@MOH82FALAH
أ / محمد نوري الفلاح

الواحة الثانوية - بنين
Waha Secondary School

٢٠٢٢ ـ ٢٠٢٣

الفصل الدراسي الثاني

نماذج إجابات امتحانات سابقة
الفترة الثانية

الصف الثاني عشر علمي

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات :12

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2021/2020 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد: (7 درجات)

$$\int (2x-1)e^{x^2-x+3}\,dx$$

الحل:

$u = x^2 - x + 3$ 1

$du = (2x-1)\,dx$ 2

$\int (2x-1)e^{x^2-x+3}\,dx = \int e^u\,du$ 1

$= e^u + C$ 1

$= e^{x^2-x+3} + C$ 2

تابع السؤال الأول :

(b) **أوجد :** **(7 درجات)**

$$\int \sqrt{4x-5}\,dx$$

الحل :

1	$\int \sqrt{4x-5}\,dx = \int (4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx$
$\frac{1}{2}$	$g(x) = 4x-5$
1	$g'(x) = 4$
1	$\int (4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{1}{4}\int 4(4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx$
$2\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{4}\frac{(4x-5)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$
1	$= \frac{1}{6}(4x-5)^{\frac{3}{2}} + C$

الكنترول العلمي
CONTROL

التوجيه الفني العام للرياضيات

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد : **(6 درجات)**

$$\int x \sin x \; dx$$

الحل :

$u = x \qquad dv = \sin dx$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$du = dx \qquad v = -\cos x$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\int u\,dv = uv - \int v\,du$	$\frac{1}{2}$
$\int x \sin x \; dx = -x\cos x - \int (-\cos x)\,dx$	2
$= -x\cos x + \sin x + C$	$1\ \frac{1}{2}$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{(x-5)(x-3)}$ (8 درجات)

أوجد الكسور الجزئية ثم أوجد $\int f(x)\,dx$

الحل :

$$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{A_1}{x-5} + \frac{A_2}{x-3}$$ 1

$$2 = A_1(x-3) + A_2(x-5)$$ 1

نعوض عن x بـ (3)

$$2 = A_1(3-3) + A_2(3-5)$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore A_2 = -1$$ $\frac{1}{2}$

نعوض عن x بـ (5)

$$2 = A_1(5-3) + A_2(5-5)$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore A_1 = 1$$ $\frac{1}{2}$

$$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}$$ 1

$$\int f(x) = \int \frac{2}{(x-5)(x-3)}\,dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}\right) dx$$ 1

$$= \int \frac{1}{x-5}\,dx + \int \frac{-1}{x-3}\,dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= \ ln|x-5| - \ ln|x-3| + C$$ $1\frac{1}{2}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : **(7 درجات)**

$f(x) = x^2 - 3x$ و محور السينات

الحل :

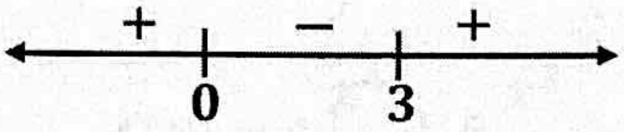
لإيجاد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات

بوضع $f(x) = 0$

$x^2 - 3x = 0$ $\frac{1}{2}$

$x(x-3) = 0$

$x = 0 \quad or \quad x = 3$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$

$\therefore \; f(x) \leq 0 \qquad \forall x \in [0,3]$ $\frac{1}{2}$

$A = -\int_0^3 f(x)\,dx$ 1

$= -\int_0^3 (x^2 - 3x)\,dx$ $\frac{1}{2}$

$= -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right]_0^3$ 1

$= -\left[\left(\frac{(3)^3}{3} - \frac{3(3)^2}{2}\right) - \left(\frac{(0)^3}{3} - \frac{3(0)^2}{2}\right)\right]$ 1

$= -\left[\left(9 - \frac{27}{2}\right) - (0)\right]$

$= -\left(-\frac{9}{2}\right)$ $\frac{1}{2}$

$= \frac{9}{2}$ units suare $\frac{1}{2}$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $P(x\,,y)$
يساوي $4x^3+6x^2-2x+1$ و يمر بالنقطة $B(1,0)$

(7 درجات)

الحل :

$$\because f'(x)=4x^3+6x^2-2x+1$$ 1

$$\therefore f(x)=\int f'(x)\,dx$$

$$=\int(4x^3+6x^2-2x+1)dx$$ 1

$$f(x)=4\frac{x^4}{4}+6\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}+x+C$$ $2\frac{1}{2}$

$$f(x)=x^4+2x^3-x^2+x+C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1,0)$ في المعادلة السابقة فنحصل على

$$0=(1)^4+2(1)^3-(1)^2+1+C$$ 1

$$0=1+2-1+1+C$$

$$C=-3$$ $\frac{1}{2}$

معادلة المنحنى f المطلوبة هي :

$$f(x)=x^4+2x^3-x^2+x-3$$ 1

الكنترول العلمي - وزارة التربية - CONTROL

وزارة التربية - التوجيه الفني العام

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) أوجد معادلة قطع ناقص مركزه $(0,0)$ إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني و طوله $12\ cm$ والمسافة بين البؤرتين $8\ cm$

(6 درجات)

الحل :

$\because$طول المحور الأكبر هو $12\ cm$

$\therefore 2a = 12 \ \Rightarrow a = 6$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\because$المسافة بين البؤرتين هي $8\ cm$

$\therefore 2c = 8 \ \Rightarrow c = 4$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$b^2 = a^2 - c^2$ — $\frac{1}{2}$

$b^2 = 6^2 - 4^2$ — $\frac{1}{2}$

$= 36 - 16 = 20$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\because$ محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني فتكون المعادلة على الصورة

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ — 1

بالتعويض نحصل على المعادلة :

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$ — 1

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن $9x^2 - 16\,y^2 = 144$ معادلة قطع زائد

أوجد :

1) رأسي القطع الزائد

2) البؤرتين

3) معادلتي دليلي القطع الزائد **(8 درجات)**

الحل :

1) المعادلة $9x^2 - 16\,y^2 = 144$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$ 1

المحور القاطع على محور السينات: $\frac{1}{2}$

$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$ $\frac{1}{2}$

$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$ $\frac{1}{2}$

رأسا القطع الزائد هما: $A_1(-4,0)\ ,\ A_2(4,0)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

2) $c^2 = a^2 + b^2$ $\frac{1}{2}$

$c^2 = 16 + 9 = 25$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$c = 5$ $\frac{1}{2}$

البؤرتان هما : $F_1(-5,0)\ ,F_2(5,0)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

3) معادلتا دليلي القطع الزائد : $y = \pm\frac{a^2}{c}$ $\frac{1}{2}$

$y = \pm\frac{16}{5}$ 1

ثانيا: البنود الموضوعية.

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**
ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة .**

(1) $\int sec^2x\,dx = tanx + C$

(2) $\int \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{1}{x} + C$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x$ و منحنى الدالة g : $g(x) = \frac{1}{2}x^2$
هو : $V = \pi\int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right)\,dx$

(4) $y^2 = -\frac{1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ بؤرته $\left(\frac{-1}{24}, 0\right)$

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ يساوي :

ⓐ $\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓑ $\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓒ $\frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓓ $2(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(6) $\int \sqrt[3]{cotx}\,csc^2x\,dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{3}{4}\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$

ⓑ $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$

ⓒ $-\frac{3}{4}\sqrt[4]{(cotx)^3} + C$

ⓓ $3\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$

(7) إذا كانت $y = ln(x^2+1)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $\frac{x}{x^2+1}$

ⓑ $\frac{2}{x^2+1}$

ⓒ $\frac{-2x}{x^2+1}$

ⓓ $\frac{2x}{x^2+1}$

(8) $\int \frac{e^x}{e^x - 4}\, dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$ ⓑ $\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

ⓒ $-ln|e^x - 4| + C$ ⓓ $ln|e^x - 4| + C$

---

(9) إذا كان : $\int_3^1 g(x)dx = 2$, $\int_{-1}^3 f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1)dx$

تساوي :

ⓐ 18 ⓑ -6 ⓒ 12 ⓓ 6

---

(10) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (sinx + cosx)\ dx$ يساوي :

ⓐ 4 ⓑ 2 ⓒ 0 ⓓ π

---

(11) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $y = -2, x = 0$ و منحنى الدالة f : $f(x) = -\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

ⓐ 4π ⓑ 16π ⓒ 8π ⓓ 2π

---

(12) المعادلة التفاضلية التالية : $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$ من :

ⓐ الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

ⓑ الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

ⓒ الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

ⓓ الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

(13) المعادلة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ و يمر بالنقطة $C(-5,-6)$
و خط تماثله $y-axis$ هي:

ⓐ $x^2=\frac{-25}{6}y$ ⓑ $y^2=\frac{-25}{6}x$ ⓒ $y^2=\frac{-6}{25}x$ ⓓ $x^2=\frac{-6}{25}y$

---

(14) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ هو :

ⓐ $\frac{\sqrt{11}}{6}$ ⓑ $\frac{\sqrt{11}}{5}$ ⓒ $\frac{36}{25}$ ⓓ $\frac{25}{36}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	[✓ ⓐ]	ⓑ		
(2)	ⓐ	[✓ ⓑ]		
(3)	ⓐ	[✓ ⓑ]		
(4)	[✓ ⓐ]	ⓑ		
(5)	ⓐ	ⓑ	[✓ ⓒ]	ⓓ
(6)	ⓐ	[✓ ⓑ]	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	[✓ ⓓ]
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	[✓ ⓓ]
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	[✓ ⓓ]
(10)	ⓐ	[✓ ⓑ]	ⓒ	ⓓ
(11)	ⓐ	ⓑ	[✓ ⓒ]	ⓓ
(12)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	[✓ ⓓ]
(13)	[✓ ⓐ]	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(14)	[✓ ⓐ]	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

14

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي — 2018 / 2019 م
المجال الدراسي : الرياضيات — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة — الامتحان في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y_1 = 3 - x^2$ — (8 درجات)

والمستقيم : $y_2 = -2x$

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقطتي التقاطع :

نضع $y_1 = y_2$

$\frac{1}{2}$ — $\therefore 3 - x^2 = -2x$

$\frac{1}{2}$ — $x^2 - 2x - 3 = 0$

1 — $x = 3$ أو $x = -1$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة $(-1, 3)$ ولتكن $x = 0$

