١ الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س.

س	١	٢	٣	٤
د(س)	٠,١	٠,٦	٠,٢	٠,١

أوجد:

أ التوقع (μ).

ب التباين ($\sigma^٢$).

جـ الانحراف المعياري (σ).

٢ مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

ص > س + ٢ ، ص ≥ ١ − س

٣ مثّل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

٢س – ص ≤ -٣

٢ص > - س + ١

٤ مثّل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينات التالية:

س + ص ≥ ٢

س − ص ≤ ٣

٥ لتكن الدالة د:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٤} & : \quad -٢ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفر} & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

أ ل(-١ < سـ ≤ ٢) **ب** ل(سـ < ١) **ج** ل(سـ = ٢)

٦ الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم:

$$\text{د}(\text{س}) = \begin{cases} \frac{١}{٣} & : \quad ٠ \leq \text{س} \leq ٣ \\ \text{صفر} & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

أ أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة.

ب أوجد ل($١ \leq \text{س} \leq ٢$).

جـ أوجد التوقع والتباين.

٧ إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٨} س & : ٠ \leq س \leq ٤ \\ صفر & : في ما عدا ذلك \end{cases}$$

فأوجد:

أ ل(٠ ≤ سـ ≤ ٤)

ب ل(سـ ≤ ٢)

جـ ل(سـ = ١)

٨ الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س.

س	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,٤٣	٠,٢٩	٠,١٧	٠,٠٩	٠,٠٢

أوجد: ت(١)، ت(٣ , ٥)، ت(٤)، ت(٥)

٩ الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

س	١	٢	٣	٥
ت(س)	٠,١٥	٠,٢	٠,٦	١

أوجد:

أ ل(١ < سـ ≤ ٣)

ب ل(سـ > ٢)

١٠ الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

س	−١	٣	٥	٧
ت(س)	٠,١	٠,٤٥	٠,٧	١

أوجد:

(أ) ل(٣ < سـ ≤ ٧).

(ب) ل (سـ > ٣).

١١ متغيّر عشوائي متصل سـ يتبع توزيعًا طبيعيًّا، التوقع μ = ٣٧، وتباينه σ^2 = ١٦، أوجد:

(أ) ل(٣٥ < سـ < ٤٠)

(ب) ل(سـ > ٣٠)

١٢ يمثل المتغير العشوائي سـ درجات الطلاب في إحدى المواد الدراسية، إذا كان توزيع درجاته يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه μ = ٥٠ وانحرافه المعياري σ = ١٠

فأوجد: (أ) ل(٤٠ < سـ < ٧٦) (ب) ل(سـ ≤ ٥٥)

١٣ **يمثل المتغير العشوائي س الزمن الذي يستغرقه أحد الطلاب للوصول إلى المدرسة، وهو متغير يتبع التوزيع الطبيعي توقعه ١٦ دقيقة وتباينه ٤.**

فأوجد: ل(١٢ < س < ٢١)

١٤ في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، إذا كان المتغيّر العشوائي سـ يعبر عن عدد الصور فأوجد:

(أ) فضاء العينة (ف).

(ب) مدى المتغير العشوائي سـ.

(جـ) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر فضاء العينة (ف) (د(س$_ر$)) = ل(سـ = س$_ر$).

(د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ.

١٥ عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين وبفرض أن المتغير العشوائي سـ يعبر عن «عدد الكتابات». أوجد دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ.

١٦ عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، إذا كان المتغير العشوائي سـ يعبر عدد الصور مطروحًا منه عدد الكتابات. فأوجد:

أ فضاء العينة (ف).

ب مدى المتغير العشوائي سـ.

جـ احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي المتقطع سـ.

د دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

هـ التوقع μ للمتغير العشوائي سـ.

١٧ في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات متتالية، احسب احتمال ظهور صورة ٥ مرات.

١٨ في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ١٠ مرات متتالية، احسب احتمال ظهور كتابة ٤ مرات.

١٩ في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي سـ هو ظهور صورة.

٢٠ ينتج مصنع سيارات ٢٠٠ سيارة يوميًّا، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة ٠,٠١ فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

٢١ ٧٠٪ من زبائن مطعم ما أفادوا بأن الطعام قد أعجبهم وسيقصدونه مرة أخرى. من بين ١٠٠ زبون ، أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري.

التوقع (μ) = $\sum$ س$_ر$ د(س$_ر$)

أي ان μ = س$_1$ د(س$_1$) + س$_2$ د(س$_2$) + س$_3$ د(س$_3$)+......

التباين (σ^2) = $\sum$ س$_ر^2$ د(س$_ر$) - μ^2

الانحراف المعياري (σ) = $\sqrt{\text{التباين}}$

ت(أ) = ل(سـ ≤ أ)

ل(سـ > أ ≤ ب)= ت(ب) − ت(أ)

ل(سـ > أ)= ١ - ل(سـ ≤ أ)

= ١ − ت(أ)

توزيع ذات الحدين:

ل(سـ = س) = د(س) = ^{ن}ق$_{س}$ ل^{س} (١-ل)$^{ن-س}$ ، ن ∈ ص$^+$

التوقع μ = ن ل

التباين σ^2 = ن ل (١- ل)

الانحراف المعياري σ = $\sqrt{\text{ن ل (١ − ل)}}$

ي = $\frac{\text{س} - \mu}{\sigma}$ ، ل(أ > سـ ≤ ب) = ل(ي$_1$ > ي ≤ ي$_2$)

التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو μ = $\frac{\text{أ + ب}}{٢}$

التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو σ^2 = $\frac{(\text{ب} - \text{أ})^2}{١٢}$