بند (1 – 5) التكامل غير المحدد

في التمارين (1–5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة العكسية للدالة: $f(x) = -3x^{-4}$

a　b

$$F'(x) = -3x^{-4} = f(x)$$

(2) $\int (-x^{-3} + x - 1)dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{1}{2}x^2 - x + C$

a　b

$$\int (-x^{-3} + x - 1)dx = -\frac{x^{-2}}{-2} + \frac{x^2}{2} - x + C = \frac{x^{-2}}{2} + \frac{x^2}{2} - x + C$$

(3) $\int \frac{1}{x^2}dx = \frac{1}{x} + C$

a　b

$$\int \frac{1}{x^2}dx = \int x^{-2}dx = \frac{x^{-1}}{-1} + C = \frac{-1}{x} + C$$

(4) إذا كانت: $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$, $f(2) = 1$ ، فإن $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

a　b

يمكن التعويض بـ (x=2) اذا كان الناتج لايساوي 1 فالعبارة خطأ
واذا كان الناتج يساوي 1 فلابد من اجراء التكامل وإيجاد قيمة c

$$f(2) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2)^2 + \frac{1}{2} = 2 \neq 1$$

حل آخر باستخدام التكامل

$$f(x) = \int (\frac{1}{x^2} + x)\ dx = \int (x^{-2} + x)\ dx = \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^2}{2} + C = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$f(2) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2)^2 + C = 1 \Rightarrow \frac{3}{2} + C = 1 \Rightarrow C = \frac{-1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

(5) إذا كانت: $F(0) = 400$ ، $F(x) = \int (3x^2 - 12x + 15)dx$ ، فإن $F(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 400$

ⓐ ⓑ

$$F(0) = 0^3 + 6(0)^2 + 15(0) + 400 = 400$$

لابد أن نكمل الحل باستخدام

$$F(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{12x^2}{2} + 15x + C = x^3 - 6x^2 + 15x + C$$
$$F(0) = 400 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 15x + C = 400 \Rightarrow C = 400$$
$$F(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 400$$

في التمارين (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\int \frac{4}{3}\sqrt[3]{t^2}\, dt =$

ⓐ $\frac{3t^{\frac{5}{3}}}{5} + C$

ⓑ $\frac{4t^{\frac{5}{3}}}{5} + C$

ⓒ $\frac{4}{3}\sqrt[3]{t^5} + C$

ⓓ $4\sqrt[3]{t^5} + C$

$$\int \frac{4}{3} t^{\frac{2}{3}}\, dx = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} t^{\frac{5}{3}} + C = \frac{4t^{\frac{5}{3}}}{5} + C$$

---

(7) $\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)dx =$

ⓐ $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x}(x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$

ⓑ $\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}(x^{-\frac{2}{3}} + 5) + C$

ⓒ $\frac{5}{3}\sqrt[3]{x}(x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$

ⓓ $\frac{5}{3}x^{\frac{4}{3}}(x^{\frac{2}{3}} + 5) + C$

$$\int (x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{-2}{3}})\, dx = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{1}x^{\frac{1}{3}} + C$$
$$= \frac{3}{5}x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{4}{3}} + 5) + C = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x}(x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$$

(8) إذا كان: $x=-1$, $y=-5$, $\frac{dy}{dx}=x^{-\frac{2}{3}}$ فإنّ y تساوي:

ⓐ $-\frac{x^2}{3}-\frac{14}{3}$ ⓑ $3x^{\frac{1}{3}}+2$

ⓒ $3x^{\frac{1}{3}}-2$ ⓓ $3x^{\frac{1}{3}}$

$$dy=x^{\frac{-2}{3}}dx\Rightarrow\int dy=\int x^{\frac{-2}{3}}\ dx\Rightarrow y=\frac{3}{1}x^{\frac{1}{3}}+C$$

$$y=3x^{\frac{1}{3}}+C\Rightarrow -5=3(-1)^{\frac{1}{3}}+C\Rightarrow C=-2\Rightarrow y=3x^{\frac{1}{3}}-2$$

حل آخر

يمكن التعويض بـ (x = -1) في الإختيارات ونبحث متى يكون الناتج = -5

وإذا كان يوجد عدة اختيارات تحقق أن الناتج = -5 يمكن ان نشتقهم للحصول على $\frac{dy}{dx}$

$$a)-\frac{(-1)^2}{3}-\frac{14}{3}=-5\Rightarrow\left(\frac{-x^2}{3}-\frac{14}{3}\right)'=\frac{-2x}{3}\neq x^{\frac{-2}{3}}$$

$$c)3(-1)^{\frac{1}{3}}-2=-5\Rightarrow(3x^{\frac{1}{3}}-2)'=3\cdot\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}=x^{\frac{-2}{3}}$$

---

(9) $\int\frac{2x+3}{\sqrt{x}}dx=$

ⓐ $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}+C$ ⓑ $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}}+6x^{\frac{1}{2}}+C$

ⓒ $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}+6x^{\frac{1}{2}}+C$ ⓓ $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{6}x^{\frac{1}{2}}+C$

$$\int\frac{2x+3}{x^{\frac{1}{2}}}\ dx=\int 2x^{\frac{1}{2}}+3x^{\frac{-1}{2}}\ dx=\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+\frac{3x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+C=\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}+6x^{\frac{1}{2}}+C$$

---

(10) $\int\sqrt{x}(2+x^2)dx=$

ⓐ $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}+C$ ⓑ $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}}+\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}}+C$

ⓒ $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}}+C$ ⓓ $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}}+C$

$$\int x^{\frac{1}{2}}(2+x^2)\ dx=\int 2x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{5}{2}}\ dx=2\cdot\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}+C=\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{2}{7}x^{\frac{1}{2}}+C$$

(11) $\int \frac{2+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}\,dx =$

ⓐ $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$

ⓑ $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$

ⓒ $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$

ⓓ $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$

$$\int \frac{2+x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}\,dx = \int 2x^{\frac{-1}{2}} + x^{\frac{1}{6}}\,dx = 2\cdot 2x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C = 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$$

(12) $\int \left(\frac{x^2-4x+4}{x-2} + 2\right)^2 dx =$

ⓐ $x^2 + C$

ⓑ $2x + C$

ⓒ $\frac{x^2}{2} + 2x + C$

ⓓ $\frac{1}{3}x^3 + C$

$$\int \left(\frac{(x-2)(x-2)}{x-2} + 2\right)^2 dx = \int (x-2+2)^2\,dx = \int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$$

بند (2 – 5) التكامل بالتعويض

في التمارين (1–5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\int x(x^2-1)^{10}dx = \frac{1}{18}(x^2-1)^9 + C$ (a) (b)

بإشتقاق الطرف الأيمن

$$\frac{1}{18}\times 9(x^2-1)^8(2x) = x(x^2-1)^8$$

(2) $\int (x+1)\sqrt[3]{x^2+2x+3}\,dx = \frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^4} + C$ (a) (b)

بإشتقاق الطرف الأيمن

$$\left(\frac{3}{8}(x^2+2x+3)^{\frac{4}{3}} + C\right)' = \frac{3}{8}\cdot\frac{4}{3}(x^2+2x+3)^{\frac{1}{3}}(2x+2)$$

$$= \frac{1}{2}(x^2+2x+3)^{\frac{1}{3}}2(x+1) = (x+1)\sqrt[3]{x^2+2x+3}$$

(3) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x-2}} = 2\sqrt{3x-2} + C$ (a) (b)

بإشتقاق الطرف الأيمن

$$\left(2\sqrt{(3x-2)} + C\right)' = \left(2(3x-2)^{\frac{1}{2}} + C\right)' = 2\times\frac{1}{2}(3x-2)^{\frac{-1}{2}}\times 3 = \frac{3}{\sqrt{(3x-2)}}$$

(4) $\int (2x^2-1)(2x^3-3x+4)^5 dx = \frac{1}{18}(2x^3-3x+4)^6 + C$ (a) (b)

$$(2x^3-3x+4)' = 6x^2-3$$

$$\left(\frac{1}{18}(2x^3-3x+4)^6 + C\right)' = \frac{1}{18}\times 6(2x^3-3x+4)^5(6x^2-3) =$$

$$\frac{1}{3}(2x^3-3x+4)^5(3)(2x^2-1) = (2x^2-1)(2x^3-3x+4)^5$$

(5) $\int x\sqrt[3]{x+2}\,dx = \frac{3}{7}(x+2)^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{2}(x+2)^{\frac{4}{3}} + C$ (a) (b)

$u = x + 2, du = dx$
$x = u - 2$

$$\int (u-2)(u)^{\frac{1}{3}} du = \int (u)^{\frac{4}{3}} - 2(u)^{\frac{1}{3}} du = \frac{u^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}} - 2\frac{u^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3u^{\frac{7}{3}}}{7} - \frac{3u^{\frac{4}{3}}}{2} + C$$

$$\frac{3}{7}(x+2)^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{2}(x+2)^{\frac{4}{3}} + C$$

في التمارين (6–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\int x(x^2+2)^7 dx =$

(a) $\frac{1}{16}(x^2+2)^8 + C$
(b) $\frac{1}{4}(x^2+2)^8 + C$
(c) $\frac{1}{12}(x^2+2)^6 + C$
(d) $\frac{1}{3}(x^2+2)^6 + C$

$$\int (x^2+2)^7 (x)\ dx = \frac{1}{2}\int (x^2+2)^7 (2x)\ dx = \frac{1}{2}\frac{(x^2+2)^8}{8} + C = \frac{1}{16}(x^2+2)^8 + C$$

(7) $\int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx =$

(a) $\frac{1}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$
(b) $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$
(c) $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$
(d) $\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$

$$\int \frac{x-1}{(x-1)^{\frac{1}{2}}}\ dx = \int (x-1)^{\frac{1}{2}}(1)\ dx = \frac{(x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$$

(8) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}} =$

ⓐ $\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓑ $\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓒ $2(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓓ $\frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

$$\int \frac{1}{(3x+1)^{\frac{1}{3}}}\ dx = \frac{1}{3}\int (3x+1)^{\frac{-1}{3}}(3)\ dx = \frac{1}{3}\frac{(3x+1)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}}+C = \frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$$

(9) $\int \frac{(2+\sqrt{x})^{12}}{\sqrt{x}}dx =$

ⓐ $\frac{13}{2}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

ⓑ $\frac{2}{13}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

ⓒ $\frac{1}{26}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

ⓓ $\frac{1}{22}(2+\sqrt{x})^{11}+C$

$$\int (2+\sqrt{x})^{12}\frac{1}{\sqrt{x}}\ dx = 2\int (2+\sqrt{x})^{12}\frac{1}{2\sqrt{x}}\ dx = 2\frac{(2+\sqrt{x})^{13}}{13}+C = \frac{2}{13}(2+\sqrt{x})^{13}+C$$

(10) $\int \frac{(x+1)}{\sqrt[3]{x^2+2x+3}}dx =$

ⓐ $\frac{3}{4}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2}+C$

ⓑ $\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2}+C$

ⓒ $3\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2}+C$

ⓓ $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^2+2x+3}+C$

$$(x^2+2x+3)' = 2x+2$$

$$\int (x^2+2x+3)^{\frac{-1}{3}}(x+1)\ dx = \frac{1}{2}\int (x^2+2x+3)^{\frac{-1}{3}}(2x+2)\ dx =$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{(x^2+2x+3)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}}+C = \frac{3}{4}(x^2+2x+3)^{\frac{2}{3}}+C = \frac{3}{4}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2}+C$$

(11) $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx =$

(a) $\frac{3}{2}\sqrt{(x+1)^3} - 2\sqrt{x+1} + C$

(b) $\frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - \frac{1}{2}\sqrt{x+1} + C$

(c) $\frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - 2\sqrt{x+1} + C$

(d) $\frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + 2\sqrt{x+1} + C$

$$u = x+1, du = dx$$
$$x = u-1$$
$$\int \frac{u-1}{\sqrt{u}}du = \int \frac{u-1}{u^{\frac{1}{2}}}du = \int u^{\frac{1}{2}} - u^{\frac{-1}{2}}du = \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = \frac{2u^{\frac{3}{2}}}{3} - 2u^{\frac{1}{2}} + C$$
$$\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - 2(x+1)^{\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - 2\sqrt{x+1} + C$$

---

(12) إذا $F(x) = \int (x+1)(2x^2+4x-1)dx$ ، $F(-2) = \frac{9}{8}$ ، فإن: $F(x)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2 + \frac{5}{4}$

(b) $\frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2 + 1$

(c) $\frac{1}{4}(2x^2+4x-1)^2 + 1$

(d) $4(2x^2+4x-1)^2 - 1$

$$(2x^2+4x-1)' = 4x+4$$

$$\int (2x^2+4x-1)\ (x+1)\ dx = \frac{1}{4}\int (2x^2+4x-1)\ (4x+4)\ dx =$$
$$= \frac{1}{4} \times \frac{(2x^2+4x-1)^2}{2} + C = \frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2 + C$$
$$F(-2) = \frac{1}{8}(2(-2)^2+4(-2)-1)^2 + C = \frac{1}{8} + C$$
$$\frac{1}{8} + C = \frac{9}{8} \Rightarrow C = \frac{9}{8} - \frac{1}{8} = 1$$

