

قوائين

الصف الثاني عشر علمي

رياضيات

الفصل الدراسي الثاني

أ/ إبراهيم عطية

صفوة علمي الكويت

مراجعة سريعة على الاستقاقات

* مشتقة أي عدد = صفر

أمثلة:- $f(x) = -3$, $f'(x) = 0$
 $f(x) = 5$, $f'(x) = 0$

* مشتقة حدودية

أمثلة:- $f(x) = 3x^2 - 5x$, $f'(x) = 6x - 5$
 $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $f'(x) = 2x - 2$

* مشتقة حاصل ضرب دالتين

مثال:-
 $f(x) = x \sin x$
 الأول \times مشتقة الثاني + الثاني \times مشتقة الأول
 $f'(x) = 1 \sin x + \cos x (x)$
 $f'(x) = \sin x + x \cos x$

* مشتقة الجذر التربيعي

أمثلة:- $f(x) = \sqrt{x-2}$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$
 $f(x) = \sqrt{x}$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$



التكامل غير المحدود

بمس نخطه x

* تكامل أي عدد (ثابت)

$$\int 5 dx = 5x + C$$

أمثلة:-

$$\int -\frac{1}{2} dx = -\frac{1}{2}x + C$$

$$\int 1 dx = x + C$$

أزيد عالأس واحد وأقسم على اللي يطلع

* تكامل حدودية

$$* \int 2x + 5 dx$$

$$= \frac{2x^2}{2} + 5x + C$$

أمثلة:-

$$* \int \frac{1}{x^2} dx \xrightarrow{\text{لازم نطلعها فوق ونغير إشارة لأس}} \int x^{-2} dx$$

$$= \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) + C = -\frac{1}{x} + C$$

* تكامل الجذور $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

$$* \int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}+} dx$$

$$= \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$$

أمثلة:-
أزيد لبقا عالسط
وأعكسه جرة

$$* \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int x^{-\frac{1}{2}+} dx$$

$$= \frac{2}{1} x^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{x}$$



* التكامل بالتعويض *

① - دالتين من نفس النوع (حدودية، حدودية) (مثلثية، مثلثية)

② - حاصل ضرب دالة x مشتقتها

$$* f(x) = \int \sqrt[3]{x^2 - 5x + 2} \cdot (2x - 5) dx \quad \text{أمثلة :-}$$

حدودية حدودية

$$* f(x) = \int \sin^3 x \cdot \cos x dx$$

مثلثية مثلثية

* التكامل بالتجزئ *

① دالتين مختلفتين (حدودية، مثلثية) (حدودية، أسية)

② مسائل \ln

$$* f(x) = \int x \sin x dx \quad \text{أمثلة :-}$$

حدودية مثلثية

$$* f(x) = \int x e^x dx$$

حدودية أسية

$$I = uv - \int v du \quad \leftarrow \text{القانون}$$

* التكامل بالكسور الجزئية *

إذا كانت حدودية نسبية والبط ليس مشتقتها

$$f(x) = \int \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} dx \quad \text{مثال :-}$$

(3)



* مشتقة لدالة الأسية * مقابلار لليمين

$$f'(x) = \text{مشتقة الأس} \cdot \ln(\text{الأساس}) \cdot \text{الدالة}$$

$$f(x) = 3^{5x} \Rightarrow f'(x) = 3^{5x} \cdot \ln(3) \cdot (5) \quad \text{أمثلة :-}$$

$$f(x) = e^{x^2-4} \Rightarrow f'(x) = e^{x^2-4} \cdot \ln(e) \cdot (2x)$$

$$f'(x) = 2x e^{x^2-4}$$

* مشتقة لدالة اللوغاريتمية *

$$f'(x) = \frac{\text{المشتقة}}{\text{الدالة}}$$

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} \quad \text{أمثلة :-}$$

$$f(x) = \ln(x^2-2) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{x^2-2}$$

* تكامل الدالة اللوغاريتمية *

إذا كانت لبط مشتقة مقام فان: التكامل = المقام | ln

$$f(x) = \int \frac{1}{x} dx \rightarrow f(x) = \ln|x| + c \quad \text{مثال :-}$$

