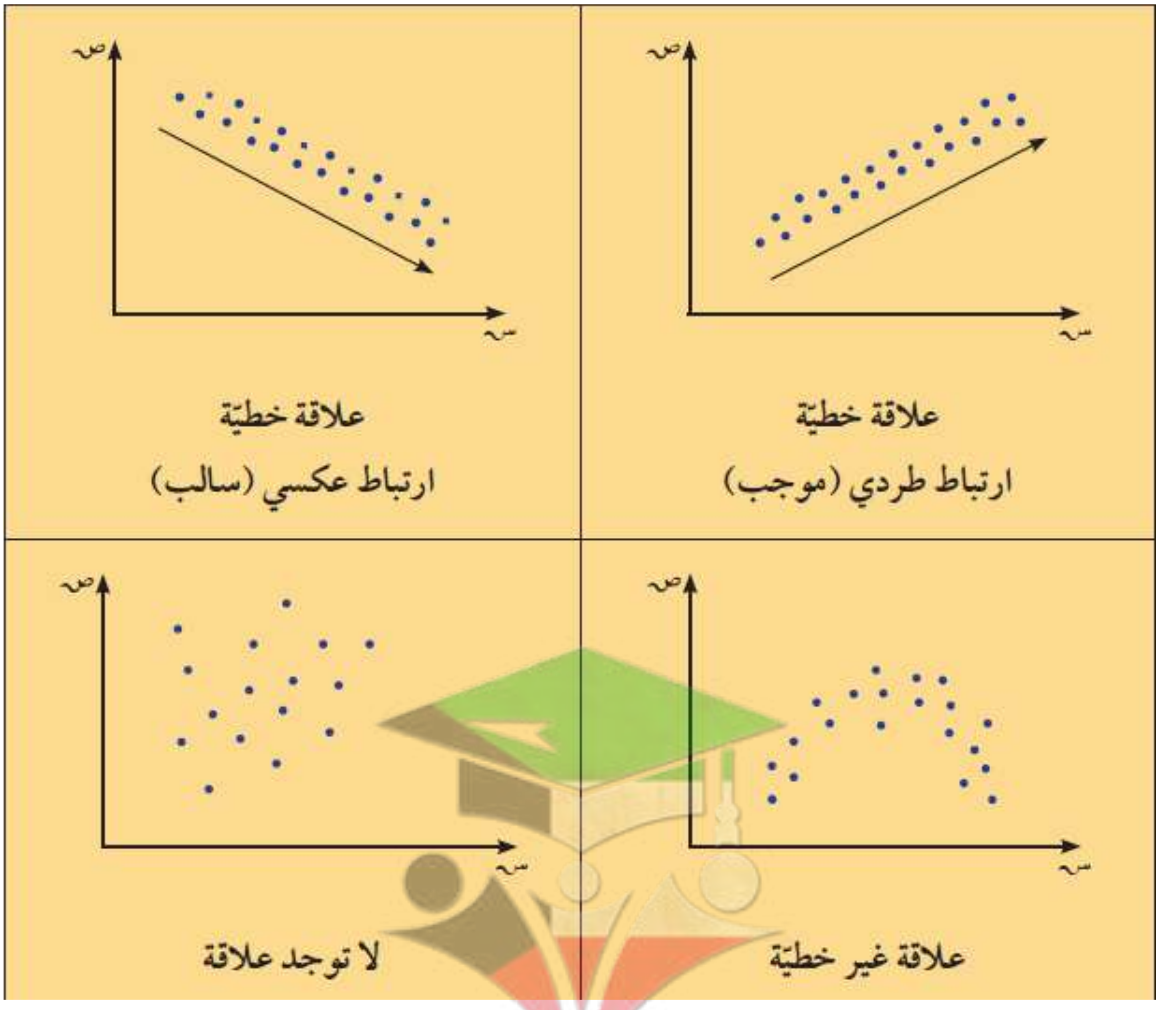
الكتاب الاول

"مادة الإحصاء"

الوحدة الثانية

الارتباط والانحدار

Correlation and Regression



رئيس القسم: محمود حامد العلو

أوراق متابعة الوحدة الثانية (الارتباط و الانحدار)

الارتباط

الارتباط: هو العلاقة بين متغيرين.

المخطط الانتشاري: هو عباره عن تمثيل بياني لعدد من الازواج المرتبة (س ، ص) تستخدم لوصف العلاقة بين متغيرين

مثال (1) صفحة 41 :

الجدول التالي يوضح العلاقة بين طول اللاعب (س) ومعدل المتابعات (ص) لسبعة لاعبين في مباراة كرة السلة:

س	١٧٠	١٧٥	١٨٠	١٨٥	١٩٠	١٩٥	٢٠٠
ص	٣	٤	٥	٥	٧	١٠	١١

المطلوب: ارسم المخطط الانتشاري.

.....

.....

.....

حاول أن تحل (1) صفحة 41 :

ارسم المخطط الانتشاري الذي يوضح البيانات التالية:

س	١٠٠	١١٠	١٢٠	١٣٠	١٤٠	١٦٠	١٧٠	١٨٠	١٩٠
ص	٢٢	٢٠	٢٠	١٩	١٨	١٧	١٥	١٦	١٤

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أنواع الارتباط

ارتباط طردي (موجب)

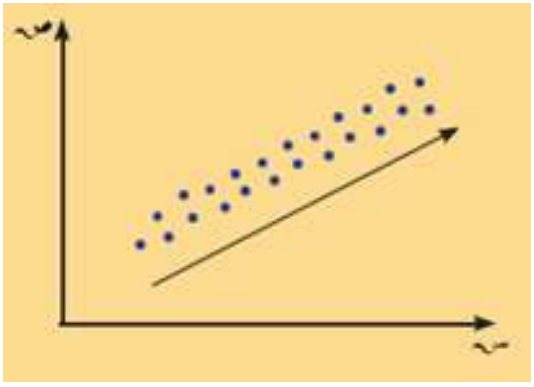
هو علاقة بين متغيرين س ، ص بحيث إذا تغير المتغير المستقل س فإن المتغير التابع ص يتبعه في نفس الاتجاه

اي انه كلما زادت قيمة س تزداد قيمة ص

ارتباط عكسي (سالب)

