

نماذج أجابة أمتحان تقييمي أول

2024 / 2023 فصل أول

عمل / أ . أحمد نصار

النموذج الأول

1-

بسّط كلاً مما يلي مستخدماً قوانين الأسس:

$$(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}}, \quad x > 0$$

$$(x^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{1}{2} + \frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{4}{3}}) \div x^{\frac{2}{3}} =$$

$$x^{\frac{4}{3} - \frac{2}{3}} = x^{\frac{2}{3}}$$

صفوة معلم الكوئيت

2-

$$\sqrt{5x+4} - 7 = 0$$

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

$$\begin{aligned}\sqrt{5x+4} - 7 &= 0 \\ \sqrt{5x+4} &= 0 + 7 \\ \sqrt{5x+4} &= 7\end{aligned}$$

1 (أفصل الجذر

$$\begin{aligned}5x + 4 \geq 0 &\Rightarrow 5x \geq -4 \Rightarrow x \geq \frac{-4}{5} \\ x &\in \left[\frac{-4}{5}, \infty \right)\end{aligned}$$

2 (بما أن دليل الجذر زوجي لابد إن يكون المجذور غير سالب

$$\begin{aligned}(\sqrt{5x+4})^2 &= 7^2 \\ 5x + 4 &= 49 \\ 5x &= 49 - 4 = 45 \\ x &= 9\end{aligned}$$

ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$$9 \in \left[\frac{-4}{5}, \infty \right)$$

مجموعة الحل = { 9 }

الموضوعي

3-

$$\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x, x > 0$$

(a)

(b)

4-

مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

(a) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$

(b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

(c) $\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$

(d) $\left\{1, \frac{1}{2}\right\}$

النموذج الثاني1-

أوجد مجموعة الحل:

$$2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$$

$$2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$$

$$(x+3)^{\frac{3}{2}} = 27$$

$$\left((x+3)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$$

$$x+3 = \sqrt[3]{27^2}$$

$$x+3 = \sqrt[3]{(3^3)^2} = \sqrt[3]{3^6}$$

$$x+3 = 3^2 = 9$$

$$\therefore x = 9 - 3$$

$$\therefore x = 6$$

$$x = 6 \in [-3, \infty)$$

بالقسمة على 2

ارفع طرفي المعادلة لأس $\frac{2}{3}$

$$x + 3 \geq 0$$

$$x \geq -3$$

$$x \in [-3, \infty)$$

مجموعة الحل = {6}

2-

أوجد مجال كل دالة مما يلي :

$$f_3(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$$

$$b(x) = \sqrt{5-4x} \quad a(x) = x^2 + 4$$

$$f_3(x) = \frac{b(x)}{a(x)}$$

لنفرض أن

فيكون

الدالة a دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

الدالة b هي دالة جذرية دليلها زوجي ، المجال هو قيم x التي تجعل المحذور صفر أو عدد موجب

$$5-4x \geq 0 \implies -4x \geq -5 \implies x \leq \frac{5}{4}$$

$$\left(-\infty, \frac{5}{4}\right]$$

أي أن مجال الدالة b هو

$$x^2 + 4 = 0 \implies x^2 = -4$$

لا توجد قيم تجعل المقام 0

نوجد أصفار المقام

$$R \cap \left(-\infty, \frac{5}{4}\right] = \left(-\infty, \frac{5}{4}\right] =$$

مجال f_3

الموضوعي

3-

(a)

(b)

$$x = -1 \text{ حلاً للمعادلة } 2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$$

4-

(a) x

(b) $\frac{1}{x}$

(c) 1

(d) \sqrt{x}

إن قيمة التعبير $\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt{x^2}}$ ، $x > 0$ تساوي:

النموذج الثالث1-

حل كلاً من المعادلات التالية:

$$(x + 5)^{\frac{2}{3}} = 4$$

$$(x + 5)^{\frac{2}{3}} = 4$$

$$\left((x + 5)^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{2}} = (4)^{\frac{3}{2}}$$

$$|x + 5| = \sqrt{4^3}$$

$$|x + 5| = 8$$

$$\therefore x + 5 = 8$$

أو

$$x + 5 = -8$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore x = -13$$

مجموعة الحل = $\{3, -13\}$

2-

كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل.
اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحاً إلى أعلى أم إلى أسفل.

