وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الجهراء التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات
ثانوية الواحة للبنين

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمـن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي : 2023/ 2022

نموذج (2) امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الثاني عشر علمي

==

القسم الأول – أسئلة المقال

(أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد:

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+2\,)^{3}}\; dx$$

$u = \sqrt{x} + 2 \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow 2\,du = \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

$\int \frac{5}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+2)^3} dx = \int \frac{5}{u^3}(2\,du)$

$= 10 \int u^{-3}\,du$

$= 10 \frac{u^{-2}}{-2} + C$

$= -5\,(\sqrt{x}+2)^{-2} + C$

$= \frac{-5}{(\sqrt{x}+2)^2} + C$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد:

$$\int 4x\, e^{-5x}\, dx$$

$u = 4x \qquad dV = e^{-5x}\, dx$

$du = 4dx \qquad V = \frac{1}{-5} e^{-5x}$

$\int u\,dV = uV - \int V\,du$

$\int 4x\, e^{-5x}\, dx = -\frac{4}{5} x\, e^{-5x} + \frac{4}{5} \int e^{-5x}\, dx$

$= \frac{-4}{5} x\, e^{-5x} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{-5} e^{-5x} + c$

$= -\frac{4}{5} x\, e^{-5x} - \frac{4}{25} e^{-5x} + c$

السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) أوجد

$$\int \frac{-x+10}{x^2+x-12}\, dx$$

$$x^2+x-12=(x-3)(x+4)$$

$$\frac{-x+10}{x^2+x-12}=\frac{A_1}{x-3}+\frac{A_2}{x+4}$$

$$-x+10=A_1(x+4)+A_2(x-3)$$

نعوض عن x بـ 3

$$-3+10=A_1(3+4)\Rightarrow 7=7A_1\Rightarrow A_1=1$$

نعوض عن x بـ -4

$$-(-4)+10=A_2(-4-3)\Rightarrow 14=-7A_2\Rightarrow A_2=-2$$

$$\frac{-x+10}{x^2+x-12}=\frac{1}{x-3}+\frac{-2}{x+4}$$

$$\int\frac{-x+10}{x^2+x-12}dx=\int\frac{1}{x-3}dx+\int\frac{-2}{x+4}dx$$

$$=\int\frac{1}{x-3}dx-2\int\frac{1}{x+4}dx$$

$$=\ln|x-3|-2\ln|x+4|+C$$

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين: $f(x) = x^2 + 1\,,\ g(x) = -x^2 + 9$

نضع $f(x) = g(x)$

$x^2 + 1 = -x^2 + 9$

$x^2 + 1 + x^2 - 9 = 0$

$2x^2 - 8 = 0$

$x = 2\,,\quad x = -2$

$A = \left| \int_{-2}^{2} (f(x) - g(x))\,dx \right|$

$= \left| \int_{-2}^{2} ((x^2+1) - (-x^2+9))\,dx \right|$

$= \left| \int_{-2}^{2} (x^2+1+x^2-9)\,dx \right|$

$= \left| \int_{-2}^{2} (2x^2-8)\,dx \right|$

$= \left| \left[\frac{2x^3}{3} - 8x \right]_{-2}^{2} \right|$

$= \left| \left(\frac{2(2)^3}{3} - 8(2) \right) - \left(\frac{2(-2)^3}{3} - 8(-2) \right) \right|$

$= \frac{64}{3}$

السؤال الثالث: (15 درجة)

(a) أوجد البؤرتين والرأسين وطول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته:

$$x^2 + 4y^2 = 16$$

$x^2 + 4y^2 = 16$

نقسم على 16

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

معادلة قطع ناقص محوره الأكبر ينطبق على محور السينات

$a^2 = 16 \Rightarrow a = \sqrt{16} = 4$

$b^2 = 4 \Rightarrow b = \sqrt{4} = 2$

$a^2 = b^2 + c^2$

$c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow c = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

البؤرتان $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$

$F_1(-2\sqrt{3}, 0)$, $F_2(2\sqrt{3}, 0)$

الرأسين $A_1(-a, 0)$, $A_2(a, 0)$

$A_1(-4, 0)$, $A_2(4, 0)$

طول المحور الأكبر

$2a = 2 \times 4 = 8$

تابع السؤال الثالث:

(b)أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^3}$ في الفترة $[0\,,4]$

