نماذج أجابة أمتحان تقييمى أول

2023 / 2024 فصل أول

عمل / أ . أحمد نصار

النموذج الأول

1-

بسّط كلًّا مما يلي مستخدمًا قوانين الأسس:

$$\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}\right) \div x^{\frac{2}{3}} \quad , \quad x > 0$$

$$(x^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{4}{3}}) \div x^{\frac{2}{3}} =$$

$$x^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}} = x^{\frac{2}{3}}$$

2-

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية: $\sqrt{5x+4}-7=0$

$$\sqrt{5x+4}-7=0$$
$$\sqrt{5x+4}=0+7$$
$$\sqrt{5x+4}=7$$

1) أفصل الجذر

2) بما أن دليل الجذر زوجي لابد إن يكون المجذور غير سالب

$$5x+4\ge 0 \Rightarrow 5x\ge -4 \Rightarrow x\ge \frac{-4}{5}$$
$$x\in[\frac{-4}{5},\infty)$$

ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$$(\sqrt{5x+4})^2=7^2$$
$$5x+4=49$$
$$5x=49-4=45$$
$$x=9$$

$$9\in[\frac{-4}{5},\infty)$$

مجموعة الحل = { 9 }

الموضوعى

3-

$\sqrt[4]{\sqrt{x}}=x\ ,\ x>0$

ⓐ ⓑ

4-

مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2}=\sqrt[3]{3-x}$ هي:

ⓐ $\{-1,\frac{1}{2}\}$ ⓑ $\{\frac{1}{2}\}$ ⓒ $\{-1,\frac{-1}{2}\}$ ⓓ $\{1,\frac{1}{2}\}$

النموذج الثانى

1-

أوجد مجموعة الحل:

$2(x+3)^{\frac{3}{2}}=54$

$$2(x+3)^{\frac{3}{2}}=54$$

بالقسمة على 2

$$(x+3)^{\frac{3}{2}}=27$$

ارفع طرفي المعادلة لأس $\frac{2}{3}$

$$\left((x+3)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}=(27)^{\frac{2}{3}}$$

$x+3\geq 0$

$x\geq -3$

$x\in[-3,\infty)$

$$x+3=\sqrt[3]{27^2}$$

$$x+3=\sqrt[3]{(3^3)^2}=\sqrt[3]{3^6}$$

$$x+3=3^2=9$$

$$\therefore x=9-3$$

$$\therefore x=6$$

$$x=6\in[-3,\infty)$$

مجموعة الحل = { 6 }

2-

أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$$f_3(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$$

لنفرض أن $a(x) = x^2 + 4$ ، $b(x) = \sqrt{5-4x}$

فيكون $f_3(x) = \dfrac{b(x)}{a(x)}$

الدالة a دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

الدالة b هي دالة جذرية دليلها زوجي ، المجال هو قيم X التي تجعل المجذور صفر أو عدد موجب

$$5-4x \geq 0 \Rightarrow -4x \geq -5 \Rightarrow x \leq \frac{5}{4}$$

أي أن مجال الدالة b هو $(-\infty \,,\, \frac{5}{4}]$

نوجد أصفار المقام

لا توجد قيم تجعل المقام = 0

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$$

مجال f_3 = $(-\infty \,,\, \frac{5}{4}]$ = $R \cap (-\infty \,,\, \frac{5}{4}]$

الموضوعى

3-

$x = -1$ حلًّا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$

(a) (b)

4-

إن قيمة التعبير $x > 0$ ، $\dfrac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$

النموذج الثالث

1-

حل كلًّا من المعادلات التالية:

$$(x+5)^{\frac{2}{3}} = 4$$

$$(x+5)^{\frac{2}{3}} = 4$$

$$\left((x+5)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = (4)^{\frac{3}{2}}$$

$$|x+5| = \sqrt{4^3}$$

$$|x+5| = 8$$

$\therefore x+5=8$ **أو** $x+5=-8$

$\therefore x=3$ $\quad$ $\therefore x=-13$

مجموعة الحل = {3 ,-13}

2-

كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل.

اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحًا إلى أعلى أم إلى أسفل.

(a) $E(4, 2)$ (b) $D(1, -5)$

(a) نعوض بالنقطة $E(4,2)$

$$y = ax^2$$
$$2 = a(4)^2 \Rightarrow a = \frac{2}{4^2} = \frac{1}{8}$$
$$y = \frac{1}{8}x^2 \qquad \frac{1}{8} > 0$$

القطع المكافئ مفتوح لأعلى

(b) نعوض بالنقطة $D(1,-5)$

$$y = ax^2$$
$$-5 = a(1)^2 \Rightarrow a = -5$$
$$y = -5x^2 \qquad -5 < 0$$

القطع المكافئ مفتوح لأسفل

الموضوعى

3-

المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ.

