

الرياضيات

الكورس الثاني

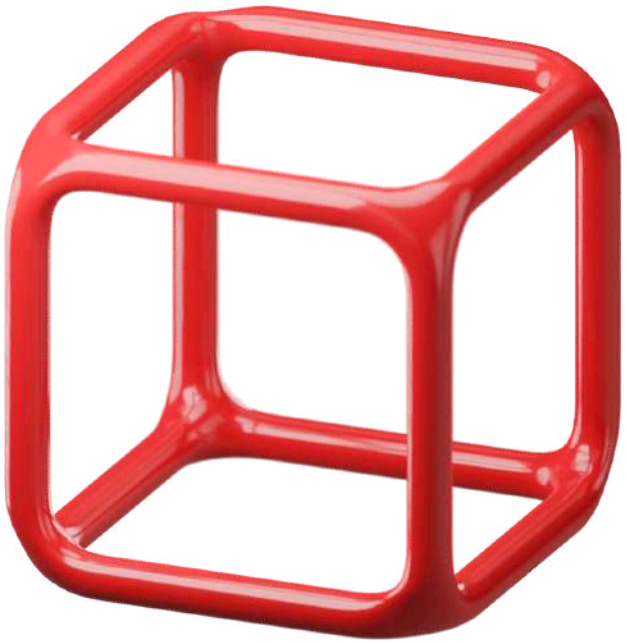
غير محلولة

10

2024 - 2023

UULA.COM

UULA



الرياضيات

الكورس الثاني

غير محلولة

10

2024 - 2023

UULA.COM

UULA

صفوة معلمي الكويت

حقق هدفك الدراسي

ريح بالك وارفع مستوى دراستك مع المذكرة الشاملة والفيديوهات
اللي تشرحها والاختبارات اللي تدربك في منصة علا



دروس يشرحها أقوى معلمي الكويت

فيديوهات مبسطة قصيرة تشرح لك كل شيء خطوة بخطوة

نخبة المعلمين يجاوبونك بأسرع وقت

ما فهمت؟ تواصل مع أقوى المعلمين واحصل على شرح لسؤالك

تفوق في القصير والفاينل مع نماذج اختبارات سابقة

نماذج اختبارات سابقة مشروحة بالكامل تجهزك لاختباراتك

اكتشف عالم التفوق مع منصة علا

لتشترك بالمادة وتستمتع بالشرح المميز صور
أو اضغط على رمز QR

المعلق

هذه المذكرة تغطي المادة كاملة.

في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنكم مسح رمز QR للتأكد من المقرر.

المنقذ

أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ موجود!

صور الQR بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت تستخدم المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو يشرح لك.



قائمة المحتوى

06 **هندسة الدائرة**

٦ - ١ الدائرة - مماس الدائرة 5
٦ - ٢ الأوتار والأقواس 12
٦ - ٣ الزوايا المركزية والزوايا المحيطية 17
٦ - ٤ الدائرة :الأوتار المتقاطعة ، المماس 27

07 **المصفوفات**

٧ - ١ تنظيم البيانات في مصفوفات 32
٧ - ٢ جمع وطرح المصفوفات 34
٧ - ٣ ضرب المصفوفات 37
٧ - ٤ مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوسات) 40
٧ - ٥ حل نظام من معادلتين خطيتين 44

08 **حساب المثلثات**

٨ - ١ دائرة الوحدة في المستوى الإحداثي والدوال المثلثية (الدائرية) 46
٨ - ٢ العلاقات بين الدوال المثلثية (١) 49
٨ - ٣ العلاقات بين الدوال المثلثية (٢) 55

09 **الهندسة التحليلية**

٩ - ١ المستوى الاحداثي 60
٩ - ٢ تقسيم قطعة مستقيمة 62
٩ - ٣ - أ ميل الخط المستقيم 65
٩ - ٣ - ب معادلة الخط المستقيم 68
٩ - ٤ البعد بين نقطة ومستقيم 71
٩ - ٥ معادلة الدائرة 74

10 **الإحصاء والاحتمال**

١٠ - ٣ الانحراف المعياري 80
١٠ - ٤ طرائق العد 83
١٠ - ٥ الاحتمال المشروط 87

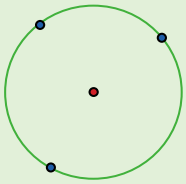
صفوة معلمي الكويت

UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

الدائرة - مماس الدائرة

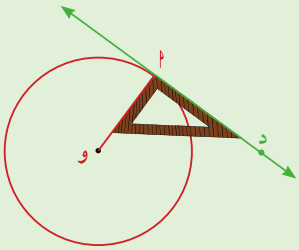
نظرية (١) :

كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة.

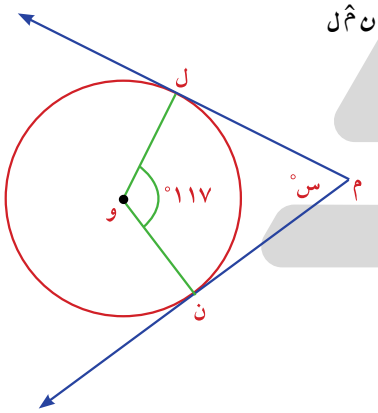


نظرية (٢) :

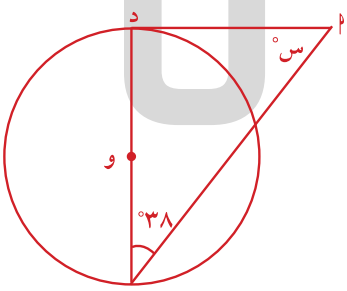
المماس عمودي على نصف قطر التماس إذا كان مستقيم مماس لدائرة فإنه يكون متعامدا مع نصف القطر المار بنقطة التماس أي أن $\overleftrightarrow{أو} \perp \overleftrightarrow{أد}$



Q في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{مل}$، $\overleftrightarrow{من}$ مماسان للدائرة التي مركزها و ، أوجد قياس $\angle$ نمل



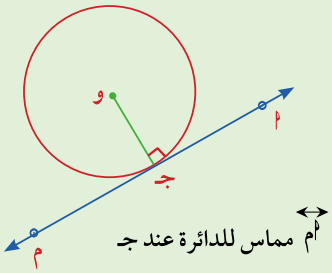
Q في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{أد}$ مماس للدائرة التي مركزها و ، أوجد قيمة س



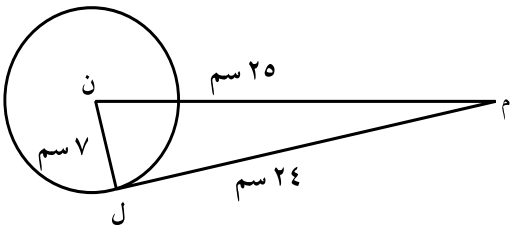
صفوة معلمي الكويت

نظرية (٣) :

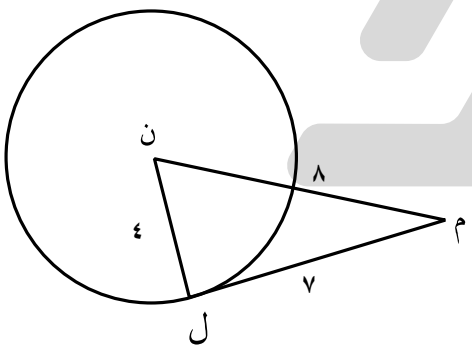
المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة عند نهايته التي تنتمي إلى الدائرة يكون مماسا لهذه الدائرة عند هذه النقطة.



Q أثبت أن $\overleftrightarrow{ل م}$ مماس للدائرة التي مركزها ن



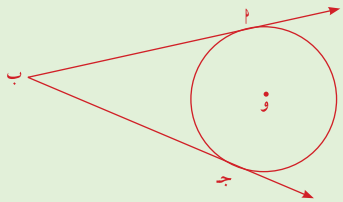
Q في الشكل المقابل:
هل $\overleftrightarrow{ل م}$ مماس للدائرة؟ فسر إجابتك



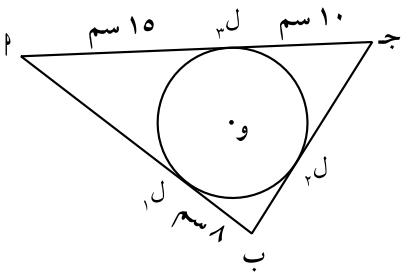
صفوة معلمي الكويت

نظرية (٤) :

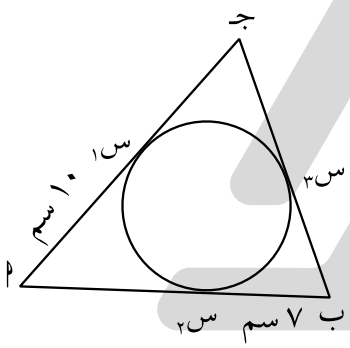
القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان.



Q في الشكل المجاور أوجد محيط المثلث جـ أ ب



Q في الشكل المجاور إذا كان محيط المثلث جـ أ ب يساوي (٥٠) سم فاحسب جـ ب .



صفوة معلمي الكويت

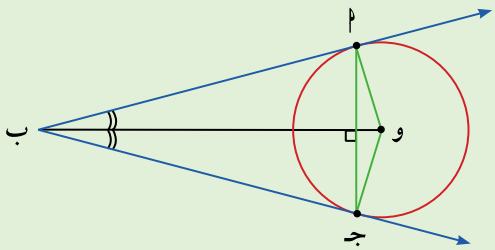
نتائج على نظرية (٤) :

$\overline{ب ا} \cong \overline{ب ج}$

$\overline{ب و}$ منصف للزاوية $(\angle ا ب ج)$

$\overline{ب و}$ منصف للزاوية $(\angle ا و ج)$

$\overline{ب و} \perp \overline{ا ج}$



في الشكل المجاور أوجد $ق(\angle ا ب ج)$ ، $ق(\angle هـ ا ل)$ إذا كانت $\overline{ل و}$ ، $\overline{ل هـ}$ تمسان الدائرة حيث قطر للدائرة.

في الشكل المقابل $\overline{هـ ل}$ ، $\overline{ل و}$ مماسان للدائرة $\overline{ب ج}$ مماس للدائرة عند النقطة د أثبت أن المثلث ل ب جـ متطابق الضلعين.

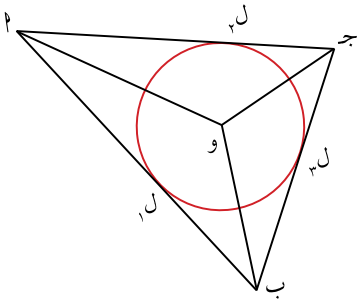
معلق

في الشكل المجاور القطعتان هـ جـ ، هـ ف مماستان لكل من الدائرتين، برهن أن: ب جـ = ا ف

صفوة معلمي الكويت

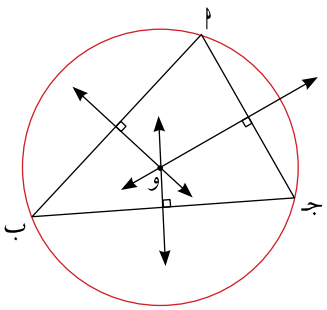
الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلة)

هي دائرة مماسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل.
مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث.



الدائرة المحيطة بمثلث (الخارجة)

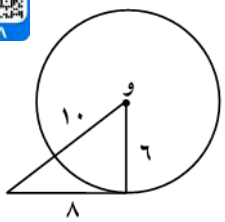
هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة.
مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث
(نقطة تلاقي المنصفات العمودية لأضلاع المثلث).



التمارين الموضوعية - مماس الدائرة

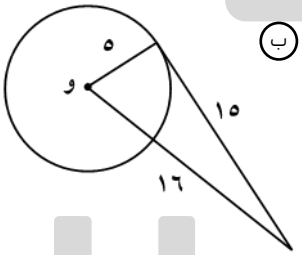
١. في الشكل المجاور ، المستقيم مماس للدائرة

أ ب



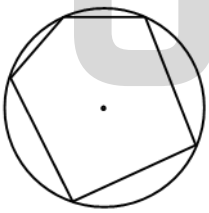
٢. في الشكل المجاور ، المستقيم مماس للدائرة

أ ب



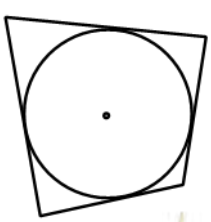
٣. في الشكل المجاور ، الدائرة محاطة بالمضلع

أ ب



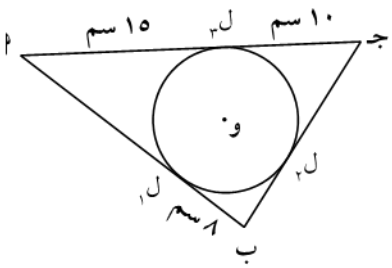
٤. في الشكل المجاور ، الدائرة محاطة بالمضلع

أ ب



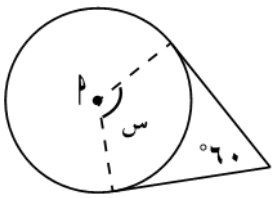
صفوة معلمي الكويت

٥. في الشكل المقابل، أوجد محيط المثلث ﺃ ب جـ



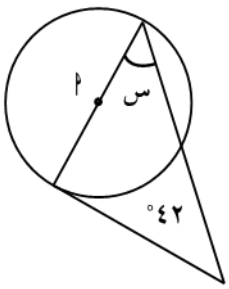
- ٣٣ سم
- ٤٤ سم
- ٥٥ سم
- ٦٦ سم

٦. في الشكل المقابل، قيمة س تساوي:



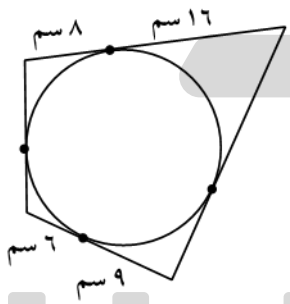
- ٦٠
- ٩٠
- ١٢٠
- ١٨٠

٧. في الشكل المجاور قيمة س تساوي:



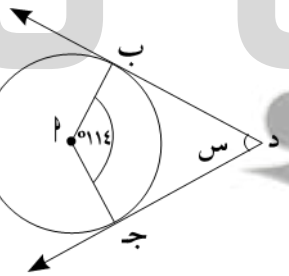
- ٣٠
- ٤٢
- ٤٨
- ٩٠

٨. يحيط المضلع بدائرة. فإن محيط المضلع يساوي:



- ٧٧ سم
- ٨٨ سم
- ٧٨ سم
- ٧٠ سم

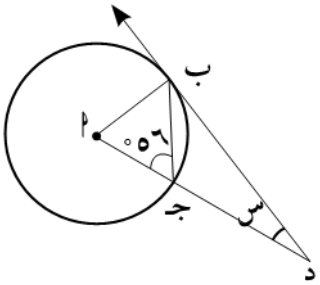
٩. إذا كان $\overleftrightarrow{دب}$، $\overleftrightarrow{دجـ}$ ماسين للدائرة. فإن س =



- ٢٦°
- ٥٧°
- ٦٦°
- ١١٤°

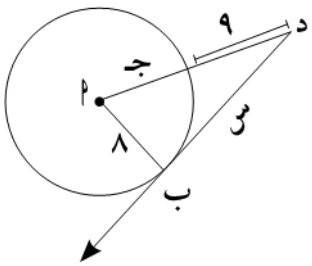
صفوة معلمي الكويت

٣٠. إذا كان $\overline{دب}$ ماسا للدائرة. فإن س =



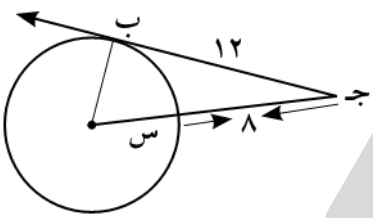
- ٢٢° ○
- ٢٨° ○
- ٣٤° ○
- ٤٠° ○

٣١. إذا كان $\overline{دب}$ ماسا للدائرة. فإن س =



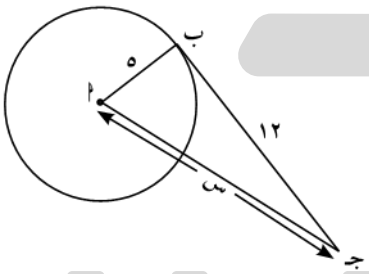
- ٨ ○
- ٩ ○
- ١٥ ○
- ١٧ ○

٣٢. إذا كان $\overline{جب}$ ماسا للدائرة. فإن س =



- ٥ ○
- ٣ ○
- ٤ ○
- ٥ ○

٣٣. إذا كان $\overline{جب}$ ماسا للدائرة. فإن س =



- ٥ ○
- ١٢ ○
- ١٣ ○
- ١٥ ○

تـدرب و تـفـوق
اختبارات ألكترونية ذكية
UULA

صفوة معلمي الكويت

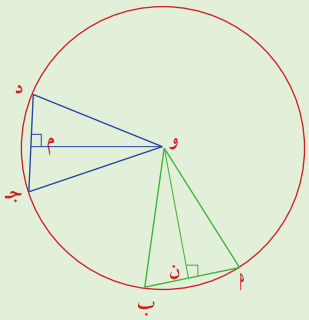
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

الأوتار والأقواس

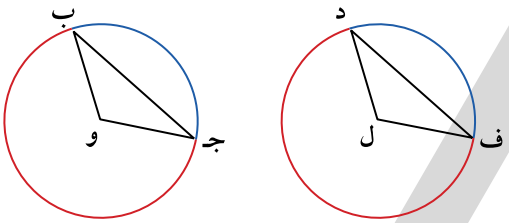
نظرية (١) :

في دائرة أو دوائر متطابقة

- للزوايا المركزية المتطابقة أوتار متطابقة
- الأوتار المتطابقة تقابل أقواسا" متطابقة
- للأقواس المتطابقة زوايا مركزية متطابقة



Q في الشكل المقابل الدائرتان متطابقتان، $\overset{\frown}{بجـ} \cong \overset{\frown}{رف}$. ماذا تستنتج؟

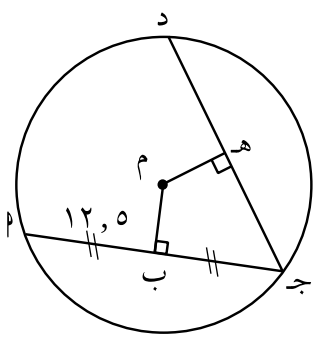


Q في الرسم أعلاه، إذا كان $\overline{بجـ} \cong \overline{رف}$ ، فماذا تستنتج؟

نظرية (٢) :

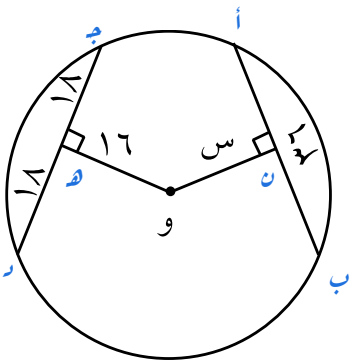
- الأوتار المتطابقة في دائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة.
- الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة.