$\frac{1}{2}$ — $y_1 = 3 - (0)^2 = 3$

$\frac{1}{2}$ — $y_2 = -2(0) = 0$

$\frac{1}{2}$ — $\because y_1 \geq y_2 \quad \forall\ x \in [-1, 3]$

$\therefore$ مساحة المنطقة هي :

1 — $A = \int_{-1}^{3} (y_1 - y_2)\, dx$

1 — $= \int_{-1}^{3} (3 - x^2 + 2x)\, dx$

$1+\frac{1}{2}$ — $= \left[3x - \frac{x^3}{3} + x^2\right]_{-1}^{3}$

$\frac{1}{2}$ — $= \left[3(3) - \frac{(3)^3}{3} + (3)^2\right] - \left[3(-1) - \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2\right]$

$\frac{1}{2}$ — $= \frac{32}{3}$ (وحدة مربعة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد $\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2}\,dx$ (6 درجات)

الحل :

$$u = \frac{1}{x} + 3$$ 1

قاعدة التفاضل :

$$du = -\frac{1}{x^2}dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2}dx$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2}\,dx = \int -u^4 du$$ 1

$$= -\frac{u^5}{5} + c$$ 1 + 1

$$= -\frac{1}{5}\left(\frac{1}{x}+3\right)^5 + c$$ 1

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد التكامل :

$$\int (4x-1)\ln x \ dx$$ (6 درجات)

الحل :

$u = \ln x \qquad dv = (4x-1)dx$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = 2x^2 - x = x(2x-1)$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\int u\, dv = u\,.v - \int v\, du$$ 1

$$\int (4x-1)\ln x \ dx$$

$= x(2x-1)\ln x - \int \frac{1}{x}\,.x(2x-1)dx$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$= x(2x-1)\ln x - \int (2x-1)dx$ — $\frac{1}{2}$

$= x(2x-1)\ln x - (x^2 - x) + c$ — 1

$= x(2x-1)\ln x - x^2 + x + c$ — $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني: (8 درجات)

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0\ ,\ 2]$

الحل :

$f'(x) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}(3+2x)^{\frac{1}{2}} \times 2$ 1

$= (3+2x)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{1}{2}$

$L = \int_0^2 \sqrt{1+(f'(x))^2}\ dx$ 1

$L = \int_0^2 \sqrt{1+(\ (3+2x)^{\frac{1}{2}})^2}\ dx$ $\frac{1}{2}$

$L = \int_0^2 \sqrt{1+(3+2x)}\ dx$ $\frac{1}{2}$

$= \int_0^2 \sqrt{4+2x}\ dx$ $\frac{1}{2}$

$= \int_0^2 (4+2x)^{\frac{1}{2}}\ dx$ $\frac{1}{2}$

$g(x) = 4+2x \Rightarrow g'(x) = 2$ $\frac{1}{2}$

$L = \frac{1}{2}\int_0^2 2\,(4+2x)^{\frac{1}{2}}\ dx$ $\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\left[(4+2x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2$ 1

$= \frac{1}{3}\left[(4+2(2))^{\frac{3}{2}} - (4+2(0))^{\frac{3}{2}}\right]$ 1

$L = \frac{1}{3}\left[16\sqrt{2}-8\right]$ units $\frac{1}{2}$

$L \approx 4.87$ units

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

لجنة تقدير الدرجات

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد التكامل: $\int cos^3(2x-3)\cdot\sin(2x-3)dx$

(6 درجات)

الحل :

1 $$u=\cos(2x-3)$$

قاعدة التفاضل :

$1+\frac{1}{2}$ $$du=-2\sin(2x-3)dx\Rightarrow-\frac{1}{2}du=\sin(2x-3)dx$$

$$\therefore\int cos^3(2x-3)\cdot\sin(2x-3)dx$$

1 $$=-\frac{1}{2}\int u^3du$$

$1+\frac{1}{2}$ $$=-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\,u^4+C$$

1 $$=-\frac{1}{8}cos^4(2x-3)+C$$

تابع السؤال الثالث: (8 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه

$F_1(0,-\sqrt{5})$ ، ومعادلة أحد خطيه المقاربين : $y = 2x$

الحل :

∵ إحدى البؤرتين $F_1(0,-\sqrt{5})$

∴ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادله القطع الزائد هي : $\frac{1}{2}$

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$ 1

$c=\sqrt{5} \Rightarrow c^2=5$ $\frac{1}{2}$

$c^2 = a^2+b^2$ 1

$\therefore 5 = a^2+b^2 \qquad (1)$ $\frac{1}{2}$

معادلة المقارب : $y=\frac{a}{b}x$ حيث من المعطى $y = 2x$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{a}{b}=2 \Rightarrow a=2b$ 1

بالتعويض في (1)

$\therefore 5 = 4b^2+b^2$ $\frac{1}{2}$

$\therefore 5 = 5b^2$ $\frac{1}{2}$

$\therefore b^2=1 \Rightarrow b=1$ $\frac{1}{2}$

$a=2(1)=2 \Rightarrow a^2=4$ $\frac{1}{2}$

معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{y^2}{4}-x^2=1$$ 1

14

السؤال الرابع:

(a) أوجد التكامل : $\int \frac{3x-13}{x^2-8x+15}\,dx$

(7 درجات)

الحل :

حلل المقام :

$$x^2-8x+15=(x-3)(x-5)$$ $\frac{1}{2}$

$$\frac{3x-13}{x^2-8x+15}=\frac{A_1}{(x-3)}+\frac{A_2}{(x-5)}$$ $\frac{1}{2}$

$$3x-13=A_1(x-5)+A_2(x-3)$$ 1

عوض عن x بـ 3

$$3(3)-13=A_1(3-5)+A_2(3-3)$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore A_1=2$$ $\frac{1}{2}$

عوض عن x بـ 5

$$3(5)-13=A_1(5-5)+A_2(5-3)$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore A_2=1$$ $\frac{1}{2}$

عوض عن A_2 و A_1 بقيمتيهما

$$\frac{3x-13}{x^2-8x+15}=\frac{2}{(x-3)}+\frac{1}{(x-5)}$$ $\frac{1}{2}$

$$\int\frac{3x-13}{x^2-8x+15}\,dx=\int(\frac{2}{x-3}+\frac{1}{x-5})dx$$ $\frac{1}{2}$

$$=\int\frac{2}{x-3}dx+\int\frac{1}{x-5}dx$$ $\frac{1}{2}$

$$=2ln|x-3|+\ ln|x-5|+C$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

وزارة التربية
الكنترول
لجنة تقدير الدرجات

تابع السؤال الرابع: **(7 درجات)**

(b) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن :
((مربع العدد الظاهر مطروحًا منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و2- لغير ذلك))
فأوجد :

1) فضاء العينة (S) وعدد عناصر $n(s)$
2) مدى المتغير العشوائي X
3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X
4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل :

1) فضاء العينة : S = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 ,6 } $\frac{1}{2}$

، عدد عناصر فضاء العينة (S) : $n(s) = 6$ $\frac{1}{2}$

2)

عناصر مدى المتغير العشوائي	عناصر فضاء العينة
0	1
3	2
8	3
-2	4
-2	5
-2	6

1

مدى المتغير العشوائي: X= {-2 , 0 , 3 , 8 } 1

3)

$$P(X=-2)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \quad , \quad P(X=0)=\frac{1}{6}$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$P(X=3)=\frac{1}{6} \quad , \quad P(X=8)=\frac{1}{6}$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X :

x	-2	0	3	8
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $f'(x)=\frac{1}{x^2}+x$ ، $f(2)=1$ فإن $f(x)=\frac{-1}{x}+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$

(2) إذا كان $y=1$ عند $x=0$ و $y'+y=0$ فإن : $y=2e^{-x}$

(3) . $y^2=\frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $\left(\frac{1}{8}\,,0\right)$

(4) إذا كانت X متغيرًا عشوائيًا متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x)=\begin{cases}2 & : 0\le x\le \frac{1}{2}\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$ فإن $P(X\ge 2)=1$

ثانياً : في البنود (14- 5) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) $\int \sqrt[3]{\cot x}\ csc^2\, x\ dx=$

$a)\ \frac{3}{4}\ \sqrt[3]{(\cot x)^4}+c$

$b)-\frac{3}{4}\ \sqrt[3]{(\cot x)^4}+c$

$c)-\frac{3}{4}\ \sqrt[4]{(\cot x)^3}+c$

$d)\ 3\ \sqrt[3]{(\cot x)^4}+c$

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x=0\,,x=2$ بالوحدات المكعبة هو :

$a)\ 4\pi$ $b)\ 16\pi$ $c)\ 8\,\pi$ $d)\ 2\,\pi$

(7) $\int \frac{2x}{x^2+1}\, dx =$

a) $2\ln(x^2+1)+c$

b) $\ln(x^2+1)+c$

c) $\frac{x^2}{x^2+1}+c$

d) $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3}+x}+c$

---

8) المعادلة التفاضلية التالية $(y')^2 + 2xy = 0$ من :

a) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

c) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

d) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

---

(9) $\int (2x+1)sinx\, dx =$

a) $(2x+1)cosx + 2sinx + c$

b) $-(2x+1)cosx - 2sinx + c$

c) $-(x+1)cosx - 2sinx + c$

d) $-(2x+1)cosx + 2sinx + c$

---

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x, y) هو : $-x+3$
ويمر بالنقطة $A(2\,,3)$ هي y تساوي :

a) $\frac{-x^2}{2}+3x-4$

b) $3-ln|3-x|$

c) $ln|3-x|+3$

d) $\frac{-x^2}{2}+3x+4$

---

(11) إذا كانت $y = x^2e^x - xe^x$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

a) $e^x(x^2+x+1)$

b) $e^x(x^2-x)$

c) $e^x(x^2+x-1)$

d) $2x\ e^x - e^x$

---

(12) النقطة $A(-10\ ,0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$
فإن AF_1+AF_2 حيث $F_1\ ,F_2$ هما البؤرتان يساوي :

$a)$ 10 $units$ $b)$ 12 $units$ $c)$ 14 $units$ $d)$ 20 $units$

---

(13) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin x+\ \cos x)\,dx=$

$a)$ 2 $b)$ 0 $c)$ 4 $d)$ π

---

(14) إذا كان Z يتبع التوزيع الطبيعي فإن : $P(0\le Z\le 2.35)$ يساوي :

(a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.4906 (d) 0.218

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(3)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(5)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(6)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(9)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(10)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(11)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(13)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة: ....