(a) (b)

4-

مجال الدالة $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$ هو:

(a) $(0, \infty)$ (b) $[1, \infty)$ (c) $(-1, \infty)$ (d) $[-1, \infty)/\{0\}$

النموذج الرابع

1-

أوجد مجموعة الحل: $\sqrt{5x-1}+3=x$

$$\sqrt{5x-1}+3=x$$
$$\sqrt{5x-1}=x-3$$

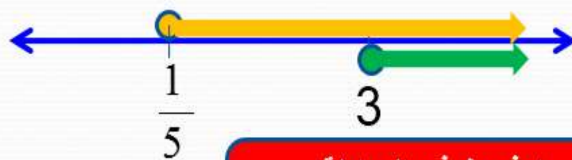
1) افصل الجذر

2) بما أن دليل الجذر زوجي لابد ان يكون المجذور غير سالب والطرف الأيسر غير سالب,,

$5x-1\geq 0 \quad , x-3\geq 0$

$x\geq \frac{1}{5} \quad , x\geq 3$

$x\in[3,\infty)$



ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$$\left(\sqrt{5x-1}\right)^2=(x-3)^2$$
$$5x-1=x^2-6x+9$$
$$x^2-6x+9-5x+1=0$$
$$x^2-11x+10=0$$
$$(x-10)(x-1)=0$$

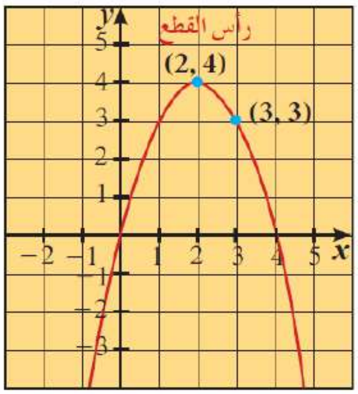
$x-10=0$ أو $x-1=0$

$x=10\in[3,\infty) \qquad x=1\notin[3,\infty)$

مجموعة الحل = {10}

2-

أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل.



$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

$$y = a(x-2)^2 + 4$$ **h=2 , k=4**

$$3 = a(3-2)^2 + 4$$ **x=3 , y=3**

$$3 = a \times 1 + 4 \Rightarrow \quad 3 - 4 = a \Rightarrow \quad a = -1$$

$$y = -1(x-2)^2 + 4$$

الموضوعى

1-

مجال الدالة $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$

(a) (b)

2-

الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

(a) $|a| = 2$ (b) $|a| > 2$ (c) $a < 2$ (d) $|a| < 2$

النموذج الخامس

1-

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x - 16} = 0$

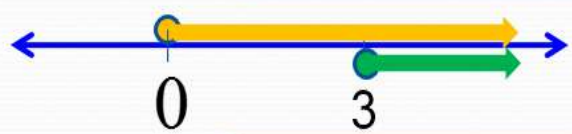
$$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$$

1)افصل الجذر

$$\sqrt{8x} = 2\sqrt{4x-16}$$

2) بما أن دليل الجذر زوجي لابد إن يكون المجذور غير سالب

$$8x \ge 0 \quad , 4x - 16 \ge 0$$
$$x \ge 0 \quad , x \ge 4$$
$$x \in [4, \infty)$$



ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$$\left(\sqrt{8x}\right)^2 = \left(2\sqrt{4x-16}\right)^2$$
$$8x = 4(4x-16)$$
$$8x - 16x = -64$$
$$-8x = -64$$
$$x = \frac{-64}{-8} \qquad x = 8$$
$$x = 8 \in [4, \infty)$$

مجموعة الحل = {8}

2-

حل كلًّا من المعادلات التالية:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{81}{16}\right) \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3^4}{2^4}\right) \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \qquad x = -4$$

مجموعة الحل = { - 4 }

الموضوعى

3-

المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

(b) (a)

4-

لتكن $g:[-2,2] \to \mathbb{R}, g(x) = x^2$, $f(x) = x\sqrt{x}$. فإن مجال الدالة $f \circ g$ هو:

(a) $[-2,2]$

(b) $[0,2]$

(c) $(0,2)$

(d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

النموذج السادس

1-

بسّط كلًّا مما يلي (دون استخدام الآلة الحاسبة):

$$\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}, \ t > 0$$

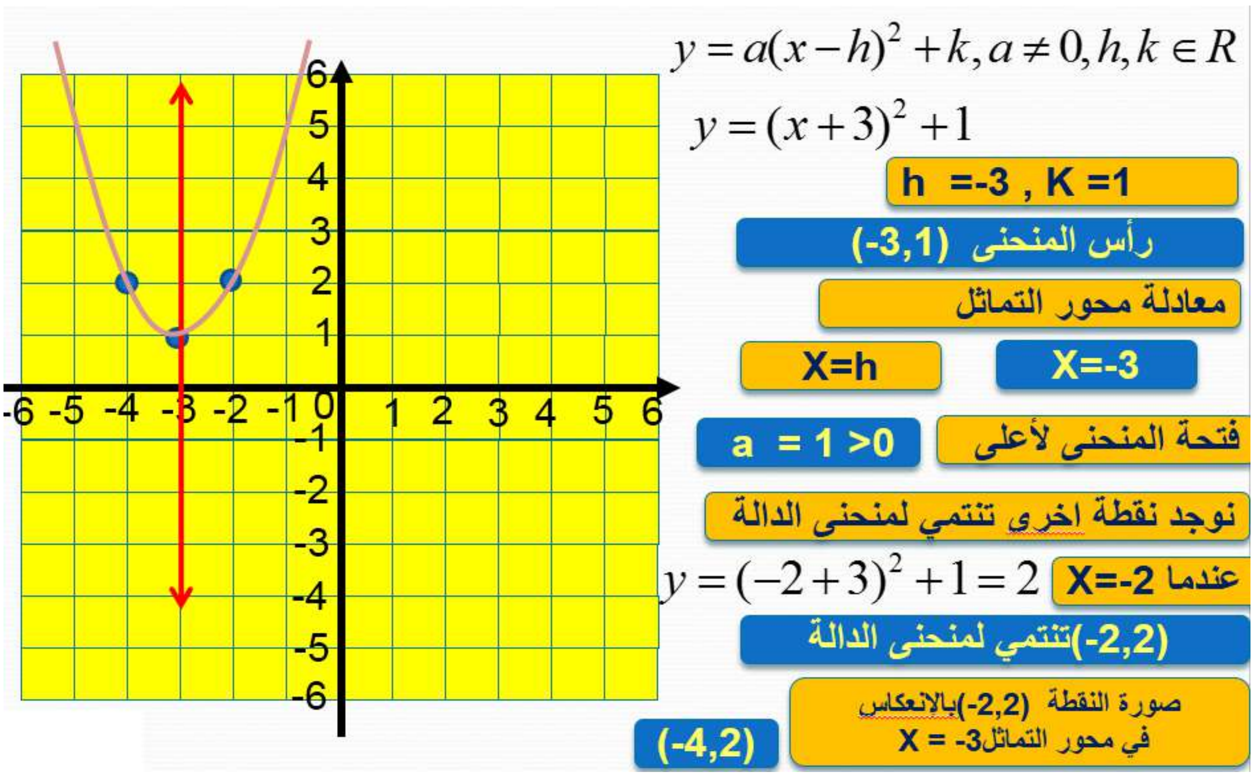
$$\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12} ,t > 0$$

$$\left(\frac{(9t)^{\frac{1}{2}}}{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-12} = \left(\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}{(9t)^{\frac{1}{2}}}\right)^{12} = \frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}\times 12}}{(9t)^{\frac{1}{2}\times 12}} =$$

$$\frac{(27t^2)^4}{(9t)^6} = \frac{(3^3t^2)^4}{(3^2t)^6} = \frac{3^{12}t^8}{3^{12}t^6} = t^2$$

2-

ارسم منحنى الدالة: $y=(x+3)^2+1$.



الموضوعى

3-

مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}}=5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$

(a) (b)

4-

إذا كان $x+y=2$, $x^2-xy+y^2=4$ فإن $\sqrt[6]{x^3+y^3}$ يساوي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