$$f(x) = \int \frac{3}{3x-1} dx \rightarrow f(x) = \ln|3x-1| + c$$



* اشتقاق الدوال مثلثية *

$$\sin x \rightarrow \cos x$$

$$\cos x \rightarrow -\sin x$$

$$\tan x \rightarrow \sec^2 x$$

$$\sec x \rightarrow \sec x \cdot \tan x$$

$$\csc x \rightarrow -\csc x \cdot \cot x$$

$$\cot x \rightarrow -\csc^2 x$$

* تكامل الدوال مثلثية *

$$\sin x \rightarrow -\cos x$$

$$\cos x \rightarrow \sin x$$

$$\sec^2 x \rightarrow \tan x$$

$$\sec x \cdot \tan x \rightarrow \sec x$$

$$\csc x \cdot \cot x \rightarrow -\csc x$$

$$\csc^2 x \rightarrow -\cot x$$

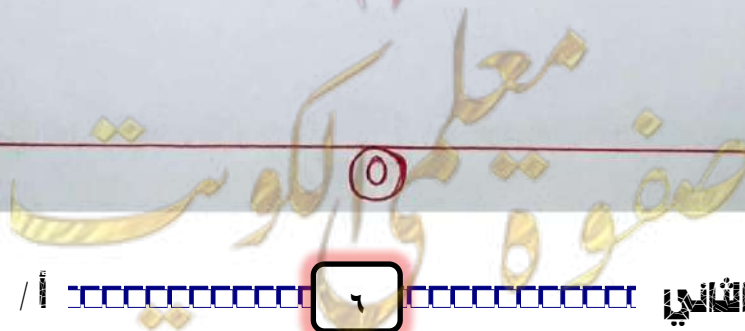
المساحة

$$A = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

* دالة واحدة فقط ←

$$A = \left| \int_a^b f(x) - g(x) dx \right|$$

* دالتين ←





المجموع

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

* دالة واحدة فقط ←

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 - [g(x)]^2 dx$$

* دالتين ←

لازم تحديد لداة بأكبر

* معادلة منحنى دالة *

$$\text{ميل} = f'(x)$$

$$\text{ميل عمودي} = \frac{-1}{f'(x)}$$

* المعادلات التفاضلية *

y''

حدودية = y''
تکامل مرتين

y'

حدودية = y'
تکامل مرة واحدة فقط

⑤ $y' = x^4$

فصل المتغيرات

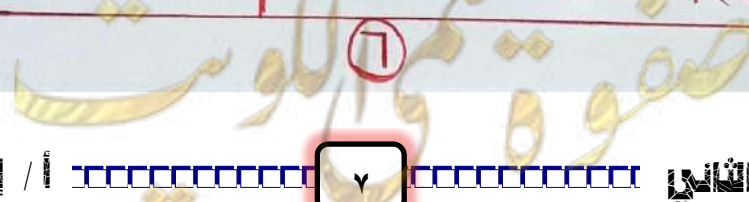
③ $y' = ay$

$$y = Ke^{ax}$$

④ $y' = ay + b$

$$y = Ke^{ax} - \frac{b}{a}$$

⑦





القطع المكافئ

محور التناظر y

$$x^2 = 4py$$

البؤرة $(p, 0)$

الدليل

$$y = -p$$

محور التناظر x

$$y^2 = 4px$$

البؤرة $(0, p)$

الدليل

$$x = -p$$

* الاختلاف المركزي *

$$e = \frac{c}{a}$$

قطع مكافئ ← $e = 1$

قطع ناقص ← $e < 1$

قطع زائد ← $e > 1$



لزم $a > b$ ← القطع الناقص ← أبداً a, b

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

المحور الأكبر هو y

الرؤسات
 $A_1(0, -a)$ $A_2(0, a)$

البؤرتان
 $F_1(0, -c)$ $F_2(0, c)$

طرفا المحور الأصغر
 $B_1(-b, 0)$ $B_2(b, 0)$

المحور الأكبر = $2a$

المحور الأصغر = $2b$

المسافة بين البؤرتين = $2c$

العلاقة الأساسية

$$c^2 = a^2 - b^2$$

معادلة الدليلين

$$y = \pm \frac{a^2}{c}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

المحور الأكبر هو x

الرؤسات
 $A_1(-a, 0)$ $A_2(a, 0)$

البؤرتان
 $F_1(-c, 0)$ $F_2(c, 0)$

طرفا المحور الأصغر
 $B_1(0, -b)$ $B_2(0, b)$

المحور الأكبر = $2a$

المحور الأصغر = $2b$

المسافة بين البؤرتين = $2c$

العلاقة الأساسية

$$c^2 = a^2 - b^2$$

معادلة الدليلين

$$x = \pm \frac{a^2}{c}$$



القطع الزائد ← أبداً x و y

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

المحور القاطع هو y

المحور القاطع هو x

الرأسات $A_1(0, -a)$ $A_2(0, a)$

الرأسات $A_1(-a, 0)$ $A_2(a, 0)$

البؤرتان $F_1(0, -c)$ $F_2(0, c)$

البؤرتان $F_1(-c, 0)$ $F_2(c, 0)$

طرف المحور الأصغر

طرف المحور الأصغر

$B_1(-b, 0)$ $B_2(b, 0)$

$B_1(0, -b)$ $B_2(0, b)$

المحور لقاطع $2a$ =

المحور القاطع $2a$ =

المحور لمرافق $2b$ =

المحور لمرافق $2b$ =

العلاقة الأساسية

العلاقة الأساسية

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

معادلة إيدليلين $y = \pm \frac{a^2}{c}$

معادلة إيدليلين $x = \pm \frac{a^2}{c}$

معادلة الخطين المقاربين

معادلة الخطين المقاربين

$$y = \pm \frac{a}{b} x$$

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$