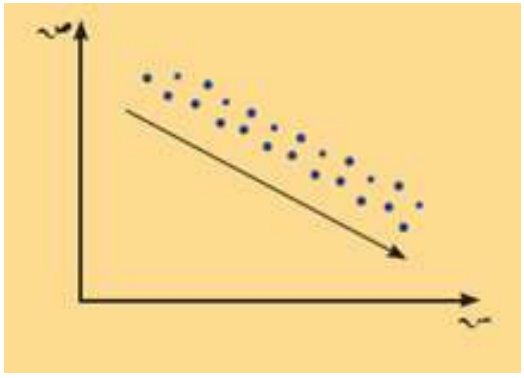
هو علاقة بين متغيرين س ، ص بحيث إذا تغير المتغير المستقل س فإن المتغير التابع ص يتبعه في الاتجاه المعاكس

اي انه كلما زادت قيمة س تتناقص تبعا لها قيمة ص



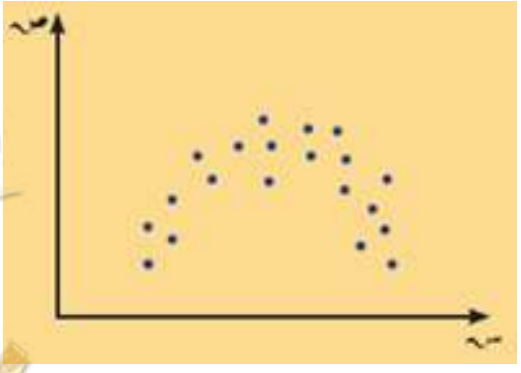
علاقة خطية

ارتباط طردي موجب

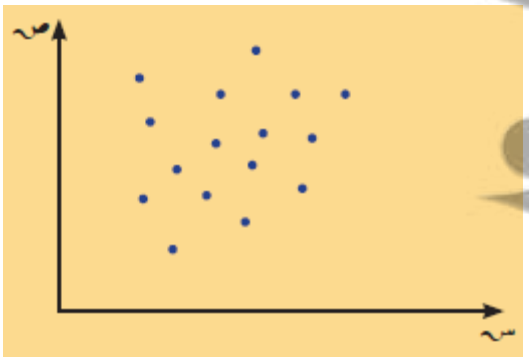


علاقة خطية

ارتباط عكسي سالب



علاقة غير خطية



لا توجد علاقة

صفوة معلمي الكويت

معامل الارتباط الخطي

معامل الارتباط الخطي:

هو عبارة عن مقياس عددي لقوة العلاقة بين متغيرين يمثلان بيانات كمية، حيث **-١ ≤ ر ≤ ١** .

خواص معامل الارتباط (ر):

١) $-١ \leq ر \leq ١$ أو $ر \in [-١ ، ١]$.

٢) إذا كانت $ر = ١$ يكون الارتباط طردي (موجب) تام.

٣) إذا كانت $ر = -١$ يكون الارتباط عكسي (سالب) تام.

٤) إذا كانت $ر = ٠$ ينعدم الارتباط.

٥) إذا كانت $ر \in [٠,٧ ، ١)$ يكون الارتباط طردي (موجب) قوي.

٦) إذا كانت $ر \in [٠,٥ ، ٠,٧)$ يكون الارتباط طردي (موجب) متوسط.

٧) إذا كانت $ر \in (٠ ، ٠,٥)$ يكون الارتباط طردي (موجب) ضعيف.

٨) إذا كانت $ر \in (-٠,٥ ، ٠)$ يكون الارتباط عكسي (سالب) ضعيف.

٩) إذا كانت $ر \in (-٠,٧ ، -٠,٥]$ يكون الارتباط عكسي (سالب) متوسط.

١٠) إذا كانت $ر \in (-١ ، -٠,٧]$ يكون الارتباط عكسي (سالب) قوي.

صفوة معلمي الكويت

معامل ارتباط بيرسون

$$ر = \frac{\sum (س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{\sqrt{\sum (س - \overline{س})^{٢}} \sqrt{\sum (ص - \overline{ص})^{٢}}}$$

$$ر = \frac{ن \sum س ص - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{ن \sum س^{٢} - (\sum س)^{٢}} \sqrt{ن \sum ص^{٢} - (\sum ص)^{٢}}}$$

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢ د /
الموضوع	.....		

مثال (4) صفحة46 :

من الجدول المقابل:

١- اوجد معامل الارتباط ر.

٢- حدد نوع وقوة الارتباط.

س	٧	٤	٢	١	١
ص	٢٣	١٥	٨	٥	٤

.....

.....

.....

.....

	س	ص	س - $\overline{س}$	ص - $\overline{ص}$	(س – $\overline{س}$)^{٢}	(ص - $\overline{ص}$)^{٢}	(س - $\overline{س}$)(ص - $\overline{ص}$)
	٧	٢٣					
	٤	١٥					
	٢	٨					
	١	٥					
	١	٤					
المجموع			-	-			

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢ د /
الموضوع	.....		

مثال (5) صفحة47 :

أوجد معامل الارتباط ر وحدد نوعه وقوته للمتغيرين س ، ص حيث:

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١	١-	٤-	٦-	٥-

.....

.....

.....

.....

س	ص	س - $\overline{س}$	ص - $\overline{ص}$	(س – $\overline{س}$)^{٢}	(ص - $\overline{ص}$)^{٢}	(س - $\overline{س}$)(ص - $\overline{ص}$)
١	١					
٢	١-					
٣	٤-					
٤	٦-					
٥	٥-					
المجموع			-	-		

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

مثال (6) صفحة 48 :

أوجد معامل الارتباط ر وحدد نوعه وقوته للمتغيرين س ، ص حيث:

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٣	٥	٧	٩	١١

.....

.....

.....

.....

	س	ص	س - $\bar{س}$	ص - $\bar{ص}$	(س – $\bar{س}$)^{٢}	(ص - $\bar{ص}$)^{٢}	(س - $\bar{س}$)(ص - $\bar{ص}$)
المجموع			-	-			

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (6) صفحة 48 :

أوجد معامل الارتباط ر وحدد نوعه وقوته للمتغيرين س ، ص حيث:

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٤	٣	٢	١	٠

.....

.....

.....

.....

	س	ص	س - $\overline{س}$	ص - $\overline{ص}$	(س – $\overline{س}$)^{٢}	(ص - $\overline{ص}$)^{٢}	(س - $\overline{س}$)(ص - $\overline{ص}$)
المجموع			-	-			

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (7) صفحة 50 :

من الجدول التالي احسب معامل الارتباط الخطي وبين نوعه وقوته.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٥٩	٦٥	٧٠	٧٢	٨٠	٥٢

.....

.....