14

وزارة التربية
الكنترول ☑ الأصحح ☑ المراجعة ☑ ...
المصحح ☑ ...
لجنة تقدير الدرجات

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

دولة الكويت
وزارة التربية

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد (6 درجات)

$$\int (x+2)\sqrt[3]{x^2+4x-1}\,dx$$

الحل :

بفرض $u = x^2 + 4x - 1$ $\frac{1}{2}$

$du = (2x+4)dx \quad , \quad \frac{1}{2}du = (x+2)dx$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\int (x+2)\sqrt[3]{x^2+4x-1}\,dx = \int u^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2}\,du\right)$ 1

$= \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{3}}\,du$ $\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{3}{4}\,u^{\frac{4}{3}}\right] + C$ $1+1$

$\therefore \int (x+2)\sqrt[3]{x^2+4x-1}\,dx = \frac{3}{8}(x^2+4x-1)^{\frac{4}{3}} + C$ 1

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

[redacted]

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0,6]$

الحل :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$$

$f'(x) = \frac{1}{3}.\frac{3}{2}(3+2x)^{\frac{1}{2}}.2$ 1

$= (3+2x)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{1}{2}$

$L = \int_0^6 \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$ 1

$L = \int_0^6 \sqrt{1+\left((3+2x)^{\frac{1}{2}}\right)^2}\;dx$ $\frac{1}{2}$

$L = \int_0^6 \sqrt{1+3+2x}\;dx$ $\frac{1}{2}$

$L = \int_0^6 \sqrt{4+2x}\;dx$ $\frac{1}{2}$

بفرض $g(x) = 4+2x \quad , \quad g'(x) = 2$ 1

$L = \frac{1}{2}\int_0^6 2\;(4+2x)^{\frac{1}{2}}\;dx$ $\frac{1}{2}$

$L = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}\left[(4+2x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^6$ 1

$L = \frac{1}{3}\left[(4+2(6))^{\frac{3}{2}} - (4+2(0))^{\frac{3}{2}}\right]$ 1

$$L = \frac{1}{3}[64-8]$$

$L \approx 18.7$ (وحدة طول) $\frac{1}{2}$

[redacted]

14

السؤال الثاني :

(a) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

(6 درجات)

$$\int_0^2 (x^2 - 2x - 3)\, dx \le 0$$

الحل :

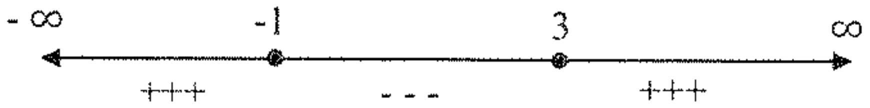
بفرض : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ $\frac{1}{2}$

وهي دالة متصلة على $[0\,,2]$

نضع $x^2 - 2x - 3 = 0$ $\frac{1}{2}$

$(x+1)(x-3) = 0$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$x = -1$ أو $x = 3$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$



1

$[0\,,2] \subseteq [-1\,,3]$ $\frac{1}{2}$

$f(x) \le 0 \ ,\forall\ x \in [0\,,2]$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \int_0^2 f(x)dx \le 0 \quad , \quad \forall\ x \in [0\,,2]$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \int_0^2 (x^2 - 2x - 3)dx \le 0$ $\frac{1}{2}$

[redacted]

تابع السؤال الثاني: (8 درجات)

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ والمستقيم $y=2$ في الفترة $[-2,2]$

الحل :

بفرض $g(x)=y=2$

نأخذ قيمة اختيارية في $[-2,2]$ ولتكن $x=0$

$g(0)=2 \quad , \quad f(0)=0$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore g(x)\geq f(x)\geq 0 \quad \forall\, x\in[-2,2]$ — 1

∴ حجم المجسم الناتج عن الدوران :

$$V=\pi\int_{-2}^{2}[(g(x))^2-(f(x))^2]\,dx$$ 1

$$=\pi\int_{-2}^{2}\left[(2)^2-\left(\frac{1}{2}x^2\right)^2\right]dx$$ 1

$$=\pi\int_{-2}^{2}\left[4-\frac{1}{4}x^4\right]dx$$ 1

$$=\pi\left[4x-\frac{1}{20}x^5\right]_{-2}^{2}$$ 1

$$=\pi\left[\left(4(2)-\frac{1}{20}(2)^5\right)-\left(4(-2)-\frac{1}{20}(-2)^5\right)\right]$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$V=\frac{64}{5}\pi \text{ (وحدة مكعبة)}$$ 1

[redacted]

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

(6 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$ $u = x^2 \qquad\qquad dv = \cos x \, dx$

$\frac{1}{2}$ $du = 2x \, dx \qquad\qquad v = \sin x$

$\frac{1}{2}$ $$\int u \, dv = u\,v - \int v \, du$$

1 $$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - \int 2x \sin x \, dx \quad \ldots(1)$$

$\frac{1}{2}$ $u = 2x \qquad\qquad dv = \sin x \, dx$

$\frac{1}{2}$ $du = 2 \, dx \qquad\qquad v = -\cos x$

$\frac{1}{2}$ $$\int 2x \sin x \, dx = 2x(-\cos x) - \int 2\,(-\cos x)\, dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= -2x \cos x + 2 \int \cos x \, dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= -2x \cos x + 2 \sin x + C_1 \qquad \ldots(2)$$

من (1) ، (2) نحصل على :

1 $$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$

[redacted]

تابع السؤال الثالث: (8 درجات)

(b) أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

$$x^2 - 25y^2 = 1$$

الحل :

$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{\frac{1}{25}} = 1$	1
بالمقارنة قطع زائد معادلته: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$a^2 = 1 \quad \rightarrow a = 1$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$b^2 = \frac{1}{25} \quad \rightarrow b = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$c^2 = a^2 + b^2$	1
$c^2 = 1 + \frac{1}{25}$	$\frac{1}{2}$
$c^2 = \frac{26}{25}$	$\frac{1}{2}$
$c = \frac{\sqrt{26}}{5}$	$\frac{1}{2}$
الاختلاف المركزي : $e = \frac{c}{a}$	$\frac{1}{2}$
$e = \frac{\frac{\sqrt{26}}{5}}{1}$	$\frac{1}{2}$
$e = \frac{\sqrt{26}}{5}$	$\frac{1}{2}$

14

السؤال الرابع:

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\int \frac{x^2-2x+4}{x^2-2x}\,dx$$

الحل :

$$\frac{x^2-2x+4}{x^2-2x}=\frac{x^2-2x}{x^2-2x}+\frac{4}{x^2-2x}$$ $\frac{1}{2}$

$$=1+\frac{4}{x^2-2x}$$ $\frac{1}{2}$

$$x^2-2x=x\,(x-2)$$ $\frac{1}{2}$

$$\frac{4}{x\,(x-2)}=\frac{A_1}{x}+\frac{A_2}{x-2}$$ $\frac{1}{2}$

بضرب طرفي المعادلة في $x\,(x-2)$

$$4=A_1(x-2)+A_2x$$ $\frac{1}{2}$

بالتعويض عن x بـ 0 :

$$4=-2A_1 \;\rightarrow\; A_1=-2$$ $\frac{1}{2}$

بالتعويض عن x بـ 2 :

$$4=2A_2 \;\rightarrow\; A_2=2$$ $\frac{1}{2}$

$$\frac{4}{x\,(x-2)}=\frac{-2}{x}+\frac{2}{x-2}$$ $\frac{1}{2}$

$$\int \frac{x^2-2x+4}{x^2-2x}\,dx=\int\left(1+\frac{-2}{x}+\frac{2}{x-2}\right)dx$$ $\frac{1}{2}$

$$=\int 1\,dx+\int\frac{-2}{x}\,dx+\int\frac{2}{x-2}\,dx$$ $\frac{1}{2}$

$$=x-2ln|x|+2ln|x-2|+C$$ 2

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) في تجربة إلقاء قطعة نقود 8 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري .
إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور كتابة .

الحل :

$n = 8$	$\frac{1}{2}$
$P = 0.5$	$\frac{1}{2}$
$1 - P = 0.5$	$\frac{1}{2}$
التوقع:	
$\mu = nP = (8)(0.5) = 4$	$1+1$
التباين:	
$\sigma^2 = nP(1-P) = (8)(0.5)(0.5) = 2$	$1+1$
الانحراف المعياري:	
$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	$\frac{1}{2}$
$= \sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
≈ 1.414	$\frac{1}{2}$

[redacted]

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كان $F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$ وكان $F(2) = 3$ فإن $F(x) = x^3 - 5x + 3$

(2) إذا كان منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$ ، $x = 3$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي : $A = \int_{-1}^{3} f(x)dx$

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(-4, 0)$ ودليله $x = 4$ هي : $y^2 = -16x$

(4) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $P(X < a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) المعادلة التفاضلية التالية $\frac{(2y''+x)^3}{xy}$ من :

(a) الرتبة الثانية والدرجة الأولى
(b) الرتبة الثانية والدرجة الثانية
(c) الرتبة الثانية والدرجة الثالثة
(d) الرتبة الثالثة والدرجة الثانية

(6) $\int \frac{1}{(x+3)^2} dx$ يساوي:

(a) $\frac{-1}{x+3} + c$ (b) $\frac{1}{x+3} + c$ (c) $\frac{3}{(x+3)^3} + c$ (d) $\frac{1}{(x+3)^3} + c$

[redacted]

(7) $\int \frac{e^{x}+e^{-x}}{2}dx$ يساوي:

(a) $\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}+C$

(b) $\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}+C$

(c) $\frac{e^{-x}-e^{x}}{2}+C$

(d) $\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}+C$

---

(8) $\int_{2}^{3} f(x)dx+\int_{3}^{2} f(x)dx-\int_{5}^{2} f(x)dx$ يساوي:

(a) 0

(b) $2\int_{2}^{3} f(x)dx$

(c) $-\int_{2}^{5} f(x)dx$

(d) $\int_{2}^{5} f(x)dx$

---

(9) $\int sec^{5}x\, tan\, x\, dx$ يساوي:

(a) $\frac{5}{3}sec^{5}x+C$

(b) $\frac{1}{5}sec^{6}x+C$

(c) $\frac{1}{5}sec^{5}x+C$

(d) $\frac{-5}{3}sec^{5}x+C$

---

(10) حل المعادلة التفاضلية $2y'+y=1$ الذي يحقق $y=3$ ، $x=5$ هو :