النموذج السابع

1-

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

$$\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x, y \in \mathbb{Q}^+$$

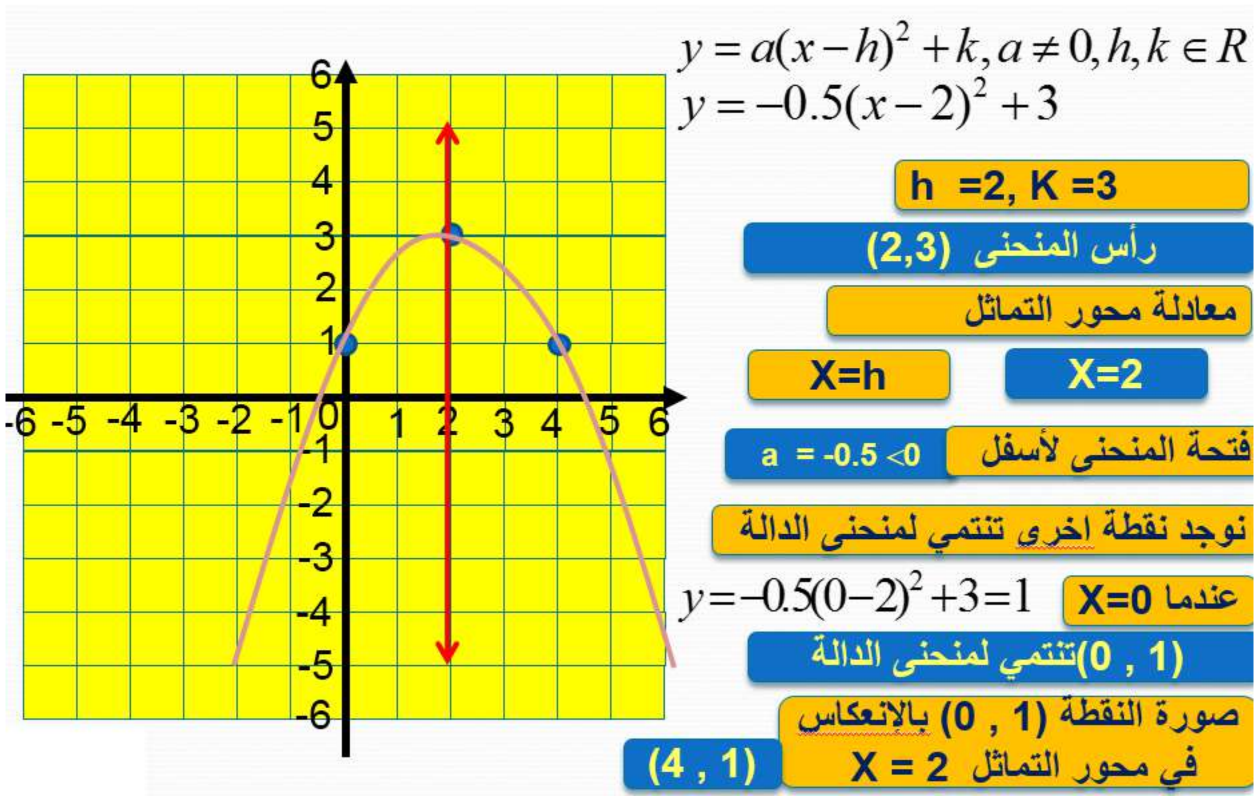
$$\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[\left(\sqrt{(xy)^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} =$$

$$\left[\left(\left((xy)^3\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[(xy)^{3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[(xy)^{\frac{1}{2}}\right]^{-1} =$$

$$[(xy)]^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy}}{xy}$$

2-

ارسم منحنى الدالة: $y = -0.5(x-2)^2 + 3$ مستخدمًا خواص القطوع المكافئة.



الموضوعى

3-

إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$

a   b

4-

مجال الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

a $\mathbb{R} / \{0\}$ b $[0, \infty)$ c $(-\infty, 0)$ d $(0, \infty)$

النموذج الثامن

1-

حدّد مجال كلّ من الدوال التالية: $u(x)=\dfrac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2}$

$$u(x)=\frac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2}$$

لنفرض أن $a(x)=\sqrt{3+4x}$ ، $b(x)=3$ ، $c(x)=25-9x^2$

فيكون $u(x)=\dfrac{a(x)-b(x)}{c(x)}$

1) إيجاد مجال دالة البسط

$$3+4x\geq 0 \Rightarrow x\geq \frac{-3}{4}$$

$$[-\frac{3}{4},\infty)$$

الدالة b دالة ثابتة ، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

مجال دالة البسط هو: $R\cap[-\frac{3}{4},\infty)=[-\frac{3}{4},\infty)$

2) إيجاد مجال دالة المقام

الدالة C دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة C هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

3) أصفار دالة المقام

$$25-9x^2=0\Rightarrow(5-3x)(5+3x)=0$$

إما $5-3x=0\Rightarrow x=\dfrac{5}{3}$ أو $5+3x=0\Rightarrow x=\dfrac{-5}{3}$

أي أن مجال الدالة u هو : مجال البسط ∩ مجال المقام /أصفار المقام

$$([-0.75,\infty)\cap R)/\{\frac{-5}{3},\frac{5}{3}\}=[-\frac{3}{4},\infty)-\{\frac{5}{3}\}$$

