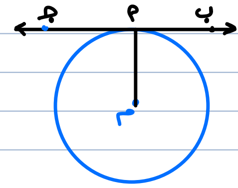
هندسة الدائرة

ملخص قوانين عاشر

مستر شكري الجميعي

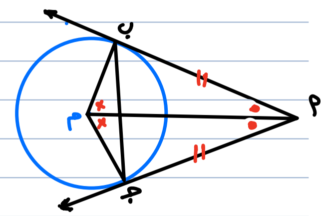
سر التفوق



المماس عمودي على نصف قطر التماس (نظرية)

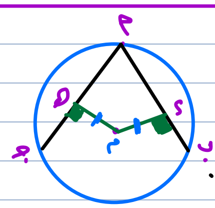
∵ $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس ، $\overline{مأ}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{بجـ} \perp \overline{مأ}$ ⇐ ق(م $\hat{أ}$ ب) = ٩٠°



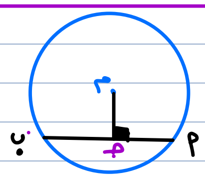
$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسان للدائرة من نقطة أ خارجها

- أب = أجـ (نظرية)
- $\overline{أم}$ ينصف كلاً من ($\hat{أ}$) ، (ب $\hat{م}$ جـ) (نتيجة)
- △ أ ب جـ متطابق الضلعين (أب = أجـ) ⇐ ق(أ $\hat{ب}$ جـ) = ق(أ $\hat{جـ}$ ب)
- $\overline{أم} \perp \overline{بجـ}$



∵ أب = أجـ أوتار متساوية

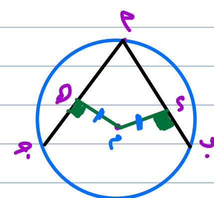
∴ م د = م هـ أبعاد متساوية



∵ $\overline{مجـ} \perp \overline{أب}$

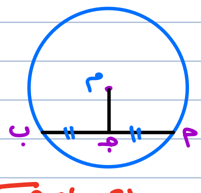
∴ جـ منتصف $\overline{أب}$

أجـ = جـب



∵ م د = م هـ أبعاد متساوية

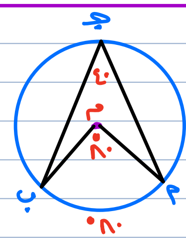
∴ $\overline{أب} = \overline{أجـ}$ أوتار متساوية



∵ جـ منتصف $\overline{أب}$

أجـ = جـب

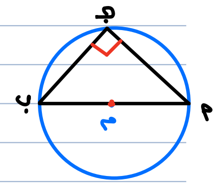
∴ $\overline{مجـ} \perp \overline{أب}$



قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المحصور بين ضلعيها

قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس

قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المحصور بين ضلعيها

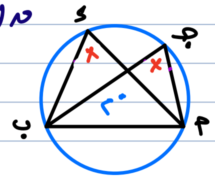


أب قطر في الدائرة

∵ أب قطر في الدائرة

∴ ق(ج) = ٩٠°

ج محيطية مرسومة في نصف دائرة

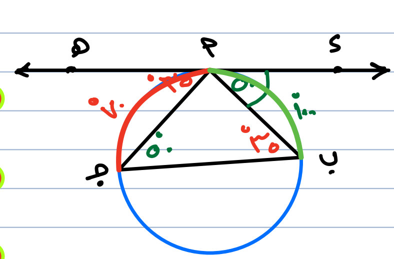


ق(ج) = ق(د) زوايا محيطية

مشتركين في أب

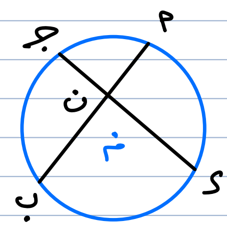
∴ ق(ج) = ق(د)

الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس متساوية في القياس



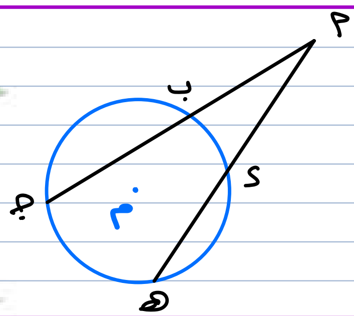
دهـ مماس للدائرة عند أ

- ق(د أ ب) المماسية = ق(ج) المحيطية (نظرية)
- ق(هـ أ ج) المماسية = ق(ب) المحيطية (نظرية)
- ق(د أ ب) المماسية = ½ ق(أب)
- ق(هـ أ ج) المماسية = ½ ق(أج)