(a) $y=2e^{\frac{5}{2}}$

(b) $\frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c) $y=2e^{\left(-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)}+1$

(d) $y=2e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}\right)}+1$

(11) إذا كانت $y = (ln\ x)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

$(a)\ \frac{ln\ x}{x}$ $(b)\ \frac{x\ ln\ x}{2}$ $(c)\ \frac{2\ ln^2 x}{x}$ $(d)\ \frac{2\ ln\ x}{x}$

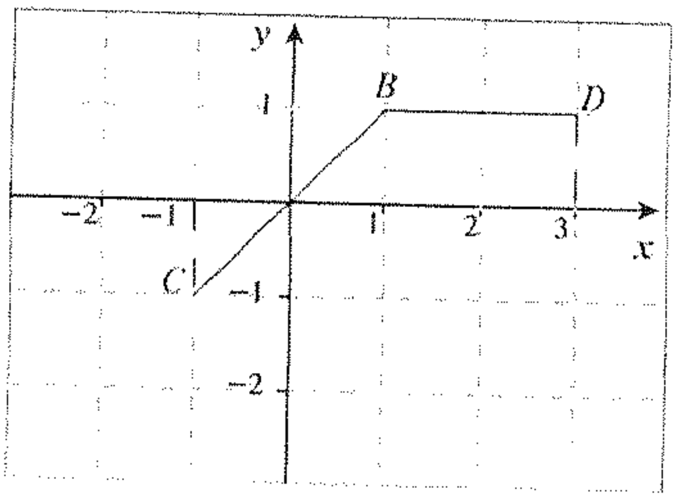
---

(12) المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ بوحدة الطول هي :

$(a)\ 2\sqrt{2}$ $(b)\ \sqrt{2}$ $(c)\ 2\sqrt{3}$ $(d)\ 10$

---

(13) إذا كان بيان الدالة يمثله $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$ ، $x = -1$ هي :



$(a)\ 2\ units^2$ $(b)\ 3\ units^2$ $(c)\ 4\ units^2$ $(d)\ 5\ units^2$

---

(14) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي :

x	-1	0	1
$f(x)$	0.3	$2k$	0.1

فإن قيمة k هي :

$(a)\ 0.6$ $(b)\ 0.4$ $(c)\ 0.3$ $(d)\ 0.2$

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	[✓ (b)]		
(3)	[✓ (a)]	(b)		
(4)	(a)	[✓ (b)]		
(5)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(6)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(9)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(11)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(12)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة: ....

14

دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي : الرياضيات　　الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

2017 / 2018 م
الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد　　(8 درجات)

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+2)^3}\,dx$$

الحل :

بفرض $u = \sqrt{x} + 2$ 　1

$\therefore\ du = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx \qquad 2du = \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ 　1 + 1

$\int \frac{5}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+2)^3}dx = \int \frac{5}{u^3}(2du)$ 　1

$= \int \frac{10du}{u^3}$ 　$\frac{1}{2}$

$= 10\int u^{-3}du$ 　$\frac{1}{2}$

$= -5\,u^{-2} + C$ 　1 + 1

$= \frac{-5}{(\sqrt{x}+2)^2} + C$ 　1

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

2017-2018

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 9$

ومحور السينات

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع:

$f(x) = 0$

$\therefore \; x^2 - 9 = 0$ $\frac{1}{2}$

$(x-3)(x+3) = 0$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$x = 3$ أو $x = -3$

$\therefore$ مساحة المنطقة هي:

$A = \left| \int_{-3}^{3} f(x)dx \right|$ $\frac{1}{2}$

$= \left| \int_{-3}^{3} (x^2 - 9)dx \right|$ $\frac{1}{2}$ $\longrightarrow$ $A = -\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$

$= \left| \left[\left(\frac{x^3}{3} - 9x \right) \right]_{-3}^{3} \right|$ $1 + 1$

$= \left| \left[\left(\frac{(3)^3}{3} - 9(3) \right) - \left(\frac{(-3)^3}{3} - 9(-3) \right) \right] \right|$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$= 36$ (وحدة مربعة) $\frac{1}{2}$

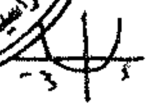
حل بديل

بالإشارة

$+ \quad - \quad +$

$-3 \quad 3$

أو الرسم



14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

$$\int x^3\sqrt{x^2-2}\;dx$$

(6 درجات)

الحل :

بفرض $u = x^2 - 2 \rightarrow x^2 = u + 2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore\ du = \overset{(\frac{1}{2})}{2x\,dx} \rightarrow xdx = \overset{(\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}du}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore \int x^3\sqrt{x^2-2}\;dx = \int \sqrt{x^2-2}\;(\overset{(\frac{1}{2})}{x^2})(x\,dx)$	$\frac{1}{2}$
$= \int \sqrt{u}\,\overset{(\frac{1}{2})}{(u+2)}\,(\frac{1}{2}du)$	$\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}\int \overset{(\frac{1}{2})}{u^{\frac{1}{2}}}\;(u+2)du$	$\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}\int \left(u^{\frac{3}{2}} \overset{(\frac{1}{2})}{+} 2u^{\frac{1}{2}}\right)du$	$\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}\left(\overset{(\frac{1}{2})}{\frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}}} + \overset{(\frac{1}{2})}{2\times\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}}\right) \overset{(\frac{1}{2})}{+C}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= \overset{(\frac{1}{2})}{\frac{1}{5}u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}} + C$ تعويض $(\frac{1}{2})$	$\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{5}(x^2-2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}(x^2-2)^{\frac{3}{2}} + C$	$\frac{1}{2}$

2017-2018

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x)=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+1 \quad \text{في} \quad [3,8]$$

الحل :

$$f'(x)=\overset{(\frac12)}{\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\ \overset{(\frac12)}{+\,0}$$ 1

$$f'(x)=\overset{(\frac12)}{x^{\frac{1}{2}}}$$ $\frac{1}{2}$

$$L=\int_3^8 \overset{(1)}{\sqrt{1+(f'(x))^2}}\,dx$$ 1

$$={}_3\!\int^8\sqrt{1+(x^{\frac12})^2}\,dx \ (\tfrac12)$$

$$=\int_3^8\sqrt{1+x}\ dx \ (\tfrac12)$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

2017-2018

$$=\int_3^8 (1+x)^{\frac{1}{2}}\,dx \ (\tfrac12)$$ $\frac{1}{2}$

$$=\left[\overset{(\frac12)}{\frac{2}{3}}\overset{(\frac12)}{(1+x)^{\frac{3}{2}}}\right]_3^8$$ 1

$$=\left[\overset{(1)}{\frac{2}{3}(9)^{\frac{3}{2}}}-\overset{(1)}{\frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}}}\right]$$ 1 + 1

$$\therefore L=\overset{(1)}{\frac{38}{3}}\ \left(\text{وحدة طول}\right)$$ 1

14

(8 درجات)

السؤال الثالث:

(a) أوجد : $\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx$

الحل :

حلل المقام : $x^2 + 5x + 4 = (x+4)(x+1)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\frac{4x+1}{x^2+5x+4} = \frac{A_1}{x+4} + \frac{A_2}{x+1}$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

اضرب طرفي المعادلة في $(x+4)(x+1)$ وبسّط

$$4x + 1 = A_1(x+1) + A_2(x+4)$$ 1

عوض عن x بـ -4 :

$$4(-4) + 1 = A_1(-4+1) + A_2(-4+4) \rightarrow A_1 = 5$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

عوض عن x بـ -1 :

$$4(-1) + 1 = A_1(-1+1) + A_2(-1+4) \rightarrow A_2 = -1$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\frac{4x+1}{x^2+5x+4} = \frac{5}{x+4} + \frac{-1}{x+1}$$ $\frac{1}{2}$

2017-2018

$$\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx = \int \left(\frac{5}{x+4} + \frac{-1}{x+1}\right) dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= \int \left(\frac{5}{x+4}\right) dx - \int \left(\frac{1}{x+1}\right) dx$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore \int \frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx = 5[\ln|x+4|] - [\ln|x+1|] + C$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A(-1,4)\ ,\ B(1\,,4)$ ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليله

الحل :

∵ منحنى القطع المكافئ يمر بالنقطتين $A(-1,4)\ ,\ B(1\,,4)$

ورأسه نقطة الأصل

∴ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = 4Py$ 1

بالتعويض عن (x,y) بإحداثيات النقطة B نحصل على :

$(1)^2 = 4P(4)$ 1

$1 = 16P$

$P = \frac{1}{16}$ 1

2017-2018

∴ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = \frac{1}{4}\,y$ 1

البؤرة : $F(0\,,P) = F(0\,,\frac{1}{16})$ 1

معادلة الدليل : $y = -P$ $\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{16}$ $\frac{1}{2}$

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة f :

(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

a) اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال

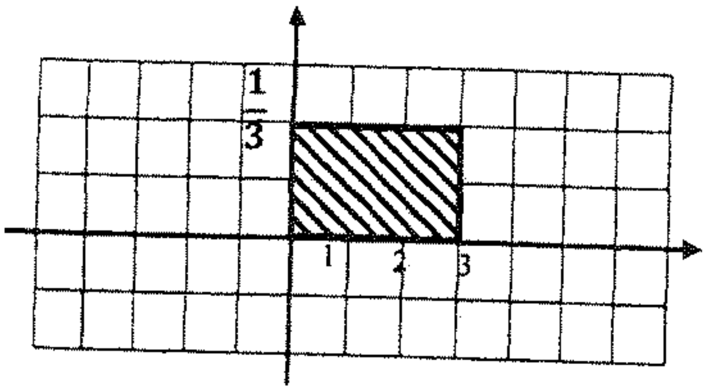
b) اثبت أن f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

c) أوجد التوقع و التباين للدالة f

2017-2018

الحل :

نرسم بيان الدلة f :



1

1) المساحة تحت المنحنى من الشكل هي

1 مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض

1 $= 3 \times \frac{1}{3} = 1$

∴ الدالة f هي دالة كثافة احتمال

2) لإثبات أن الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون الدالة على الصورة :

1

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \le x \le b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

1 $\because \; a = 0 \;\; , b = 3 \rightarrow b - a = 3$

$$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

1

∴ الدالةf هي دالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

1

3) التوقع : $\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$

1

التباين : $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-0)^2}{12} = \frac{3}{4}$

تابع السؤال الرابع: (6 درجات)

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x , y) هو : $2x + 5$ فاوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $P(-2 , 3)$

الحل :

$$\text{ميل العمودي} = \frac{-1}{f'(x)} \quad \text{حيث} \quad f'(x) \neq 0$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{2x+5}$$ 1

$$f(x) = \int f'(x)\ dx$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = \int \frac{-1}{2x+5}\ dx$$ $\frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{-1}{2} ln|2x+5| + C$$ 1 + 1

2017-2018

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(-2 , 3)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$$3 = \frac{-1}{2} ln|1| + C$$ $\frac{1}{2}$

$$C = 3$$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ معادلة المنحنى f المطلوب هي :

$$f(x) = \frac{-1}{2} ln|2x+5| + 3$$ 1

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	■	(c)	(d)
(2)	■	(b)	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	■	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	■
(5)	(a)	(b)	(c)	■
(6)	■	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	■	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	■	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	■
(10)	■	(b)	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1.5 = ...