a $E(4, 2)$

b $D(1, -5)$

$$y = ax^2$$

$$2 = a(4)^2 \Rightarrow a = \frac{2}{4^2} = \frac{1}{8}$$

$$y = \frac{1}{8}x^2 \quad \frac{1}{8} > 0$$

a نعوض بالنقطة $E(4,2)$

القطع المكافئ مفتوح لأعلى

$$y = ax^2$$

$$-5 = a(1)^2 \Rightarrow a = -5$$

$$y = -5x^2 \quad -5 < 0$$

b نعوض بالنقطة $D(1,-5)$

القطع المكافئ مفتوح لأسفل

الموضوعي

3-

a

b

المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ.

4-

a $(0, \infty)$

b $[1, \infty)$

c $(-1, \infty)$

d $[-1, \infty) \setminus \{0\}$

مجال الدالة $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

النموذج الرابع

1-

$$\sqrt{5x-1} + 3 = x$$

أوجد مجموعة الحل:

$$\begin{aligned}\sqrt{5x-1} + 3 &= x \\ \sqrt{5x-1} &= x-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x-1 &\geq 0, x-3 \geq 0 \\ x &\geq \frac{1}{5}, x \geq 3 \\ x &\in [3, \infty)\end{aligned}$$

1) افصل الجذر

2) بما أن دليل الجذر زوجي لابد أن يكون المجلد غير سالب، والطرف الأيسر غير سالب

$$\begin{aligned}(\sqrt{5x-1})^2 &= (x-3)^2 \\ 5x-1 &= x^2-6x+9 \\ x^2-6x+9-5x+1 &= 0 \\ x^2-11x+10 &= 0 \\ (x-10)(x-1) &= 0\end{aligned}$$

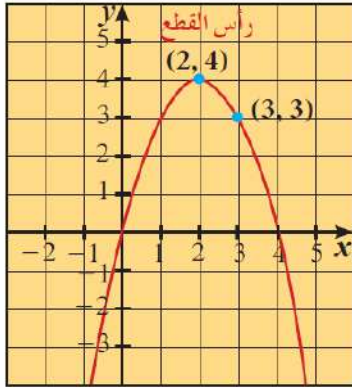


ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$$\begin{aligned}x-10 &= 0 \text{ أو } x-1 = 0 \\ x &= 10 \in [3, \infty) \quad x = 1 \notin [3, \infty)\end{aligned}$$

مجموعة الحل = {10}

2-



أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل.

$$y = a(x - h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

$$y = a(x - 2)^2 + 4$$

$$h=2, k=4$$

$$3 = a(3 - 2)^2 + 4$$

$$x=3, y=3$$

$$3 = a \times 1 + 4 \Rightarrow 3 - 4 = a \Rightarrow a = -1$$

$$y = -1(x - 2)^2 + 4$$

الموضوعي

1-

(a)

(b)

مجال الدالة $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$ هو R

2-

الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

(a) $|a| = 2$

(b) $|a| > 2$

(c) $a < 2$

(d) $|a| < 2$

النموذج الخامس

1-

$$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$$

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

$$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$$

$$\sqrt{8x} = 2\sqrt{4x-16}$$

$$8x \geq 0, 4x - 16 \geq 0$$

$$x \geq 0, x \geq 4$$

$$x \in [4, \infty)$$

1) افصل الجذر

2) بما أن دليل الجذر زوجي لابد أن يكون المجهول غير سالب

$$(\sqrt{8x})^2 = (2\sqrt{4x-16})^2$$

$$8x = 4(4x-16)$$

$$8x - 16x = -64$$

$$-8x = -64$$

$$x = \frac{-64}{-8}$$

$$x = 8$$

$$x = 8 \in [4, \infty)$$

مجموعة الحل = {8}



ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

2-

حل كلاً من المعادلات التالية:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{81}{16}\right) \quad \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3^4}{2^4}\right) \quad \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$$

$$x = -4$$

مجموعة الحل = $\{-4\}$

الموضوعي

3-

- (a) (b) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعاً من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