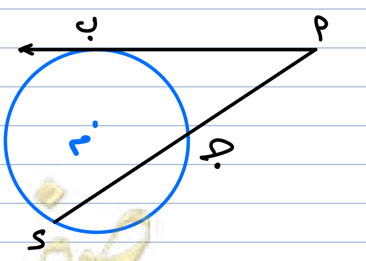
تقاطع وترين داخل دائرة

أن × ن ب = جـ ن × ن د



تقاطع وترين خارج دائرة

أ ب × أ جـ = أ د × أ هـ



تقاطع وتر مع مماس خارج الدائرة

(أ ب)² = أ جـ × أ د

المصفوفات

- **تساوي مصفوفتين**

$\text{أ} = \text{ب}$ ⟸ لهم نفس الرتبة ، العناصر المتناظرة متساوية

- **ضرب مصفوفتين**

$\underset{م \times ن}{\text{أ}} \times \underset{ن \times هـ}{\text{ب}} = \underset{م \times هـ}{\text{جـ}}$

(ن ، ن) متساويين

$\text{أ} \times \text{ب} \neq \text{ب} \times \text{أ}$

- $\text{أ} = \begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ مصفوفة منفردة ⟸ $|\text{أ}| = $ صفر يعني $(\text{أ} \times \text{د}) - (\text{ب} \times \text{جـ}) = $ صفر

- أ نظير ضربي لـ ب إذا كان $\text{أ} \times \text{ب} = \text{و}$ ، $\text{و} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ مصفوفة الوحدة

- إذا كان $\text{أ} = \begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ فإن $\text{أ}^{-1} = \frac{1}{|\text{أ}|} \times \begin{bmatrix} \text{د} & -\text{ب} \\ -\text{جـ} & \text{أ} \end{bmatrix}$

- **طريقة كرامر**

① نوجد Δ محدد المعاملات

② نوجد $\Delta_{س}$ نستبدل قيم معاملات س بالثوابت في محدد Δ

③ نوجد $\Delta_{ص}$ نستبدل قيم معاملات ص بالثوابت في محدد Δ

④ $س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta}$ ، $ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$

- **طريقة النظير الضربي**

① نكتب النظام في شكل معادلة مصفوفية

$\underbrace{\begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}}_{\text{معاملات}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}}_{\text{رموز}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \text{هـ} \\ \text{و} \end{bmatrix}}_{\text{ثوابت}}$

② نوجد النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ وليكن $م^{-1}$

③ $\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = م^{-1} \times \begin{bmatrix} \text{هـ} \\ \text{و} \end{bmatrix}$

تبسيط الدوال المثلثية

١ إشارة الزاوية $-\theta$

- جتا$(-\theta)$ ← جتا θ
- جا$(-\theta)$ ← $-$ جا θ
- ظا$(-\theta)$ ← $-$ ظا θ

٢ إشارة الربع

الربع

- ١ الكل +
- ٢ جا θ +
- ٣ ظا θ +
- ٤ جتا θ +

٣ ع$(\frac{\pi}{2} \pm \theta)$

- نحذف ت: جتا$(\frac{\pi}{2}+\theta)$ ← $-$ جا θ
- نضع ت: جا$(\frac{\pi}{2}-\theta)$ ← جتا θ

مع مراعاة إشارة الربع

حل المعادلات المثلثية

- جتا θ: + ← ١ ، ٤
- جا θ: + ← ١ ، ٢
- ظا θ: + ← ١ ، ٣

الحل على الصورة

- ١: س $= \theta + ٢ك\pi$
- ٢: س $= (\pi - \theta) + ٢ك\pi$
- ٣: س $= (\pi + \theta) + ٢ك\pi$
- ٤: س $= -\theta + ٢ك\pi$

سؤال بدون إستخدام الحاسبة

- جتا $\theta = \pm\sqrt{1 - \text{جا}^2\theta}$
- جا $\theta = \pm\sqrt{1 - \text{جتا}^2\theta}$
- قا $\theta = \pm\sqrt{1 + \text{ظا}^2\theta}$ ← جتا $\theta = \frac{1}{\text{قا}\,\theta}$
- قتا $\theta = \pm\sqrt{1 + \text{ظتا}^2\theta}$ ← جا $\theta = \frac{1}{\text{قتا}\,\theta}$

ظا $\theta = \frac{\text{جا}\,\theta}{\text{جتا}\,\theta}$ ، ظتا $\theta = \frac{\text{جتا}\,\theta}{\text{جا}\,\theta}$

تقسيم قطعة مستقيمة من الداخل

اذا كانت $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة بحيث أ ($س_1$ ، $ص_1$) ، ب ($س_2$ ، $ص_2$) ويراد تقسيمها من جهة أ بنسبة م : ن من الداخل وكانت نقطة التقسيم جـ (س ، ص) فإن

$$جـ \left(\frac{م س_2 + ن س_1}{م + ن} ، \frac{م ص_2 + ن ص_1}{م + ن} \right)$$

أ ($س_1$ ، $ص_1$) ب ($س_2$ ، $ص_2$)

م + ن

إيجاد معادلة مستقيم

يلزم

نقطة ($س_1$ ، $ص_1$)

