



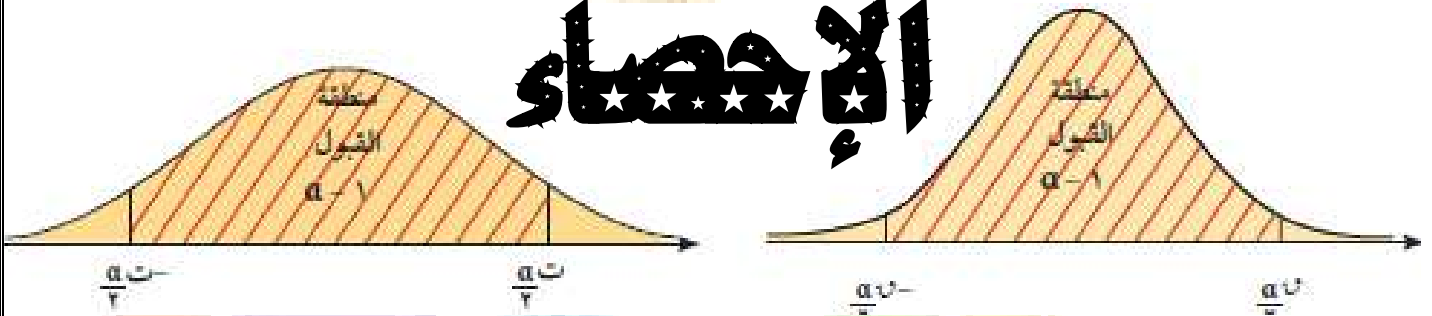
الصف الثاني عشر أدبي



دفتر الطالب

لأمثلة الكتاب وحاول أن نحل

الإحصاء



مدرسة أحمد البشر الرومي الثانوية بنين

الفصل الدراسي الأول

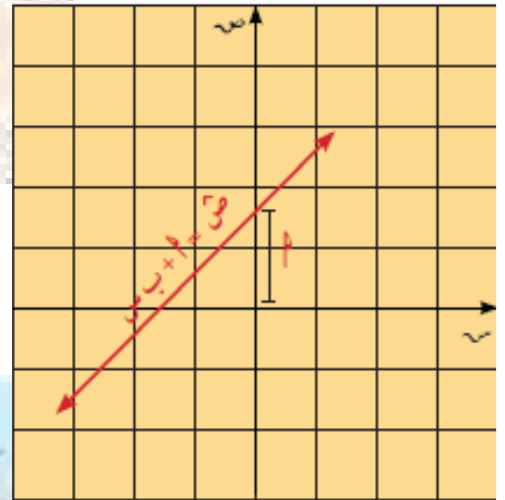


العام الدراسي

٢٠٢٣ \ ٢٠٢٤ هـ

إعداد رئيس القسم:

أ. محمود حامد العلو



الموجه الفني: أ. حسن علي أكبر

مدير المدرسة: أ. صلاح عباس الناصر

أسم الطالب: الصف: ١٢ / /

صفحة من الكونت

الكتاب الاول

"مادة الإحصاء"

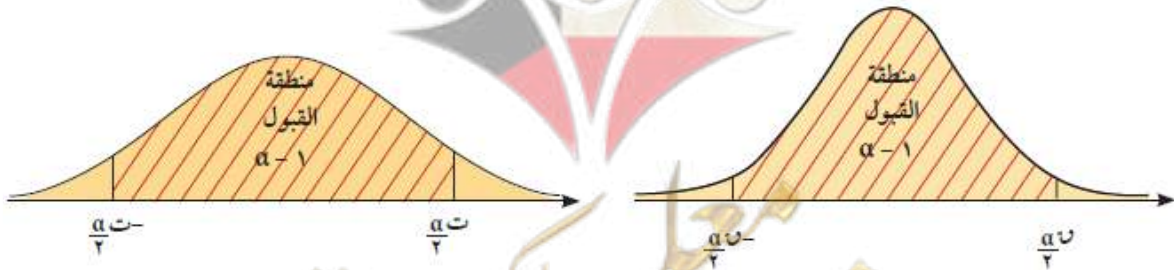
الوحدة الاولى

التقدير واختبارات الفروض

Estimation and Hypotheses Testing

فترة الثقة (س - هـ ، س + هـ)	هامش الخطأ (هـ)	حجم العينة (ن)	الانحراف المعياري (σ)
$(\bar{س} - \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2}, \bar{س} + \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2})$	$\frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2} = هـ$	$ن < 30$ أو $ن \geq 30$	معلوم
$(\bar{ع} - \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2}, \bar{ع} + \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2})$	$\frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2} = هـ$	$ن < 30$	غير معلوم
$(\bar{س} - \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2}, \bar{س} + \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2})$	$\frac{\sigma}{\sqrt{ن}} \times \frac{\alpha}{2} = هـ$	$ن \geq 30$	(نستبدل σ بـ ع)

حجم العينة (ن)	المقياس الإحصائي (ن أو ت)	الانحراف المعياري (σ)
لا يشترط حجم معين للعينة	$\frac{\mu - \bar{س}}{\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}} = ن$	معلوم
$ن < 30$	$\frac{\mu - \bar{ع}}{\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}} = ن$	غير معلوم
$ن \geq 30$	$\frac{\mu - \bar{س}}{\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}} = ت$	(نستبدل σ بـ ع)



رئيس القسم: محمود حامد العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



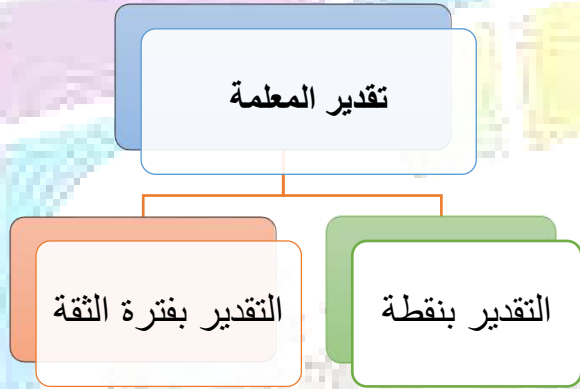
أوراق متابعة الوحدة الأولى (التقدير واختبارات الفروض)

التقدير

المعلمة: هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالمتوسط الحسابي (μ) أو الانحراف المعياري (σ).

الإحصاء: هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي (\bar{s}) أو الانحراف المعياري (e).

تقدير المعلمة: هو إحصاء تعتمد على قيم العينة وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه.



@@@@@@@@@@@@@@@@

التقدير بنقطة

التقدير بنقطة: هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة مجهولة من معالم المجتمع.

$$\text{أي: } \mu = \bar{s}$$

$$\sigma = e$$

صفوة معلم الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		

التقدير بفترة الثقة

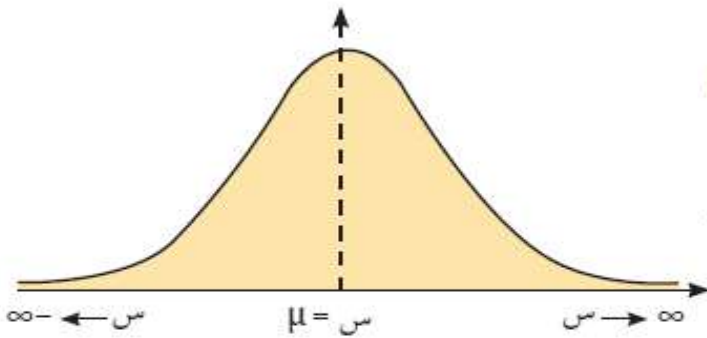
فترة الثقة:

هي فترة طرفاها متغيران عشوائيان (أي أنها فترة عشوائية) تستخدم لتقدير إحدى معالم المجتمع. يرمز لمستوى الثقة $100(\alpha - 1)\%$ حيث $(\alpha - 1)$ هو معامل مستوى الثقة، و (α) هي نسبة الخطأ في التقدير.