Q في الشكل المقابل ليكن م مركز الدائرة.
م ب = م هـ أوجد طول جـ د



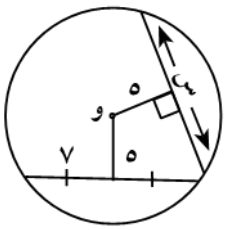
صفوة معلمي الكويت

Q دائرة مركزها (و) أوجد قيمة س في الشكل المقابل، وفسر إجابتك.

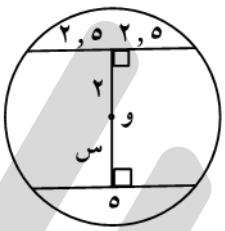


أوجد قيمة (س) في الأشكال التالية:

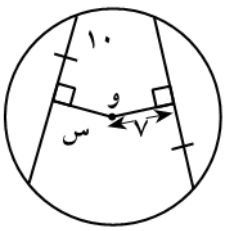
Q



Q



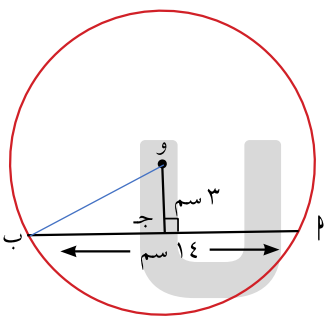
Q



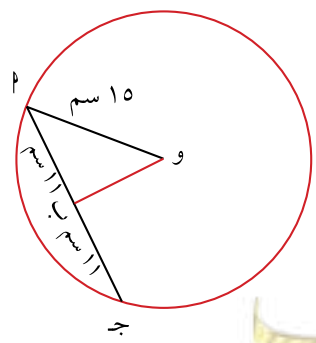
نظرية (٣):

- القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كلا من قوسيه
- القطر الذي ينصف وترا (ليس قطرا) في دائرة يكون عموديا على هذا الوتر
- العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة

Q في الشكل المقابل، أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و.

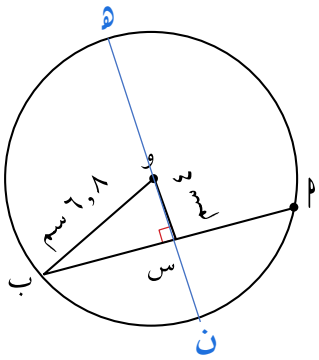


Q في الشكل المقابل أوجد البعد بين مركز الدائرة والوتر.



صفوة معلمي الكويت

استخدم الشكل:

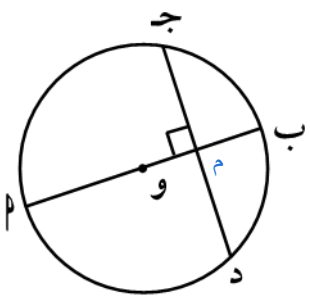


Q أوجد طول الوتر $\overline{ب ا}$

Q المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{ا ب}$.

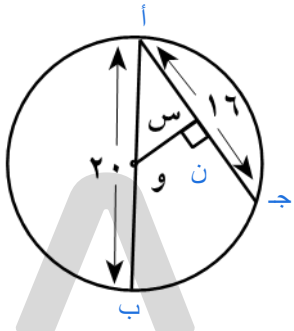
Q المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأكبر $\overset{\frown}{ا ب}$.

Q في الشكل المقابل إذا كان: $\overline{ا ب}$ قطر الدائرة، $\overline{ا ب} \perp \overline{جـ د}$. ماذا تستنتج؟

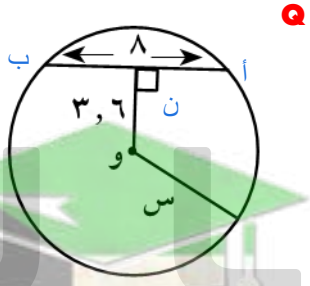


أوجد قيمة (س) في الأشكال التالية:

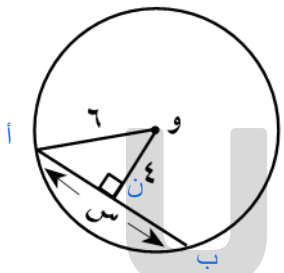
Q



Q



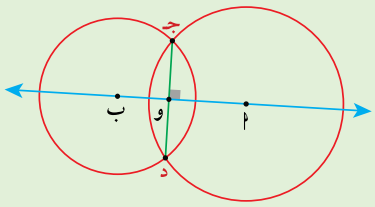
Q



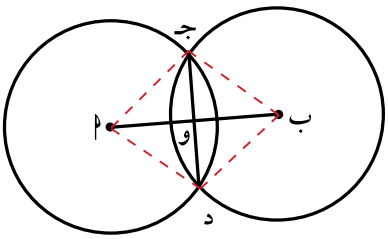
صفوة معلمي الكويت

نتيجة:

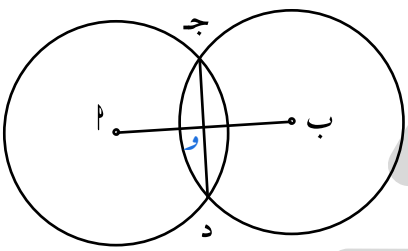
خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا على الوتر المشترك بينهما وينصفه.



Q يمثل الشكل المجاور دائرتين متطابقتين $\overline{أجـ}$ وتر مشترك إذا كان:
أ ب = ٢٤ سم ، نق = ١٣ سم ، أحسب جـ د .

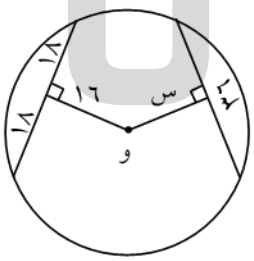


Q أ ، ب مركزا دائرتين متطابقتين. $\overline{جـد}$ وتر مشترك للدائرتين.
إذا كان أ ب = ٨ سم، جـ د = ٦ سم. فما طول نصف القطر؟



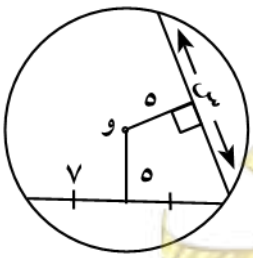
موضوعي - الأوتار والأقواس

١. في الشكل المجاور:



- ○ س = ٨
- ○ س = ٩
- ○ س = ١٦
- ○ س = ١٨

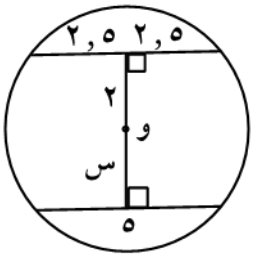
٢. في الشكل المجاور:



- ○ س = ٥
- ○ س = ٧
- ○ س = ١٠
- ○ س = ١٤

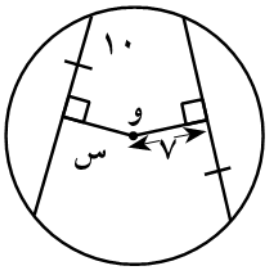
صفوة معلمي الكويت

٣. في الشكل المجاور:



- ○ س = ٢
- ○ س = ٤
- ○ س = ٥
- ○ س = ١٠

٤. في الشكل المجاور:

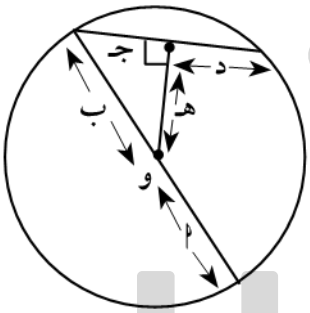


- ○ س = ٢
- ○ س = ٧
- ○ س = ١٠
- ○ س = ١٤

٥. إذا كان طول قطر دائرة يساوي ٢٥ سم وطول أحد أوتارها ١٦ سم فإن البعد بين مركز الدائرة والوتر هو تقريباً:

- ○ ٨ سم
- ○ ٩,٦ سم
- ○ ١٨سم
- ○ ١٩,٢ سم

٦. في الشكل المقابل العبارة الخاطئة فيما يلي هي:



- ○ جـ^{٢} + هـ^{٢} = ب^{٢}
- ○ أ = ب
- ○ جـ = د
- ○ هـ = د

تـدرب و تـفـوق
اختبارات ألكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

الزوايا المركزية والزوايا المحيطية

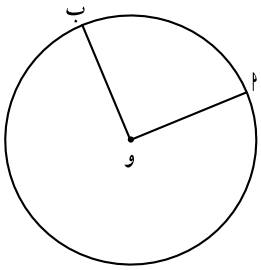
تعريف

- الزاوية التي رأسها مركز الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمي بالزاوية المركزية.
- الزاوية التي رأسها إحدى نقاط الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمي بالزاوية المحيطة.

نظرية (١) :

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها على الدائرة

Q في الشكل المقابل دائرة مركزها و . إذا كان ق(أب) = ٩٠° فأوجد ق(أوب)



Q إذا كان قياس زاوية مركزية ٣٥° فأوجد قياس القوس على الدائرة المحصور بين ضلعيها

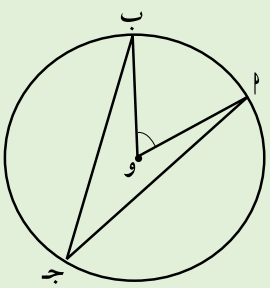
نظرية (٢) :

في الدائرة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها

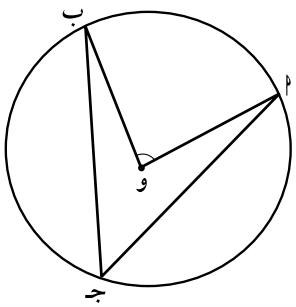
ق(أجب) = $\frac{1}{2}$ ق(أب)

ق(أجب) = $\frac{1}{2}$ ق(أوب)

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه.



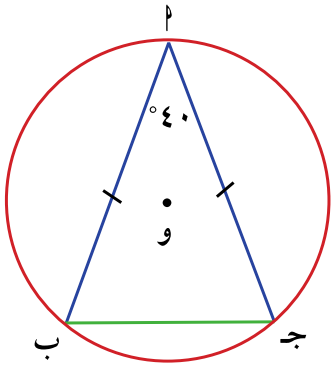
Q في الشكل المجاور: إذا كان ق(أب) = ٨٠° فأوجد ق(بجأ)



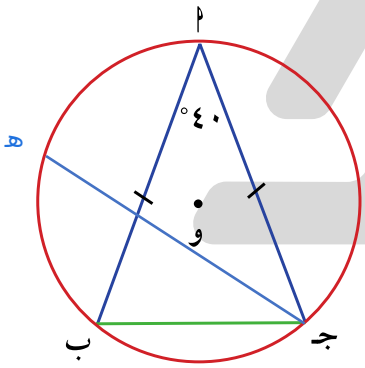
صفوة معلمي الكويت

Q إذا كان قياس زاوية محيطية في دائرة يساوي ٥٤° فأوجد قياس القوس المحصور بين ضلعيها

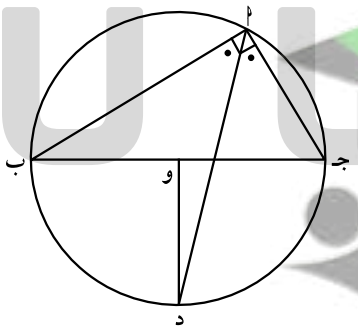
Q في الشكل المقابل: ∆ أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين حيث:
أ، ب، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و ، ق(∠ب أ جـ) = ٤٠°
المطلوب: أوجد قياس كل من الأقواس: $\overset{\frown}{أب}$ ، $\overset{\frown}{بجـ}$ ، $\overset{\frown}{أجـ}$



Q إذا كان $\overleftarrow{هـجـ}$، منصف الزاوية الداخلية ∠ أ جـ ب ويقطع الدائرة في النقطة هـ . ما قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{هـأ}$ ؟

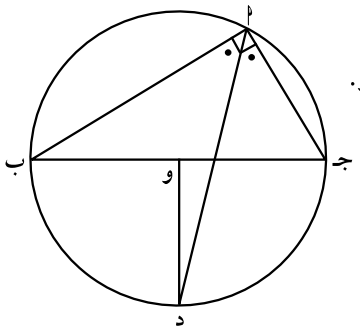


Q في الشكل المقابل دائرة مركزها و أثبت أن: $\overline{وء} \perp \overline{جـب}$

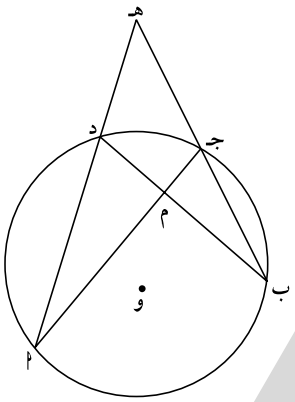


صفوة معلمي الكويت

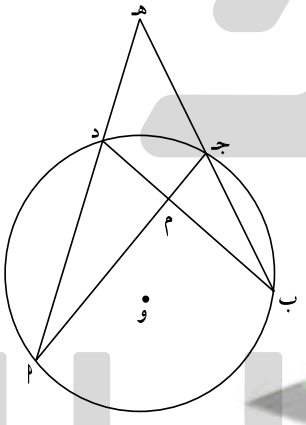
Q إذا كان ق(ا$\hat{\text{ب}}$جـ) = ٣٠°، أوجد ق(ا $\hat{\text{د}}$ ب)



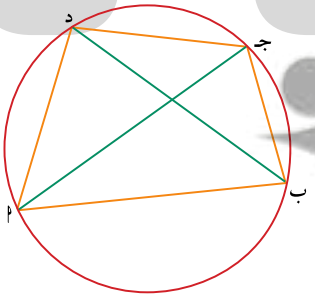
Q أثبت أن ق(ا $\hat{\text{م}}$ ب) = $\frac{\text{ق}(\overset{\frown}{\text{دجـ}}) + \text{ق}(\overset{\frown}{\text{ب ا}})}{٢}$



Q أثبت أن ق(ب $\hat{\text{هـ}}$ ا) = $\frac{\text{ق}(\overset{\frown}{\text{ب ا}}) - \text{ق}(\overset{\frown}{\text{جـ د}})}{٢}$



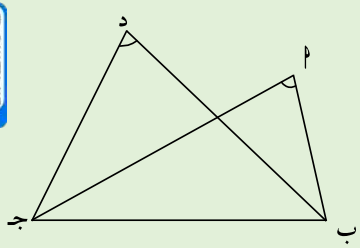
Q ابجد شكل رباعي دائري. أثبت أن ق(ا$\hat{\text{ب}}$د) = ق(ا$\hat{\text{جـ}}$د)



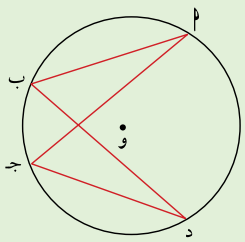
- أثبت أن ق(ا$\hat{\text{د}}$ب) = ق(ا$\hat{\text{جـ}}$ب)

صفوة معلمي الكويت

نتائج:

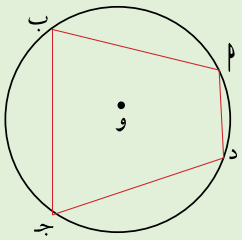


- كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان.
- كل زاوية محيطية في دائرة تحصر نصف دائرة تكون زاوية قائمة.
- كل شكل رباعي دائري (محاط بدائرة)، تكون زواياه المتقابلة متكاملة.
- في الشكل إذا تطابقت الزاويتان $\hat{أ}$ ، $\hat{د}$ المرسومات على القاعدة $\overline{بجـ}$ وفي جهة واحدة منها. كان الشكل أبجـد رباعيا دائريا.