وزارة التربية 2017-2018

الدرجة: ....

14

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) – الصف الثاني عشر العلمي 2017 / 2018 م

المجال الدراسي : الرياضيات **الزمن : ساعتان و 45 دقيقة** **الأسئلة في 11 صفحة**

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد **(8 درجات)**

$$\int x \cos 3x \, dx$$

الحل :

2017-2018

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$u = x \qquad dv = \cos 3x \, dx$$

$1+1$ $$du = dx \qquad v = \frac{1}{3}\sin 3x$$

1 $$\int u\,dv = u\,v - \int v\,du$$

$1+1$ $$\int x \cos 3x \, dx = \frac{x}{3}\sin 3x - \int \frac{1}{3}\sin 3x \, dx$$

$1+1$ $$\int x \cos 3x \, dx = \frac{x}{3}\sin 3x + \frac{1}{9}\cos 3x + C$$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول : (6 درجات)

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات

و المحددة بمنحنيي الدالتين : $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2$

الحل :

المنطقة المستوية محددة بمنحنيي الدالتين ، نجد نقط التقاطع بوضع:

$f(x) = g(x)$

$x^2 = \sqrt{x}$ $: (x > 0)$ $\frac{1}{2}$

بتربيع الطرفين $x^4 = x$ $\frac{1}{2}$

$x^4 - x = 0$

$x(x^3 - 1) = 0$ $\frac{1}{2}$

نحصل على $x = 0$, $x = 1$ $\frac{1}{2}$

2017-2018

نأخذ قيمة اختيارية في $(0, 1)$ ولتكن $x = \frac{1}{4}$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16}$, $g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0$, $\forall x \in [0, 1]$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ حجم المجسم الناتج :

$$V = \pi \int_0^1 [(g(x))^2 - (f(x))^2]\, dx \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \pi \int_0^1 [x - x^4]\, dx \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5}\right]_0^1 \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore V = \pi \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) - 0\right] = \frac{3}{10}\pi \text{ (وحدة مكعبة)} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

14

السؤال الثاني :

(a)

(6 درجات)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$ في الفترة $\left[0\,,\frac{1}{3}\right]$

الحل :

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 3x^{\frac{1}{2}}$$ $\frac{1}{2}$

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + (f'(x))^2}\;dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x}\;dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} (1 + 9x)^{\frac{1}{2}}\;dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{9}\int_0^{\frac{1}{3}} 9\,(1 + 9x)^{\frac{1}{2}}\;dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{9}\left[\frac{2}{3}(1 + 9x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{1}{3}}$$ $\frac{1}{2}$

1

$$= \frac{1}{9} \times \frac{2}{3}\left[(4)^{\frac{3}{2}} - (1)^{\frac{3}{2}}\right]$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\therefore L = \frac{14}{27}$$ (وحدة طول) $\frac{1}{2}$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الدور الثاني نسخة التوجيه

تابع السؤال الثاني: **(8 درجات)**

(b) أوجد :

$$\int x\, sinx\, dx$$

الحل :

1 + 1

1 + 1

$$\begin{tikzcd}
u = x \arrow[dr] & dv = sinx\, dx \\
du = \ dx & v = -cosx \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

1

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

1 + 1

$$\int x\, sinx\, dx = -x\, cosx + \int \cos x\, dx$$

1

$$= -x\, cosx + \sin x + c$$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الدور الثاني نسخة التوجيه

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد :

$$\int \frac{5x-2}{x^2-5x+4}\,dx$$

(8 درجات)

2017-2018

الحل :

حلل المقام : [illegible] $-5x+4 = (x-4)(x-1)$ 1

$$\frac{5x-2}{x^2-5x+4} = \frac{A_1}{x-4} + \frac{A_2}{x-1}$$ $\frac{1}{2}$

اضرب طرفي المعادلة في $(x-4)(x-1)$ وبسّط

$$5x-2 = A_1(x-1) + A_2(x-4)$$ 1

عوض عن x بـ 4 :

$$5(4)-2 = A_1(4-1) + A_2(4-4) \rightarrow A_1 = 6$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

عوض عن x بـ 1 :

$$5(1)-2 = A_1(1-1) + A_2(1-4) \rightarrow A_2 = -1$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\frac{5x-2}{x^2-5x+4} = \frac{6}{x-4} + \frac{-1}{x-1}$$ $\frac{1}{2}$

$$\int \frac{5x-2}{x^2-5x+4}\,dx = \int \left(\frac{6}{x-4} - \frac{1}{x-1}\right)dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= 6\int \frac{1}{x-4}\,dx - \int \frac{1}{x-1}\,dx$$ 1

$$= 6ln|x-4| - ln|x-1| + C$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث: **(6 درجات)**

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $A(\frac{2}{3}\,,0)$

ويمر بالنقطة (1 , 1) ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربين

الحل :

أحد رأسي القطع الزائد : $A(\frac{2}{3}\,,0)$

∴ المحور القاطع ينطبق على محور السينات $\frac{1}{2}$

ومعادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $\frac{1}{2}$

من المعطيات $a=\frac{2}{3}$ فيكون : $\frac{x^2}{\frac{4}{9}}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $\frac{1}{2}$

$\frac{9x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $\frac{1}{2}$

2017-2018

يمر القطع بالنقطة (**1 , 1**) بالتعويض :

$\frac{9}{4}-\frac{1}{b^2}=1$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\frac{1}{b^2}=\frac{9}{4}-1$ $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{b^2}=\frac{5}{4}\ \rightarrow\ b^2=\frac{4}{5}$ $\frac{1}{2}$

معادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{\frac{4}{9}}+\frac{y^2}{\frac{4}{5}}=1$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\frac{9x^2}{4}+\frac{5y^2}{4}=1$

معادلتا الخطين المقاربين هما : $y=\ \pm\frac{b}{a}\,x\ \rightarrow y=\ \pm\frac{3}{\sqrt{5}}\,x$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

14

السؤال الرابع:

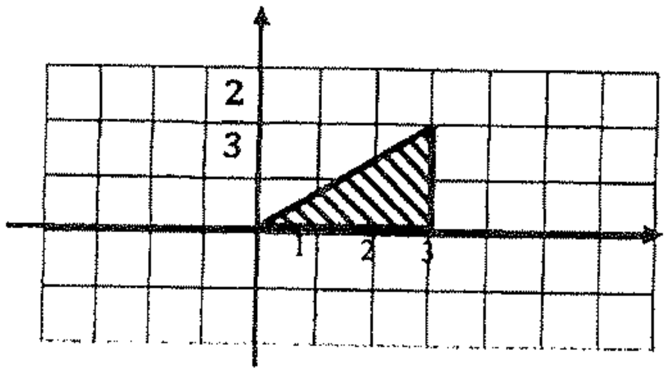
(a) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي : **(8 درجات)**

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2}{9}x & : 0\le x\le 3\\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك}\end{cases}$$

أوجد : $3)\ P(X=1)$ $\quad 2)p(X\ge 2)$ $\quad 1)\ p(0<X\le 3)$

الحل :

نرسم بيان الدلة f : 1

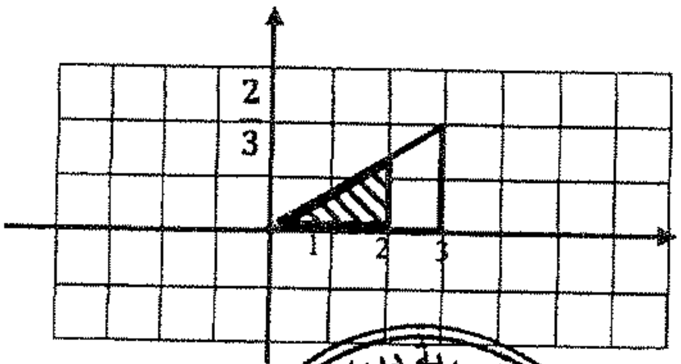


1) مساحة المنطقة المظللة : 1

$$p(0<X\le 3)=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{2}{3}$$

$$=1$$ 1

2) مساحة المنطقة غير المظللة من المثلث : 1



2017-2018

$$p(X\ge 2)=1-p(X<2)$$ 1

$$=1-\frac{1}{2}\times 2\times\frac{4}{9}$$ $\frac{1}{2}$

$$=\frac{5}{9}$$ $\frac{1}{2}$

(3 $\quad p(X=2)=\ 0$ 2

تابع السؤال الرابع: **(6 درجات)**

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x , y) هو $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ ويمر بالنقطة $P(0 , 1)$.

