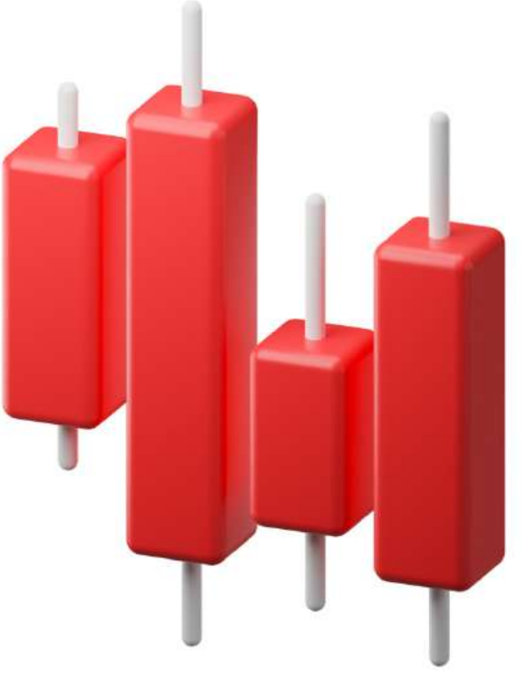


الإحصاء الرياضي

التعريف والقوانين

الكورس الثاني

12

2024 - 2023

UULA.COM

UULA

المتغيرات العشوائية المتقطعة

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع سـ :

إذا كان سـ متغيرا عشوائيا متقطعا مداه {س$_1$ ، س$_2$ ، س$_3$ ، ...}
فإن دالة التوزيع الاحتمالي د تُعرّف كالتالي:
د(س$_ر$) = احتمال (سـ = س$_ر$) = ل(سـ = س$_ر$) ، لكل ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ....
ويمكن تمثيلها بالجدول التالي:

سـ$_ر$	سـ$_1$	سـ$_2$	...
د(سـ$_ر$)	د(سـ$_1$)	د(سـ$_2$)	...

تحقق الشرطين:

- ٠ ≤ د(س) ≤ ١
- مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي د تساوي الواحد الصحيح ، أي أن د(س$_1$) + د(س$_2$) + د(س$_3$) + ... = ١

التوقع والتباين لمتغير عشوائي متقطع

التوقع (μ) = $\sum$ سـ$_ر$ د(سـ$_ر$)

التباين (σ^2) = $\sum$ سـ$_ر^2$ د(سـ$_ر$) $- \mu^2$

الانحراف المعياري (σ) = $\sqrt{\text{التباين}}$

دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير الشوائي المتقطع عند القيمة أ

هي احتمال وقوع المتغير العشوائي سـ بحيث يكون سـ أصغر من أو يساوي أ أي أن: ت(أ) = ل(سـ ≤ أ)

بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي سـ

ل(أ < سـ ≤ ب) = ت(ب) − ت(أ)

ل(سـ > أ) = ١ − ل(سـ ≤ أ)
= ١ − ت(أ)

توزيع ذات الحدّين

تجربة ذات الحدين

تجربة ذات الحدين هي تجربة عشوائية تحقق الشروط التالية:

- تتكوّن التجربة من عدد ن من المحاولات المستقلة والمتماثلة
(المحاولات المستقلة تعني أن نتيجة كل محاولة لا تؤثر ولا تتأثر بنتائج المحاولات الأخرى).
- كل محاولة يكون لها ناتجان فقط (نجاح أو فشل).
- احتمال الحصول على أحد الناتجين يكون ثابتًا من تجربة إلى أخرى. وسوف نرمز لهذا الاحتمال بالرمز ل. وتسمى كل محاولة من محاولات التجربة بمحاولة برنولي Bernoulli.

توزيع ذات الحدين $ل(سـ = س) = د(س) = {}^{ن}ق_{س}\, ل^{س}\,(١ - ل)^{ن-س}$ ، $ن \in صـ^{+}$

الاسم	متغير
عدد المحاولات	ن
مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي	$سـ = \{٠، ١، ٢، \ldots، ن\}$
عدد مرات النجاح من ن في المحاولات	س
احتمال النجاح	ل
احتمال الفشل	$(١ - ل)$

يسمى توزيع المتغير العشوائي سـ بتوزيع ذات الحدين للمعلمتين ل، ن.

التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدّين

التوقع $= \mu =$ ن ل

التباين $= \sigma^{٢} =$ ن ل $(١ - ل)$

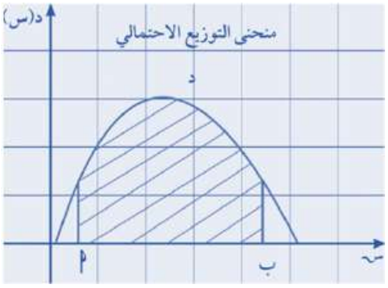
الانحراف المعياري $= \sigma$

المتغيرات العشوائية المتصلة

المتغير العشوائي المتصل

هو المتغير الذي تكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة من الأعداد الحقيقية أي أن مدى المتغير العشوائي المتصل سـ = {س : ا ≤ س ≤ ب} وهي مجموعة غير قابلة للعد.

خواص دالة كثافة الاحتمال د(س)



- د(س) في دالة متصلة على مجالها.
- د(س) ≥ ٠ لكل قيم س التي تنتمي لمجال الدالة.
- قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة د(س) ومحور السينات تساوي الوحد الصحيح.
- يمكن إيجاد الاحتمال ل(ا ≤ سـ ≤ ب) بحساب المساحة تحت المنحنى
- تنعدم المساحة المظللة في الشكل السابق إذا كان ا = ب أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن ل(سـ = ا) = صفرا

التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل

يعرّف التوزيع الاحتمالي المنتظم على [ا،ب] بأنه توزيع احتمالي دالة كثافة الاحتمال له

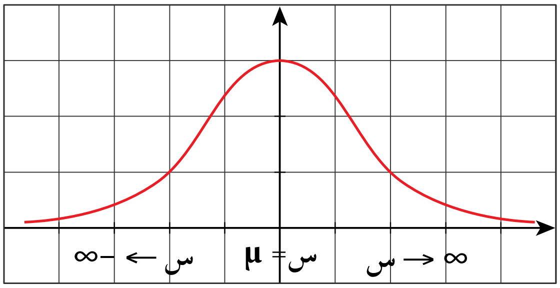
$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{ب - ا} & : \quad ا \le سـ \le ب \\ \text{صفرا} & : \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

- التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\mu = \frac{ا + ب}{2}$
- التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\sigma^2 = \frac{(ب - ا)^2}{12}$

التوزيع الاحتمالي الطبيعي

التوزيع الاحتمالي الطبيعي ط$(\mu \text{ ، } \sigma^2)$

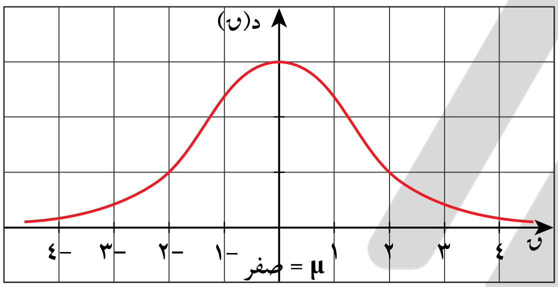
- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكوم بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره (س=μ)
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى +∞ و إلى -∞ (لا يقطع محور السينات).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).
- المستقيم الرأسي س = μ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قطعتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصفًا (نصف وحدة مساحة).



منحنى التوزيع الطبيعي ط$(\mu \text{ ، } \sigma^2)$

التوزيع الطبيعي المعياري ط(٠ ، ١)

- إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي μ = صفرا والانحراف المعياري σ =١ يسمى التوزيع الطبيعي بالتوزيع الطبيعي المعياري.



منحنى التوزيع الطبيعي ط$(\mu \text{ ، } \sigma^2)$