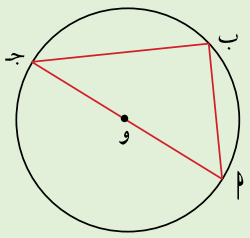
$\widehat{جـبد}$ ، $\widehat{أجـد}$ تحصران $\overset{\frown}{أد}$

$\therefore$ ق$(\widehat{أبد})$ = ق$(\widehat{أجـد})$



ق$(\hat{أ})$ + ق$(\hat{جـ})$ = ١٨٠°

ق$(\hat{ب})$ + ق$(\hat{د})$ = ١٨٠°



$\widehat{أبجـ}$ تحصر $\overset{\frown}{أجـ}$

(نصف دائرة)

$\therefore$ ق$(\widehat{أبجـ})$ = ٩٠

$(\widehat{أبجـ})$ زاوية محيطية

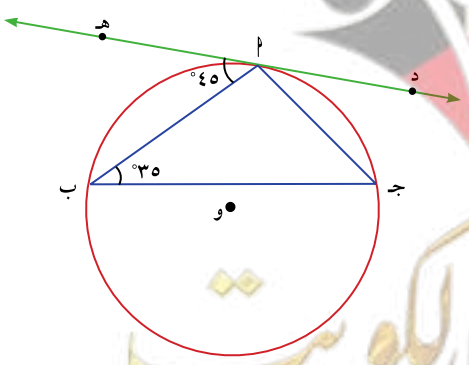
مرسومة على قطر الدائرة

وهي زاوية قائمة

نظرية (٣) :

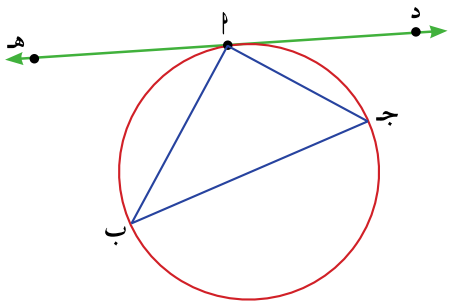
- قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه.
- قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر.

Q إذا كان $\overleftrightarrow{هـد}$ مماسا للدائرة عند النقطة أ فأوجد: ق$(\widehat{بأجـ})$



صفوة معلمي الكويت

Q في الشكل المقابل: ق(د $\hat{أ}$ جـ) = ٤٠°، ق(هـ $\hat{أ}$ ب) = ٥٠°
أوجد قياسات زوايا المثلث Δ أ ب جـ



- أثبت أن $\overline{ب جـ}$ قطر للدائرة.

Q $\overline{أ ب}$ قطر في دائرة مركزها و. نرسم $\overline{أ جـ}$ مماساً للدائرة بحيث يكون أ جـ = ٢ نق تقطع الدائرة في د.
أثبت أن أ د = جـ د

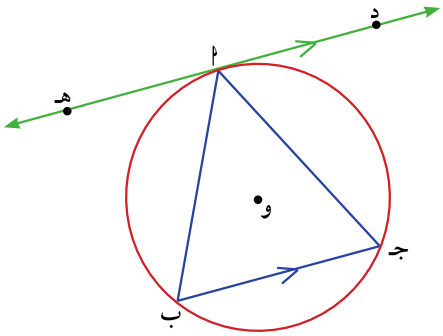
Q $\overleftarrow{م ت}$ مماس لدائرة مركزها و. $\overline{م ن}$ وتر في الدائرة بحيث يكون م ن = م ت. (م نقطة التماس) $\overline{ت ن}$ تقطع الدائرة في ل.
أثبت أن Δ ت ل م متطابق الضلعين (ل ت = م ل)

معلق

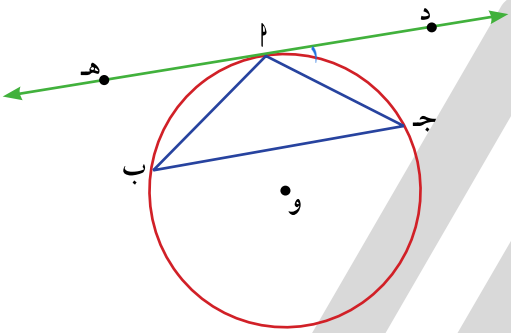


صفوة معلمي الكويت

Q في الشكل المجاور $\overleftrightarrow{هـ د}$ مماس للدائرة عند ا ، $\overline{جـ ب}$ وتر في الدائرة ويوازي المماس $\overleftrightarrow{د هـ}$ أثبت أن المثلث ا ب جـ متطابق الضلعين.



Q إذا كان لدينا $\overleftrightarrow{هـ د}$ مماس للدائرة عند النقطة ا ، المثلث ا ب جـ متطابق الضلعين (ا ب = ا جـ)
أثبت أن $\overline{جـ ب}$ // $\overleftrightarrow{هـ د}$



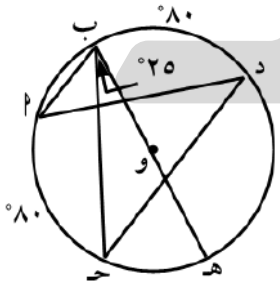
من كراسة التمارين:

Q ق(أ)

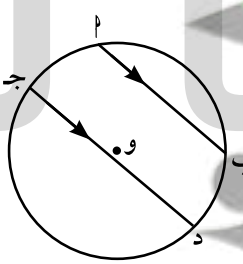
Q ق($\overset{\frown}{هـ جـ}$)

Q ق(ج)

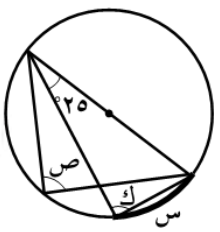
Q ق(ا ب هـ)



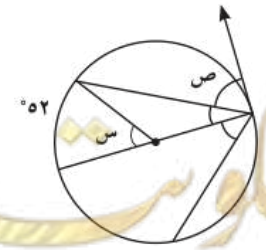
Q في الشكل المقابل أثبت أن: $\overset{\frown}{ا جـ} \cong \overset{\frown}{ب د}$



Q

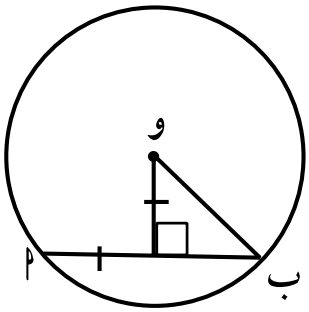


Q



صفوة معلمي الكويت

Q أوجد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أب}$



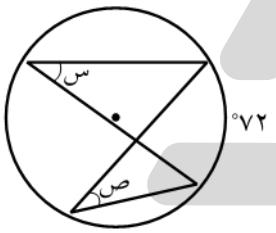
موضوعي - الزوايا المركزية والزوايا المحيطة

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

Q قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطة المشتركة معها في القوس نفسه. (أ) (ب)

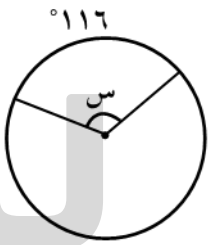
Q قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر. (أ) (ب)

Q في الشكل المجاور: س = ص = ٧٢° (أ) (ب)



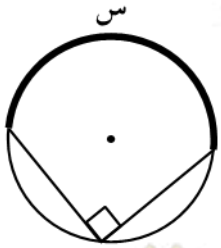
ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

١. في الشكل المجاور قياس س =



- ○ س = ٥٨°
- ○ س = ٩٠°
- ○ س = ١١٦°
- ○ س = ٢٣٢°

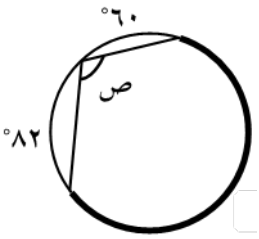
٢. في الشكل المجاور قياس س =



- ○ س = ٤٥°
- ○ س = ٩٠°
- ○ س = ١٨٠°
- ○ س = ٣٦٠°

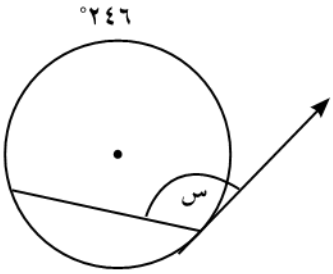
صفوة معلمي الكويت

٣. في الشكل المجاور قياس ص =



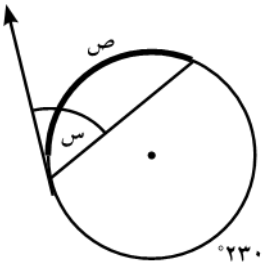
- ص = ٦٠ °
- ص = ٨٢ °
- ص = ١٠٩ °
- ص =٢١٨ °

٤. في الشكل المجاور قياس ص =



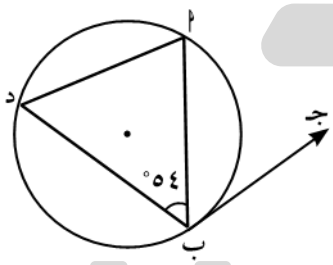
- س = ١٢٣ °
- س = ٢٤٦ °
- س = ٢٧٠ °
- س = ١٨٠ °

٥. في الشكل المجاور قياس س =



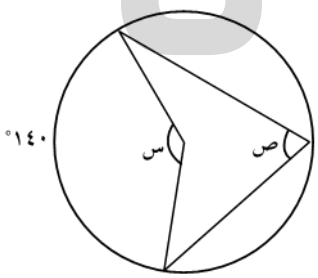
- س = ٦٥ °
- س = ١٣٠ °
- س = ٢٣٠ °
- س = ١١٥ °

٦. في الشكل المقابل، إذا كان ق$(\overset{\frown}{\text{ب د}})$ = ١٤٠° فإن ق$(\widehat{\text{أ ب جـ}})$ =



- ٥٠ °
- ٥٦ °
- ٧٠ °
- ١٢٤°

٧. في الشكل المقابل، قيمة كل من س، ص على الترتيب هما:



- ٧٠ ° , ١٤٠°
- ١٤٠° , ٧٠ °
- ٧٠ ° , ٣٥ °
- ٣٥ ° , ٧٠ °

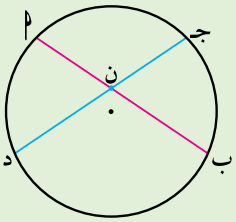
تـدرب و تـفـوق
اختبارات ألكترونية ذكية
UULA
صفوة معلمي الكويت

الدائرة :الأوتار المتقاطعة ، المماس

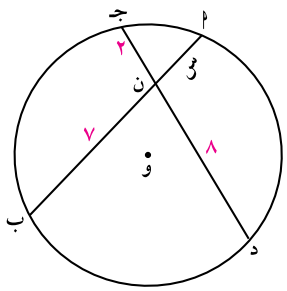
نظرية (١) :

إذا تقاطع وترين داخل دائرة فإن ناتج ضرب طولي جزأي أحد الوترين يساوي ناتج ضرب طولي جزأي الوتر الآخر.

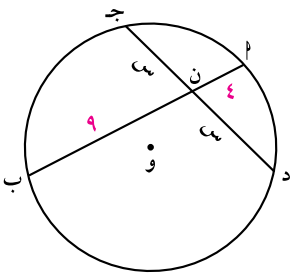
$أن \times نب = جن \times ند$



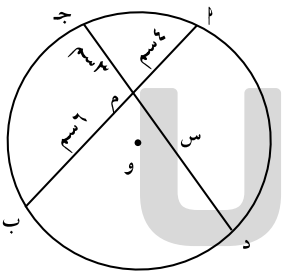
Q في الشكل المجاور أوجد قيمة س



Q في الشكل المجاور أوجد قيمة س



Q في الشكل المجاور أوجد قيمة س وأوجد البعد بين المركز والوتر $\overline{دجـ}$
إذا علمت أن طول نصف قطر الدائرة يساوي ٦ سم

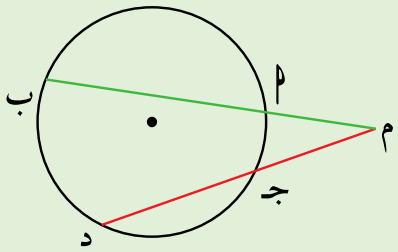


صفوة معلمي الكويت

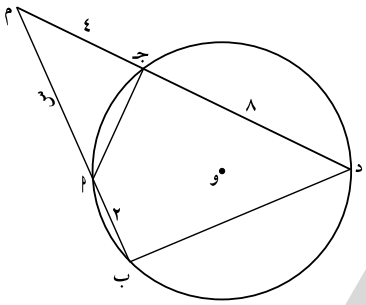
نتيجة:

إذا رسم قاطعان من نقطة خارج دائرة فإن ناتج ضرب طول أحد القاطعين في طول جزئه الخارجي يساوي ناتج ضرب طول القاطع الآخر في طول جزئه الخارجي.

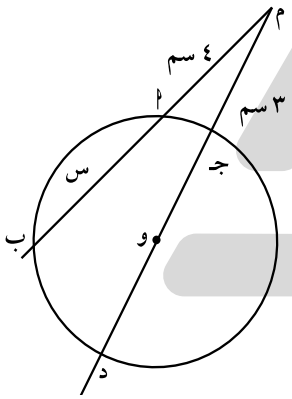
م أ × م ب = م جـ × م د



Q في الشكل المجاور أوجد قيمة س

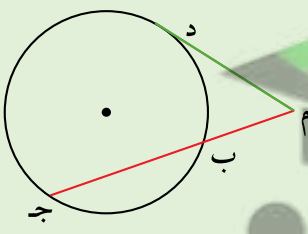


Q في الشكل المجاور دائرة مركزها و . طول نصف قطرها ٤ سم أوجد قيمة س

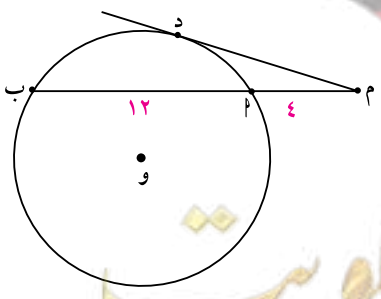


نتيجة:

إذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس، فإن ناتج ضرب طول القاطع في طول جزئه الخارجي يساوي مربع طول القطعة المماسية.