4-

لتكن $f(x) = x\sqrt{x}$, $g: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2$ فإن مجال الدالة $f \circ g$ هو:

(a) $[-2, 2]$

(b) $[0, 2]$

(c) $(0, 2)$

(d) ليس أيًا مما سبق صحيحًا

النموذج السادس1-

بسّط كلاً مما يلي (دون استخدام الآلة الحاسبة):

$$\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}, t > 0$$

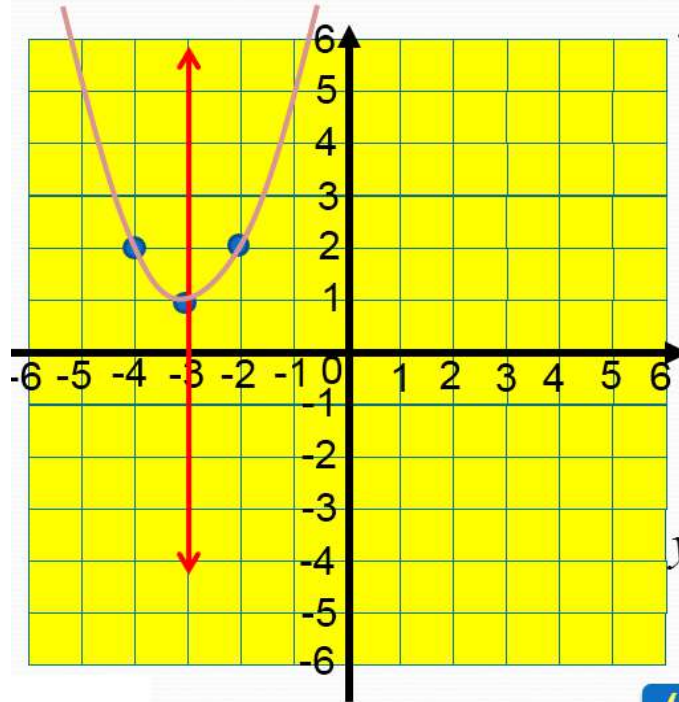
$$\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}, t > 0$$

$$\left(\frac{(9t)^{\frac{1}{2}}}{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-12} = \left(\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}{(9t)^{\frac{1}{2}}}\right)^{12} = \frac{(27t^2)^{\frac{1}{3} \times 12}}{(9t)^{\frac{1}{2} \times 12}} =$$

$$\frac{(27t^2)^4}{(9t)^6} = \frac{(3^3 t^2)^4}{(3^2 t)^6} = \frac{3^{12} t^8}{3^{12} t^6} = t^2$$

2-

ارسم منحنى الدالة: $y = (x + 3)^2 + 1$.



$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

$$y = (x + 3)^2 + 1$$

$$h = -3, K = 1$$

رأس المنحنى $(-3, 1)$

معادلة محور التماثل

$$X = h$$

$$X = -3$$

$$a = 1 > 0$$

فتحة المنحنى لأعلى

نوجد نقطة اخرى تنتمي لمنحنى الدالة

$$y = (-2 + 3)^2 + 1 = 2 \quad \text{عندما } X = -2$$

$(-2, 2)$ تنتمي لمنحنى الدالة

صورة النقطة $(-2, 2)$ بالانعكاس
في محور التماثل $X = -3$

$$(-4, 2)$$

الموضوعي

3-

(a)

(b)

مجموعة حل $25^{|x| + \frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي R^-

4-

(a) $\sqrt{2}$

(b) $\sqrt[3]{2}$

(c) $\sqrt[3]{6}$

(d) 2

إذا كان $x + y = 2$, $x^2 - xy + y^2 = 4$, فإن $\sqrt{x^3 + y^3}$ يساوي:

النموذج السابع

1-

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

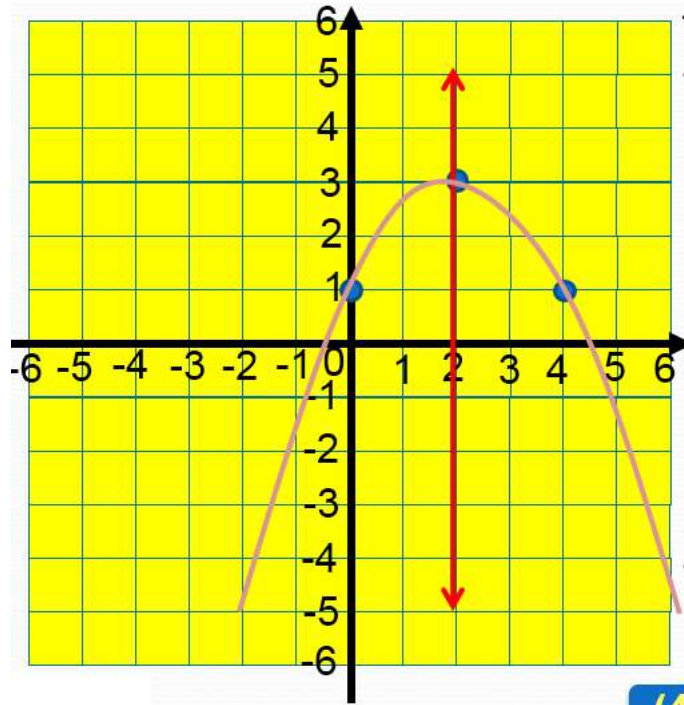
$$\left[(\sqrt{x^3 y^3})^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} \quad x, y \in \mathbb{Q}^+$$

$$\begin{aligned} \left[(\sqrt{x^3 y^3})^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} &= \left[(\sqrt{(xy)^3})^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} = \\ \left[\left((xy)^3 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}^{-1} &= \left[(xy)^{3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} \right]^{-1} = \left[(xy)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} = \end{aligned}$$

$$\left[(xy)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} = \frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy}}{xy}$$

2-

ارسم منحنى الدالة: $y = -0.5(x-2)^2 + 3$ مستخدماً خواص القطوع المكافئة.



$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

$$y = -0.5(x-2)^2 + 3$$

$$h = 2, K = 3$$

رأس المنحنى (2,3)

معادلة محور التماثل

$$X=h$$

$$X=2$$

فتحة المنحنى لأسفل $a = -0.5 < 0$

نوجد نقطة اخرى تنتمي لمنحنى الدالة

$$y = -0.5(0-2)^2 + 3 = 1 \quad X=0 \text{ عندما}$$

(0, 1) تنتمي لمنحنى الدالة

صورة النقطة (0, 1) بالانعكاس

في محور التماثل $X = 2$ (4, 1)

الموضوعي

3-

(a)

(b)

إذا كان $x = 3\sqrt{2}$ فإن $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$

4-

(a)

$\mathbb{R} / \{0\}$

(b)

$[0, \infty)$

(c)

$(-\infty, 0)$

(d)

$(0, \infty)$

مجال الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

النموذج الثامن

1-

$$u(x) = \frac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2} \quad \text{حدّد مجال كلّ من الدوال التالية:}$$

لنفرض أن

$$u(x) = \frac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2} \quad a(x) = \sqrt{3+4x} \quad b(x) = 3 \quad c(x) = 25-9x^2$$

فيكون

$$u(x) = \frac{a(x) - b(x)}{c(x)}$$

1) إيجاد مجال دالة البسط

$$3+4x \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{4}$$

$$\left[-\frac{3}{4}, \infty\right)$$

الدالة b دالة ثابتة، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

$$R \cap \left[-\frac{3}{4}, \infty\right) = \left[-\frac{3}{4}, \infty\right)$$

مجال دالة البسط هو:

2) إيجاد مجال دالة المقام

الدالة C دالة كثيرة الحدود، مجال الدالة C هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

3) أصفار دالة المقام

$$25-9x^2 = 0 \Rightarrow (5-3x)(5+3x) = 0$$

أما $5-3x = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ أو $5+3x = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$

أي أن مجال الدالة u هو:

مجال البسط / مجال المقام / أصفار المقام

$$\left(\left[-\frac{3}{4}, \infty\right) \cap R\right) \setminus \left\{\frac{-5}{3}, \frac{5}{3}\right\} = \left[-\frac{3}{4}, \infty\right) - \left\{\frac{5}{3}\right\}$$