بند (3 – 5) تكامل الدوال المثلثية

في التمارين (1–5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C$ — **(a)** (b)

(2) $\int \csc^2 x\,dx = \cot x + C$ — (a) **(b)**

$$\int \csc^2 x\ dx = -\cot x + C$$

(3) $\left(F'(x) = \sec^2 x\ ,\ F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1\right) \Longrightarrow F(x) = \tan x + 2$ — (a) **(b)**

$$F(x) = \int \sec^2 x\ dx = \tan x + C$$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \tan\frac{\pi}{4} + C = 1 + C = -1 \Rightarrow C = -2$$

(4) $(F'(x) = \cos x + \sin x\ ,\ F(\pi) = 1) \Longrightarrow F(x) = \sin x - \cos x$ — **(a)** (b)

$$F(x) = \int (\cos x + \sin x)\ dx = \sin x - \cos x + C$$

$$F(\pi) = \sin\pi - \cos\pi + C = 0 - (-1) + C \Rightarrow 1 + C = 1 \Rightarrow C = 0$$

(5) $(F'(x) = \sec(x)\tan(x)\ ,\ F(0) = 4) \Longrightarrow F(x) = \sec x + 3$ — **(a)** (b)

$$F(x) = \int \sec(x)\cdot\tan(x)\ dx = \sec x + C$$

$$F(0) = \sec(0) + C \Rightarrow (1) + C = 4 \Rightarrow C = 3$$

في التمارين (6–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي:

(a) $F(x) = 8x + \csc x + C$

(b) $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$

(d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

$$F(x) = \int (8 + \csc x \cot x)\ dx = 8x - \csc x + C$$

(7) $\int \csc(5x)\cot(5x)\,dx =$

a) $\frac{1}{5}\csc(5x)+C$

b) $\csc(5x)+C$

c) $\frac{1}{5}\cot(5x)+C$

d) $-\frac{1}{5}\csc(5x)+C$

$$\int \csc(5x)\cot(5x)\ dx = -\frac{1}{5}\csc(5x)+C$$

(8) $\int \sqrt[3]{\cot x}\csc^2 x\,dx =$

a) $\frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4}+C$

b) $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4}+C$

c) $-\frac{3}{4}\sqrt[4]{(\cot x)^3}+C$

d) $3\sqrt[3]{(\cot x)^4}+C$

$$u=\cot x, du=-\csc^2 x dx$$

$$-\int(\cot x)^{\frac{1}{3}}(-\csc^2 x)\ dx = -\int (u)^{\frac{1}{3}}\ du = \frac{-u^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}+C$$

$$=\frac{-3}{4}(\cot x)^{\frac{4}{3}}+C = \frac{-3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4}+C$$

(9) إذاكانت $y(\theta=0)=-3$ ، $\frac{dy}{d\theta}=\sin\theta$ فإنّ y تساوي:

a) $-\cos\theta$

b) $2-\cos\theta$

c) $-2-\cos\theta$

d) $4-\cos\theta$

$$dy=\sin\theta\ d\theta$$

$$y=\int \sin\theta\ d\theta = -\cos\theta + C$$

$$-3=-\cos 0 + C \Rightarrow -3=-1+C \Rightarrow C=-2$$

(10) $\int \sec^5 x \tan x \, dx =$

(a) $\frac{5}{3}\sec^5 x + C$ (b) $\frac{1}{5}\sec^6 x + C$

(c) $\frac{1}{5}\sec^5 x + C$ (d) $-\frac{5}{3}\sec^5 x + C$

$$u = \sec x, du = \sec x \tan x \; dx$$

$$\int \sec^4 x \cdot \sec x \tan x \; dx = \int u^4 \; du = \frac{u^5}{5} + C = \frac{1}{5}\sec^5 x + C$$

---

(11) $\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2+\cot x}} dx =$

(a) $\frac{3}{2}(2+\cot x)^{\frac{2}{3}} + C$ (b) $-\frac{3}{2}(2+\cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(c) $-2\sqrt{2+\cot x} + C$ (d) $\frac{4}{3}(2+\cot x)^{\frac{4}{3}} + C$

$$u = 2 + \cot x, du = -\csc^2 x \; dx$$

$$\int (2+\cot x)^{\frac{-1}{3}} \cdot \csc^2 x \; dx = -\int (2+\cot x)^{\frac{-1}{3}} \cdot (-\csc^2 x) \; dx =$$

$$-\int u^{\frac{-1}{3}} \; du = \frac{u^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C = \frac{-3}{2}(2+\cot x)^{\frac{2}{3}} + C$$

---

(12) $\int \frac{\sin(4x)}{\cos^5(4x)} dx =$

(a) $-\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x) + C$ (b) $\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x) + C$

(c) $-\cos^{-4}(4x) + C$ (d) $\cos^{-4}(4x) + C$

$$u = \cos 4x, du = -4\sin 4x \; dx$$

$$\int (\cos 4x)^{-5} \cdot \sin 4x \; dx = \frac{1}{-4}\int (\cos 4x)^{-5} \cdot (-4\sin 4x) \; dx =$$

$$\frac{-1}{4}\int u^{-5} \; du = \frac{-1}{4}\frac{u^{-4}}{-4} + C = \frac{1}{16}\cos^{-4}(4x) + C$$

بند (4 – 5) تكامل الدوال الأسية واللوغاريتمية

في التمارين (1–6)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت: $y = 4^{x-2}$ فإن: $\frac{dy}{dx} = 4x$

(a) (b)

$$y = 4^{x-2} \cdot \ln 4 \cdot (x-2)' = 4^{x-2} \cdot \ln 4$$

(2) إذا كانت: $f(x) = e^{x^2}$ فإن: $f'(x) = 2xe^{2x}$

(a) (b)

$$f'(x) = e^{x^2} \cdot (x^2)' = e^{x^2} \cdot 2x = 2xe^{x^2}$$

(3) إذا كانت: $g(x) = \ln(2x+2)$ فإن: $g'(x) = \frac{1}{2x+2}$

(a) (b)

$$g'(x) = \frac{(2x+2)'}{(2x+2)} = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}$$

(4) إذا كانت: $y = x\ln x - x$ فإن: $y' = \ln x$

(a) (b)

$$y' = (x)'\ln x + x(\ln x)' - (x)' = \ln x + x\frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x$$

(5) $\int \frac{1}{2x}dx = \frac{\ln x}{2} + C$

(a) (b)

$$\int \frac{1}{2x}\ dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x}\ dx = \frac{1}{2}\ln|x| + C$$

(6) $\int \frac{1}{3x+1}dx = \ln(3x+1) + C$

(a) (b)

$$\int \frac{1}{3x+1}\ dx = \frac{1}{3}\int \frac{3}{3x+1}\ dx = \frac{1}{3}\ln|3x+1| + C$$

في التمارين (7–14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كانت $y = e^{-5x}$، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) e^{-5x} b) $-e^{-5x}$

c) $-5e^{-5x}$ d) $5e^{-5x}$

$$\frac{dy}{dx} = e^{-5x} \cdot (-5x)' = e^{-5x} \cdot -5 = -5e^{-5x}$$

(8) إذا كانت $y = x^2 e^x - x e^x$، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $e^x(x^2 + x - 1)$ b) $e^x(x^2 - x)$

c) $2x e^x - e^x$ d) $e^x(x^2 + 2x + 1)$

$$\frac{dy}{dx} = 2x\ e^x + x^2 e^x - (e^x + x\ e^x) = 2x\ e^x + x^2 e^x - e^x - x\ e^x$$

$$= x\ e^x + x^2 e^x - e^x = e^x(x\ + x^2 - 1)$$

(9) إذا كانت $y = (\ln x)^2$، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $\frac{\ln x}{x}$ b) $\frac{2\ln x}{x}$

c) $\frac{x \ln x}{2}$ d) $\frac{2\ln^2 x}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = 2\ln x \cdot (\ln x)' = 2\ln x \cdot \frac{1}{x} = \frac{2\ln x}{x}$$

(10) إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $-\frac{10}{x}$ b) $\frac{10}{x}$

c) $\frac{1}{x}$ d) $-\frac{1}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{10}{x}\right)'}{\frac{10}{x}} = \frac{-10x}{x^2} \cdot \frac{x}{10} = \frac{-1}{x}$$

(11) إذا كانت $y = \ln(x^2+1)$، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $\frac{x}{x^2+1}$ ⓑ $\frac{2}{x^2+1}$

ⓒ $\frac{2x}{x^2+1}$ ⓓ $-\frac{2x}{x^2+1}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2+1)'}{x^2+1} = \frac{2x}{x^2+1}$$

(12) $\int \frac{2x}{x^2+1}\,dx =$

ⓐ $2\ln(x^2+1)+C$ ⓑ $\ln(x^2+1)+C$

ⓒ $\frac{x^2}{x^2+1}+C$ ⓓ $\frac{x}{\frac{1}{3}x^2+1}+C$

$$u = x^2+1, u' = 2x$$

$$\int \frac{2x}{x^2+1}\,dx = \int \frac{u'}{u}\,dx = \ln|u| + C = \ln|x^2+1| + C = \ln(x^2+1) + C$$

(13) $\int \frac{e^x+e^{-x}}{2}\,dx =$

ⓐ $\frac{e^x-e^{-x}}{2}+C$ ⓑ $\frac{e^x+e^{-x}}{2}+C$

ⓒ $\frac{e^{-x}-e^x}{2}+C$ ⓓ $\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}+C$

$$\frac{1}{2}\int (e^x+e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}\left(\int e^x\,dx + \int e^{-x}\,dx\right) =$$

$$\frac{1}{2}\left(\int e^x\,dx - \int (-1)e^{-x}\,dx\right) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-x} + C = \frac{e^x-e^{-x}}{2} + C$$

(14) $\int \frac{e^x}{e^x-4}\,dx =$

ⓐ $-\frac{1}{2}(e^x-4)+C$ ⓑ $\ln|e^x-4|+C$

ⓒ $-\ln|e^x-4|+C$ ⓓ $\frac{1}{2}\ln|e^x-4|+C$

$$u = e^x-4, u' = e^x$$

$$\int \frac{e^x}{e^x-4}\,dx = \int \frac{u'}{u}\,dx = \ln|u| + C = \ln|e^x-4| + C$$

بند (5 – 5) التكامل بالتجزئ

في التمارين (1–5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\int x\cos(2x)dx = \frac{1}{2}x\sin(2x) + \frac{1}{4}\cos 2x + C$ **(a)**   (b)

$$u = x, dv = \cos(2x)dx$$

$$du = dx, v = \frac{\sin(2x)}{2}$$

$$\int u\ dv = u\cdot v - \int v\ du$$

$$\int x\cos(2x)dx = x\cdot\frac{\sin(2x)}{2} - \int\frac{\sin(2x)}{2}dx =$$

$$= \frac{1}{2}x\sin(2x) - \frac{1}{2}\,\frac{-\cos(2x)}{2} + C$$

$$= \frac{1}{2}x\sin(2x) + \frac{1}{4}\cos(2x) + C$$

حل ثالث
طريقة مختصرة للموضوعي

	اشتقاق	تكامل
+	x	$\cos 2x$
−	1	$\frac{\sin 2x}{2}$
	0	$\frac{-\cos 2x}{4}$

ناتج التكامل :

$$\frac{1}{2}x\sin 2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$$

حل ثاني   إيجاد مشتقة الطرف الأيمن

$$\left(\frac{1}{2}x\sin(2x) + \frac{1}{4}\cos(2x) + C\right)' =$$

$$\cancel{\frac{1}{2}\sin(2x)} + \frac{1}{2}x\cos(2x)\cdot 2 - \cancel{\frac{1}{4}\sin(2x)\cdot 2} = x\cos(2x)$$

---

(2) $\int x\sin(\pi x)dx = -\frac{x}{\pi}\cos(\pi x) + \frac{1}{\pi^2}\sin(\pi x) + C$ **(a)**   (b)

$$u = x, dv = \sin(\pi x)dx$$

$$du = dx, v = \frac{-\cos(\pi x)}{\pi}$$

$$\int u\ dv = u\cdot v - \int v\ du$$

$$\int x\sin(\pi x)dx = x\cdot\frac{-\cos(\pi x)}{\pi} - \int\frac{-\cos(\pi x)}{\pi}dx$$

$$= -\frac{x}{\pi}\cos(\pi x) + \frac{1}{\pi}\,\frac{\sin(\pi x)}{\pi} + C = -\frac{x}{\pi}\cos(\pi x) + \frac{1}{\pi^2}\sin(\pi x) + C$$

حل ثالث
طريقة مختصرة للموضوعي

	اشتقاق	تكامل
+	x	$\sin \pi x$
−	1	$\frac{-\cos \pi x}{\pi}$
	0	$\frac{-\sin \pi x}{\pi^2}$

ناتج التكامل :

$$\frac{-x}{\pi}\cos \pi x + \frac{x}{\pi^2}\sin \pi x + C$$

(3) $\int x e^{6x} dx = \frac{1}{6} x e^{6x} - \frac{1}{36} e^{6x} + C$ إيجاد مشتقة الطرف الأيمن   (a) (b)

$$\left(\frac{1}{6} xe^{6x} - \frac{1}{36} e^{6x} + C\right)' = \cancel{\frac{1}{6}(1)e^{6x}} + \frac{1}{6} x(e^{6x} \cdot 6) - \cancel{\frac{1}{36}(e^{6x} \cdot 6)} = xe^{6x}$$