الحل :

$$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$ 1

$$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1)dx$$ 1

$$f(x) = 4\frac{x^4}{4} + 6\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + x + C$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(0 , 1)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$$1 = (0)^4 + 2(0)^3 - (0)^2 + 0 + C$$ $\frac{1}{2}$

$$C = 1$$ $\frac{1}{2}$

2017-2018

$\therefore$ معادلة المنحنى f المطلوب هي :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + 1$$ 1

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (2-1) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\int csc^2 x\, d\, x = -cot x + c$

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(3) $\int \frac{2+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx =$

$a)\ x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + c$

$b)\ 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + c$

$c)\ x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6}} + c$

$d)\ 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6}} + c$

2017-2018

(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

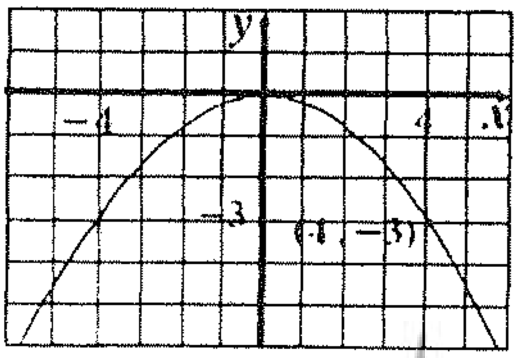
$a)\ 9\,\pi\, units^2$

$b)\ 6\,\pi\, units^2$

$c)\ 3\,\pi\, units^2$

$d)\ \frac{9}{2}\,\pi\, units^2$

(5) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :



$a)\ y = \frac{4}{3}$

$b)\ y = \frac{9}{20}$

$c)\ y = \frac{-1}{12}$

$d)\ y = \frac{-4}{3}$

(6) إذا كان $\frac{dy}{d\theta} = sin\theta \ , y_{\theta=0} = -3$ فإن y تساوي :

$a)\ -cos\theta$ $b)\ 2 - cos\theta$ $c)\ -2 - cos\theta$ $d)\ 4 - cos\theta$

---

(7) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2}\, dx =$

$a)\ \frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$ $b)\ \frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$

$c)\ \frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$ $d)\ \frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

---

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

$a)\ 12\ units$ $b)\ 2\sqrt{41}\ unit$ $c)\ 16\ units$ $d)\ 20\ units$

---

(9) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو :

$a)\ y = 2\, e^{\frac{5}{2}}$ $b)\ y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

$c)\ y = 2\, e^{(\frac{-1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$ $d)\ y = 2\, e^{(\frac{-1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

2017-2018

---

(10) لتكن $f(x) = x^2 + 1$: فإن $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

$a)\ R - R^-$ $b)\ R - R^+$ $c)\ R^-$ $d) R^+$

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)

الدرجة: ………… × 1 = …………

(3)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(5)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(7)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(9)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]

الدرجة: ………… × 1 = …………

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الدور الثاني نسخة التصحيح

14

الدرجة: ………………………………

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة النموذج في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(a) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات و المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 2$ و محور السينات في الفترة $[-1, 1]$

(8 درجات)

الحل

∴ حجم المجسم الناتج عن الدوران هو :

$$\therefore\ V = \pi \int_{-1}^{1} (f(x))^2 \ dx$$ 1

$$\therefore\ V = \pi \int_{-1}^{1} (x^2 + 2)^2 \ dx$$ 1

$$= \pi \int_{-1}^{1} (x^4 + 4x^2 + 4) \ dx$$ 1½

$$= \pi \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_{-1}^{1}$$ 1½

$$= \pi \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + 4 \right) - \left(\frac{-1}{5} - \frac{4}{3} - 4 \right) \right]$$ 2

$$= \frac{166}{15}\pi \quad \text{units cube}$$ 1

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
الفترة الدراسية الثانية نسخة التوجيه
2016-2017

(تراعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (6 درجات)

$$\int (\ 2x+1) ln x\ dx$$

الحل

$u = ln\,(x)$ ، $dv = (2x+1)\ dx$ ½ + ½

$du = \frac{1}{x}\, dx$ ، $v = x^2 + x$ ½ + ½

$$\int u\, dv \ = u\, v - \int v\, du$$ 1

$$\int (2x+1)\, ln(x)\, dx = (x^2+x)\, ln\,(x) \ - \int \frac{x^2+x}{x} dx$$ ½ + ½

$$= (x^2+x)\, ln\,(x\,) \ - \int \frac{x(x+1)}{x}\, dx$$

$$= (x^2+x)\, ln\,(x\,) \ - \int (x+1)\, dx$$ 1

$$= (x^2+x)\, ln\ x - (\frac{1}{2}x^2 + x\ ) + C$$

$$= (x^2+x)\, ln\ x - \frac{1}{2}x^2 - x\ + C$$ 1

2016-2017

14

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \quad dx$$

(6 درجات)

الحل

$u = \tan x \;\Rightarrow du = \sec^2 x \; dx$ 2 2

عندما $x = 0$ $\Leftarrow$ $u = \tan(0) = 0$ ½ $\frac{1}{2}$

عندما $x = \frac{\pi}{4}$ $\Leftarrow$ $u = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ ½ $\frac{1}{2}$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \quad dx = \int_{0}^{1} u \quad du$$ 1 1

$$= \quad \left[\frac{u^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{2} - 0$$ 1½ $1\frac{1}{2}$

$$= \quad \frac{1}{2}$$ ½

2016-2017

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه $(x\ ,y)$ هو $3x^2$

فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(1,5)$ (8 درجات)

الحل

½ ميل العمودي $= \dfrac{-1}{f'(x)}$ حيث $f'(x) \neq 0$

1 $\therefore \quad 3x^2 = \dfrac{-1}{f'(x)}$

1 $\therefore \quad f'(x) = \dfrac{-1}{3x^2}$

1 معادلة المنحنى هي : $f(x) = \int f'(x)\,dx$

1 $f(x) = \int \dfrac{-1}{3x^2}\,dx = \int \dfrac{-1}{3} x^{-2}\,dx$

1 $= \dfrac{1}{3}x^{-1} + C$

$f(x) = \dfrac{1}{3x} + C$

1 $f(1) = 5$

½ $5 = \dfrac{1}{3} + C \Rightarrow C = 5 - \dfrac{1}{3}$

½ $\Rightarrow C = \dfrac{14}{3}$

½ $\therefore \quad f(x) = \dfrac{1}{3x} + \dfrac{14}{3}$

2016-2017

14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f :

(8 درجات)

$$f(x) = \frac{2}{x^2-4x+3}$$

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية

(2) $\int f(x)dx$

الحل

$(1)\quad x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$ 1

$\frac{2}{x^2-4x+3}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-3}$ ½

$2 = A(x-3)+B(x-1)$

$2 = A(1-3)+B(1-1)$ **بالتعويض عن** $x=1$:

$2 = -2A+0 \Rightarrow A=-1$ 1

$2 = A(3-3)+B(3-1)$ **بالتعويض عن** $x=3$:

$2 = 0+2B \Rightarrow B=1$ 1

2016-2017

$\frac{2}{x^2-4x+3}=\frac{-1}{x-1}+\frac{1}{x-3}$ 1

$(2)\int f(x)\,dx = \int\left(\frac{2}{x^2-4x+3}\right)dx$

$= \int\left(\frac{-1}{x-1}+\frac{1}{x-3}\right)dx = -\int\frac{1}{x-1}dx+\int\frac{1}{x-3}dx$ 1

$= -\ln|x-1|+\ln|x-3|+C$ 2½

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد :

$$\int \frac{1}{x^2(\frac{1}{x}+2)^5}\,dx$$

(6 درجات)

الحل

$$u=\frac{1}{x}+2 \quad , \quad du=-\frac{1}{x^2}\,dx \;\Rightarrow\; -du=\frac{1}{x^2}\,dx$$ 1 + ½

$$\int \frac{1}{x^2(\frac{1}{x}+2)^5}\,dx = -\int \frac{(\frac{1}{x}+2)^{-5}}{-x^2}\,dx$$ ½

$$= -\int u^{-5}\,du$$ 1

2016-2017

$$= -\left[\frac{u^{-4}}{-4}+C_1\right]$$ 1

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{u^4}+C_1\right]$$ ½

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\left(\frac{1}{x}+2\right)^4}+C_1\right]$$ 1

$$= \frac{1}{4\left(\frac{1}{x}+2\right)^4}+C \qquad : C=\frac{1}{4}C_1$$ ½

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0, 0)$ وإحدى بؤرتيه $F(4, 0)$ ويمر بالنقطة $A(6, 0)$ ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

الحل

½ $\because$ البؤرة $F(4, 0)$ تقع على محور السينات

فتكون معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل هي :

½ $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

½ $$c = 4$$

½ $$a^2 = b^2 + c^2$$

1 $$a^2 = b^2 + 16$$

$\because$ القطع الناقص يمر بالنقطة $A(6, 0)$

½ $$\frac{36}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1$$

$$\therefore \; a^2 = 36$$

1 $$\because \; b^2 = 36 - 16 = 20$$

2016-2017

$\therefore$ المعادلة هي :

1 $$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

الإختلاف المركزي :

½ $$e = \frac{c}{a}$$

1 $$e = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) لتكن الدالة f دالة كثافة إحتمال :
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : 1\le x\le 3\\ 0 & \text{في ما عدا ذلك :}\end{cases}$$

1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم

2) أوجد : $P(2<X\le 3)$

3) أوجد : التوقع و التباين للدالة f

الحل

1) الدالة f تتبع دالة التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون على الصورة :

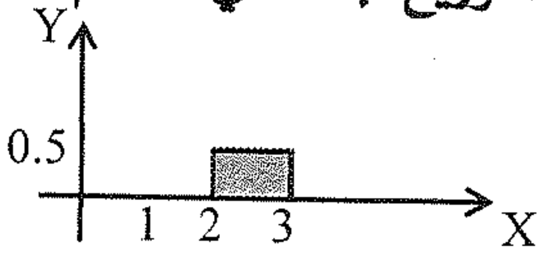
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & : a\le x\le b\\ 0 & \text{في ما عدا ذلك :}\end{cases}$$ 1

$\because a=1, b=3 \quad \Rightarrow \quad b-a=3-1=2$ 1

، $\dfrac{1}{b-a}=\dfrac{1}{2}$ ½

$\therefore$ الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم 1½

2) $P(2<X\le 3)=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$



3) التوقع : 1½

$$\mu=\frac{a+b}{2}=\frac{1+3}{2}=2$$

التباين : 1½

$$\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(3-1)^2}{12}=\frac{1}{3}$$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1 - 2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\left(F'(x) = sec^2x \ , F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \right) \Rightarrow \ F(x) = tan\,x + 2$

(2) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}}\ dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ثانيا :في البنود $(3 - 10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\int_0^3 3x\,|x|\ dx =$

$(a)\ -27$ $(b)\ -9$

$(c)\ 9$ $(d)\ 27$

2016-2017

(4) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2}\ dx =$

$(a)\ \frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$ $(b)\ \frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

$(c)\ \frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$ $(d)\ \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(5) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 2]$ هو

$(a)\ \sqrt{2}\ \ units$ $(b)\ 2\sqrt{2}\ \ units$

$(c)\ 3\sqrt{2}\ \ units$ $(d)\ \frac{\sqrt{2}}{2}\ \ units$

(6) مساحة المنطقه المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي :

$(a)\ 9\pi\ \ units^2$ $(b)\ 6\pi\ \ units^2$

$(c)\ \frac{3}{2}\pi\ \ units^2$ $(d)\ \frac{9}{2}\pi\ \ units^2$

(7) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

$(a)\ y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$

$(b)\ y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

$(c)\ y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$

$(d)\ y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان $y^2 = \frac{-1}{6}x$ معادلة قطع مكافيء فإن معادلة الدليل هي :

$(a)\ y = \frac{-1}{24}$

$(b)\ y = \frac{1}{24}$

$(c)\ x = \frac{-1}{24}$

$(d)\ x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد :

$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$ هما

$(a)\ y = \pm 2x$

$(b)\ y = \pm \frac{1}{2}x$

$(c)\ y = \pm 4x$

$(d)\ y = \pm \frac{1}{4}x$

2016-2017

(10) إذا كانت دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي :

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي المتقطع X يساوي

$(a)\ 1$

$(b)\ \frac{2}{3}$

$(c)\ \frac{7}{9}$

$(d)\ 0$

إنتهت الأسئلة ،،،

جدول الإجابة

(1)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(2)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(4)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(7)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(9)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

2016-2017

الدرجة : .... × 1.5 = ...