2-

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

$$\sqrt{x-7} + \sqrt{3x-21} = 0$$

$$\sqrt{x-7} + \sqrt{3x-21} = 0$$

$$\sqrt{x-7} = -\sqrt{3x-21}$$

$$x-7=0 \quad \text{و} \quad 3x-21=0$$

$$x=7 \quad 3x=21$$

$$\text{و} \quad x=7$$

1) أفصل الجذران

2) يجب أن يكون كلا الطرفين = صفر

مجموعة الحل = {7}

الموضوعي

3-

a

b

مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي {3}

4-

a نقطة

b نقطتين

c 3 نقاط

d 4 نقاط

النموذج التاسع1-

حل كلاً من المعادلات التالية: $2(2x + 4)^{\frac{3}{4}} = 16$

$$2(2x + 4)^{\frac{3}{4}} = 16$$

$$(2x + 4)^{\frac{3}{4}} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\left((2x + 4)^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{4}{3}} = (8)^{\frac{4}{3}}$$

$$2x + 4 = 16$$

$$\therefore 2x = 16 - 4 = 12$$

$$\therefore x = 6$$

$$\therefore 6 \in [-2, \infty)$$

$$2x + 4 \geq 0, 2x \geq -4$$

$$x \geq -2$$

$$x \in [-2, \infty)$$

مجموعة الحل = {6}

2-

حدّد مجال كلّ من الدوال التالية: $v(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$

لنفرض أن: $v(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$

فيكون: $d(x) = \frac{3}{x+1}$ و $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

$v(x) = d(x) + f(x)$

دالة نسبية d
 إيجاد مجال الدالة d
 مجموعة أصفار المقام
 مجال الدالة d هو $x+1=0 \Rightarrow x=-1$
 $R/\{-1\}$

دالة نسبية f
 إيجاد مجال الدالة f
 مجموعة أصفار المقام
 مجال الدالة f هو $x^2-1=0 \Rightarrow (x-1)(x+1)=0$
 إما $x-1=0 \Rightarrow x=1$ أو $x+1=0 \Rightarrow x=-1$
 $R/\{1,-1\}$

إيجاد مجال الدالة v
 $(R/\{-1\}) \cap (R/\{1,-1\}) = (R/\{1,-1\})$

الموضوعي

3-

(a)

(b)

مجال الدالة $f(x) = \sqrt{-x}$ هو $(-\infty, 0]$

4-

(a)

$y = (2x+2)^2 + 4$

(b)

$y = 2(x-2)^2 + 4$

(c)

$y = 2(x+2)^2 + 4$

(d)

$y = 2(x+2)^2 - 4$

معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

النموذج العاشر1-حل كلاً من المعادلات التالية: $\sqrt{3-4x} - 2 = 0$

$$\sqrt{3-4x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{3-4x} = 2$$

$$3 - 4x \geq 0, -4x \geq -3$$

$$(\sqrt{3-4x})^2 = (2)^2$$

$$x \leq \frac{3}{4} \quad \therefore x \in \left(-\infty, \frac{3}{4}\right]$$

$$3 - 4x = 4$$

$$-4x = 4 - 3$$

$$-4x = 1$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$x = -\frac{1}{4} \in \left(-\infty, \frac{3}{4}\right]$$

مجموعة الحل = $\{-0.25\}$

2-

أوجد مجال كل دالة مما يلي: $h(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$

$b(x) = \sqrt[3]{1+x}$ $a(x) = x^2 - 1$ لنفرض أن

$h(x) = \frac{b(x)}{a(x)}$ فيكون

الدالة a دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R}

الدالة b هي دالة جذرية دليلها فردي ، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R}

$x^2 - 1 = 0$ $(x-1)(x+1) = 0$ نوجد أصفار المقام

إما $x-1=0$ أو $x+1=0$
 $x=1$ $x=-1$

$(\mathbb{R} \cap \mathbb{R}) - \{\pm 1\} = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$ = مجال h

الموضوعي

3-

(a)

(b)

توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى.

4-

$(\sqrt[4]{x^{-2}y^4})^{-2} =$: $x \neq 0$, $y \neq 0$

(a)

$|x^{-1}|y^2$

(b)

$|x|y^{-2}$

(c)

xy^2

(d)

$x^{-2}y^2$