Curve of Normal Distribution

منحنى التوزيع الطبيعي

تعرفنا فيما سبق على بيان منحنى التوزيع الطبيعي، وعلمنا من خواص التوزيع الطبيعي ما يلي:



- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكون بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره (س = μ).
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى $+\infty$ وإلى $-\infty$ (لا يقطع المحور الأفقي).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).

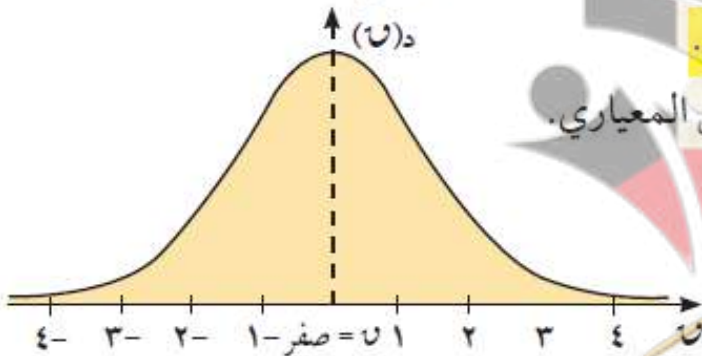
المستقيم الرأسي $\mu = s$ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى منطقتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصف وحدة مساحة كما في الشكل.



منحنى التوزيع الطبيعي المعياري

Curve of Standard Normal Distribution

إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي $\mu = 0$ والانحراف المعياري $\sigma = 1$



يسمى التوزيع الطبيعي بالتوزيع الطبيعي المعياري.

الشكل المرسوم يمثل بيان منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.

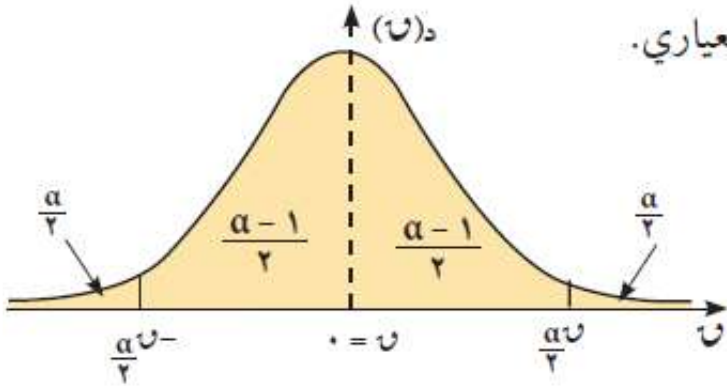
المستقيم $0 = \mu$ هو محور التماثل للمنحنى.

تأخذ u قيم موجبة وتزداد جهة اليمين بينما

تأخذ u قيمًا سالبة وتنقص جهة اليسار.

صفوة علمي الكويت

القيمة الحرجة

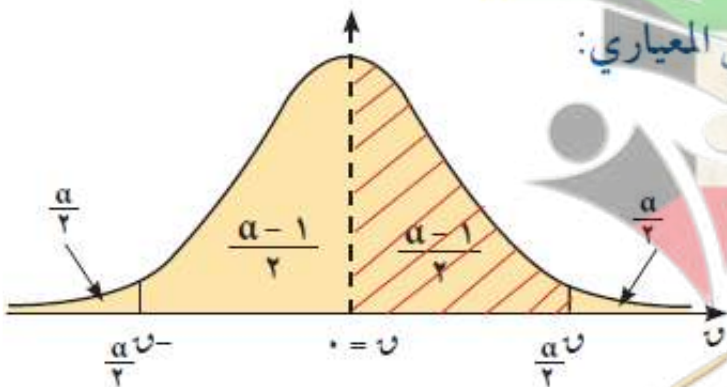


الشكل المرسوم يبين منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.

- نعلم أن المساحة تحت المنحنى الطبيعي تساوي الواحد (وحدة المساحة) ولتمثيل $(\alpha-1)$ من المساحة الكلية تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري نحصر هذه المساحة بين حدين رأسيين متساويي البعد عن المحور الرأسي كما هو موضح في الشكل.

نلاحظ أن المحور الرأسي يقسم المساحة $(\alpha-1)$ إلى نصفين كل منهما يساوي $\frac{\alpha-1}{2}$. تكون المساحة المتبقية من المساحة الكلية هي α موزعة على طرفي المنحنى بالتساوي كل منها يساوي $\frac{\alpha}{2}$.

- نعتبر عن الحدين الرأسين بالرمز $\frac{\alpha}{2} u = \frac{\alpha-1}{2} u$ وبالرمز $-\frac{\alpha}{2} u = -\frac{\alpha-1}{2} u$ ، حيث $\frac{\alpha}{2} u$ يفصل مساحة $\frac{\alpha}{2}$ من ذيل الطرف الأيمن ومساحة $\frac{\alpha-1}{2}$ من المستقيم $u = 0$ ، بينما $-\frac{\alpha}{2} u$ يفصل مساحة $\frac{\alpha}{2}$ من ذيل الطرف الأيسر ومساحة $\frac{\alpha-1}{2}$ من المستقيم $u = 0$.
- تسمى القيمة الموجبة $\frac{\alpha}{2} u$ بالقيمة الحرجة (Critical Value).



إيجاد القيمة الحرجة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

لإيجاد قيمة $\frac{\alpha}{2} u$ المناظرة للمساحة تحت

المنحنى نحسب المساحة $\frac{\alpha-1}{2}$ التي تقع على يسار $\frac{\alpha}{2} u$ ويمين الصفر أي في الفترة $[\frac{\alpha}{2} u, 0]$ ثم نكشف عنها في الجدول المرفق في نهاية الوحدة حيث العمود الأول قيم u ابتداءً من

٠، وحتى ١٠، ٣ وأكثر. والصف الأول يمثل الأجزاء من المئة لقيم u ، ومنه يمكن تحديد قيمة $\frac{\alpha}{2} u$.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		



مثال (2)
صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة و $\frac{\alpha}{2}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥% ، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

حاول أن تحل (2)
صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة و $\frac{\alpha}{2}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٧% ، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

صفوة معلمي الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		



مثال (3)
صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة و $\frac{\alpha}{2}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٠٪ ، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

حاول أن تحل (3)
صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة و $\frac{\alpha}{2}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٩٪ ، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

صفوة معلمي الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		

هامش الخطأ

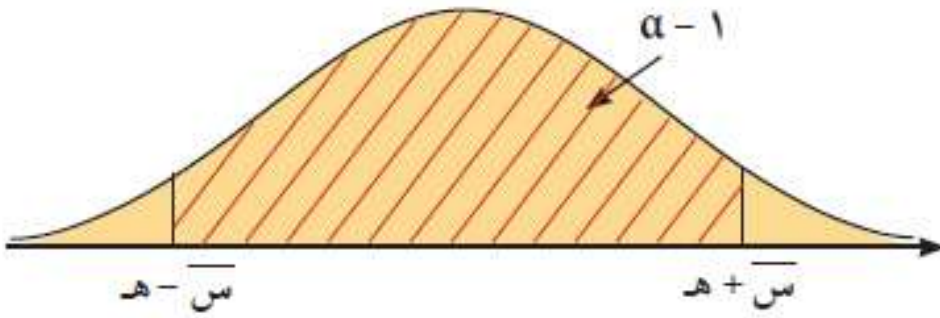
التقدير بفترة الثقة

$$h = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times z_{\frac{\alpha}{2}}$$

التقدير بنقطة

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

وعليه تكون فترة الثقة هي $(\bar{s} - h, \bar{s} + h)$



صفوة معلم الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		

التقدير بفترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ

أولاً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 معلوم

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 معلومة حيث $n < 30$ أو $n \geq 30$

١ نوجد القيمة الحرجة $U_{\alpha/2}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦.

٢ نوجد هامش الخطأ $h = U_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

٣ نوجد فترة الثقة $(\bar{s} - h, \bar{s} + h)$.

تفسير فترة الثقة:

فمثلاً عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن) وفي كل مرة نحسب \bar{s} وفترة الثقة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي μ الحقيقية و ٥ فترات لا تحويها.

صفوة معلم الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ /
الموضوع		



مثال (4)
صفحة 19

أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم العينة $n = 40$ ، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12,5$ والمتوسط الحسابي $\bar{x} = 76,3$. باستخدام مستوى ثقة 95% .

(١) اوجد هامش الخطأ.

(٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

(٣) فسر فترة الثقة.

صفوة معلمة الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



حاول أن تحل (4) :
صفحة 19

إذا أجريت الدراسة على عينة أخرى من الإناث حجمها $n = 100$ ، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 3,6$ والمتوسط الحسابي $\bar{x} = 18,4$ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪.

(١) اوجد هامش الخطأ.

(٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

(٣) فسر فترة الثقة.

صفوة معلمة الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ /
الموضوع		



مثال (5)
صفحة 20

أجريت دراسة لعينة من ١٨ طالبا حول متوسط عدد ساعات استخدام الألواح الذكية (TABLETS) أسبوعيا .

فإذا كان الانحراف المعياري $\sigma = 1,8$ والمتوسط الحسابي $\bar{S} = 10$. باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

(١) اوجد هامش الخطأ.

(٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

(٣) فسر فترة الثقة.

صفحة 11 من 76
معلمة الكويت
الصفحة 11 من 76



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



حاول أن تحل (5) :
صفحة 20

أجريت دراسة لعينة من ٢٤ طالبا حول متوسط عدد ساعات مشاهدة التلفزيون أسبوعيا ، فإذا كان الانحراف المعياري $\sigma = ٢,٥$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = ٢١$ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

(١) اوجد هامش الخطأ.

(٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

(٣) فسر فترة الثقة.

صفوة معلمة الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ /
الموضوع		

ثانياً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 غير معلوم وحجم العينة $n < 30$

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 غير معلومة حيث $n < 30$

١ نوجد القيمة الحرجة $t_{\alpha/2}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦

٢ نوجد هامش الخطأ $هـ = t_{\alpha/2} \times \frac{ع}{\sqrt{n}}$

٣ نوجد فترة الثقة $(\bar{س} - هـ, \bar{س} + هـ)$.

صفوة معلم الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



مثال (6)
صفحة 21

عينة عشوائية حجمها ٣٦ ، فاذا كان المتوسط الحسابي للعينة ٦٠ وتباينها ١٦ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

(١) اوجد هامش الخطأ.

(٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

(٣) فسر فترة الثقة.

صفحة 14 من 76
معلمي الكويت
إعداد الأستاذ: حمود جاسم العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



حاول أن تحل (6) :
صفحة 22

أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{S} = 50$ وانحرافها المعياري $\sigma = 9$ باستخدام مستوى ثقة 95% .

(١) اوجد هامش الخطأ.

(٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

(٣) فسر فترة الثقة.

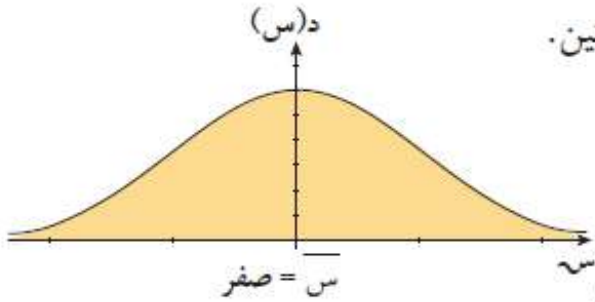
صفوة معلمة الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		

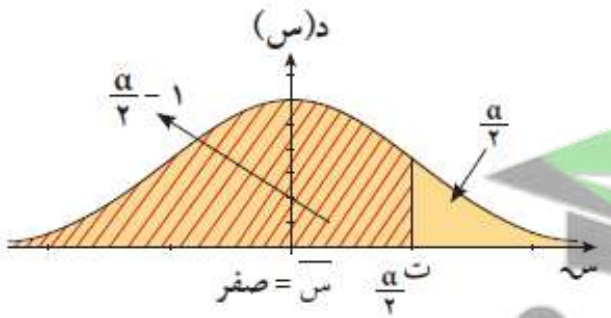
ثالثاً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 غير معلوم وجب العينة $n \geq 30$

خواص التوزيع ت

- ١ توزيع متمائل حول متوسطه الحسابي والذي يساوي صفراً، ويمتد إلى ∞ من جهة اليمين وإلى $-\infty$ من جهة اليسار ويزداد قرباً من الصفر في الجهتين.
- ٢ انحرافه المعياري أكبر من الواحد.
- ٣ يعتمد هذا التوزيع على درجات الحرية والتي تساوي (حجم العينة - ١) أي (ن - ١).
- ٤ التوزيع ت يشبه التوزيع الطبيعي إلا أن قمته أكثر انخفاضاً من التوزيع الطبيعي.
- ٥ كلما زادت درجات الحرية اقترب هذا التوزيع من التوزيع الطبيعي ويقترب انحرافه المعياري إلى الواحد الصحيح.



- إيجاد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت.
- لإيجاد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت حيث يبين العمود الأول قيم درجات الحرية (ن - ١) وتبدأ من ١ إلى ٣٠ وأكثر والصف الأول يمثل قيم $\frac{\alpha}{\gamma}$ ومنه يمكن تحديد $t_{\frac{\alpha}{\gamma}} = t_{\frac{\alpha}{\gamma} - 1}$.





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ /
الموضوع		



مثال (7)
صفحة 23

أخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها $n = 23$ من مجتمع طبيعي.

أوجد القيمة الحرجة $t_{\alpha/2}$ المناظرة لمستوي ثقة 95% باستخدام جدول التوزيع t .

حاول أن تحل (7)
صفحة 23

أخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها $n = 20$ من مجتمع طبيعي.

أوجد القيمة الحرجة $t_{\alpha/2}$ المناظرة لمستوي ثقة 95% باستخدام جدول التوزيع t .

صفوة معلمة الكويت

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 غير معلومة، $n \geq 30$

١ نوجد درجات الحرية $(n - 1)$.

٢ نوجد القيمة الحرجة t_{α} المناظرة لدرجة ثقة ٩٥٪ من جدول توزيع ت.

٣ نوجد هامش الخطأ $هـ = t_{\alpha} \times \frac{ع}{\sqrt{n}}$

٤ نوجد فترة الثقة $(\bar{س} - هـ, \bar{س} + هـ)$.

صفوة معلمى الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



مثال (8)
صفحة 25

أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (ع) يساوي 10 ومتوسطها الحسابي \bar{x} يساوي 15 . استخدم مستوى الثقة 95% . لإيجاد:

(1) اوجد هامش الخطأ.

(2) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

صفوة معلمة الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		



حاول أن تحل (8) :
صفحة 25

أوجد فترة ثقة ٩٥٪ للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ . علما ان العينة اخذت من مجتمع طبيعي ،
إذا كان لدينا: $\bar{s} = ٨,٤$ ، $ع = ٢,٣$ ، $ن = ١٣$.

صفوة معلمة الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



مثال (9)
صفحة 26

أخذت عينة عشوائية حجمها $n = 60$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (ع) يساوي ١٨ ، ومتوسطها الحسابي \bar{x} يساوي ٣٦ . استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ . لإيجاد:

(١) أوجد هامش الخطأ.

(٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .

معلمة الكويت
صفحة 21 من 76



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



حاول أن تحل (9) :
صفحة 26

- أخذت عينة عشوائية من ٢٠ نبتة لدراسة نموها . فإذا كان متوسط النمو = ٣٦ سم ، خلال عام والانحراف المعياري للعينة ٤,٦ سم ، استخدم مستوى ثقة ٩٥% لإيجاد:
- (١) اوجد هامش الخطأ.
- (٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

صفحة 22 من 76

معلمي الكويت

إعداد الأستاذة: حمود عامر العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



اخبارات الفروض الاحصائية

تعريف الفرض الإحصائي:

هو ادعاء معين مبني على حيثيات معقولة حول معلمة من معالم المجتمع مثل المتوسط الحسابي μ أو الانحراف المعياري σ .

تعريف المقياس الإحصائي:

هو قيمة وحيدة محسوبة من العينة تحت شروط معينة.

تعريف اختبارات الفروض الاحصائية (اختبار المغوية):

هي طريقة معيارية لاختبار ادعاء ما حول معلمة من معالم المجتمع.

فرض العدم والفرض البديل

فرض العدم (ف٠): يفيد بأن قيمة معلمة المجتمع (مثال المتوسط الحسابي μ) تساوي قيمة مزعومة نختبر فرض العدم مباشرة أي نفترض بأنه صحيح وتتوصل إلى خلاصة برفض أو عدم رفض (ف٠).

الفرض البديل (ف١): يفيد بأن للمعلمة قيمة تختلف نوعاً ما عن فرض العدم (ف٠).

يضم الشكل الرمزي للفرض البديل أحد هذه الرموز: $>$ أو $<$ أو \neq .

وستقتصر دراستنا على الحالة \neq . فمثلاً: ف٠: $\mu = 98,6$, ف١: $\mu \neq 98,6$.

صفوة معلمة الكويت

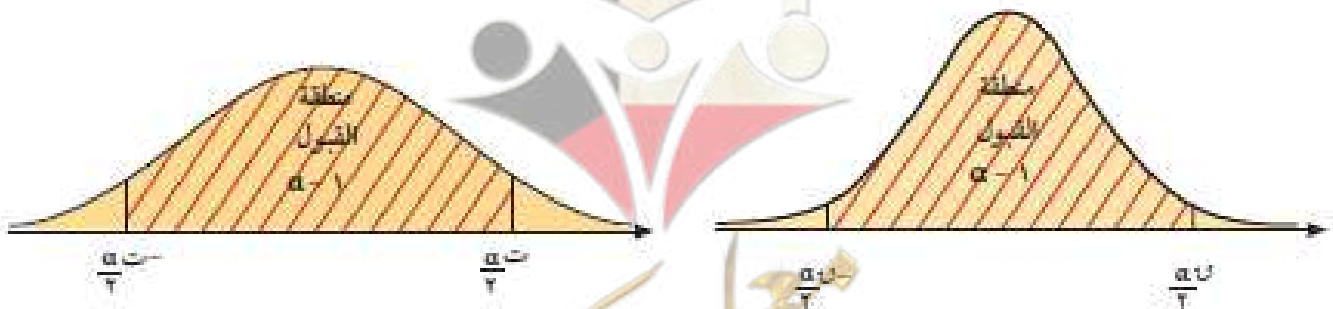
الخطوات المتبعة لإجراء اختبار الفروض الإحصائية:

- 1 صياغة الفروض الإحصائية (فرض العدم F_0 والفرض البديل F_1).
- 2 التحقق من الانحراف المعياري للمجتمع σ (معلوم أم غير معلوم) وتحديد حجم العينة (n) ومن ثم إيجاد المقياس الإحصائي للاختبار (U أو T)، (مسترشداً بالجدول التالي):

حجم العينة (n)	المقياس الإحصائي (U أو T)	الانحراف المعياري (σ)
لا يشترط حجم معين للعينة	$U = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	معلوم
$n < 30$	$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$	غير معلوم
$n \geq 30$	$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$	(استبدل σ بـ s)

- 3 تحديد مستوى المعنوية α وحساب القيمة الجدولية U_{α} من جدول التوزيع الطبيعي المعياري أو القيمة الجدولية T_{α} من جدول T ذي درجات حرية \uparrow .
- 4 تحديد منطقة القبول: $(-\infty, U_{\alpha})$ أو $(-T_{\alpha}, \infty)$ كما هو موضح بالشكل.
- 5 اتخاذ القرار الإحصائي (قبول فرض العدم) أو (رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل).

ملاحظة: سنختصر دراستنا على مستوى ثقة ٩٥٪.



صفوة معلمة الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢٢
الموضوع		



مثال (1)
صفحة 29

تزعم شركة أن متوسط رواتب موظفيها يساوي ٤٠٠٠ دينار كويتي. إذا أخذت عينة من ٢٥ موظفاً، ووجد أن متوسط رواتب العينة هو ٣٩٥٠ ديناراً كويتياً فإذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = ١٢٥$ ديناراً. وضح كيفية إجراء الاختبار الاحصائي بمستوى ثقة ٩٥٪.

صفوة معلم الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



حاول أن تحل (1)
صفحة 29

يزعم صانع إطارات أن متوسط عمر الإطارات التي يصنعها $\mu = 25000$ كم، إذا أخذت عينة عشوائية من 10 إطارات وأظهرت أن متوسطها الحسابي $\bar{s} = 27000$ كم. إذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 5000$ كم. فوضح كيفية إجراء الاختبار الاحصائي بمستوى ثقة 95%.

صفوة معلمي الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢٢
الموضوع		



مثال (2)
صفحة 30

بينت الدراسة أن قوة تحمل أسلاك معدنية لها متوسط حسابي $\mu = 1800$ كجم مع انحراف معياري $\sigma = 150$ كجم. ويؤكد الأخصائيون في المصنع المنتج لهذه الأسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل هذه الأسلاك، وتأكيداً على ذلك تم اختبار عينة من ٤٠ سلكاً ، فتبين أن متوسط تحمل هذه الأسلاك يساوي ١٨٤٠ كجم. هل يمكن قبول مثل هذا الفرض بمستوى معنوية $\alpha = 0,05$ ؟

صفوة معلمة الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



حاول أن تحل (2) :
صفحة 30

متوسط العمر لعينة من ١٥٠ مصباحاً كهربائياً مصنعة في أحد المصانع هو $\bar{s} = ١٥٨٠$ ساعة ، بانحراف معياري $\sigma = ١٢٥$ ساعة ، يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر $\mu = ١٦٢٠$ ساعة.
اختبر الفرض $\mu = ١٦٢٠$ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq ١٦٢٠$ ساعة. باختيار بمستوى معنوية $\alpha = ٠,٠٥$ ؟

صفوة معلمي الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



مثال (3)
صفحة 31

إذا كانت $n = 80$ ، $\bar{s} = 37,2$ ، $\bar{c} = 1,79$.
اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0,05$

صفوة معلمي الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		/ ١٢
الموضوع		



حاول أن تحل (3) :
صفحة 31

متوسط العمر لعينة من ١٠٠ مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع هو $\bar{s} = ١٥٧٠$ ساعة ، بانحراف معياري $\sigma = ١٢٠$ ساعة ، يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر $\mu = ١٦٠٠$ ساعة للمصابيح المصنعة في المصنع. اختبر صحة الفرض $\mu = ١٦٠٠$ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq ١٦٠٠$ ساعة. وباختيار بمستوى معنوية $\alpha = ٠,٠٥$ ؟

معلمي الكويت
صفحة 31



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ /
الموضوع		



مثال (4)
صفحة 32

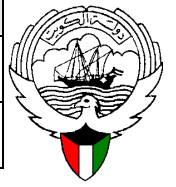
يعتقد مدير شركة دراسات احصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي ٢٩٠ ديناراً كويتياً. فإذا أخذت عينة عشوائية من ١٠ منازل تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{S} = ٢٨٣$ ديناراً ، وانحرافها المعياري $\sigma = ٣٢$ ديناراً. فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه ؟ استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ (علماً بأن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً).

صفحة 31 من 76

معلمي الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		



حاول أن تحل (4) :
صفحة 32

في المثال (٤) ، إذا أجريت دراسة إحصائية أخرى على المدينة ذاتها وتبين من خلالها أن الحسابي $\bar{S} = 296$ ، $E = 5$.
لعينة من ١٠ منازل مع استخدام درجة الثقة نفسها. فهل يبقى افتراض المدير عند الشركة صحيحاً أم لا؟ وضح اجابتك.

صفحة 32 من 76

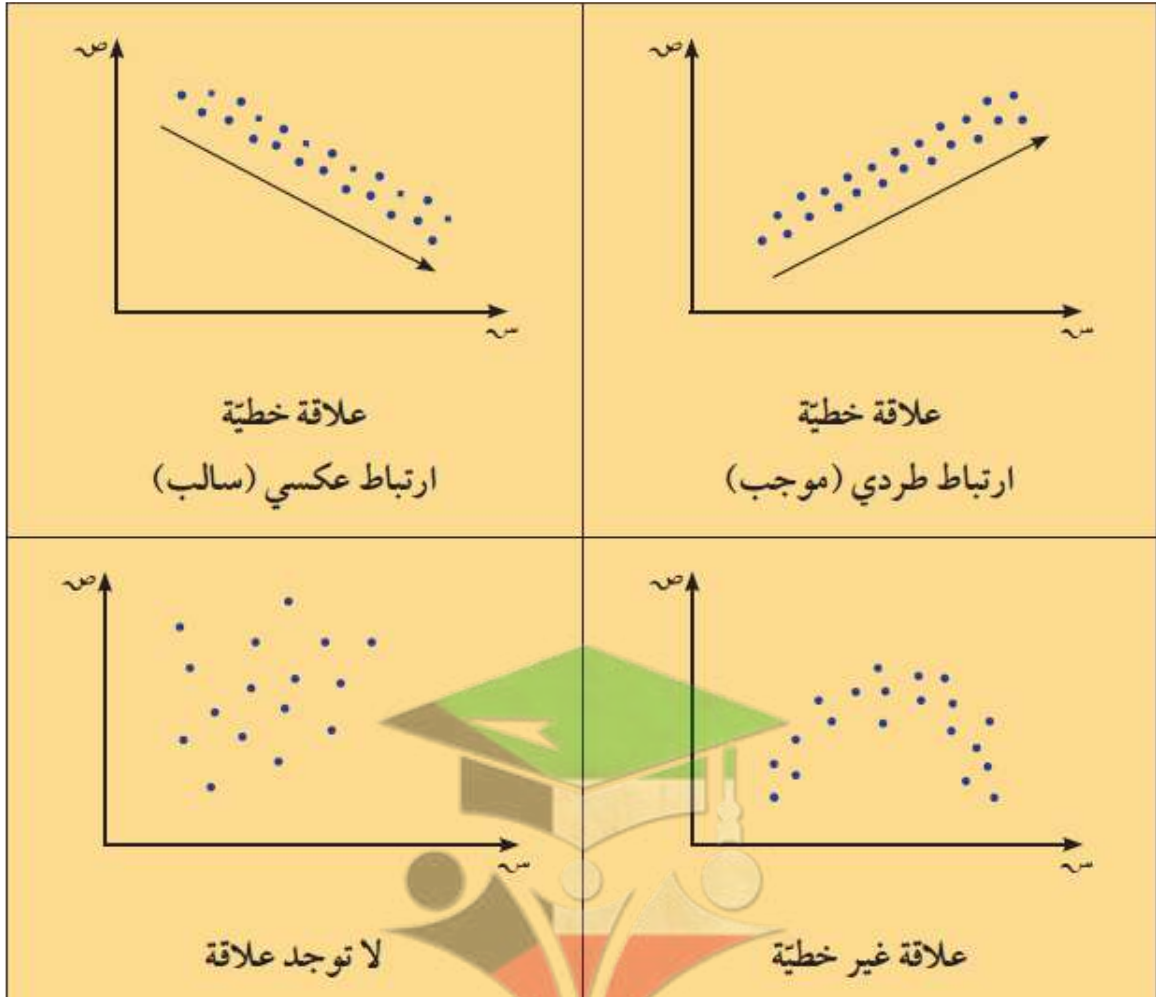
الكتاب الاول

"مادة الاحصاء"

الوحدة الثانية

الارتباط والانحدار

Correlation and Regression



رئيس القسم: محمود حامد العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ /
الموضوع		



أوراق متابعة الوحدة الثانية (الارتباط و الانفجارات)

الارتباط

الارتباط: هو العلاقة بين متغيرين.

المخطط الانتشاري: هو عبارته عن تمثيل بياني لعدد من الأزواج المرتبة (س ، ص) تستخدم لوصف العلاقة بين متغيرين

مثال (1) :
صفحة 41

الجدول التالي يوضح العلاقة بين طول اللاعب (س) ومعدل المتابعات (ص) لسبعة لاعبين في مباراة كرة السلة:

س	١٧٠	١٧٥	١٨٠	١٨٥	١٩٠	١٩٥	٢٠٠
ص	٣	٤	٥	٥	٧	١٠	١١

المطلوب: ارسم المخطط الانتشاري.

حاول أن تحل (1) :
صفحة 41

ارسم المخطط الانتشاري الذي يوضح البيانات التالية:

س	١٠٠	١١٠	١٢٠	١٣٠	١٤٠	١٦٠	١٧٠	١٨٠	١٩٠
ص	٢٢	٢٠	٢٠	١٩	١٨	١٧	١٥	١٦	١٤

اليوم	التاريخ	الحصّة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		

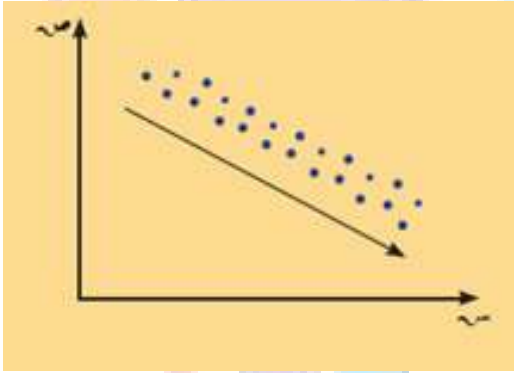
ارتباط طردي (موجب)

هو علاقة بين متغيرين س ، ص بحيث إذا تغير المتغير المستقل س فإن المتغير التابع ص يتبعه في نفس الاتجاه اي انه كلما زادت قيمة س تزداد قيمة ص

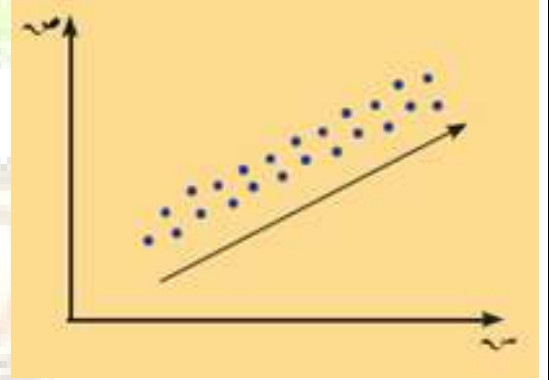
أنواع الارتباط

ارتباط عكسي (سالِب)

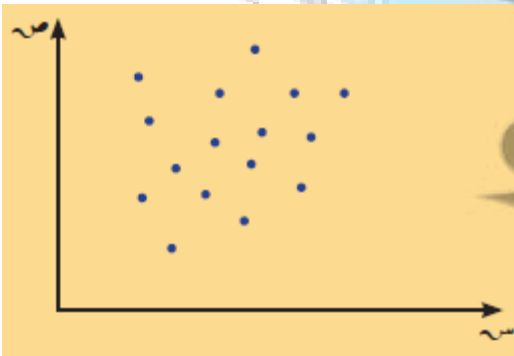
هو علاقة بين متغيرين س ، ص بحيث إذا تغير المتغير المستقل س فإن المتغير التابع ص يتبعه في الاتجاه المعاكس اي انه كلما زادت قيمة س تتناقص تبعاً لها قيمة ص



علاقة خطية
ارتباط عكسي سالِب



علاقة خطية
ارتباط طردي موجب



لا توجد علاقة



علاقة غير خطية

معامل الارتباط الخطي

معامل الارتباط الخطي:

هو عبارة عن مقياس عددي لقوة العلاقة بين متغيرين يمثلان بيانات كمية، حيث $-1 \leq r \leq 1$.

خواص معامل الارتباط (r):



١ $-1 \leq r \leq 1$ أو $r \in [-1, 1]$.

٢ إذا كانت $r = 1$ يكون الارتباط طردي (موجب) تام.

٣ إذا كانت $r = -1$ يكون الارتباط عكسي (سالب) تام.

٤ إذا كانت $r = 0$ ينعدم الارتباط.

٥ إذا كانت $r \in (0, 0.7]$ يكون الارتباط طردي (موجب) قوي.

٦ إذا كانت $r \in (0.5, 0.7]$ يكون الارتباط طردي (موجب) متوسط.

٧ إذا كانت $r \in (0, 0.5]$ يكون الارتباط طردي (موجب) ضعيف.

٨ إذا كانت $r \in (-0.5, 0)$ يكون الارتباط عكسي (سالب) ضعيف.

٩ إذا كانت $r \in (-0.7, -0.5]$ يكون الارتباط عكسي (سالب) متوسط.

١٠ إذا كانت $r \in (-1, -0.7]$ يكون الارتباط عكسي (سالب) قوي.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		



معامل ارتباط بيرسون

$$r = \frac{n(\sum s_1 s_2) - (\sum s_1)(\sum s_2)}{\sqrt{[n(\sum s_1^2) - (\sum s_1)^2][n(\sum s_2^2) - (\sum s_2)^2]}}$$

$$r = \frac{\sum (s_1 - \bar{s}_1)(s_2 - \bar{s}_2)}{\sqrt{[\sum (s_1 - \bar{s}_1)^2][\sum (s_2 - \bar{s}_2)^2]}}$$

صفوة معلمة الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣م		١٢ / ١
الموضوع		



مثال (4):
صفحة 46

من الجدول المقابل:

س	٧	٤	٢	١	١
ص	٢٣	١٥	٨	٥	٤

١- اوجد معامل الارتباط.

٢- حدد نوع وقوة الارتباط.

س	ص	س - س	ص - ص	(س - س)²	(ص - ص)²	(س - س)(ص - ص)
٧	٢٣					
٤	١٥					
٢	٨					
١	٥					
١	٤					
المجموع		-	-			



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		١٢ /
الموضوع		



مثال (5)
صفحة 47

أوجد معامل الارتباط و حدد نوعه وقوته للمتغيرين س ، ص حيث:

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١	١-	٤-	٦-	٥-

س	ص	س - س	ص - ص	(س - س)²	(ص - ص)²	(س - س)(ص - ص)
١	١					
٢	١-					
٣	٤-					
٤	٦-					
٥	٥-					
المجموع		-	-			



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣م		١٢ /
الموضوع		



حاول أن تحل (7) :
صفحة 50

من الجدول التالي احسب معامل الارتباط الخطي وبين نوعه وقوته.

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٥٩	٦٥	٧٠	٧٢	٨٠	٥٢

س	ص	س ص	(س) ^٢	(ص) ^٢
١				
٢				
٣				
٤				
٥				
٦				
				المجموع

صفحة 41 من 76

معلمي الكويت

صفوة

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ /
الموضوع		

الانحدار

الانحدار:

هو وصف العلاقة بين متغيرين.

معادلة خط الانحدار :

هي المعادلة الخطية التي يمكن من خلالها التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين إذا علمت قيمة المتغير الآخر.

في الإحصاء معادلة خط انحدار مستقيم تكتب على الصورة : $\hat{ص} = م + ب س$

حيث (ب) ترمز إلى ميل المستقيم ، |م| ترمز إلى طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

$$ب = \frac{ن [ص س] - [ص س ص]}{ن [ص س] - [ص س ص]^2} ، م = \bar{ص} - ب \bar{س} ، \bar{ص} = \frac{ص س}{ن} ، \bar{س} = \frac{س س}{ن}$$

خطوات إيجاد معادلة خط الانحدار: $\hat{ص} = م + ب س$

١ تعيين قيمة ب

٢ تعيين قيمة م

٣ نكتب معادلة خط الانحدار: $\hat{ص} = م + ب س$

٤ التنبؤ بقيمة ص إذا علمت قيمة س

٥ تحديد مقدار الخطأ في التنبؤ.

مقدار الخطأ = |القيمة الجدولية - القيمة التي تحقق معادلة الانحدار|

$$= |ص س - \hat{ص س}|$$

صفحة من الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ / ١
الموضوع		



حاول أن تحل (1) :
صفحة 58

في الجدول التالي: المتغير س هو تكلفة إنتاج فيلم سينمائي (بملايين الدولارات) والمتغير ص هو مردود هذا الفيلم.

التكلفة (س)	٦٢	٩٠	٥٠	٣٥	٢٠٠	١٠٠	٩٥
المردود (ص)	٦٥	٦٤	٤٨	٥٧	٦٠١	١٤٦	٤٧

أ) أوجد معادلة خط الانحدار.

ب) قدر مردود فيلم بلغت تكلفته ٥٥ مليون دولار.

ج) أوجد مقدار الخطأ لفيلم بلغت تكلفته ٩٠ مليون دولار.

الحل:

س	ص	س ص	س ^٢
٦٢	٦٥		
٩٠	٦٤		
٥٠	٤٨		
٣٥	٥٧		
٢٠٠	٦٠١		
١٠٠	١٤٦		
٩٥	٤٧		
المجموع			



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		٥١٢ /
الموضوع		



صفوة معلم الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ / د
الموضوع		



مثال (3)
صفحة 60

باستخدام البيانات التالية لقيم س ، ص.

أوجد:

أ) معادلة خط الانحدار.

ب) قيمة ص عندما س = ١٠.

ج) مقدار الخطأ عندما س = ٥.

الحل:

س	١	٣	٥	٧	٩
ص	٢	٥	٩	١٠	١٤

س	ص	س ص	(س)²
١	٢		
٣	٥		
٥	٩		
٧	١٠		
٩	١٤		
المجموع			



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		٥١٢ /
الموضوع		



صفوة معلم الكويت

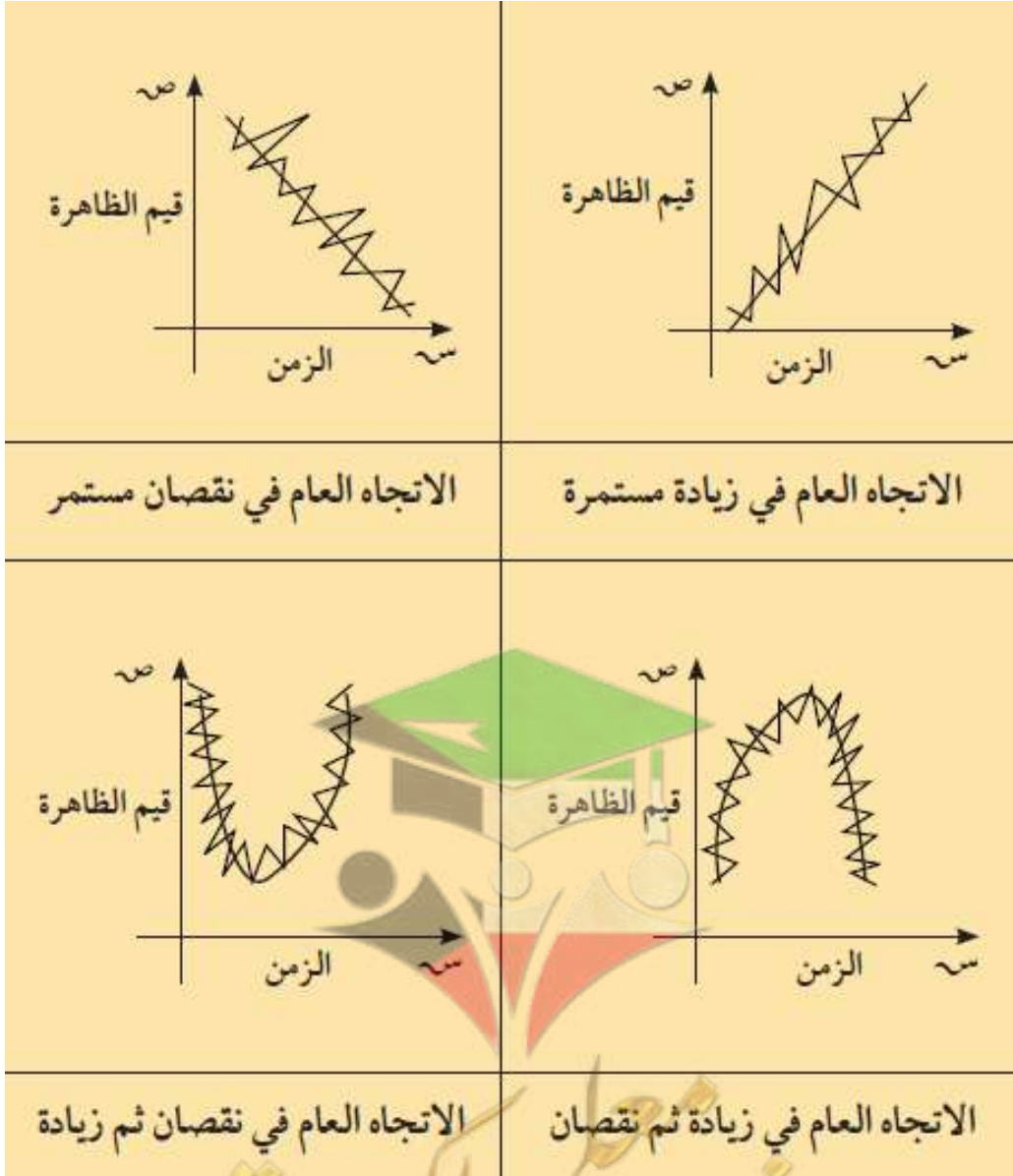
الكتاب الاول

"مادة الاحصاء"

الوحدة الثالثة

السلاسل الزمنية

Time Series



رئيس القسم: محمود حامد العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		



عناصر السلسلة الزمنية

الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

هو الاتجاه الذي تأخذه السلسلة الزمنية لحدث ما خلال فترة طويلة من الزمن

التغيرات الموسمية

هي التغيرات التي تتكرر بانتظام خلال فترة زمنية أقل من سنة قد تكون نصف سنوية - ربع سنوية - شهرية - أسبوعية

التغيرات الدورية

هي التغيرات للسلسلة الزمنية على فترات طويلة المدى أكثر من سنة

التغيرات العرضية

تغيرات في الظواهر نتيجة عوامل مفاجئة (غير متوقعة - أمور يصعب التنبؤ بها)

عناصر السلسلة الزمنية

معلمة الكويت
صفوة

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٣ / /		١٢ /
الموضوع		

تحليل السلاسل الزمنية

الخطوات المتبعة لإيجاد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

١ نفرض قيم الزمن (س) باعتباره الفترة الأولى (سنة الأساس) ونعبر عنه بالعدد صفر، الفترة الثانية بالعدد ١، ثم الفترة الثالثة بالعدد ٢، وهكذا ...

٢ نعين قيم الثوابت μ ، β كما سبق شرحه حيث:

$$\beta = \frac{ن(٣س ص) - (٣س)(٣ص)}{ن(٣س^٢) - (٣س)^٢}$$

$$\mu = \bar{ص} - \beta \bar{س} \quad \text{حيث:} \quad \bar{ص} = \frac{٣ص}{ن}, \quad \bar{س} = \frac{٣س}{ن}$$

٣ معادلة الاتجاه العام تكتب على الشكل التالي: $\hat{ص} = \mu + \beta س$

٤ يمكننا التنبؤ بقيمة $\hat{ص}$ إذا علمت قيمة $س$.

