نموذج إجابة امتحان تجريبي (١)

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣

إعداد التوجيه الفي للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج تجريبي (١) اختبار الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي

للعام الدراسي ٢٠٢٢/٢٠٢٣ م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و خمس وأربعون دقيقه

الأسئلة في ١١ صفحات

١٥

القسم الأول: أسئـــلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

السؤال الاول : (a)أوجد : 8 درجات

$$\int \frac{4x^2-4x+1}{x^3-2x^2+x}dx$$

الحل: $x^3-2x^2+x = x(x^2\_2x+1) = x(x-1)^2$ 1درجه

$$\frac{4x^2-4x+1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x}+\frac{B}{(x-1)}+\frac{C}{(x-1)^2}$$ 1درجه

بالضرب في $x(x-1)^2$

$$4x^2-4x+1 = A(x-1)^2+Bx(x-1)+C\,x$$ 1درجه

$$x=0 \implies 4(0)^2-4(0)+1 = A(0-1)^2 \qquad \therefore A=1$$ 1درجه

$$x=1 \implies 4(1)^2-4(1)+1 = C(1) \implies C=1$$ 1درجه

$$x=2 \implies 4(2)^2-4(2)+1 = 1(2-1)^2+B(2)(1)+1(2) \implies B=3$$ 1درجه

$$\int \frac{4x^2-4x+1}{x^3-2x^2+x}dx = \int \left(\frac{1}{x}+\frac{3}{(x-1)}+\frac{1}{(x-1)^2}\right)dx$$ 1درجه

$$= ln|x| + 3\,ln|x-1| + \frac{-1}{(x-1)} + C$$ 1درجه

....

b) **أوجد معادله القطع المكافي الذي رأسه (0,0) ويمر بالنقطتين** **B**(1,4) ، **A**(-1,4)   7درجات

الحل :

$\because$منحني القطع المكافي يمر بالنقطتين A(-1,4) , B (1,4)   1درجه

معادله القطع المكافي علي الصورة: $x^2 = 4Py$ 1درجه

بالتعويض **B(**1,4)

$\therefore 1^2 = 4P(4) \qquad \therefore 1 = 16 \cdot P$ 2درجه

$\therefore \quad P = \frac{1}{16}$ 1درجه

معادله القطع المكافي : $\therefore x^2 = 4(\frac{1}{16})y$ 1درجه

$\therefore \quad X^2 = \frac{1}{4}y$ 1درجه

١٥

8 درجات

السـؤال الثاني:

(a) اوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين : $y_1 = x + 3 \ , y_2 = x^2 + 1$

الحل : لايجاد نقاط التقاطع نضع $y_1 = y_2$

$\because x + 3 = x^2 + 1 \qquad \therefore \ x^2 - x - 2 = 0$ — 1درجه

$\therefore (x-2)(x+1) = 0 \qquad \therefore \ x = 2, x = -1$ — 1درجه

باخذ قيمه اختياريه $\in$ (-1,2) ولتكن $x = 0$ نجد أن : $y_1 = 3, y_2 = 1$ — نصف درجه

$$y_1 \geq y_2 \geq 0 \ \forall \ x \in [-1, 2]$$

1درجه

$$v = \pi \int_{-1}^{2} (y_1^2 - y_2^2) dx$$

1درجه

$$v = \pi \int_{-1}^{2} ((x+3)^2 - (x^2+1)^2) dx$$

1درجه

$$v = \pi \int_{-1}^{2} (x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1) dx$$

نصف درجه

$$v = \pi \int_{-1}^{2} (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx$$

1درجه

$$v = \pi \left[-\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x \right]_{-1}^{2}$$

نصف درجه

$$\pi[\frac{(-2)^5}{5} - \frac{2^3}{3} + 3(2)^2 + 8(2)) \ - (\frac{(-1)^5}{5} - \frac{(-1)^3}{3} + 3(-1)^2 + 8(2)]$$

نصف درجه

$$v = \frac{117}{5} \pi \ \ units \ cube$$

(b) أوجد : 7درجات

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)^{3}}dx$$

الحل:

$$u=\sqrt{x}+2$$ 1درجه

$$du=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}\cdot dx$$ 1درجه

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)^{3}}dx=5\int \left(\sqrt{x}+2\right)^{-3}\frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$$ 1درجه

$$=5\times 2\int \left(\sqrt{x}+2\right)^{-3}\frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$$ 1درجه

$$=10\int u^{-3}\;du=-5u^{-2}+c$$ 2 درجه

$$=\frac{-5}{\left(\sqrt{x}+2\right)^{2}}+C$$ 1درجه

١٥

8 درجات

السـؤال الثالث:

(a)اذا كانت : $x^2 + 4y^2 = 16$ معادله قطع ناقص فأوجد

(١) رأسي القطع
(٢) البؤرتين
(٣) معادلتي دليلي القطع
(٤) طول كل من المحورين
(٥) الاختلاف المركزي

الحل : $\frac{x^2}{16} + \frac{4y^2}{16} = \frac{16}{16}$

$$\therefore \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$ نصف درجه

$\because$ المحور الاكبر ينطبق علي محور السينات

$\therefore a^2 = 16 \qquad \therefore a = \sqrt{16} = 4$ 1درجه

$b^2 = 4 \qquad \therefore b = \sqrt{4} = 2$ 1درجه

$\because c^2 = a^2 - b^2 = 12 \qquad \therefore c = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 1درجه

$\therefore$البؤرتان $f_2(2\sqrt{3}, 0)$, $f_1(-2\sqrt{3}, 0)$ 1درجه

$\therefore$الرأسان $A_2(4,0)$, $A_1(-4,0)$ 1درجه

معادله الدليلين: $\boldsymbol{x = \pm\frac{a^2}{c}}$ نصف درجه

$$\boldsymbol{x = \frac{-16}{2\sqrt{3}} = \frac{-8}{\sqrt{3}} \;,\; x = \frac{16}{2\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}}}$$ نصف درجه

$\therefore$طول المحور الاكبر 2a =8 1درجه

$\therefore$طول المحور الاصغر 2b =4

$\therefore$الاختلاف المركزي $\boldsymbol{e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ نصف درجه

(b) أوجد : $\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt{1+\tan x}}$

7 درجات

الحل:

$u = 1 + \tan x$ — 1درجه

du $= \sec^2 x\, dx$ — 1درجه

$\int (1+\tan x)^{-\frac{1}{2}} \sec^2 x\, dx$ $\qquad \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$ — 2درجه

$\int u^{\frac{-1}{2}} du = 2u^{\frac{1}{2}} + c$ — 2درجه

$2(1+\tan x)^{\frac{1}{2}} + c$ — نصف درجه

$2\sqrt{1+\tan x} + c$ — نصف درجه

١٥

6 درجات

السـؤال الرابع : (a)

إذا كان ميل العمودي لمنحني الداله f عند اي نقطه عليه (x,y) هو $2x-1$ فاوجد معادله المنحني علما بانه يمر بالنقطه $B(1,0)$

الحل : $\because$ميل العمودي= $\frac{-1}{f'(x)}$ حيث$f'(x) \neq 0$ 1درجه

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{2x-1}$$ 1درجه

$$\therefore f(x) = \int \frac{-1}{2x-1}\, dx$$ 1درجه

$$= \frac{-1}{2} \ln|2x-1| + c$$ 1درجه

بالتعويض بالنقطة (1,0)

$$\therefore 0 = \frac{-1}{2} \ln|2(1)-1| + c$$ 1درجه

$$\therefore 0 = 0 + c \qquad \therefore c = 0$$

$$\therefore f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x-1|$$ 1درجه

(b) لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & , 1\le x\le 3\\ 0 & , \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

9 درجات

ⓐ أثبت أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال.

ⓑ أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

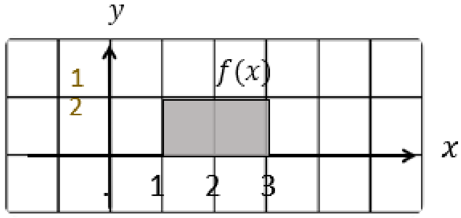
ⓒ أوجد: $P(2<X\leqslant 3)$

ⓓ أوجد التوقع والتباين للدالة f .

الحل :

(a) نرسم بيان الدالة ونوجد مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض 1درجه

المساحة تحت المنحنى $(3-1).\frac{1}{2}=1$ ∴الدالة تتبع دالة كثافه احتمال



1درجه

(b)لإثبات ان الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب ان تكون على الصورة

$$\therefore\ f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & a\le x\le b\\ 0 & \text{في ماعدا ذلك}\end{cases}$$

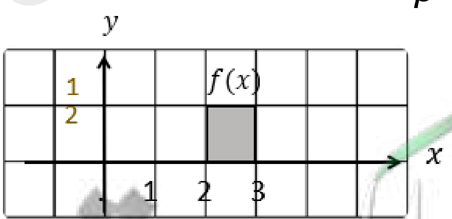
$$a=1, b=3$$ 1درجه

$$\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{b-a}}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3-1}}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$ 1درجه

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & 1\le x\le 3\\ 0 & \text{في ماعدا ذلك}\end{cases}$$

∴الداله$f(x)$ تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

(c) مساحة منطقة مستطيلة= $p\ (2<x\le 3)$ 1درجه



$$=(3-2).\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$ 1درجه

(d) التوقع

$$\therefore\ \mu=\frac{a+b}{2}=\frac{1+3}{2}=2$$ درجة ونصف

التباين

$$\therefore\ \sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(3-1)^2}{12}=\frac{1}{3}$$ درجة ونصف

١٠

القسم الثاني (البنود الموضوعيه):

أولا : في البنود(1-3) ظلل في ورقه الاجابة (a)اذا كانت الاجابه صحيحه ،

(b) اذا كانت الاجابه خاطئه:

---

(1) اذا كان $y = 1$ عند $x = 0$ و $y' + y = 2$ فإن $y = 2e^{-x}$ (a) (b)

(2) $\left(F'(x) = \sec^2 x\ ,\ F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1\right) \Longrightarrow F(x) = \tan x + 2$ (a) (b)

(3)مساحه المنطقه المحددة بمنحني الداله f: $f(x) = 4 - x^2$
ومحور السينات في $[-2,2]$ هي $2\int_0^2 f(x)dx$ (a) (b)

ثانيا : في البنود(4-10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل رمز الدائره الداله علي الاجابه الصحيحه:

---

(4)معادله القطع الزائد الذي نقطتي تقاطعه مع المحور السيني هما $(\pm 6,0)$هي

(a) $y^2 - x^2 = 36$
(b) $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{49} = 1$
(c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$
(d) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$

(5) إذا كانت داله التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي $\boldsymbol{x}$ هي

x	-1	0	1	2
$f(x)$	0.2	0.2	K	0.2

فإن قيمة K هي:

(a) 0.2 (b) 0 (c) 0.4 (d) 0.3

(6)اذا كان $\int_3^{-1} g(x)dx = 2$, $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^{3}(2f(x) + 3g(x) + 1)dx$ تساوي

(a) 18 (b) -6 (c) 6 (d) 12

(7)

$$\int \frac{e^x}{e^x - 4}\, dx =$$

a) $-\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

b) $\ln|e^x - 4| + C$

c) $-\ln|e^x - 4| + C$

d) $\frac{1}{2}\ln|e^x - 4| + C$

(8)اذا كانت $y = (ln\, x)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

a) $\frac{\ln x}{x}$

b) $\frac{2\ln x}{x}$

c) $\frac{x\ln x}{2}$

d) $\frac{2\ln^2 x}{x}$

(9)

$$\int \left(\frac{x^2-4x+4}{x-2} + 2\right) dx =$$

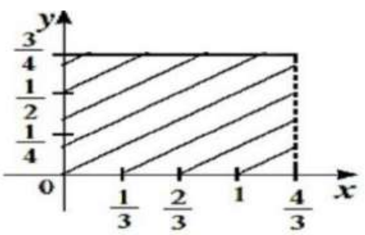
a) $x^2 + C$

b) $2x + C$

c) $\frac{x^2}{2} + 2x + C$

d) $\frac{1}{3}x^3 + C$

(10)الدالة التي تعبرعن الرسم البياني التالي هي :



a) $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & : \quad 0 < x < \frac{3}{4} \\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & : \quad 0 < x < \frac{4}{3} \\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3} & : \quad 0 < x < \frac{4}{3} \\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & : \quad 0 < x < 4 \\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

....

جدول اجابه البنود الموضوعية

(1)	(a)	●	(c)	(d)
(2)	(a)	●	(c)	(d)
(3)	●	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	●
(5)	(a)	(b)	●	(d)
(6)	(a)	(b)	●	(d)
(7)	(a)	●	(c)	(d)
(8)	(a)	●	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	●
(10)	(a)	●	(c)	(d)

لكل جزئية درجة :

١٠

نموذج إجابة امتحان تجريبي (٢)

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣

إعداد التوجيه الفي للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج إجابة نموذج تجريبي (٢) الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي

للعام الدراسي ٢٠٢٢ – ٢٠٢٣

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها .

١٥

السؤال الأول:

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f :

$f(x) = x^2 - 3x$ ومحور السينات (٧ درجات)

الحل

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات

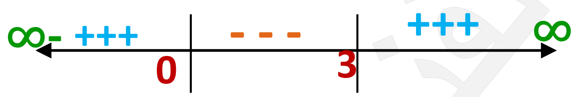
نضع $f(x) = 0$

١ $x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

١ $x = 3$ أو $x = 0$

نبحث هل $f(x) \leq 0$ أو $f(x) \geq 0$ في $[0, 3]$

١ 

$f(x) \leq 0 \quad \forall \quad x \in [0, 3]$

١ $$A = -\int_0^3 F(x)\, d(x)$$

$$= -\int_0^3 (x^2 - 3x)\, dx$$

١ $$= -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2\right]_0^3$$

١ $$= -\left[\left(9 - \frac{27}{2}\right) - (0)\right] = -\left(-\frac{9}{2}\right)$$

١ $$= \frac{9}{2} \quad \textit{units square}$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد: $\int_{-2}^{0} \frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3}$ (٨ درجات)

الحل حلل المقام

١ $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$

١ $$\frac{5x-1}{x^2+2x-3} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1}$$

١ $5x - 1 = A(x-1) + B(x+3)$

نضع $x = 1$

$5(1) - 1 = A(1-1) + B(1+3)$

$\therefore B = 1$

١ نضع $x = -3$

$5(-3) - 1 = A(-3-1) + B(-3+3)$

$\therefore A = 4$

١ $$\frac{5x-1}{x^2+2x-3} = \frac{4}{x+3} + \frac{1}{x-1}$$

$$\int_{-2}^{0} \frac{5x-1}{x^2+2x-3} = \int_{-2}^{0} \left(\frac{4}{x+3} + \frac{1}{x-1} \right)$$

$$= \int_{-2}^{0} \frac{4}{x+3} + \int_{-2}^{0} \frac{1}{x-1}$$

١ $= [4\ln|(x+3)| + \ln|(x-1)|]_{-2}^{0}$

١ $= 4\ln|0+3| + \ln|0-1| - (4\ln|-2+3| + \ln|-2-1|)$

١ $= 4\ln 3 + \ln 1 - 4\ln 1 + \ln 3 = 5\ln 3$

١٥

السؤال الثاني:

(a) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f حيث

$f(x) = \frac{2}{9}(9+3x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2,5]$ (٨ درجات)

الحل

$$f(x) = \frac{2}{9}(9+3x)^{\frac{3}{2}}$$

١ + ١ $$f'(x) = \frac{2}{9} \times \frac{3}{2} \times 3(9+3x)^{\frac{1}{2}}$$

١ $$= (9+3x)^{\frac{1}{2}}$$

١ $$L = \int_2^5 \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\,dx$$

$$= \int_2^5 \sqrt{1+9+3x}\,dx$$

١ $$= \int_2^5 \sqrt{10+3x}\,dx = \int_2^5 (10+3x)^{\frac{1}{2}}dx$$

١ $$= \frac{1}{3}\int_2^5 3(10+3x)^{\frac{1}{2}}\,dx = \left[\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}(10+3x)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5$$

١ $$= \left[\frac{2}{9}(10+3x)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5$$

١ $$= \frac{2}{9}\left[(10+3(5))^{\frac{3}{2}} - (10+3(2))^{\frac{3}{2}}\right]$$

=13.555 وحدة طول

١٥

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد $\int x \sin x \, dx$

(٧درجات)

....

الحل

$$\int x \sin x \, dx$$

$dv = \sin x \, dx$ $\quad\quad$ $u = x$ $\quad$ ١

$v = -\cos x$ $\quad\quad$ $du = dx$ $\quad$ ١ + ١

$$\int u \, dV = u V - \int V \, du$$

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int (-\cos x) \, dx$$ ١ + ١

$$= -x \cos x + \sin x + C$$ ١ +١

١٥

السؤال الثالث :

(a) **أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليله** $y = 1$

(٧ درجات)

....

الحل

$\because$ معادلة الدليل هي : $y = 1$ (مستقيم أفقي)

والدليل متعامد مع خط التماثل

$\therefore$ خط التماثل رأسي (محور الصادات) ١

ومعادلته على الصورة $x^2 = 4Py$ ١

$\because$ رأس القطع نقطة الأصل ١

$\therefore$ معادلة الدليل هي على الصورة $y = -p$ ١

$\therefore \ p = -1$ ١

$\therefore$ معادلة القطع المكافئ هي :

$$x^2 = 4Py$$

$$x^2 = 4(-1)y$$ ١

$$x^2 = -4y$$ ١

تابع السؤال الثالث

(٨ درجات)

(b) أوجد :

$$\int (x+2)\sqrt[3]{x^2+4x-1}\;\; dx$$

....

الحل

$$\int \sqrt[3]{x^2+4x-1}\;(x+2)\;dx$$

$u = x^2 + 4x - 1$ ١

$du = (\,2x + 4\,)\,dx$ ١

$\frac{du}{2} = (x+2)\,dx$ ١

$$\int \sqrt[3]{x^2+4x-1}\;(x+2)\;dx$$

$= \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{3}}\;du$ ١

$= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)u^{\frac{4}{3}} + c$ ١ + ١

$= \frac{3}{8}\,(\,x^2 + 4x - 1\,)^{\frac{4}{3}} + c$ ١

$= \frac{3}{8}\sqrt[3]{(\,x^2 + 4x - 1\,)^4} + C$ ١

١٥

(٨ درجات)

السؤال الرابع :

(a) أوجد معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الأصل ، إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني وطوله $12Cm$ والمسافة بين البؤرتين $8\ Cm$

....

$\because$ طول المحور هو : $12cm$

$\therefore\ 2a = 12$ ١

$\therefore\ a = 6$ ١

$\because$ المسافة بين البؤرتين هو $8\ Cm$

$\therefore\ 2C = 8$ ١

$\therefore\ c = 4$ ١

ولكن

$a^2 = b^2 + c^2$ ١

$b^2 = a^2 - c^2$

$= 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$ ١

$\therefore$ معادلة القطع الناقص هي : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ١

بالتعويض نحصل على المعادلة : $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ ١

تابع السؤال الرابع: (٧ درجات)

(b) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن : " مربع العدد الظاهر مطروحاً منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، -1 لغير ذلك ".

فأوجد :

١) فضاء العينة s وعدد عناصر فضاء العينة $n(s)$

٢) مدى المتغير العشوائي X

٣) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X

٤) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

....

الحل

$$s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n(s) = 6$$ ٢

عناصرمدى المتغير العشوائي X	عناصر فضاء العينة s
$(1)^2 - 1 = 0$	1
$(2)^2 - 1 = 3$	2
$(3)^2 - 1 = 8$	3
-1	4
-1	5
-1	6

مدى المتغير العشوائي :

١

$$X = \{0, 3, 8, -1\}$$

٢

احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي

$$f(0) = P(x = 0) = \frac{1}{6}$$

$$f(3) = P(x = 3) = \frac{1}{6}$$

$$f(8) = p(x = 8) = \frac{1}{6}$$

$$f(-1) = P(x = -1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

٢

x	0	3	8	-1
$f(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولاً : في البنود من $(1 - 3)$ ظلّل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $F(x) = x^{-3}$ هي المشتقة العكسية للدالة : $f(x) = -3\,x^{-4}$.

ⓐ ⓑ

(2) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ متعامدان .

ⓐ ⓑ

(3) $\int_2^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx = 0$

ⓐ ⓑ

ثانياً : في البنود من $(4 - 10)$ لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح
ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح .

(4) إذا كانت الدالة هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

معرفة كالتالي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & : \quad 0 < x < \frac{4}{33} \\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن التوقع هو :

ⓐ $\frac{4}{5}$ ⓑ $\frac{2}{3}$ ⓒ $\frac{4}{3}$ ⓓ $\frac{3}{4}$

(5) $\int \csc(5x) . \cot(5x)\, dx =$

ⓐ $\frac{1}{5}\csc(5x) + c$ ⓑ $\csc(5x) + c$

ⓒ $\frac{1}{5}\cot(5x) + c$ ⓓ $\frac{-1}{5}\csc(5x) + c$

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$ ، $x = -1$ بالوحدات المكعبة هو :

a 8π b 7π c 8 d $\frac{5}{2}\pi$

---

(7)

$$\int \frac{e^x}{e^x - 4}dx =$$

a $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + c$ b $ln|e^x - 4| + c$

c $-ln|e^x - 4| + c$ d $\frac{1}{2}\ ln|e^x - 4| + c$

---

(8) المعادلة التفاضلية التالية $\frac{(2\,\grave{y} + x)^2}{xy} = 3$ من :

a الرتبة الأولى والدرجة الثانية   b الرتبة الثانية والدرجة الأولى

c الرتبة الثانية والدرجة الثانية   d الرتبة الأولى والدرجة الأولى

---

(9) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو :

a $\frac{\sqrt{11}}{6}$ b $\frac{\sqrt{11}}{5}$ c $\frac{36}{25}$ d $\frac{25}{36}$

---

(10) إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي فإن $p(0 \le z \le 2.35)$ يساوي :

a 0.9906 b 0.5 c 0.4906 d 0.218

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

10

الدرجة : ....

نموذج إجابة امتحان تجريبي (٣)

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات
نموذج اختبار تجريبي (3) نهاية الفصل الثاني 2023 - 2022 للصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي - الرياضيات - الزمن ساعتان وخمسة وأربعون دقيقة
الأسئلة في 11 صفحات

==

15

(8) درجات

القسم الأول: أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها:

نموذج الإجابة

السؤال الأول: (a) أوجد

$$\int x^2 e^{2x+3}\,dx$$

الحـــل:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

2 $u = x^2 \qquad dv = e^{2x+3}\,dx$

$du = 2xdx \qquad v = \frac{1}{2}e^{x+3}$

1 $\int x^2 e^{2x+3}\,dx = \frac{1}{2}x^2 e^{2x+3} - \int 2x \cdot \frac{1}{2}e^{2x+3}\,dx$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2}x^2 e^{2x+3} - \int x e^{2x+3}\,dx \qquad (1)$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

2 $u = x \qquad dv = e^{2x+3}\,dx$

$du = dx \qquad v = \frac{1}{2}e^{2x+3}$

$1\frac{1}{2}$ $\int x e^{2x+3}\,dx = \frac{1}{2}x e^{2x+3} - \frac{1}{2}\int e^{2x+3}\,dx = \frac{1}{2}x e^{2x+3} - \frac{1}{4}e^{2x+3} + C_1$

بالتعويض في (1)

1 $\int x^2 e^{2x+3}\,dx = \frac{1}{2}x^2 e^{2x+3} - \frac{1}{2}x e^{2x+3} + \frac{1}{4}e^{2x+3} + C$

$C = -C_1$

تابع السؤال الأول: (b) **(7) درجات**

أوجد معادلة قطع ناقص مركزه (0,0) إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور الصادي وطوله 16cm والمسافة بين البؤرتين 10cm .

الحــــل:

نموذج الإجابة

طول المحور الأكبر $= 16$

$1\frac{1}{2}$ $2a = 16$ $\quad a = 8 \quad a^2 = 64$

المسافة بين البؤرتين = 10

$1\frac{1}{2}$ $2c = 10 \quad c = 5 \quad c^2 = 25$

2

$a^2 = b^2 + c^2$

$b^2 = a^2 - c^2$

$b^2 = 64 - 25 \quad b^2 = 39$

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

1 معادلة القطع الناقص على الصورة $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

1 معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{64} = 1$

15

(9) درجات

السؤال الثاني: (a)

يبين الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع X

نموذج الإجابة

x	7	8	9	10
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

أوجد: (a) التوقع(μ) (b) التباين (σ^2) (c) الانحراف المعياري (σ)

الحـــــــــــــل:

التوقع (μ)

$$\mu = \Sigma x_i f(x_i)$$

3

$$\mu = 7\left(\frac{1}{8}\right) + 8\left(\frac{3}{8}\right) + 9\left(\frac{3}{8}\right) + 10\left(\frac{1}{8}\right) = 8.5$$

التباين(σ^2)

$$\sigma^2 = \Sigma x_i^2 f(x_i) - \mu^2$$

3

$$\sigma^2 = 7^2\left(\frac{1}{8}\right) + 8^2\left(\frac{3}{8}\right) + 9^2\left(\frac{3}{8}\right) + 10^2\left(\frac{1}{8}\right) - 8.5^2 = 0.75$$

الانحراف المعياري(σ)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

3

$$\sigma = \sqrt{0.75} \qquad \sigma \approx 0.866$$

15

تابع السؤال الثاني: (b) **(6) درجات**

أوجد طول القوس من منحنى الدالة $f(x)=\frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$ *في الفترة* $[0,6]$

الحـــــــــــــل:

نموذج الإجابة

	$f(x)=\dfrac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$
1	$f`(x)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{2}\times 2(3+2x)^{\frac{1}{2}}=(3+2x)^{\frac{1}{2}}$
$\frac{1}{2}$	$L=\displaystyle\int_0^6\sqrt{1+(f`(x))^2}\,dx$
$\frac{1}{2}$	$L=\displaystyle\int_0^6\sqrt{1+((3+2x)^{\frac{1}{2}})^2}\,dx$
$\frac{1}{2}$	$=\displaystyle\int_0^6\sqrt{1+3+2x}\,dx$
$\frac{1}{2}$	$=\int_0^6(4+2x)^{\frac{1}{2}}\,dx$
$\frac{1}{2}$	$=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^6 2(4+2x)^{\frac{1}{2}}\,dx$
1	$=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{2}{3}(4+2x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^6$
$1\frac{1}{2}$	$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\left[(4+2(6))^{\frac{3}{2}}-(4+2(0))^{\frac{3}{2}}\right]=\dfrac{56}{3}$ وحدة طول

السؤال الثالث: **(a)** أوجد: **(7) درجات** | **15**

$$\int_{-5}^{0} -\sqrt{25-x^2}\, dx$$

نموذج الإجابة

الحــــــــــــل:

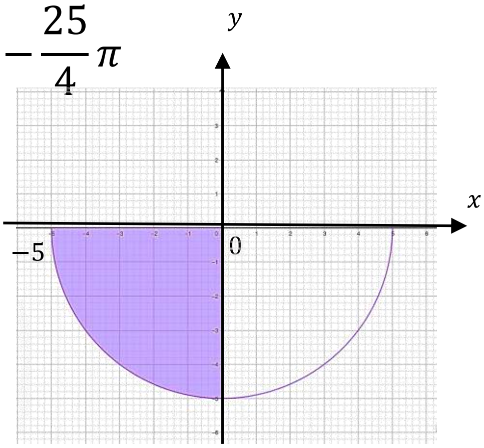
2 $y = -\sqrt{25-x^2} \rightarrow y^2 = 25 - x^2 \rightarrow y^2 + x^2 = 25$

1 *معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها 5 وحدة طول*

1 بيان الدالة يمثل معادلة النصف السفلي للدائرة $y = -\sqrt{25-x^2}$

1 $\because y \le 0 \quad \forall x \in [-5,0]$

2 $\int_{-5}^{0} -\sqrt{25-x^2} = -\frac{1}{4}A = \frac{-1}{4}\pi(5)^2 = -\frac{25}{4}\pi$



تابع السؤال الثالث: (b) **(8) درجات**

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين $f(x) = x^2 + 1 \ , \ g(x) = -x^2 + 9$

نموذج الإجابة

الحـــــــــل:

نوجد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنيي الدالتين.

1 $f(x) = g(x) \qquad x^2 + 1 = -x^2 + 9 \qquad x^2 + 1 + x^2 - 9 = 0$

1 $2x^2 - 8 = 0 \qquad 2(x+2)(x-2) = 0$

1 $x = -2 \qquad or \qquad x = +2$

1 + 1 $A = \left| \int_{-2}^{2} \left(f(x) - g(x)\right) dx \right| = \left| \int_{-2}^{2} \left((x^2 + 1) - (-x^2 + 9)\right) dx \right|$

1 $= \left| \int_{-2}^{2} (2x^2 - 8)\, dx \right| = \left| \left[\frac{2x^3}{3} - 8x \right]_{-2}^{2} \right|$

1 $= \left| \left(\frac{2(2)^3}{3} - 8(2) \right) - \left(\frac{2(-2)^3}{3} - 8(-2) \right) \right|$

1 $= \frac{64}{3}$ وحدة مربعة

15

السؤال الرابع: (a) أوجد: **(7) درجات**

$$\int \frac{2x^2+x+3}{x^2-1}\,dx$$

نموذج الإجابة

الحـــل:

1 $(2x^2+x+3)\div(x^2-1)=2+\dfrac{x+5}{x^2-1}$

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline x^2-1 & 2x^2+x+3 \\ & \mp 2x^2 \qquad \pm 2 \\ \hline & x+5 \end{array}$$

1 $x^2-1=(x-1)(x+1)$

1 $\dfrac{x+5}{x^2-1}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x+1}$

$\frac{1}{2}$ $x+5=A(x+1)+B(x-1)$

$\frac{1}{2}$ $x=1 \qquad 1+5=A(1+1)+B(1-1) \qquad 6=A(2) \qquad A=3$

$\frac{1}{2}$ $x=-1 \qquad -1+5=A(-1+1)+B(-1-1)$
$4=B(-2) \qquad B=-2$

$\frac{1}{2}$ $\dfrac{x+5}{x^2-1}=\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{-2}{x+1} \longrightarrow \dfrac{2x^2+x+3}{x^2-1}=2+\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{-2}{x+1}$

$\frac{1}{2}$ $\displaystyle\int \frac{2x^2+x+3}{x^2-1}\,dx=\int 2dx+3\int\frac{1}{x-1}dx-2\int\frac{1}{x+1}dx$

$1\frac{1}{2}$ $\displaystyle\int \frac{2x^2+x+3}{x^2-1}\,dx=2x+3\ln|x-1|-2\ln|x+1|+C$

(8) درجات

تابع السؤال الرابع: (b)

لتكن $9y^2 = 225 + 25x^2$ معادلة قطع زائد

أوجد كلاً مما يلي:

١- رأسي القطع. ٢- البؤرتين.

٣- معادلتي دليلي القطع. ٤- اختلافه المركزي.

نموذج الإجابة

الحـــــــــل:

1 $9y^2 = 225 + 25x^2$ $\qquad \dfrac{y^2}{25} - \dfrac{x^2}{9} = 1$

1 $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{x^2}{b^2} = 1$ معادلة قطع زائد على الصورة

المحور القاطع ينطبق على محور الصادات

1 $a^2 = 25 \quad a = 5 \qquad b^2 = 9 \quad b = 3$ من المعادلة

1 $A_1(0,-a), A_2(0,a) \rightarrow A_1(0,-5), A_2(0,5)$ رأسا القطع

1 $c^2 = b^2 + a^2 \qquad c = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$

1 $F_1(0,-c), F_2(0,c) \rightarrow F_1(0,-\sqrt{34}), F_2(0,\sqrt{34})$ البؤرتين

1 معادلتي دليلي القطع

$$y = \frac{a^2}{c} \rightarrow y = \frac{25}{\sqrt{34}}$$

$$y = -\frac{a^2}{c} \rightarrow y = -\frac{25}{\sqrt{34}}$$

1 $e = \dfrac{c}{a} \rightarrow e = \dfrac{\sqrt{34}}{5}$ الاختلاف المركزي

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود (1 – 3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $(F^{`}(x) = \sec x \tan x \,, F(0) = 4) \rightarrow F(x) = \sec x + 3$ $(a)\ (b)$

(2) $\int \frac{1}{3x+1}\,dx = \ln(3x+1) + C$ $(a)\ (b)$

(3) إذا كانت الدالة f دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرفة كالتالي:

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} : & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 : & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$ فإن التباين للدالة f هو $\sigma^2 = \frac{3}{4}$ $(a)\ (b)$

ثانياً: في البنود (4 – 10) لكل بند أربع اختيارات ; واحد منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

نموذج الإجابة

(4) $\int \frac{(2+\sqrt{x})^{12}}{\sqrt{x}}dx =$

(a) $\frac{13}{2}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

(b) $\frac{2}{13}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

(c) $\frac{1}{26}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

(d) $\frac{1}{22}(2+\sqrt{x})^{11}+C$

(5) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ هو:

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$

(b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$

(c) $\frac{36}{25}$

(d) $\frac{25}{36}$

(6) المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطتين $A(-5,-2), B(-5,2)$ هي:

(a) $y^2 = -\frac{4}{5}x$

(b) $x^2 = -\frac{4}{5}y$

(c) $y^2 = \frac{4}{5}x$

(d) $x^2 = \frac{4}{5}y$

(7) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $y = -2$ عندما $x = 1$ هو:

(a) $y = x^2 + 3$

(b) $y = x^2 - 3$

(c) $y = \frac{x^2}{2} - 3$

(d) $y = \frac{x^2}{2} + 3$

تابع القسم الثاني : البنود الموضوعية

(8) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	1	2	3
$f(x)$	K	$2K$	$2K$

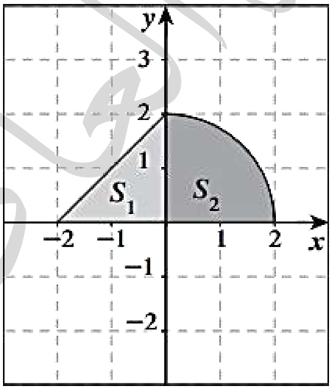
فإن قيمة K تساوي:

(a) 0.5 (b) 0.2 (c) 1 (d) 0.4

(9) $\int_{-1}^{1}(1-|x|)dx =$

(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

(10) المنطقة المظللة $S = S_1 \cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.



نموذج الإجابة

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

(a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4+2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) 8π

انتهت الأسئلة

10

جدول إجابة البنود الموضوعية

كل بند درجة واحدة

نموذج الإجابة

(1	**(a)**	(b)		
(2	(a)	**(b)**		
(3	**(a)**	(b)		
(4	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(5	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(6	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(7	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(8	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(9	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(10	(a)	(b)	(c)	**(d)**

نموذج إجابة امتحان تجريبي (٤)

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

15

8

القسم الأول : أسئلة المقال

السؤال الأول : - (15 درجة)

(a) أوجد $\int x^2\, e^{x+2}\, dx$

$u = x^2 \qquad dv = e^{x+2} dx$

$du = 2x\, dx \qquad v = e^{x+2}$

درجتان

$$\int u\, dv = u \,.\, v - \int v\, d\, u$$

درجة

$$\int x^2\; e^{x+2}\, dx = x^2 e^{x+2} - \int 2x\, e^{x+2}\; d\, x$$

درجة

$$\int -2x\; e^{x+2}\, dx =$$

$u = -2x \qquad dv = e^{x+2} dx$

$du = -2\, dx \qquad v = e^{x+2}$

درجتان

$$\int u\, dv = u \,.\, v - \int v\, d\, u$$

$$\int -2x\; e^{x+2}\, dx = -2x\; e^{x+2} - \int -2\; e^{x+2}\; d\, x$$

$$= -2x\; e^{x+2} + 2\; e^{x+2} + c$$

درجة

$$\int x^2\; e^{x+2}\, dx = x^2 e^{x+2} - 2x\; e^{x+2} + 2\; e^{x+2} + c$$

درجة

تابع السؤال الأول : -

7

b) اوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $p(x, y)$
يساوي $-8x^3 + 3x^2 - 2x + 4$
ويمر بالنقطة $(-1, -5)$

$$f'(x) = -8x^3 + 3x^2 - 2x + 4$$

درجة

$$f(x) = \int (-8x^3 + 3x^2 - 2x + 4)\, dx$$

درجة

$$f(x) = \frac{-8x^4}{4} + \frac{3x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 4x + C$$

درجة

$$f(x) = -2x^4 + x^3 - x^2 + 4x + C$$

درجة

الدالة تمر بالنقطة $(-1, -5)$

$$f(-1) = -5$$

$$f(-1) = -2(-1)^4 + (-1)^3 - (-1)^2 + 4(-1) + C$$

درجة

$$-5 = -2(-1)^4 + (-1)^3 - (-1)^2 + 4(-1) + C$$

$$-5 = -2 - 1 - 1 - 4 + C$$

$$-5 = -8 + C$$

درجة

$$C = 3$$

معادلة الدالة هي

$$f(x) = -2x^4 + x^3 - x^2 + 4x + 3$$

درجة

السؤال الثانى : - (15 درجة)

15

8

a) أوجد : $\int x\,(2x-1)^3\ dx$

$u = 2x - 1 \quad \rightarrow\rightarrow\rightarrow \quad du = 2dx$ درجة

$u + 1 = 2x \quad\quad \frac{1}{2}du = dx$ درجة

$\frac{1}{2}(u+1) = x$ درجة

$\int x\,(2x-1)^3\ dx = \int \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\ u^3(u+1)\ du$ درجة

$= \frac{1}{4}\int (u^4 + u^3)\ du$ درجة

$= \frac{1}{4}\left(\frac{u^5}{5} + \frac{u^4}{4}\right) + C$ درجة

$= \frac{u^5}{20} + \frac{u^4}{16} + C$ درجة

$= \frac{1}{20}(2x-1)^5 + \frac{1}{16}(2x-1)^4 + C$ درجة

تابع السؤال الثاني : -

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل

ويمر بالنقطة $A\,(1\,,1\,)$ وخط تماثله $y-axis$

7

خط تماثل القطع المكافئ هو $y-axis$ — درجة

معادلة القطع المكافئ $x^2 = 4py$ — درجة

القطع المكافئ يمر بالنقطة $A(\,1\,,1\,)$ — درجة

$$1^2 = 4p(1)$$

$$1 = 4p$$

$$p = \frac{1}{4}$$ — درجتان

معادلة القطع المكافئ $x^2 = 4(\frac{1}{4})y$ — درجة

$$x^2 = y$$ — درجة

15

8

السؤال الثالث : - (15 درجة)

(a) أوجد $\int \frac{x^2-3x+7}{x^2-4x+4}\,dx$

درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام (نقسم قسمة مطولة)

$$\begin{array}{r|l} & \quad 1 \\ x^2-4x+4 & x^2-3x+7 \\ & \underline{-x^2 \overset{+}{-} 4x \overset{-}{+} 4} \\ & \qquad x+3 \end{array}$$

درجة

$$\int \frac{x^2-3x+7}{x^2-4x+4}\,dx = \int 1+\frac{x+3}{x^2-4x+4}\,dx$$

درجة

$$x^2-4x+4=(x-2)^2$$

درجة

$$\frac{x+3}{(x-2)^2}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{(x-2)^2} \qquad \times(x-2)^2$$

درجة

$$x+3=A(x-2)+B$$

نعوض $x=2$

$$2+3=A(2-2)+B \quad \to\to\to\to\ B=5$$

درجة

نعوض $x=1$, $B=5$

$$1+3=A(1-2)+5 \quad \to\to\to\to\ A=1$$

درجة

$$\int \frac{x^2-3x+7}{x^2-4x+4}\,dx=\int \left(1+\frac{1}{x-2}+\frac{5}{(x-2)^2}\right)dx$$

$$=\int 1\,dx+\int \frac{1}{x-2}\,dx+\int \frac{5}{(x-2)^2}\,dx$$

$$=x+\ln|x-2|-\frac{5}{x-2}+C$$

درجتان

تابع السؤال الثالث : -

7

b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين

$$y_1 = x^2 + 2 \ , \ y_2 = -2x + 5$$

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنيان

$$y_1 = y_2$$
$$x^2 + 2 = -2x + 5$$
$$x^2 + 2 + 2x - 5 = 0$$
$$x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$(x+3)(x-1) = 0$$
$$x + 3 = 0 \quad , x - 1 = 0$$
$$x = -3 \quad , \quad x = 1$$

درجة

حدا التكامل المحدد هما 1 , 3-

درجة

$$A = \left|\int_{-3}^{1} (y_1 - y_2)dx\right| = A = \left|\int_{-3}^{1} (x^2 + 2 - (-2x + 5))dx\right|$$

درجة

$$A = \left|\int_{-3}^{1} (x^2 + 2 + 2x - 5)dx\right| = \left|\int_{-3}^{1} (x^2 + 2x - 3)dx\right|$$

درجة

$$A = \left| \left[\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x\right]_{-3}^{1} \right|$$

درجة

$$A = \left| \left[\frac{1^3}{3} + 1^2 - 3(1)\right] - \left[\frac{(-3)^3}{3} + (-3)^2 - 3(-3)\right] \right|$$

درجة

$$A = \frac{32}{3}$$ وحدة مربعة

درجة

15

8

السؤال الرابع : - (15 درجة)

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4 , 0)$, $F_2(4 , 0)$
ورأساه $A_1(-2 , 0), A_2(2 , 0)$
ثم اوجد معادلة كل من خطيه المقاربين

البؤرتان تقعان على محور السينات
المحور القاطع ينطبق على محور السينات — درجة

معادلة القطع الزائد على الصورة $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ — درجة

من البؤرتان $c = 4$ — درجة

من الرأسان $a = 2$ — درجة

من العلاقة الأساسية $c^2 = a^2 + b^2$

$4^2 = 2^2 + b^2$

$16 = 4 + b^2$

$12 = b^2$

$b = \sqrt{12} \rightarrow b = 2\sqrt{3}$ — درجة

معادلة القطع الزائد هي $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ — درجة

معادلتي الخطين المقاربين

$y = \pm\frac{b}{a}x \rightarrow\rightarrow y = \pm\frac{2\sqrt{3}}{2}x \rightarrow\rightarrow y = \pm\sqrt{3}\,x$ — درجتان

تابع السؤال الرابع : -

7

b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع x

x	1	2	3	4	5
y	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

أوجد : -

a) التوقع (μ)

b) التباين (σ^2)

c) الانحراف المعياري (σ)

$$\mu = \sum x_i \, f(x_i)$$
$$= 1 \times 0.2 + 2 \times 0.1 + 3 \times 0.3 + 4 \times 0.1 + 5 \times 0.3 = 3.2$$

درجتان

$$\sigma^2 = \sum {x_i}^2 \, f(x_i) - \mu^2$$
$$= (1^2 \times 0.2 + 2^2 \times 0.1 + 3^2 \times 0.3 + 4^2 \times 0.1 + 5^2 \times 0.3) - 3.2^2$$
$$= 2.16$$

ثلاث درجات

درجتان

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2.16} \approx 1.47$$

القسم الثانى : البنود الموضوعية

أولا فى البنود (1 – 3) ظلل فى ورقة الإجابة (a) اذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) اذا كانت العبارة خطأ

(1) $\int \frac{1}{x^2}\, dx = \frac{1}{x} + c$

a b

(2) $\int csc^2 x\, dx = -\cot x + c$

a b

(3) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}(1+4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[\,0\,,1\,]$ هو $L = \frac{2}{3}$ وحدة طول

a b

ثانيا فى البنود من لكل بند اربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل فى ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) اذا كانت $y = e^{-5x}$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

a e^{-5x}

b $-e^{-5x}$

c $-5e^{-5x}$

d $5e^{-5x}$

(5) اذا كان $\int_{-1}^{3} f(x) = 4 \,,\, \int_{3}^{-1} g(x) = 2$

فإن $\int_{-1}^{3}(2f(x) + 3g(x) + 1)dx$ تساوي :

a 18

b -6

c 6

d 12

6) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$

a $\frac{\sqrt{11}}{6}$ b $\frac{\sqrt{11}}{5}$ c $\frac{36}{25}$ d $\frac{25}{36}$

---

7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة f , $f(x)=\frac{1}{x}$ والمستقيمات $x=1$, $x=2$, $y=0$ هو :

a $\pi\ units^3$ b $\frac{\pi}{3}\ units^3$

c $\frac{\pi}{2}\ units^3$ d $\frac{\pi}{4}\ units^3$

---

8) اذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي المنتظم فإن $p\ (0\ \le z\ \le 2.35)$ يساوي :

a 0.9906   b 0.5   c 0.4906   d 0.218

---

9) طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ هما:

a $12\ units$ b $2\sqrt{41}\ units$

c $16\ unit$ d $20\ units$

---

10) اذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي فإن قيمة k تساوي

x	1	2	3
$f(x)$	k	$2k$	$2k$

a 0.5   b 0.2   c 1   d 0.4

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٦)

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

نموذج إجابة الاختبار التجريبي (نموذج 5) الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر العلمي

للعام الدراسي 2023/2022

المجال الدراسي : الرياضيات   الزمن : ساعتان و 45 دقيقة   الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول :

15

(a)أوجد $\int \frac{x}{\sqrt{1+3x}}\,dx$ (7 درجات)

نستخدم التكامل بالتعويض

$u = 1+3x$

$du = 3\,dx$

$x = \frac{1}{3}(u-1)$

$$\int \frac{x}{\sqrt{1+3x}}\,dx = \int x\,(1+3x)^{\frac{-1}{2}}\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\int (1+3x)^{\frac{-1}{2}}\,.x.3\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\int u^{\frac{-1}{2}}\,(u-1)\,du$$

$$= \frac{1}{9}\int \left(u^{\frac{1}{2}} - u^{\frac{-1}{2}}\right)du$$

$$= \frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{9}\,.2u^{\frac{1}{2}} + c$$

$$= \frac{2}{27}(1+3x)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{9}(1+3x)^{\frac{1}{2}} + c$$

$$= \frac{2}{27}\sqrt{(1+3x)^3} - \frac{2}{9}\sqrt{1+3x} + c$$

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالتين :

$$y_1 = x + 3 \qquad , y_2 = x^2 + 1$$

نجد نقاط التقاطع بوضع :

$$y_1 = y_2$$

$$x + 3 = x^2 + 1$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$\boxed{x = 2} \qquad \boxed{x = -1}$$

نأخذ قيمة اختيارية في (-1,2) ولتكن $x = 0$

$$y_1 = 3 \qquad y_2 = 1$$

$$\therefore y_1 \geq y_2 \qquad , \quad \forall x \in [-1, 2]$$

$$\therefore v = \pi \int_{-1}^{2} ({y_1}^2 - {y_2}^2) dx$$

$$= \pi \int_{-1}^{2} ((x+3)^2 - (x^2+1)^2) dx$$

$$= \pi \int_{-1}^{2} ((x^2 + 6x + 9) - (x^4 + 2x^2 + 1)) dx$$

$$= \pi \int_{-1}^{2} (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx$$

$$= \pi [-\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x]_{-1}^{2}$$

$$= \pi [(-\frac{1}{5}(2)^5 - \frac{1}{3}(2)^3 + 3(2)^2 + 8(2)) - (-\frac{1}{5}(-1)^5 - \frac{1}{3}(-1)^3 + 3(-1)^2 + 8(-1))]$$

$$= 23.4\pi \ units^3$$

15

السؤال الثاني :

(a) أوجد

$$\int x\, lnx\, dx$$

(6 درجات)

$$u = lnx \qquad dv = x\,dx$$

$$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = \frac{1}{2}x^2$$

$$\int u\,dv = uv - \int v du$$

$$\int x\, lnx\, dx = \frac{1}{2}x^2 lnx - \frac{1}{2}\int x^2 . \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 lnx - \frac{1}{2}\int x.\,dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 lnx - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}\,x^2 + c$$

$$= \frac{1}{2}x^2 lnx - \frac{1}{4}\,x^2 + c$$

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كانت $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{10}=1$ معادلة قطع ناقص فأوجد: (9درجات)

(a) رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

(b) البؤرتين.

(c) معادلتي دليلي القطعين.

(d) طول كلا من المحورين.

(a) معادلة القطع الناقص هي $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

ومن معادلة القطع نجد أن :

$$b^2=10 \quad \Leftrightarrow \quad b=\sqrt{10} \qquad\qquad a^2=16 \quad \Leftrightarrow \quad a=4$$

والمحور الأكبر ينطبق على محور السينات

رأسا القطع الناقص هما : $A_1(4,0) \quad , A_2(-4,0)$

طرفا المحور الأصغر هما: $B_1\left(0,\sqrt{10}\right) \quad , B_2(0,-\sqrt{10})$

(b) لايجاد البؤرتين. $c^2=a^2-b^2$

$$c^2=16-10=6 \quad \Leftrightarrow \quad c=\sqrt{6}$$

البؤرتين $\therefore F_1\left(\sqrt{6}\,,0\right) \quad , F_2(-\sqrt{6}\,,0)$

(c) معادلتي دليلي القطعين : $x=\frac{a^2}{c} \qquad , x=-\frac{a^2}{c}$

$$x=\frac{16}{\sqrt{6}}=\frac{8\sqrt{6}}{3} \qquad , x=-\frac{16}{\sqrt{6}}=\frac{8\sqrt{6}}{3}$$

(d) طول كلا من المحورين:

طول المحور الأكبر هو 2a : $2a=2(4)=8$

طول المحور الأصغر هو 2b: $2b=2(\sqrt{10})=2\sqrt{10}$

15

(7 درجات)

السؤال الثالث :

(a) أوجد

$$\int_0^5 |x-3| \quad dx$$

$$\int_0^5 |x-3| \quad dx = \int_0^3 (-x+3) \quad dx + \int_3^5 (x-3) \quad dx$$

$$= [-\frac{x^2}{2}+3x]_0^3 \quad + [\frac{x^2}{2}-3x]_3^5$$

$$= [(-\frac{(3)^2}{2}+3(3))-0]+[(\frac{(5)^2}{2}-3(5))-(\frac{(3)^2}{2}-3(3))]$$

$$= \frac{13}{2}$$

تابع السؤال الثالث :

(b) **1)حل المعادلة:** $2y' + y = 1$ (8درجات)

2) اوجد الحل الذي يحقق $y = 2$ **عند** $x = -1$

$1)2y' + y = 1$

اكتب المعادلة على الشكل $y' = ay + b$

$$y' = -\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$$

$$y = ke^{-\frac{1}{2}x} + 1$$

بالتعويض بقيم كلا من x, y

$2)ke^{\frac{1}{2}} + 1 = 2$

$$k = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$y = e^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}x} + 1$$

$$y = e^{-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}} + 1$$

15

السؤال الرابع :

(a) لتكن

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+3}}$$

فأوجد: (8 درجات)

(a) الكسور الجزئية

(b) $\int f(x)dx$

نوجد الكسور الجزئية للحدودية النسبية : $f(x)$

$$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$$

$$\therefore \frac{2x-1}{x^2-4x+3} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-1}$$

بضرب الطرفين في $\boldsymbol{(x-3)(x-1)}$

$$\therefore 2x - 1 = A(x-1) + B(x-3)$$

عند $x = 1$

$$\therefore \boldsymbol{2(1) - 1} = A(1-1) + B(1-3) \quad \rightarrow \therefore B = -\frac{1}{2}$$

عند $x = 3$

$$\therefore \boldsymbol{2(3) - 1 = A(3-1) + B(3-3)} \quad \rightarrow \therefore A = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{2x-1}{x^2-4x+3} = \frac{\frac{5}{2}}{x-3} + \frac{-\frac{1}{2}}{(x-1)}$$

$$\therefore \int f(x)\,dx = \int \frac{2x-1}{x^2-4x+3}\,dx$$

$$= \int \left(\frac{\frac{5}{2}}{x-3} + \frac{-\frac{1}{2}}{x-1} \right) dx$$

$$= \frac{5}{2}\int \frac{1}{\boldsymbol{x-3}}\,dx - \frac{1}{2}\int \frac{\boldsymbol{1}}{x-1}\,dx$$

$$= \frac{5}{2}\boldsymbol{ln|x-3|} - \frac{1}{2}\boldsymbol{ln|x-1|} + \boldsymbol{c}$$

تابع السؤال الرابع :

(7درجات)

b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3} & : 0\le x\le 3\\ 0 & \text{في ما عدا ذلك:}\end{cases}$$

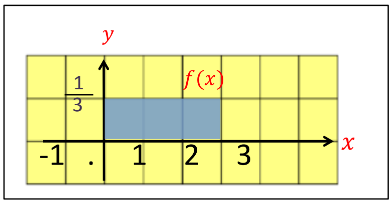
(a) اثبت ان الدالة هي دالة كثافة احتمال.

(b) أثبت ان الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم .

(c) أوجد $P(1<X\le 3)$

(d) أوجد التوقع والتباين للدالة f .

a) لإثبات أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال يجب اثبات أن المساحة تحت المنحنى تساوي 1



المساحة تحت المنحنى من الشكل هي

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض= $1=3\times\frac{1}{3}$

f هي دالة كثافة احتمال

b) لإثبات أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال يجب أن تكون الدالة على الصورة:

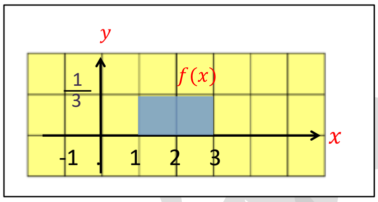
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & : a\le x\le b\\ 0 : & \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

$$a=0\ ,\ b=3 \Longrightarrow b-a=3-0=3 \qquad \therefore \frac{1}{b-a}=\frac{1}{3}$$

$$\text{f(x)}=\begin{cases}\frac{1}{3} & : 0\le \text{x}\le 3\\ 0 : & \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

أي أن f هي دالة تتبع التوزيع الطبيعي الاحتمالي المنتظم

c) مساحة المنطقة المظللة : $\text{P}(1\le \text{X}\le 3)$



$$=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

d) التو قع :

$$\mu=\frac{\text{a}+\text{b}}{2}=\frac{0+3}{2}=\frac{3}{2}$$

التباين :

$$(\sigma)^2=\frac{(\text{b}-\text{a})^2}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$$

نموذج إجابة اختبار تجريبي (نموذج 5) نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر العلمي 2022 / 2023 م

المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني : الأسئلة الموضوعية

أولا : في البنود (1,3) ظلل في جدول الإجابة *(a)* إذا كانت الإجابة صحيحة *(b)* إذا كانت الإجابة خاطئة

(1)	معادلة القطع المكافيء الذي رأسه (0,0) وبؤرته (0,2) هي : $x^2 = 8y$
(2)	إذا كانت $F(0) = 400$ ، $F(x) = \int (3x^2 - 12x + 15)\,dx$ فإن: $F(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 400$
(3)	عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية فإن *n(s) =6*

ثانيا: في البنود (4,10) لكل بند اربع اختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحية

(4) $\int \csc(5x)\cot(5x)\,dx =$

a) $\frac{1}{5}\csc(5x) + c$

b) $\csc(5x) + c$

c) $\frac{1}{5}\cot(5x) + c$

d) $-\frac{1}{5}\csc(5x) + c$

(5) إذا كان : $\int_3^{-1} g(x)dx = 2$ ، $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^{3}(2f(x) + 3g(x) + 1)dx$ تساوي:

a) 18

b) -6

c) 6

d) 12

(6) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} + 1$

a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$

b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$

c) $\frac{36}{25}$

d) $\frac{25}{36}$

تابع الأسئلة الموضوعية

(7)	منحنى أي معادلة مما يلي لا يقطع المحور الصادي في $(\pm4\ ,\ 0)$: a) $y^2 - x^2 = 16$ b) $4y^2 - 16x^2 = 64$ c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ d) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$
(8)	طول القوس من منحنى الدالة : $f(x) = x - 3$ في الفترة [0,2] هو: a) $\sqrt{2}\ units$ b) $2\sqrt{2}\ units$ c) $3\sqrt{2}\ units$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}\ units$
(9)	مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي a) $9\pi\ units^2$ b) $6\pi\ units^2$ c) $3\pi\ units^2$ d) $\frac{9}{2}\pi\ units^2$
(10)	إذا كان X متغيراً عشوائيا يأخذ القيم 1.5 , 1 , 1- وكان : $P(X = 1) = 0.3\ ,P(X = -1) = 0.6$ فإن $P(X > 0)$ يساوي: a) 0.6 b) 0.9 c) 0.4 d) 0.7

نموذج إجابة اختبار تجريبي (نموذج 5) نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر العلمي 2022 / 2023 م

المجال الدراسي / الرياضيات

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

10

(10 درجات)

نموذج إجابة امتحان تجريبي (٥)

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣

إعداد التوجيه الفي للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

إجابة نموذج (6)

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات
نموذج تجريبي الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
العام الدراسي 2023/2022
المجال الدراسي : الرياضيات – الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
الأسئلة في 10 صفحات

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل

$\overline{15}$

السؤال الأول :

(a) أوجد (7 درجات)

$$\int x(3x+2)^6\,dx$$

الحل:
بفرض أن:

$u = 3x+2$ 1

$3x+2 = u \Rightarrow x = \dfrac{u-2}{3}$ 1

$du = 3\,dx \Rightarrow \dfrac{1}{3}du = dx$ 0.5

$$\int \frac{1}{3}(u-2)u^6\left(\frac{1}{3}\right)du$$

$= \int \frac{1}{9}u^6(u-2)\,du$ 1

$= \int \left(\frac{1}{9}u^7 - \frac{2}{9}u^6\right)du$ 1

$= \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{8}\right)u^8 - \frac{2}{9}\left(\frac{1}{7}\right)u^7 + c$ 1.5

$= \frac{1}{72}(3x+2)^8 - \frac{2}{63}(3x+2)^7 + c$ 1

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\int x \ln x \, dx$$

الحل:

$\int x \ln x \, dx$

$u = \ln x \qquad dv = x\,dx$

$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = \frac{x^2}{2}$ 2

$\int u\,dv = uv - \int v\,du$ 2

$\int x \ln x \, dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx$ 1.5

$= \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2}\int x\,dx$ 1

$= \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + c$ 1.5

$\overline{15}$

(a) **السؤال الثاني :**

(7 درجات)

لتكن $9x^2 - 16y^2 = 144$ معادلة قطع زائد ،أوجد:

(a) رأسي القطع الزائد.
(b) البؤرتين.
(c) معادلتي دليلي القطع.
(d) معادلة كل من الخطين المقاربين.

الحل:

$$9x^2 - 16y^2 = 144$$

$$\frac{9x^2}{144} - \frac{16y^2}{144} = \frac{144}{144}$$ 0.5

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$ 0.5

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$ 0.5

المحور القاطع على محور السينات

$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$ 0.5

$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$ 0.5

الرأسان هما $A_1(-4,0), A_2(4,0)$ 0.5

$c^2 = a^2 + b^2$ 0.5

$C^2 = 16 + 9 = 25$ 0.5

$c = 5$ 0.5

البؤرتان هما $F_1(-5,0), F_2(5,0)$ 0.5

$x = \frac{a^2}{c}$, $x = \frac{-a^2}{c}$ 0.5

معادلة دليلي القطع الزائد : $x = \frac{16}{5}$, $x = \frac{-16}{5}$ 0.5

$y = \pm\frac{b}{a}x$ 0.5

معادلة كل من الخطين المقاربين $y = \pm\frac{3}{4}x$ 0.5

(b)

(8 درجات)

لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{-x+10}{x^2+x-12}$

فأوجد :

(a) الكسور الجزئية

(b) $\int f(x)\, dx$

<u>الحل:</u>

(a)

f(x)= $x^2 + x - 12 = (x+4)$

$(x-3)$

$$\frac{-x+10}{x^2+x-12} = \frac{A_1}{x+4} + \frac{A_2}{x-3}$$ 1

ضرب طرفي المعادلة في $(x+4)(x-3)$

$-x+10 = A_1(x-3) + A_2(x+4)$ 1

$-(-4)+10 = A_1(-4-3) + A_2(-4+4)$ 0.5

بوضع X=-4

$A_1 = -2$ 0.5

$-(3)+10 = A_1(3-3) + A_2(3+4)$ 1

بوضع X=3

$A_2 = 1$ 0.5

$$\frac{-x+10}{x^2+x-12} = \frac{-2}{x+4} + \frac{1}{x-3}$$ 0.5

(b)

$$\int f(x)\, dx = \int \frac{-x+10}{x^2+x-12}\, dx$$

$$= \int \left(\frac{-2}{x+4} + \frac{1}{x-3}\right) dx$$ 1

$$= \int \frac{-2}{x+4}\, dx + \int \frac{1}{x-3}\, dx$$ 0.5

$$= -2\int \frac{1}{x+4}\, dx + \int \frac{1}{x-3}\, dx$$ 0.5

$$= -2\, ln|x+4| + ln|x-3| + c$$ 1

$\overline{15}$

السؤال الثالث :

(a) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي

للمتغير العشوائي المتقطع x

(7 درجات)

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

فأوجد:

(a) التوقع μ

(b) التباين σ^2

(c) الإنحراف المعياري σ

الحل:

(a)

$$\mu = \sum x_i f(x_i) \quad 1$$

$$= 1 \times 0.43 + 2 \times 0.29 + 3 \times 0.17$$
$$+4 \times 0.09 + \ 5 \times 0.02 \quad 1.5$$

$$= 1.98 \quad 0.5$$

(b)

$$\sigma^2 = \sum x_i^2 f(xi) - \mu^2 \quad 1$$

$$1 \times 0.43 + 4 \times 0.29 + 9 \times 0 \cdot 17 + 16 \times 0.09 + 25 \times 0.02$$
$$-(1 \cdot 98)^2 \quad 1.5$$

$$= 5.06 - 3.92 = 1.1396 \quad 0.5$$

(c)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1.1396} \approx 1.0675 \quad 1$$

(8 درجات)

(b) **أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيى الدالتين :**

$$\boldsymbol{g(x) = x^2 - 1} \qquad \boldsymbol{f(x) = -2x^2 + 2}$$

الحل:

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنيين نضع

$f(x) = g(x)$

$-2x^2 + 2 = x^2 - 1$ 0.5

$-2x^2 + 2 - x^2 + 1 = 0$ 0.5

$-3x^2 + 3 = 0$ 0.5

$x^2 - 1 = 0$ 1

$\boldsymbol{(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1}$

يكون التكامل من $x = -1$ **إلى** $x = 1$ **ومساحة المنطقة هي:**

$$\boldsymbol{A = \left| \int_{-1}^{1} \big(f(x) - g(x)\big)\, dx \right|} \qquad \mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{= \left| \int_{-1}^{1} (-3x^2 + 3)\, dx \right|} \qquad \mathbf{0.5}$$

$$\boldsymbol{= \left| \left[\frac{-3x^3}{3} + 3x \right]_{-1}^{1} \right| = \left| [-x^3 + 3x]_{-1}^{1} \right|} \qquad \mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{= \left| [-(1)^3 + 3(1)] - [-(-1)^3 + 3(-1)] \right|} \qquad \mathbf{2}$$

= 4 وحدة مربعة **1**

$\overline{15}$

<u>السؤال الرابع :</u>

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميلة عند أي نقطة $p(x,y)$

يساوي : $4x^3+6x^2-2x+1$ ويمر بالنقطة $B(1,0)$ **(8 درجات)**

<u>*الحل*</u>:

$f'(x)=4x^3+6x^2-2x+1$ 1

$f(x)=\int(4x^3+6x^2-2x+1)\,dx$ 1.5

$f(x)=4\dfrac{x^4}{4}+6\dfrac{x^3}{3}-2\dfrac{x^2}{2}+x+C$ 1.5

$f(x)=x^4+2x^3-x^2+x+c$ 1

لتعيين قيمة الثابت c نعوض بالنقطة $B(1,0)$

$0=(1)^4+2(1)^3-(1)^2+1+c$ 1

$0=1+2-1+1+c$ 0.5

$c=-3$ 0.5

معادلة المنحنى f هي:

$f(x)=x^4+2x^3-x^2+x-3$ 1

(7 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه : $F_2(2,0)$ $F_1(-2,0)$ وطول محوره الأكبر 6

الحل :

مركز القطع الناقص $(0,0)$

البؤرتان يقعان على محور السينات فتكون معادلة القطع الناقص على الصورة:

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 1

وتكون $c=2$ وطول المحور الأكبر 6

$2a=6$ 1

$a=3$ 1

$c^2=a^2-b^2$ 1

$4=9-b^2$ 1

$b^2=5$ 1

معادلة القطع الناقص هي:

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 1

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة : (b) اذا كانت العبارة خاطئة

---

1) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بمنحنى الدالة f : $f(x) = x$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = \frac{1}{2}x^2$

هو : $v = \pi \int_0^2 \left(x - {}^1\!/_2\, x^2\right) dx$

a b

2) $\int x\left(x^2 - 1\right)^0 dx = \frac{1}{18}\left(x^2 - 1\right)^9 + c$

a b

3) $\int csc^2 x\, dx = cot\, x + c$

a b

ثانيًا : في البنود (4-10) لكل بند أربع اختيارات واحد منها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح .

4) $\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$

a) $21n(x^2 + 1) + c$

b) $ln(x^2 + 1) + C$

c) $\frac{2^2}{x^2 + 1} + C$

d) $\frac{x}{\frac{1}{3}x^2 + 1} + c$

5) البعد بين بؤرتى القطع الزائد الذي معادلته:

$$50y^2 - 25x^2 - 100 = 0$$

a $\sqrt{6}$ b $2\sqrt{6}$ c 6 d $2\sqrt{2}$

6) $\int \sqrt{x}(2 + x^2)\, dx$

a $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$

b $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}} + C$

c $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}} + c$

d $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}} + c$

7)المعادلة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه (0,0) ويمر بالنقطة $A(-5,-2)$, $B(-5,2)$ هي:

a $y^2 = -\frac{4}{5}x$ b $x^2 = -\frac{4}{5}y$ c $y^2 = \frac{4}{5}x$ d $x^2 = \frac{4}{5}y$

8) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = x - 3$ في الفترة : $[0,2]$

a $\sqrt{2}$ وحدة

b $2\sqrt{2}$ وحدة

c $3\sqrt{2}$ وحدة

d $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وحدة

9) إذا كان x متغيرا عشوائيا متقطعا دالة التوزيع الاحتمالي f هي:

x	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.5	0.25

فإن التوقع له يساوي:

a) 1

b) 1.25

c) 1.5

d) 0.5

10) إذا كانت $a = 7$ ، $c = 2\sqrt{10}$ فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

a) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$

b) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$

c) $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$

d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$

(انتهت الأسئلة)

إجابة البنود الموضوعية

1	a	●		
2	a	●		
3	a	●		
4	a	●	c	d
5	a	●	c	d
6	●	b	c	d
7	●	b	c	d
8	a	●	c	d
9	●	b	c	d
10	a	●	c	d

تمنياتنا لكم بالتوفيق ،،،

المصحح:

المراجع:

$\overline{10}$