---

(4) $\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + e^{-x} + C$ إيجاد مشتقة الطرف الأيمن   (a) (b)

$$(-xe^{-x} + e^{-x} + C)' = -(1)e^{-x} - x(e^{-x} \cdot (-1)) + (e^{-x} \cdot (-1)) = -2e^{-x} + x\ e^{-x}$$

---

(5) $\int x \sec^2 x\, dx = x \tan x - \ln|\sec x| + C$ (a) (b)

إيجاد مشتقة الطرف الأيمن

$$(x \tan x - \ln|\sec x| + C)' = \tan x + x \sec^2 x - \frac{(\sec x)'}{\sec x}$$

$$= \cancel{\tan x} + x \sec^2 x - \cancel{\frac{\sec x \tan x}{\sec x}} = x \sec^2 x$$

في التمارين (6–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\int (2x+1)\sin x\, dx$

(a) $(2x+1)\cos x + 2\sin x + C$ (b) $-(2x+1)\cos x + 2\sin x + C$

(c) $-(x+1)\cos x - 2\sin x + C$ (d) $(2x+1)\cos x - \sin x + C$

$$u = 2x+1, dv = \sin xdx$$
$$du = 2dx, v = -\cos x$$
$$\int u\ dv = u \cdot v - \int v\ du$$
$$\int (2x+1)\sin xdx = (2x+1)\cdot(-\cos x) - \int (-\cos x)2dx$$
$$= (2x+1)\cdot(-\cos x) + 2\sin x + C$$

حل ثاني
طريقة مختصرة للموضوعي

اشتقاق	تكامل
$+\ 2x+1$	$\sin x$
$-\ 2$	$-\cos x$
0	$-\sin x$

ناتج التكامل :

$-(2x+1)\cos x + 2\sin x + C$

---

(7) $\int x^2 \ln(x)\,dx =$

ⓐ $\frac{1}{3}x^3\ln(x) - \frac{x^3}{3} + C$

ⓑ $\frac{1}{3}x^3\ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

ⓒ $\frac{1}{3}x^3\ln(x) + \frac{x^3}{9} + C$

ⓓ $-\frac{1}{3}x^3\ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

$u = \ln x, dv = x^2dx$

$du = \frac{1}{x}dx, v = \frac{x^3}{3}$

$\int u\ dv = u \cdot v - \int v\ du$

$\int x^2 \ln x dx = \frac{1}{3}x^3 \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{1}{3}x^3 \ln x - \int \frac{x^2}{3} \cdot dx =$

$= \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{3}\frac{x^3}{3} + C = \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{x^3}{9} + C$

في التمرينين (8–9)، إذا كان $\int (2x+1)\ln x\, dx = uv - \int vdu$ فإن:

(8) $uv =$

ⓐ $(2x+1)\ln x$

ⓑ $2x\ln x$

ⓒ $\frac{2x+1}{2}\ln x$

ⓓ $x(x+1)\ln x$

(9) $\int vdu =$

ⓐ $\frac{1}{2}x\ln x + C$

ⓑ $\frac{1}{2}x^2 + x + C$

ⓒ $(2x+1)\ln x + C$

ⓓ $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$

$u = \ln x, dv = (2x+1)dx$

$du = \frac{1}{x}dx, v = \frac{2x^2}{2} + x = x^2 + x = x(x+1)$

$uv = x(x+1)\ln x$

$\int vdu = \int x(x+1)\frac{1}{x}dx = \int (x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$

في التمرينين (10–11)، إذا كان $\int (3x-1)e^{3x+2}\,dx = uv - \int v\,du$ فإن:

(10) $uv =$

ⓐ $(3x-1)e^{3x+2}$

ⓑ $\frac{1}{3}(3x-1)e^{3x+2}$

ⓒ $(3x-1)e^{x+2}$

ⓓ $\frac{1}{3}(x-1)e^{3x+2}$

(11) $\int v\,du =$

ⓐ $-\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$

ⓑ $-e^{3x+2}+C$

ⓒ $\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$

ⓓ $e^{3x+2}+C$

$$u=(3x-1),\ dv=e^{3x+2}dx=\frac{1}{3}(3e^{3x+2}dx)$$

$$du=3dx,\ v=\frac{1}{3}e^{3x+2}$$

$$uv=\frac{1}{3}(3x-1)e^{3x+2}$$

$$\int v\,du=\int\frac{1}{3}e^{3x+2}\cdot 3dx=\int\frac{1}{3}(e^{3x+2}\cdot 3)dx=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$$

بند (6 – 5) التكامل باستخدام الكسور الجزئية

في التمارين (1–4)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\int \frac{4dx}{(x+3)(x+7)} = \ln|x+3| + \ln|x+7| + C$ (a) (b)

$$\frac{4}{(x+3)(x+7)} = \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x+7)}$$

$$4 = A(x+7) + B(x+3)$$

$$4 = A(-7+7) + B(-7+3) \Rightarrow 4 = -4B \Rightarrow B = -1$$

$$4 = A(-3+7) + B(-3+3) \Rightarrow 4 = 4A \Rightarrow A = 1$$

$$\int \frac{4}{(x+3)(x+7)}dx = \int (\frac{1}{(x+3)} + \frac{-1}{(x+7)})dx =$$

$$\ln|x+3| - \ln|x+7| + C$$

حل آخر إيجاد مشتقة الطرف الأيمن ثم توحيد المقامات

$$(\ln|x+3| + \ln|x+7| + C)' = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+7} = \frac{x+7+x+3}{(x+3)(x+7)} = \frac{2x+10}{(x+3)(x+7)}$$

لا يساوي الطرف الأيسر

---

(2) $\int \frac{-6dx}{x^2+3x} = -2\ln|x+3| + 2\ln|x| + C$ (a) (b)

$$\frac{-6}{x(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+3}$$

$$-6 = A(x+3) + B(x)$$

$$-6 = A(-3+3) + B(-3) \Rightarrow -6 = -3B \Rightarrow B = 2$$

$$-6 = A(0+3) + B(0) \Rightarrow -6 = 3A \Rightarrow A = -2$$

$$\int \frac{-6}{x(x+3)}dx = \int (\frac{-2}{x} + \frac{2}{(x+3)})dx =$$

$$-2\ln|x| + 2\ln|x+3| + C$$

حل آخر إيجاد مشتقة الطرف الأيمن ثم توحيد المقامات

$$(-2\ln|x+3| + 2\ln|x| + C)' = \frac{-2}{x+3} + \frac{2}{x} = \frac{-2x+2(x+3)}{(x+3)(x)} = \frac{6}{x^2+3x}$$

لا يساوي الطرف الأيسر

(3) الدالة: $f(x) = \frac{4x-11}{2x^2-x-3}$ على صورة كسور جزئية هي: $f(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{2x-3}$ (b) (a)

بتوحيد المقامات

$$\frac{3}{x+1}-\frac{2}{2x-3}=\frac{3(2x-3)-2(x+1)}{(x+1)(2x-3)}=\frac{6x-9-2x-2}{2x^2-3x+2x-3}=\frac{4x-11}{2x^2-x-3}$$

(4) للحدودية النسبية: $\frac{x^2-x+2}{x^3-2x^2+x}$ ثلاثة كسور جزئية.

a b

في التمارين (5–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) $\int \frac{6}{x^2-9}dx =$

a $\ln|x+3|-\ln|x-3|+C$

b $\ln(x-3)-\ln(x+3)+C$

c $\ln|x+3|+\ln|x-3|+C$

d $\ln|x-3|-\ln|x+3|+C$

$$\frac{6}{(x+3)(x-3)}=\frac{A}{(x+3)}+\frac{B}{(x-3)}$$

$$6=A(x-3)+B(x+3)$$

$$6=A(3-3)+B(3+3)\Rightarrow 6=6B\Rightarrow B=1$$

$$6=A(-3-3)+B(-3+3)\Rightarrow 6=-6A\Rightarrow A=-1$$

$$\int\frac{6}{(x+3)(x-3)}dx=\int\left(\frac{-1}{(x+3)}+\frac{1}{(x-3)}\right)dx=$$

$$-\ln|x+3|+\ln|x-3|+C$$

(6) $\int \frac{7x-7}{x^2-3x-10}dx =$

a $4\ln|x+2|+3\ln|x-5|+C$

b $3\ln|x+2|+2\ln|x-5|+C$

c $4\ln|x-5|+3\ln|x+2|+C$

d $4\ln|x-5|-3\ln|x+2|+C$

$$\frac{7x-7}{(x-5)(x+2)}=\frac{A}{(x-5)}+\frac{B}{(x+2)}$$

$$7x-7=A(x+2)+B(x-5)$$

$$7(-2)-7=A(-2+2)+B(-2-5)\Rightarrow -21=-7B\Rightarrow B=3$$

$$7(5)-7=A(5+2)+B(5-5)\Rightarrow 28=7A\Rightarrow A=4$$

$$\int\frac{7x-7}{(x-5)(x+2)}dx=\int\left(\frac{4}{(x-5)}+\frac{3}{(x+2)}\right)dx=$$

$$4\ln|x-5|+3\ln|x+2|+C$$

(7) الدالة النسبية: $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$ على صورة كسور جزئية هي $f(x)$ تساوي:

ⓐ $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}$

ⓑ $\frac{1}{2(x-2)}+\frac{1}{2(x+2)}$

ⓒ $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}$

ⓓ $\frac{1}{2(x-2)}-\frac{1}{2(x+2)}$

$$\frac{x}{(x-2)(x+2)}=\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x+2)}$$
$$x=A(x+2)+B(x-2)$$
$$-2=A(-2+2)+B(-2-2)\Rightarrow -2=-4B\Rightarrow B=\frac{1}{2}$$
$$2=A(2+2)+B(2-2)\Rightarrow 2=4A\Rightarrow A=\frac{1}{2}$$
$$\frac{x}{x^2-4}=\frac{1}{2(x-2)}+\frac{1}{2(x+2)}$$

---

(8) $\int\frac{2x^2-4x+3}{x^2-1}dx=$

ⓐ $2+2\ln|x-1|-\frac{9}{2}\ln|x+1|+C$

ⓑ $\frac{1}{2}\ln|x-1|-\frac{9}{2}\ln|x+1|+C$

ⓒ $2x+\frac{1}{2}\ln|x-1|-\frac{9}{2}\ln|x+1|+C$

ⓓ $x+\frac{1}{2}\ln|x-1|-9\ln|x+1|+C$

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline x^2-1 & 2x^2-4x+3 \\ & 2x^2 \quad\quad -2 \\ \hline & \quad -4x+5 \end{array}$$

$$\frac{2x^2-4x+3}{x^2-1}=2+\frac{-4x+5}{x^2-1}$$
$$\frac{-4x+5}{(x-1)(x+1)}=\frac{A}{(x-1)}+\frac{B}{(x+1)}$$
$$-4x+5=A(x+1)+B(x-1)$$
$$-4(1)+5=A(1+1)+B(1-1)\Rightarrow 1=2A\Rightarrow A=\frac{1}{2}$$
$$-4(-1)+5=A(-1+1)+B(-1-1)\Rightarrow 9=-2B\Rightarrow B=\frac{-9}{2}$$
$$\frac{-4x+5}{x^2-1}=\frac{1}{2(x-1)}-\frac{9}{2(x+1)}$$
$$\int\frac{2x^2-4x+3}{x^2-1}dx=\int(2+\frac{1}{2(x-1)}-\frac{9}{2(x+1)})dx=$$
$$=2x+\frac{1}{2}\ln(x-1)-\frac{9}{2}\ln(x+1)+C$$