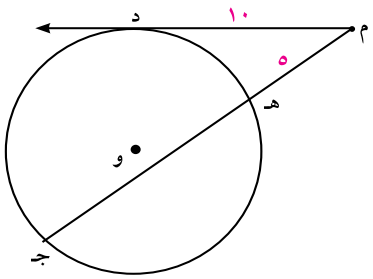


Q في الشكل المجاور احسب طول القطعة المماسية م د

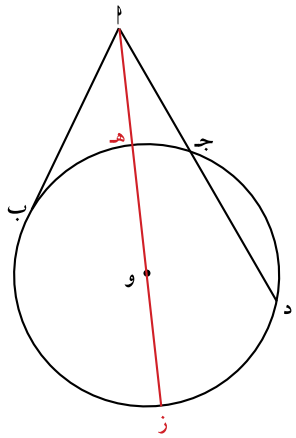


صفوة معلمي الكويت

Q أوجد طول $\overline{هـ جـ}$

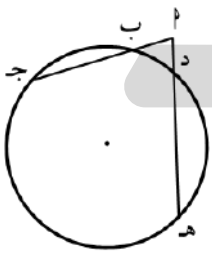


Q $أ جـ = ٤$ سم، $أ ر = ٩$سم ما طول القطعة المماسية $\overline{أ ب}$

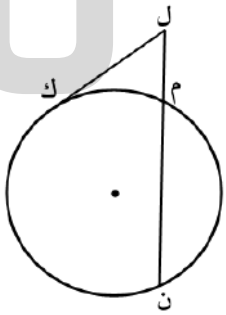


Q أوجد طول نصف قطر الدائرة إذا كانت: $أ هـ = ٢$ سم

Q في الشكل المقابل: $أ جـ = ٢٠$ ، $ب جـ = ١٥$ ، $أ هـ = ٢٥$. أوجد: $هـ ر$



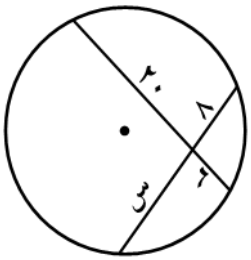
Q في الشكل المجاور: $\overline{ل ك}$ مماس للدائرة $ل ك = ٨$ ، $ل م = ٤$ أوجد: $م ن$



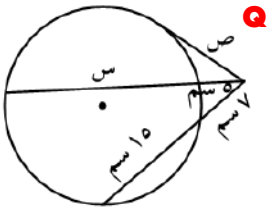
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

في التمرينين التاليين أوجد قيمة كل متغير :

Q

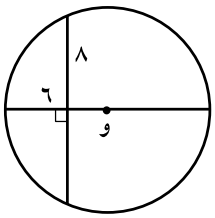


Q

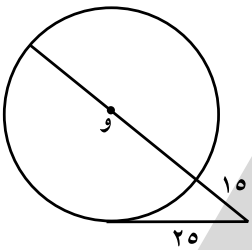


في التمرينين التاليين أوجد طول قطر كل دائرة:

Q

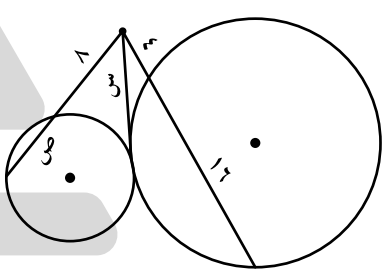


Q

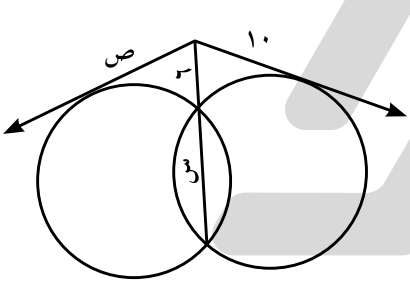


في التمرينين التاليين استخدم معطيات الشكل لإيجاد قيمة كل من س ، ص.

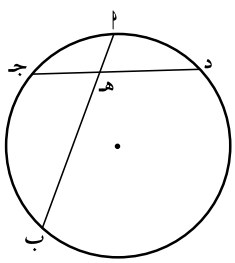
Q



Q



Q في الشكل أدناه : اهـ = ١٩ ، هـ د = ٤٠ ، هـ جـ = ٣٨ . أوجد هـ ب

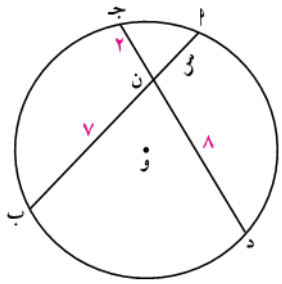


صفوة معلمي الكويت

موضوعي - الأوتار المتقاطعة والمماس

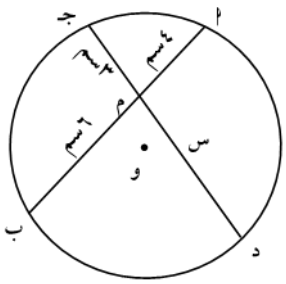
ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

١. في الشكل المقابل قيمة س تساوي:



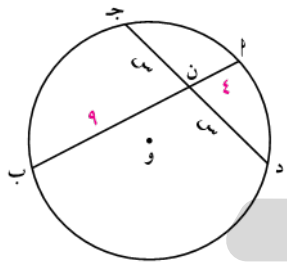
- ٢ ○
- ٧ ○
- ٨ ○
- $\frac{١٦}{٧}$ ○

٢. في الشكل المقابل قيمة س تساوي:



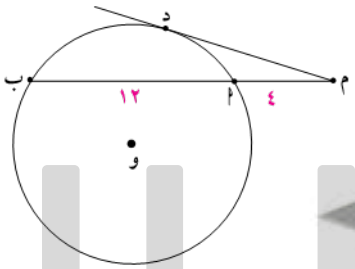
- ٤ ○
- ٥ ○
- ٦ ○
- ٨ ○

٣. في الشكل المقابل قيمة س تساوي:



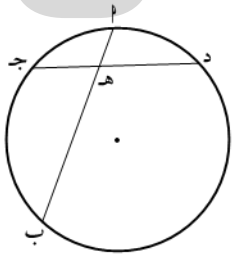
- ٤ ○
- ٦ ○
- ٩ ○
- ٣٦ ○

٤. أوجد طول القطعة المماسية $\overline{مر}$



- ٨ ○
- ١٢ ○
- ١٦ ○
- ١٠ ○

٥. في الشكل المقابل، أهـ = ١٩ ، هـر = ٤٠ ، هـجـ = ٣٨ . أوجد هـب



- ٤٠ ○
- ٨٠ ○
- ١٠٠ ○
- ١٢٠ ○

تـدرب و تـفـوق

اختبارات ألكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

تنظيم البيانات في مصفوفات

اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي:

- أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ١ & ٠ & ٩ \\ ٢ & -٣ & -٧ \end{bmatrix}$
- ب = $\begin{bmatrix} -٤ & \frac{٢}{٣} & -٣ \end{bmatrix}$
- ج = $\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٠ \\ ٠,٥ \end{bmatrix}$
- د = $\begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ٠ \\ -٢ & ٠,٥ & ٧ \end{bmatrix}$
- هـ = $\begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ -٥ & ١ \\ ٩ & ٠,٦ \end{bmatrix}$
- و = $\begin{bmatrix} -٨ & ٣ & ١٠ \end{bmatrix}$

إذا كانت المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} ١٢ & ١ & ٥ & ٤ \\ ٢ & ٦ & ٢ & ٣,٥ \\ ١ & ٠ & ١ & -٤ \end{bmatrix}$ أوجد:

- ب٢٢ =
- ب١٣ =
- ب١١ =
- ب٣١ =
- ب٤٣ =
- ب٣٣ =

المصفوفات: المربعة ، الأفقية ، العمودية

- المصفوفة المربعة: هي مصفوفة فيها عدد الصفوف يساوي عدد الأعمدة. وفيما عدا ذلك، تسمي المصفوفة: مصفوفة مستطيلة.
- المصفوفة الأفقية: هي مصفوفة مكونة من صف واحد.
- المصفوفة العمودية: هي مصفوفة مكونة من عمود واحد.

صنّف كلا من المصفوفات التالية:

- أ = $\begin{bmatrix} ١ & -٥ & ٠ \\ ٠ & ٤ & ٧ \\ ٣ & ٢ & ٨ \end{bmatrix}$
- ب = $\begin{bmatrix} ١ \\ ٣ \\ ٠,٢ \end{bmatrix}$
- جـ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ & -٥ \end{bmatrix}$
- د = $\begin{bmatrix} -٢ & ٣ & ١,٤ \\ ١٢ & ٨ & ٥ \end{bmatrix}$

المصفوفات المتساوية:

تكون مصفوفتان متساويتين إذا كانت لهما الرتبة (الأبعاد) نفسها، وكانت عناصرهما المتناظرة متساوية والعكس صحيح.

صفوة معلمي الكويت

Q إذاكانت: $\begin{bmatrix} ٢س-٥ & ٤ \\ ٣ & ٣ص+١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٥ & ٤ \\ ٣ & ص+١٨ \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س ، ص

Q إذا كانت: $\begin{bmatrix} ٣٨ & ٥ \\ ٣ & ٤ص-١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س+٨ & ٥ \\ ٣ & -ص \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س ، ص

Q إذا كانت: [٣س س + ص س − ص] = [−٩ ٤ −١٠] فأوجد قيمة كل من س ، ص

موضوعي - تنظيم البيانات في المصفوفات

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٤ \\ ٦ & ٧ & ٠ \end{bmatrix}$ من الرتبة ٢×٣ (أ) (ب)

٢. في المصفوفة ب $= \begin{bmatrix} ١٢ & ٥١ & ٤ \\ ١٢ & ٢٦ & ٣,٥ \\ ١ & ١٠ & -٤ \end{bmatrix}$ فإن قيمة العنصر ب$_{٢١}$ = ١٢ (أ) (ب)

٣. المصفوفة الأفقية: هي مصفوفة مكونة من عمود واحد فقط (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٤. إذا كانت $\begin{bmatrix} ٢س-٥ & ٤ \\ ٣ & ٣ص+١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٥ & ٤ \\ ٣ & ص+١٨ \end{bmatrix}$ فإن قيمتي س ، ص هما:

- ○ س = ١٥ ، ص = ٣
- ○ س = ١٥ ، ص = -٣
- ○ س = -١٥ ، ص = ٣
- ○ س = -١٥ ، ص = -٣

٥. إذا كانت [٣س س + ص س − ص] = [−٩ ٤ −١٠] فإن قيمتي س ، ص هما:

- ○ س = -٣ ، ص = -٧
- ○ س = -٣ ، ص = ٧
- ○ س = ٣ ، ص = ٧
- ○ س = ٣ ، ص = -٧

تـدرب و تـفـوق
اختبارات الكترونية ذكية
صفوة معلمي الكويت

جمع وطرح المصفوفات

Q أوجد ناتج ما يلي: $\begin{bmatrix} -١٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \\ -١ & ١٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٣ & ٢٤ \\ ٥ & ٤ \\ ١ & -٧ \end{bmatrix}$

Q إذا كانت: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & -١ \end{bmatrix}$ $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & -٢ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ -٢ & ٧ \end{bmatrix}$ أوجد:

- $\underline{جـ} + \underline{ب}$
- $(\underline{جـ} + \underline{ب}) + \underline{أ}$

خواص جمع المصفوفات:

إذا كان $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ ، $\underline{جـ}$ مصفوفات من الرتبة م×ن فإن:

- $\underline{أ} + \underline{ب}$ هي من الرتبة م×ن — خاصية الإقفال (الانغلاق)
- $\underline{أ} + \underline{ب} = \underline{ب} + \underline{أ}$ — خاصية الإبدال
- $(\underline{أ} + \underline{ب}) + \underline{جـ} = \underline{أ} + (\underline{ب} + \underline{جـ})$ — خاصية التجميع
- $\underline{٠}_{م×ن} + \underline{أ} = \underline{أ} + \underline{٠}_{م×ن} = \underline{أ}$ — المصفوفة الصفرية هي العنصر المحايد الجمعي من الرتبة م×ن
- $\underline{أ} + (-\underline{أ}) = \underline{٠}_{م×ن}$ — خاصية المعكوس الجمعي (النظير الجمعي)

أوجد ناتج كل مما يلي:

Q $\begin{bmatrix} ٦ & -٩ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٣ \\ ٨ & ٥ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٤ & ٣ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix}$

Q $\begin{bmatrix} -٣ & ٣ \\ -١ & ٥ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix}$

Q $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٤ \\ ٦ & ٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ -٣ & ٦ \\ -٥ & ٧ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٥ \\ ٣ & -٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

صفوة معلمي الكويت

أوجد قيمة س حيث:

Q $\underline{س} - \begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٧ \\ ٤- & ٤ \end{bmatrix}$

Q $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣- \\ ٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix} + \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ & ٨ \\ ٦- & ٠ & ٥ \end{bmatrix}$

Q $\underline{س} - \begin{bmatrix} ٤ & ١٢ \\ ٧٥ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٥٠ \\ ٥٠ & ١٠- \end{bmatrix}$

Q $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٤ & ٢٤- \end{bmatrix} = \underline{س} - \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix}$

Q $-\underline{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٩ \\ ١٢ & ٨ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥- & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٢ \\ ٣- & ٥ & ٠ \end{bmatrix}$

صفوة معلمي الكويت

موضوعي - جمع وطرح المصفوفات

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. لجمع مصفوفتين يجب أن يكونا من الرتبة نفسها (أ) (ب)

٢. جمع المصفوفات هو عملية غير إبدالية (أ) (ب)

٣. جمع المصفوفات هو عملية تجميعية (أ) (ب)

٤. طرح المصفوفات هو عملية إبدالية (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

٥. $\begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢- & ٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} =$

○ $\begin{bmatrix} ٨ & ٢ \\ ٣ & ٧ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٨ & ٣- \\ ٣- & ٧- \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٨ & ٢ \\ ٣- & ٧ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ٣- & ٧ \end{bmatrix}$

٦. $\begin{bmatrix} ٣- & ٥ \\ ١- & ١٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٣- & ١ \\ ٢ & ٤- \end{bmatrix} =$

○ $\begin{bmatrix} ٠ & ٤ \\ ٣ & ١٤ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٠ & ٤- \\ ٣- & ١٤- \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٠ & ٤- \\ ٣- & ١٤ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٠ & ٤ \\ ٣- & ١٤ \end{bmatrix}$

٧. $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٤ \\ ٦ & ٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٣- & ٦ \\ ٥- & ٧ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٥ \\ ٣ & ٢- \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix} =$

○ $\begin{bmatrix} ٦- & ٠ \\ ٤- & ١٢ \\ ٢ & ١٠ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٦- & ٠ \\ ٤- & ١٢ \\ ٢- & ١٠ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٦- & ٠ \\ ٤ & ١٢ \\ ٢- & ١٠ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٦- & ٠ \\ ٤- & ١٢ \\ ٢- & ١٠ \end{bmatrix}$

تـدرب و تـفـوق

اختبارات ألكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

ضرب المصفوفات

إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٢ \\ -٢ & -١ & ٣ \end{bmatrix}$ **فأوجد:**

Q $٥\underline{ب} - ٤\underline{أ}$

Q $\underline{أ} + ٦\underline{ب}$

حل كل معادلة مما يلي:

Q $٢\underline{س} = \begin{bmatrix} ٤ & ١٢ \\ -٤ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٢ & ٠ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

Q $-٣\underline{س} + \begin{bmatrix} ٧ & ٠ & ١٠ \\ ٢ & -٣ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ & ٠ & ٨ \\ -١٩ & -١٨ & ١٠ \end{bmatrix}$

صفوة معلمي الكويت



أوجد ناتج $\underline{أ} \times \underline{ب}$: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ -١ & -٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

أوجد ناتج الضرب: $\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٣ & -٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -٣ & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}$



بفرض $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & ٠ & -١ & ٠ \\ ٢ & -٥ & ١ & ٨ \end{bmatrix}$

حدد ما إذا كانت كل من نواتج الضرب $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب} \times \underline{أ}$ معرفة أو غير معرفة

مربع المصفوفة



إذا كانت $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$ فأوجد: $\underline{ب}^{٢}$، $\underline{ب}^{٣}$

إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ فأوجد: $\underline{أ}^{٢}$، $\underline{أ}^{٣}$

صفوة معلمي الكويت

موضوعي - ضرب المصفوفات

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. $٣\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ١٥ \\ ١٢ & -٩ \end{bmatrix}$ (أ) (ب)

٢. ضرب المصفوفات المربعة هو عملية إبدالية (أ) (ب)

٣. ضرب المصفوفات المربعة هو عملية تجميعية (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٤. حل المعادلة المصفوفية: $٢\underline{س} = \begin{bmatrix} ٤ & ١٢ \\ ١ & -٤ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٢ & ٠ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ هو:

○ $\underline{س} = \begin{bmatrix} ١ & -٦ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ○ $\underline{س} = \begin{bmatrix} ١ & -٦ \\ -٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ○ $\underline{س} = \begin{bmatrix} ١ & ٦ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ○ $\underline{س} = \begin{bmatrix} -١ & -٦ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

٥. إذا كانت المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$ فإن $\underline{ب}^{٢} =$

○ $\begin{bmatrix} ٣ & ٦ \\ -٦ & ١٥ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٣ & ٦ \\ -١٥ & -٦ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} -٣ & ٦ \\ ٦ & ١٥ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٣ & ٦ \\ ٦ & ١٥ \end{bmatrix}$

٦. أي ضرب مما يلي غير معرف؟

○ $\begin{bmatrix} -١ \\ ٢ \end{bmatrix} \times [-١ \quad ٢]$

○ $\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix} \times [-١ \quad ٢]$

○ $\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$

○ $[-١ \quad ٢] \times \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$

٧. بفرض المصفوفة $\underline{ب}$ من الرتبة ٢×٣ والمصفوفة $\underline{جـ}$ من الرتبة ٣×٢ فإن رتبة المصفوفة $\underline{ب} \times \underline{جـ}$ هي من الرتبة:

○ ٢×٢ ○ ٢×٣ ○ ٣×٣ ○ ٣×٢

تـدرب و تـفـوق

اختبارات ألكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوسات)

مصفوفة الوحدة المصفوفة المربعة التي عناصر قطرها الرئيسي (١) وبقية العناصر (صفرا)

$$\underline{و}_{٢\times٢} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} ، \underline{و}_{٣\times٣} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

النظير الضربي

$$\underline{ا} \times \underline{ا}^{-١} = \underline{ا}^{-١} \times \underline{ا} = \underline{و}$$

Q أثبت أن المصفوفة: $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & -٢ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix}$

Q أثبت أن : $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\underline{ا} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$

محدد مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} ا & جـ \\ ب & د \end{bmatrix}$ هو $|\underline{ا}| = \begin{vmatrix} ا & جـ \\ ب & د \end{vmatrix} = اد - بجـ$

ملاحظة

المصفوفة التي محددها الصفر ليس لها نظير ضربي وتسمى (مصفوفة منفردة).