س	ص	س ص	$(س)^{٢}$	$(ص)^{٢}$
١				
٢				
٣				
٤				
٥				
٦				
المجموع				

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢ د /
الموضوع	.....		

مثال (8) / صفحة 50 :

احسب معامل الارتباط الخطي للمتغيرين التاليين وبين نوعه وقوته.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٤	٧	٨	٣	٥	٥

.....

.....

س	ص	س ص	$(س)^{٢}$	$(ص)^{٢}$
المجموع				

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (8) صفحة 51 :

احسب معامل الارتباط الخطي للمتغيرين التاليين وبين نوعه وقوته.

س	٢	٣	٤	٤	٥	٦
ص	٩٨	٩٩	٧٥	٤٠	١٠٠	١٥٠

.....

.....

	س	ص	س ص	(س)^{٢}	(ص)^{٢}
المجموع					

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢ د /
الموضوع	.....		

مثال (9) صفحة 51 :

احسب معامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وبين نوعه وقوته.

س	٨	١٥	١٠	١٤	٩	١٢	١٣	١١
ص	٨	١	٦	٢	٧	٤	٣	٥

.....

.....

س	ص	س ص	(س)^{٢}	(ص)^{٢}
المجموع				

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (9) صفحة 52 :

احسب معامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وبين نوعه وقوته.

س	٨	٥	١١	٧	٩	١٢	٦
ص	٤	١	٧	٣	٥	٨	٢

.....

.....

س	ص	س ص	(س)^{٢}	(ص)^{٢}
المجموع				

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

مثال (10) صفحة 52 :

فيما يلي درجات عدد من الطلاب في مادتي الإحصاء (س) والتاريخ (ص)

الإحصاء (س)	٥	١٠	٦	١٥	١١	١٣	١٧	١٢
التاريخ (ص)	١٧	١٧	١٥	٩	١٠	١٠	٦	١٢

١) أوجد معامل الارتباط الخطي.

٢) حدد نوع وقوة الارتباط.

س	ص	س ص	$(س)^{٢}$	$(ص)^{٢}$
المجموع				

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (10) صفحة 53 :

احسب معامل الارتباط الخطي للبيانات التالية وبين نوعه وقوته.

س	١	٣	٨	٧	٦	٥	٧	٨
ص	١٩	١٦	١٦	١٩	١٨	١٧	١١	٩

.....

.....

	س	ص	س ص	(س)^{٢}	(ص)^{٢}
المجموع					

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الانحدار

الانحدار:

هو وصف العلاقة بين متغيرين.

معادلة خط الانحدار :

هي المعادلة الخطية التي يمكن من خلالها التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين إذا علمت قيمة المتغير الآخر.

في الإحصاء معادلة خط انحدار مستقيم تكتب على الصورة : $\hat{ص} = أ + ب س$

حيث (ب) ترمز إلى ميل المستقيم ، | أ | ترمز إلى طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

$$ب = \frac{ن [\Sigma س ص] - [\Sigma س][\Sigma ص]}{ن [\Sigma س^{٢}] - [\Sigma س]^{٢}} \quad ، \quad أ = \bar{ص} - ب \bar{س} \quad ، \quad \bar{ص} = \frac{\Sigma ص}{ن} \quad ، \quad \bar{س} = \frac{\Sigma س}{ن}$$

خطوات إيجاد معادلة خط الانحدار: $\hat{ص} = أ + ب س$

١. تعيين قيمة ب

٢. تعيين قيمة أ

٣. نكتب معادلة خط الانحدار: $\hat{ص} = أ + ب س$

٤. التنبؤ بقيمة ص إذا علمت قيمة س

٥. تحديد مقدار الخطأ في التنبؤ.

مقدار الخطأ = |القيمة الجدولية – القيمة التي تحقق معادلة الانحدار|

$= |ص_{س} - \hat{ص}_{س}|$

صفوة معلمي الكويت

مثال (1) صفحة 56 :

سقطت كرة من ارتفاع ٥٠ متراً ، وتم تسجيل المسافات (بالمتر) التي قطعتها هذه الكرة كل ٠,٥ ثانية لمدة ثلاث ثواني.

فاتت النتائج كما يوضح الجدول التالي:

الوقت (س)	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥	٣
المسافة (ص)	٠	١,٢	٤,٩	١١	١٩,٥	٣٠,٥	٤٤

أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

ب) قدر قيمة المسافة ص عندما س = ٤.

جـ) أوجد مقدار الخطأ في المسافة عندما س = ٢,٥ ثانية.

الحل:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

س	ص	س ص	$(س)^{٢}$
٠	٠		
٠,٥	١,٢		
١	٤,٩		
١,٥	١١		
٢	١٩,٥		
٢,٥	٣٠,٥		
٣	٤٤		
المجموع			

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢ د /
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (1) صفحة 58 :

في الجدول التال: المتغير س هو تكلفة انتاج فيلم سنيمائي (بملايين الدولارات) والمتغير ص هو مردود هذا الفيلم.

التكلفة (س)	٦٢	٩٠	٥٠	٣٥	٢٠٠	١٠٠	٩٥
المردود (ص)	٦٥	٦٤	٤٨	٥٧	٦٠١	١٤٦	٤٧

أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

ب) قدر مردود فيلم بلغت تكلفته ٥٥ مليون دولار.

جـ) أوجد مقدار الخطأ لفيلم بلغت تكلفته ٩٠ مليون دولار.

الحل:

س	ص	س ص	$(س)^{٢}$
٦٢	٦٥		
٩٠	٦٤		
٥٠	٤٨		
٣٥	٥٧		
٢٠٠	٦٠١		
١٠٠	١٤٦		
٩٥	٤٧		
المجموع			

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

صفوة معلمي الكويت

مثال (3) صفحة 60 :

باستخدام البيانات التالية لقيم س ، ص.

س	١	٣	٥	٧	٩
ص	٢	٥	٩	١٠	١٤

أوجد:

أ) معادلة خط الانحدار.

ب) قيمة ص عندما س = ١٠.

جـ) مقدار الخطأ عندما س = ٥.

الحل:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

	س	ص	س ص	$(س)^{٢}$
	١	٢		
	٣	٥		
	٥	٩		
	٧	١٠		
	٩	١٤		
المجموع				

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (3) صفحة 61 :

من الجدول التالي.

س	٤	٥	٨	٩	١٠	١٢
ص	٢	٤	٥	٨	٦	١١

أوجد:

أ) معادلة خط الانحدار.

ب) **من المعادلة** قيمة ص عندما س = ١٠.

جـ) مقدار الخطأ عندما س = ١٠.