(9) $\int \frac{3x^2+2x}{x^2-4}dx =$

(a) $4\ln|x-2|-2\ln|x+2|+C$

(b) $3x+2\ln|x-2|-2\ln|x-2|+C$

(c) $3x+4\ln|x-2|-2\ln|x+2|+C$

(d) $3x+4\ln|x-2|+2\ln|x+2|+C$

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline x^2-4 & 3x^2+2x \\ & 3x^2 \quad -12 \\ \hline & 2x+12 \end{array}$$

$$\frac{3x^2+2x}{x^2-4}=3+\frac{2x+12}{x^2-4}$$

$$\frac{2x+12}{(x-2)(x+2)}=\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x+2)}$$

$$2x+12=A(x+2)+B(x-2)$$

$$2(2)+12=A(2+2)+B(2-2)\Rightarrow 16=4A\Rightarrow A=4$$

$$2(-2)+12=A(-2+2)+B(-2-2)\Rightarrow 8=-4B\Rightarrow B=-2$$

$$\frac{3x^2+2x}{x^2-4}=\frac{4}{(x-2)}-\frac{2}{2(x+2)}$$

$$\int\frac{3x^2+2x}{x^2-4}dx=\int(3+\frac{4}{x-2}-\frac{2}{x+2})dx=$$

$$=3x+4\ln|x-2|-2\ln|x+2|+C$$

---

(10) $\int \frac{x^3+2}{x^2-x}dx =$

(a) $\frac{x^2}{2}+3\ln|x-1|+2\ln|x|+C$

(b) $\frac{x^2}{2}-x+3\ln|x-1|+2\ln|x|+C$

(c) $\frac{x^2}{2}-3\ln|x-1|+2\ln|x|+C$

(d) $\frac{x^2}{2}+x+3\ln|x-1|-2\ln|x|+C$

$$\begin{array}{r|l} & x+1 \\ \hline x^2-x & x^3 \quad\quad +2 \\ & x^3 - x^2 \\ \hline & x^2 \quad +2 \\ & x^2 - x \\ \hline & x+2 \end{array}$$

$$\frac{x^3+2}{x^2-x}=x+1+\frac{x+2}{x^2-x}$$

$$\frac{x+2}{x(x-1)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}$$

$$x+2=A(x-1)+B(x)$$

$$0+2=A(0-1)+B(0)\Rightarrow 2=-A\Rightarrow A=-2$$

$$1+2=A(1-1)+B(1)\Rightarrow 3=B\Rightarrow B=3$$

$$\frac{x+2}{x(x-1)}=\frac{-2}{x}+\frac{3}{x-1}$$

$$\int\frac{x^3+2}{x^2-x}dx=\int(x+1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x-1})dx=$$

$$=\frac{x^2}{2}+x-2\ln|x|+3\ln|x-1|+C$$

بند (7 – 5) التكامل المحدد

في التمارين (1–7)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\,dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \cos^2 x\,dx = \frac{\pi}{2}$ a b

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\ dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\ dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x + \cos^2 x)\ dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1\ dx = [x]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

(2) $\int_{-3}^{-2} (|x| + x + 5)dx = -2$ a b

$$\int_{-3}^{-2} -x + x + 5\ dx = \int_{-3}^{-2} 5\ dx = 5(-2-(-3)) = 5$$

(3) $\int_{-1}^{1} (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2}$ a b

$$\int_{-1}^{0} (-x)^3\ dx + \int_0^1 (x)^3\ dx = \left[\frac{(-x)^4}{4}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{(x)^4}{4}\right]_0^1 = \left[\frac{(x)^4}{4}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{(x)^4}{4}\right]_0^1$$

$$= \left[\frac{(0-(-1)^4}{4}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{(1)^4 - 0^4}{4}\right]_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

(4) $\int_0^1 12(3x-2)^3 dx = -15$ a b

$$4\int_0^1 (3x-2)^3\ 3dx = 4\left[\frac{(3x-2)^4}{4}\right]_0^1 = 4\left[\frac{(3(1)-2)^4 - (3(0)-2)^4}{4}\right] = 4 \times \frac{1-16}{4} = -15$$

(5) $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\pi}\sqrt{1-x^2}\,dx = 1$ a b

$y = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$ معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 1

$y = \sqrt{1-x^2}$ معادلة النصف العلوي من الدائرة

$\frac{1}{\pi}\int \sqrt{1-x^2}dx = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (1) = \frac{1}{2}$ مساحة النصف العلوي من الدائرة

(6) $\int_2^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx = 0$

a b

$$\int_2^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx = \int_2^5 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 2\int_2^5 f(x)dx$$

(7) $\int_2^4 f(x)dx + \int_4^2 g(x)dx = 0$

لا يمكن تطبيق الخواص لأن الدالتين مختلفتين

a b

في التمارين (8–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان: $\int_3^{-1} g(x)dx = 2$ ، $\int_{-1}^3 f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^3 (2f(x)+3g(x)+1)dx$ تساوي:

a 18 b −6 c 6 d 12

$$2\int_{-1}^3 f(x)dx + 3\int_{-1}^3 g(x)dx + \int_{-1}^3 (1)dx = 2\times 4 + 3\times(-2) + (3-(-1)) = 8 - 6 + 4 = 6$$

(9) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2}\, dx =$

باستخدام الآله الحاسبة

a 2 b $2\sqrt{2}$ c 4 d 8

$$\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2}\ dx = \sqrt{2}(\sqrt{18} - \sqrt{2}) = 4$$

(10) $\int_{-1}^1 (1-|x|)dx =$

باستخدام الآله الحاسبة

a 1 b −1 c 0 d $\frac{1}{2}$

$$\int_{-1}^1 (1-|x|)\ dx = \int_{-1}^1 1\ dx - \int_{-1}^1 |x|)\ dx = \int_{-1}^1 1\ dx - \int_{-1}^0 (-x)\ dx - \int_0^1 (x)\ dx =$$

$$1(1-(-1)) - \left[\frac{-x^2}{2}\right]_{-1}^0 - \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = 2 + \frac{1}{2}(0^2 - (-1)^2) - \frac{1}{2}(1^2 - 0^2) = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

(11) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)dx =$

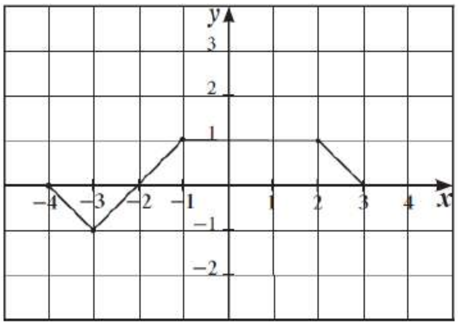
باستخدام الآله الحاسبة

a 4 b 2 c 0 d π

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)\ dx = [-\cos x + \sin x]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = (-\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}) - (-\cos\frac{-\pi}{2} + \sin\frac{-\pi}{2})$$
$$= (0+1) - (0+(-1)) = 2$$

في التمارين (13–15)، لديك قائمتان، اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين من القائمة (1) لتحصل على عبارة صحيحة.

إذا كان بيان الدالة f كما في الشكل المقابل، فإن:



(1)	(2)
(13) $\int_{-4}^{3} f(x)\,dx$ يساوي: d	a 6
(14) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي: b	b 5
(15) $\int_{-4}^{-1} \left(f(x)+\frac{1}{6}\right)dx$ يساوي: c	c 0
	d 3

$$\int_{-4}^{-2} f(x)\ dx = -1$$
$$\int_{-2}^{3} f(x)\ dx = 4$$
$$\int_{-4}^{3} f(x)\ dx = \int_{-4}^{-2} f(x)\ dx + \int_{-2}^{3} f(x)\ dx = -1+4 = 3$$

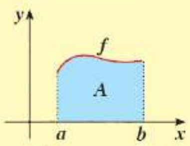
$$\int_{-4}^{-1} f(x)\ dx + \int_{-4}^{-1} (\frac{1}{6})\ dx = (-1+\frac{1}{2}) + \frac{1}{6}\left[-1-(-4)\right] = \frac{-1}{2} + \frac{1}{6}\times 3 = 0$$

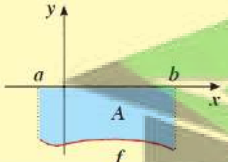
التفسير البياني للتكامل المحدد Graphical Interpretation of Definite Integral

في المستوى الإحداثي لتكن f دالة متصلة على $[a\,,b]$،
A تمثل مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x=a$, $x=b$

1 إذا كانت: $f(x) \geqslant 0 \quad \forall x \in [a\,,b]$
فإن: $\int_a^b f(x)\,dx = A$

2 إذا كانت: $f(x) \leqslant 0 \quad \forall x \in [a\,,b]$
فإن: $\int_a^b f(x)\,dx = -A$





بند (1 – 6) المساحات في المستوى

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a$, $x = b$ هي: $\int_a^b f(x)\,dx$

(a) **(b)**

لم يحدد هل الدالة بأكبر أو أصغر من الصفر

$$A = \int_a^b f(x)dx, \forall f(x) \geq 0$$

$$A = -\int_a^b f(x)dx, \forall f(x) \leq 0$$

$$A = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$$

****

(2) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4 - x^2$ ومحور السينات في $[-2,2]$ هي: $2\int_0^2 f(x)\,dx$

(a) (b)

آله حاسبة

منحنى دالة تربيعية
متماثل حول محول السينات
ويقطعه عند x= 2 , x=-2
وفتحته للأسفل

$$A = \left|\int_{-2}^2 4 - x^2 dx\right|$$

$$A = \left|2\int_0^2 4 - x^2 dx\right|$$

****

(3) إذا كانت: $\forall x \in [a,b]$ $\quad f(x) \leq 0$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في $[a,b]$ هي: $\int_b^a f(x)\,dx$

(a) (b)

$$A = -\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$$

****

(4) إذا كان منحنى الدالة f : $f(x)=x^2-2x-3$ يقطع محور السينات عند $x=-1$ ، $x=3$.

فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي: $A=\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$

a b

$$x^2-2x-3=0 \Rightarrow (x-3)(x+1)=0$$
$$x=3, x=-1 \Rightarrow f(0)=-3<0$$
$$A=-\int_{-1}^{3} f(x)dx$$

****

(5) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=|x|$

في الفترة $[-2,2]$ هي: 2 وحدة مساحة

a b

طريقة 1

$$f(x)\geq 0$$

آله حاسبة

$$A=\int_{-2}^{2}|x|dx=4$$

طريقة 2

$$|x|=0 \Rightarrow x=0, 0\in(-2,2)$$
$$A=\left|\int_{-2}^{0} xdx\right|+\left|\int_{0}^{2} xdx\right|=4$$

****

في التمارين (6–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ ومحور السينات هي:

a) 9π units^2

b) 6π units^2

c) 3π units^2

d) $\frac{9}{2}\pi$ units^2

مساحة نصف دائرة مركزها (0 , 0) ونصف قطرها 3

$$A=\frac{1}{2}(\pi\cdot r^2)=\frac{1}{2}\pi\cdot 3^2=\frac{9}{2}\pi$$

(7) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة g : $g(x)=(x-2)^3$ ومحور السينات في الفترة $[0,4]$ بالوحدات المربعة هي:

(a) $2\int_0^2 g(x)dx$ $\boxed{=-8}$

(b) $-2\int_0^2 g(x)dx$ $\boxed{=8}$

(c) $\int_0^4 g(x)dx$ $\boxed{=0}$

(d) $-2\int_2^4 g(x)dx$ $\boxed{=-8}$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow 2 \in (0,4)$$

$$A=\left|\int_0^2 (x-2)^3 dx\right|+\left|\int_2^4 (x-2)^3 dx\right|=|-4|+|4|=8$$

آله حاسبة

****

(8) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x)=2$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=-\sqrt{x}$ والمستقيمين $x=0$ ، $x=4$ هي:

(a) 20 units^2

(b) $\frac{8}{3} \text{ units}^2$

(c) $\frac{40}{3} \text{ units}^2$

(d) 8 units^2

$$-\sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4 \Rightarrow 4 \notin (0,4)$$

$$A=\left|\int_0^4 (2+\sqrt{x})dx\right|=13.333$$

****

(9) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=x+2$ هي:

(a) $\pi-2 \text{ units}^2$

(b) $\pi \text{ units}^2$

(c) $\pi+2 \text{ units}^2$

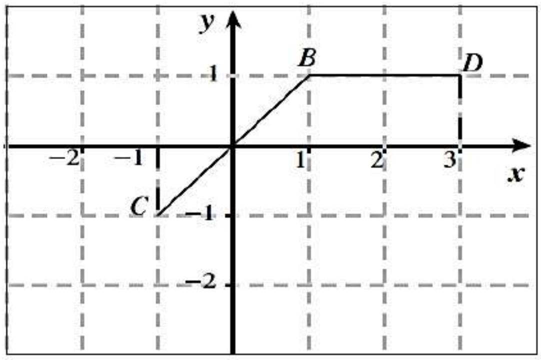
(d) 2 units^2

$$\sqrt{4-x^2}=x+2 \Rightarrow 4-x^2=(x+2)^2 \Rightarrow 4-x^2=x^2+4x+4$$

$$0=2x^2+4x \Rightarrow 2x(x+2)=0 \Rightarrow x=0, x=-2$$

$$A=\left|\int_{-2}^0 (x+2)-\sqrt{4-x^2}\,dx\right|=1.142$$

(10) إذا كان بيان الدالة f يمثله $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$ ، $x = -1$ هي:



(a) 3 units^2　(b) 4 units^2　(c) 2 units^2　(d) 5 units^2

المساحة

$$A = 2.5 + 0.5 = 3$$

لاحظ أن

$$\int_{-1}^{3} f(x)dx = 2.5 + (-0.5) = 2$$

بند (2 – 6) حجوم الأجسام الدورانية

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1,8]$ هو: $V=\pi\int_8^1(\sqrt[3]{x})^2dx$

(a) **(b)**

$$V=\pi\int_1^8(\sqrt[3]{x})^2dx$$

****

(2) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=2\sqrt{x}$ في الفترة $[1,4]$ هو: $V=\pi\int_0^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx$

(a) (b)

$$V=\pi\int_1^4(2\sqrt{x})^2dx\pi=\int_1^4 4xdx$$

$$V=\pi\int_0^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx$$

$$=\pi\int_0^1 4xdx+\pi\int_1^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx=\pi\int_1^4 4xdx$$

****

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=x$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=\frac{1}{2}x^2$ هو: $V=\pi\int_0^2\left(x-\frac{1}{2}x^2\right)dx$