صفوة معلمي الكويت

تمرن: أوجد محدد كل من المصفوفات التالية:

Q $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

Q $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٨ & ٧ \\ ٢ & ١٠ \end{bmatrix}$

Q $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ك & ٣ \\ ك-٣ & -٣ \end{bmatrix}$

Q إذا كانت المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة فأوجد قيمة س

Q $\underline{أ} = \begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix}$

Q $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix}$

Q $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} س & ٠ \\ ٠ & س \end{bmatrix}$

Q إذا كانت المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$ منفردة فأوجد قيمة س

صفوة معلمي الكويت
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

خاصية:

بفرض أن: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$ إذا كان $أد - بجـ \neq 0$، فإن لها نظيرا ضربيا $\underline{أ}^{-1}$

حيث: $\underline{أ}^{-1} = \frac{1}{|أ|} \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix}$

هل $\underline{ب} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي؟ فسر.

هل $\underline{ب} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي؟ فسر.

هل للمصفوفة: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$ نظير (معكوس) ضربي؟ في حالة الإيجاب أوجده.

حدد أي من المصفوفات التالية لها نظير ضربي (معكوس) ، ثم أوجده.

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$\underline{ب} = \begin{bmatrix} 0,5 & 2,3 \\ 3 & 7,2 \end{bmatrix}$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

موضوعي - مصفوفة الوحدة والنظير الضربي

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٣- & ١- \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ (أ) (ب)

٢. للمصفوفة $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ نظير ضربي (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٣. قيمة المحدد $\begin{vmatrix} ٤ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix}$ =

○ ٠ ○ ٨- ○ ٨ ○ ٤

٤. إذا كانت المصفوفية $\begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ ٤- & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة، فإن قيمة س تساوي.

○ ٤- ○ ٤ ○ ١ ○ ٠

٥. النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ هو:

○ $\begin{bmatrix} ٢- & ٤- \\ ١- & ٣- \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ \frac{١}{٤} & ١ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٣ & \frac{٣}{٢} \\ ٢- & \frac{١-}{٢} \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} \frac{١-}{٤} & \frac{١-}{٢} \\ \frac{١-}{٣} & ١- \end{bmatrix}$

٦. أي مصفوفة مما يلي ليس لها نظير ضربي؟

○ $\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٨- & ٢ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٨ & ٢- \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ \frac{١}{٤} & ٨ \end{bmatrix}$ ○ $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ \frac{١}{٤} & \frac{١}{٢} \\ ٤ & ٨ \end{bmatrix}$

تـدرب و تـفـوق
اختبارات ألكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

حل نظام من معادلتين خطيتين

أولاً: باستخدام النظير الضربي:

Q حل النظام: $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

Q حل النظام: $\begin{cases} س + ص = ٣ \\ س - ص = ٧ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

صفوة معلمي الكويت

ثانياً: باستخدام المحددات (طريقة كرامر)

Q استخدم قاعدة كرامر لحل النظام:

$$\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص - ٧ = ٠ \end{cases}$$

Q استخدم قاعدة كرامر لحل النظام:

$$\begin{cases} ٤س - ٥ص + ٧ = ٠ \\ ٣ص - ٦س + ٣ = ٠ \end{cases}$$

موضوعي - حل نظام معادلتين

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

Q حل النظام $\begin{cases} ٣س + ٣ص = -٣ \\ -٤س - ٣ص - ٧ = ٠ \end{cases}$ هو :

- ○ س=٤ ، ص=٣
- ○ س=-٤ ، ص=٣
- ○ س=-٤ ، ص=-٣
- ○ س=٤ ص=-٣

Q حل النظام $\begin{cases} ٤س - ٥ص + ٧ = ٠ \\ -٤س - ٣ص + ١٧ = ٠ \end{cases}$ هو :

- ○ س=-٢ ، ص=-٣
- ○ س=٢ ، ص=-٣
- ○ س=-٢ ، ص=-٣
- ○ س=٢ ، ص=٣

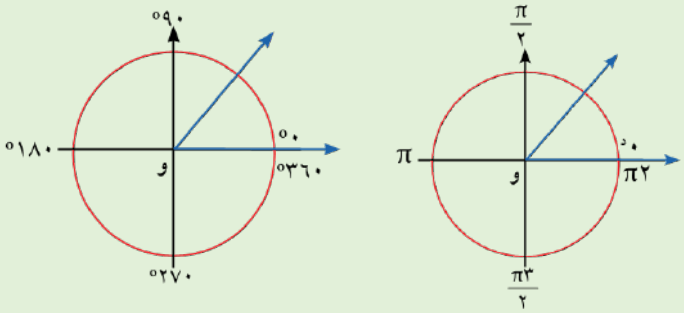
تـدرب و تـفـوق

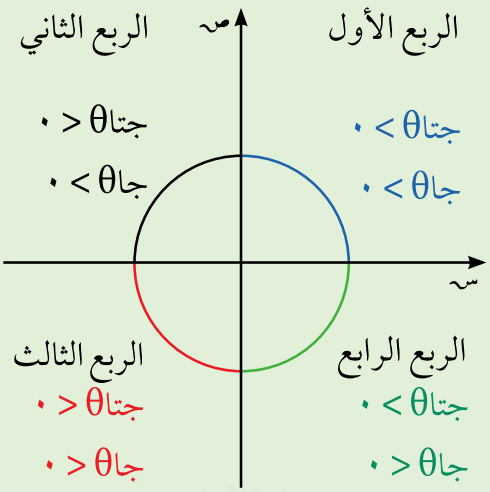
اختبارات ألكترونية ذكية

© جميع الحقوق محفوظة

دائرة الوحدة في المستوى الإحداثي والدوال المثلثية (الدائرية)

دائرة الوحدة هي دائرة مركزها نقطة الأصل (و) وطول نصف قطرها واحد وحدة





تمرين: حدّد إشارة جتا θ، جا θ في كل مما يلي:

Q $\theta = ١٣٥^\circ$

Q $\theta = \frac{٧\pi}{٦}$

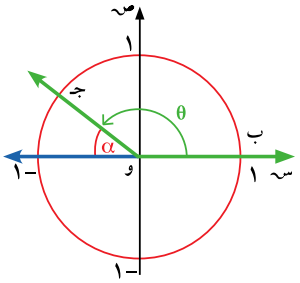
Q $\theta = ٣٠٥^\circ$

Q إذا كانت $٩٠^\circ < \theta < ٢٧٠^\circ$ فما هي إشارة جا (θ) ؟

Q إذا كانت $\frac{\pi}{٢} < \theta < \pi$ فما هي إشارة جا (θ) ؟

صفوة معلمي الكويت

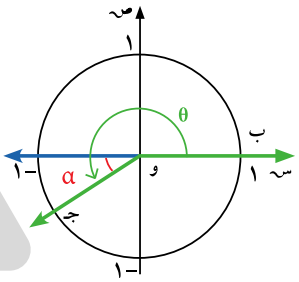
حدد زاوية الإسناد للزاوية θ في كل مما يلي:



عندما θ تقع في الربع الثاني

$$\alpha^\circ = 180^\circ - \theta^\circ$$

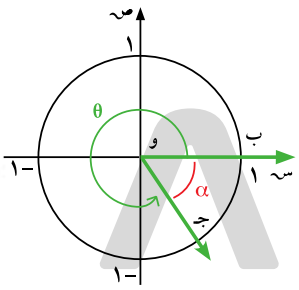
$$\alpha' = \pi - \theta'$$



عندما θ تقع في الربع الثالث

$$\theta^\circ - 180^\circ = \alpha^\circ$$

$$\theta' - \pi = \alpha'$$



عندما θ تقع في الربع الرابع

$$360^\circ - \theta^\circ = \alpha^\circ$$

$$2\pi - \theta' = \alpha'$$

صفوة معلمي الكويت

موضوعي - دائرة الوحدة والنسب المثلثية

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. $\text{جتا}(-٣٠٠^\circ) = \frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

٢. $\text{جا}(١٢٠^\circ) = \frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

٣. $\text{ظا}(-١٥٠^\circ) = \frac{\sqrt{٣}}{٣} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ (أ) (ب)

٤. $\text{قا}(٣١٥^\circ) = \sqrt{٢}$ (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٥. أفترض أن جتاθ سالبة جاθ موجبة. يقع الضلع النهائي للزاوية θ في:

○ الربع الأول ○ الربع الثاني ○ الربع الثالث ○ الربع الرابع

٦. الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها تختلف عن الزوايا الأخرى هي:

○ ١٩٠° ○ ١٧٠° ○ ٣٥٠° ○ ١١٠°

٧. الزاوية التي في الوضع القياسي وضلعها النهائي يمر بالنقطة م $\left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ التي تقع على دائرة الوحدة هي:

○ ٤٥° ○ ٢٢٥° ○ ١٣٥° ○ ٣٣٥°

٨. الزاوية التي يقع ضلعها النهائي في الربع الرابع فيما يلي هي:

○ -٣٢٠° ○ -٢٧٠° ○ $\frac{\pi ٥}{٣}$ ○ $\frac{\pi ١٣}{٩}$

٩. الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها يختلف عن الزوايا الأخرى هي:

○ $\frac{\pi ٧}{٤}$ ○ ١٣٥° ○ $\frac{\pi ٣}{٤}$ ○ ٢١٥°

١٠. الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها $\frac{\pi}{٣}$ هي:

○ $\frac{\pi ١١}{٦}$ ○ ٢٥٥° ○ $\frac{\pi ٧}{٨}$ ○ $\frac{\pi ٥}{٣}$

١١. زاوية في الوضع القياسي قياسها يساوي -٢٢٥°. فإن النقطة المثلثية التي يمكن أن تقع على الضلع النهائي لهذه الزاوية هي:

○ $\left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ ○ $\left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}، \frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)$ ○ $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ ○ (-١ ، ١)

٢١. $[\text{جا}(-١٣٥^\circ)]^٢ + [\text{جتا}(-١٣٥^\circ)]^٢ =$

○ ١ ○ $\frac{١}{٢}$ ○ $\frac{١}{٤}$ ○ صفرا

صفوة تعلمي الكويت

حساب المثلثات

العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

النسب المثلثية للزاويتين θ، $-\theta$

$$\text{جتا}(-\theta)=\text{جتا}(\theta)\ ،\ \text{جا}(-\theta)=-\text{جا}(\theta)\ ،\ \text{ظا}(-\theta)=-\text{ظا}(\theta)$$

- إذا كان $\text{جتا}\left(\frac{\pi ٣}{٨}\right)=\frac{\sqrt{٢-\sqrt{٢}}}{٢}$ فأوجد $\text{جتا}\left(-\frac{\pi ٣}{٨}\right)$
- إذا كان $\text{جا}(٣٦^\circ)=٠,٥٨٧٨$، فأوجد $\text{جا}(-٣٦^\circ)$
- إذا كان $\text{ظا}(٤٥^\circ)=١$، فأوجد $\text{ظا}(-٤٥^\circ)$
- إذا كان $\text{جا}(م)=٠,٣$، فأوجد $\text{جا}(-م)$
- إذا كان $\text{جتا}(ل)=٠,٣٨$، فأوجد $\text{جتا}(-ل)$
- إذا كان $\text{ظا}(س)=٣,١٤$، فأوجد $\text{ظا}(-س)$
- إذا كان $\text{جتا}(-ص)=\frac{١}{٤}$ فأوجد $\text{جتا}ص$

النسب المثلثية للزاويتين θ، $(\theta-\pi)$

$$\text{جتا}(\theta-\pi)=-\text{جتا}(\theta)\ ،\ \text{جا}(\theta-\pi)=\text{جا}(\theta)\ ،\ \text{ظا}(\theta-\pi)=-\text{ظا}(\theta)$$

- $\text{جا}(٣٠^\circ)=\frac{١}{٢}$، فإن $\text{جا}(١٥٠^\circ)=$
- $\text{جتا}س=\frac{٤}{٥}$، فإن $\text{جتا}(\pi-س)=$
- $\text{ظا}\frac{\pi}{١٢}=٢-\sqrt{٣}$، فإن $\text{ظا}\frac{\pi ١١}{١٢}=$
- $\text{جتا}٦٠^\circ=\frac{١}{٢}$، أوجد $\text{جتا}١٢٠^\circ=$
- $\text{جا}\frac{\pi}{٤}=\frac{\sqrt{٢}}{٢}$، أوجد $\text{جا}\frac{\pi ٣}{٤}=$
- $\text{ظا}\theta=\frac{٣}{٥}$، أوجد $\text{ظا}(\theta-\pi)=$

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

النسب المثلثية للزاويتين θ، $(\theta+\pi)$

$$\text{جتا}(\theta+\pi) = -\text{جتا}(\theta)\ ،\ \text{جا}(\theta+\pi) = -\text{جا}(\theta)\ ،\ \text{ظا}(\theta+\pi) = \text{ظا}(\theta)$$

Q بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان جتا ٤٠° ≃ ٠,٧٦٦ فأوجد جتا ٢٢٠°

Q جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$ فأوجد جا ٢١٠°

Q ظا $\frac{\pi}{٨}$ = $\sqrt{٢}$ − ١ فأوجد ظا $\frac{٩\pi}{٨}$

Q إذا كان جا ٥٦° ≃ ٠,٨٢٩ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد جا ٢٣٦°

النسب المثلثية للزاويتين θ، $\left(\theta-\frac{\pi}{٢}\right)$

$$\text{جتا}\left(\theta-\frac{\pi}{٢}\right) = \text{جا}(\theta)\ ،\ \text{جا}\left(\theta-\frac{\pi}{٢}\right) = -\text{جتا}(\theta)\ ،\ \text{ظا}\left(\theta-\frac{\pi}{٢}\right) = -\text{ظتا}(\theta)$$

النسب المثلثية للزاويتين θ، $\left(\theta+\frac{\pi}{٢}\right)$

$$\text{جتا}\left(\theta+\frac{\pi}{٢}\right) = -\text{جا}(\theta)\ ،\ \text{جا}\left(\theta+\frac{\pi}{٢}\right) = \text{جتا}(\theta)\ ،\ \text{ظا}\left(\theta+\frac{\pi}{٢}\right) = -\text{ظتا}(\theta)$$

الدوال المثلثية (الدائرية) على ع

$$\text{جا}(\theta+٣٦٠°ك) = \text{جا}\theta \qquad \text{جا}(\theta+٢\pi ك) = \text{جا}\theta$$

$$\text{جتا}(\theta+٣٦٠°ك) = \text{جتا}\theta \qquad \text{جتا}(\theta+٢\pi ك) = \text{جتا}\theta$$

$$\text{ظا}(\theta+١٨٠°ك) = \text{ظا}\theta \qquad \text{ظا}(\theta+\pi ك) = \text{ظا}\theta$$

(حيث ك عدد صحيح)

بسط التعبيرات التالية لأبسط شكل:

Q جتا$(\theta+٩\pi)$ =

Q جتا$\left(-\theta-\frac{\pi}{٢}\right)$ =

Q جا س+جا(٩٠° + س)+جا(١٨٠° + س)+جا(٩٠° − س) =

صفوة معلمي الكويت

حل المعادلات المثلثية

بفرض الزاوية θ تقع في الربع الأول فإن:

حل المعادلة: جتاس = جتاθ هو:

$س = \theta + ٢ك\pi$ ، $س = -\theta + ٢ك\pi$:ك ∈ ص

لاحظ أن جيب الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الرابع

حل كلا من المعادلات التالية:



Q $جتا(س) = \frac{١}{٢}$

Q $٢جتاس - \sqrt{٣} = ٠$

Q $\sqrt{٢}جتاس = ١$

صفوة معلمي الكويت

بفرض الزاوية θ تقع في الربع الأول فإن:

حل المعادلة: جاس = جاθ هو:

$س = \theta + ٢ك\pi$ ، $س = \pi - \theta + ٢ك\pi$: $ك \in ص$

لاحظ أن جيب الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثاني

حل كلا من المعادلات التالية:

Q $جاس = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

Q $٢جاس = \sqrt{٢}$

Q $٢جا(س) - ١ = ٠$

صفوة معلمي الكويت

بفرض الزاوية θ تقع في الربع الأول فإن:

حل المعادلة: ظاس = ظاθ هو:

$س = \theta + ٢ك\pi$ ، $س = \pi + \theta + ٢ك\pi$:$ك \ni ص$ أو يمكن الحل بهذه الطريقة: $س = \theta + ك\pi$:$ك \ni ص$

لاحظ أن ظل الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثالث

حل كلا من المعادلات التالية:

Q ظا(س) = $\sqrt{٣}$

Q ظا(س) − ١ = ٠

Q حل المعادلة $\sqrt{٣}$ظا(س) = ١

صفوة معلمي الكويت

موضوعي - العلاقات بين الدوال المثلثية ١

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. إذا كانت جاθ = ٠,٢ فإن جا$(\theta+\pi)$ = ٠,٢ — أ ب

٢. إذا كانت جتا$\theta = \frac{٣}{٢}$ فإن قا$\theta = \frac{٣}{٢}$ — أ ب

٣. إذا كانت ظاθ = ٣ فإن ظتا$(\theta+\pi)$ = ٣ — أ ب

٤. إذا كانت جا$\theta = \frac{١}{٥}$ فإن قتا$(\theta+\pi) = -٥$ — أ ب

٥. ظا٢٢° − ٣جا١٢٣° + ٢جتا(−٩٦٠°) $= -\frac{٣}{٢}$ — أ ب

٦. قتا$\frac{١٩\pi}{٦}$ − ٢قا$\frac{١٣\pi}{٦}$ + جا$\left(-\frac{٨\pi}{٣}\right)$ − جتا$\left(\frac{١٧\pi}{٦}\right) = ٢$ — أ ب

٧. ظتا$\frac{١٩\pi}{٤}$ − ٣ظا$\left(-\frac{١١\pi}{٦}\right)$ + جتا$\left(\frac{٢٤\pi}{٣}\right)$ − ٢جا$\left(\frac{٤٥\pi}{٦}\right) = ١$ — أ ب

٨. قا(−٣١٥°) + ٢قتا٥٨° − ٢جتا٨٥° = $\sqrt{٢}$ — أ ب

٩. إذا كان جاس = $\sqrt{٣}$ فإن مجموعة الحل = ∅ — أ ب

١٠. إذا كان جاس $= \frac{١}{٢}$ فإن س $= \frac{\pi}{٣}$ — أ ب

١١. إذا كان س $= \frac{\pi}{٦}$ فإن جاس $= \frac{١}{٢}$ — أ ب

٢١. مجموعة حل قاس = ٠,٣ هي ∅ — أ ب

٣١. ظا$(\pi ١٥)$ = صفرا — أ ب

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٦. اختر الإجابة الصحيحة: النسبة المثلثية فيما يلي التي قيمتها $\frac{١}{٢}$ هي:

○ جا(−٣٣٠°) ○ جتا(−٢٤٠°) ○ ظتا(−١٥٠٠°) ○ ظا٧٦°

٧. النسبة المثلثية فيما يلي التي قيمتها $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ هي:

○ جتا$\frac{٣١\pi}{٦}$ ○ جا$\left(-\frac{٣٥\pi}{٣}\right)$ ○ ظا$\frac{١٧\pi}{٦}$ ○ قا$\frac{١٣\pi}{٣}$

تـدرب و تـفـوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

العلاقات بين الدوال المثلثية (2)

قوانين مهمة

$$\text{ظا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} \qquad \text{ظتا}\theta = \frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta} \qquad \text{قا}\theta = \frac{1}{\text{جتا}\theta} \qquad \text{قتا}\theta = \frac{1}{\text{جا}\theta}$$

$$\text{جا}^2(\theta) + \text{جتا}^2(\theta) = 1 \qquad 1 + \text{ظا}^2(\theta) = \text{قا}^2(\theta) \qquad 1 + \text{ظتا}^2(\theta) = \text{قتا}^2(\theta)$$

Q بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان $\text{جا}\theta = \frac{3}{5}$ ، $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ فأوجد $\text{جتا}\theta$ ، $\text{ظا}\theta$

Q بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان

$\text{جتا}(\theta) = 0{,}4$ ، $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ فأوجد $\text{جا}(\theta)$ ، $\text{ظا}(\theta)$

Q بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان

$\text{ظا}\theta = \frac{3}{4}$ ، $\text{جا}\theta > 0$ فأوجد $\text{جا}\theta$ ، $\text{جتا}\theta$

Q بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان

$\text{ظا}\theta = 2\sqrt{2}$ ، $\text{جتا}\theta > 0$

فأوجد $\text{جا}(\theta)$ ، $\text{جتا}(\theta)$

صفوة معلمي الكويت

بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان
ظتا$(\theta) = \frac{٥}{٨}$ ، جتا$(\theta) > ٠$ فأوجد جا(θ)

بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان
جا$\theta = \frac{٣}{٧}$ ، جتا$\theta > ٠$ فأوجد ظتا(θ) ، ظا(θ)

بدون استخدام الآلة الحاسبة إذا كان
ظا$(\theta) = \frac{٢٤}{٧}$ ، جتا$(\theta) > ٠$ فأوجد جا(θ) ، جتا(θ)

صفوة معلمي الكويت

قوانين مهمة يلزم حفظها:

$$\text{ظا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} \qquad \text{ظتا}\theta = \frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta} \qquad \text{قا}\theta = \frac{1}{\text{جتا}\theta} \qquad \text{قتا}\theta = \frac{1}{\text{جا}\theta}$$

$$\text{جا}^2(\theta) + \text{جتا}^2(\theta) = 1 \qquad 1 + \text{ظا}^2(\theta) = \text{قا}^2(\theta) \qquad 1 + \text{ظتا}^2(\theta) = \text{قتا}^2(\theta)$$

أثبت صحة المطابقة التالية:

Q $\text{جا}^3(\text{س}) + \text{جا}(\text{س})\times\text{جتا}^2(\text{س}) = \text{جا}(\text{س})$

Q $\text{جتا}^4(\text{س}) + \text{جا}^2(\text{س})\times\text{جتا}^2(\text{س}) = \text{جتا}^2(\text{س})$

Q $\dfrac{(\text{قا}(\theta)+1)(\text{قا}(\theta)-1)}{\text{جا}^2(\theta)} = \text{قا}^2(\theta)$

Q $(\text{قا}^2(\theta) + \text{قتا}^2(\theta)) - (\text{ظا}^2(\theta) + \text{ظتا}^2(\theta)) = 2$

صفوة معلمي الكويت

موضوعي - العلاقات بين الدول المثلثية ٢

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. $\text{قتا}\theta \times \text{جتا}\theta - \text{ظتا}\theta = ٠$ (أ) (ب)

٢. $\text{ظتا}^{٢}(-\theta) - \text{قتا}^{٢}\theta = -١$ (أ) (ب)

٣. $(\text{قا}\theta + \text{ظا}\theta)(\text{قا}\theta - \text{ظا}\theta) = ١$ (أ) (ب)

٤. $\text{جا}\theta\,\text{قتا}\theta - \text{جتا}^{٢}\theta - \text{جا}^{٢}\theta = ٠$ (أ) (ب)

٥. $\dfrac{\text{جا}^{٢}\theta}{١ - \text{جتا}\theta} - \text{جتا}\theta = -١$ (أ) (ب)

٦. $\text{ظا}\theta + \text{ظتا}\theta - \text{قا}\theta\,\text{قتا}\theta = ٠$ (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٧. $\text{جا}^{٢}\theta + \text{جتا}^{٢}\theta =$

○ ١ ○ -١ ○ صفرا ○ θ

٨. $\text{ظا}^{٢}\theta + ١ =$

○ $\text{ظتا}^{٢}\theta$ ○ $\text{قتا}^{٢}\theta$ ○ $\text{قا}^{٢}\theta$ ○ $\text{جا}^{٢}\theta$

٩. $\text{ظتا}^{٢}\theta + ١ =$

○ $\text{ظتا}^{٢}\theta$ ○ $\text{قتا}^{٢}\theta$ ○ $\text{قا}^{٢}\theta$ ○ $\text{جا}^{٢}\theta$

١٠. إذا كانت $\text{جتا}\theta = -\frac{٥}{٧}$، θ تقع في الربع الثالث فإن $\text{جا}\theta =$

○ $\frac{-٧}{٢\sqrt{٦}}$ ○ $\frac{٢\sqrt{٦}}{٧}$ ○ $\frac{-٢\sqrt{٦}}{٧}$ ○ $\frac{٧}{٢\sqrt{٦}}$

١١. إذا كانت $\text{قا}\theta = \frac{٣}{٢}$، θ تقع في الربع الرابع فإن $\text{ظا}\theta =$

○ $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ ○ $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ ○ $\frac{-٢}{\sqrt{٥}}$ ○ $\frac{-\sqrt{٥}}{٢}$

تـدرب و تـفـوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

المستوى الاحداثي

قانون المسافة بين أي نقطتين أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢) = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

Q أوجد المسافة بين ك(١، −٥) ، ل(٣، −٢)

Q أوجد المسافة بين م(−٢ ، ١) ، ن(−٧ ، ٤)

قانون نقطة المنتصف

إذا كانت أ(س١، ص١) ، ب(س٢، ص٢) ، فإن إحداثيات نقطة المنتصف هي م $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

Q أوجد نقطة منتصف $\overline{جـ د}$ حيث: جـ(−١ ، ٥) ، د(٣، ٠)

Q أوجد نقطة منتصف $\overline{ك ل}$ حيث: ك(−٣ ، −١) ، ل(٥، ٢)

موضوعي- المستوي الإحداثي

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

١. المسافة بين النقطة (١، -٥) والنقطة (٣، -٢) هي:

○ $\sqrt{١٣}$ وحدة طول ○ $\sqrt{١١}$ وحدة طول ○ $\sqrt{١٥}$ وحدة طول ○ $\sqrt{١٠}$ وحدة طول

٢. المسافة بين النقطة م(−١، ٢) والنقطة ن(−٤، ٧) هي:

○ $\sqrt{١٣}$ وحدة طول ○ $\sqrt{٣٤}$ وحدة طول ○ $\sqrt{٤٣}$ وحدة طول ○ $\sqrt{٣١}$ وحدة طول

٣. منتصف القطعة المستقيمة $\overline{جـ د}$ حيث جـ(−١ ، ٥) ، د(٣، ٠) هي النقطة:

○ (٢,٥ ، ١) ○ (٢ ، ١,٥) ○ (١ ، ٣) ○ (٤ ، ١)

٤. نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{ك ل}$ حيث ك(−٣ ، −١) ، ل(٥، ٢) هي:

○ $\left(١، \frac{١}{٢}-\right)$ ○ $\left(-١، \frac{١}{٢}\right)$ ○ $\left(١، \frac{١}{٢}\right)$ ○ $\left(\frac{١}{٢}-، ١-\right)$

تـدرب و تـفـوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

تقسيم قطعة مستقيمة

التقسيم من الداخل

إذا كانت $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة بحيث أ$(س_١، ص_١)$ ، ب$(س_٢، ص_٢)$ ويراد تقسيمها من جهة أ بنسبة م:ن من الداخل وكانت نقطة التقسيم جـ$(س، ص)$ فإن:

$$جـ\left(\frac{م س_٢ + ن س_١}{م + ن}\ ،\ \frac{م ص_٢ + ن ص_١}{م + ن}\right)$$

Q إذا كان أ$(-٥ ، ٣)$ ، ب$(٧ ، -٤)$ فأوجد نقطة تقسيم $\overline{ب أ}$ من جهة أ بنسبة ٣:١ من الداخل.

Q إذا كان أ$(٣ ، -٤)$ ، ب$(-٢ ، ٣)$ فأوجد جـ حيث ٢أجـ = جـب ، جـ ∈ $\overline{أب}$ من الداخل (أجـ : جـب = ٢:١)

Q إذا كان أ$(٢ ، ٤)$ ، ب$(٥ ، ٩)$ ويراد تقسيم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة ب في نقطة جـ بنسبة ٣:٥ أوجد إحداثيات النقطة.

صفوة معلمي الكويت

لتكن أ(٢ ، −٣) ، ب(−٤ ، ٧) أوجد إحداثيات النقطة جـ على $\overline{\text{أب}}$ بحيث: ٧جـب = ٢جـأ



التقسيم من الخارج

إذا كانت أ(س$_{١}$،ص$_{١}$) ، ب(س$_{٢}$،ص$_{٢}$) فإن النقطة جـ(س،ص) التي تقسم $\overline{\text{أب}}$ من الخارج بنسبة ن:م من جهة ب تكون إحداثياتها:

أ(س$_{١}$،ص$_{١}$) ، ب(س$_{٢}$،ص$_{٢}$)

$$\left(\frac{\text{س}_{٢}.\text{م} - \text{ن}.\text{س}_{١}}{\text{م} - \text{ن}} ، \frac{\text{ص}_{٢}.\text{م} - \text{ن}.\text{ص}_{١}}{\text{م} - \text{ن}}\right)$$

إذا كان أ(١ ، ٤) ، ب(−٢ ، ١) ويراد تقسيم $\overline{\text{أب}}$ من الخارج من جهة جـ في نقطة بنسبة ٢:٣ أوجد إحداثيات النقطة.

⚠ معلق

لتكن أ(−٢ ، ٢) ، ب(٣ ، ١) أوجد إحداثيات النقطة جـ التي تقسم $\overline{\text{أب}}$ من الخارج من جهة ب بنسبة ٣:٨

صفوة معلمي الكويت

موضوعي- تقسيم قطعة مستقيمة

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

١. إذا كان أ(–٥ ، ٣) ، ب(٧ ، –٤) فإن نقطة تقسيم القطعة المستقيمة أب من جهة أ بنسبة ٣:١ من الداخل هي النقطة:

○ $\left(\frac{٥}{٤}، ٢\right)$ ○ $\left(\frac{٥}{٤}-، ٢-\right)$ ○ $\left(\frac{٥}{٤}، ٢-\right)$ ○ $\left(\frac{٥}{٤}-، ٢\right)$

٢. إذا كان أ(٢ ، ٤) ، ب(٥ ، ٩) ويراد تقسيم القطعة المستقيمة أب من الداخل من جهة ب بنسبة ٣:٥ فإن إحداثيات نقطة التقسيم هي:

○ $\left(\frac{٥٧}{٨}، \frac{٣١}{٨}\right)$ ○ $\left(\frac{٥٧}{٨}، \frac{٣١}{٨}-\right)$ ○ $\left(\frac{٥٧}{٨}-، \frac{٣١}{٨}\right)$ ○ $\left(\frac{٥٧}{٨}-، \frac{٣١}{٨}-\right)$

٣. لتكن أ(٢ ، –٣) ، ب(–٤ ، ٧) فإن إحداثيات النقطة جـ على القطعة المستقيمة أب بحيث: ٧جب = ٢جأ هي:

○ $\left(\frac{٤٣}{٩}، \frac{٨}{٣}\right)$ ○ $\left(\frac{٤٣}{٩}-، \frac{٨}{٣}\right)$ ○ $\left(\frac{٤٣}{٩}، \frac{٨}{٣}-\right)$ ○ $\left(\frac{٤٣}{٩}-، \frac{٨}{٣}-\right)$

٤. لتكن ب(١ ، ٤) ، جـ(–٢ ، ١) ويراد تقسيم القطعة المستقيمة بجـ من الخارج من جهة ب بنسبة ٢ : ٣ فإن إحداثيات نقطة التقسيم ن هي:

⚠ معلق

○ ن(١ ، -١٤) ○ ن(-١ ، -١٤) ○ ن(-٧ ، ١٠) ○ ن(٧ ، ١٠)

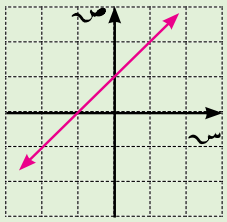
تـدرب و تـفـوق

اختبارات الكترونية ذكية

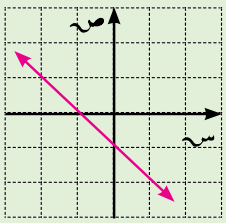
صفوة معلمي الكويت

ميل الخط المستقيم

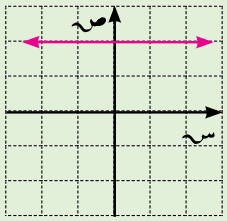
ميل المستقيم موجب



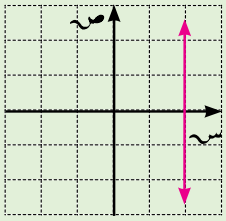
ميل المستقيم سالب



ميل المستقيم الأفقي يساوي صفرًا



المستقيم الرأسي ليس له ميل



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط:

Q أ(−٢ ، ١) ، ب(٥ ، ٧)

Q جـ(٢ ، ٥) ، د(٤ ، ٧)

Q ق(−١ ، ٤) ، ك(٣ ، − ٢)

Q م(٤ ، ٣) ، ن(−٧ ، ٣)

Q أثبت أن النقاط أ(٢ ، −١) ، ب (−١ ، ٥) ، جـ(٣ ، − ٣) على استقامة واحدة.