14

الدرجة : ....

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int xe^{x}\,dx$$

الحل

$$\begin{tikzcd} \boxed{u = x} \arrow[dr] & \boxed{dv = e^{x}\,dx} \\ \boxed{du = dx} & \boxed{v = e^{x}} \arrow[l] \end{tikzcd}$$ 1

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$ 1

$$\int xe^{x}dx = xe^{x} - \int(e^{x})\,dx$$ 2

$$= xe^{x} - e^{x} + C$$ 2

$$= e^{x}(x - 1) + C$$

2016-2017

(تراعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

في الفترة : $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

الحل

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$ ½

$$f'(x) = 0 + \left(\frac{3}{2}\right)2x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{2}}$$ 1

$$[f'(x)]^2 = \left(3x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 9x$$ 1

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\ dx$$ 1

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x}\ dx$$ ½

$$= \frac{1}{9}\int_0^{\frac{1}{3}} 9(1 + 9x)^{\frac{1}{2}}\ dx$$ 1

$$= \frac{1}{9}\left[\frac{2}{3}(1 + 9x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{1}{3}}$$ 1

$$= \frac{2}{27}\left[\left(1 + 9\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{\frac{3}{2}} - (1 + 9(0))^{\frac{3}{2}}\right]$$ 1

$$= \frac{2}{27}\left[\sqrt{4^3} - \sqrt{1^3}\right] = \frac{2}{27}[8 - 1] = \frac{14}{27}\ units$$ 1

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الدور الثاني نسخة التوجيه

14

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int_{1}^{4} |x-2| \; dx$$

(6 درجات)

الحل

$\displaystyle \int_{1}^{4} |x-2| \; dx = \int_{1}^{2} |x-2| \; dx + \int_{2}^{4} |x-2| \; dx$ 1

$\displaystyle = \int_{1}^{2} (2-x) \; dx + \int_{2}^{4} (x-2) \; dx$ 1

2016-2017

$\displaystyle = \left[2x - \frac{1}{2}x^2\right]_1^2 + \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_2^4$ 2

$\displaystyle = \left[(4-2) - \left(2 - \frac{1}{2}\right)\right] + [(8-8) - (2-4)]$ 1

$\displaystyle = \left[2 - 1\frac{1}{2}\right] + [0 - (-2)]$

$\displaystyle = \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2}$ 1

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{12}{x^2+2x-3}\,dx$$

2016-2017

الحل

$$\frac{12}{x^2+2x-3}=\frac{12}{(x-1)(x+3)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+3}$$ **1½**

وبضرب طرفي المعادله ب $(x-1)(x+3)$

$$12=A\,(x+3)+B(x-1)$$ **½**

بالتعويض عن $x=-3$: $12=-4B \Rightarrow B=-3$

بالتعويض عن $x=1$: $12=4A \Rightarrow A=3$

2

$$\frac{12}{x^2+2x-3}=\frac{12}{(x-1)(x+3)}=\frac{3}{x-1}-\frac{3}{x+3}$$ **½**

$$\int f(x)\,dx=\int\left(\frac{3}{x-1}-\frac{3}{x+3}\right)dx$$ **½**

$$=3\int\frac{1}{x-1}dx-3\int\frac{1}{x+3}dx$$ **½**

$$=3\ln|x-1|-3\ln|x+3|+C$$ **2½**

السؤال الثالث :

14

(6 درجات)

(a) أوجد :

$$\int \frac{dx}{(sin^2 x)\sqrt{1+cot\,x}}$$

الحل

$\int \frac{dx}{\sin^2 x\sqrt{1+cot\,x}} = \int \frac{\csc^2 x\,dx}{\sqrt{1+cot\,x}}$ **1**

$u = 1 + cot\,x \quad , \quad du = -\csc^2 x\,dx$ **1** + **1**

$\int \frac{\csc^2 x\,dx}{\sqrt{1+cot\,x}} = -\int \frac{1}{\sqrt{u}}\,du$ **1**

$= -\int u^{-\frac{1}{2}}\,du$ **½**

$= -2u^{\frac{1}{2}} + C$ **1**

$= -2(1+cot\,x)^{\frac{1}{2}} + C$ **½**

$= -2\sqrt{1+cot\,x} + C$

2016-2017

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 \quad , y_2 = x^2 + 1$$

الحل

$y_1 = y_2$ ½

$x + 3 = x^2 + 1 \quad \Rightarrow \quad x^2 - x - 2 = 0$ ½

$\Rightarrow \quad (x-2)(x+1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \quad , \quad x = -1$ ½

بأخذ قيمة إختيارية $\ni (-1\,,2)$ ولتكن $x = 0$ ، نجد أن

$y_1 = 3 \quad , \quad y_2 = 1$ ½

$y_1 \geq y_2 \geq 0 \qquad \forall\, x \in [-1,2]$ ½

$\therefore \quad V = \pi \int_{-1}^{2} ({y_1}^2 - {y_2}^2)\, dx$ 1

$\therefore \quad V = \pi \int_{-1}^{2} [(x+3)^2 - (x^2+1)^2]\, dx$ ½

$= \pi \int_{-1}^{2} [x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1]\, dx$ 1

$= \pi \int_{-1}^{2} (-x^4 - x^2 + 6x + 8)\, dx$ ½

$= \pi \left[\frac{-x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x\right]_{-1}^{2}$ 2

$= 23\frac{2}{5}\,\pi \quad cube\ units$ ½

2016-2017

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0,0)$ وطول محوره الأكبر $16\ cm$ و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين $10\ cm$

(7 درجات)

الحل

$\because$ طول المحور الأكبر $= 16\ cm$

½ $\therefore\ 2a = 16$

½ $a = 8$

½ $\because$ المسافة بين البؤرتين $= 10\ cm$

1 $\therefore\ 2c = 10$

½ $c = 5$

½ $\because\ a^2 = b^2 + c^2$

$\therefore\ b^2 = a^2 - c^2$

½ $b^2 = (8)^2 - (5)^2$

½ $= 64 - 25 = 39$

2016-2017

½ $\because$ المحور الأكبر ينطبق على المحور الصادي

$\therefore$ معادلة القطع الناقص هي :

1 $$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

1 $$\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{64} = 1$$

تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

أوجد :

1) التوقع μ

2) التباين σ^2

3) الإنحراف المعياري σ

الحل

1) التوقع (μ) :

$$\mu = \sum x_i f(x_i)$$ 1

$$\mu = (1)(0.2) + (2)(0.1) + (3)(0.3) + (4)(0.1) + (5)(0.3)$$ 1½

$$= 0.2 + 0.2 + 0.9 + 0.4 + 1.5$$

$$= 3.2$$ ½

2) التباين (σ^2) :

$$\sigma^2 = \sum (x_i)^2 f(x_i) - \mu^2$$ 1

$$= (1)^2(0.2) + (2)^2(0.1) + (3)^2(0.3) + (4)^2(0.1) + (5)^2(0.3)$$

$$-(3.2)^2$$ 1½

$$= 12.4 - 10.24$$

$$= 2.16$$ ½

3) الإنحراف المعياري (σ) :

$$\sigma = \sqrt{\ \sigma^2}$$ ½

$$= \sqrt{2.16} \approx 1.47$$ ½

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1-2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4 - x^2$ و محور السينات في $[-2, 2]$ هي :

$$2\int_{0}^{2} f(x)\, dx$$

(2) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان

ثانيا :في البنود $(3-10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\displaystyle\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2\right)^2 dx$

(a) $x^2 + C$

(b) $2x + C$

(c) $\dfrac{x^2}{2} + 2x + C$

(d) $\dfrac{1}{3}x^3 + C$

2016-2017

(4) إذا كانت $y_{x=0} = -3$ و $\dfrac{dy}{dx} = \sin x$ فإن y تساوي

(a) $-\cos x$

(b) $2 - \cos x$

(c) $-2 - \cos x$

(d) $4 - \cos x$

(5) إذا كانت $y = \ln x^2$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\dfrac{2}{x^2}$

(b) $\dfrac{2}{x}$

(c) $\dfrac{x\ln x}{2}$

(d) $\dfrac{2\ln x^2}{x}$

(6) إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$ ، $y' + y = 2$ فإن

(a) $y = e^{-x} - 2$

(b) $y = \dfrac{1}{2}e^{-x}$

(c) $y = e^{-x} + 2$

(d) $y = 2e^{-x}$

(7) المعادلة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطة $B(-5,2)$ ، و خط تماثله هو محور السينات هي :

$(a)\ y^2 = \frac{-4}{5}x$

$(b)\ x^2 = \frac{-4}{5}y$

$(c)\ y^2 = \frac{4}{5}x$

$(d)\ x^2 = \frac{4}{5}y$

(8) إذا كان $\int_{3}^{-1} g(x)\,dx = 2$ ، $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx = 4$ فإن

$\int_{-1}^{3} (3f(x) + 2g(x) + 1)\,dx$ تساوي

(a) 9

(b) 10

(c) 12

(d) 17

(9) لتكن $A(1,3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

فإن $f(x)$ تساوي

$(a)\ x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

$(b)\ x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

$(c)\ x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

$(d)\ x^3 - 6x^2 + 9x + 3$

(10) إذا كان X متغيرا عشوائيا متصلا و دالة كثافة الإحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x & : -2 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن $P(X \le -2.5)$ تساوي

$(a)\ 0$

$(b)\ 1$

$(c)\ \frac{1}{5}$

$(d)\ \frac{1}{10}$

إنتهت الأسئلة،،،

جدول الإجابة

(1)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(2)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(4)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(5)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(7)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(9)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(10)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1.5 = ...