(a) **(b)**

$$\frac{1}{2}x^2=x\Rightarrow\frac{1}{2}x^2-x=0\Rightarrow x(\frac{1}{2}x-1)=0$$

$$x=0,\frac{1}{2}x-1=0\Rightarrow\frac{1}{2}x=1\Rightarrow x=2$$

$$V=\pi\int_0^2(x)^2-\left(\frac{1}{2}x^2\right)^2dx=\pi\int_0^2 x^2-\frac{1}{4}x^4dx$$

(4) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=x^3$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=8$, $x=0$ يساوي حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات لمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة h : $h(x)=-8$, $x=0$

(a) (b)

$$x^3=8 \Rightarrow x=2$$
$$g(x)\ge f(x)\ge 0 \forall x\in(0,2)$$
$$V=\pi\int_0^2 (8)^2-(x^3)^2\,dx=\pi\int_0^2 64-x^6\,dx=\frac{768}{7}\pi$$
$$x^3=-8 \Rightarrow x=-2$$
$$h(x)\le f(x)\le 0 \forall x\in(-2,0)$$
$$V=\pi\int_{-2}^0 (-8)^2-(x^3)^2\,dx=\pi\int_{-2}^0 64-x^6\,dx=\frac{768}{7}\pi$$

****

في التمارين (5−12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=3$ ومحور السينات في الفترة $[-1,1]$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 6π (b) 18 (c) 18π (d) 81π

30

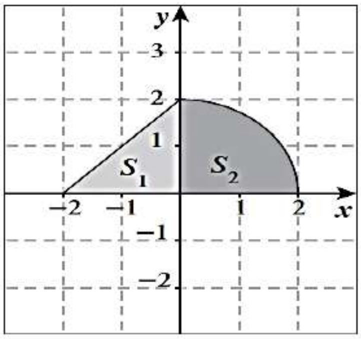
$$V=\pi\int_{-1}^1 (3)^2\,dx=18\pi$$

****

(6) المنطقة المظللة $S = S_1 \cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

(a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4+2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) 8π



الحجم = حجم نصف كرة (نصف قطرها 2)
+ حجم مخروط (نصف قطر قاعدته 2 و ارتفاعه 2)

$$V = \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi(r)^3 + \frac{1}{3}\times\pi(r)^2(h)$$
$$= \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi(2)^3 + \frac{1}{3}\times\pi(2)^2(2) = 8\pi$$

****

(7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4-x^2}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) $\frac{32}{3}\pi$

الحجم = حجم كرة (نصف قطرها 2)

$$V = \frac{4}{3}\pi(r)^3 = \frac{4}{3}\pi(2)^3 = \frac{32}{3}\pi$$

****

(8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f : f(x) = \frac{1}{x}$ والمستقيمات $x=1$, $x=2$, $y=0$ هو:

(a) π units^3 (b) $\frac{\pi}{3}$ units^3 (c) $\frac{\pi}{2}$ units^3 (d) $\frac{\pi}{4}$ units^3

$$V = \pi\int_1^2 (\frac{1}{x})^2\, dx = \frac{1}{2}\pi$$

(9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{x+1}$ والمستقيمين $x=3$, $x=-1$ بالوحدات المكعبة هو:

a 8π b 7π c 8 d $\frac{5}{2}\pi$

$$V=\pi\int_{-1}^{3}(\sqrt{x+1})^2\,dx=8\pi$$

****

(10)حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $y=-2$, $x=0$ ومنحنى الدالة f : $f(x)=-\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

a 4π b 16π c 8π d 2π

$$-\sqrt{x}=-2\Rightarrow x=4$$

$$y(1)=-2,\ f(1)=-\sqrt{1}=-1\Rightarrow y\le f(x)\le 0$$

$$V=\pi\int_{0}^{4}(-2)^2-(-\sqrt{x})^2\,dx=8\pi$$

****

(11)حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين المنحنيين $x=2y$, $y=\sqrt{x}$ هو:

a $\int_0^4\left(x-\frac{x}{2}\right)^2dx$ b $\pi\int_0^4\left(\frac{x^2}{4}-x\right)dx$ c $\int_0^4\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx$ d $\pi\int_0^4\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx$

$$y_1=\frac{x}{2},\ y_2=\sqrt{x}$$

$$\frac{x}{2}=\sqrt{x}\Rightarrow x=2\sqrt{x}\Rightarrow x^2=4x\Rightarrow x^2-4x=0$$

$$x(x-4)=0\Rightarrow x=0,\ x=4$$

$$y_1(1)=\frac{1}{2},\ y_2(1)=1\Rightarrow y_2\ge y_1\ge 0$$

$$V=\pi\int_0^4(\sqrt{x})^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2dx=\pi\int_0^4\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx=\frac{8}{3}\pi$$

(12) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى $y=\sqrt{x}$ ومنحنى $x=2y$، هو:

a $\frac{64\pi}{15}$ units^3 b $\frac{32\pi}{15}$ units^3 c $\frac{64\pi}{5}$ units^3 d $\frac{8\pi}{3}$ units^3

بند (3 – 6) طول قوس ومعادلة منحنى دالة

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x)=\frac{1}{3}(1+4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0,1]$ هو $L=\frac{2}{3}$ وحدة طول.

a **b**

$$f'(x)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}(1+4x)^{\frac{1}{2}}\cdot 4=2(1+4x)^{\frac{1}{2}}$$

$$(f'(x))^2=(2(1+4x)^{\frac{1}{2}})^2=4(1+4x)=4+16x$$

$$L=\int_0^1\sqrt{1+4+16x}\ dx=3.454$$

****

(2) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو: x^3+2 ويمر بالنقطة $A(2,6)$ معادلته: $f(x)=\frac{x^4}{4}+2x+2$

a **b**

$$f'(x)=x^3+2$$

$$f(x)=\frac{x^4}{4}+2x+c$$

$$f(2)=\frac{2^4}{4}+2(2)+c=6\Rightarrow c=-2$$

****

(3) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو: $-\sqrt{x}+x$ ويمر بالنقطة $A(1,1)$ معادلته: $f(x)=-\frac{2}{3}x\sqrt{x}+x^2+\frac{2}{3}$

a **b**

$$f'(x)=-(x)^{\frac{1}{2}}+x$$

$$f(x)=-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{x^2}{2}+c=-\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{x^2}{2}+c$$

(4) لتكن $A(1,3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ فإن

معادلة الدالة f هي $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

ⓐ ⓑ

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - 12 \cdot \frac{x^2}{2} + 9x + c = x^3 - 6x^2 + 9x + c$$

$$f(1) = 1^3 - 6(1)^2 + 9(1) + c = 3 \Rightarrow 4 + c = 3 \Rightarrow c = -1$$

****

في التمارين (9–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2,3]$ هو:

ⓐ 7 units ⓑ 6 units ⓒ 5 units ⓓ 1 unit

$$f'(x) = 0 \Rightarrow [f'(x)]^2 = 0$$

$$L = \int_{-2}^{3} \sqrt{1} \; dx = 5$$

****

(6) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = x - 3$ في الفترة $[0,2]$ هو:

ⓐ $\sqrt{2}$ units ⓑ $2\sqrt{2}$ units ⓒ $3\sqrt{2}$ units ⓓ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

$$f'(x) = 1 \Rightarrow [f'(x)]^2 = 1$$

$$L = \int_{0}^{2} \sqrt{1+1} \; dx = 2\sqrt{2}$$

****

(7) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x,y) هو: $-x+3$ ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي y تساوي:

ⓐ $-\frac{x^2}{2}+3x-4$ ⓑ $\ln|3-x|+3$ ⓒ $-\frac{x^2}{2}+3x+4$ ⓓ $3-\ln|3-x|$

$$f'(x)=\frac{-1}{-x+3}=\frac{1}{x-3}$$

$$f(x)=\int\frac{1}{x-3}dx=\ln|x-3|+c$$

$$f(2)=\ln|2-3|+c=3\Rightarrow c=3$$

****

(8) معادلة منحنى الدالة الذي ميله عند أي نقطة (x,y) هو: $2x-3\sqrt{x}$ ويمر بالنقطة $A(4,-2)$ هي:

ⓐ $x^2+2\sqrt{x^3}-2$ ⓑ $x^2-2\sqrt{x^3}$ ⓒ $x^2-2\sqrt{x^3}-2$ ⓓ $\frac{x^2}{2}-2\sqrt{x^3}+2$

$$f'(x)=2x-3x^{\frac{1}{2}}$$

$$f(x)=\frac{x^2}{2}-3\cdot\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+c=x^2-2x^{\frac{3}{2}}+c=x^2-2\sqrt{x^3}+c$$

$$f(4)=4^2-2(4)^{\frac{3}{2}}+c=-2\Rightarrow c=-2$$

****

(9) إذا كانت النقطة $A(0,2)$ نقطة حرجة لمنحنى الدالة f : $f''(x)=12x-6$ فإن النقطة الحرجة الأخرى للدالة f هي:

ⓐ $B(-2,0)$ ⓑ $B(0,-2)$ ⓒ $B(1,-1)$ ⓓ $B(1,1)$

$$f'(x)=12\cdot\frac{x^2}{2}-6x+c_1=6x^2-6x+c_1$$

$$f'(0)=6(0)^2-6(0)+c_1=0\Rightarrow c_1=0$$

$$f'(x)=6x^2-6x\Rightarrow 6x(x-1)=0\Rightarrow x=0,x=$$

$$f(x)=2x^3-3x^2+c_2$$

$$f(0)=2(0)^3-3(0)^2+c=2\Rightarrow c=2$$

$$f(x)=2x^3-3x^2+2$$

$$f(1)=2(1)^3-3(1)^2+2=1$$

لإيجاد النقطة الحرجة الثانية
نوجد المشتقة الأولى ثم نساويها بالصفر
لإيجاد الإحداثيات السينية للنقاط الحرجة
لدينا نقطتان $(0,2)$, $(1,f(1))$
نوجد الدالة
ثم نعوض فيها ب $x=1$

بند (4 – 6) المعادلات التفاضلية

في التمارين (1–7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة التفاضلية التالية: $x^2y''' + (y')^2 + y = 0$ من الرتبة الثالثة والدرجة الأولى.

a　b

****

(2) المعادلة التفاضلية التالية: $(y')^2 + 2xy = 0$ من الرتبة الثانية والدرجة الأولى.

a　b

من الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

****

(3) إذا كان $y = \frac{1}{2}$ عند $x = 0$ ، $y' + 2y = 0$ فإن $y = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{1}{4}$

a　b

$$y' = -2y \Rightarrow y = k\,e^{-2x}$$

$$\frac{1}{2} = k\,e^{-2(0)} \Rightarrow \frac{1}{2} = k \Rightarrow y = \frac{1}{2}\; e^{-2x}$$

****

(4) إذا كان $y = 1$ ، عند $x = 0$ ، $y' + y = 2$ فإن $y = 2e^{-x}$

a　b

$$y' = -y \Rightarrow y = k\,e^{-x}$$

$$1 = k\,e^{-(0)} \Rightarrow 1 = k \Rightarrow y = \; e^{-x}$$

****

(5) إذا كان $y'' + 2y' + 2y = 0$ فإن $y = (c_1\cos x + c_2\sin x)e^{-x}$

a　b

$$r = -1 \pm i \Rightarrow \alpha = -1, \beta = 1$$

$$y = e^{-x}(c_1\cos x + c_2\sin x)$$

آله حاسبة

معلق

(6) إذا كان $y''+y=0$ فإن $y=c_1\cos x+c_2\sin x$

ⓐ ⓑ

معلق

آله حاسبة
a=1 , b=0 ,c= 1

$$r=\pm i \Rightarrow \alpha=0, \beta=1$$
$$y=c_1\cos x+c_2\sin x$$

****

(7) إذا كان $y''-y=0$ فإن $y=c_1e^{x}+c_2e^{-x}$

ⓐ ⓑ

آله حاسبة
a=1 , b=0 ,c= -1

$$r_1=1, r_2=-1,$$
$$y=c_1e^{x}+c_2e^{-x}$$

****

في التمارين (8–14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{(2y''+x)^2}{xy}=3$ من:

ⓐ الرتبة الأولى والدرجة الثانية. ⓑ الرتبة الثانية والدرجة الأولى.

ⓒ الرتبة الثانية والدرجة الثانية. ⓓ الرتبة الأولى والدرجة الأولى.

$$\frac{4(y'')^2+4y''x+x^2}{xy}=3$$

****

(9) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx}=2x$ الذي يحقق $y=-2$ عندما $x=1$ هو:

ⓐ $y=x^2+3$ ⓑ $y=x^2-3$

ⓒ $y=\frac{x^2}{2}-3$ ⓓ $y=\frac{x^2}{2}+3$

$$dy=2xdx \Rightarrow \int dy=\int 2xdx \Rightarrow y=x^2+c$$
$$-2=1+c \Rightarrow c=-3$$

(10) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإنّ:

(a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c$

(b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1 x + c_2$

(d) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1 x$

$$y' = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c_1 \Rightarrow y = \frac{2x^4}{3\times 4} + \frac{3x^3}{2\times 3} + c_1 x + c_2$$

****

(11) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو:

(a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

(b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$

(d) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$

$$2y' = -y + 1 \Rightarrow y' = \frac{-1}{2}y + \frac{1}{2}$$

$$y = k\,e^{-\frac{1}{2}x} - \left(\frac{1}{2} \div \frac{-1}{2}\right) \Rightarrow y = k\,e^{-\frac{1}{2}x} + 1$$

$$3 = k\,e^{-\frac{1}{2}(5)} + 1 \Rightarrow 2 = k\,e^{-\frac{5}{2}} \Rightarrow \frac{2}{e^{-\frac{5}{2}}} = k \Rightarrow k = 2e^{\frac{5}{2}}$$

$$y = 2e^{\frac{5}{2}}\,e^{-\frac{1}{2}x} + 1 \Rightarrow y = 2e^{\left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)x} + 1$$

****

(12) إذا كان $y'' - 3y' + 2y = 0$ فإنّ:

(a) $y = c_1 e^{x} + c_2 e^{-2x}$

(b) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}$

(c) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x}$

(d) $y = c_1 e^{x} + c_2 e^{2x}$

$r_1 = 1, r_2 = 2$

$y = c_1\,e^{x} + c_1\,e^{2x}$

آله حاسبة
a=1 , b=-3 ,c= 2

معلق

(13) إذا كان $y'' + 2y' + y = 0$ فإنّ:

(a) $y = (c_1 x + c_2)e^{-x}$

(b) $y = (c_1 x + c_2)e^{x}$

(c) $y = (c_1 x + c_2)e^{2x}$

(d) $y = (c_1 x + c_2)e^{-2x}$

آله حاسبة
a=1 , b=2 ,c= 1

معلق

$$r = -1$$

$$y = (c_1 \; x + c_2)e^{-x}$$

****

(14) إذا كان $y'' - 4y' + 13y = 0$ فإنّ:

(a) $y = e^{x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

(b) $y = e^{-2x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$

(c) $y = e^{-x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

(d) $y = e^{2x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

$$r = 2 \pm 3i \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 3$$

$$y = e^{2x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$$

آله حاسبة
a=1 , b=-4 ,c= 13

معلق

بند (1 – 7) القطع المكافئ

في التمارين (1–7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(0,0)$ وبؤرته $(0,2)$ هي: $x^2 = 8y$ (a) (b)

البؤرة (0,2) تقع على محور الصادات
محور التماثل هو محور الصادات

$$p = 2 \Rightarrow x^2 = 4py$$
$$\Rightarrow x^2 = 4(2)y \Rightarrow x^2 = 8y$$

****

(2) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(0,0)$ ودليله $x = -2$ هي: $x^2 = 8y$ (a) (b)

معادلة الدليل x=-2 لابد أن تكون المعادلة على صورة $y^2=4px$

****

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(-4,0)$ ودليله $x = 4$ هي: $y^2 = -16x$ (a) (b)

البؤرة (-4,0) تقع على محور السينات
محور التماثل هو محور السينات

$$p = -4 \Rightarrow y^2 = 4px$$
$$\Rightarrow y^2 = 4(-4)x \Rightarrow y^2 = -16x$$

****

(4) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ، بؤرته $\left(0, \frac{-3}{2}\right)$ (a) (b)

هذه المعادلة للقطع المكافئ محور تماثلها هو محور السينات

لابد أن تكون البؤرة (p , 0)

****

في التمارين (5–7)، معادلة القطع المكافئ هي: $y^2 = -\frac{1}{6}x$

(5) بؤرة القطع المكافئ هي: $\left(-\frac{1}{24}, 0\right)$ — (a) (b)

(6) معادلة الدليل هي: $y = \frac{1}{24}$ — (a) (b)

(7) خط التماثل هو محور السينات. — (a) (b)

$$y^2 = -\frac{1}{6}x \Rightarrow 4p = -\frac{1}{6} \Rightarrow p = -\frac{1}{24}$$

$(-\frac{1}{24}, 0)$ البؤرة

$x = \frac{1}{24}$ معادلة الدليل

خط التماثل هو محور

****

في التمارين (8–15)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ وبؤرته $(-5,0)$ هي:

(a) $x^2 = 20y$ (b) $y^2 = 20x$ (c) $x^2 = -20y$ (d) $y^2 = -20x$

$$p = -5 \Rightarrow y^2 = 4px$$
$$\Rightarrow y^2 = 4(-5)x \Rightarrow y^2 = -20x$$

البؤرة (-5,0) تقع على محور السينات
محور التماثل هو محور السينات

****

(9) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل هي:

(a) $y^2 = \frac{-1}{2}x$ (b) $y^2 = \frac{1}{2}x$ (c) $x^2 = \frac{-1}{2}y$ (d) $x^2 = \frac{1}{2}y$

مفتوح من أسفل

محور التماثل هو محور الصادات المعادلة $x^2 = 4py$

البؤرة تنتمي إلى الإتجاه السالب من محور الصادات $p < 0$

(10) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي:

(a) $(1,1)$ (b) $(1,0)$ (c) $(0,1)$ (d) $(0,0)$

رأس القطع المكافئ هي نقطة الأصل

****

(11) المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطتين $A(-5,-2),B(-5,2)$ هي:

(a) $y^2 = -\frac{4}{5}x$ (b) $x^2 = -\frac{4}{5}y$ (c) $y^2 = \frac{4}{5}x$ (d) $x^2 = \frac{4}{5}y$

القطع يمر في الربع الثاني والربع الثالث

فتحة القطع لليسار محور التماثل هو محور السينات $y^2 = 4px$

البؤرة تنتمي إلى الإتجاه السالب من محور السينات $p < 0$

****

(12) المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطة $C(-5,-6)$ وخط تماثله $y-axis$ هي:

(a) $y^2 = -\frac{25}{6}x$ (b) $x^2 = -\frac{25}{6}y$ (c) $y^2 = -\frac{6}{25}x$ (d) $x^2 = -\frac{6}{25}y$

خط التماثل هو محور الصادات

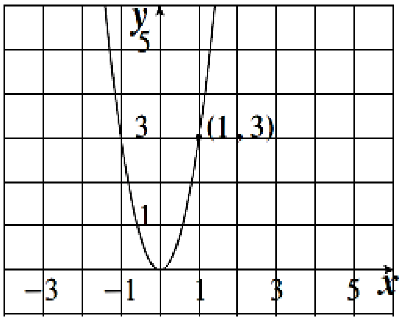
$$x^2 = 4py$$

$$(-5)^2 = 4p(-6)$$

$$4p = \frac{25}{-6} \Rightarrow x^2 = \frac{-25}{6}y$$

****

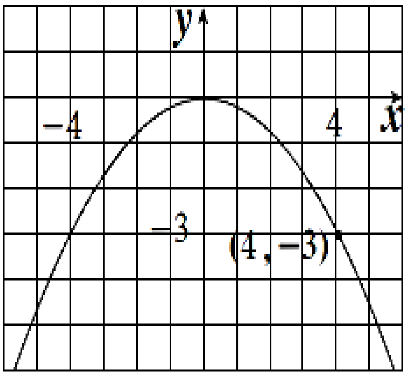
(13) بؤرة القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:



ⓐ $\left(0, \frac{-4}{3}\right)$　　ⓑ $\left(\frac{9}{20}, 0\right)$

ⓒ $\left(0, \frac{1}{12}\right)$　　ⓓ $\left(\frac{1}{12}, 0\right)$

(14) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:

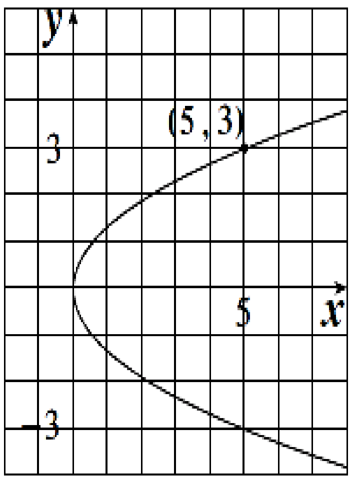


ⓐ $y = \frac{4}{3}$　　ⓑ $y = \frac{9}{20}$

ⓒ $y = -\frac{1}{12}$　　ⓓ $y = -\frac{4}{3}$

$$x^2 = 4py$$
$$(4)^2 = 4p(-3)$$
$$p = \frac{16}{-12} \Rightarrow$$
$$p = \frac{-4}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3}$$

(15) معادلة القطع المكافئ للبيان التالي هي:

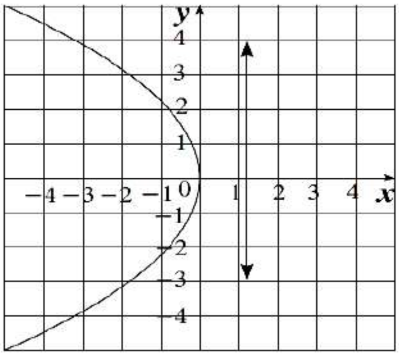
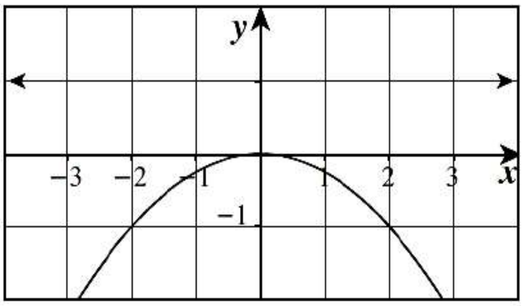
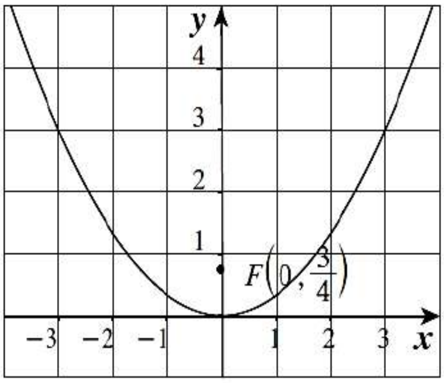
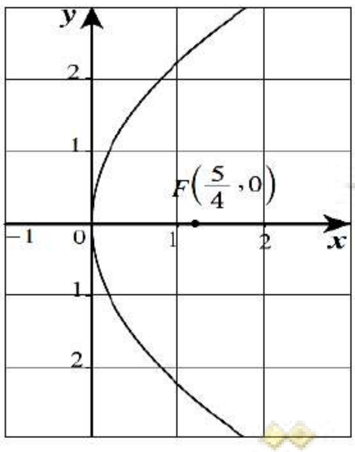


ⓐ $x^2 = -\frac{25}{3}y$　　ⓑ $y^2 = \frac{9}{5}x$

ⓒ $x^2 = \frac{25}{3}y$　　ⓓ $y^2 = \frac{5}{9}x$

$$y^2 = 4px$$
$$(3)^2 = 4p(5)$$
$$4p = \frac{9}{5} \Rightarrow$$
$$y^2 = \frac{9}{5}x$$

في التمارين (16–18)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل دالة بمعادلتها.

القائمة (1)	القائمة (2)
(16) $x^2 = 3y$ c خط التماثل هو محور الصادات وفتحة القطع لأعلى	a 
(17) $x^2 = -4y$ b خط التماثل هو محور الصادات وفتحة القطع لأسفل	b 
(18) $y^2 = -5x$ a خط التماثل هو محور السينات وفتحة القطع لليسار	c 
	d 

بند (2 – 7) القطع الناقص

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) رأسي القطع للقطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{9^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$ هما: $(-9,0)$، $(9,0)$ **(a)** (b)

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات

$$a^2=9^2 \Rightarrow a=9$$

****

(2) النقطة $(\sqrt{33},0)$ هي إحدى بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{7^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$ **(a)** (b)

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات

$$a^2=7^2 \Rightarrow a=7$$
$$b^2=4^2 \Rightarrow b=4$$
$$c^2=a^2-b^2=49-16=33 \Rightarrow c=\sqrt{33}$$

****

(3) طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته $25x^2+9y^2=225$ يساوي 10 units **(a)** (b)

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$$
$$a^2=25 \Rightarrow a=5$$
$$2a=10$$

****

(4) بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$، هما $(\pm3,0)$ (a) **(b)**

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات
البؤرتان (0 , -C) , (0 , C)

$$a^2=25 \Rightarrow a=5$$
$$b^2=16 \Rightarrow b=4$$
$$c^2=a^2-b^2=25-16=9 \Rightarrow c=3$$

(5) في القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$، طول المحور الأصغر يساوي 8

a b

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

$$a^2=36 \Rightarrow a=6$$
$$b^2=16 \Rightarrow b=4$$
$$2b=8$$

****

في التمارين (6–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) النقطتان الطرفيتان للمحور الأصغر للقطع الناقص الذي معادلته $4x^2+9y^2=36$ هما:

a $(\pm 2,0)$ b $(\pm 3,0)$

c $(0,\pm 2)$ d $(0,\pm 3)$

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات
النقطتان الطرفيتان على المحور الأصغر (الصادات)

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$$
$$a^2=9 \Rightarrow a=3$$
$$b^2=4 \Rightarrow b=2$$

****

(7) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\pm 7,0)$ والنقطتان الطرفيتان لمحوره الأصغر $(0,\pm 6)$ هي:

a $\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{36}=1$ b $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{85}=1$

c $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{36}=1$ d $\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{49}=1$

$$b=6, c=7$$
$$c^2=a^2-b^2$$
$$49=a^2-36 \Rightarrow a^2=49+36=85$$
$$\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{36}=1$$