$f(x) = x^{\frac{3}{2}}$

$f'(x) = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}$

$(f'(x))^2 = \left(\frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{9}{4} x$

$L = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$

$= \int_0^4 \sqrt{1 + \frac{9}{4}x}\, dx$

$g(x) = 1 + \frac{9}{4}x$

$g'(x) = \frac{9}{4}$

$L = \frac{4}{9} \int_0^4 \frac{9}{4} \left(1 + \frac{9}{4}x\right)^{\frac{1}{2}} dx$

$= \frac{4}{9} \times \frac{2}{3} \left[\left(1 + \frac{9}{4}x\right)^{\frac{3}{2}}\right]_0^4$

$= \frac{8}{27} \left[\left(1 + \frac{9}{4}(4)\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 + \frac{9}{4}(0)\right)^{\frac{3}{2}}\right]$

$\simeq 9.07$

==

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a)عند رمي حجر نرد مرة واحدة، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن:

" مربع العدد الظاهر مطروحا منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و1- لغير ذلك " فأوجد:

1) فضاء العينة S وعدد عناصر فضاء العينة $n(S)$

2) مدى المتغير العشوائي X .

3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X .

4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X .

1) فضاء العينة :

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$n(S) = 6$

2) مدى المتغير العشوائي X :

عناصر S	عناصر المدى
1	$1^2 - 1 = 0$
2	$2^2 - 1 = 3$
3	$3^2 - 1 = 8$
4	-1
5	-1
6	-1

مدى المتغير العشوائي : $X = \{-1, 0, 3, 8\}$

3)

$f(-1) = P(X = -1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$f(0) = P(X = 0) = \frac{1}{6}$

$f(3) = P(X = 3) = \frac{1}{6}$

$f(8) = P(X = 8) = \frac{1}{6}$

4) دالة التوزيع الاحتمالي :

x	-1	0	3	8
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

تابع السؤال الرابع:

(b)أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4\,,0)\,,\ F_2(4\,,0)$

ورأساه $A_1(-2\,,0)\,,\ A_2(2\,,0)$ ، ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين

إحدى البؤرتين $F_2\ (4,0)$

المحور القاطع ينطبق على محور السينات

$c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

أحد الرأسين $A_2\ (2,0)$

$a = 2 \Rightarrow a^2 = 4$

$c^2 = a^2 + b^2$

$b^2 = c^2 - a^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

معادلة القطع:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

معادلتا الخطين المقاربين:

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

$$y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} x$$

$$y = \pm \sqrt{3}\, x$$

القسم الثاني – الأسئلة الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) الي (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة عكسية للدالة: $f(x) = -3x^{-4}$ — (a) (b)

(2) إذا كانت: $y = x\ ln\ x - x$ فإن $y' = ln\ x$ — (a) (b)

(3) التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع. — (a) (b)

ثانيا: في البنود من (4) الي (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح – ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) $\int \frac{e^x+e^{-x}}{2}\,dx =$

(a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$ — (b) $\frac{e^x+e^{-x}}{2} + C$

(c) $\frac{e^{-x}-e^x}{2} + C$ — (d) $\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2} + C$

(5) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $y = -2$ عندما $x = 1$ هو:

(a) $y = x^2 + 3$ — (b) $y = x^2 - 3$

(c) $y = \frac{x^2}{2} - 3$ — (d) $y = \frac{x^2}{2} + 3$

(6) إذا كان: $\int_3^{-1} g(x)dx = 2$ ، $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^{3}(2f(x) + 3\,g(x) + 1)dx$ تساوي:

(a) 18 — (b) -6 — (c) 12 — (d) 6

==

(7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة $f\ :\ f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1\,,1]$ بالوحدات المكعبة هو:

a 18π b 6π c 18 d 81π

----

(8) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل هي:

a $y^2 = -\frac{1}{2}x$ b $y^2 = \frac{1}{2}x$ c $x^2 = -\frac{1}{2}y$ d $x^2 = \frac{1}{2}y$

----

(9) $\int \sqrt[3]{\cot x}\, csc^2 x\, dx$

a $3\sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

b $-\frac{3}{4}\sqrt[4]{(\cot x)^3} + C$

c $\frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

d $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

----

(10) البعد بين بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته: $50\,y^2 - 25\,x^2 - 100 = 0$ بوحدة الطول يساوي:

a $2\sqrt{6}$ b $\sqrt{6}$ c 6 d $2\sqrt{2}$

انتهت الأسئلة