الحل:

	س	ص	س ص	$(س)^{٢}$
المجموع				

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

صفوة معلمي الكويت

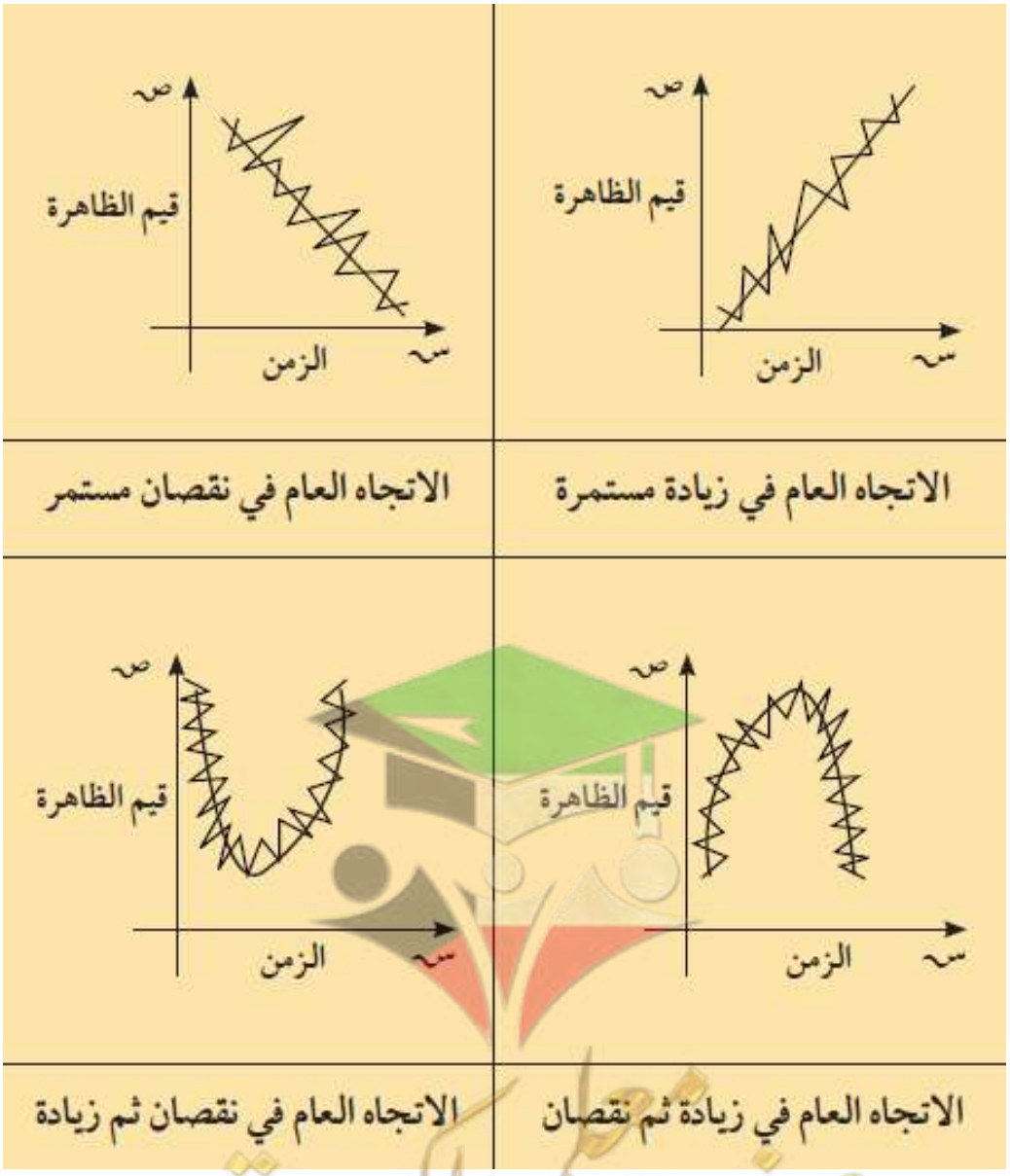
الكتاب الاول

"مادة الإحصاء"

الوحدة الثالثة

السلاسل الزمنية

Time Series



رئيس القسم: محمود حامد العلو

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

أوراق متابعة الوحدة الثالثة (السلاسل الزمنية)

السلسلة الزمنية

تعريف السلسلة الزمنية : هي مجموعة القيم التي تأخذها ظاهرة ما في فترات زمنية غالبا ما تكون متساوية ومتعاقبة.

مثال (1) صفحة 67 :

يبين الجدول التالي متوسط العمر (ص) في إحدى الدول خلال السنوات (س) من سنة ٢٠٠٤ إلى سنة ٢٠١١.

الزمن (س)	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
العمر(ص)	٧٤	٧٤	٧٥	٧٥	٧٥	٧٦	٧٦	٧٧

١) مثل بيانيا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه.

٢) ما نوع العلاقة بين متوسط العمر والزمن؟

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (1) : صفحة 67

في الجدول التالي متغيرين: الزمن (س) بالسنوات، وعدد الولادات (ص) بالآلاف.

الزمن	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
عدد الولادات	٤٢	٤٢	٤٣	٤٥	٤٧	٥١	٥٣	٥٥	٥٥

١) مثل بيانيا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه

٢) ما نوع العلاقة بين عدد الولادات والزمن؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

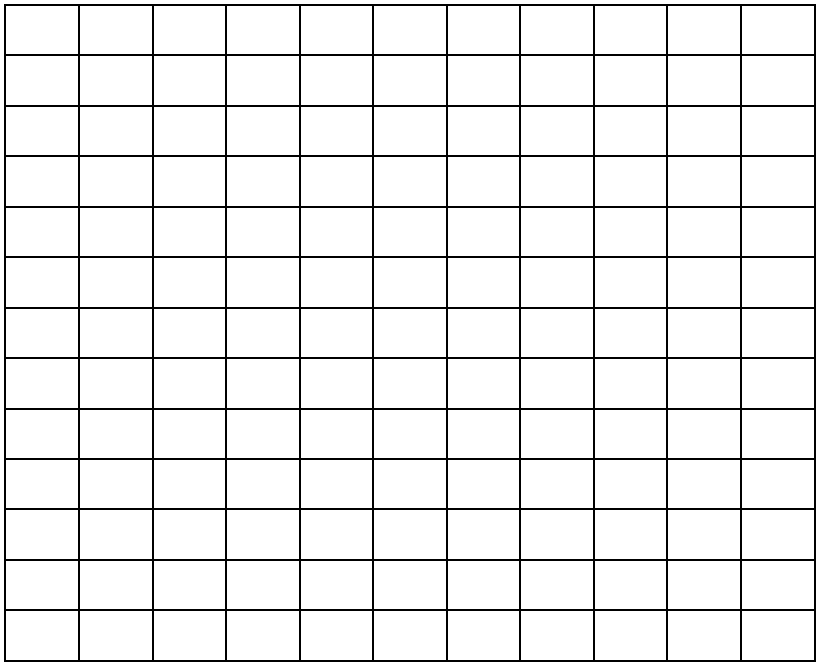
مثال (2) صفحة68 :

يبين الجدول التالي عدد الإصابات بشلل الأطفال (ص) بالآلاف في إحدى الدول خلال السنوات (س) من سنة ١٩٦٠ الى سنة ١٩٦٧.

