

## نماذج أجابة امتحان تقييمي أول

2024 / 2023 فصل أول

عمل / أ . أحمد نصار

### النموذج الأول

1-

أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

الحل :

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x+4}{x}, \quad x \neq 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x}$$

$$\because \lim_{x \rightarrow 2} x = 2, \quad 2 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x+4)}{\lim_{x \rightarrow 2} x}$$

$$= \frac{2+4}{2} = 3$$

صفوة معلم الكويت

2-

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 1 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معيَّنة.

$$\frac{|x-1|}{x^2-1} = \begin{cases} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} & : x > 1 \\ \frac{1-x}{(x-1)(x+1)} & : x < 1, x \neq -1 \end{cases}$$

اكتب البسط دون استخدام رمز القيمة المطلقة وحلّ المقام إلى عوامل  
( $x-1$ ) عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

$$= \begin{cases} \frac{1}{x+1} & : x > 1 \\ \frac{-1}{(x+1)} & : x < 1, x \neq -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x^2-1} \quad \text{لايجاد}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2, \quad 2 \neq 0 \quad \text{نتحقق من نهاية المقام } \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad \text{استخدم الصيغة المبسطة وعوّض عن } x \text{ بـ } 1 \text{ (النهاية من جهة اليمين)}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x+1) = -(1+1) = -2, \quad -2 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{(x+1)} = \frac{-1}{(1+1)} = -\frac{1}{2} \quad \text{استخدم الصيغة المبسطة وعوّض عن } x \text{ بـ } 1 \text{ (النهاية من جهة اليسار)}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1|}{x^2-1} \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x^2-1}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x^2-1} \quad \text{غير موجودة}$$

## الموضوعي

3-

$$\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^2 + 5y + 6}{y + 2} = 5$$

a

b

4-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$$

a

2

b

-2

c

0

d

$\infty$



## النموذج الثاني

1-

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 0 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معيّنة.

$$\frac{(2+x)^3 - 8}{x} = \frac{(2+x-2)((2+x)^2 + 2(2+x) + (2)^2)}{x}$$

$$= \frac{x^1(4 + 4x + x^2 + 4 + 2x + 4)}{x^1}$$

$x$  عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

$$= x^2 + 6x + 12, \quad x \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 6x + 12) = 12$$

استخدم الصيغة المبسطة



2-

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 1 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

$$\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \frac{(\cancel{\sqrt[3]{x}-1})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{(\cancel{\sqrt[3]{x}-1})}$$

حلل البسط: الفرق بين مكعبين

$$= \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1, \quad x \neq 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)$$

استخدم الصيغة المبسطة

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x^2} + \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x} + \lim_{x \rightarrow 1} 1$$

$$= \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} x^2} + \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} x} + 1$$

$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

عوّض عن  $x$  بـ 1

### الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 + 8x^2}{3x^4 - 16x^2} = 0$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5 \sin^2 x}{3x^2} =$$

(a) 3

(b) 9

(c) 0

(d)  $\infty$

## النموذج الثالث

1-

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt[3]{x+2}}$$

عند التعويض عن  $x$  بـ  $-2$  في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

$$\frac{x^2 - 4}{\sqrt[3]{x+2}} = \frac{(x^2 - 4)}{\sqrt[3]{x+2}} \times \frac{\sqrt[3]{(x+2)^2}}{\sqrt[3]{(x+2)^2}}$$

مرافق  $\sqrt[3]{a}$  هو  $\sqrt[3]{a^2}$

$$= \frac{(x^2 - 4) \times \sqrt[3]{(x+2)^2}}{x+2}$$

$$\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} = a$$

$$= \frac{\cancel{(x+2)}^1 (x-2) \sqrt[3]{(x+2)^2}}{\cancel{(x+2)}^1}$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$= (x-2) \sqrt[3]{(x+2)^2}, \quad x \neq -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt[3]{x+2}} = \lim_{x \rightarrow -2} ((x-2) \sqrt[3]{(x+2)^2})$$

استخدم الصيغة المبسطة

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) \cdot \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt[3]{(x+2)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) \cdot \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow -2} (x+2)^2}$$

$$= (-2-2) \cdot \sqrt[3]{(-2+2)^2}$$

$$= (-4) \times (0) = 0$$



صفوة معلم الكويت

2-

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{0}{0}$$

الحل  
عند التعويض عن  $x$  بـ  $-2$  نحصل على  $\frac{0}{0}$  مما يدل على أن المقام والمبداً هما صفر عند  $x = -2$ ، لذلك نحتاج إلى تبسيط الكسر.