البؤرتان تقعان على محور السينات
المحور الأكبر
ينطبق على محور السينات

(8) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات ومركزه نقطة الأصل وطول محوره الأكبر 9 units وطول محوره الأصغر 4 units هي:

(a) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

(b) $\frac{x^2}{20.25}+\frac{y^2}{4}=1$

(c) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

(d) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{20.25}=1$

$$2a=9 \Rightarrow a=4.5 \Rightarrow a^2=20.25$$
$$2b=4 \Rightarrow b=2 \Rightarrow b^2=4$$
$$\frac{x^2}{20.25}+\frac{y^2}{4}=1$$

البؤرتان تقعان على محور السينات
المحور الأكبر
ينطبق على محور السينات

****

(9) النقطة $A(-10,0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$. مجموع المسافتين AF_1+AF_2 حيث F_1 , F_2 هما البؤرتان يساوي:

(a) 10 units

(b) 12 units

(c) 14 units

(d) 20 units

$$AF_1+AF_2=2a=2\times 10=20$$

****

(10) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ يساوي:

(a) 12 units

(b) $2\sqrt{41}$ units

(c) 16 units

(d) 20 units

$$2a=2\times 10=20$$

(11) المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ هي:

(a) $\sqrt{2}$
(b) $2\sqrt{2}$
(c) 10
(d) $2\sqrt{3}$

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$$
$$a^2 = 5, b^2 = 3$$
$$c^2 = a^2 - b^2 = 5 - 3 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2}$$
$$2c = 2\sqrt{2}$$

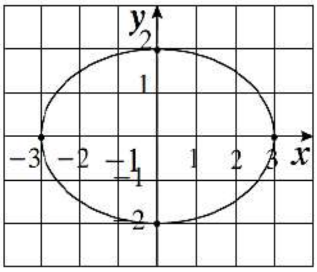
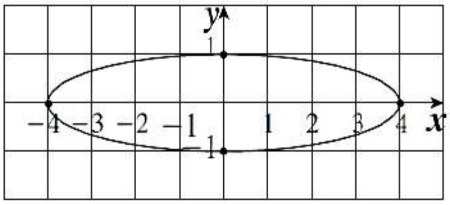
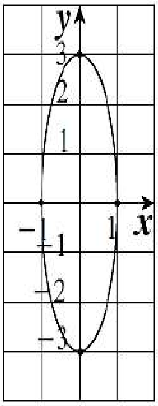
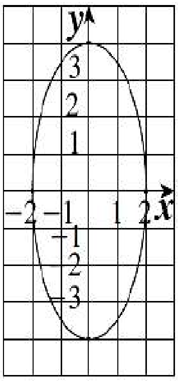
****

(12) المسافة بين نقطة الأصل وأحد رأسي القطع الناقص على المحور الأكبر الذي معادلته $\frac{x^2}{20.25} + \frac{y^2}{4} = 1$ هي:

(a) 9
(b) 2
(c) 4.5
(d) 16.25

$$a^2 = 20.25 \Rightarrow a = 4.5$$

في التمارين (13–15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع ناقص بمعادلته.

القائمة (1)	القائمة (2)
(13) $\frac{x^2}{16}+y^2=1$ b المحور الأكبر ينطبق على محور السينات رأسي القطع (0,-4), (0 ,4)	a 
(14) $x^2+\frac{y^2}{9}=1$ c المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات رأسي القطع (0,3), (0,-3)	b 
(15) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$ d المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات رأسي القطع (0,4), (0,-4)	c 
	d 

بند (3 – 7) القطع الزائد

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $x^2-y^2=4$ هي معادلة قطع زائد.

(a) (b)

$$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$$

****

(2) الخطّان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2-y^2=12$ هما متعامدان.

(a) (b)

المحور القاطع محور السينات

$$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{12}=1$$

$$a^2=12 \Rightarrow a=\sqrt{12}$$

$$b^2=12 \Rightarrow b=\sqrt{12}$$

$$y=\pm\frac{b}{a}x \Rightarrow y=\pm\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}}x \Rightarrow y=x, y=-x$$

ناتج ضرب ميلي الخطين المقاربين = -1

****

(3) إحداثيات بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{18}=1$ هما: $(0,3)$, $(0,-3)$.

(a) (b)

المحور القاطع محور الصادات

$$a^2=9 \Rightarrow a=3$$

$$b^2=18 \Rightarrow b=3\sqrt{2}$$

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow c^2=9+18=27 \Rightarrow c=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$$

(4) نقطتا طرفي المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{25} - y^2 = 1$ هما: $B_1(1,0)$, $B_2(-1,0)$.

(a) (b)

المحور القاطع محور السينات
المحور المرافق محور الصادات
نقطة طرفي المحور المرافق (0 , b) , (0 , -b)

****

في التمارين (5—11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(0, \pm 3)$ وطول محوره القاطع 4 هي:

(a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

(b) $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$

(c) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$

(d) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

البؤرتان تقعان على محور الصادات
المحور القاطع محور الصادات

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$c = 3, 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 9 = 4 + b^2 \Rightarrow b^2 = 5$$

$$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$$

****

(6) إذا كانت معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$؛ فيمرّ أحد الخطين المقاربين له في النقطة:

(a) $\left(2, 2\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$

(b) $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}, 2\right)$

(c) $\left(2\sqrt{\frac{3}{5}}, 2\right)$

(d) $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}, 2\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$

المحور القاطع محور السينات

$$y = \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}x \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{3}{5}}x$$

بالتعويض بقيم x فنحصل على y

$$x = 2 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{\frac{3}{5}}$$

(7) معادلة القطع الزائد الذي نقطتي تقاطعه مع المحور السيني هما $(\pm 6, 0)$ هي:

a) $y^2 - x^2 = 36$

b) $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{49} = 1$

c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$

d) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$

المحور القاطع محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

****

(8) البعد بين بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته: $50y^2 - 25x^2 - 100 = 0$ بوحدة الطول يساوي:

a) $\sqrt{6}$

b) $2\sqrt{6}$

c) 6

d) $2\sqrt{2}$

المحور القاطع محور السينات

$$\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 2, b^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 2 + 4 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{6}$$

****

(9) منحنى أي معادلة مما يلي **لا يقطع** المحور الصادي في $(0, \pm 4)$:

a) $y^2 - x^2 = 16$

b) $4y^2 - 16x^2 = 64$

c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$

d) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

نريد معادلة قطع زائد
محوره القاطع محور السينات

(10) نقطتا تقاطع القطع الزائد الذي معادلته: $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{49}=1$ مع محور السينات هما:

ⓑ $(\pm5,0)$ ⓐ $(\pm7,0)$

ⓓ ليس أيًّا مما سبق ⓒ $(0,\pm5)$

المحور القاطع محور السينات

$$a^2=25 \Rightarrow a=0$$

****

(11) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد: $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{32}=2$ هما:

ⓑ $y=\pm\frac{1}{2}x$ ⓐ $y=\pm2x$

ⓓ $y=\pm\frac{1}{4}x$ ⓒ $y=\pm4x$

المحور القاطع محور السينات

$$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{64}=1$$

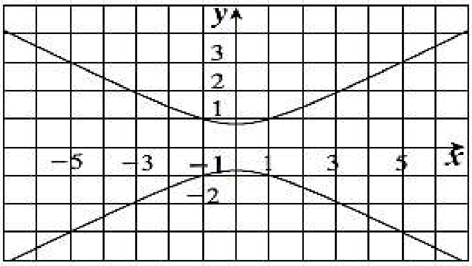
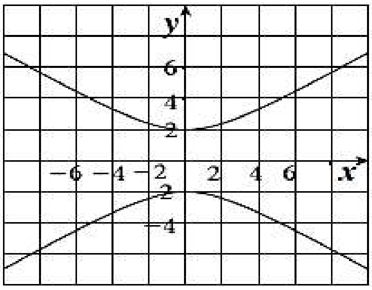
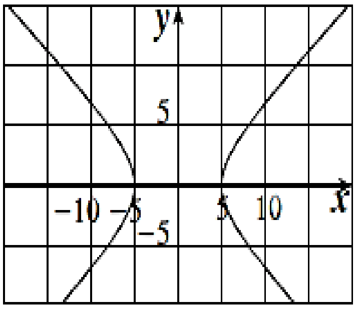
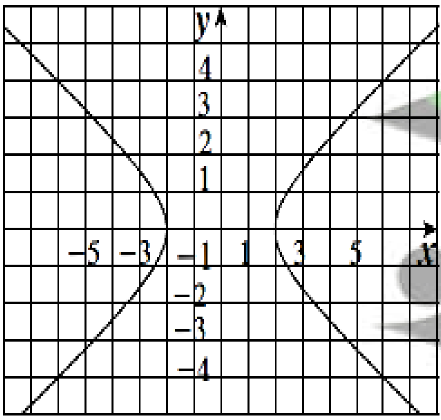
$$a^2=16 \Rightarrow a=4$$

$$b^2=64 \Rightarrow b=8$$

$$y=\pm\frac{8}{4}x=\pm2x$$

****

في التمارين (14−12)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع زائد بمعادلته.

القائمة (1)	القائمة (2)
(12) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ c المحور القاطع محور السينات والرأسان (0 , 5-) , (0 , 5)	a 
(13) $3y^2-x^2=2$ a $\frac{3y^2}{2}-\frac{x^2}{3}=1 \Rightarrow \frac{y^2}{\frac{2}{3}}-\frac{x^2}{3}=1$ المحور القاطع محور الصادات والرأسان $\left(0 , \sqrt{\frac{2}{3}}\right) , \left(0 ,-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$	b 
(14) $\frac{1}{2}x^2-y^2-2=0$ d $\frac{x^2}{2}-y^2=2 \Rightarrow \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$ المحور القاطع محور السينات والرأسان (0 , 2-) , (0 , 2)	c 
	d 

بند (4 – 7) الإختلاف المركزي

في التمرينين (1–7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $e < 1$، فإن القطع هو قطع ناقص. (a) (b)

****

(2) إذا $a = 6$ ، $b = 9$ في القطع الناقص فإنّ $c = 3\sqrt{13}$ (a) (b)

$a < b$

لابد أن يكون a>b في القطع الناقص

****

(3) معادلتا المقاربين للقطع الزائد $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ هما: $y = \frac{-1}{2}x$ ، $y = \frac{1}{2}x$ (a) (b)

$$a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$
$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$
$$y = \pm\frac{3}{6}x = \pm\frac{1}{2}x$$

****

(4) إذا كانت معادلة القطع الناقص هي: $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$، فإن طول محوره الأكبر هو 6 وطول محوره الأصغر هو 14. (a) (b)

طول المحور الأكبر = 14
طول المحور الأصغر = 6

****

(5) لأيّ معادلة قطع مكافئ فإنّ $e = 1$ (a) (b)

****

(6) المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{10} = 1$ هو محور الصادات. (a) (b)

****

(7) رأسا القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هما: $(0,6)$, $(0,-6)$ (a) (b)

في التمارين (8–13)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

تعديل

محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني

(8) إذا كانت $a = 7$ ، $c = 2\sqrt{10}$ ، فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

(a) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$ (b) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$

(c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$ (d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{2\sqrt{10}}{7} < 1 \Rightarrow a^2 = 49$$

معادلة قطع ناقص

****

(9) أيّ معادلة مما يلي تمثل قطعًا زائدًا معادلة أحد دليليه $y = \frac{25}{7}$؟

(a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$ (b) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{25} = 1$

(c) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{24} = 1$ (d) $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{24} = 1$

نريد معادلة قطع زائد
محوره القاطع هو محور الصادات

****

(10) إذا كانت معادلة أحد المقاربين $y = \frac{-7}{5}x$ والاختلاف المركزي $e = \frac{\sqrt{74}}{5}$

فمعادلة القطع الزائد هي:

(a) $\frac{y^2}{7} - \frac{x^2}{5} = 1$ (b) $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{5} = 1$

(c) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ (d) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$

بالتجربة في الإختيارات (d)

$$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$
$$b^2 = 7 \Rightarrow b = 7$$
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 25 + 49 = 74$$

(11) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ هو:

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ (b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$

(c) $\frac{36}{25}$ (d) $\frac{25}{36}$

$$a^2=36 \Rightarrow a=6$$
$$b^2=25 \Rightarrow b=5$$
$$c^2=a^2-b^2 \Rightarrow c^2=36-25=11 \Rightarrow c=\sqrt{11}$$

****

(12) معادلة قطع ناقص إحدى بؤرتيه $(0,4)$ وأحد رأسيه $(0,-5)$ هي:

(a) $\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{25}=1$ (b) $\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{5}=1$

(c) $\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{9}=1$ (d) $\frac{y^2}{5}+\frac{x^2}{3}=1$

نريد معادلة قطع ناقص
محوره الأكبر ينطبق على محور الصادات

$$a=5 \Rightarrow a^2=25$$
$$c=4 \Rightarrow c^2=16$$
$$c^2=a^2-b^2 \Rightarrow 16=25-b^2 \Rightarrow b^2=9$$