٥ نحسب مقدار الخطأ:

مقدار الخطأ = |القيمة الجدولية - القيمة التي تحقق معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية|
ونعبر عنه بـ: $|صس - \hat{صس}|$.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١٢ / د
الموضوع		



مثال (1)
صفحة 78

يبين الجدول التالي عدد الخبراء الاجانب بالآلاف في دولة ما، من سنة ٢٠٠٧ حتى سنة ٢٠١٤.

السنوات (س)	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤
عدد الخبراء (ص)	٠,٥	٠,٧	٠,٨٣	١,٢	١,٥	١,٨	١,٣	١

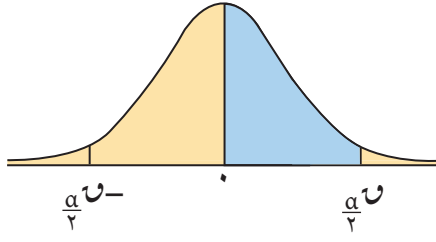
أ) أوجد معادلة الاتجاه العام لعدد الخبراء الأجانب في الفترة المذكورة أعلاه.

ب) قدر كم سيصبح عدد الخبراء سنة ٢٠١٧.

ج) أوجد مقدار الخطأ في عدد الخبراء سنة ٢٠١٢.

الحل:

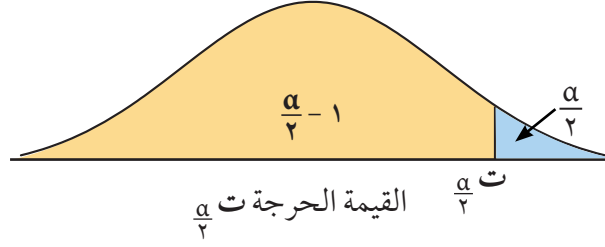
السنوات	س	ص	س ص	(س)²
٢٠٠٧	٠	٠,٥		
٢٠٠٨	١	٠,٧		
٢٠٠٩	٢	٠,٨٣		
٢٠١٠	٣	١,٢		
٢٠١١	٤	١,٥		
٢٠١٢	٥	١,٨		
٢٠١٣	٦	١,٣		
٢٠١٤	٧	١		
المجموع	-			



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (U)

U	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2487	0,2519	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,10 وأكثر	0,4999									

ملاحظة: استخدم 0,4999 عندما تزيد قيمة U عن 3,09



جدول التوزيع ت

جدول التوزيع ت						
$\frac{\alpha}{2}$						درجات الحرية (ن - ١)
٠,٢٥	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥	
١,٠٠٠	٣,٠٧٨	٦,٣١٤	١٢,٧٠٦	٣١,٨٢١	٦٣,٦٥٧	١
٠,٨١٦	١,٨٨٦	٢,٩٢٠	٤,٣٠٣	٦,٩٦٥	٩,٩٢٥	٢
٠,٧٦٥	١,٦٣٨	٢,٣٥٣	٣,١٨٢	٤,٥٤١	٥,٨٤١	٣
٠,٧٤١	١,٥٣٣	٢,١٣٢	٢,٧٧٦	٣,٧٤٧	٤,٦٠٤	٤
٠,٧٢٧	١,٤٧٦	٢,٠١٥	٢,٥٧١	٣,٣٦٥	٤,٠٣٢	٥
٠,٧١٨	١,٤٤٠	١,٩٤٣	٢,٤٤٧	٣,١٤٣	٣,٧٠٧	٦
٠,٧١١	١,٤١٥	١,٨٩٥	٢,٣٦٥	٢,٩٩٨	٣,٥٠٠	٧
٠,٧٠٦	١,٣٩٧	١,٨٦٠	٢,٣٠٦	٢,٨٩٦	٣,٣٥٥	٨
٠,٧٠٣	١,٣٨٣	١,٨٣٣	٢,٢٦٢	٢,٨٢١	٣,٢٥٠	٩
٠,٧٠٠	١,٣٧٢	١,٨١٢	٢,٢٢٨	٢,٧٦٤	٣,١٦٩	١٠
٠,٦٩٧	١,٣٦٣	١,٧٩٦	٢,٢٠١	٢,٧١٨	٣,١٠٦	١١
٠,٦٩٦	١,٣٥٦	١,٧٨٢	٢,١٧٩	٢,٦٨١	٣,٠٥٤	١٢
٠,٦٩٤	١,٣٥٠	١,٧٧١	٢,١٦٠	٢,٦٥٠	٣,٠١٢	١٣
٠,٦٩٢	١,٣٤٥	١,٧٦١	٢,١٤٥	٢,٦٢٥	٢,٩٧٧	١٤
٠,٦٩١	١,٣٤١	١,٧٥٣	٢,١٣٢	٢,٦٠٢	٢,٩٤٧	١٥
٠,٦٩٠	١,٣٣٧	١,٧٤٦	٢,١٢٠	٢,٥٨٤	٢,٩٢١	١٦
٠,٦٨٩	١,٣٣٣	١,٧٤٠	٢,١١٠	٢,٥٦٧	٢,٨٩٨	١٧
٠,٦٨٨	١,٣٣٠	١,٧٣٤	٢,١٠١	٢,٥٥٢	٢,٨٧٨	١٨
٠,٦٨٨	١,٣٢٨	١,٧٢٩	٢,٠٩٣	٢,٥٤٠	٢,٨٦١	١٩
٠,٦٨٧	١,٣٢٥	١,٧٢٥	٢,٠٨٦	٢,٥٢٨	٢,٨٤٥	٢٠
٠,٦٨٦	١,٣٢٣	١,٧٢١	٢,٠٨٠	٢,٥١٨	٢,٨٣١	٢١
٠,٦٨٦	١,٣٢١	١,٧١٧	٢,٠٧٤	٢,٥٠٨	٢,٨١٩	٢٢
٠,٦٨٥	١,٣٢٠	١,٧١٤	٢,٠٦٩	٢,٥٠٠	٢,٨٠٧	٢٣
٠,٦٨٥	١,٣١٨	١,٧١١	٢,٠٦٤	٢,٤٩٢	٢,٧٩٧	٢٤
٠,٦٨٤	١,٣١٦	١,٧٠٨	٢,٠٦٠	٢,٤٨٥	٢,٧٨٧	٢٥
٠,٦٨٤	١,٣١٥	١,٧٠٦	٢,٠٥٦	٢,٤٧٩	٢,٧٧٩	٢٦
٠,٦٨٤	١,٣١٤	١,٧٠٣	٢,٠٥٢	٢,٤٧٣	٢,٧٧١	٢٧
٠,٦٨٣	١,٣١٣	١,٧٠١	٢,٠٤٨	٢,٤٦٧	٢,٧٦٣	٢٨
٠,٦٨٣	١,٣١١	١,٦٩٩	٢,٠٤٥	٢,٤٦٢	٢,٧٥٦	٢٩
٠,٦٧٥	١,٢٨٢	١,٦٤٥	١,٩٦٠	٢,٣٢٧	٢,٥٧٥	٣٠ وأكثر