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{x+1}{x-2} \quad : x \neq -2$$

بإزالة المقام:

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x-2} \quad \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) = -2 - 2 = -4 \neq 0$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -2} (x+1)}{\lim_{x \rightarrow -2} (x-2)} = \frac{-2+1}{-4} = \frac{1}{4}$$

### الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - |x| + 2) = 3$$

(a)

(b)

4-

إذا كان:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^2 + nx + 4}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = -2$  فإن قيم  $m$  ,  $n$  هي:

(a)

$$m = 0, n = -2$$

(b)

$$m = 0, n = 2$$

(c)

$$m = 1, n = -1$$

(d)

$$m = 1, n = 1$$

## النموذج الرابع

1-

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x+2|-7}{x^2-25} = \frac{0}{0}$$

الحل  
عند التعويض عن  $x$  بـ 5 نحصلنا على صيغة غير معنوية  
لعادة تعريف المطلق

$$|x+2|$$

$$f(x) = \frac{|x+2|-7}{x^2-25} = \frac{x+2-7}{x^2-25}$$

$$= \frac{x-5}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{x+5} \quad ; x \neq 5$$

$$\therefore |x+2| = x+2$$

نهاية للمعالم:

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x+5}$$

$$= \frac{1}{10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x+5) = 5+5 = 10 \neq 0$$



2-

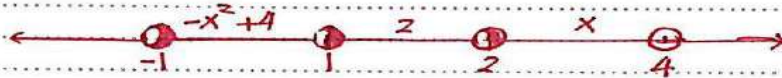
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4, & -1 \leq x < 1 \\ 2 & 1 \leq x < 2 \\ x & 2 \leq x < 4 \end{cases}$$

لتكن الدالة  $f$  ، أوجد إن أمكن:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

الحل



(a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 + 4) = -(-1)^2 + 4 = 3$  يسار  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2) = 2$  يمين

$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  غير موجود

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2) = 2$  يسار  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x) = 2$  يمين

$\therefore \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$

الموضوعي

3-

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x} = -2$

(a)

(b)

4-

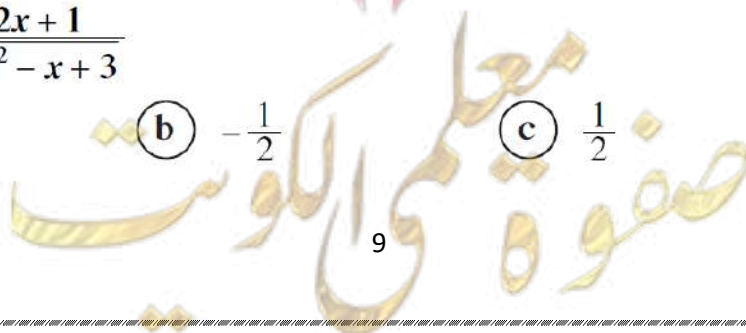
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + 1}{\sqrt{4x^2 - x + 3}}$

(a) -1

(b)  $-\frac{1}{2}$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) 1



## النموذج الخامس

1-

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1}}{\sqrt[3]{x + 1}} = \frac{0}{0}$$

الحل

عند التعويض من عن  $x = 0$  نحصلنا على صيغة غير معينة

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1}}{\sqrt[3]{x + 1}} = \sqrt[3]{\frac{x^3 + 1}{x + 1}} = \sqrt[3]{\frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{(x + 1)}} \\ &= \sqrt[3]{x^2 - x + 1} \quad ; x \neq -1 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{x^2 - x + 1}$$

$$= \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 1)}$$

$$= \sqrt[3]{(-1)^2 - (-1) + 1} = \sqrt[3]{3}$$



2-

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} &= \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} \times \frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1} \\ &= \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} \\ &= \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}, \quad x \neq 2 \end{aligned}$$



$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3) = 1, \quad 1 > 0$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3} + 1) &= \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-3} + \lim_{x \rightarrow 2} 1 \\ &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)} + 1 = 1 + 1 = 2, \quad 2 \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} 2}{\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

## الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|-3}{x+3} = -1$$



4-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x+3}{\sqrt{9x^2-2x+4}} =$$



## النموذج السادس

1-

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^5 + 32}{x + 2}$$

$$\frac{x^5 + 32}{x + 2}$$

عند التعويض عن  $x$  بـ  $-2$  في كل البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

$$x^5 + 32 = x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 32$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32 \\ & & -2 & 4 & -8 & 16 & -32 \\ \hline & 1 & -2 & 4 & -8 & 16 & 0 \end{array}$$

أقسم البسط على المقام وأوجد الناتج باستخدام القسمة التركيبية

الناتج:  $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16$  والباقي صفر

$$\frac{x^5 + 32}{x + 2} = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16, \quad x \neq -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^5 + 32}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