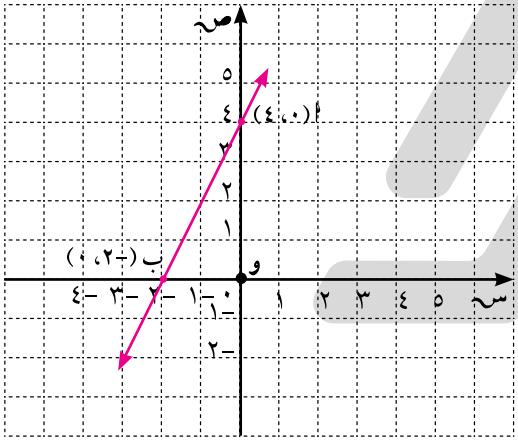
صفوة معلمي الكويت

Q أ(١ ، −١) ، ب(٢ ، ٢) ، جـ(−١ ، −٧) أثبت أن النقاط أ، ب، جـ تقع على استقامة واحدة.

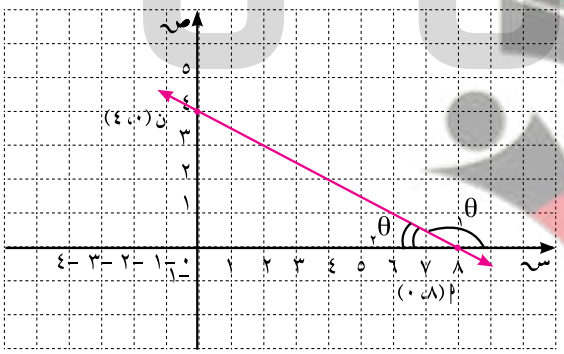
تذكر أن

العلاقة بين ظل الزاوية θ التي يصنعها مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وميل هذا المستقيم م هي:
م $= ظا\theta$

Q أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$ حيث أ(٠ ، ٤) ، ب(−٢ ، ٠) وقارنه بظل الزاوية $\hat{ب}$ في المثلث قائم الزاوية ب و أ



Q أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أن}$ وقارنه بظل الزاوية الحادة التي قياسها θ_2 وظل الزاوية المنفرجة التي قياسها θ_1



صفوة معلمي الكويت

موضوعي- ميل خط مستقيم

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. من الممكن أن يكون لمستقيمين مختلفين الميل نفسه. (أ) (ب)

٢. إن ميل المستقيم الذي يمر بالربع الثالث ونقطة الأصل هو دائماً سالب. (أ) (ب)

٣. لا يمر المستقيم الذي ميله يساوي صفراً بنقطة الأصل. (أ) (ب)

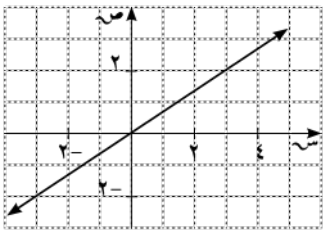
٤. نقطتان لديهما الإحداثي السيني نفسه، فإنهما ينتميان إلى المستقيم الرأسي نفسه. (أ) (ب)

٥. كل المستقيمات الأفقية لها الميل نفسه. (أ) (ب)

٦. المستقيم الذي ميله يساوي ١ دائماً يمر بنقطة الأصل. (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

٧. ميل المستقيم في الشكل المجاور يساوي:



○ $\frac{-٢}{٣}$ ○ $\frac{٢}{٣}$

○ $\frac{-٣}{٢}$ ○ $\frac{٣}{٢}$

٨. ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٤ ، ٤) ، (٢ ، -٥) هو:

○ $\frac{-٣}{٢}$ ○ $\frac{٣}{٢}$ ○ $\frac{٢}{٣}$ ○ $\frac{-٢}{٣}$

٩. المستقيم الرأسي يكون ميله:

○ موجب ○ سالب ○ صفر ○ ليس له ميل

١٠. المستقيم الأفقي يكون ميله:

○ موجب ○ سالب ○ صفر ○ ليس له ميل

تـدرب و تـفـوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

معادلة الخط المستقيم

معادلة الخط المستقيم

معادلة الخط المستقيم الذي ميله(م) ويمر بالنقطة (س١، ص١)

ص – ص١ = م (س–س١)

Q اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{٣}{٢}$ ويمر بالنقطة (٤ ، –١)

Q اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{-٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (–٦ ، ٥)

Q اكتب معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين: أ(١ ، ٣) ، ب(–٢ ، ٠)

Q اكتب معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين: جـ(٣ ، –١) ، د(٢ ، –٢)

صفوة معلمي الكويت

Q إذا كان المستقيم ل:ص = ٢س + ١ فأوجد:
معادلة المستقيم هـ الموازي للمستقيم ل والذي يمر بالنقطة (٢ ، − ٣)

Q إذا كان المستقيم ل:ص = ٢س + ١ فأوجد: معادلة المستقيم هـ العمودي على المستقيم ل والذي يمر بالنقطة (٤ ، − ٣)

Q إذا كان المستقيم ك:٣ص + س + ٣ = ٠ فأوجد:
معادلة المستقيم أ الموازي للمستقيم ك
والذي يمر بالنقطة: (−٣ ، ٢)

Q إذا كان المستقيم ك:٣ص + س + ٣ = ٠ فأوجد:
معادلة المستقيم ز االعمودي على المستقيم ك
والذي يمر بالنقطة: (١ ، ٤)

صفوة معلمي الكويت

موضوعي- معادلة الخط المستقيم

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. المستقيم الذي معادلته ص = ٤س يمر من نقطة الأصل (أ) (ب)

٢. المستقيم الذي معادلته ص = ٧ هو مستقيم رأسي (أ) (ب)

٣. لأي مستقيمين غير رأسيين ومتوازيين الميل نفسه (أ) (ب)

٤. المستقيمان المتعامدان وليس أحدهما رأسياً، يكون حاصل ضرب ميليهما -١ (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

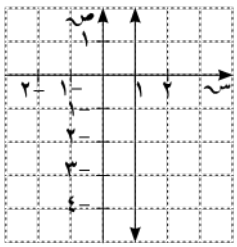
٥. معادلة المستقيم الذي ميله ٣ ويمر بالنقطة (٤ ، -١) هو:

○ ص = ٣س + ٧ ○ ص = ٣س + ١٣ ○ ص = ٣س - ١٣ ○ ص =٣ س

٦. معادلة المستقيم المار بالنقطتين جـ (١ ، ٣) ، ب (-٢ ، ٠) هي:

○ ص = س + ٣ ○ ص = س - ٣ ○ ص = س - ٢ ○ ص = س + ٢

٧. معادلة المستقيم في الشكل المجاور هي:



○ ص = ١
○ س = ١
○ ص = س
○ ص = ٠

٨. معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل وميله = ٤ هي:

○ ص = -٤ س
○ ص = ٤ س
○ س = ٤ ص
○ س = -٤ ص

تـدرب و تـفـوق
اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

البعد بين نقطة ومستقيم

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة ل: أ س + ب ص + جـ = ٠
فإن البعد ف بين النقطة $(س_١ ، ص_١)$ والمستقيم ل

$$ف = \frac{|أ س_١ + ب ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}$$

Q أوجد البعد بين المستقيم ل: ص = ٣س − ٤
والنقطة هـ (٢ ، ١)

Q أوجد البعد بين المستقيم ل: ص = −س + ٣
والنقطة د (٢ ، ٥)

Q أوجد البعد بين المستقيم ل: $ص = -\frac{٤}{٣} + \frac{س}{٦}$
والنقطة ط (٣ ، − ٤)

Q أوجد البعد بين المستقيم ل : ٢ص = ٣س − ٧
والنقطة د (−٤ ، − ٣)

صفوة معلمي الكويت

Q أوجد البعد بين نقطة الأصل والمستقيم: ٢ص = ٣س + ٤

Q أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و(٢ ، − ١) إذا كان المستقيم: ٣س − ٤ص + ٧ = ٠ مماسا لها.

Q أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢ ، -٣) على المستقيم : -٢س + ص - ٤=٠

Q أوجد طول العمود المرسوم من نقطة (-٤ ، ٧) على المستقيم: ص = -٥س + ١

صفوة معلمي الكويت

موضوعي - البعد بين نقطة ومستقيم

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

١. البعد بين المستقيم ل: ص = ٣س – ٤ والنقطة (١،٢) يساوي:

- ○ $\frac{\sqrt{١٠}}{١٠}$ وحدة طول
- ○ $\sqrt{١٠}$ وحدة طول
- ○ ١٠ وحدة طول
- ○ $\sqrt{٥}$ وحدة طول

٢. البعد بين المستقيم ل: ٢ص = ٣س – ٧ والنقطة (-٤،-٣) يساوي:

- ○ $\sqrt{١١}$
- ○ $\sqrt{١٣}$
- ○ $\sqrt{٧}$
- ○ $\sqrt{٥}$

٣. البعد بين نقطة الأصل والمستقيم ٢ص = ٣س + ٤ يساوي تقريباً:

- ○ ١,١٠٩
- ○ ٢,٢١٣
- ○ ٤,٠٢١
- ○ ٦,٠٠١

٤. طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و (٢ ، -١) إذا كان ٣س – ٤ص + ٧ = ٠ مماس لها:

- ○ $\frac{١٧}{٥}$
- ○ $\frac{١٣}{٥}$
- ○ $\frac{١١}{٥}$
- ○ $\frac{٩}{٥}$

تـدرب و تـفـوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

معادلة الدائرة

$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

وتسمى هذه الصورة القياسية لمعادلة الدائرة بمعلومية المركز م(د ، هـ) وطول نصف القطر نق

- أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، − ٢) وطول نصف قطرها (٧) وحدات

- أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥ ، − ٣) وطول نصف قطرها (٥) وحدات

- أوجد معادلة الدائرة التي قطرها $\overline{أب}$ حيث أ(−٣ ، ٦) ، ب(١ ، − ٢)

- أوجد معادلة الدائرة التي قطره $\overline{أب}$ حيث أ(٤ ، − ٢) ، ب(٢ ، ٤)

صفوة معلمي الكويت

Q أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٤ وحدات.

Q أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٦ سم

Q أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، ٤) وتمس محور الصادات.

معلق

Q أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، ٤) وتمس محور السينات.

أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

Q $(س+٢)^{٢}+(ص-٣)^{٢}=٩$

Q $س^{٢}+ص^{٢}=٤٩$

Q $(س-٤)^{٢}+(ص+٥)^{٢}=٣٦$

صفوة معلمي الكويت

الصورة العاملة لمعادلة الدائرة:

$س^2 + ص^2 + ل س + ك ص + ب = 0$

حيث $ل$ ، $ك$ ، $ب$ ثوابت

مركز الدائرة $\left(\frac{-ل}{2} ، \frac{-ك}{2}\right)$

نصف القطر $نق = \frac{1}{2}\sqrt{ل^2 + ك^2 - 4ب}$ حيث $ل^2 + ك^2 - 4ب > 0$

Q عين مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة: $2س^2 + 2ص^2 - 12س - 4ص - 30 = 0$

Q عين مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة: $3س^2 + 3ص^2 - 6س + 9ص - 12 = 0$

- الصورة العامة لمعادلة دائرة: $س^2 + ص^2 + ل س + ك ص + = 0$

حيث $ل$ ، $ك$ ، $ب$ ثوابت

- عندما $ل^2 + ك^2 - 4ب > 0$ فإن المعادلة لا تمثل دائرة.
- عندما $ل^2 + ك^2 - 4ب = 0$ فإن المعادلة تمثل نقطة.
- عندما $ل^2 + ك^2 - 4ب < 0$ فإن المعادلة تمثل دائرة.

صفوة معلمي الكويت

هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة؟ فسر.

- $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٧ص + ١٧ = ٠$
- $س^{٢} + ص^{٢} + ٥س - ٦ص - ٤ = ٠$
- $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س - ٢ص + ٢ = ٠$
- $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س - ٧ص + ٢٠ = ٠$
- $س^{٢} + ص^{٢} - ٣س - ٥ص - \frac{١٥}{٤} = ٠$
- $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٨ص + ٢٥ = ٠$

معادلة مماس لدائرة بالصورة القياسية:

- أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها $(س - ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٢٥$ عند نقطة التماس $(٦ ، ٤)$

صفوة معلمي الكويت

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها $(س - ١)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٥$ عند نقطة التماس أ(٣ ، ١)

معادلة مماس لدائرة بالصورة العامة:

أثبت أن النقطة أ(١ ، ١) تنتمي إلى الدائرة التي مركزها (و) ومعادلتها:

$س^{٢} + ص^{٢} + ٦س + ٨ص - ١٦ = ٠$ ، ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة.

أثبت أن النقطة أ(٦ ، − ٤) تنتمي إلى الدائرة التي مركزها (و) ومعادلتها:

$س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٢ص - ٢٠ = ٠$ ، ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة.

معلق



صفوة معلمي الكويت

موضوعي- معادلة الدائرة

١. الصورة القياسية لمعادلة دائرة مركزها م(د، هـ) وطول نصف قطرها نـ هي:

- (س − د)^{٢} + (ص − هـ)^{٢} = نـ^{٢}
- (س − د)^{٢} + (ص − هـ)^{٢} = ٢ نـ
- (س + د)^{٢} + (ص + هـ)^{٢} = نـ^{٢}
- (س + د)^{٢} − (ص + هـ)^{٢} = ٢ نـ

٢. معادلة الدائرة التي مركزها (٣-، ٢) وطول نصف قطرها ٧ وحدات هي:

- (س + ٣)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = ٤٩
- (س − ٣)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ١٤
- (س + ٣)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = ١٤
- (س − ٣)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ٤٩

٣. معادلة الدائرة التي قطرها أب حيث أ(− ٣ ، ٦)، ب(١ ، − ٢) هي:

- (س − ١)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ٢٠
- (س + ١)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = ٢٠
- (س + ١)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = ١٠
- (س − ١)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ١٠

٤. معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٦سم هي:

- س^{٢} + ص^{٢} = ٦
- س^{٢} + ص^{٢} = ١٢
- س^{٢} + ص^{٢} = ٣٦
- س^{٢} + ص^{٢} = ٩

٥. معادلة الدائرة التي مركزها (٣، ٤) وتمس محور الصادات هي:

- (س − ٣)^{٢} + (ص − ٤)^{٢} = ٩
- (س − ٣)^{٢} + (ص − ٤)^{٢} = ١٦
- (س − ٣)^{٢} + (ص − ٤)^{٢} = ٦
- (س − ٣)^{٢} + (ص − ٤)^{٢} = ٨

تـدرب و تـفـوق
اختبارات الكترونية ذكية

الانحراف المعياري

Q أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم البيانات: ٩، ٧ ، ٨، ٦، ٤، ٢

Q أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم البيانات: ٤، ٦، ٨، ٥، ٣، ٧، ٢

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

Q إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة من القيم من بيانات هو ع = ٦ وأن مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو (٥٤٠) فما عدد هذه البيانات؟

Q إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة من القيم من بيانات هو ع = ٦ وأن مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو (٤٨٠) فما عدد هذه البيانات؟

Q يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ١٠٠ طالب ثانوي (الوزن بالكيلو جرام).
أوجد المتوسط الحسابي $\bar{س}$ والانحراف المعياري ع لهذه الأوزان.