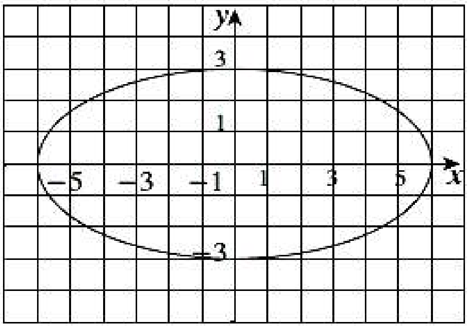
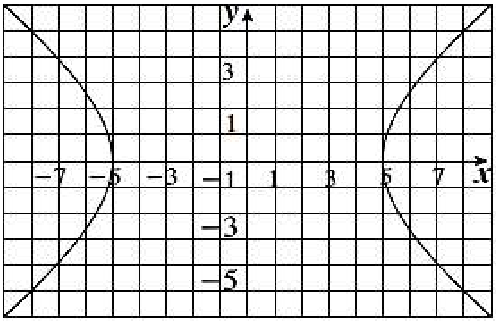
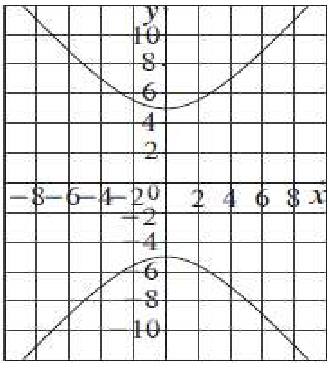
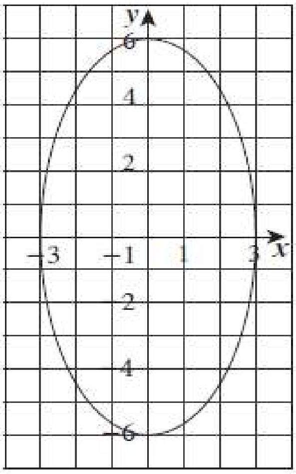
****

(13) لأيّ قطع ناقص يكون:

(a) $a>c$ (b) $a<c$

(c) $a=ec$ (d) $a=c$

في التمارين (14–16)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع مخروطي بمعادلته.

القائمة (1)	القائمة (2)
(14) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ b معادلة قطع زائد محوره القاطع محور السينات رأسه (0 , 5-), (0 , 5)	a 
(15) $\frac{y^2}{36}+\frac{x^2}{9}=1$ d معادلة قطع ناقص محوره الأكبر ينطبق على محور الصادات رأسه (6- , 0) , (6 , 0)	b 
(16) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$ a معادلة قطع ناقص محوره الأكبر ينطبق على محور السينات رأسه (0 , 6-) , (0 , 6)	c 
	d 

بند (1 – 8) المتغيرات العشوائية المتقطعة

في التمارين (1–9)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) التوقع هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة. b a

التباين

****

(2) التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع. b a

التوقع

****

(3) دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة a هي احتمال وقوع المتغير العشوائي X بحيث يكون X أصغر من أو يساوي a. b a

****

(4) التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X.

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

b a

$$0.1+0.05+0.4+0.4=0.95\neq 1$$

****

(5) قيمة K التي تجعل التوقع μ للمتغير العشوائي X يساوي 1 لدالة التوزيع الاحتمالي f هي صفر.

x	2	1	0
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	K

b a

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+k=1\Rightarrow k=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

****

(6) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون:

$P(a < X \le b) = F(b) - F(a)$

ⓐ ⓑ

****

(7) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون:

$P(X < a) = 1 - F(a)$

ⓐ ⓑ

$$P(X > a) = 1 - F(a)$$

****

(8) مدرسة فيها عدد الطلبة 300 طالب فإذا كانت نسبة النجاح 0.6 فإن التوقع لعدد الطلبة الناجحين هو 150 طالبًا.

ⓐ ⓑ

$$n = 300,\ p = 0.6$$
$$\mu = np = 300 \times 0.6 = 180$$

****

(9) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية فإن $n(S) = 6$.

ⓐ ⓑ

$$n(S) = 2^3 = 8$$

****

في التمارين (10—21)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(10) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	-1	0	1	2
$f(x)$	0.2	0.2	K	0.2

فإن قيمة K هي:

ⓐ 0.2 ⓑ 0 ⓒ 0.4 ⓓ 0.3

$$0.2 + 0.2 + k + 0.2 = 1 \Rightarrow k = 1 - 0.6 = 0.4$$

****

(11) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	1	2	3
$f(x)$	K	$2K$	$2K$

فإن قيمة K تساوي:

a) 0.5 b) 0.2 c) 1 d) 0.4

$$k+2k+2k=1 \Rightarrow 5k=1 \Rightarrow k=\frac{1}{5}=0.2$$

****

في التمارين (12–14)، استخدم الجدول التالي:

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.2	0.4	0.1	0.3

حيث f هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع X.

(12) $F(-1)$

a) 0 b) 0.2 c) 0.4 d) 0.6

(13) $F(1.5)$

a) 0.4 b) 0.2 c) 0 d) 0.6

(14) $F(4)$

a) 0.2 b) 0.1 c) 0.4 d) 1

$$F(1.5)=f(0)+f(1)=0.2+0.4=0.6$$
$$F(4)=f(0)+f(1)+f(2)+f(3)=0.2+0.4+0.1+0.3=1$$

****

(15) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا دالة توزيع الاحتمالي f هي:

x	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.50	0.25

فإن التوقع له يساوي:

a) 1 b) 1.25 c) 1.5 d) 0.5

$$\mu=0\times 0.25+1\times 0.50+2\times 0.25=1$$

(16) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا لدالة التوزيع الاحتمالي f وكان التوقع $= 0.5$ ، $\sum x^2 f(x) = 4.25$ ،
فإن الانحراف المعياري هو:

(a) 4 (b) 2 (c) 3.75 (d) 1

التباين= $\sigma^2 = \sum(x^2 \cdot f(x)) - \mu^2 = 4.25 - (0.5)^2 = 4$

الإنحراف المعياري= $\sigma = 2$

****

(17) إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي X معطاة في الجدول التالي:

x	0	1	2	3
$F(x)$	0.1	0.3	0.7	1

فإن $f(2) =$

(a) 0.7 (b) 0.3 (c) 0.4 (d) 1

$$f(2) = F(2) - F(1) = 0.7 - 0.3 = 0.4$$

****

(18) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي:

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي X يساوي:

(a) 1 (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{7}{9}$ (d) 0

$$\mu = 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{5}{9} + 2 \times \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$$

****

(19) عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين σ^2 للمتغير العشوائي X «ظهور صورة» يساوي:

(a) 2 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 4

$$n = 4, p = \frac{1}{2}$$

$$\sigma^2 = np(1-p) = 4 \times \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{2})$$

****

(20) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا يأخذ القيم -1 , 1 , 1.5 وكان: $P(X=-1)=0.6$, $P(X=1)=0.3$

فإن ... $= P(X>0)$

(a) 0.6 (b) 0.9 (c) 0.4 (d) 0.7

$$P(X>0) = 1 - P(X \le 0) = 1 - f(-1) = 1 - 0.6 = 0.4$$

بند (2 – 8) المتغيرات العشوائية المتصلة

في التمارين (1–7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل.

(a) (b)

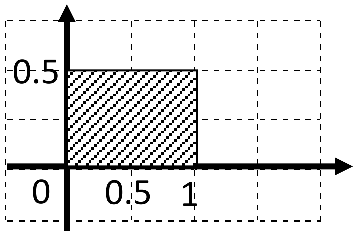
****

(2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل.

(a) (b)

****

(3) إذا كانت الدالة f معرفة كالتالي:



$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : \quad 0\le x\le 1\\ 0 & : \text{ في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن الدالة f هي دالة كثافة احتمال.

(a) (b)

$$P(0\le x\le 1)=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\ne 1$$

****

(4) إذا كانت X متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x)=\begin{cases}2 & : \quad 0\le x\le \frac{1}{2}\\ 0 & : \text{ في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن $P(X\ge 2)=1$

(a) (b)

****

(5) إذا كانت الدالة f هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرّفة كما يلي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3} & : \quad 0\le x\le 3\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن التباين للدالة f هو $\sigma^2=\frac{3}{4}$.

(a) (b)

$$\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{3^2}{12}=\frac{3}{4}$$

****

(6) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول $x=\mu$.

(a) (b)

****

(7) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد.

(a) (b)

****

في التمارين (17—8)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان X متغيّرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & : \quad 0\le x\le 2\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن $P(X=1)=\ldots$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) 1 (d) ليس أيًّا مما سبق

****

(9) إذا كان X متغيّرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5} & : \quad -2\le x\le 3\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

تعديل حذف x

فإن $P(X\le -2.5)=\ldots$

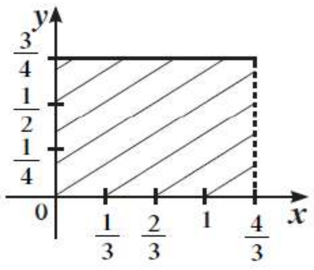
(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{10}$

$$-2.5\notin[-2,3]$$

$(-\infty,2.5]$ تقع في فترة في ما عدا ذلك

$$P(X\le -2.5)=0$$

في التمارين (10–16)، أجب عن الأسئلة من خلال الرسم البياني في الشكل المقابل:



(10) الدالة التي تعبّر عن الرسم البياني التالي هي:

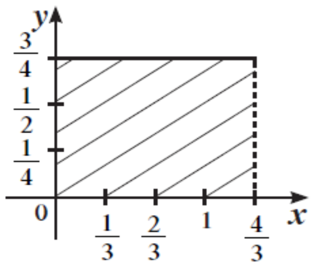
(a) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<\frac{3}{4}\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(b) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<\frac{4}{3}\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(c) $f(x)=\begin{cases}\frac{4}{3} & : \quad 0<x<\frac{4}{3}\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(d) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<4\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

****



(11) الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي:

(a) الطبيعي

(b) ذات الحدين

(c) الطبيعي المعياري

(d) المنتظم

$$a=0, b=\frac{4}{3} \Rightarrow b-a=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{b-a}=\frac{3}{4}$$

****

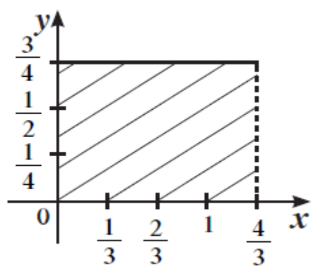
(12) التوقّع هو:

(a) $\frac{4}{5}$

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{4}{3}$

(d) $\frac{3}{4}$

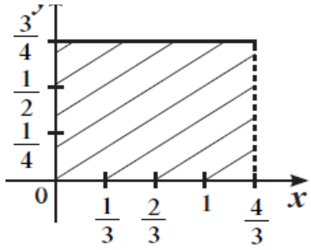


$$a=0, b=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{a+b}{2}=\frac{0+\frac{4}{3}}{2}=\frac{2}{3}$$

****

(13) التباين هو:

(a) $\frac{4}{27}$ (b) $\frac{16}{9}$ (c) $\frac{16}{108}$ (d) $\frac{108}{16}$



$$a=0, b=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(\frac{4}{3}-0)^2}{12} = \frac{4}{27}$$

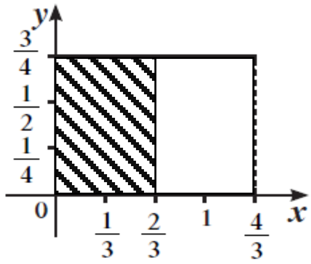
****

(14) $P\left(X<\frac{4}{6}\right)= \ldots$

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{2}$

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

$$P(X<\frac{4}{6}) = \frac{4}{6}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$$



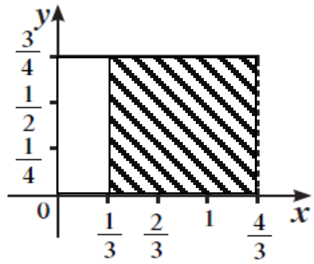
****

(15) $P\left(X>\frac{4}{12}\right)= \ldots$

(a) $\frac{2}{6}$ (b) $\frac{6}{2}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) 1

$$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

$$P(X>\frac{4}{12}) = (\frac{4}{3}-\frac{1}{3})\times\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$$

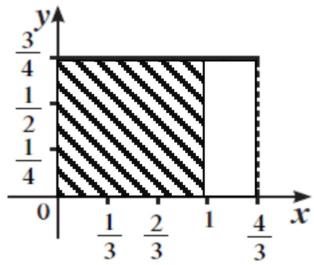


****

(16) $P(0 < X < 1) = ...$

ⓐ $\frac{4}{5}$ ⓑ $\frac{1}{3}$ ⓒ 1 ⓓ $\frac{3}{4}$

$$P(0 < X < 1) = (1-0) \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$



****

(17) إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي فإن: .... = $P(0 \le z \le 2.35)$

ⓐ 0.9906 ⓑ 0.5 ⓒ 0.4906 ⓓ 0.218

$$P(0 \le X \le 2.35) = P(X \le 2.35) - P(X \le 0) =$$
$$= 0.99061 - 0.5 = 0.49061$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361