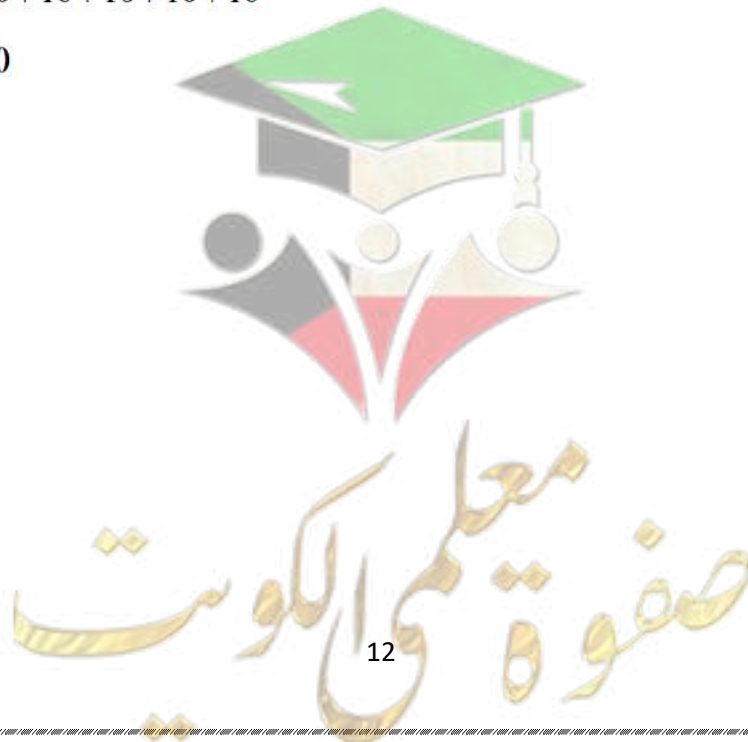
$$= (-2)^4 - 2(-2)^3 + 4(-2)^2 - 8(-2) + 16$$

عوض عن  $x$  بـ  $-2$

$$= 16 + 16 + 16 + 16 + 16$$

$$= 80$$

بسط



2-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

اصل:

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \frac{\sqrt{x^2(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad [1]$$

$$= \frac{|x| \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad , \text{ عندما } x < 0 \text{ يكون } |x| = -x \quad [0.5]$$

$$= \frac{-x \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} = -\frac{\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} \quad , x \neq 0 \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 3 - 0 + 0 = 3 \quad , 3 > 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} = \sqrt{3} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 3 - 0 = 3 \quad , \quad 3 \neq 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}}$$

$$= \frac{-\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x}\right)} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \quad [1.5]$$

## الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x}{2x^2 - 5x - 3} = -\infty$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{|x| + 1} =$$

(a) 0

(b) 1

(c)  $\infty$

(d)  $\frac{1}{2}$

## النموذج السابع

1-

أوجد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

بفرض أن

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$$= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \quad \text{بشرط } x \neq 0$$

$$= \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2}$$

$$= 1 + 0 - 0 = 1, \quad 1 > 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1, \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

2-

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x^2}{\sin^2 x} \right) \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 &= \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\
 &= (1)^2 \times (1 + 1) \\
 &= 1 \times 2 = 2
 \end{aligned}$$

### الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2}$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2}{x} + 1 \right) \left( \frac{5x^2 - 1}{x^2} \right) =$$

(a) 0

(b) 5

(c) 1

(d)  $-\infty$

## النموذج الثامن

1-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{0}{0} \quad \text{أوجد :-}$$

الحل

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} \times \frac{1 + \cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{\sin 2x (1 + \cos 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{\sin 2x (1 + \cos 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$$

بإضافة المقام

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos 2x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos 2x$$

$$= 1 + 1 = 2 \neq 0$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos 2x)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (2 \sin x \cos x)}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos 2x)}$$

$$= \frac{2 \cdot 0 \cdot 1}{2} = 0$$



2-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1$$

اذا كان  
فاوجد قيمة كل من الثابتين a ، b

الحل

$$\therefore -1 \neq 0$$

درجة البسط = درجة المقام

$$ax^2 = 0 \rightarrow a = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{bx-3} = -1$$

$$\frac{1}{b} = -1 \rightarrow b = -1$$

### الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} =$$

(a)  $-\frac{1}{2}$

(b)  $\frac{1}{2}$

(c)  $\frac{1}{4}$

(d)  $-\frac{1}{4}$

## النموذج التاسع

1-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x \cos x} = \frac{0}{0} \quad \text{أوجد:}$$

الحل

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{3x} \cdot \frac{1}{\cos x} \right) \quad \text{بقاعدة المصنف:$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \quad \left\| \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1 \neq 0 \end{array} \right.$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} \cdot \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$



2-

$$\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x}$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \quad , \quad x \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} \right) = \frac{2}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x \cos 4x}{5x} \right) = \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x = \frac{3}{5} (1) = \frac{3}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} \right) + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$$

### الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin 2x}{2 \cos 2x} = \frac{1}{2}$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x+2}} =$$

(a) 12

(b) -12

(c) 4

(d) -4