الفئة	٦٠-	٦٤-	٦٨-	٧٢-	٧٦
التكرار	٥	١٨	٤٢	٢٧	٨

الفئة	مركز الفئة $س_ر$	التكرار $ت_ر$	$س_ر ت_ر$	$(س_ر - \bar{س})$	$(س_ر - \bar{س})^2$	$ت_ر \times (س_ر - \bar{س})^2$

صفوة معلمي الكويت

موضوعي- الانحراف المعياري

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. مجموع انحرافات مجموعة من القيم عن متوسطها الحسابي يساوي صفرا . (أ) (ب)

٢. إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم يساوي ٣ وكان مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي يساوي ١٨٠ فإن عدد القيم هو ٦ . (أ) (ب)

اختر الإجابة الصحيحة :

٣. في البيانات : ١٠، ١٣، ٩، ٧، ١٢، ١٥ الانحراف المعياري هو:

- ○ ٧
- ○ ٦
- ○ $\sqrt{7}$
- ○ ليس أي مما سبق

٤. إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم بيانات يساوي ٤ ومجموع مربعات انحرافات قيم البيانات عن متوسطها الحسابي يساوي ١٩٢ فإن عدد قيم هذه البيانات هو:

- ○ ١٦
- ○ ٦
- ○ ١٢
- ○ ليس أي مما سبق

🎯 تـدرب و تـفـوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

طرائق العد

العد عن طريق القوائم

ما عدد الرموز ثلاثية الحروف التي يمكن تكوينها من بين الحروف : أ ، ب ، د من دون تكرار لأي حرف منها؟

⚠ معلق

الشجرة البيانية

في تجربة على سلوك الحيوان ، استخدم علماء النفس نوعين من الأطعمة على التوالي كمكافأة عبارة عن واحدة من ثلاثة أنواع ممكنة. كم عدد التشكيلات المختلفة الممكنة في حال كانت أنواع الجوائز غير مكررة؟

يقدم أحد المطاعم وجبة غداء مؤلفة من: سلطة أو حساء ، دجاج أو سمك أو لحمة ، حلويات أو فاكهة. استخدم الشجرة البيانية لإعطاء عدد الوجبات الممكنة.

صفوة معلمي الكويت

مبدأ العد

استخدام مبدأ العد، تبدأ لوحات السيارات في إحدى المدن بحرفين من الحروف الأبجدية يتبعهما ثلاثة أرقام. كم عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها؟ افترض أنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف أو الأرقام في أي من لوحات التراخيص.

⚠ معلق

- ما هو عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها إذا كان رقم الآحاد فرديا؟

تذكر:

مضروب ن أو
ن! هو : $ن \times (ن-١) \times \ldots \times ٣ \times ٢ \times ١$
فمثلا : $٥! = ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$
$٠! = ١$ تقرأ مضروب صفرا = ١

يوجد ثمانية متسابقين في سباق ١٠٠ م جري. ما هو عدد النتائج الممكنة لهذا السباق؟ افترض عدم وجود تعادل بين أي متسابقين. علما بأن المتسابقين وصل كل منهم إلى خط النهاية.

اشترك (٢٠) جملا في سباق للهجن ووصلت جميعها إلى خط النهاية في أوقات مختلفة (لا يوجد أي تعادل). ما هو عدد النتائج الممكنة لهذا السباق؟

التباديل:

قانون التباديل هو: $ل^{ن}_{ر} = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$

$ن \in ص^{+}$
$ن \geq ر$
$ل^{ن}_{٠} = ١$

أوجد قيمة كل تبديل بدون استخدام الآلة الحاسبة بصورة مباشرة:

$ل^{٥}_{٣}$

$ل^{٦}_{٤}$

$ل^{١٠}_{٤}$

$ل^{١١}_{٣}$

$ل^{ن}_{٤}$

$ل^{ن}_{٣}$

صفوة معلمي الكويت

Q افترض أن (٣١) عضوا من جمعية الرياضيات في مدرستك يريدون اختيار أربعة أشخاص لأربعة مناصب (رئيس ، نائب رئيس ، أمين السر ، أمين الصندوق)، حدد كم طريقة يمكن بها الاختيار لهذه المناصب.

Q في إحدى الجمعيات الخيرية يوجد (٢٠) عضوا يشكلون مجلس الأمناء يريدون اختيار (رئيس ، أمين سر ، أمين الصندوق). حدد كم طريقة يمكن بها الاختيار.

Q ما عدد الكلمات التي يمكن أن تتشكل من خمسة حروف مختلفة من الأبجدية العربية وذلك في حال عدم تكرار أي منها؟

Q ما عدد الأعداد التي يمكن أن تتشكل من ٤ أرقام من أرقام النظام العشري بدون الصفر وذلك في حال عدم تكرار أي رقم؟

التوافيق: قانون التوافيق هو : $ت_{ن\,ر} = \binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{ر!\,(ن-ر)!}$

Q ما عدد اللجان المكونة من ثلاثة أشخاص والتي يمكن تكوينها من مجموعة من أربعة أشخاص؟

Q ما عدد اللجان المكونة من شخصين والتي يمكن تكوينها من مجموعة من أربعة أشخاص؟

Q إذا كان فريق كرة سلة يتكون من ١٢ لاعبا. فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من خمسة لاعبين من بين لاعبي هذا الفريق (يمكن لأي لاعب اللعب في كل المراكز) ؟

Q إذا كان فريق كرة قدم يتكون من ٢٠ لاعبا. فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من ١١ لاعبا من بين لاعبي هذا الفريق؟ (يمكن لأي لاعب اللعب في أي مركز)

صفوة معلمي الكويت

Q من أجل اختبار لوائح المرشحين للانتخابات النيابية يجب اختيار (١٠) مرشحين من بين (٥١) مرشحا ما عدد اللوائح المختلفة التي يمكن تكوينها؟

Q أثناء الإعداد لزيارة المتحف الوطني أراد منظمو الزيارة إعداد لوائح للطلاب لاستخدام حافلات تتسع كل منها ١٥ طالبا علما أن عدد الطلاب هو ٦٠ طالبا. ما عدد اللوائح المختلفة التي يمكن إعدادها للزيارة؟

فيما يلي ، حدد ما إذا كان المثال يبين تبديلا أو توفيقا.

Q اختيار ٣ طلاب من الصف العاشر للمشاركة في مسابقة تلاوة القرآن. _____

Q مراكز المشاركين الثلاثة في مسابقة تلاوة القرآن. _____

في كل مما يلي حدد ما إذا كان المثال يبين تبديلا أو توفيقا واحسب عدد الطرق في كل حالة.

Q اختيار رئيس ، نائب رئيس ، أمين سر من بين ٢٥ عضوا في نادي القراءة _____

Q اختيار ٥ حبات بطاطا من كيس يحتوي على ١٢ حبة لإعداد وجبة غذائية _____

Q وضع معلم مخططا يبين مقاعد ٢٢ طالبا في غرفة بها ٢٥ مقعدا _____

Q اختيار ٤ أبيات من قصيدة شعرية مكونة من ١١ بيتا لكتابتها وتعليقها في غرفة الفصل _____

موضوعي- طرق العد

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

١. ٥! = ١٢٠ (أ) (ب)

٢. ${}^{8}ل_{5}$ = ٦٧٣٠ (أ) (ب)

٣. ${}^{14}ق_{5}$ = ٢٠٠٢ (أ) (ب)

اختر الإجابة الصحيحة

Q بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من أصل ٩ طلاب؟

- ٥٠٤ طريقة
- ٨٤ طريقة
- ٢٧ طريقة
- ١٢ طريقة

Q بكم طريقة ترتيب ٤ سيارات في ٤ مواقف

- ٢٤ طريقة
- ١٦ طريقة
- ٤ طرق
- ١٢ طريقة

تـدرب و تـفـوق
اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

الاحتمال المشروط

في كل تجربة عشوائية ، نهتم أولا بمعرفة مجموعة النواتج الممكنة والتي تسمى فضاء العينة (ف). كل حدث هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

إذا كانت جميع نواتج التجربة لها فرصة الظهور نفسها فإن احتمال الحدث هو :

$$\text{ل (الحدث أ)} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث أ}}{\text{عدد النواتج في فضاء العينة}}$$

أي أن: $\text{ل}(أ) = \frac{\text{ن}(أ)}{\text{ن}(ف)}$

يكتب الاحتمال بصورة كسر عشري، أو كسر، أو نسبة، أو نسبة مئوية.

خواص الاحتمال لحدث ما:

ليكن أ حدثا في فضاء عينة ف منته وغير خال فإن: $0 \leq \text{ل}(أ) \leq 1$

- إذا كان $أ = \{\ \}$ إذاً $\text{ل}(أ) = 0$ ويسمى حدثا مستحيلا.
- إذا كان $أ = ف$ إذا $\text{ل}(أ) = 1$ ويسمي حدثا مؤكدا.
- مجموع احتمالات جميع النواتج في فضاء العينة يساوي ١.

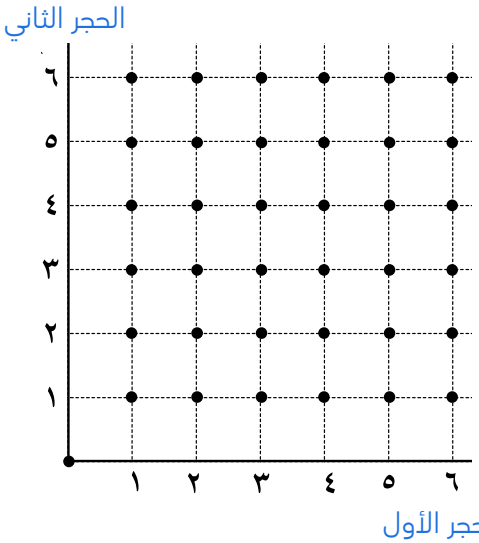
في لعبة "رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين" والتجربة هي ملاحظة الوجه العلوي لكل من الحجرين:

- مم يتألف كل ناتج؟
- اكتب فضاء العينة
- ما عدد النواتج الممكنة ؟



صفوة معلمي الكويت

- مثل فضاء العينة بيانيا.



- ما احتمال الحدث أ "ظهور عددين مجموعهما يساوي ٤" ؟
- ما احتمال الحدث ب "ظهور عددين مجموعهما يساوي ٧" ؟
- ما احتمال الحدث جـ "ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣" ؟
- ما احتمال الحدث د "ظهور عددين أحدهما مربع للآخر" ؟

اشترى ناصر علبة حلوى تحتوي على ١٢ قطعة بينها ٤ قطع بالشوكولا، يريد ناصر أخذ قطعتين من العلبة معا عشوائيا. فما احتمال أن يختار قطعتين بالشوكولا ؟

⚠ معلق

- ما احتمال اختيار قطعتي حلوى عشوائيا ليستا بالشوكولاتة ؟

العمليات على الأحداث واحتمالاتها:

تقاطع حدثين أ ، ب هو الحدث الذي يتألف من النواتج الموجودة في أ ، ب في آن معا ويرمز إليه بـ $أ \cap ب$.

اتحاد حدثين أ ، ب هو الحدث الذي يتألف من النواتج الموجودة في أ أو ب ويرمز إليه بـ $أ \cup ب$.

الحدثان أ ، ب هما متنافيان إذا لم يشتركا في أي عنصر أي $أ \cap ب = \varnothing$

متمم الحدث أ هو $\overline{أ}$ الذي يتألف من كل النواتج الموجودة في فضاء العينة وغير الموجودة في أ .

صفوة معلمي الكويت

قاعدة الاحتمال لا تحاد حدثين

$$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$$
$$\Leftarrow ل(أ \cap ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cup ب)$$

قاعدة الاحتمال لمتمم الحدث أ

$$ل(\overline{أ}) = ١ - ل(أ)$$

قاعدة الاحتمال لحدثين متنافيين

إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن: $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب)$

Q إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان:
$ل(أ) = ٠,٧$ ، $ل(ب) = ٠,٤$ ، $ل(أ \cap ب) = ٠,٤$ أوجد كلا من: $ل(أ \cup ب)$ ، $ل(\overline{أ})$

Q إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان:
$ل(أ) = ٠,٣$ ، $ل(ب) = ٠,٥$ ، $ل(أ \cup ب) = ٠,٦$ أوجد كلا من: $ل(أ \cap ب)$ ، $ل(\overline{ب})$

Q إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان:
$ل(أ) = ٠,٢$ ، $ل(أ \cup ب) = ٠,٩$ ، $ل(أ \cap ب) = ٠,٤$ أوجد كلا من: $ل(\overline{أ \cap ب})$ ، $ل(\overline{ب})$

Q إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان:
$ل(أ) = ٠,٥$ ، $ل(ب) = ٠,٦$ ، $ل(أ \cap ب) = ٠,٢$ أوجد: $ل(\overline{أ \cup ب})$

Q في فضاء عينة ف لدينا حدثان أ ، ب متنافيان حيث: $ل(أ) = ٠,٤$ ، $ل(ب) = ٠,٥$
احسب $ل(أ \cup ب)$ ، $ل(\overline{أ \cup ب})$

صفوة معلمي الكويت

الأحداث المستقلة

إذا كان ا ، ب حدثين مستقلين فإن احتمال وقوع الحدثين معا هو:

$$ل(ا \cap ب) = ل(ا) \times ل(ب)$$

Q قام أحمد بتطوير قاعدة باستخدام الآلة الحاسبة البيانية لإنتاج أرقام عشوائية من ٠ إلى ٩ فما احتمال أن يكون الرقم الأول الذي حصل عليه زوجيا وأن يكون الرقم الثاني مضاعفا لـ ٣ ؟

Q في تجربة عشوائية عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات وملاحظة الوجه العلوي.
(ص ، ك، ص) ما احتمال أن يكون الناتج؟

Q إذا كان ا ، ب حدثين مستقلين وكان ل(ا) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٤ أوجد كلا من:

الحدث التابع

يكون الحدث تابعا عندما يتأثر ظهوره بحدث سابق.

الشجرة البيانية

Q لدينا ٥ كرات حمراء و ٣ كرات زرقاء في كيس في تجربة عشوائية سحبت كرتان على التوالي بدون إرجاع، ما احتمال الحصول على كرتين حمراوين؟

Q تحتوي علبة حلوى على ١٢ قطعة، ٤ منها بنكهة شوكولاته والباقي بنكهة الحليب فما احتمال أخذ قطعة بنكهة شوكولاتة وأكلها، ثم أخذ قطعة بنكهة الحليب؟

معلق
صفوة معلمي الكويت

الاحتمال المشروط

إذا كان وقوع الحدث ب مشروطا بوقوع الحدث أ فإن:

$$ل(ب \mid أ) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)} \quad \text{حيث : } ل(أ) \neq ٠ \qquad \text{وكذلك } ل(أ \cap ب) = ل(أ) \times ل(ب \mid أ)$$

Q في تجربة عشوائية أ ، ب حدثان حيث: $ل(أ) = ٠,٣$ ، $ل(ب) = ٠,٦$ ، $ل(أ \cap ب) = ٠,٢$ أوجد كلا من:
$ل(ب \mid أ)$ ، $ل(أ \mid ب)$

Q في تجربة عشوائية أ ، ب حدثان حيث: $ل(أ) = ٠,٣$ ، $ل(ب \mid أ) = ٠,٢$ أوجد كلا من: $ل(أ \cap ب)$

Q رمى جاسم حجر نرد منتظما ولاحظ الوجه العلوي له نسمي الحدث ب :"الحصول على عدد أكبر من أو يساوي ٥"
الحدث أ : "الحصول على عدد فردي"
أحسب $ل(ب \mid أ)$ "احتمال ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٥ بشرط أن يكون عددا فرديا"

Q في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم إذا كان الحدث ب "الحصول على عدد زوجي" ، والحدث أ "الحصول على عدد أولي "
فاحسب $ل(ب \mid أ)$

صفوة معلمي الكويت

اختر الإجابة الصحيحة:

١. إذا كان أ، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٥ فإن ل(أ ∪ ب) =

- ٠,٥
- ٠,٧
- ٠,٨
- ٠,٦

٢. إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٧ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨ فإن ل(أ ∩ ب) =

- ٠,٢
- ٠,٤
- ٠,٦
- ١,٢

٣. إذا كان أ، ب حدثين مستقلين في فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٤ فإن ل(أ | ب) =

- ٠,٦
- ٠,٤
- ٠,٢
- ١

تـدرب و تـفـوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت