@MOH82FALAH

أ / محمد نوري الفلاح

الواحة الثانوية - بنين

Waha Secondary School

٢٠٢٢ ــ ٢٠٢٣

الفصل الدراسي الثاني

نماذج إجابات امتحانات سابقة

الفترة الثانية

الصف الحادي عشر علمي

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و خمسة وأربعون دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$ (7 درجات)

الحل:

1	$a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = 4$
$\frac{1}{2}$	$\Delta = b^2 - 4ac$
	$= (-2)^2 - 4(1)(4)$
$\frac{1}{2}$	$= 4 - 16$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$= -12 = 12i^2$
1	$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
1	$= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}\,i}{2}$
1	$= 1 \mp \sqrt{3}\,i$
1	$\therefore$ $1-\sqrt{3}\,i$, $1+\sqrt{3}\,i$ حلان للمعادلة

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان : $\sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ (8 درجات)

فأوجد $\sin 2\theta$

الحل :

1	$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$
1	$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$
1	$= 1 - (\frac{-1}{\sqrt{2}})^2 = \frac{1}{2}$
1	$\because \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos\theta < 0$
1	$\therefore \cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$
1	$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$
1	$= 2\,(\frac{-1}{\sqrt{2}})(\frac{-1}{\sqrt{2}})$
1	$= 1$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r,θ): **(7 درجات)**

$$L\left(1,-\sqrt{3}\right),\ 0 \le \theta < 2\pi$$

الحل :

$r = \sqrt{(1)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{4} = 2$	$1+1$
نفرض أن α زاوية الاسناد	
$\therefore\ \tan\alpha = \left\|\frac{y}{x}\right\| = \left\|\frac{-\sqrt{3}}{1}\right\| = \sqrt{3}$	$1+1$
$\alpha = \tan^{-1}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\alpha = \frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\because\ x>0,\ y<0$	
$\because$ L تنتمي إلى الربع الرابع	$\frac{1}{2}$
$\therefore\ \theta = 2\pi - \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$	1
$\therefore$ الاحداثيات القطبية هي $L\left(2,\frac{5\pi}{3}\right)$	$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $0 \leqslant x < 2\pi$ (8 درجات)

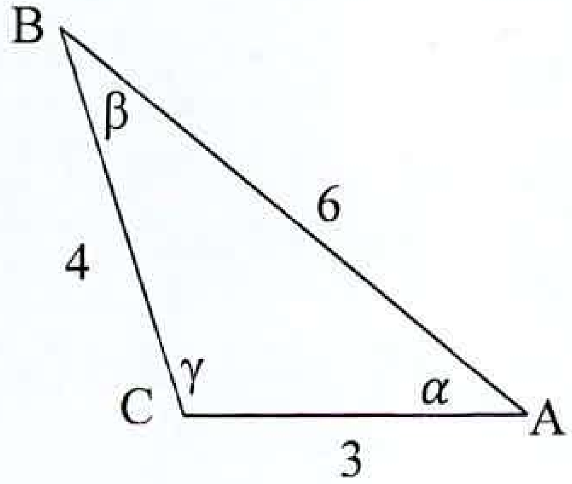
الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$\cos \alpha = \|\cos x\| = \left\|\frac{-1}{2}\right\| = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
	1
$\therefore \quad \alpha = \frac{\pi}{3}$	1
$\because \cos x < 0$	
$\therefore$ x تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
عندما x تقع في الربع الثاني :	
$x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \in [0, 2\pi)$	1
عندما x تقع في الربع الثالث :	
$x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \in [0, 2\pi)$	1
ومنه يكون حل المعادلة هو $x = \frac{4\pi}{3}$ أو $x = \frac{2\pi}{3}$	1+1

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 4\ cm$, $b = 3\ cm$, $c = 6\ cm$ (6 درجات)



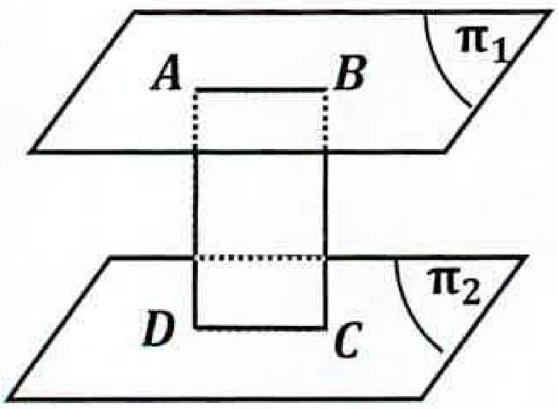
الحل :

$\frac{1}{2}$	$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{9+36-16}{(2)(3)(6)}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{29}{36}$
$\frac{1}{2}$	$\alpha = \cos^{-1}(\frac{29}{36}) \approx 36.3°$
$\frac{1}{2}$	$\cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{16+36-9}{(2)(4)(6)}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{43}{48}$
$\frac{1}{2}$	$\beta = \cos^{-1}(\frac{43}{48}) \approx 26.4°$
$\frac{1}{2}$	$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$
1	$\approx 180 - (36.3° + 26.4°)$
$\frac{1}{2}$	$= 117.3°$

تابع السؤال الثالث :

(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ، **(9 درجات)**

A, B نقطتان في π_1 ،
C, D نقطتان في π_2 حيث A, B, C, D في مستوى واحد
$\overline{AD} \perp \pi_2$ ، $\overline{BC} \perp \pi_2$ ،
اثبت ان $ABCD$ مستطيل



الحل :

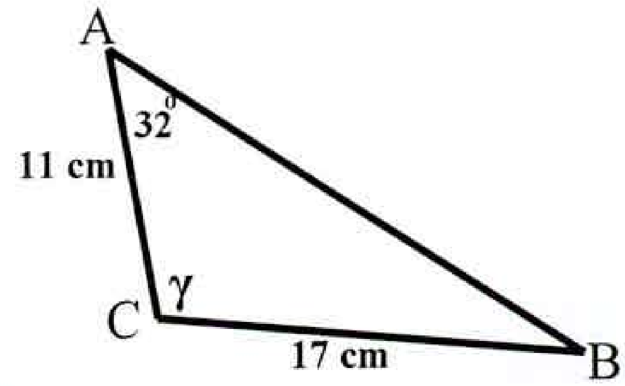
$\because\ \overline{AD} \perp \pi_2 \quad , \overline{BC} \perp \pi_2$		$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore\ \overleftrightarrow{AD} \ // \ \overleftrightarrow{BC}$ ....(1)	(نظرية)	1
$\because$ $\pi_1 // \pi_2$ و A, B, C, D في مستوى واحد هو $(ABCD)$		$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\pi_1 \cap (ABCD) = \overleftrightarrow{AB} \ , \pi_2 \cap (ABCD) = \overleftrightarrow{DC}$		$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore\ \overleftrightarrow{AB} \ // \ \overleftrightarrow{DC}$ ....(2)		1
من (1) و (2)		
$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع		1
لكن $\overline{AD} \perp \pi_2$ ، $\overline{DC} \subset \pi_2$		$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore\ \overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{DC}$ (نظرية)		1
$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع احدى زواياه قائمة		$\frac{1}{2}$
$\therefore$ الشكل $ABCD$ مستطيل		$\frac{1}{2}$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) في المثلث ABC :

إذا كان $\alpha = 32^{o}$ ، $b = 11$ cm ، $a = 17$ cm ، أوجد γ **(6 درجات)**

الحل :



$\frac{1}{2}$ $$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{\sin 32^{o}}{17} = \frac{\sin\beta}{11} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $$\sin\beta = \frac{11\sin 32^{o}}{17} \approx 0.34 > 0$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore \beta \approx 20.1^{o}$$

توجد زاويتان β تحققان $\sin\beta \approx 0.34$ و $0° < \beta < 180$

$\frac{1}{2}$ $$\beta_1 + \alpha \approx 20.1^{o} + 32^{o} = 52.1^{o} < 180^{o}$$

$\frac{1}{2}$ أو $$\beta_2 \approx 180^{o} - 20.1^{o}$$

$\frac{1}{2}$ $$= 159.9^{o}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ مرفوضه $$\beta_2 + \alpha \approx 159.9^{o} + 32^{o} = 191.9^{o} > 180^{o}$$

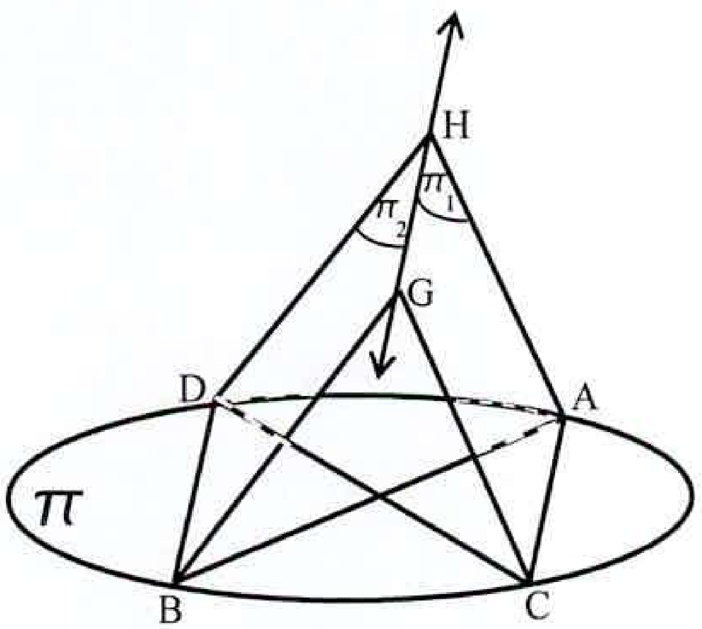
$\frac{1}{2}$ $$\therefore \gamma \approx 180^{o} - (32^{o} + 20.1^{o})$$

$\frac{1}{2}$ $$\approx 127.9^{o}$$

تابع السؤال الرابع:

(b) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π **(9 درجات)**

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



الحل :

$\because$ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π — 1

$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان — 1

$\therefore$ الشكل ACBD مستطيل — 1

$\therefore \quad \overline{AC} \parallel \overline{DB}$ .... (1) — 1

$\overline{AC} \subset \pi_1 \quad , \quad \overline{DB} \subset \pi_2$ — 1

$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$ .... (2) — 1

من (1) ، (2) $\quad \therefore \quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB}$ — 1

$\because \quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \quad , \quad \overleftrightarrow{AC} \subset \pi$ — 1

$\therefore \quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$ — 1

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد $3+\sqrt{-4}$ هي $3+2i$

(2) $\cos x = 2\cos^2\frac{x}{2}-1$

(3) إذا كان $\overleftrightarrow{m}//\pi$, $\overleftrightarrow{l}//\pi$ فإن $\overleftrightarrow{l}//\overleftrightarrow{m}$.

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) أبسط صورة للتعبير: $\left(3+\sqrt{-4}\right)\left(4+\sqrt{-9}\right)$ هي:

ⓐ $18+17i$ ⓑ $18+3\sqrt{-9}+4\sqrt{-4}$

ⓒ $6+17i$ ⓓ 18

(5) $\forall n \in z^+$ فإن قيمة $\left(i^{2n+2}+i^{2n+8}\right)$ تساوي:

ⓐ i^{-2n} ⓑ -1 ⓒ 0 ⓓ 1

(6) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

ⓐ $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ ⓑ $\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$

ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$

(7) إذا كان $sin\ x + cos\ x = 0$ فإن x تقع في الربع:

(a) الأول

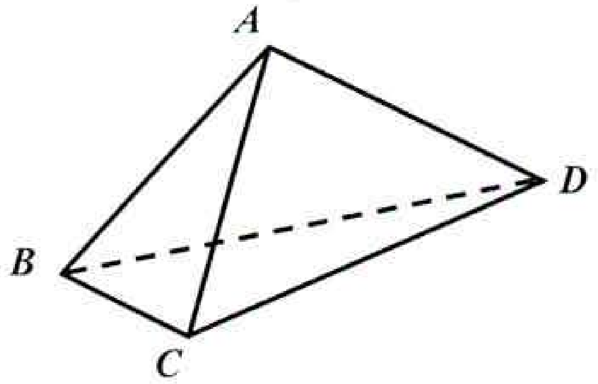
(b) الأول أو الثالث

(c) الثالث

(d) الثاني أو الرابع

---

(8) في الشكل المقابل: النقاط B , C , D تعين:



(a) مستويًا واحدًا

(b) مستويين مختلفين

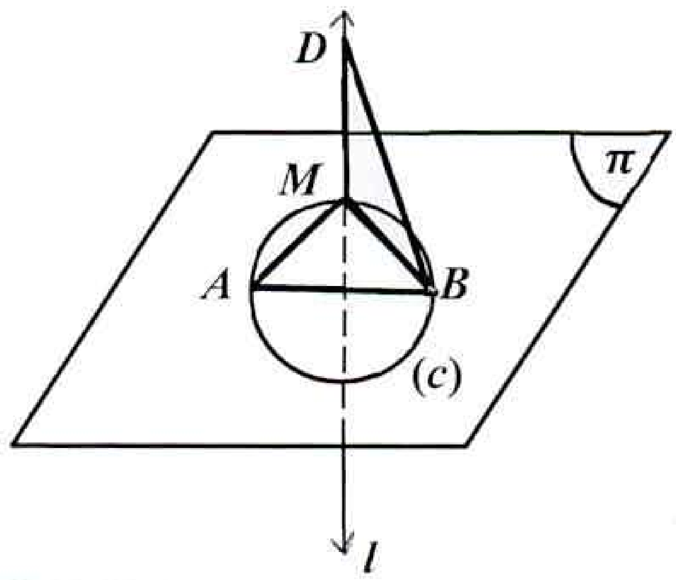
(c) عدد لا منته من المستويات المختلفة

(d) لا يمكن أن تعين مستويًا

---

(9) في الشكل المقابل:

إذا كان $\overleftrightarrow{l} \perp (AMB)$ ، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:



(a) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$

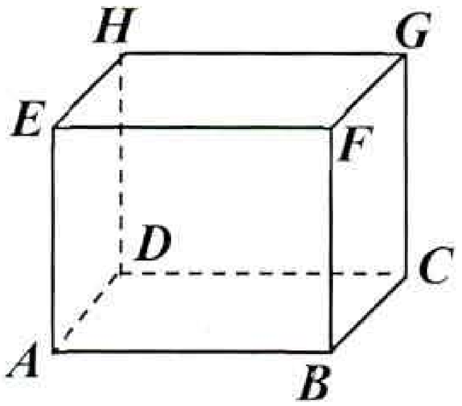
(b) $\overleftrightarrow{l} \perp (BMD)$

(c) $\overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$

(d) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BM}$

---

(10) في المكعب $ABCDEFGH$ ، $\overleftrightarrow{BD} , \overleftrightarrow{EG}$ هما:



(a) متوازيان

(b) متقطعان

(c) متخالفان

(d) يحويهما مستوٍ واحد

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(8)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و خمسة وأربعون دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) ضع في الصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية العدد $z = \sqrt{3} + i$ **(7 درجات)**

الحل :

$x = \sqrt{3}$, $y = 1$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$r = \lvert z \rvert = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$	$1 + 1$
نفرض أن α زاوية الإسناد :	
$\tan \alpha = \lvert \frac{y}{x} \rvert = \lvert \frac{1}{\sqrt{3}} \rvert = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\alpha = \frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$
$x > 0$, $y > 0$	$\frac{1}{2}$
$\therefore$ θ تقع في الربع الأول	
$\theta = \frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$
الصورة المثلثية هي : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$	$\frac{1}{2}$
$z = 2(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$	1

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أكتب العدد المركب : $\frac{3+i}{2+5i}$ في الصورة الجبرية **(7 درجات)**

الحل :

$= \frac{3+i}{2+5i} \times \frac{2-5i}{2-5i}$	1
$= \frac{(3+i)(2-5i)}{4+25}$	1
$= \frac{6-15i+2i-5i^2}{29}$	2
$= \frac{6-15i+2i+5}{29}$	1
$= \frac{11-13i}{29}$	1
$= \frac{11}{29} - \frac{13i}{29}$	1

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $\cos^2 x + 3\cos x + 2 = 0$ **(8 درجات)**

الحل :

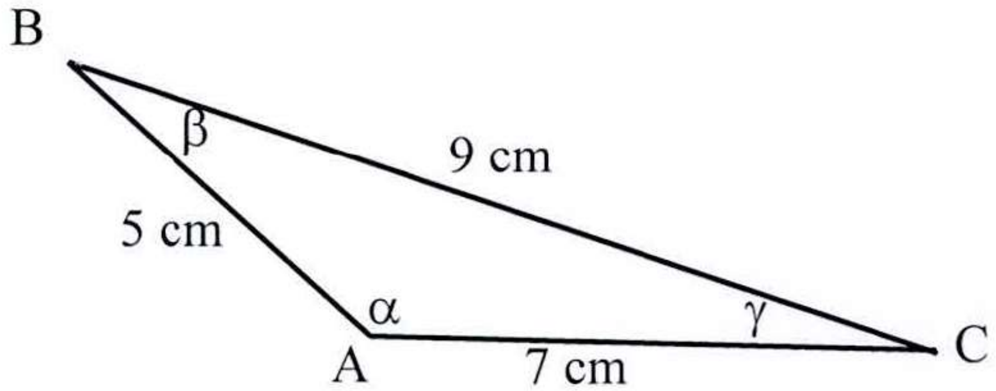
$(\cos x + 2)(\cos x + 1) = 0$	2
اما $\cos x + 1 = 0$	1
$\cos x = -1$	1
$x = \pi + 2k\pi \ , k \in z$	1
أو	
$\cos x + 2 = 0$	1
$\cos x = -2 \notin [-1, 1]$	1
لايوجد قيم تحقق هذه المعادلة	
ومنه يكون : $x = \pi + 2k\pi$ حيث , $k \in z$ حلا للمعادلة	1

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) في ABC Δ حيث : $a = 9$ cm , b = 7 cm , c = 5 cm **(6 درجات)**

أوجد قياس الزاوية الأكبر

الحل :



1 الزاوية الأكبر تقابل أطول ضلع ، أطول ضلع هو $\overline{BC}$

$\therefore$ α : هي اكبر زاوية

1 $$\therefore \cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

1 $$= \frac{7^2+5^2-9^2}{2\times7\times5}$$

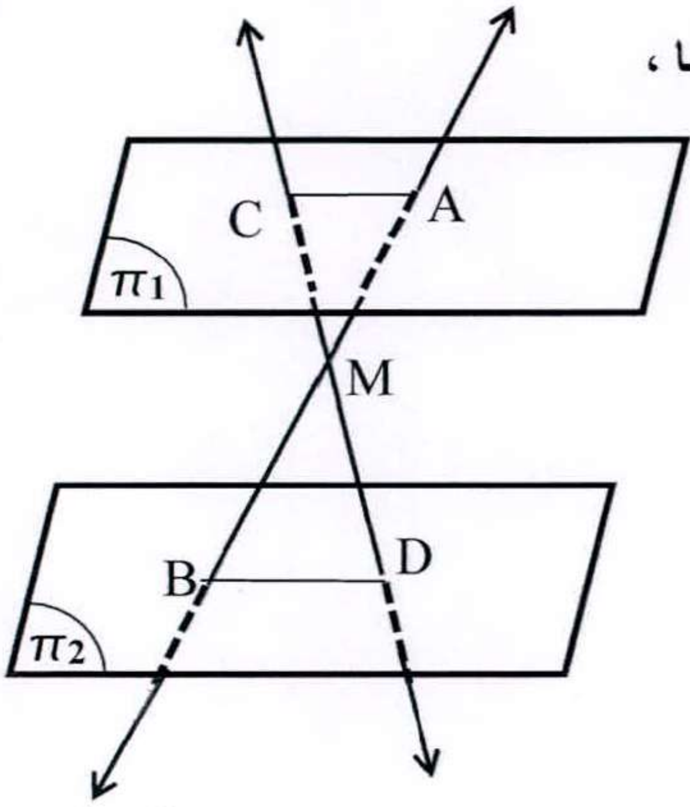
1 $$= \frac{-1}{10}$$

1 $$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{10}\right)$$

1 $$\approx 95.7^\circ$$

تابع السؤال الثالث :

(b) في الشكل المقابل : (9 درجات)



π_1, π_2 مستويان متوازيان ، M نقطة واقعة بينهما ،

حيث $\overleftrightarrow{CD} \cap \overleftrightarrow{AB} = \{ M \}$

اثبت أن $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$

الحل :

$\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD}$ مستقيمان متقاطعان في M	1
$\therefore$ $\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD}$ يعينان مستو واحد وليكن π	1
π_1, π_2 متوازيان	1
$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CA}$ ، $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$	1 + 1
$\therefore \overleftrightarrow{BD} \,//\, \overleftrightarrow{CA}$	1
في المستوى π : $\overleftrightarrow{BD} \,//\, \overleftrightarrow{CA}$	
$\therefore$ المثلثان MCA ، MDB متشابهان	1
$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{AM}{MB}$	1 + 1

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد السعة والدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

(6 درجات) $y = 3\sin 2x$

الحل :

$\frac{1}{2}$ السعة : $|a| = |3| = 3$

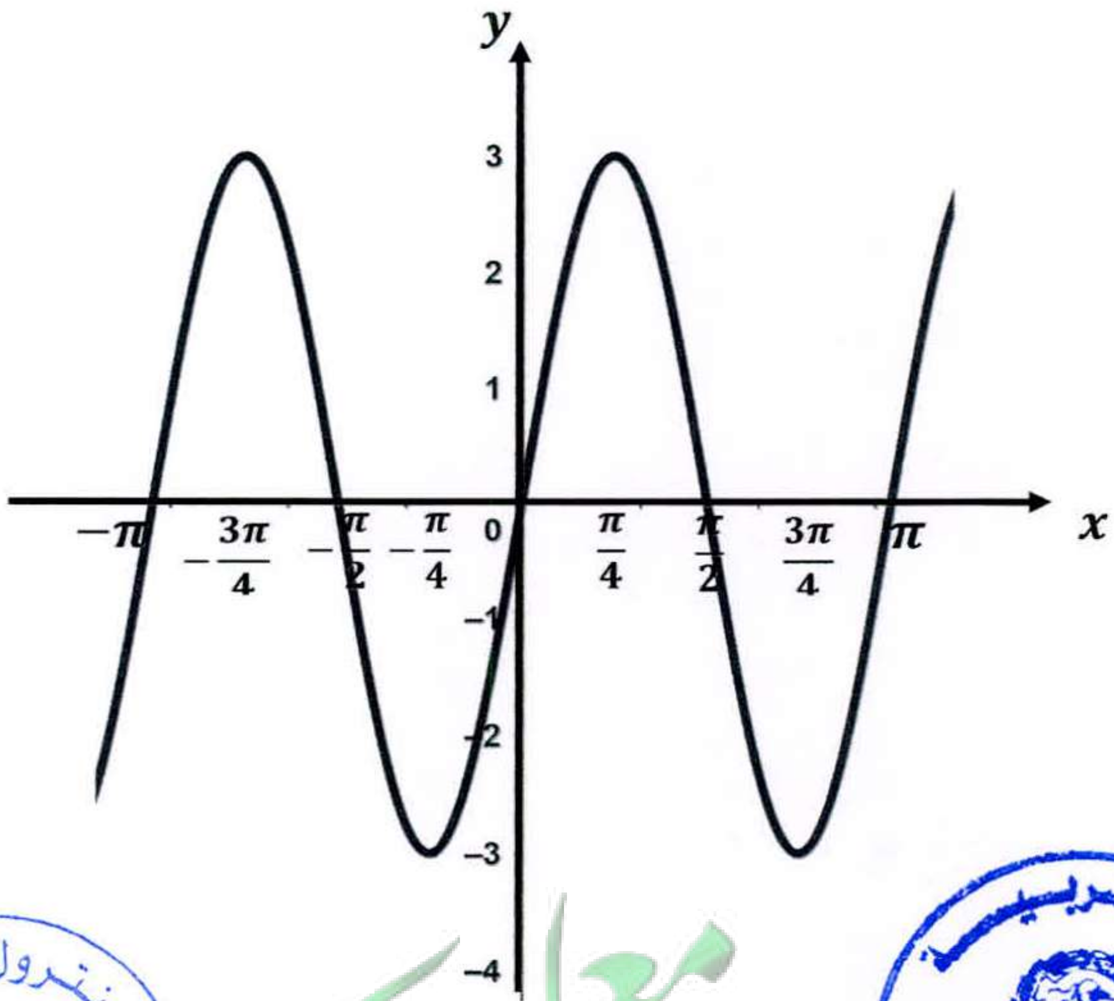
$\frac{1}{2}$ الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

$\frac{1}{2}$ ربع الدورة = $\frac{\pi}{4}$

$1\frac{1}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin 2x$	0	1	0	-1	0
$3\sin 2x$	0	3	0	-3	0

الرسم 3

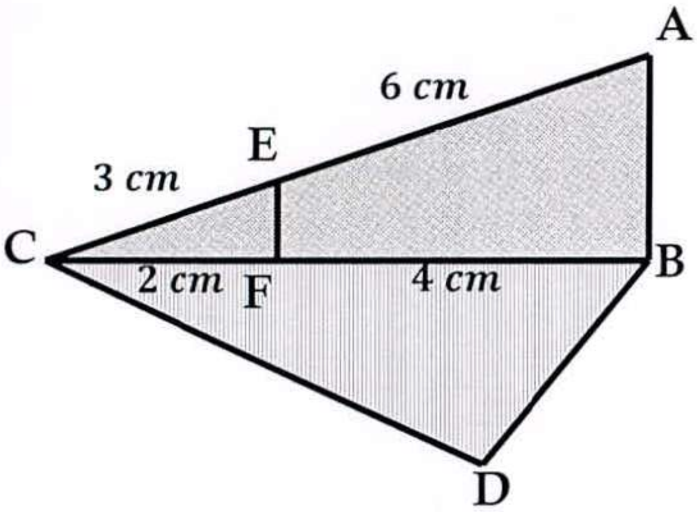


تابع السؤال الرابع:

(b) من الشكل المقابل إذا كان: $\overline{AB} \perp (BCD)$ **(9 درجات)**

وكان $FB = 4\ cm\ , CF = 2\ cm\ , EA = 6\ cm\ , CE = 3\ cm$

اثبت أن : $\overline{EF} \perp \overline{BD}$



الحل :

$\because$ $\overline{AB}, \overline{CA}$ متقاطعين	$\frac{1}{2}$
$\therefore$ $\overline{CA}\ , \overline{AB}$ يعينان مستوى وحيد (ABC)	$\frac{1}{2}$
في المثلث CAB :	
$\frac{CE}{EA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\frac{CF}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\therefore$ $\overline{EF}\ //\ \overline{AB}$ (نظرية طاليس)	1
$\because \overline{AB} \perp (CBD)$	1
$\therefore \overline{EF} \perp (CBD)\ \cdots\cdots\cdots (1)$ (نظرية)	1
$\overline{DB} \subset (CBD)\ \cdots\cdots\cdots (2)$	1
من (1) ، (2) :	
$\therefore \overline{EF} \perp \overline{DB}$	1

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) حل المعادلة: $\bar{z} + 2 = 5 - i$ هو: $z = 3 + i$

(2) $sin\,75^{\circ} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(3) يكون المستويان متوازيين إذا اشتركا في نقطة واحدة على الأقل.

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان: $xi^2 + 3yi = 5 + 3i^5$ فإن (x, y) تساوي:

ⓐ $(5, 1)$ ⓑ $(-5, -1)$ ⓒ $(5, -1)$ ⓓ $(-5, 1)$

(5) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4, \frac{5\pi}{3}\right)$ هي:

ⓐ $A(2, 2\sqrt{3})$ ⓑ $A(-2, 2\sqrt{3})$ ⓒ $A(-2, -2\sqrt{3})$ ⓓ $A(2, -2\sqrt{3})$

(6) $tan\frac{7\pi}{12}$ تساوي:

ⓐ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ ⓑ $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

ⓒ $2 + \sqrt{3}$ ⓓ $-2 - \sqrt{3}$

(7) $2\cos^2\frac{x}{2}$ تساوي:

ⓐ $\frac{1+\cos x}{2}$ ⓑ $1+\cos x$

ⓒ $1+\cos 2x$ ⓓ $\frac{1-\cos 2x}{2}$

---

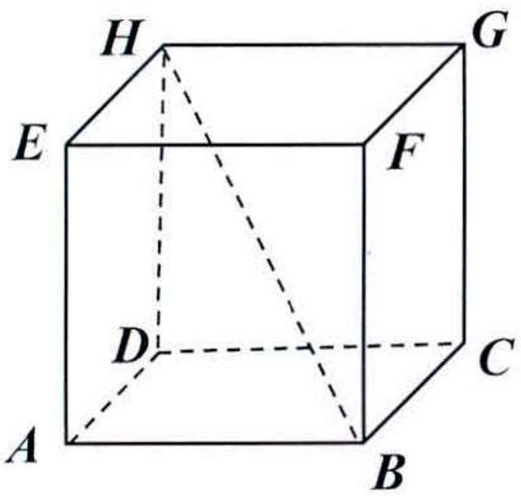
(8) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ ، حيث $\pi_1 \neq \pi_2$ فإن:

ⓐ $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ ⓑ $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$

ⓒ $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \emptyset$ ⓓ $\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ متخالفان

---

(9) يمثل الشكل المقابل مكعبًا ، إذا كان طول حرفه $3\ cm$ فإن طول قطره $\overline{HB}$ يساوي:

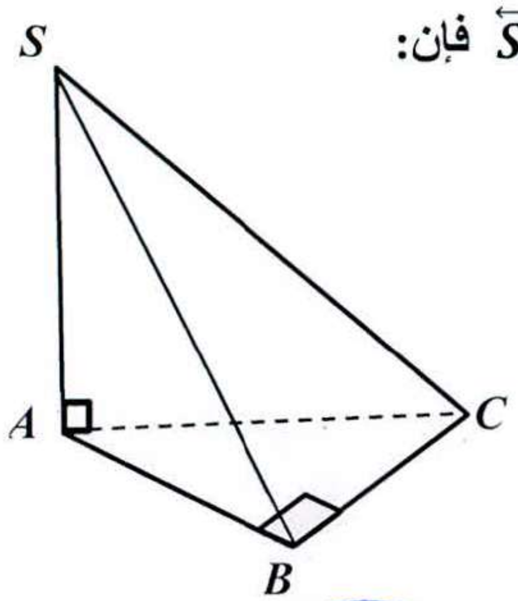


ⓐ $3\sqrt{3}\ cm$ ⓑ $\sqrt{3}\ cm$

ⓒ $18\ cm$ ⓓ $9\ cm$

---

(9) في الشكل المقابل: إذا كان $m(\widehat{B}) = 90^\circ$ ، $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن:



ⓐ المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

ⓑ $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$

ⓒ المثلث SAB متطابق الضلعين.

ⓓ المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(7)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(9)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

دولة الكويت

وزارة التربية　　　　(الأسئلة في 11 صفحة)

التوجيه الفني العام للرياضيات　　　　الزمن : ساعتان و45 دقيقة

المجال الدراسي الرياضيات　　　　العام الدراسي 2019/2018

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع اسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) اكتب العدد $\dfrac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ في الصورة الجبرية　　(9 درجات)

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدما السعة الأساسية

الحل :

$$\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}=\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}\times\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i} \qquad 1$$

$$=\frac{2-2\sqrt{3}i}{3+1} \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$=\frac{2-2\sqrt{3}i}{4} \qquad \frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i \qquad 1$$

$$x=\frac{1}{2}\quad ,y=\frac{-\sqrt{3}}{2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$r=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{1}=1 \qquad 1$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$$\tan\alpha=\left|\frac{y}{x}\right|=\left|\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}\right|=\sqrt{3} \qquad 1$$

$$\therefore \alpha=\frac{\pi}{3} \qquad \frac{1}{2}$$

θ تقع في الربع الرابع

$$x>0\quad ,y<0 \qquad \frac{1}{2}$$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3} \qquad 1$$

الصورة المثلثية هي :

$$z=\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right) \qquad 1$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3cos(2x) \quad , -\pi \le x \le \pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

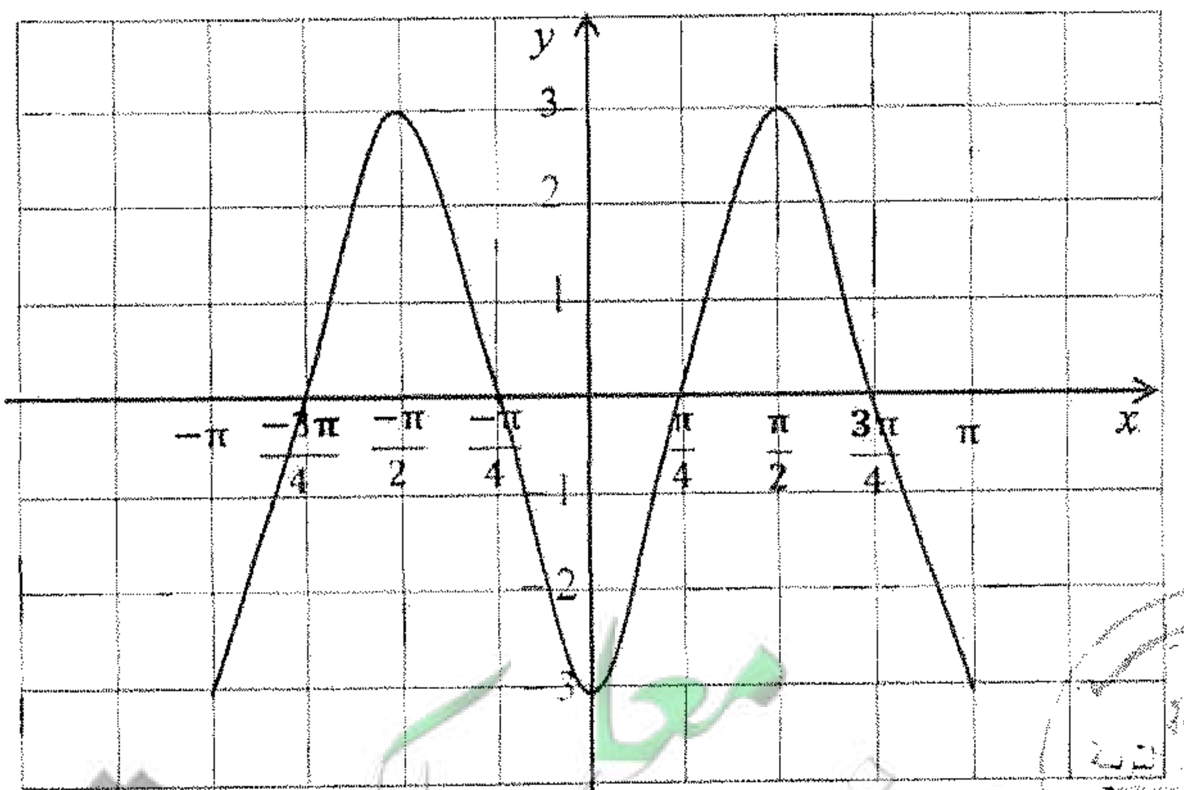
1 السعة : $|a| = |-3| = 3$

1 الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

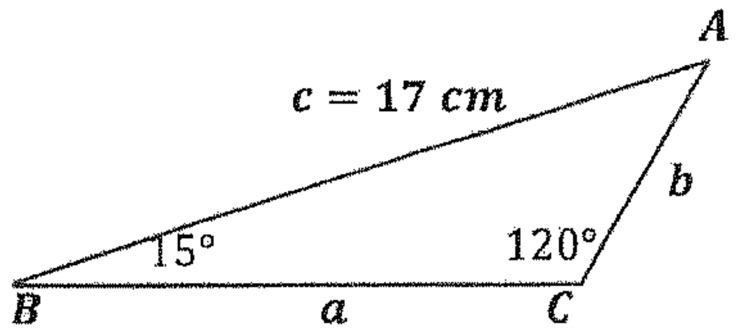
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$cos(2x)$	1	0	-1	0	1
$y = -3cos(2x)$	-3	0	3	0	-3

الرسم
كل دورة
$1\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC **(6 درجات)**



الحل: لحل المثلث نوجد α , b , a

1 $$\alpha = 180° - (15° + 120°) = 45°$$

1 $$\frac{sin\alpha}{a} = \frac{sin\beta}{b} = \frac{sin\gamma}{c}$$

1 $$\frac{sin45°}{a} = \frac{sin15°}{b} = \frac{sin120°}{17}$$

1 $$b = \frac{17 \times sin15°}{sin120°}$$

$\frac{1}{2}$ $$b \approx 5.08\ cm$$

1 $$a = \frac{17 \times sin45°}{sin120°}$$

$\frac{1}{2}$ $$a \approx 13.88\ cm$$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $2sin^2x - 3sinx - 2 = 0$ (8 درجات)

الحل :

$(2sinx + 1)(sinx - 2) = 0$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$(2sinx + 1) = 0$ أو $(sinx - 2) = 0$	
$sin\,x = \frac{-1}{2}$ أو $sinx = 2$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
عندما $sinx = 2$	
$y = sin\,x$ مداها $[-1, 1]$	
$2 \notin [-1, 1]$	$\frac{1}{2}$
$\therefore sin\,x = 2$ ليس لها حل	$\frac{1}{2}$
نأخذ $sinx = \frac{-1}{2}$	
بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية x	
$\therefore sin\alpha = \|sinx\| = \left\|\frac{-1}{2}\right\| = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$
$\because sinx < 0$ x تقع في الربع الثالث أو الرابع	$\frac{1}{2}$
عندما x تقع في الربع الثالث $x = (\pi + \alpha) + 2k\pi \quad , \quad k \in Z$	$\frac{1}{2}$
$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$	
$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$	$\frac{1}{2}$
عندما x تقع في الربع الرابع $x = (2\pi - \alpha) + 2k\pi \quad , \quad k \in Z$	$\frac{1}{2}$
$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$	
$x = \left(\frac{11\pi}{6}\right) + 2k\pi$	$\frac{1}{2}$
حل المعادلة: $x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \quad , x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad k \in Z$	1

السؤال الثالث: (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}=2\csc^2 x$ **(6 درجات)**

الحل :

$$L.H.S:\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}$$

$$=\frac{1+\cos x+1-\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)}$$ 1 + 1

$$=\frac{2}{(1+\cos x)(1+\cos x)}$$ 1

$$=\frac{2}{1-\cos^2 x}$$ 1

$$=\frac{2}{\sin^2 x}$$ 1

$$=2\csc^2 x$$ 1

$$=R.H.S$$

تابع السؤال الثالث: **(8 درجات)**

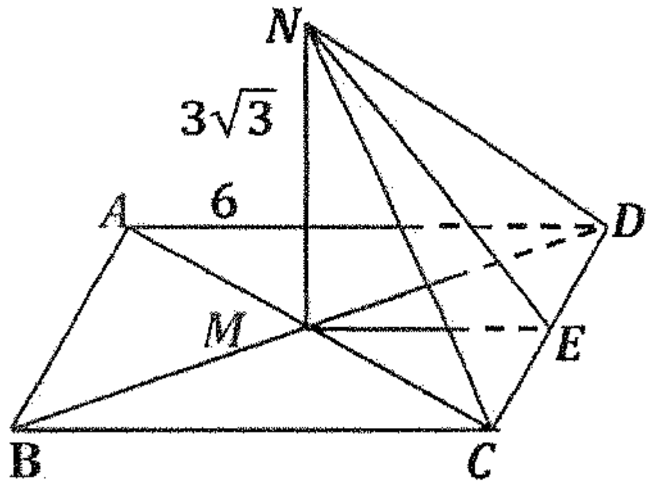
(b) $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه $AD = 6cm$

أقيم $\overline{NM}$ عمودا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 3\sqrt{3}\ cm$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD\ ,NCD$

الحل :



$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\because \overline{MN} \perp (ABCD)\quad ,\quad \overline{CD} \subset (ABCD)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD} \qquad (1)$

في المثلث CDM المتطابق الضلعين

$\frac{1}{2}$ $\because E$ منتصف $\overline{CD}$ معطى

$\frac{1}{2}$ $(2) \qquad \therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$ خواص المثلث المتطابق الضلعين

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{CD} \perp (MNE)\quad ,\quad \overline{NE} \subset (MNE)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$

$\frac{1}{2}$ $\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD\ ,\ NCD$

$\frac{1}{2}$ $\therefore M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$

في المثلث BCD E منتصف $\overline{CD}$ معطى

$\frac{1}{2}$ M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستطيل)

$\frac{1}{2}$ $\therefore ME = \frac{1}{2}\ BC \quad ,AD = BC = 6cm$

$\frac{1}{2}$ $\therefore ME = \frac{1}{2} \times 6 = 3\ cm$

في المثلث MEN القائم الزاوية في $\hat{M}$ (من خواص المستقيم العمودي مع مستو)

1 $$tan(M\hat{E}N) = \frac{MN}{ME} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

1 $$\therefore m(M\hat{E}N) = 60°$$

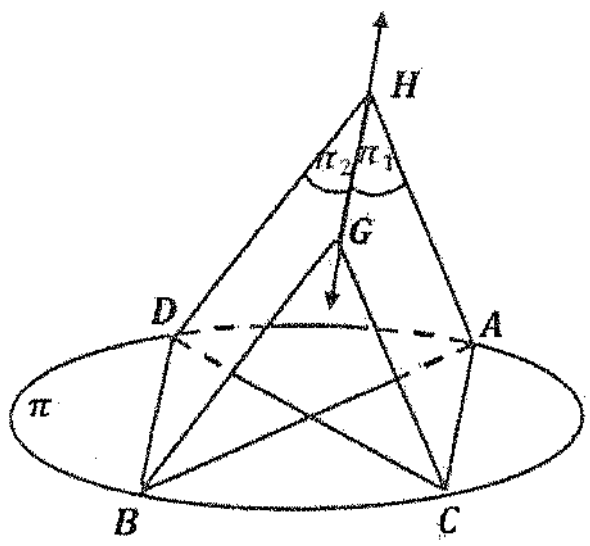
قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD\ ,NCD$ هو $60°$

السؤال الرابع : (14 درجة)　　　　(7 درجات)

(a) في الشكل المقابل: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π ،

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



الحل :

$\because$ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

1 $\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

1 $\therefore$ الشكل $ACBD$ مستطيل

1 $\therefore \overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DB}$　　(1)

1 $\because \overleftrightarrow{AC} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{BD} \subset \pi_2$, $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$　　(2)

من (1) و (2)

1 $\therefore \overleftrightarrow{GH} // \overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DB}$

1 $\overleftrightarrow{GH} // \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

1 $\therefore \overleftrightarrow{GH} // \pi$

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) حل المعادلة : ${}_{n}C_{4} = {}_{n}C_{n-2}$

الحل:

1	$\dfrac{n!}{(n-4)!\times 4!} = \dfrac{n!}{2!\times(n-2)!}$
1 + 1	$\dfrac{1}{(n-4)!\times 4\times 3\times 2!} = \dfrac{1}{2!\times(n-2)(n-3)(n-4)!}$
1	$\dfrac{1}{4\times 3} = \dfrac{1}{(n-2)(n-3)}$
$\frac{1}{2}$	$4\times 3 = (n-2)(n-3)$
$\frac{1}{2}$	$12 = n^2 - 5n + 6$
$\frac{1}{2}$	$n^2 - 5n - 6 = 0$
$\frac{1}{2}$	$(n-6)(n+1) = 0$
1	$n = 6$, $n = -1$ مرفوضة

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $B(\sqrt{2}, 135°)$ هي $B(-1,1)$

(2) معادلة الدالة المثلثية $y = a\,sin(b\theta)$ حيث السعة 5 و الدورة 3π

يمكن أن تكون $y = 5\,sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

(3) إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين .

(4) $\frac{1-\cos 2x}{2} = 2\cos^2\frac{x}{2}$

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 33 - 56i$ هما :

ⓐ $\begin{cases} z_1 = -7-4i \\ z_2 = 7+4i \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} z_1 = -7-4i \\ z_2 = -7+4i \end{cases}$

ⓒ $\begin{cases} z_1 = 7+4i \\ z_2 = 7-4i \end{cases}$ ⓓ $\begin{cases} z_1 = 7-4i \\ z_2 = -7+4i \end{cases}$

(6) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 120°$, $AB = 30\ cm$, $AC = 40\ cm$

فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريبا :

ⓐ $68\ cm$ ⓑ $36\ cm$ ⓒ $60.8\ cm$ ⓓ $21\ cm$

(7) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

ⓐ $6\sqrt{5}\ cm^2$ ⓑ $12\sqrt{5}\ cm^2$ ⓒ $16\sqrt{3}\ cm^2$ ⓓ $18\sqrt{3}\ cm^2$

(8) $sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2}sinx+\frac{\sqrt{3}}{2}cosx$ (b) $\frac{1}{2}(sinx+cosx)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}sinx+\frac{1}{2}cosx$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}sinx-\frac{1}{2}cosx$

---

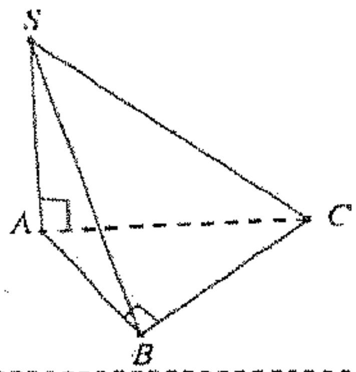
(9) $\frac{sin2x}{1+cos2x}$ تساوي :

(a) $cscx$ (b) $csc2x\,cosx$ (c) $tan2x$ (d) $tanx$

---

(10) إذا كان $\pi_1//\pi_2$ ، $\overleftrightarrow{l}\subset\pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m}\subset\pi_2$ فإن :

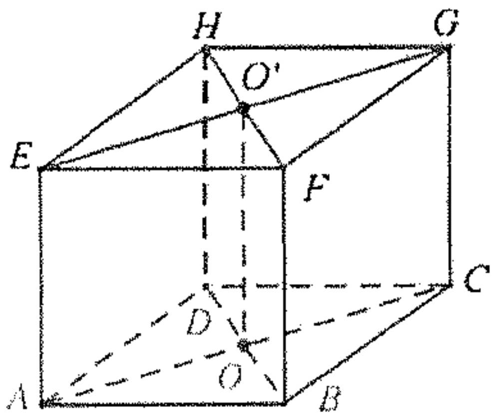
(a) $\overleftrightarrow{l}//\overleftrightarrow{m}$ (b) $\overleftrightarrow{l}\perp\overleftrightarrow{m}$ (c) $\overleftrightarrow{l}\cap\overleftrightarrow{m}=\emptyset$ (d) $\overleftrightarrow{l},\overleftrightarrow{m}$ متخالفان



(11) في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B})=90°$ ، $\overleftrightarrow{SA}\perp(ABC)$ فإن:

(a) $\overleftrightarrow{CB}\perp(SAB)$ (b) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين (d) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$



(12) في الشكل المقابل ABCDEFGH مكعب ،
O مركز المربع $ABCD$ ، O' مركز المربع $EFGH$
فإن $(DHFB),(EACG)$ هما :

(a) متطابقان (b) متعامدان

(c) متوازيان (d) ليس أيا مما سبق

---

(13) في مفكوك $(2a-3b)^6$ الحد الذي معامله 2 160 هو :

(a) الحد الخامس (b) الحد الرابع (c) الحد الثالث (d) الحد الثاني

---

(14) إذا كان الحدثان $m\,,l$ مستقلان ، $P(m)=\frac{1}{3}$, $P(l)=\frac{9}{10}$ فإن $P(m\cap l)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{25}{30}$ (c) $\frac{11}{30}$ (d) $\frac{3}{10}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	**a**	b	c	d
(3)	**a**	b	c	d
(4)	a	**b**	c	d
(5)	a	b	c	**d**
(6)	a	b	**c**	d
(7)	a	**b**	c	d
(8)	a	b	**c**	d
(9)	a	b	c	**d**
(10)	a	b	**c**	d
(11)	**a**	b	c	d
(12)	a	**b**	c	d
(13)	a	b	**c**	d
(14)	a	b	c	**d**

لكل بند درجة واحدة فقط

14

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/2018

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع اسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) إذا كان : $z_1 = 3 + 4i \;,\;\; z_2 = 5 - 2i$ (9 درجات)
فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية:

1) $\overline{3z_1 - 2\,z_2}$

الحل :

1 $\overline{3z_1 - 2z_2} = \overline{3(3+4i) - 2(5-2i)}$

1 $= \overline{9 + 12i - 10 + 4i}$

1 $= \overline{-1 + 16i}$

1 $= -1 - 16i$

2) $\dfrac{z_2}{z_1}$

الحل :

1 $\dfrac{z_2}{z_1} = \dfrac{5-2i}{3+4i} \times \dfrac{3-4i}{3-4i}$

1 + 1 $= \dfrac{15 - 20i - 6i - 8}{3^2 + 4^2}$

1 $= \dfrac{7 - 26i}{25}$

1 $= \dfrac{7}{25} - \dfrac{26}{25}i$

تابع السؤال الأول :

b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = 3sin\left(\frac{1}{2}x\right) \quad , -4\pi \le x \le 4\pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

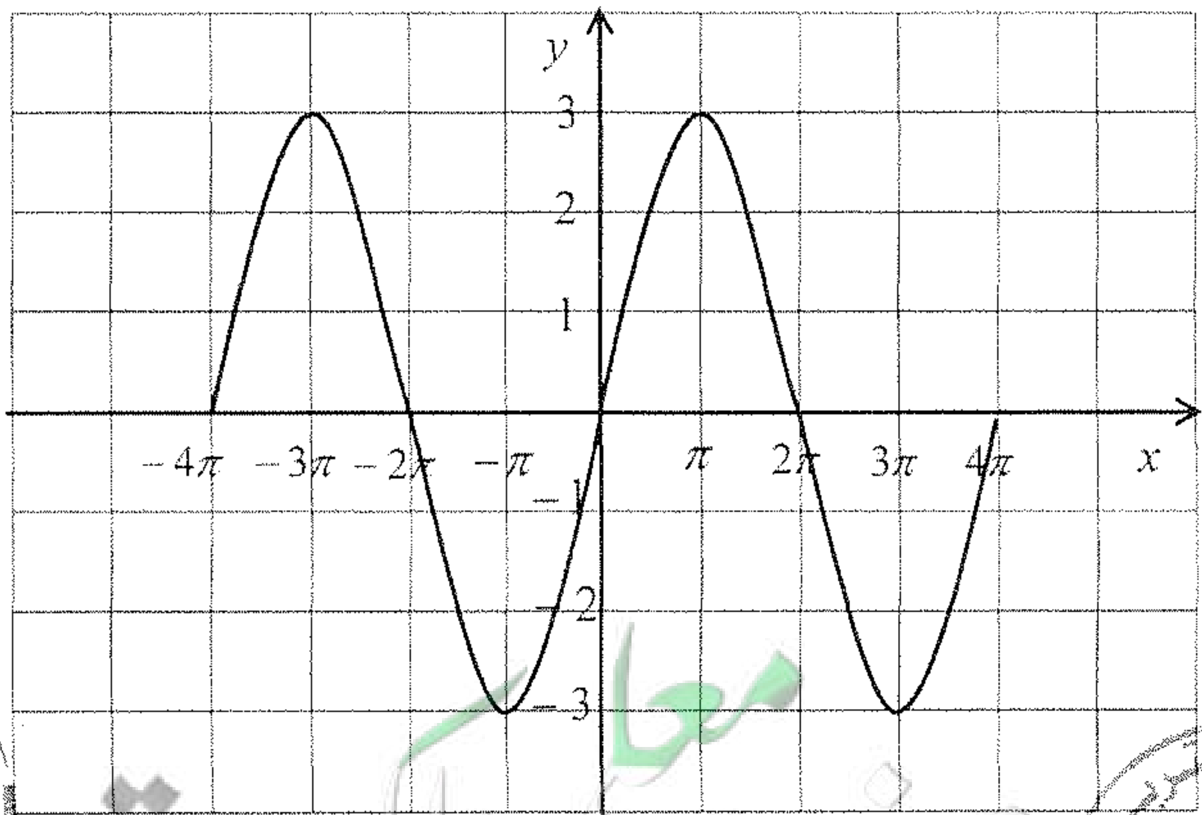
1 السعة : $|a| = |3| = 3$

1 الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

ربع الدورة $= \pi$

x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 3sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	3	0	-3	0

رسم كل دورة $1\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه : **(6 درجات)**

$$a = 9\ cm\ ,\ \ b = 7\ cm\ \ , c = 6\ cm$$

الحل:

1 $$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

1 $$s = \frac{1}{2}(9+7+6) = \frac{1}{2}(22) = 11$$

1 $$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

1 $$A = \sqrt{11(11-9)(11-7)(11-6)}$$

1 $$A = \sqrt{11 \times 2 \times 4 \times 5}$$

1 $$A = 2\sqrt{110}\ cm^2$$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5sin\,\theta - 3 = sin\,\theta$ حيث $0 \le \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5sin\,\theta - sin\,\theta = 3$$

$\frac{1}{2}$ $$4sin\,\theta = 3$$

$\frac{1}{2}$ $$sin\,\theta = \frac{3}{4}$$

بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية θ

$\frac{1}{2}$ $$sin\alpha = |sin\theta| = \left|\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$$

1 $$\therefore \alpha \approx 0.848 \text{ radians}$$

$\frac{1}{2}$ $$\because \quad sin\theta > 0$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\therefore$ θ تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

$\frac{1}{2}$ عندما θ تقع في الربع الأول $\therefore \theta = \alpha$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\therefore \theta \approx 0.848 \qquad 0.848 \in [0\,, 2\pi\,)$

عندما θ تقع في الربع الثاني $\therefore \theta = \pi - \alpha$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \theta \approx \pi - 0.848$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\therefore \theta \approx 2.2935 \qquad 2.2935 \in [0\,, 2\pi\,)$

1 حل المعادلة : $\theta \approx 2.2935$ أو $\theta \approx 0.848$

السؤال الثالث: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) إذا كان $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$, $sin\theta = \frac{-12}{13}$

أوجد : $sin\, 2\theta$

الحل :

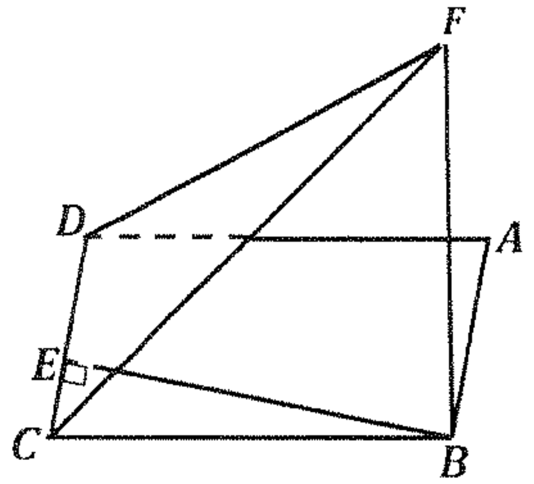
$\frac{1}{2}$	$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$
$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{-12}{13}\right)^2 + cos^2\theta = 1$
$\frac{1}{2}$	$cos^2\theta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$
1	$\therefore cos\theta = \frac{5}{13}$ أو $cos\theta = -\frac{5}{13}$
$\frac{1}{2}$	$\because \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow cos\theta > 0$
$\frac{1}{2}$	$\therefore cos\theta = \frac{5}{13}$
1	$sin\, 2\theta = 2\, sin\theta\, cos\theta$
1	$= 2\left(\frac{-12}{13}\right)\left(\frac{5}{13}\right)$
$\frac{1}{2}$	$= -\frac{120}{169}$

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات لجنة تقدير الدرجات

تابع السؤال الثالث:

(b) في الشكل المقابل $ABCD$ شكل رباعي ، $\overleftrightarrow{FB}$ عمودي على المستوى $ABCD$ ، $\overleftrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{CD}$ فإذا كان $FB = BE$ **(8 درجات)**

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $(ABCD)$, (FCD)



الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ — $\because \overleftrightarrow{FB} \perp (ABCD)$, $\overleftrightarrow{CD} \subset (ABCD)$

$\frac{1}{2}$ — $\therefore \overleftrightarrow{FB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (1)

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ — $\overleftrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{BE} \subset (ABCD)$ (2)

$\frac{1}{2}$ — $\therefore \overleftrightarrow{CD} \perp (FBE)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ — $\therefore \overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{FE}$, $\overleftrightarrow{FE} \subset (FCD)$ (3)

$\frac{1}{2}$ — $\overleftrightarrow{CD}$ هو خط تقاطع المستويين $(ABCD)$, (FCD)

من (2) و(3)

$\frac{1}{2}$ — الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين $(ABCD)$, (FCD) هي $F\hat{E}B$

$\frac{1}{2}$ — $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{FE}$ في المستوى FCD

$\frac{1}{2}$ — $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{BE}$ في المستوى $ABCD$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ — ΔFEB فيه : $\overleftrightarrow{FB} = \overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{FB} \perp \overleftrightarrow{BE}$

1 — $$\therefore m(F\hat{E}B) = \frac{\pi}{4}$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $(ABCD)$, (FCD) يساوي $\frac{\pi}{4}$

السؤال الرابع : (14 درجة) **(7 درجات)**

(a) (1) أكمل ما يلي :

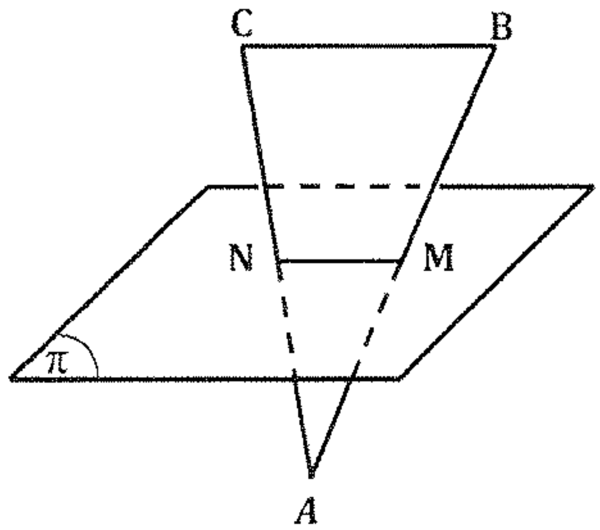
إذا وازي مستقيما خارج مستوى مستقيما في المستوى

فإنه يوازي المستوى 2

(2) في الشكل المقابل : المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

N, M تنتميان الى المستوى π

أثبت أن : $\overleftrightarrow{BC} \ // \pi$



الحل :

المثلث ABC فيه

$\because$ M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$ 1

$\therefore \ \overline{CB} \ // \overline{NM}$ 1

$\overleftrightarrow{CB} \ // \overleftrightarrow{NM}$

$\overleftrightarrow{CB}$ خارج المستوى π $\frac{1}{2}$

N, M تنتميان الى المستوى π $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{NM} \subset \pi$ 1

$\therefore \ \overleftrightarrow{BC} \ // \ \pi$ 1

تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون و كرتين حمراء اللون .أخذت كرتان معا من دون النظر داخل الكيس . أوجد احتمال كل حدث مما يلي :

1) الكرتان زرقاوان

2) كرة زرقاء و كرة حمراء

الحل:

1 | 1) $n(S) = {}_6C_2 = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = 15$

الحدث A : الكرتان زرقاوان

1 | $n(A) = {}_4C_2 = \frac{4!}{(4-2)! \times 2!} = 6$

1 | $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

2) الحدث B : كرة زرقاء و كرة حمراء

1 | $n(B) = {}_4C_1 \times {}_2C_1$

1 + 1 | $= \frac{4!}{(4-1)! \times 1!} \times \frac{2!}{(2-1)! \times 1!} = 4 \times 2 = 8$

1 | $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{15}$

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان z_1 , z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$

(2) سعة الدالة $y = 3\,tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ هي 3 .

(3) $sin\,4x = 2\,sin2x\,cos2x$

(4) إذا كان $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$, $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \subset \pi$

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد المركب $z = 2 - 2\sqrt{3}\,i$ حيث $\theta \in [\,0 , 2\pi\,)$ هي :

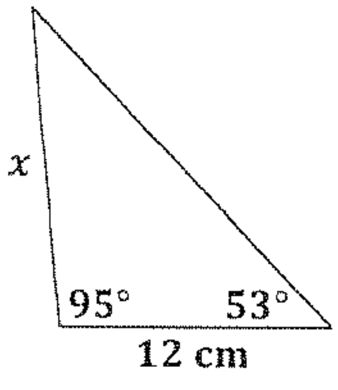
(a) $z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\,sin\frac{2\pi}{3}\right)$

(b) $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\,sin\frac{\pi}{3}\right)$

(c) $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\,sin\frac{\pi}{6}\right)$

(d) $z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\,sin\frac{5\pi}{3}\right)$

(6) في المثلث المقابل x تساوي تقريبا :



(a) $8.6\ cm$

(b) $15\ cm$

(c) $18.1\ cm$

(d) $19.2\ cm$

(7) في المثلث ABC: $m(\widehat{C}) = 60°$, $AC = 10\ cm$, $BC = 20\ cm$
فإن طول $\overline{AB}$ يساوي :

(a) $10\sqrt{7}\ cm$

(b) $10\sqrt{3}\ cm$

(c) $12.4\ cm$

(d) $29\ cm$

(8) المقدار : $1+\frac{cosx}{secx}+\frac{sinx}{cscx}$ متطابق مع المقدار:

ⓐ 1 ⓑ -1 ⓒ 2 ⓓ -2

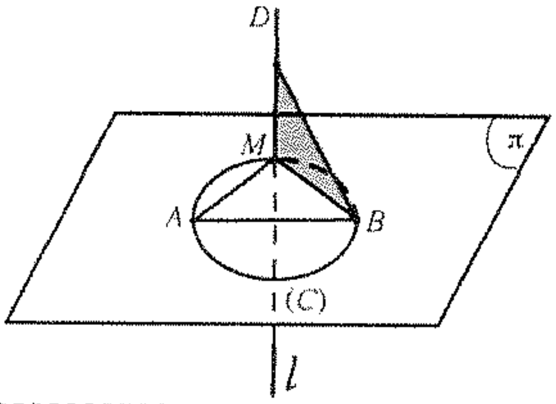
---

(9) $sin\frac{\pi}{3}\ cos\frac{\pi}{7}-sin\frac{\pi}{7}\ cos\frac{\pi}{3}$ تساوي :

ⓐ $\sin\frac{4\pi}{21}$ ⓑ $\sin\frac{10\pi}{21}$ ⓒ $\cos\frac{4\pi}{21}$ ⓓ $\cos\frac{10\pi}{21}$

---

(10) في الشكل المقابل : إذا كان $\overleftrightarrow{l}\perp(AMB)$ ، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن :



ⓐ $\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{BD}$ ⓑ $\overleftrightarrow{l}\perp(BMD)$

ⓒ $\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{BM}$ ⓓ $\overleftrightarrow{AM}\perp(BMD)$

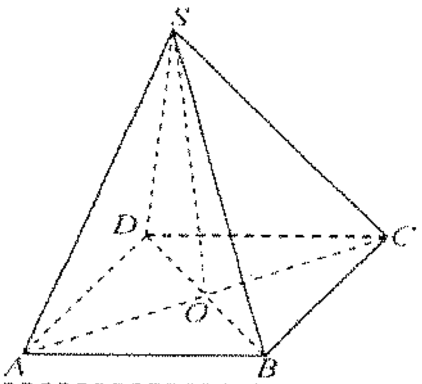
---

(11) إذا كان $\overleftrightarrow{l}\perp\pi_1$, $\overleftrightarrow{l}\subset\pi_2$ فإن :

ⓐ $\pi_1//\pi_2$ ⓑ $\pi_1\cap\pi_2=\overleftrightarrow{l}$ ⓒ $\pi_1\perp\pi_2$ ⓓ $\pi_1=\pi_2$

---

(12) في الشكل المقابل إذا كان ABCD مربع مركزه O ، $\overleftrightarrow{SO}\perp ABCD$ فإن :



ⓐ $(SAC)\perp(SBD)$ ⓑ $(SAB)\perp(SBC)$

ⓒ $(SAB)//(SCD)$ ⓓ $(SAD)\perp(ABCD)$

---

(13) قيمة المقدار ${}_6P_4\ \times\ {}_{10}C_6$ هي :

ⓐ 7560 ⓑ 75600 ⓒ 2100 ⓓ 210

---

(14) مفكوك $(a-b)^3$ هو :

ⓐ $a^3+a^2b+ab^2+b^3$ ⓑ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

ⓒ $a^3-a^2b+ab^2-b^3$ ⓓ $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	a	**b**	c	d
(3)	**a**	b	c	d
(4)	a	**b**	c	d
(5)	a	b	c	**d**
(6)	a	b	**c**	d
(7)	a	**b**	c	d
(8)	a	b	**c**	d
(9)	**a**	b	c	d
(10)	a	b	c	**d**
(11)	a	b	**c**	d
(12)	**a**	b	c	d
(13)	a	**b**	c	d
(14)	a	b	c	**d**

لكل بند درجة واحدة فقط

$\frac{\quad}{14}$

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(الأسئلة في 11 صفحه)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2018/2017

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانيه - للصف الحادي عشر علمي

(أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل)
(تراعي الحلول الأخرى في جميع الأسئلة)

السؤال الأول:(14 درجه)

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4\,i$ (9 درجات)

الحل:

ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z ، فيكون $w^2 = z$

$\frac{1}{2}$ بالتعويض $(m + ni)^2 = -3 - 4i$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ خاصية ضرب كثيرات الحدود $m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ خاصية المساواة لعددين مركبين

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 & \dashrightarrow (1) \\ 2mn = -4 & \dashrightarrow (2) \end{cases}$$

$\frac{1}{2}$ نضيف المعادلة: $|w|^2 = |z|$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$\left(\sqrt{m^2 + n^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}\right)$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$m^2 + n^2 = 5 \qquad \dashrightarrow (3)$$

بجمع المعادلتين (3) , (1) نحصل على:

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \\ m^2 + n^2 = 5 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$2m^2 = 2 \Longrightarrow m^2 = 1 \Longrightarrow m = \pm 1$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ بالتعويض في (1) نحصل على: $\therefore\ n^2 = 4 \Longrightarrow n = \pm 2$

$$\begin{cases} m = 1\ ,\ m = -1 \\ n = 2\ ,\ n = -2 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}$ من المعادلة $2mn = -4$ نستنتج أن m , n لهما إشارتان مختلفتان

$\therefore\ m = 1\ ,\ n = -2$ أو $m = -1\ ,\ n = 2$

الجذران التربيعيان للعدد المركب $Z = -3 - 4\,i$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ هما: $w_1 = 1 - 2i\ ,\ w_2 = -1 + 2i$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: $7cm\ ,5cm\ ,8cm$ (5 درجات)

الحل:

$s=\frac{1}{2}(a+b+c)=\frac{1}{2}(8+5+7)=10$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$Area=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$	$\frac{1}{2}$
$=\sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)}$	2
$=\sqrt{10(2)(5)(3)}$	$\frac{1}{2}$
$=10\sqrt{3}\ cm^2$	$\frac{1}{2}$
$Area\approx 17.32\ \ cm^2$	

السؤال الثاني: (14 درجه)

(a) حل ΔABC حيث $b = 9\ cm\ , c = 6\ cm\ , \alpha = 60^\circ$ (6 درجات)

الحل:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\alpha$	$\frac{1}{2}$
$a^2 = 9^2 + 6^2 - 2(9)(6)\ cos60^\circ$	$\frac{1}{2}$
$a^2 = 81 + 36 - 108 \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$a^2 = 63$	$\frac{1}{2}$
$a = 3\sqrt{7}\ cm$	$\frac{1}{2}$
$cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$	$\frac{1}{2}$
$cos\beta = \frac{(3\sqrt{7})^2+(6)^2-(9)^2}{2(3\sqrt{7})(6)} = \frac{\sqrt{7}}{14}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\beta \approx 79.1^\circ$	$\frac{1}{2}$
$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$	$\frac{1}{2}$
$\gamma \approx 180 - (60^\circ + 79.1^\circ)$	$\frac{1}{2}$
$\gamma = 40.9^\circ$	$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني:

(b) إذا كان: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $\sin\theta = \frac{-3}{5}$ ، فأوجد: (8 درجات)

(1) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

(2) $\tan(2\theta)$

الحل:

$\frac{1}{2}$ $$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$$

$\frac{1}{2}$ $$\cos^2\theta = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2$$

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$$

$\frac{1}{2}$ $$\cos\theta = \pm\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\pm 4}{5}$$

$\frac{1}{2}$ $$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \cos\theta < 0$$

$\frac{1}{2}$ $$\cos\theta = \frac{-4}{5}$$

$\frac{1}{2}$ $$(1)\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$\frac{1}{2}$ $\frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني

$1+\frac{1}{2}$ $$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\left(\frac{-4}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$(2)\ \tan(\theta) = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\left(\frac{-3}{5}\right)}{\left(\frac{-4}{5}\right)} = \frac{3}{4}$$

$\frac{1}{2}$ $$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$1+\frac{1}{2}$ $$\tan(2\theta) = \frac{2\times\frac{3}{4}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

السؤال الثالث:(14 درجه)

(a) أثبت صحة المتطابقة: **(4 درجات)**

$$\tan x + \cot x = \sec x \,.\, \csc x$$

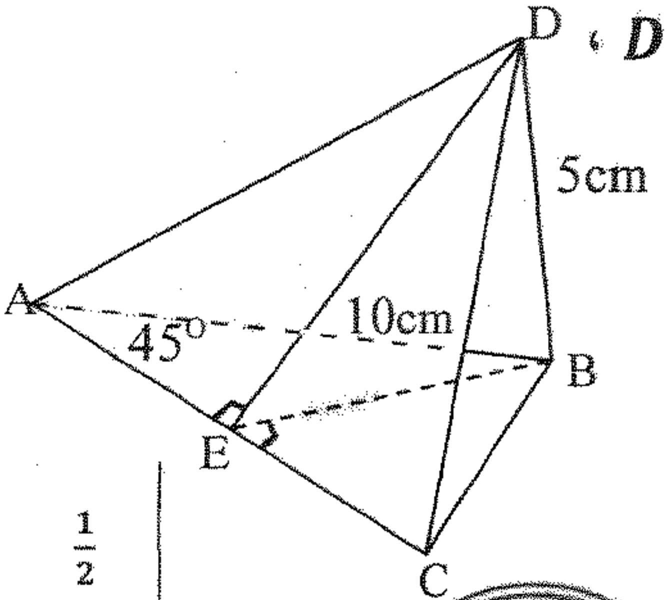
$\tan x + \cot x = \dfrac{\sin x}{\cos x} + \dfrac{\cos x}{\sin x}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$= \dfrac{\sin^2 x}{\cos x \sin x} + \dfrac{\cos^2 x}{\cos x \sin x}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$= \dfrac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x}$	$\frac{1}{2}$
$= \dfrac{1}{\cos x \sin x}$	$\frac{1}{2}$
$= \dfrac{1}{\cos x} \cdot \dfrac{1}{\sin x}$	$\frac{1}{2}$
$= \sec x . \csc x$	$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث:

(ب) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ، **(10 درجات)**

$DB = 5\,cm\,, AB = 10\,cm\,, m(B\hat{A}C) = 45^\circ$ ،

$\overline{DB} \perp (ABC)\ ,\ \overline{BE} \perp \overline{AC}\ ,\ \overline{DE} \perp \overline{AC}$



أوجد:

(1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $BAC\,, DAC$

الحل:

(1) في المثلث ABC $\quad \because \overline{BE} \perp \overline{AC}$ $\quad \frac{1}{2}$

$\therefore sin(45^\circ) = \dfrac{BE}{AB}$ $\quad 1$

$BE = 10 \cdot sin(45^\circ)$ $\quad 1$

$BE = 5\sqrt{2}\,cm$ $\quad \frac{1}{2}$

(2) $\overleftrightarrow{AC}$ هي خط تقاطع المستويين $(BAC), (DAC)$ (هي حافة الزاوية الزوجية) $\quad \frac{1}{2}$

$\overline{BE} \subset (BAC)\,, \overline{BE} \perp \overleftrightarrow{AC}$ $\quad \frac{1}{2}$

$\overline{DE} \subset (DAC)\,, \overline{DE} \perp \overleftrightarrow{AC}$ $\quad \frac{1}{2}$

$\therefore$ $B\hat{E}D$ هي الزاوية المستويه للزاوية الزوجية بين المستويين $(BAC), (DAC)$ $\quad 1$

لإيجاد قياس الزاوية الزوجية

$\because \overline{DB} \perp (ABC)$ $\quad \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$ $\quad 1$

المثلث DBE قائم في B $\quad \frac{1}{2}$

$\tan(B\hat{E}D) = \frac{DB}{BE} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

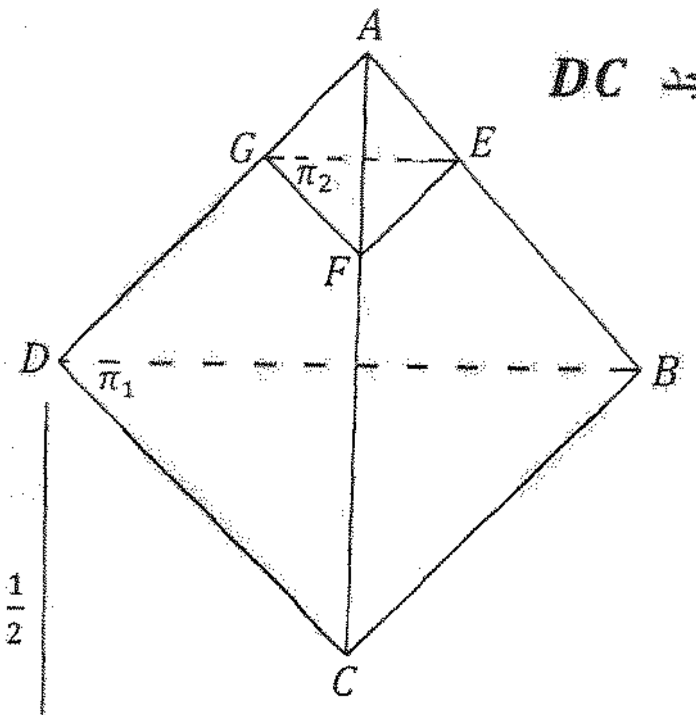
$\therefore m(B\hat{E}D) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 35.2644^\circ$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $(BAC), (DAC)$ حوالي $35^\circ\, 15'52''$ $\quad \frac{1}{2}$

السؤال الرابع:(14 درجه)

(a) في الشكل المقابل ، $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)

إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$, $FG = 6\ cm$ فأوجد DC



الحل:

$\frac{1}{2}$ $\because (ABC) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{BC}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\because (ABC) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{EF}$, $\pi_1 // \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{EF} // \overleftrightarrow{BC} \Rightarrow \overline{EF} // \overline{BC}$

$\Delta\, BAC$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{CB} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\because (ACD) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{DC}$

$\frac{1}{2}$ $\because (ACD) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GF}$, $\pi_1 // \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{GF} // \overleftrightarrow{DC} \Rightarrow \overline{GF} // \overline{DC}$

$\therefore \Delta\, DAC$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AC} = \frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{6}{DC} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore CD = 4 \times 6 = 24\ cm$

تابع السؤال الرابع:

(b) (1) استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(x-2y)^3$ **(4 درجات)**

الحل:

$4 \times \frac{1}{2}$ $\quad (x-2y)^3 = {}_3C_0(x)^3 + {}_3C_1(x)^2(-2y) + {}_3C_2(x)(-2y)^2 + {}_3C_3(-2y)^3$

1 $\quad (x-2y)^3 = x^3 + 3x^2(-2y) + 3x(-2y)^2 + (-2y)^3$

1 $\quad (x^2-2y)^3 = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

---

(2) حل المعادلة: $\quad {}_nP_4 = 5 \times {}_nP_3 \quad , \quad n \geq 4$ **(3 درجات)**

الحل:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad \dfrac{n!}{(n-4)!} = 5 \times \dfrac{n!}{(n-3)!}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad \dfrac{1}{(n-4)!} = \dfrac{5}{(n-3)(n-4)!}$

$\frac{1}{2}$ $\quad n-3=5$

$\frac{1}{2}$ $\quad n=8$

القسم الثاني : البنود الموضوعية(14 درجة)

أولا: في البنود من (1-2) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) الصورة المبسطة للتعبير $(12+5i)-(2-i)$ هي $(10-6i)$

---

(2) إذا توازى مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين.

ثانيا: في البنود من (3 -10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح – ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

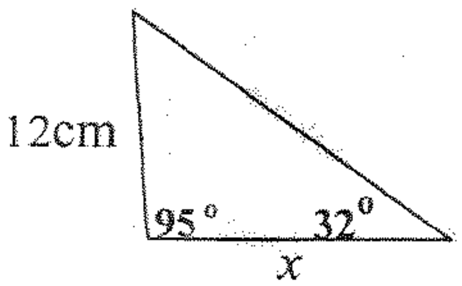
---

(3) قيمة i^{40} تساوي

(a) -1 (b) $-i$ (c) 1 (d) i

---

(4) في المثلث المقابل ، x تساوي حوالي:



(a) $8.6\ cm$ (b) $15\ cm$

(c) $18.1\ cm$ (d) $19.2\ cm$

---

(5) في الدالة المثلثية $y=-2\sin(3x)$ السعة هي:

(a) -3 (b) 3 (c) -2 (d) 2

---

(6) إذا كان $\sin x+\cos x=0$ فإن الربع الذي تقع فيه x هو

(a) الأول أو الثالث

(b) الثاني أو الرابع

(c) الثالث

(d) الأول

---

(7) $\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{7}-\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{3}$ يساوي

(a) $\cos\frac{4\pi}{21}$ (b) $\sin\frac{4\pi}{21}$ (c) $\cos\frac{10\pi}{21}$ (d) $\sin\frac{10\pi}{21}$

إجابة الموضوعي

1	a	●	c	d
2	●	b	c	d
3	a	b	●	d
4	a	b	●	d
5	a	b	c	●
6	a	●	c	d
7	a	●	c	d
8	a	b	●	d
9	a	b	c	●
10	●	b	c	d

– البنود [1 –2] لكل بند درجة واحدة فقط

–البنود [3 – 10] لكل بند درجة ونصف

14

دولة الكويت

وزارة التربية — عدد الصفحات (11 صفحة)

التوجيه الفني العام الرياضيات — الصف الحادي عشر علمي — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) – الصف الحادي عشر علمي – 2017 / 2018 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C (5 درجات)

الحل : نحسب المميز Δ :

$\Delta = b^2 - 4ac$ — $\frac{1}{2}$

$\Delta = (16)^2 - 4(4)(25)$

$= -144$ — $\frac{1}{2}$

$= (-1) \times (12)^2$

$= i^2 \times (12)^2$ — $\frac{1}{2}$

$z_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-16 - 12i}{2 \times 4} = -2 - \dfrac{3}{2}i$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$z_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-16 + 12i}{2 \times 4} = -2 + \dfrac{3}{2}i$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

مجموعة الحل = $\{ -2 - \dfrac{3}{2}i \,,\, -2 + \dfrac{3}{2}i \}$ — $\frac{1}{2}$

---

(2) أوجد الزوج المرتب (r, θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $0 \leqslant \theta < 2\pi$

(4 درجات)

الحل :

$r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{36} = 6$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$\therefore \tan\alpha = \left|\dfrac{y}{x}\right| = \left|\dfrac{3}{3\sqrt{3}}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

وبالتالي : $\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) = \dfrac{\pi}{6}$ — $\frac{1}{2}$

$\because x > 0 \,,\, y > 0 \longrightarrow$ $\therefore D$ تنتمي إلى الربع الأول — $\frac{1}{2}$

$\therefore \theta = \dfrac{\pi}{6}$ — $\frac{1}{2}$

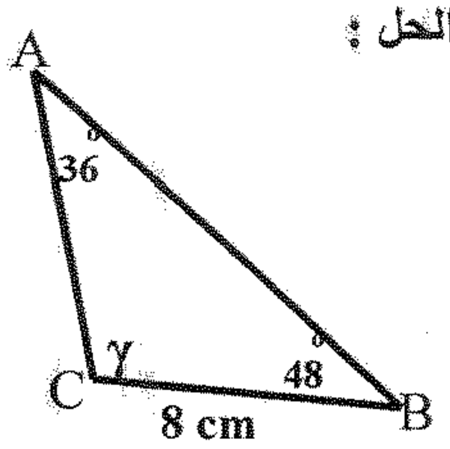
وبالتالي : الاحداثيات القطبية هي $D\left(6 \,,\, \dfrac{\pi}{6}\right)$ — $\frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(b) حل المثلث ABC حيث ، $\alpha = 36^o$ ، $\beta = 48^o$ ، $a = 8\ cm$ (5 درجات)

الحل :



$\gamma = 180^o - (36^o + 48^o)$	$\frac{1}{2}$
$= 96^o$	$\frac{1}{2}$
$\dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$	
$\dfrac{\sin 36^o}{8} = \dfrac{\sin 48^o}{b} = \dfrac{\sin 96^o}{c}$	1
$\dfrac{\sin 36^o}{8} = \dfrac{\sin 48^o}{b}$	$\frac{1}{2}$
$b = \dfrac{8\sin 48^o}{\sin 36^o}$	$\frac{1}{2}$
$b \approx 10.11\ cm$	$\frac{1}{2}$
$\dfrac{\sin 36^o}{8} = \dfrac{\sin 96^o}{c}$	$\frac{1}{2}$
$c = \dfrac{8\sin 96^o}{\sin 36^o}$	$\frac{1}{2}$
$c \approx 13.54\ cm$	$\frac{1}{2}$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة : (6 درجات)

$$y = \frac{1}{2}\cos(-x) \quad : \quad x \in [-2\pi, 2\pi]$$

الحل :

1 السعة : $|a| = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

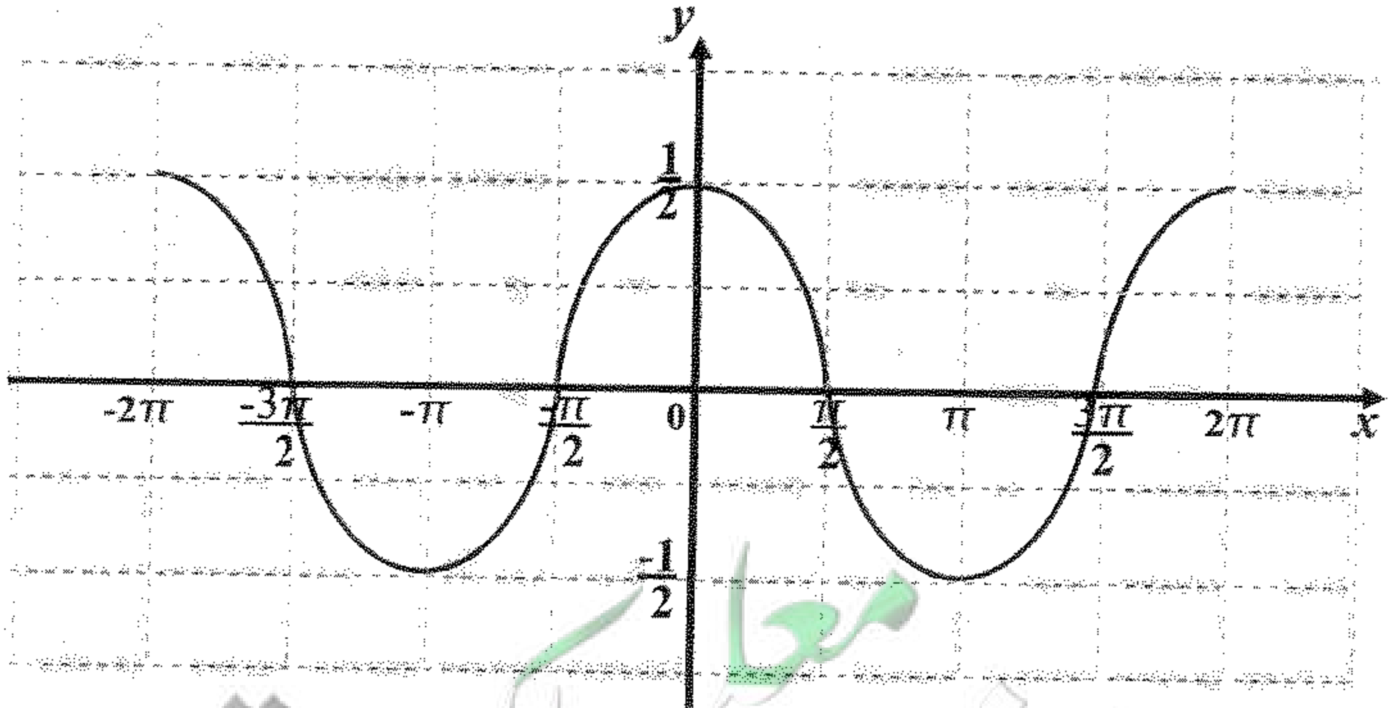
1 الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$

$\therefore$ ربع الدورة : $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$-x$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	-2π
$\cos(-x)$	1	0	-1	0	1
$\frac{1}{2}\cos(-x)$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

الرسم 3



تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ (8 درجات)

$\cos\beta = \frac{-12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\sin(\alpha + \beta)$ (2) $\tan 2\beta$

الحل :

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = 1 - (\frac{4}{5})^2$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = \frac{9}{25} \longrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{3}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \longrightarrow \therefore \cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = 1 - (\frac{-12}{13})^2$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = \frac{25}{169} \longrightarrow \sin\beta = \pm\frac{5}{13}$

$\frac{1}{2}$ $\because \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \sin\beta = \frac{-5}{13}$

$\frac{1}{2}$ $\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{\frac{-5}{13}}{\frac{-12}{13}} = \frac{5}{12}$

$\frac{1}{2}$ (1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$1 + \frac{1}{2}$ $= (\frac{4}{5})(\frac{-12}{13}) + (\frac{3}{5})(\frac{-5}{13}) = \frac{-63}{65}$

$1 + \frac{1}{2}$ (2) $\tan 2\beta = \frac{2\tan\beta}{1 - \tan^2\beta} = \frac{2 \times \frac{5}{12}}{1 - (\frac{5}{12})^2}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{120}{119}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) اثبت صحة المتطابقة : (4 درجات)

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

الحل :

1 $$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

1 $$= \frac{\cos x\,(1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

1 $$= \frac{\cos x\,(1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

1 $$= \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

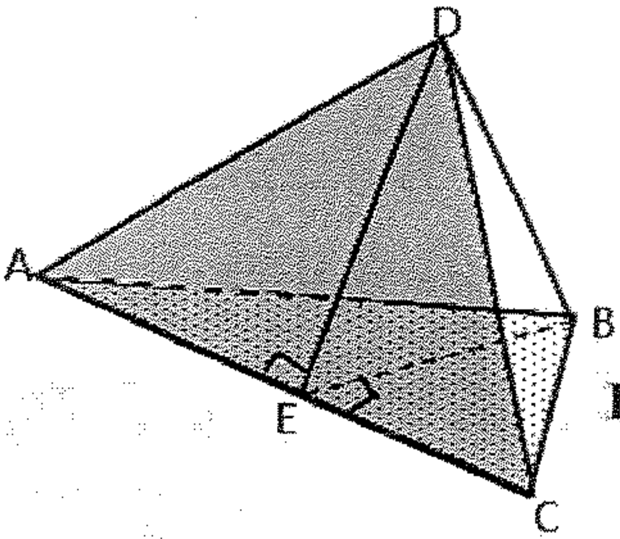
تابع السؤال الثالث : **(10 درجات)**

(b) في الشكل المقابل :D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ، $m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6}$

، $AB = 10\ cm$ ، $BD = 5\ cm$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$ ، $\overline{DE} \perp \overline{AC}$, $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

أوجد : (1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين (DAC) ، (B A C)



الحل : (1) $\because \overline{BE} \perp \overline{AC}$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore m(B\hat{E}A) = \frac{\pi}{2}$ — 1

$\therefore$ AEB مثلث ثلاثيني ستيني — $\frac{1}{2}$

$BE = \frac{1}{2}AB = 5\ cm$ — 1

(2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC — $\frac{1}{2}$

, $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ في المستوى BAC — $\frac{1}{2}$

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ في المستوى DAC — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $B\hat{E}D$ — 1

(معطى) $\overline{DB} \perp (ABC)$, $\overline{BE} \subset (ABC)$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$ (المستقيم العمودي على مستو) — 1

$\because$ المثلث DBE قائم في $\hat{B}$ و متطابق الضلعين — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore m(B\hat{E}D) = \frac{\pi}{4}$ — 1

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC يساوي $\frac{\pi}{4}$ — $\frac{1}{2}$

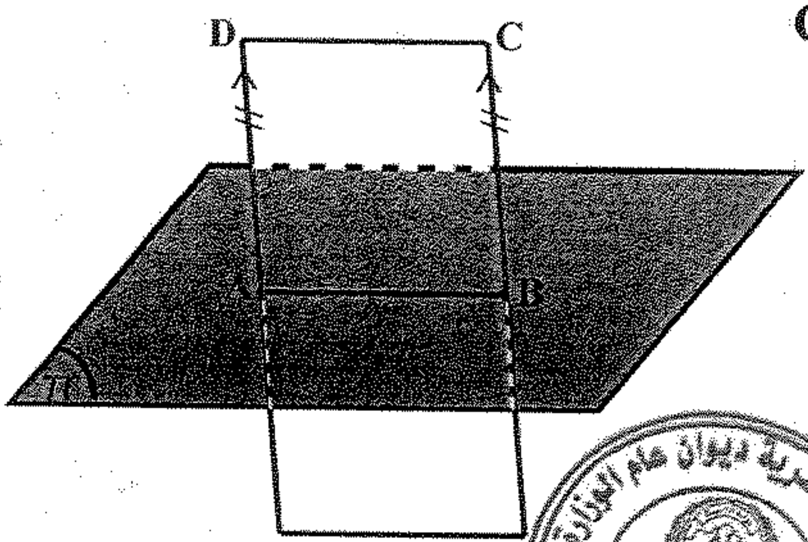
السؤال الرابع :

(a) (1) أكمل : (7 درجات)

1 إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوى ، فإنه يوازي المستوى

(2) في الشكل المقابل : $AD = BC$ ، $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ ، $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$

اثبت أن : $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$



الحل :

$\frac{1}{2}$ $\because \overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

1 $\therefore \overleftrightarrow{BC}$ ، $\overleftrightarrow{AD}$ يعينان مستوياً وحيداً و ليكن (ABCD) فيه

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $AD = BC$, $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

1 $\therefore$ ABCD متوازي أضلاع

ومنه $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$

1 $\therefore \overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

$\frac{1}{2}$ $\because \overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ (معطى)

1 $\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$ (نظرية)

تابع السؤال الرابع :

(b) خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة. تفوز 30% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرابحة بشكل عشوائي ، مع راشد 4 بطاقات ، فما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين ؟ (7 درجات)

الحل :

نفرض الحدث A : فوز راشد بجائزة

$P(A) = m = 0.30$ 1

نفرض الحدث B : عدم فوز راشد بجائزة

$P(B) = 1 - m = 0.70$ 1

نفرض الحدث E : فوز راشد بجائزتين

فيكون $n = 4$, $k = 2$ 1

$$P(E) = {}_nC_k\,(m)^k\,(1-m)^{n-k}$$ 1

$$= {}_4C_2\,(0.3)^2\,(0.7)^2$$ 2

$= 0.2646$ 1

القسم الثاني : البنود الموضوعية (14 درجة)

أولا: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

---

(1) مرافق العدد المركب : $z = 3 + 4i$ هو $\overline{z} = 3 - 4i$

---

(2) إذا كان : $\overleftrightarrow{m} // \pi$, $\overleftrightarrow{l} // \pi$ فإن $\overleftrightarrow{m} // \overleftrightarrow{l}$

ثانيا :في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

---

(3) الصورة المثلثية للعدد المركب : $z = \dfrac{-4}{1-i}$ حيث $0 \leqslant \theta < \pi$ هي z تساوي:

ⓐ $4\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ ⓑ $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

ⓒ $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ ⓓ $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

---

(4) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاع 9 cm , 8 cm , 7 cm هي :

ⓐ $16\sqrt{3}\ cm^2$ ⓑ $18\sqrt{3}\ cm^2$ ⓒ $24\ cm^2$ ⓓ $12\sqrt{5}\ cm^2$

---

(5) في مثلث ABC : $m(\hat{C}) = 60^\circ$, AC = 10 cm , BC = 20 cm فإن طول $\overline{AB}$ يساوي :

ⓐ $10\sqrt{3}$ cm ⓑ $10\sqrt{7}$ cm ⓒ 12.4 cm ⓓ 29 cm

---

(6) $\cos\left(h + \frac{\pi}{2}\right)$ يساوي :

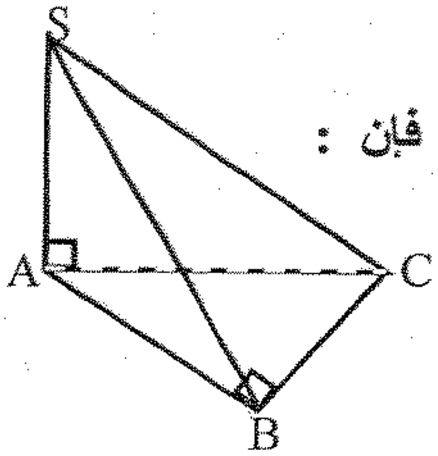
ⓐ $-\sin h$ ⓑ $\sin h$ ⓒ $\cos h$ ⓓ $-\cos h$

---

(7) مجموعة حل المعادلة : $tan\,(\,x\,) = -\sqrt{3}$ حيث $0 \leqslant \theta < 2\pi$ هي x تساوي:

ⓐ $\{\ \frac{2\pi}{3}\ ,\ \frac{\pi}{3}\ \}$ ⓑ $\{\frac{2\pi}{3}\}$

ⓒ $\{\ \frac{4\pi}{3}\ ,\ \frac{\pi}{3}\ \}$ ⓓ $\{\ \frac{2\pi}{3}\ ,\ \frac{5\pi}{3}\ \}$



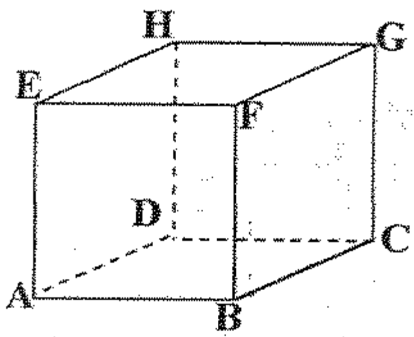
(8) في الشكل المقابل : إذا كان $m(\,A\hat{B}C\,) = 90^{\circ}$ ، $\overleftrightarrow{SA} \perp (\,ABC\,)$ فإن :

ⓐ المثلث SAB قائم في $\hat{B}$

ⓑ $\overleftrightarrow{CB} \perp (\,SAB\,)$

ⓒ المثلث SAB متطابق الضلعين

ⓓ المثلث SCB قائم في $\hat{C}$



(9) في المكعب ABCDEFGH ، $\overleftrightarrow{EG}$ ، $\overleftrightarrow{BD}$ هما :

ⓐ متوازيان

ⓑ متقاطعان

ⓒ متخالفان

ⓓ يحويهما مستو واحد

---

(10) معامل الحد الثالث في مفكوك $(\,3c - 4b\,)^5$ هو :

ⓐ 5170 ⓑ 3312 ⓒ 4320 ⓓ 2316

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	●	b	c	d
(2)	a	●	c	d
(3)	a	●	c	d
(4)	a	b	c	●
(5)	●	b	c	d
(6)	●	b	c	d
(7)	a	b	c	●
(8)	a	●	c	d
(9)	a	b	●	d
(10)	a	b	●	d

– البنود [2 – 1] لكل بند درجة واحدة فقط

–البنود [10 – 3] لكل بند درجة ونصف

14

دولة الكويت

وزارة التربية — عدد الصفحات(10 صفحات)

التوجيه الفني العام الرياضيات — الصف الحادي عشر علمي — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية ـ المجال الدراسي الرياضيات ـ العام الدراسي 2016 / 2017م

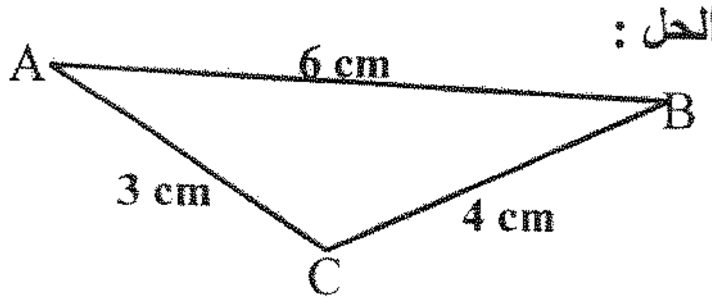
القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 4\text{ cm}$ ، $b = 3\text{ cm}$ ، $c = 6\text{ cm}$ (5 درجات)

الحل :



$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,bc}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{9 + 36 - 16}{2(3)(6)}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{29}{36}$$ $\frac{1}{2}$

$$\alpha \approx 36.3^{\circ}$$ $\frac{1}{2}$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2\,ac}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{16 + 36 - 9}{2(4)(6)}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{43}{48}$$ $\frac{1}{2}$

$$\beta \approx 26.4^{\circ}$$ $\frac{1}{2}$

$$\gamma = 180^{\circ} - 26.4^{\circ} - 36.3^{\circ}$$ $\frac{1}{2}$

$$\approx 117.3^{\circ}$$ $\frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان : $z_1 = -2 + 2i$ ، $z_2 = 1 - i$ **(9 درجات)**

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i\,(z_2)^2$

الحل :

(1) $z_1 = -2 + 2i$

$x = -2$ ، $y = 2$

1 $r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

نفرض أن α زاوية الإسناد

1 $\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = |-1| = 1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$

$x < 0$ ، $y > 0$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ θ تقع في الربع الثاني

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

1 الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

(2) $2z + \overline{z_1} = 3i\,(z_2)^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $2z + (\overline{-2 + 2i}) = 3i\,(1 - i)^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $2z + -2 - 2i = 3i\,(1 - 2i - 1)$

$2z + -2 - 2i = 3i\,(-2i)$

$\frac{1}{2}$ $2z + -2 - 2i = -6i^2$

$\frac{1}{2}$ $2z + -2 - 2i = 6$

$\frac{1}{2}$ $2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$

$\frac{1}{2}$ $z = 4 + i$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث (6 درجات)

$a = 23$ cm ، $b = 19$ cm ، $c = 12$ cm مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

$\frac{1}{2}$	$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$
1	$= \frac{1}{2}(23 + 19 + 12)$
	$= \frac{1}{2}(54)$
$\frac{1}{2}$	$= 27$
1	$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
1	$= \sqrt{27(27 - 23)(27 - 19)(27 - 12)}$
1	$= \sqrt{(27)(4)(8)(15)}$
	$= \sqrt{12960}$
1	$= 36\sqrt{10}\ \text{cm}^2$
	$\text{Area} \approx 113.84\ \text{cm}^2$

$\therefore$ مساحة المثلث ABC = $113.84\ \text{cm}^2$ تقريباً

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $sin\ \alpha = \frac{3}{5}$ ، $cos\ \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين (8 درجات)

أوجد كلاً مما يلي :

(1) $cos(\alpha - \beta)$ (2) $sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$

الحل :

$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

$\frac{1}{2}$ $cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$

$\frac{1}{2}$ $cos^2\alpha = \frac{16}{25} \longrightarrow cos\ \alpha = \pm\ \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ α زاوية حادة $\therefore\ cos\ \alpha = \frac{4}{5}$

$sin^2\beta + cos^2\beta = 1$

$\frac{1}{2}$ $sin^2\beta = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2$

$\frac{1}{2}$ $sin^2\beta = \frac{49}{625}$ $sin\ \beta = \pm\ \frac{7}{25}$

$\frac{1}{2}$ β زاوية حادة $\therefore\ sin\ \beta = \frac{7}{25}$

1 (1) $cos(\alpha - \beta) = cos\ \alpha\ cos\ \beta + sin\ \alpha\ sin\ \beta$

1 $= \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{24}{25}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{7}{25}\right)$

1 $= \frac{117}{125}$

1 (2) $sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = cos\ \beta$

1 $= \frac{24}{25}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ **(4 درجات)**

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$$\sin \alpha = |\sin x| \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$= \left|\frac{-\sqrt{3}}{2}\right| = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3} \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$\sin x < 0$$

$\therefore$ x تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع $\tfrac{1}{2}$

عندما x تقع في الربع الثالث :

$$x = (\pi + \frac{\pi}{3}) + 2k\pi \quad , \quad k \in z \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \qquad \tfrac{1}{2}$$

عندما x تقع في الربع الرابع :

$$x = (2\pi - \frac{\pi}{3}) + 2k\pi \quad , \quad k \in z \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$= \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \qquad \tfrac{1}{2}$$

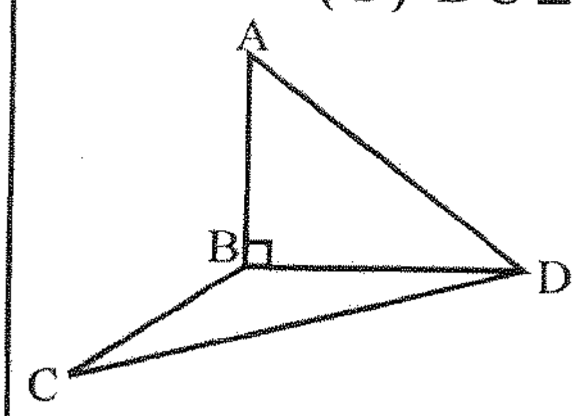
تابع السؤال الثالث :

(b) A , B , C , D أربع نقاط ليست مستوية معاً ، إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$ **(10 درجات)**

وكان $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$

أثبت أن : (2) $(ABD) \perp (CBD)$ (1) $\overline{BC} \perp \overline{DC}$

الحل :



1 $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$

1 $\overleftrightarrow{BD} \subset (BCD)$

1 $\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$

$\therefore$ ABD مثلث قائم الزاوية في $\hat{B}$ ومنه :

1 $(AD)^2 = (AB)^2 + (BD)^2$ .... (1)

1 $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$ .... (2)

من (1) ، (2) نجد أن :

2 $(BD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2$

$\therefore$ BDC مثلث قائم الزاوية في $\hat{C}$ (عكس نظرية فياغورث) ومنه :

1 $\therefore \overline{BC} \perp \overline{DC}$

--- $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (معطى)

1 $\overleftrightarrow{AB} \subset (ABD)$

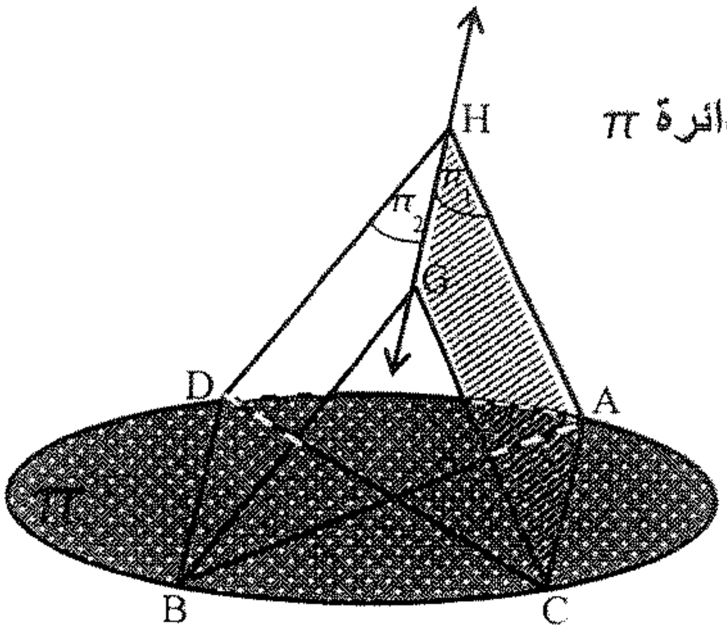
1 $\therefore (ABD) \perp (CBD)$ (نظرية)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π (7 درجات)

$\overleftrightarrow{GH} = \pi_1 \cap \pi_2$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

الحل :



$\frac{1}{2}$ ∵ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\frac{1}{2}$ ∴ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

$\frac{1}{2}$ ∴ الشكل ABCD مستطيل

1 $\therefore \ \overline{AC} \, // \, \overline{DB}$ .... (1)

$\frac{1}{2}$ $\overline{AC} \subset \pi_1 \ , \ \overline{DB} \subset \pi_2$

1 $\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$ .... (2)

1 من (1) ، (2) $\overleftrightarrow{GH} \, // \, \overleftrightarrow{AC} \, // \, \overleftrightarrow{DB}$ ∴

1 $\because \ \overleftrightarrow{GH} \, // \, \overleftrightarrow{AC} \ , \ \overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

1 $\therefore \ \overleftrightarrow{GH} \, // \, \pi$

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

(b) أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$ (7 درجات)

الحل:

1 الحد الذي رتبته $r + 1$ هو : $T_{r+1} = {}_nC_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$

$\frac{1}{2}$ في مفكوك كثيرة الحدود $(2x + 3y)^7$, $n = 7$

$\frac{1}{2}$ ∵ أس y يساوي 4 ∴ $r = 4$

2 $T_5 = {}_7C_4 \cdot (2x)^3 \cdot (3y)^4$

1 $= (35)\, 2^3 x^3 \cdot 3^4 y^4$

1 $= (35)(8)(81)\, x^3 y^4$

1 $= 22680\, x^3 y^4$

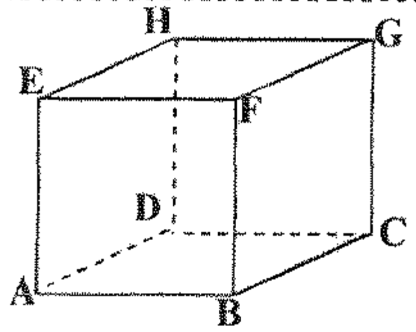
ثانيا : البنود الموضوعية(14 درجة)

أولا: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد : $3 + \sqrt{-4}$ هي : $3 - 2i$

(2) في الشكل المقابل :إذا كان ABCDEFGH مكعب فإن $\overleftrightarrow{HG}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ يعينان مستوياً



ثانيا :في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مجموعة حل : $z^2 - 4z + 20 = 0$: $z \in C$ هي :

(a) $\{2 - 4i \; , -2 - 4i\}$

(b) $\{-2 + 4i \; , -2 - 4i\}$

(c) $\{2 - 4i \; , -2 + 4i\}$

(d) $\{2 - 4i \; , 2 + 4i\}$

(4) معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ حيث السعة 4 و الدورة 6 يمكن أن تكون :

(a) $y = -\frac{1}{4}\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

(b) $y = -4\cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$

(c) $y = -4\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$

(d) $y = 4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

(5) مثلث قياسات زواياه 70° , 60° , 50° فإذا كان طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن أطول ضلع يساوي تقريباً :

(a) 11 cm

(b) 11.5 cm

(c) 12 cm

(d) 12.5 cm

(6) المقدار : $tan^2 x - sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

ⓐ $cot^2 x$ ⓑ $tan^2 x$ ⓒ $cot^2 x \; cos^2 x$ ⓓ $tan^2 x \; sin^2 x$

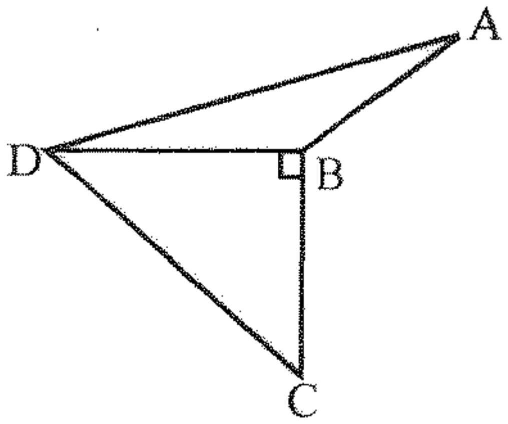
---

(7) $sin\,(2\theta) =$

ⓐ $cos\,\theta\; sin\,\theta$ ⓑ $sin^2\theta$ ⓒ $cos^2\theta$ ⓓ $2\,cos\,\theta\; sin\,\theta$

---

(8) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B فإذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp (DBC)$ فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي :



ⓐ $D\hat{B}C$ ⓑ $A\hat{B}C$

ⓒ $A\hat{B}D$ ⓓ $A\hat{D}C$

---

(9) إذا كان $\pi_2 \,//\, \pi_1$ ، $\pi_2 \neq \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ فإن :

ⓐ $\overleftrightarrow{l} \,//\, \overleftrightarrow{m}$ ⓑ $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ ⓒ $\overleftrightarrow{l}$ ، $\overleftrightarrow{m}$ متخالفان ⓓ $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \phi$

---

(10) عدد طرائق المختلفة التي يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام هي :

ⓐ 210 ⓑ 35 ⓒ 840 ⓓ 24

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	●	c	d
(2)	●	b	c	d
(3)	a	b	c	●
(4)	a	b	●	d
(5)	●	b	c	d
(6)	a	b	c	●
(7)	a	b	c	●
(8)	a	●	c	d
(9)	a	b	c	●
(10)	a	●	c	d

14

البنود [1 – 2] لكل بند درجة واحدة فقط

-البنود [3 – 10] لكل بند درجة ونصف

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام

الصف الحادي عشر علمي

(عدد الصفحات 11 صفحة)
الزمن : ساعتان45 دقيقة

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2016 / 2017م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $\gamma = 20^\circ$, $b = 5\ cm$, $a = 11cm$ (5 درجات)

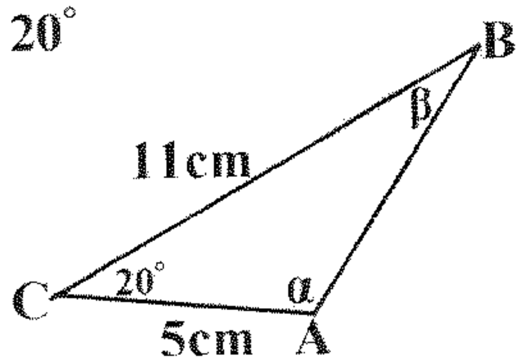
الحل :

$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\ \cos\gamma$ — $\frac{1}{2}$

$= 121 + 25 - (2)(11)(5)\cos 20^\circ$ — $\frac{1}{2}$

$= 42.6$ — $\frac{1}{2}$

$c \approx 6.5\ cm$ — $\frac{1}{2}$



$\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ — $\frac{1}{2}$

$= \dfrac{25 + 42.6 - 121}{2(5)(6.5)}$ — $\frac{1}{2}$

$\alpha \approx 145.2^\circ$ — $\frac{1}{2}$

$\beta = 180^\circ - (145.2^\circ + 20^\circ)$ — 1

$\beta \approx 14.8^\circ$ — $\frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول : (9 درجات)

(b) إذا كان $z_2 = 3 - 5i$, $z_1 = -2 - 2i$

(1) اوجد : z_2^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية

الحل :

1 (1) $z_2^{-1} = \dfrac{1}{3 - 5i} \times \dfrac{3 + 5i}{3 + 5i}$

1 $= \dfrac{3 + 5i}{9 + 25}$

1 $= \dfrac{3}{34} + \dfrac{5}{34} i$

$\frac{1}{2}$ $z_1 = -2 - 2i$

$x_1 = -2 \ , \ y_1 = -2$

1 $r_1 = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

نفرض أن α زاوية الإسناد

1 $\tan \alpha = \left| \dfrac{y_1}{x_1} \right| = \left| \dfrac{-2}{-2} \right| = 1$

1 $\therefore \alpha = \dfrac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\because x_1 < 0 \ , \ y_1 < 0 \longrightarrow$ $\therefore$ θ تقع في الربع الثالث

1 $\therefore \theta = \pi + \alpha = \pi + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{5\pi}{4}$

1 الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \dfrac{5\pi}{4} + i \sin \dfrac{5\pi}{4} \right)$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) اوجد السعة والدورة للدالة: $y = -5\cos\left(\frac{2x}{3}\right)$ ثم ارسم بيانها (6 درجات)

الحل :

السعة $= 5 = |-5| = |a|$ $\frac{1}{2}$

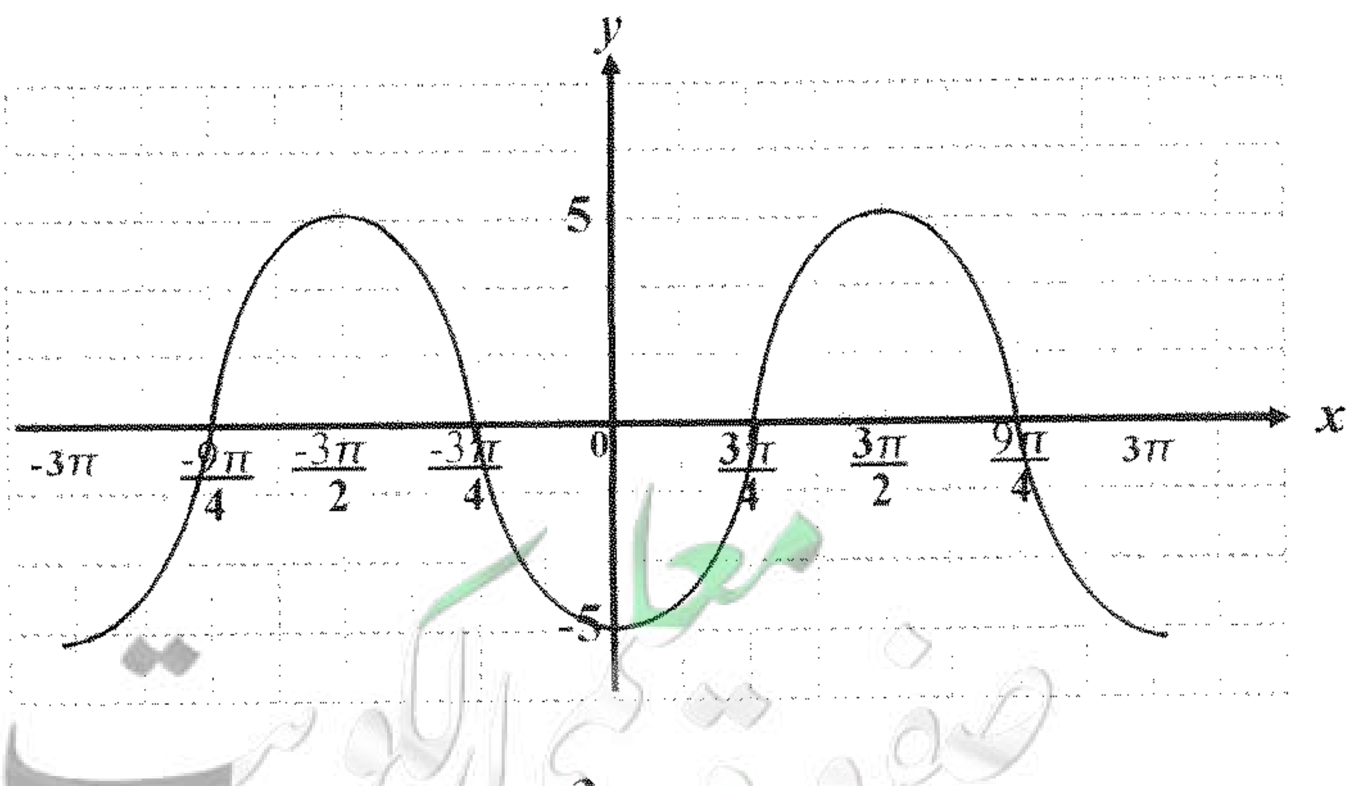
الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{3}\right|} = \frac{3}{2} \times 2\pi = 3\pi$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ ربع الدورة $= \frac{3\pi}{4}$

x	0	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	3π
$\frac{2x}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos\left(\frac{2x}{3}\right)$	1	0	-1	0	1
$-5\cos\left(\frac{2x}{3}\right)$	-5	0	5	0	-5

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

الرسم 3



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5\sin\theta - 2 = \sin\theta$ حيث $0 \le 0 < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5\sin\theta - 2 = \sin\theta$$

1 $$5\sin\theta - \sin\theta = 2$$

$\frac{1}{2}$ $$4\sin\theta = 2$$

$\frac{1}{2}$ $$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية θ

$\frac{1}{2}$ $$\sin\alpha = |\sin\theta|$$

$\frac{1}{2}$ $$= \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$$

1 $$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\because \sin\theta > 0$$

1 $\therefore$ θ تقع في الربع الأول أو الثاني

عندما تقع في الربع الأول :

1 $$\theta = \alpha$$

$\frac{1}{2}$ $$\theta = \frac{\pi}{6}$$

عندما تقع في الربع الثاني :

1 $$\theta = \pi - \frac{\pi}{6}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{5\pi}{6}$$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}=2\csc^2 x$ (4 درجات)

الحل :

الطرف الأيسر :

$$\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}$$

1 $$=\frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x}+\frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$\frac{1}{2}$ $$=\frac{1+\cos x+1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$\frac{1}{2}$ $$=\frac{2}{1-\cos^2 x}$$

1 $$=\frac{2}{\sin^2 x}$$

1 $$=2\csc^2 x$$

= الطرف الأيمن

تابع السؤال الثالث :

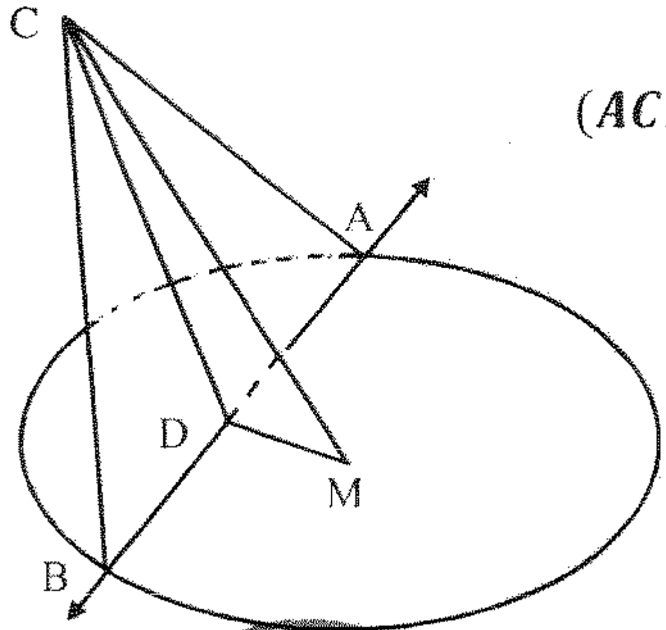
(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M
D منتصف $\overline{AB}$ ، ABC مثلث فيه CA = CB اذا كان

$DC = DM = 5\text{ cm}$ ، $MC = \sqrt{50}\text{ cm}$

اثبت ان : (1) $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

(2) مستوى الدائرة $\perp (ACB)$



الحل :

$\frac{1}{2}$ في المثلث ABC متطابق الضلعين

$\frac{1}{2}$ $\because$ D منتصف $\overline{AB}$

1 $\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB}$ .... (1)

في مستوى الدائرة

$\frac{1}{2}$ $\because$ D منتصف $\overline{AB}$ ، M مركز الدائرة

1 $\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}$ .... (2)

من (1) ، (2) نجد أن :

$\frac{1}{2}$ $\overline{AB} \perp (CDM)$

1 $\therefore \overline{AB} \perp \overline{MC}$

$\frac{1}{2}$ $\because \overline{CD} \perp \overline{AB}$

$\frac{1}{2}$ $(CM)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$

$\frac{1}{2}$ $(CD)^2 + (DM)^2 = 5^2 + 5^2 = 50$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{CD} \perp \overline{DM}$ .... (3)

1 $\therefore$ المثلث CDM قائم الزاوية في $\hat{D}$

من (1) ، (3) نجد أن :

1 $\because \overline{CD} \subset (ACB)$ ، $\overline{CD} \perp$ مستوى الدائرة

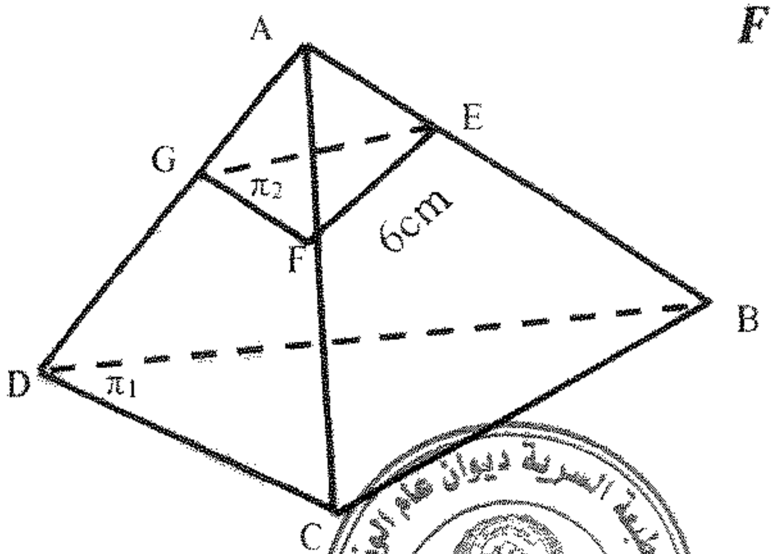
1 $\therefore$ مستوى الدائرة $\perp (ACB)$ (نظرية)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_2 , π_1 متوازيان (7 درجات)

اذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$, $FE = 6cm$

أوجد : CB



الحل :

1 $\because \quad \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ يعينان مستوى وحيد ليكن π

1 $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{FE}$

1 $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CB}$

$\because \ \pi_1 \ // \ \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \ \overleftrightarrow{FE} // \overleftrightarrow{CB}$

1 $\because \quad \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

1 $\frac{FE}{CB} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$

$\therefore \quad \frac{FE}{CB} = \frac{6}{CB}$

1 $\therefore \quad \frac{6}{CB} = \frac{1}{4}$

CB = 24 Cm

تابع السؤال الرابع :

(b) حل المعادلة : ${}_6p_r = 4 \times {}_6p_{r-1}$ (7 درجات)

الحل :

$${}_6p_r = 4 \times {}_6p_{r-1}$$

1 + 1 $$\frac{6!}{(6-r)!} = 4 \times \frac{6!}{(6-(r-1))!}$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(6-r+1)!}$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!}$$

1 $$\frac{6!}{(6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!}$$

1 $$1 = \frac{4}{(7-r)}$$

1 $$7 - r = 4$$

$\frac{1}{2}$ $$r = 7 - 4$$

$\frac{1}{2}$ $$r = 3$$

ثانيا: البنود الموضوعية (14 درجة)

أولا: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{ 2-i \ ، \ 2+i \}$.

(2) اذا كان المستقيمان L , M متخالفان وكان $\overleftrightarrow{N} \perp \overleftrightarrow{M}$ فإن $\overleftrightarrow{L} \perp \overleftrightarrow{N}$.

ثانيا :في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه a هي :

(a) $\frac{1}{2}a^2 units^2$ (b) $a^2\frac{\sqrt{3}}{2} units^2$ (c) $a^2\frac{\sqrt{3}}{4} units^2$ (d) $a^2 units^2$

(4) الصورة الجبرية للعدد المركب $z = (1+2i)^2$ هي :

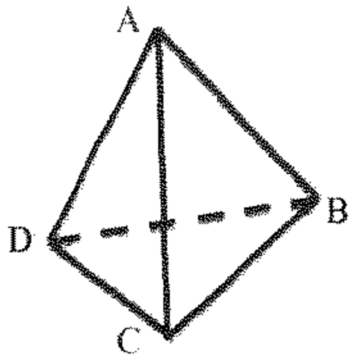
(a) $z = -3+4i$ (b) $z = 5+4i$ (c) $z = 5$ (d) $z = -3$

(5) $2\cos^2\frac{x}{2}$ تساوي :

(a) $1+\cos 2x$ (b) $1+\cos x$ (c) $\frac{1-\cos 2x}{2}$ (d) $\frac{1+\cos x}{2}$

(6) عدد حلول المعادلة $2\cos 4x = 1$ حيث $x \in \left[0 , \frac{\pi}{8}\right)$ هو :

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0



(7) في الشكل المقابل : ABCD هرم فإن النقاط C ، B ، A :

ⓐ تعين مستويا واحد

ⓑ تعين مستويين اثنين

ⓒ لا يمكن ان تعين مستويا

ⓓ تعين عدد لا منته من المستويات

---

(8) اذا توازى مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطي التقاطع :

ⓐ متعامدان

ⓑ متقاطعان

ⓒ متخالفان

ⓓ متوازيان

---

(9) اذا كان $BC = 25\ cm\ ,\ AC = 17\ cm\ ,\ AB = 12\ cm$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي تقريبا :

ⓐ 118° ⓑ 110° ⓒ 125° ⓓ 100°

---

(10) إذا كان الحدثان t , r متنافيان ، $p(t) = \frac{1}{7}$ ، $p(r) = 60\%$ فإن $p(t \cup r)$ تساوي

ⓐ 28% ⓑ 42% ⓒ $\frac{16}{35}$ ⓓ $\frac{26}{35}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	a	**b**	c	d
(3)	a	b	**c**	d
(4)	**a**	b	c	d
(5)	a	**b**	c	d
(6)	a	b	**c**	d
(7)	**a**	b	c	d
(8)	a	b	c	**d**
(9)	**a**	b	c	d
(10)	a	b	c	**d**

في البنود (2 – 1) لكل بند درجة

في البنود (10 – 3) لكل بند درجة ونصف

$\frac{\quad}{14}$

دولة الكويت

وزارة التربية

الصف الحادي عشر علمي

(الأسئلة في 10 صفحات)

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2015 / 2016 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحًا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (6 درجات)

(a) إذا كان : $z_2 = 3 - 4i \quad , \quad z_1 = 1 + i$

(1) أوجد $2z_1 - \bar{z}_2$

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية .

نموذج إجابة

الحل

(1) $2z_1 - \bar{z}_2 = 2(1+i) - \overline{(3-4i)}$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$= 2 + 2i - (3 + 4i)$ $\boxed{\frac{1}{2}}$ $\boxed{1}$

$= 2 + 2i - 3 - 4i$

$= -1 - 2i$ $\boxed{1}$

(2) $z_1 = 1 + i \quad \Rightarrow x = 1 \quad , \quad y = 1$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{1}{1}\right| = 1$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\alpha = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\because \ x > 0 \ , y > 0$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\therefore \ \theta = \alpha = \frac{\pi}{4}$

الصورة المثلثية هي : $z_1 = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

تراعى الحلول الاخرى

تابع السؤال الأول :

(4 درجات)

(b) حل المعادلة : $3\sin\theta + 1 = \sin\theta$

نموذج إجابة

الحـــــل

$3\sin\theta - \sin\theta = -1 \Rightarrow 2\sin\theta = -1$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\sin\theta = -\frac{1}{2}$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$\sin\alpha = |\sin\theta| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\because \sin\theta < 0$ $\boxed{1}$

$\therefore$ θ تقع في الربع الثالث أو الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث :

$\theta = (\pi + \frac{\pi}{6}) + 2k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\therefore \theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

عندما θ تقع في الربع الرابع :

$\theta = (2\pi - \frac{\pi}{6}) + 2k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\therefore \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

$\therefore$ حل المعادلة هو :

$\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ أو $\theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$

تراعى الحلول الأخرى

السؤال الثاني : **(4 درجات)**

(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

$$y = -3\cos(2x) \quad , \quad x \in [-\pi , \pi]$$

نموذج إجابة

الحـــل

السعة $= |a| = |-3| = 3$ $\frac{1}{2}$

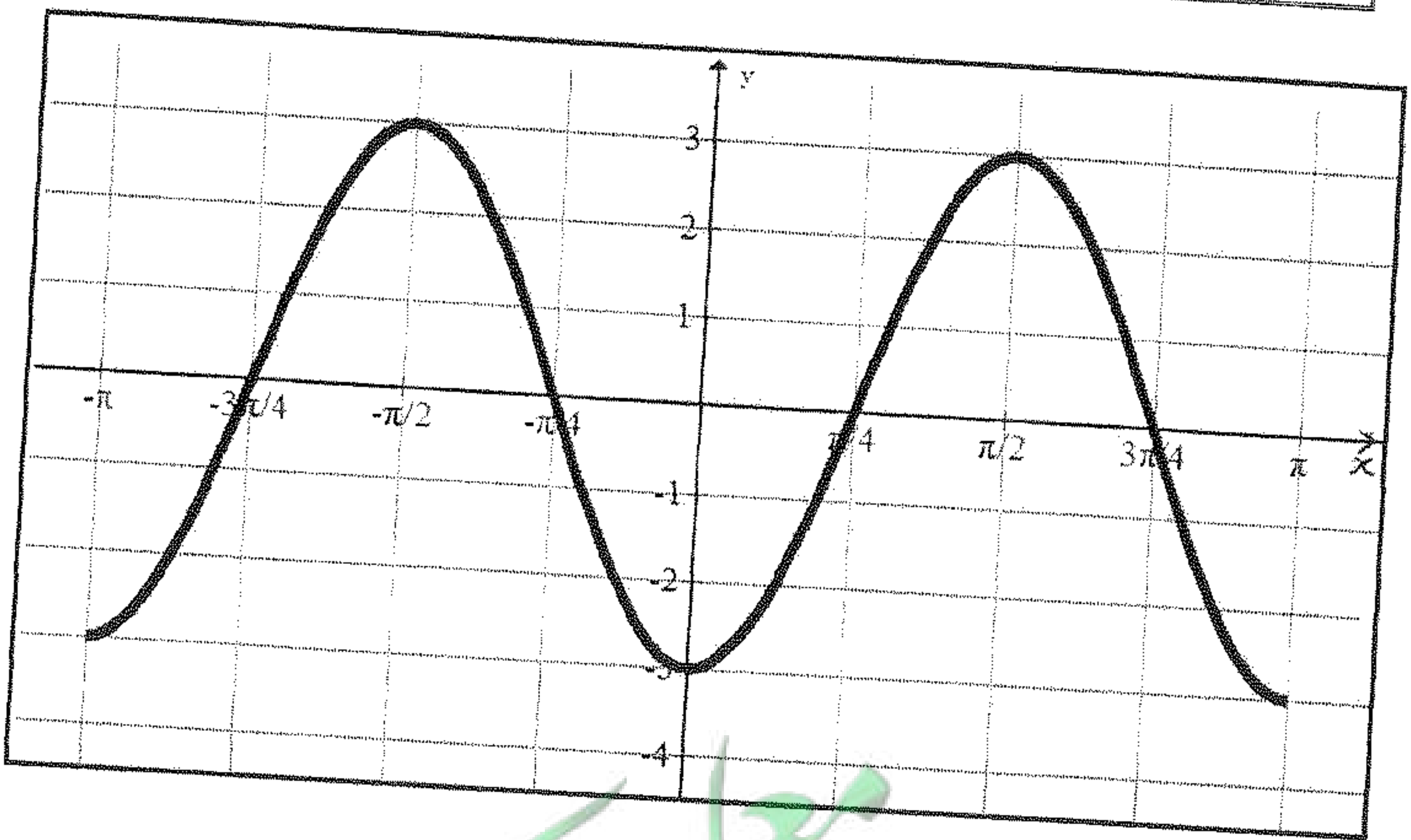
الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ $\frac{1}{2}$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
$-3\cos 2x$	-3	0	3	0	-3

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$



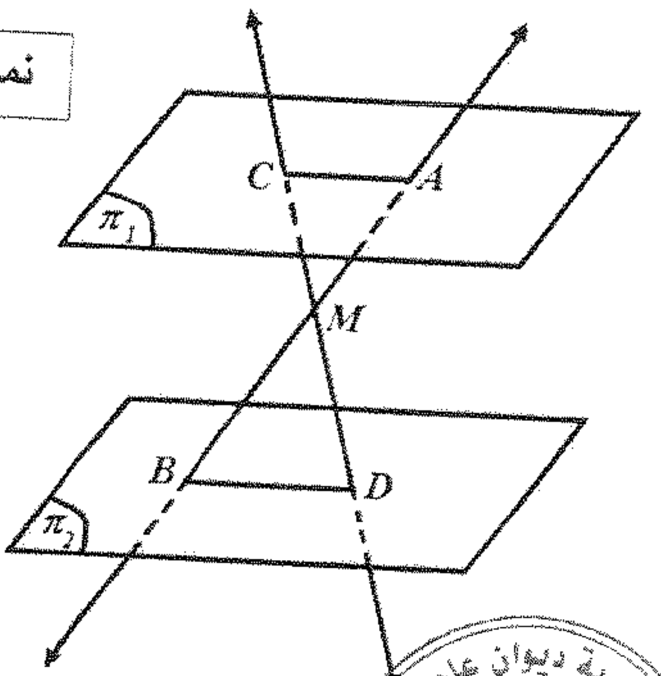
الرسم 2

تراعى الحلول الاخرى

تابع السؤال الثاني :

(b) في الشكل المقابل : π_1 , π_2 مستويان متوازيان ، M نقطة واقعة بينهما ، حيث $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$ (6 درجات)

أثبت أن : $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$



نموذج إجابة

الحل

$\because$ $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ مستقيمان متقاطعان $\frac{1}{2}$

$\therefore$ يعينان مستويًا وحيدًا و ليكن π 1

$\because$ $\pi_1 // \pi_2$ $\frac{1}{2}$

، $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CA}$ $\frac{1}{2}$

، $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ $\overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{BD}$ 1

$\therefore$ المثلثان MCA , MDB متشابهان 1

$\therefore$ $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$ 1

راعى الحلول الأخرى

السؤال الثالث : (4 درجات)

(a) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{1+\sin x}{\cos x}$$

نموذج إجابة

الحـــــل

نبسط الطرف الأيسر إلى صورة الطرف الأيمن :

1

$$\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{\cos x}{1-\sin x} \times \frac{1+\sin x}{1+\sin x}$$

1

$$= \frac{\cos x.(1+\sin x)}{1-\sin^2 x}$$

1

$$= \frac{\cos x.(1+\sin x)}{\cos^2 x}$$

1

$$= \frac{(1+\sin x)}{\cos x}$$

$\therefore$ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

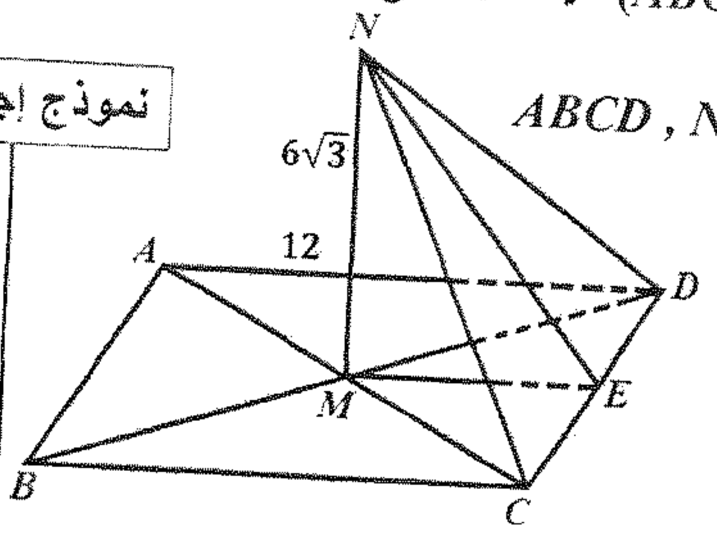
تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الثالث :

(6 درجات)

(b) في الشكل المرسوم $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ،
وفيه $AD = 12$ أقيم $\overline{NM}$ عمودًا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه
بحيث $MN = 6\sqrt{3}$ ، E منتصف $\overline{CD}$
أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD

نموذج إجابة



الحـــــل

البرهان :

$\overleftrightarrow{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD$, NCD $\frac{1}{2}$

$\because \overleftrightarrow{MN} \perp (ABCD)$, $\overleftrightarrow{CD} \subset (ABCD)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{MN} \perp \overleftrightarrow{CD}$ $\frac{1}{2}$

(1)

في المثلث CDM المتطابق الضلعين (من خواص المستطيل) $\frac{1}{2}$

$\because E$ منتصف $\overline{CD}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{ME} \perp \overleftrightarrow{CD}$

(2)

من (2) ، (1) نجد أن : $\frac{1}{2}$

$\overleftrightarrow{CD} \perp (MNE)$, $\overleftrightarrow{NE} \subset (MNE)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{NE} \perp \overleftrightarrow{CD}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$

في المثلث ACD :

$\overline{EM}$ واصلة بين منتصفي الضلعين : $\overline{CA}$, $\overline{CD}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore EM = \frac{1}{2} AD = 6\ cm$

في المثلث MEN القائم الزاوية في M :

$\therefore tan\left(M\hat{E}N\right) = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore m\left(M\hat{E}N\right) = 60°$ $\frac{1}{2}$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD هو $60°$

ترى الحلول الاخرى

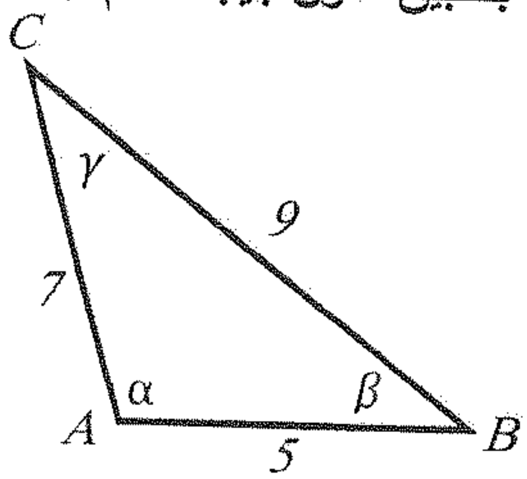
السؤال الرابع :

(a) حل المثلث ABC حيث $c = 5\ cm$, $b = 7\ cm$, $a = 9\ cm$ (5 درجات)

نموذج إجابة

الحـــــل

بتطبيق قانون جيب التمام :



$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{49 + 25 - 81}{2(7)(5)} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{-1}{10} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\alpha \simeq 95.7^\circ \qquad \frac{1}{2}$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{81 + 25 - 49}{2(9)(5)} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{19}{30} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\beta \simeq 50.7^\circ \qquad \frac{1}{2}$$

$$\gamma = 180^\circ - (95.7^\circ + 50.7^\circ) \qquad \frac{1}{2}$$

$$= 33.56^\circ \qquad \frac{1}{2}$$

تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الرابع :

(b) أوجد قيمة n حيث : $\dfrac{{}_{n}C_5}{{}_{(n-1)}C_4} = \dfrac{6}{5}$

(5 درجات)

نموذج إجابة

الحـــــل

$$\frac{{}_{n}C_5}{{}_{n-1}C_4} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n!}{(n-5)!\ 5!} \div \frac{(n-1)!}{(n-1-4)!\ 4!} = \frac{6}{5} \qquad 1+1$$

$$\frac{n!}{(n-5)!\ 5!} \times \frac{(n-5)!\ 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\frac{n(n-1)!}{(n-5)!\ 5.4!} \times \frac{(n-5)!\ 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5} \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{n}{5} = \frac{6}{5} \qquad \frac{1}{2}$$

$$n = 6 \qquad \frac{1}{2}$$

تراعى الحلول الأخرى

نموذج إجابة

ثانيا : البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،

(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي $A(2, -2\sqrt{3})$.

(2) إذا كان المستقيم ℓ مائل على المستوى π فإن $\overleftrightarrow{\ell}$ ليس عموديًا على أي مستقيم محتوى في π .

(3) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $5\ cm$, $8\ cm$, $12\ cm$ فإن قياس الزاوية الأكبر في هذا المثلث يساوي حوالي $133.4°$

ثانيا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط منها صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 3 - 4i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = 3 - 4i \\ z_2 = -3 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = -7 - i \\ z_2 = 7 + i \end{cases}$

(5) المقدار : $tan^2x - sin^2x$ متطابق مع المقدار :

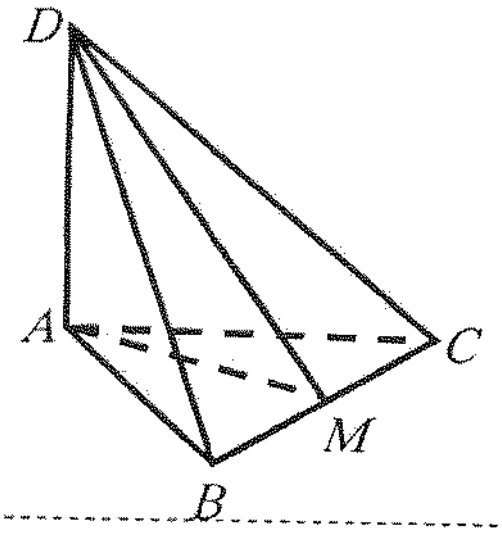
(a) tan^2x (b) cot^2x (c) $tan^2x\, sin^2x$ (d) $cot^2x\, cos^2x$

(6) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\pi_1 \neq \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{\ell} \subset \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ فإن :

(a) $\overleftrightarrow{\ell} // \overleftrightarrow{m}$ (b) $\overleftrightarrow{\ell} \perp \overleftrightarrow{m}$ (c) $\overleftrightarrow{\ell}$, $\overleftrightarrow{m}$ متخالفان (d) $\overleftrightarrow{\ell} \cap \overleftrightarrow{m} = \phi$

نموذج إجابة

(7) في الشكل المقابل : إذا كان $\overleftrightarrow{AD}$ عمودي على (ABC) ، $AB = AC$ ، M منتصف $\overline{BC}$ فإن :



(a) $(ABC) \perp (DAC)$

(b) $(DBC) \perp (DAC)$

(c) $(AMD) \perp (ACD)$

(d) $(ABD) \perp (BCD)$

---

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $7\ cm$, $8\ cm$, $9\ cm$ هي :

(a) $6\sqrt{3}\ cm^2$ (b) $12\sqrt{5}\ cm^2$ (c) $16\sqrt{3}\ cm^2$ (d) $18\sqrt{3}\ cm^2$

---

(9) $\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right)$ تساوي :

(a) $1 + \tan h$ (b) $\frac{1-\tan h}{1+\tan h}$

(c) $\frac{1+\tan h}{1-\tan h}$ (d) $1 - \tan h$

---

(10) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معامله 2160 هو الحد :

(a) الثاني (b) الثالث (c) الرابع (d) الخامس

" انتهت الأسئلة "

نموذج إجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	a	**b**	c	d
(3)	**a**	b	c	d
(4)	a	b	**c**	d
(5)	a	b	**c**	d
(6)	a	b	c	**d**
(7)	**a**	b	c	d
(8)	a	**b**	c	d
(9)	a	b	**c**	d
(10)	a	**b**	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10

دولة الكويت

وزارة التربية

(الأسئلة في 8 صفحات)

الزمن : ساعتان و45 دقيقة

الصف الحادي عشر علمي

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2014 / 2015 م

نموذج الاجابة

القسم الأول ـ أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ **(5 درجات)**

لتكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد z فيكون $w^2 = z$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $(m+ni)^2 = 5+12i \rightarrow m^2 - n^2 + 2mni = 5+12i$

$\frac{1}{2}$ $\therefore m^2 - n^2 = 5 \quad --(1)$

$\frac{1}{2}$ $2mn = 12 \quad --(2)$

$|w|^2 = |z| \rightarrow \left(\sqrt{m^2+n^2}\right)^2 = \sqrt{(5)^2+(12)^2}$

$\frac{1}{2}$ $m^2 + n^2 = 13 \quad --(3)$ بجمع المعادلتين (3)، (1)

$m^2 - n^2 = 5$

$\frac{1}{2}$ $2m^2 = 18 \rightarrow m^2 = 9 \rightarrow m = \pm 3$

$\frac{1}{2}$ $n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$ بالتعويض في (1)

$\frac{1}{2}$ $m = 3 \;,\; n = 2$ من المعادلة (2)

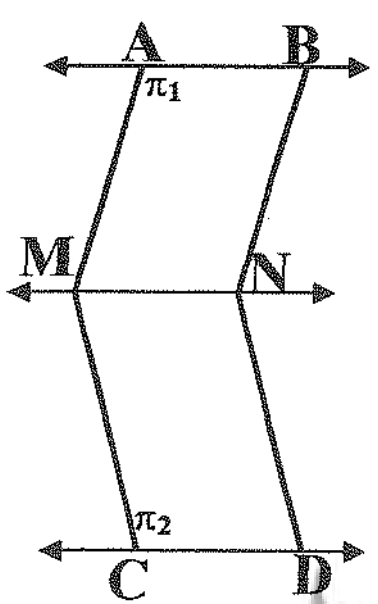
$\frac{1}{2}$ $m = -3 \;,\; n = -2$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $5+12i$ هما :

$\frac{1}{2}$ $w_1 = 3 + 2i \qquad , \qquad w_2 = -3 - 2i$

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1 , π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ **(5 درجات)**

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1 \;,\; \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1 \;,\; \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$ اثبت $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\because \overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2 \quad , \quad \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$

$\frac{1}{2}$ $\because \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad --(1)$ (نظرية)

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\because \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN} \;,\; \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1 \;,\; \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad --(2)$

1 من (1) و (2) $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (نظرية)

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$, $z_2 = 3 + i$ فأوجد : (3 درجات)

$z_2 \cdot z_1$ (1) $\qquad$ ($\overline{z_2 + z_1}$) (2) $\qquad$ $(z_2)^{-1}$ (3)

$\frac{1}{2}$ (1) $Z_2 \cdot Z_1 = (3 + i)(5 - 4i)$

$= 15 - 12i + 5i + 4$

$\frac{1}{2}$ $= 19 - 7i$

$\frac{1}{2}$ (2) $Z_2 + Z_1 = 8 - 3i$

$\frac{1}{2}$ $(\overline{Z_2 + Z_1}) = 8 + 3i$

$\frac{1}{2}$ (3) $Z_2^{-1} = \frac{1}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3-i}{9+1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7\ cm$, $b = 6\ cm$, $\alpha = 26.3^0$ (3 درجات)

$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin B}{6}$

$\sin B \approx 0.379$

$\frac{1}{2}$ $\therefore B_1 \approx 22.3^\circ$ أو $B_2 \approx 157.6^\circ$

$\because \alpha + B_2 \approx 183.9^\circ > 180^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\therefore B_2$ مرفوضه

$\frac{1}{2}$ $\gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 26.3^\circ)$

$= 131.4^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.4}{c}$

$\frac{1}{2}$ $c \approx 11.85\ cm$

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)

ثم ارسم بيانها

$\frac{1}{2}$ السعة : $|a| = |-3| = 3$

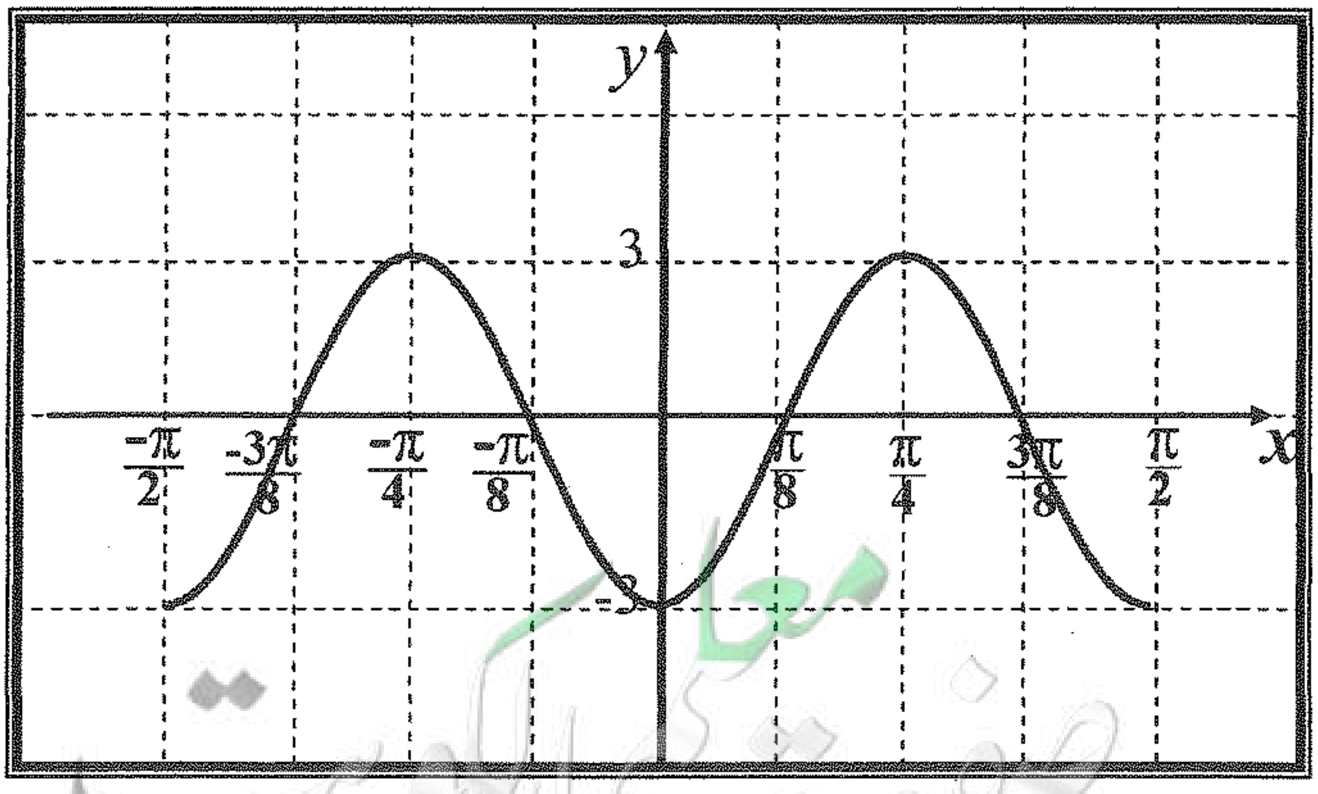
$\frac{1}{2}$ الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$

ربع الدورة = $\frac{\pi}{8}$

1

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$4x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 4x$	1	0	-1	0	1
$-3\cos 4x$	-3	0	3	0	-3

2



يجب مراعاة الحلول الأخرى

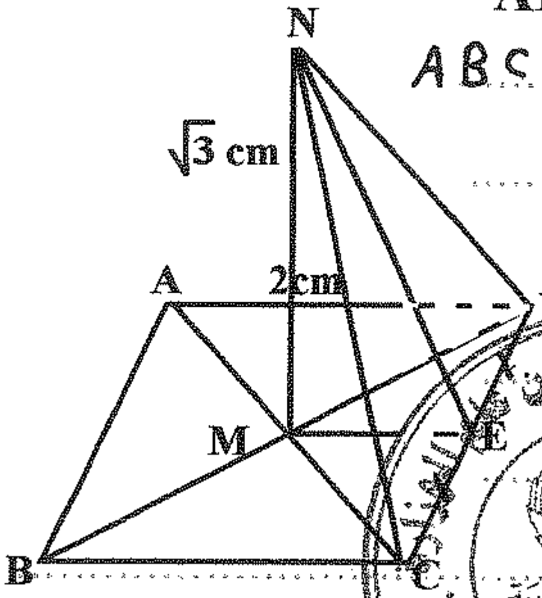
نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه AD = 2cm , E منصف $\overline{CD}$ (7 درجات)

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN=\sqrt{3}$ cm

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD



$\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين ABCD و NCD

$\frac{1}{2}$ ∵ $\overline{MN} \perp (ABCD)$ و $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\frac{1}{2}$ ∴ $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ ...(1)

$\frac{1}{2}$ في المثلث CDM المتطابق الضلعين (من خواص المستطيل)

∵ E منتصف $\overline{CD}$

$\frac{1}{2}$ $\overline{ME} \perp \overline{CD}$ ...(2)

$\frac{1}{2}$ من (2) و (1) نجد أن : $\overline{CD} \perp (MNE)$, $\overline{NE} \subset MNE$

$\frac{1}{2}$ $\overline{NE} \perp \overline{CD}$

$\frac{1}{2}$ ∴ $M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$

في المثلث BCD

$\frac{1}{2}$ M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستطيل)

E منتصف $\overline{CD}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ ∴ $ME = \frac{1}{2}AD \longrightarrow ME = \frac{1}{2}\times 2 = 1$ cm

$\frac{1}{2}$ في المثلث MEN القائم الزاوية في M (من خواص المستقيم العمودي على مستوى)

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\tan(M\hat{E}N) = \frac{MN}{ME} = \sqrt{3}$

$\frac{1}{2}$ ∴ $m(M\hat{E}N) = 60°$

∴ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD هو 60°

(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

$\frac{1}{2}$ الطرف الايسر $= \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$

$1+\frac{1}{2}$ $= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x(1-\cos^2 x)}{\cos^2 x}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$

= الطرف الايمن

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الرابع :

(a) إذا كان $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ ، $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فاوجد : (5 درجات)

(1) $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$ (2) $\tan 2\theta$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta + (-\frac{3}{5})^2 = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta = \frac{16}{25} \longrightarrow \sin\theta = \pm\frac{4}{5}$

$\because$ θ تقع في الربع الثاني

$\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\theta = \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\frac{4}{3}$

$\frac{1}{2}$ $\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin(-(\frac{\pi}{2} - \theta))$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= -\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = -\cos\theta = \frac{3}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2(-\frac{4}{3})}{1-\frac{16}{9}}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{24}{7}$

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_5 = \frac{1}{2}\ {}_{2n}C_4$ (5 درجات)

$1+1$ $\frac{2n!}{(2n-4)!\,4!} = \frac{1}{2} \times \frac{2n!}{(2n-5)!\,5!}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{2n!}{(2n-4)!\,4!} \times \frac{(2n-5)!\,5!}{2n!} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{(2n-5)! \times 5 \times 4!}{(2n-4)(2n-5)!\,4!} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{5}{2n-4} = \frac{1}{2} \longrightarrow 2n-4 = 10$

$\frac{1}{2}$ $2n = 14 \longrightarrow n = 7$

يجب مراعاة الحلول الأخرى

ثانيا : البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

---

(1) في المثلث ABC : BC = 8cm ، AB = 7cm ، AC = 9cm

فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\ cm^2$

---

(2) إذا كان $0^0 < \theta < 90^0$ ، $\cos\theta = \frac{3}{5}$ فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

---

(3) إذا كان : $\overleftrightarrow{m} // \pi$ ، $\overleftrightarrow{l} // \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$

ثانيا :في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

---

(4) إذا كان : $z = i$ فإن $(z)^{250}$ يساوي :

(a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

---

(5) الدالة التي تمثل تمدداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

(a) $4\sin(\frac{1}{3}x)$ (b) $\frac{1}{3}\sin(3x)$

(c) $3\sin(4x)$ (d) $4\sin(3x)$

---

(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^{\circ}$, $AB = 30\ cm$, $AC = 40cm$ فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

ⓐ 60.8 cm ⓑ 36 cm

ⓒ 21 cm ⓓ 68 cm

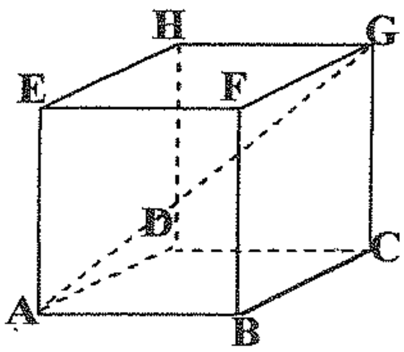
---

(7) المقدار : $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار :

ⓐ $\sec x \cos x$ ⓑ $\cos x \sin x$ ⓒ $\sec x \csc x$ ⓓ $\sec x \sin x$

---

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



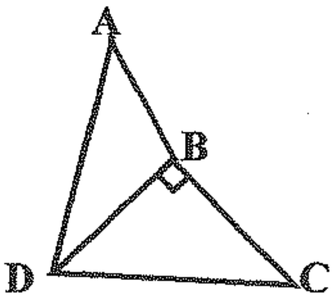
ⓐ $\sqrt{3}$ cm ⓑ 9 cm

ⓒ 18 cm ⓓ $3\sqrt{3}$ cm

---

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC)

فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي :



ⓐ $D\hat{B}C$ ⓑ $A\hat{B}C$

ⓒ $A\hat{B}D$ ⓓ $A\hat{D}C$

---

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

ⓐ -21 ⓑ -7 ⓒ 7 ⓓ 21

" انتهت الأسئلة "

نموذج الاجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b	c	d
(2)	a	b	c	d
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10

دوله الكويت
وزارة التربية

الزمن : ساعتان ونصف
(الامتحان في 8 صفحات)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

نموذج الإجابة

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى

السؤال الأول:

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4i$ **(7 درجات)**

الحل: ليكن $w = m + n\,i$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون $w^2 = z$ — ½

$\therefore (m + n\,i)^2 = -3+4i \longrightarrow m^2 - n^2 + 2\,n\,m\,i = -3+4\,i$ — ½ + ½

$\therefore \ m^2 - n^2 = -3 \quad ....(1)$ — ½

$2\,m\,n = 4 \quad ....(2) \longrightarrow$ لهما نفس الإشارة n , m — ½ + ½

$\because \ |w|^2 = |z| \longrightarrow (\sqrt{m^2 + n^2}\ )^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$ — ½

$\therefore \ m^2 + n^2 = 5 \quad ....(3)$ — ½

من المعادلة (1)،(3) نجد أن:

$2\,m^2 = 2 \longrightarrow m = \pm 1$ — ½ + ½

$2\,n^2 = 8 \longrightarrow n = \pm 2$ — ½ + ½

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد $z = -3 + 4\,i$ هما:

$w_1 = 1 + 2\,i \quad , \quad w_2 = -1 - 2\,i$ — ½ + ½

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة: **(3 درجات)**

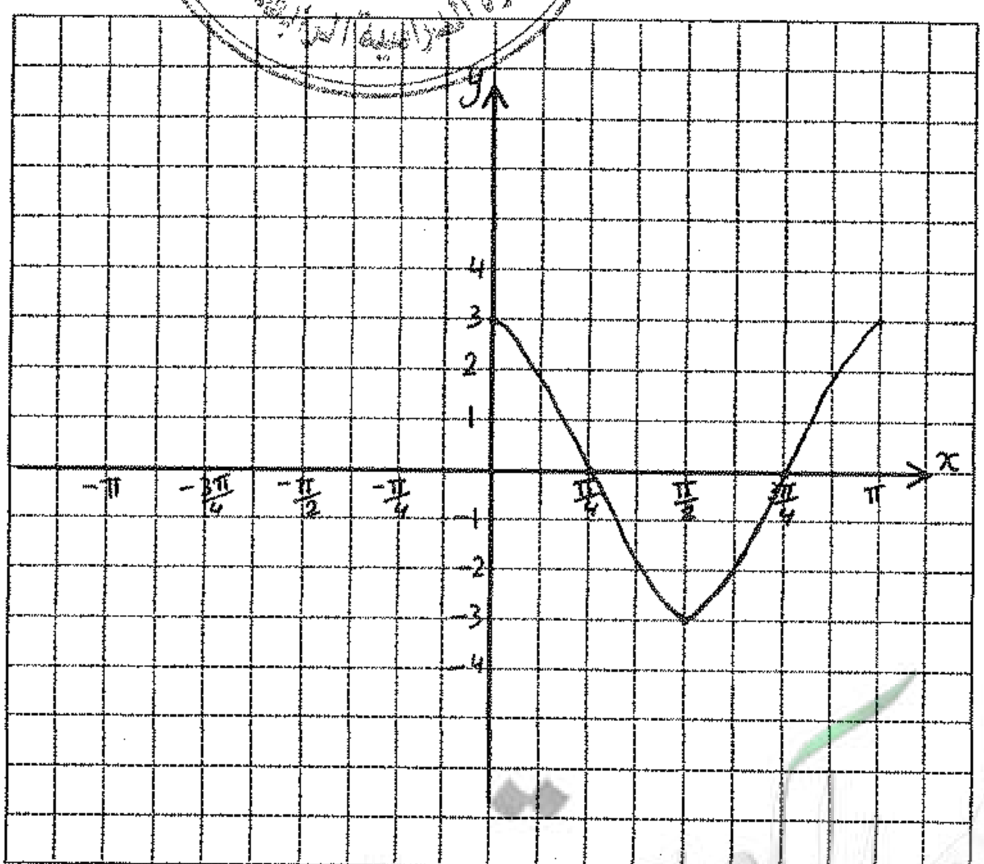
الحل: $y = 3\cos 2x$

السعة : $a = |3| = 3$ — ½

الدورة: $\dfrac{2\pi}{|b|} = \dfrac{2\pi}{|2|} = \pi$ — ½

ربع الدورة : $\dfrac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
y	3	0	-3	0	3



تحديد النقاط على الرسم 1½

الشكل العام للمنحنى ½

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(5 درجات)

(a) ABC مثلث فيه $a = 3$ cm , $b = 8$ cm , $c = 7$ cm

أوجد : (1) قياس أكبر زاوية

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل:

½ (1) قياس أكبر زاوية هو β لأنها تقابل أطول ضلع

1 $\cos\beta = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

½ $= \dfrac{3^2+7^2-8^2}{2(3)(7)} = \dfrac{-1}{7}$

½ $\therefore \beta \approx 98.21^\circ$

(2)

½ $s = \dfrac{1}{2}(a+b+c)$

½ $= \dfrac{1}{2}(3+8+7) = 9$

1 $\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$

½ $= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

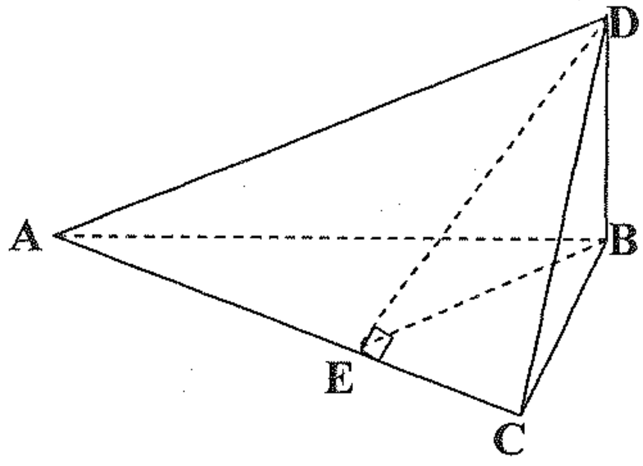
نموذج الإجابة

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$، $DB = 5cm$ ، $AB = 10cm$ ، $m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6}$

، $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ أوجد : (1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC



البرهان:

(1) في المستوى ABC:

½ $\because \overline{BE} \perp \overline{AC} \longrightarrow \therefore m(B\hat{E}A) = \frac{\pi}{2}$

½ $\because m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6} \longrightarrow$ Δ AEB ثلاثيني ستيني

½ $\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5\ cm$

½ (2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

½ في المستوى BAC : $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

½ في المستوى DAC : $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

$\therefore$ $\overleftrightarrow{AC}$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

½ $\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $B\hat{E}D$

½ $\because \overline{DB} \perp (ABC)$, $\overline{BE} \subset (ABC) \longrightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$

½ + ½ $\therefore$ Δ DBE قائم الزاوية في $\hat{B}$ وهو متطابق الضلعين $\longrightarrow m(B\hat{E}D) = \frac{\pi}{4}$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\frac{\pi}{4}$

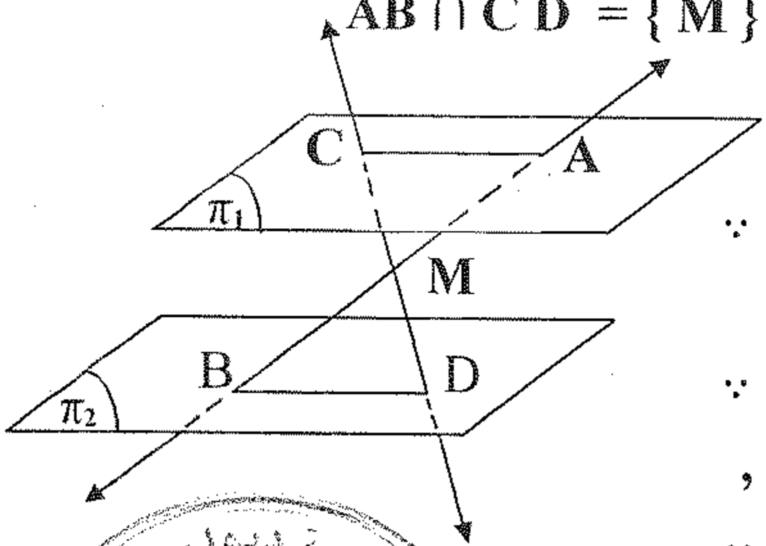
نموذج الإجابة

السؤال الثالث :

(a) في الشكل المقابل π_1 , π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما **(5 درجات)**

حيث: $B , D \in \pi_2$, $A , C \in \pi_1$, $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$

أثبت أن $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AC}{BD}$



البرهان:

½ $\because \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$

½ $\therefore$ يعينان مستوى وحيد هو (ADBC)

½ $\because (ADBC) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CA}$

½ $, (ADBC) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$

½ $, \because \pi_1 \parallel \pi_2$

1 $\therefore \overleftrightarrow{CA} \parallel \overleftrightarrow{BD}$

في المستوى ADBC:

½ + ½ $\Delta BMD \sim \Delta AMC$ (لتطابق زواياهما)

½ **وينتج أن :** $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AC}{BD}$

(b) حل المعادلة : $2\cos x \sin x - \cos x = 0 \quad , x \in [0 , 2\pi)$ **(5 درجات)**

الحل:

½ $\cos x (2\sin x - 1) = 0$

½ + ½ $\therefore \cos x = 0 \quad$ or $\quad 2\sin x - 1 = 0$

1 + ½ $\therefore x = \dfrac{\pi}{2} \quad , \quad x = \dfrac{3\pi}{2}$

$\sin x = \dfrac{1}{2}$

نفرض α هي زاوية الإسناد حيث $\sin\alpha = |\sin x|$

$= \left| \dfrac{1}{2} \right| = \dfrac{1}{2}$

½ $\therefore \alpha = \dfrac{\pi}{6}$

$\because \sin x > 0$

$\therefore$ x تقع في الربع الأول أو الثاني

½ في الربع الأول: $x = \alpha = \dfrac{\pi}{6}$

½ + ½ في الربع الثاني: $x = \pi - \alpha = \pi - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{6}$

$\therefore$ حل المعادلة هو: $x = \dfrac{5\pi}{6} \quad , \quad x = \dfrac{\pi}{6} \quad , \quad x = \dfrac{3\pi}{2} \quad , \quad x = \dfrac{\pi}{2}$

السؤال الرابع :(a) أثبت صحة المتطابقة : $\dfrac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$ **(4 درجات)**

الحل:

$$\text{الطرف الأيسر} = \frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x} \qquad 1$$

$$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x} \qquad 1$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x} \qquad ½$$

$$= \frac{\sin x}{\cos^2 x} \qquad ½$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \cdot \sec x = \text{الطرف الأيمن} \qquad ½+½$$

(b) ❶ حل المعادلة : $_nC_2 = 105$ **(3 درجات)**

الحل:

$$\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105 \qquad 1$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105 \qquad ½$$

$$n(n-1) = 210 \qquad ½$$

$$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15 \qquad ½+½$$

❷ يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة. **(3 درجات)**

الحل:

نفرض الحدث **A** : استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث **B** : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث **E** : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

$P(A) = m = \dfrac{11}{100} = 0.11 \quad , \quad P(B) = 1 - m = 0.89$ ½ + ½

للحدث **E** يكون $n = 30 \; , \; k = 4$ ½

فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو

$P(E) = {}_nC_k \; (m)^k \; (1-m)^{n-k}$ ½

$= {}_{30}C_4 \; (0.11)^4 \; (0.89)^{26}$ ½

$= 0.19388$ ½

نموذج الإجابة

القسم الثاني – البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1- 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان: $x\,i^2 + 3\,y\,i = 5 + 3\,i^5$ فإن $(x\,,y) = (-5\,,1)$

(2) الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{|2\,b|}$

(3) $\cos 6x = 2\cos^2 3x - 1$

(4) إذا توازى مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً : في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3}\,i$ حيث $\theta \in [\,0\,,\pi\,)$ هي:

ⓐ $z = 4\,(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

ⓑ $z = 4\,(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})$

ⓒ $z = 4\,(\cos\frac{-\pi}{3} + i\sin\frac{-\pi}{3})$

ⓓ $z = 4\,(\cos\frac{5\pi}{3} - i\sin\frac{5\pi}{3})$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2\cos(x) - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$:

ⓐ انكماشا رأسيا بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓑ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓒ انكماشا رأسيا بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

ⓓ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

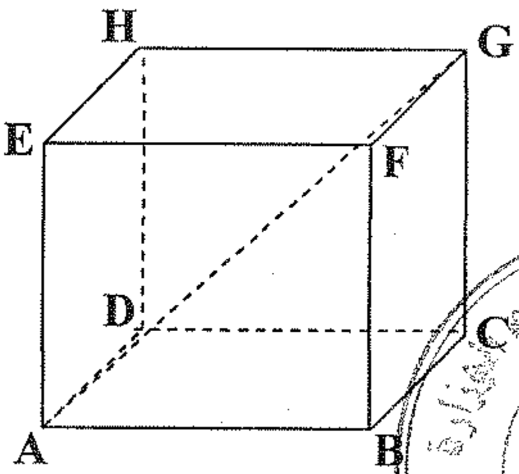
نموذج الإجابة

(7) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ يساوي:

ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ ⓑ $\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$

ⓒ $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



ⓐ 18 cm ⓑ 9 cm

ⓒ $3\sqrt{3}$ cm ⓓ $\sqrt{3}$ cm

(9) الحدثان r , t متنافيان حيث $P(t)=\frac{3}{5}$, $P(r)=\frac{1}{3}$ يكون $P(t\cup r)$ يساوي:

ⓐ $\frac{1}{5}$ ⓑ $\frac{14}{15}$ ⓒ $\frac{4}{15}$ ⓓ 0

(10) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

ⓐ T_3 ⓑ T_4 ⓒ T_5 ⓓ T_6

انتهت الأسئلة،،،،،،،،،

نموذج الإجابة

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(2)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(3)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(4)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(7)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(9)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**

لكل بند درجة واحدة فقط

10