الميل ؟

① يمر بنقطتين ($س_1$ ، $ص_1$) ، ($س_2$ ، $ص_2$) الميل م = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

② المستقيم على الصورة ص = أ س + ب الميل م = أ

③ المستقيم على الصورة أ س + ب ص + جـ = ٠ الميل م = $\frac{-ب}{أ}$

④ المستقيم يصنع زاوية θ مع الاتجاه الموجب لمحور س الميل م = ظا θ

معادلة المستقيم هي $ص - ص_1 = م(س - س_1)$

خلي بالك

- إذا كان ميل المستقيم $\overleftrightarrow{ل}$ = $\frac{٣}{٤}$ مثلاً فإن
  - ميل $\overleftrightarrow{أ}$ الموازي = $\frac{٣}{٤}$
  - ميل $\overleftrightarrow{هـ}$ العمودي = $\frac{-٤}{٣}$
- ميل محور السينات = صفر ، ميل أي مستقيم أفقي (موازي لمحور السينات) = صفر
- ميل محور الصادات (أي مستقيم رأسي) غير معرف

البعد (طول العمود) من نقطة إلى مستقيم

البعد (طول العمود) من النقطة هـ إلى المستقيم $\overleftrightarrow{ل}$

$$ف = \frac{|م س_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{م^2 + ب^2}}$$

معادلة الدائرة

الصورة العامة

$س^2 + ص^2 + ل س + ك ص + ي = 0$

- المركز $\left(\frac{-ل}{2} ، \frac{-ك}{2}\right)$
- نق $= \frac{1}{2}\sqrt{ل^2 + ك^2 - 4 ي}$

بشرط أن $ل^2 + ك^2 - 4 ي > 0$

الصورة القياسية يلزم

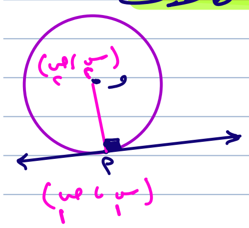
المركز (د ، هـ) نصف القطر نق

المعادلة هي $(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

معادلة مماس الدائرة يلزم

نقطة (نقطة التماس) م $(س_1 ، ص_1)$

الميل (ميل المماس) نوجده كالآتي



١ المركز $(س_1 ، ص_1)$

٢ ميل نصف القطر $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

٣ ميل المماس (العمودي) $= \frac{-1}{\text{ميل نصف القطر}} = م$

معادلة المماس هي $ص - ص_1 = م (س - س_1)$

الإحصاء والإحتمال

التباين $\text{ع}^2 = \dfrac{\sum(\text{س} - \bar{\text{س}})^2}{\text{ن}}$

الإنحراف المعياري $\text{ع} = \sqrt{\text{ع}^2}$

س هي القيم

$\bar{\text{س}}$ المتوسط الحسابي $= \dfrac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$

ن عدد القيم

$(\text{س} - \bar{\text{س}})$ إنحراف القيم عن المتوسط الحسابي

$(\text{س} - \bar{\text{س}})^2$ مربع إنحراف القيم عن المتوسط الحسابي

التباديل — التوافيق

الترتيب مهم

$$^{\text{ن}}\text{ل}_{\text{ر}} = \frac{\text{ن}!}{(\text{ن} - \text{ر})!}$$

الترتيب غير مهم

$$\binom{\text{ن}}{\text{ر}} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}} = \frac{^{\text{ن}}\text{ل}_{\text{ر}}}{\text{ر}!} = \frac{\text{ن}!}{(\text{ن} - \text{ر})! \cdot \text{ر}!}$$

الإحتمال

- $\text{ل}(\text{أ}) = \dfrac{\text{ن}(\text{أ})}{\text{ن}(\text{ف})}$
- $\text{ل}(\text{أ} \cup \text{ب}) = \text{ل}(\text{أ}) + \text{ل}(\text{ب}) - \text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})$
- $\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب}) = \text{ل}(\text{أ}) + \text{ل}(\text{ب}) - \text{ل}(\text{أ} \cup \text{ب})$
- $\text{ل}(\overline{\text{أ}}) = 1 - \text{ل}(\text{أ})$
- $\text{ل}(\text{أ}) = 1 - \text{ل}(\overline{\text{أ}})$
- $\text{ل}(\text{أ}/\text{ب}) = \dfrac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{ب})}$
- $\text{ل}(\text{ب}/\text{أ}) = \dfrac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{أ})}$

- $\text{ل}(\overline{\text{أ} \cap \text{ب}}) = 1 - \text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})$
- $\text{ل}(\overline{\text{أ} \cup \text{ب}}) = 1 - \text{ل}(\text{أ} \cup \text{ب})$
- أ، ب حدثين متنافيان $\Leftarrow$ $\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب}) =$ صفر
- أ، ب حدثين مستقلان $\Leftarrow$ $\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب}) = \text{ل}(\text{أ}) \times \text{ل}(\text{ب})$