الزمن (س)	١٩٦٠	١٩٦١	١٩٦٢	١٩٦٣	١٩٦٤	١٩٦٥	١٩٦٦	١٩٦٧
عدد الإصابات (ص)	١٧	١٥	١٤	١٢	١٠	٧	٥	٣

١) مثل بيانيا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه.

٢) ما نوع العلاقة بين عدد الإصابات بشلل الاطفال والزمن؟



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلم الكويت

حاول أن تحل (2) :
صفحة 68

في الجدول التالي متغيرين: الزمن (س) بالسنوات، وعدد الأميين في استخدام الحاسوب في محافظة ما (ص) بالمئات.

الزمن (س)	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
عدد الاميين (ص)	٣١	٢٧	٢٥	٢٥	٢٤	٢٥	٢٣	٢١	١٩

١) مثل بيانيا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه

٢) ما نوع العلاقة بين الأميين في استخدام الحاسوب والزمن؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

عناصر السلسلة الزمنية

عناصر السلسلة الزمنية

الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

هو الاتجاه الذى تأخذه السلسلة الزمنية لحدث ما خلال فترة طويلة من الزمن

التغيرات الموسمية

هى التغيرات التى تتكرربانتظام خلال فترة زمنية أقل من سنة قد تكون نصف سنوية - ربع سنوية - شهرية - أسبوعية

التغيرات الدورية

هى التغيرات للسلسلة الزمنية على فترات طويلة المدى أكثر من سنة

التغيرات العرضية

تغيرات فى الظواهر نتيجة عوامل مفاجئة (غير متوقعة - أمور يصعب التنبؤ بها)

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

مثال (1) صفحة 72 :

يمثل الجدول التالي أرباح احدى الشركات الكبرى بملايين الدنانير من سنة ١٩٨٥ الى سنة ٢٠٠٠.

السنة (س)	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	٩٠	٩١	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	٢٠٠٠
الربح (ص)	١١	١٠	١١	١١	١٢	١	٥	٩	١٠	١١	١٣	١٥	١٦	١٥	١٦	١٧

١) مثل بيانيا على شكل خط منكسر بيانات الجدول أعلاه.

٢) ما نوع التغيرات التي طرأت على أرباح هذه الشركة؟ وما السبب الأبرز لهذه التغيرات؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (1) : صفحة 73

يبين الجدول التالي عدد المنتسبين الى أحد الأندية الرياضية خلال أشهر سنة ٢٠٠٨.

الاشهر (س)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
عدد المنتسبين (ص)	٣٠	٣٢	٤٠	٤١	٥٠	٥٠	٦٠	٧٠	٧٥	٧١	٦٠	٥٥

١) مثل بيانيا السلسلة الزمنية للبيانات الموجودة في الجدول أعلاه.

٢) ما الذي تلاحظه في الرسم البياني؟

٣) برأيك ، ما سبب هذه التغيرات؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢ د /
الموضوع	.....		

مثال (2) صفحة 73 :

يبين الجدول التالي عدد البشوت المباعة في أحد المجمعات التجارية خلال فترة زمنية من أربعة أشهر وعلى امتداد أربع سنوات.

الفترة / السنوات	الأولى	الثانية	الثالثة
٢٠٠٢	١٥٠	٧٠	١٨٠
٢٠٠٣	١٦٥	٨٥	٢١٥
٢٠٠٤	٢٠٥	٩٥	٢٣٠
٢٠٠٥	٢٢٠	١١٠	٢٥٠

١) مثل بيانيا على شكل خط منكسر بيانات الجدول أعلاه.

٢) ما الذي تلاحظه؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

حاول أن تحل (2) : صفحة 74

يبين الجدول التالي مبيعات أحد المؤسسات التجارية (بآلاف الدنانير) خلال كل فصل من فصول السنة الأربعة وعلى امتداد ثلاث سنوات.

السنة / الفصل	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابع
٢٠٠٣	٢٠٢	١٥٠	٥٠	١٠٠
٢٠٠٤	٢١٠	١٧٠	٦٠	١١٠
٢٠٠٥	٢٣٠	١٩٠	٧٥	١٣٠

١) مثل بيانيا على شكل خط منكسر بيانات الجدول.

٢) ما الذي تلاحظه؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢ د /
الموضوع	.....		

مثال (3) صفحة75 :

يبين الجدول التالي مبيعات إحدى الشركات (بمئات آلاف الدنانير) خلال فترة ثماني سنوات موزعة على كل نصف سنة كما في الجدول التالي:

نصف السنة / السنوات	النصف الأولى	النصف الثاني	النصف الثالث	النصف الرابع
٢٠٠١-٢٠٠٢	٥,٨	٥,١	٧,٠	٧,٥
٢٠٠٣-٢٠٠٤	٦,٨	٦,٢	٧,٨	٨,٤
٢٠٠٥-٢٠٠٦	٧,٠	٦,٦	٨,٥	٨,٨
٢٠٠٧-٢٠٠٨	٧,٣	٦,٩	٩,٠	٩,٤

١) مثل بيانيا على شكل منحنى بيانا الجدول أعلاه.

٢) ما الذي تلاحظه بالنسبة للاتجاه العام للسلسلة؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (3) صفحة 76 :

يبين الجدول التالي المسافة التي يركضها (بعشرات الامتار) أحد لاعبي كرة القدم خلال ١٤ دقيقة.

الزمن	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤
المسافة	١٥	٧	٩	٨	٢	٦	١٤	١٥	٧	٩	٨	٢	٦	١٤

١) ارسم بيانيا على شكل منحنى بيانات الجدول أعلاه.

٢) ما الذي تلاحظه بالنسبة للاتجاه العام للسلسلة؟

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلمي الكويت

تحليل السلاسل الزمنية

الخطوات المتبعة لإيجاد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

١ نفرض قيم الزمن (س) باعتباره الفترة الأولى (سنة الأساس) ونعبر عنه بالعدد صفر، الفترة الثانية بالعدد ١، ثم الفترة الثالثة بالعدد ٢، وهكذا ...

٢ نعيّن قيم الثوابت أ، ب كما سبق شرحه حيث:

$$ب = \frac{ن (\sum س ص) - (\sum س)(\sum ص)}{ن (\sum س^{٢}) - (\sum س)^{٢}}$$

$$أ = \overline{ص} - ب \overline{س} \quad \text{حيث: } \overline{ص} = \frac{\sum ص}{ن} ، \overline{س} = \frac{\sum س}{ن}$$

٣ معادلة الاتجاه العام تكتب على الشكل التالي: $\hat{ص} = أ + ب س$

٤ يمكننا التنبؤ بقيمة ص إذا علمت قيمة س.

٥ نحسب مقدار الخطأ:

مقدار الخطأ = |القيمة الجدولية – القيمة التي تحقق معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية|

ونعبر عنه بـ: $|ص_{س} - \hat{ص}_{س}|$.

صفوة معلمي الكويت

مثال (1) صفحة78 :

يبين الجدول التالي عدد الخبراء الاجانب بالآلاف في دولة ما، من سنة ٢٠٠٧ حتى سنة ٢٠١٤.

السنوات (س)	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤
عدد الخبراء (ص)	٠,٥	٠,٧	٠,٨٣	١,٢	١,٥	١,٨	١,٣	١

أ) أوجد معادلة الاتجاه العام لعدد الخبراء الأجانب في الفترة المذكورة أعلاه.

ب) قدر كم سيصبح عدد الخبراء سنة ٢٠١٧.

جـ) أوجد مقدار الخطأ في عدد الخبراء سنة ٢٠١٢.

الحل:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

السنوات	س	ص	س ص	$(س)^{٢}$
٢٠٠٧	٠	٠,٥		
٢٠٠٨	١	٠,٧		
٢٠٠٩	٢	٠,٨٣		
٢٠١٠	٣	١,٢		
٢٠١١	٤	١,٥		
٢٠١٢	٥	١,٨		
٢٠١٣	٦	١,٣		
٢٠١٤	٧	١		
المجموع	-			

.....

.....

.....

.....

.....

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

صفوة معلمي الكويت

مثال (2) صفحة80 :

يبين الجدول التالي التكلفة لإنتاج احدى السلع بالآلف دينار كويتي، من سنة ٢٠٠٦ حتى سنة ٢٠١٣.

السنوات (س)	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣
التكلفة (ص)	١٥	١٦	١٨	١٨	٢٠	٢٢	٢٤	٢٨

أ) أوجد معادلة الاتجاه العام لتكلفة انتاج السلعة.

ب) قدر قيمة التكلفة سنة ٢٠١٧.

جـ) أوجد مقدار الخطأ في سنة ٢٠١١.

الحل:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

السنوات	س	ص	س ص	$(س)^{٢}$
٢٠٠٦	٠			
٢٠٠٧	١			
٢٠٠٨	٢			
٢٠٠٩	٣			
٢٠١٠	٤			
٢٠١١	٥			
٢٠١٢	٦			
٢٠١٣	٧			
المجموع	-			

.....

.....

.....

.....

.....

صفوة معلم الكويت

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (2) صفحة 82 :

يبين الجدول التالي قيم ظاهرة معينة خلال ٧ سنوات.

السنوات (س)	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
قيم الظاهرة (ص)	٣	٥	٨	١٠	١٤	١٦	١٨

أ) أوجد معادلة الاتجاه العام لقيم الظاهرة.

ب) تنبأ بالقيمة المتوقعة للظاهرة سنة ٢٠٠٧.

جـ) أوجد مقدار الخطأ سنة ٢٠٠٣.

الحل:

السنوات	س	ص	س ص	$(س)^{٢}$
١٩٩٨				
١٩٩٩				
٢٠٠٠				
٢٠٠١				
٢٠٠٢				
٢٠٠٣				
٢٠٠٤				
المجموع	-			

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

معلمي الكويت صفوة

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٢د /
الموضوع	.....		

مثال (3) صفحة82 :

الجدول التالي يبين إنتاج احدى شركات السيارات السلع بالألف سيارة ، من سنة ٢٠٠٧ حتى سنة ٢٠١٣.

السنوات (س)	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣
عدد السيارات (ص)	٤٠	٦٠	٧٠	٩٠	١٠٠	١٥٠	١٨٠

أ) أوجد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية.

ب) قدر عدد السيارات المنتجة سنة ٢٠١٦.

جـ) أوجد مقدار الخطأ في سنة ٢٠١١.

الحل:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

السنوات	س	ص	س ص	$(س)^{٢}$
٢٠٠٧				
٢٠٠٨				
٢٠٠٩				
٢٠١٠				
٢٠١١				
٢٠١٢				
٢٠١٣				
المجموع	-			

.....

.....

.....

.....

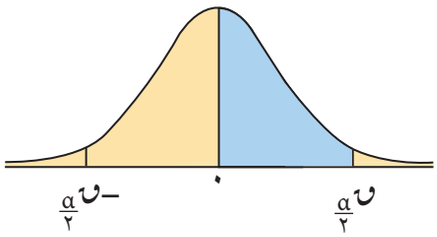
.....

.....

.....

﴿ تمت بحمد الله ﴾

صفوة معلمي الكويت

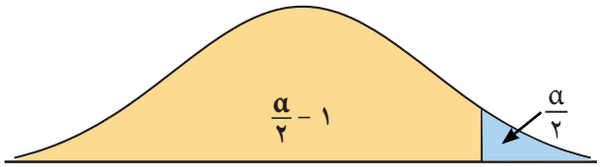


جدول التوزيع الطبيعي المعياري (ن)

ن	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٢٠	٠,٠١٦٠	٠,٠١٩٩	٠,٠٢٣٩	٠,٠٢٧٩	٠,٠٣١٩	٠,٠٣٥٩
٠,١	٠,٠٣٩٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٤٧٨	٠,٠٥١٧	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥٩٦	٠,٠٦٣٦	٠,٠٦٧٥	٠,٠٧١٤	٠,٠٧٥٣
٠,٢	٠,٠٧٩٣	٠,٠٨٣٢	٠,٠٨٧١	٠,٠٩١٠	٠,٠٩٤٨	٠,٠٩٨٧	٠,١٠٢٦	٠,١٠٦٤	٠,١١٠٣	٠,١١٤١
٠,٣	٠,١١٧٩	٠,١٢١٧	٠,١٢٥٥	٠,١٢٩٣	٠,١٣٣١	٠,١٣٦٨	٠,١٤٠٦	٠,١٤٤٣	٠,١٤٨٠	٠,١٥١٧
٠,٤	٠,١٥٥٤	٠,١٥٩١	٠,١٦٢٨	٠,١٦٦٤	٠,١٧٠٠	٠,١٧٣٦	٠,١٧٧٢	٠,١٨٠٨	٠,١٨٤٤	٠,١٨٧٩
٠,٥	٠,١٩١٥	٠,١٩٥٠	٠,١٩٨٥	٠,٢٠١٩	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠٨٨	٠,٢١٢٣	٠,٢١٥٧	٠,٢١٩٠	٠,٢٢٢٤
٠,٦	٠,٢٢٥٧	٠,٢٢٩١	٠,٢٣٢٤	٠,٢٣٥٧	٠,٢٣٨٩	٠,٢٤٢٢	٠,٢٤٥٤	٠,٢٤٨٦	٠,٢٥١٧	٠,٢٥٤٩
٠,٧	٠,٢٥٨٠	٠,٢٦١١	٠,٢٦٤٢	٠,٢٦٧٣	٠,٢٧٠٤	٠,٢٧٣٤	٠,٢٧٦٤	٠,٢٧٩٤	٠,٢٨٢٣	٠,٢٨٥٢
٠,٨	٠,٢٨٨١	٠,٢٩١٠	٠,٢٩٣٩	٠,٢٩٦٧	٠,٢٩٩٥	٠,٣٠٢٣	٠,٣٠٥١	٠,٣٠٧٨	٠,٣١٠٦	٠,٣١٣٣
٠,٩	٠,٣١٥٩	٠,٣١٨٦	٠,٣٢١٢	٠,٣٢٣٨	٠,٣٢٦٤	٠,٣٢٨٩	٠,٣٣١٥	٠,٣٣٤٠	٠,٣٣٦٥	٠,٣٣٨٩
١,٠	٠,٣٤١٣	٠,٣٤٣٨	٠,٣٤٦١	٠,٣٤٨٥	٠,٣٥٠٨	٠,٣٥٣١	٠,٣٥٥٤	٠,٣٥٧٧	٠,٣٥٩٩	٠,٣٦٢١
١,١	٠,٣٦٤٣	٠,٣٦٦٥	٠,٣٦٨٦	٠,٣٧٠٨	٠,٣٧٢٩	٠,٣٧٤٩	٠,٣٧٧٠	٠,٣٧٩٠	٠,٣٨١٠	٠,٣٨٣٠
١,٢	٠,٣٨٤٩	٠,٣٨٦٩	٠,٣٨٨٨	٠,٣٩٠٧	٠,٣٩٢٥	٠,٣٩٤٤	٠,٣٩٦٢	٠,٣٩٨٠	٠,٣٩٩٧	٠,٤٠١٥
١,٣	٠,٤٠٣٢	٠,٤٠٤٩	٠,٤٠٦٦	٠,٤٠٨٢	٠,٤٠٩٩	٠,٤١١٥	٠,٤١٣١	٠,٤١٤٧	٠,٤١٦٢	٠,٤١٧٧
١,٤	٠,٤١٩٢	٠,٤٢٠٧	٠,٤٢٢٢	٠,٤٢٣٦	٠,٤٢٥١	٠,٤٢٦٥	٠,٤٢٧٩	٠,٤٢٩٢	٠,٤٣٠٦	٠,٤٣١٩
١,٥	٠,٤٣٣٢	٠,٤٣٤٥	٠,٤٣٥٧	٠,٤٣٧٠	٠,٤٣٨٢	٠,٤٣٩٤	٠,٤٤٠٦	٠,٤٤١٨	٠,٤٤٢٩	٠,٤٤٤١
١,٦	٠,٤٤٥٢	٠,٤٤٦٣	٠,٤٤٧٤	٠,٤٤٨٤	٠,٤٤٩٥	٠,٤٥٠٥	٠,٤٥١٥	٠,٤٥٢٥	٠,٤٥٣٥	٠,٤٥٤٥
١,٧	٠,٤٥٥٤	٠,٤٥٦٤	٠,٤٥٧٣	٠,٤٥٨٢	٠,٤٥٩١	٠,٤٥٩٩	٠,٤٦٠٨	٠,٤٦١٦	٠,٤٦٢٥	٠,٤٦٣٣
١,٨	٠,٤٦٤١	٠,٤٦٤٩	٠,٤٦٥٦	٠,٤٦٦٤	٠,٤٦٧١	٠,٤٦٧٨	٠,٤٦٨٦	٠,٤٦٩٣	٠,٤٦٩٩	٠,٤٧٠٦
١,٩	٠,٤٧١٣	٠,٤٧١٩	٠,٤٧٢٦	٠,٤٧٣٢	٠,٤٧٣٨	٠,٤٧٤٤	٠,٤٧٥٠	٠,٤٧٥٦	٠,٤٧٦١	٠,٤٧٦٧
٢,٠	٠,٤٧٧٢	٠,٤٧٧٨	٠,٤٧٨٣	٠,٤٧٨٨	٠,٤٧٩٣	٠,٤٧٩٨	٠,٤٨٠٣	٠,٤٨٠٨	٠,٤٨١٢	٠,٤٨١٧
٢,١	٠,٤٨٢١	٠,٤٨٢٦	٠,٤٨٣٠	٠,٤٨٣٤	٠,٤٨٣٨	٠,٤٨٤٢	٠,٤٨٤٦	٠,٤٨٥٠	٠,٤٨٥٤	٠,٤٨٥٧
٢,٢	٠,٤٨٦١	٠,٤٨٦٤	٠,٤٨٦٨	٠,٤٨٧١	٠,٤٨٧٥	٠,٤٨٧٨	٠,٤٨٨١	٠,٤٨٨٤	٠,٤٨٨٧	٠,٤٨٩٠
٢,٣	٠,٤٨٩٣	٠,٤٨٩٦	٠,٤٨٩٨	٠,٤٩٠١	٠,٤٩٠٤	٠,٤٩٠٦	٠,٤٩٠٩	٠,٤٩١١	٠,٤٩١٣	٠,٤٩١٦
٢,٤	٠,٤٩١٨	٠,٤٩٢٠	٠,٤٩٢٢	٠,٤٩٢٥	٠,٤٩٢٧	٠,٤٩٢٩	٠,٤٩٣١	٠,٤٩٣٢	٠,٤٩٣٤	٠,٤٩٣٦
٢,٥	٠,٤٩٣٨	٠,٤٩٤٠	٠,٤٩٤١	٠,٤٩٤٣	٠,٤٩٤٥	٠,٤٩٤٦	٠,٤٩٤٨	٠,٤٩٤٩	٠,٤٩٥١	٠,٤٩٥٢
٢,٦	٠,٤٩٥٣	٠,٤٩٥٥	٠,٤٩٥٦	٠,٤٩٥٧	٠,٤٩٥٩	٠,٤٩٦٠	٠,٤٩٦١	٠,٤٩٦٢	٠,٤٩٦٣	٠,٤٩٦٤
٢,٧	٠,٤٩٦٥	٠,٤٩٦٦	٠,٤٩٦٧	٠,٤٩٦٨	٠,٤٩٦٩	٠,٤٩٧٠	٠,٤٩٧١	٠,٤٩٧٢	٠,٤٩٧٣	٠,٤٩٧٤
٢,٨	٠,٤٩٧٤	٠,٤٩٧٥	٠,٤٩٧٦	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٨	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٨٠	٠,٤٩٨١
٢,٩	٠,٤٩٨١	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٣	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٦
٣,٠	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩٠
٣,١٠ وأكثر	٠,٤٩٩٩									

ملاحظة: استخدم ٠,٤٩٩٩ عندما تزيد قيمة ن عن ٣,٠٩

صفوة معلمي الكويت



القيمة الحرجة ت $\frac{\alpha}{2}$

جدول التوزيع ت

$\frac{\alpha}{2}$

درجات الحرية (ن – ١)	٠,٠٠٥	٠,٠١	٠,٠٢٥	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٥
١	٦٣,٦٥٧	٣١,٨٢١	١٢,٧٠٦	٦,٣١٤	٣,٠٧٨	١,٠٠٠
٢	٩,٩٢٥	٦,٩٦٥	٤,٣٠٣	٢,٩٢٠	١,٨٨٦	٠,٨١٦
٣	٥,٨٤١	٤,٥٤١	٣,١٨٢	٢,٣٥٣	١,٦٣٨	٠,٧٦٥
٤	٤,٦٠٤	٣,٧٤٧	٢,٧٧٦	٢,١٣٢	١,٥٣٣	٠,٧٤١
٥	٤,٠٣٢	٣,٣٦٥	٢,٥٧١	٢,٠١٥	١,٤٧٦	٠,٧٢٧
٦	٣,٧٠٧	٣,١٤٣	٢,٤٤٧	١,٩٤٣	١,٤٤٠	٠,٧١٨
٧	٣,٥٠٠	٢,٩٩٨	٢,٣٦٥	١,٨٩٥	١,٤١٥	٠,٧١١
٨	٣,٣٥٥	٢,٨٩٦	٢,٣٠٦	١,٨٦٠	١,٣٩٧	٠,٧٠٦
٩	٣,٢٥٠	٢,٨٢١	٢,٢٦٢	١,٨٣٣	١,٣٨٣	٠,٧٠٣
١٠	٣,١٦٩	٢,٧٦٤	٢,٢٢٨	١,٨١٢	١,٣٧٢	٠,٧٠٠
١١	٣,١٠٦	٢,٧١٨	٢,٢٠١	١,٧٩٦	١,٣٦٣	٠,٦٩٧
١٢	٣,٠٥٤	٢,٦٨١	٢,١٧٩	١,٧٨٢	١,٣٥٦	٠,٦٩٦
١٣	٣,٠١٢	٢,٦٥٠	٢,١٦٠	١,٧٧١	١,٣٥٠	٠,٦٩٤
١٤	٢,٩٧٧	٢,٦٢٥	٢,١٤٥	١,٧٦١	١,٣٤٥	٠,٦٩٢
١٥	٢,٩٤٧	٢,٦٠٢	٢,١٣٢	١,٧٥٣	١,٣٤١	٠,٦٩١
١٦	٢,٩٢١	٢,٥٨٤	٢,١٢٠	١,٧٤٦	١,٣٣٧	٠,٦٩٠
١٧	٢,٨٩٨	٢,٥٦٧	٢,١١٠	١,٧٤٠	١,٣٣٣	٠,٦٨٩
١٨	٢,٨٧٨	٢,٥٥٢	٢,١٠١	١,٧٣٤	١,٣٣٠	٠,٦٨٨
١٩	٢,٨٦١	٢,٥٤٠	٢,٠٩٣	١,٧٢٩	١,٣٢٨	٠,٦٨٨
٢٠	٢,٨٤٥	٢,٥٢٨	٢,٠٨٦	١,٧٢٥	١,٣٢٥	٠,٦٨٧
٢١	٢,٨٣١	٢,٥١٨	٢,٠٨٠	١,٧٢١	١,٣٢٣	٠,٦٨٦
٢٢	٢,٨١٩	٢,٥٠٨	٢,٠٧٤	١,٧١٧	١,٣٢١	٠,٦٨٦
٢٣	٢,٨٠٧	٢,٥٠٠	٢,٠٦٩	١,٧١٤	١,٣٢٠	٠,٦٨٥
٢٤	٢,٧٩٧	٢,٤٩٢	٢,٠٦٤	١,٧١١	١,٣١٨	٠,٦٨٥
٢٥	٢,٧٨٧	٢,٤٨٥	٢,٠٦٠	١,٧٠٨	١,٣١٦	٠,٦٨٤
٢٦	٢,٧٧٩	٢,٤٧٩	٢,٠٥٦	١,٧٠٦	١,٣١٥	٠,٦٨٤
٢٧	٢,٧٧١	٢,٤٧٣	٢,٠٥٢	١,٧٠٣	١,٣١٤	٠,٦٨٤
٢٨	٢,٧٦٣	٢,٤٦٧	٢,٠٤٨	١,٧٠١	١,٣١٣	٠,٦٨٣
٢٩	٢,٧٥٦	٢,٤٦٢	٢,٠٤٥	١,٦٩٩	١,٣١١	٠,٦٨٣
٣٠ وأكثر	٢,٥٧٥	٢,٣٢٧	١,٩٦٠	١,٦٤٥	١,٢٨٢	٠,٦٧٥

صفوة معلمي الكويت