2-

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

$$\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$$

1)افصل الجذران

2) يجب أن يكون كلا الطرفين = صفر

$$\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$$
$$\sqrt{x-7}=-\sqrt{3x-21}$$
$$x-7=0 \quad \text{و} \quad 3x-21=0$$
$$x=7 \qquad 3x=21$$
$$\text{و} \quad x=7$$

مجموعة الحل = {7}

الموضوعى

3-

مجموعة حل $7^{3-x}=1$ هي $\{3\}$

a (b)

4-

القطع المكافئ $y=a(x-h)^2+k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

(a) نقطة
(b) نقطتين
(c) 3 نقاط
(d) 4 نقاط

النموذج التاسع

1-

حل كلًّا من المعادلات التالية: $2(2x+4)^{\frac{3}{4}} = 16$

$$2x+4 \geq 0 , 2x \geq -4$$
$$x \geq -2$$
$$x \in [-2, \infty)$$

$$2(2x+4)^{\frac{3}{4}} = 16$$
$$(2x+4)^{\frac{3}{4}} = \frac{16}{2} = 8$$
$$\left((2x+4)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = (8)^{\frac{4}{3}}$$
$$2x+4 = 16$$
$$\therefore 2x = 16-4 = 12$$
$$\therefore x = 6$$
$$\because 6 \in [-2, \infty)$$

مجموعة الحل = {6}

2-

حدّد مجال كلّ من الدوال التالية: $v(x)=\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{2}{x^2-1}$

$$v(x)=\frac{3}{x+1}-\frac{2}{x^2-1}$$

لنفرض أن :

$$f(x)=\frac{2}{x^2-1} \qquad d(x)=\frac{3}{x+1}$$

فيكون :

$$v(x)=d(x)+f(x)$$

إيجاد مجال الدالة d d دالة نسبية

مجموعة أصفار المقام $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

مجال الدالة d هو $R/\{-1\}$

إيجاد مجال الدالة f f دالة نسبية

مجموعة أصفار المقام $(x-1)(x+1)=0$ $x^2-1=0\Rightarrow$

أو $x+1=0\Rightarrow x=-1$ إما $x-1=0\Rightarrow x=1$

مجال الدالة f هو $R/\{1,-1\}$

إيجاد مجال الدالة v

$$(R/\{-1\})\cap(R/\{1,-1\})=(R/\{1,-1\})$$

الموضوعى

3-

مجال الدالة $f(x)=\sqrt{-x}$ هو $(-\infty,0]$

Ⓐ (a)   (b)

4-

معادلة القطع المكافئ $y=2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

(a) $y=(2x+2)^2+4$ (b) $y=2(x-2)^2+4$

(c) $y=2(x+2)^2+4$ (d) $y=2(x+2)^2-4$

النموذج العاشر

1-

حل كلًّا من المعادلات التالية: $\sqrt{3-4x}-2=0$

$$\sqrt{3-4x}-2=0$$
$$\sqrt{3-4x}=2$$
$$\left(\sqrt{3-4x}\right)^2=(2)^2$$
$$3-4x=4$$
$$-4x=4-3$$
$$-4x=1$$
$$x=-\frac{1}{4}$$
$$x=-\frac{1}{4}\in\left(-\infty,\frac{3}{4}\right]$$

$$3-4x\geq 0,-4x\geq -3$$
$$x\leq\frac{3}{4}\quad\therefore\ x\in\left(-\infty,\frac{3}{4}\right]$$

مجموعة الحل = { -0.25 }

2-

أوجد مجال كل دالة مما يلي: $h(x)=\dfrac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$

لنفرض أن $a(x)=x^2-1$ $\quad b(x)=\sqrt[3]{1+x}$

فيكون $h(x)=\dfrac{b(x)}{a(x)}$

الدالة a دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

الدالة b هي دالة جذرية دليلها فردي ، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

نوجد أصفار المقام $(x-1)(x+1)=0 \quad x^2-1=0$

$x+1=0$ أو $x-1=0$ إما

$x=-1 \quad x=1$

مجال h = $(R\cap R)-\{\pm1\} = R-\{\pm1\}$

الموضوعى

3-

توجد عند رأس منحنى الدالة $y=-(x-3)^2-2$ قيمة عظمى.

(a) (b)

4-

$\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$ $\quad : x\neq 0\ ,\ y\neq 0$

(a) $|x^{-1}|y^2$ (b) $|x|y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$