2016-2017

الدرجة : ....

14

دولـــة الكويت
وزارة التربيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :

$$\int x^5\sqrt{4-x^2}dx$$

(5 درجات)

الحل

$$u = 4-x^2 \Rightarrow x^2 = 4-u \qquad [0.5]$$

$$du = -2x\,dx \Rightarrow \frac{-1}{2}du = x\,dx \qquad [0.5]$$

$$\therefore \int x^5\sqrt{4-x^2}\,dx = \int \sqrt{4-x^2}.(x^2)^2(xdx)$$

$$= \int \sqrt{u}(4-u)^2\left(\frac{-1}{2}\ du\right) \qquad [0.5]$$

$$= \int \frac{-1}{2}\sqrt{u}(16-8u+u^2)\ \ du \qquad [0.5]$$

$$= \int \left(-8u^{\frac{1}{2}}+4u^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}}\right)\ du \qquad [0.5]$$

$$= \frac{-8}{\frac{3}{2}}u^{\frac{3}{2}}+\frac{4u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}-\frac{1}{2}\frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}}+C \qquad [2]$$

$$= \frac{-16}{3}u^{\frac{3}{2}}+\frac{8}{5}u^{\frac{5}{2}}-\frac{1}{7}u^{\frac{7}{2}}+C$$

$$= \frac{-16}{3}(4-x^2)^{\frac{3}{2}}+\frac{8}{5}(4-x^2)^{\frac{5}{2}}-\frac{1}{7}(4-x^2)^{\frac{7}{2}}+C \qquad [0.5]$$

2015-2016

(تراعى الحلول الأخرى الصحيحة في جميع الأسئلة المقاليه)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{2}{9}(9+3x)^{\frac{3}{2}}$

في الفترة $[2,5]$ (5 درجات)

الحل

$$f'(x) = \left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{3}{2}\right)(9+3x)^{\frac{1}{2}}(3) \qquad [1]$$

$$= (9+3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_2^5 \sqrt{1+(f'(x))^2}\ dx \qquad [0.5]$$

$$= \int_2^5 \sqrt{1+9+3x}\ dx = \int_2^5 \sqrt{10+3x}\ dx \qquad [1]$$

$$= \int_2^5 (10+3x)^{\frac{1}{2}}\ dx \qquad [0.5]$$

$$= \frac{1}{3}\int_2^5 3(10+3x)^{\frac{1}{2}}\ dx$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left[(10+3x)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5 \qquad [1]$$

$$= \left(\frac{2}{9}\right)\left[(25)^{\frac{3}{2}} - (16)^{\frac{3}{2}}\right] \qquad [0.5]$$

$$= \frac{122}{9}\ units \qquad [0.5]$$

2015-2016

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int x^2 \cos x \ \ dx$$

(6 درجات)

الحل

$$\begin{tikzcd} \boxed{u = x^2} \arrow[dr] & \boxed{dv = \cos x\, dx} \\ \boxed{du = 2x\, dx} & \boxed{v = \sin x} \arrow[l] \end{tikzcd}$$

[1]

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

$\boxed{0.5}$

$$\int x^2 \cos x\, dx = x^2 \sin x \ -2\int x \sin x \quad dx \ \ldots\ldots(1)$$ [0.5 + 0.5]

نستخدم القاعدة مرة ثانية لإيجاد : $\int x \ \sin x\, dx$

$$\begin{tikzcd} \boxed{u = x} \arrow[dr] & \boxed{dv = \sin x\, dx} \\ \boxed{du = dx} & \boxed{v = -\cos x} \arrow[l] \end{tikzcd}$$

[1]

$$\therefore \int x \ \sin x\, dx = -x \cos x \ - \int -\cos x\, dx$$ [0.5 + 0.5]

$$= -x \cos x + \sin x + C_1 \ldots\ldots(2)$$ [0.5 + 0.5]

من (1) ، (2) نحصل على :

$$\int x^2 \ \cos x\, dx = x^2 \sin x \ -2(-x \cos x + \sin x + C_1)$$

$\boxed{0.5}$

$$= x^2 \sin x \ +2x \cos x -2 \sin x + C$$

2015-2016

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

$$\int_{-2}^{0} \frac{5x-1}{x^2+2x-3}\,dx$$

(**4** درجات)

الحل

$$x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$$

$$\frac{5x-1}{x^2+2x-3}=\frac{5x-1}{(x+3)(x-1)}=\frac{A_1}{x+3}+\frac{A_2}{x-1} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow\ 5x-1=\ A_1(x-1)+A_2(x+3)$$

[0.5] بالتعويض عن $x = 1$: $4 = 4A_2 \Rightarrow A_2 = 1$

[0.5] بالتعويض عن $x = -3$: $-16 = -4A_1 \Rightarrow A_1 = 4$

$$\frac{5x-1}{x^2+2x-3}=\frac{4}{x+3}+\frac{1}{x-1} \quad [0.5]$$

$$\int_{-2}^{0}\left(\frac{5x-1}{x^2+2x-3}\right)dx=\int_{-2}^{0}\left(\frac{4}{x+3}+\frac{1}{x-1}\right)dx \quad [0.5]$$

$$=\ 4[\ \ln|x+3||]_{-2}^{0}+[\ln|x-1||]_{-2}^{0} \quad [1]$$

$$=\ 4[\ \ln 3-\ln 1]+[\ \ln 1-\ln 3]$$

$$=\ 3\ln 3 \quad [0.5]$$

2015-2016

10

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int (x+1)\, e^{x^2+2x+3}\, dx$$

(**4** درجات)

الحل

$u = x^2 + 2x + 3$ [0.5]

$du = (2x+2)\,dx \Rightarrow du = 2(x+1)\,dx$ [0.5]

$\Rightarrow \frac{1}{2} du = (x+1)\,dx$ [0.5]

$\therefore \int (x+1)\, e^{x^2+2x+3}\, dx = \frac{1}{2}\int e^u\, du$ [0.5]

$= \frac{1}{2}\, e^u + C$ [1] + [0.5]

$= \frac{1}{2}\, e^{x^2+2x+3} + C$ [0.5]

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4x - x^2$

و منحنى الدالة g : $g(x) = 5 + x^2$ والمستقيمين $x = 0$, $x = 2$

علما بأن منحنيي الدالتين f, g غير متقاطعين (6 درجات)

الحل

$\because$ **المنحنيين غير متقاطعين**

$\therefore$ **نأخذ قيمة إختيارية تنتمي للفترة $(0,2)$ و لتكن $x = 1$**

$f(1) = 3 \quad , \quad g(1) = 6$ [0.5 + 0.5]

$\therefore g(x) > f(x) \quad \forall x \in [0,2]$ [0.5]

$$A = \int_0^2 \left(g(x) - f(x)\right)\, dx$$ [0.5] +[0.5]

$$= \int_0^2 \left((5 + x^2) - (4x - x^2)\right)\, dx$$ [0.5]

$$= \int_0^2 (2x^2 - 4x + 5)\, dx$$ [0.5]

$$= \left[\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 5x\right]_0^2$$ [1.5]

$$= \left[\frac{16}{3} - 8 + 10\right] - 0$$ [0.5]

$$= \frac{22}{3}$$ (وحدة مربعة) [0.5]

2015-2016

10

السؤال الرابع

(a) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلا من :

(1) الرأسين   (2) البؤرتين   (3) الإختلاف المركزي   (6 درجات)

الحل

(1) $a^2 = 7 \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{7}$ [0.5]

$b^2 = 16 \quad \Rightarrow \quad b = 4$ [0.5]

$A_1(-\sqrt{7}, 0) \quad , \quad A_2(\sqrt{7}, 0)$ رأسا القطع الزائد هما [1]

(2) $c^2 = a^2 + b^2$ [0.5]

$c^2 = 7 + 16$ [0.5]

$c = \sqrt{23}$ [0.5]

$F_1(-\sqrt{23}, 0) \quad , \quad F_2(\sqrt{23}, 0)$ البورتان هما [1]

(3) $e = \frac{c}{a}$ [0.5]

$$= \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{23}{7}}$$ [1]

2015-2016

تابع السؤال الرابع :

(b) لتكن الداله f : $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & , 1 \le x \le 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك ,}\end{cases}$ **دالة كثافة إحتمال**

1) أثبت أن الداله f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم

2) أوجد التوقع و التباين للداله f (4 درجات)

الحل

1) $\because \quad a=1 \quad , \quad b=3$ [0.5]

$$\therefore \frac{1}{b-a}=\frac{1}{3-1}=\frac{1}{2}$$ [1]

[0.5] $\therefore$ **f دالة تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم**

2) [0.5] التوقع : $\mu=\dfrac{a+b}{2}$

$$=\frac{1+3}{2}=2$$ [0.5]

[0.5] التباين : $\sigma^2=\dfrac{(b-a)^2}{12}$

$$=\frac{(3-1)^2}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$ [0.5]

2015-2016

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1 - 3)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $y = x\ln x - x$ فإن $y' = \ln x$

(2) حل المعادلة التفاضليه : $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$ هو: $y = e^{-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}} + 1$.

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافيء بؤرته $F(0, \frac{-3}{2})$

ثانيا : في البنود $(4 - 10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f : $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :

(a) $F(x) = 8x + \csc x + C$
(b) $F(x) = 8x - \cot x + C$
(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$
(d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

(5) لتكن f : $f(x) = x^2 + 1$ فإن : $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

(a) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$
(b) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$
(c) $\mathbb{R}^-$
(d) $\mathbb{R}^+$

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو :

(a) 4π
(b) $\frac{16}{3}\pi$
(c) 6π
(d) $\frac{32}{3}\pi$

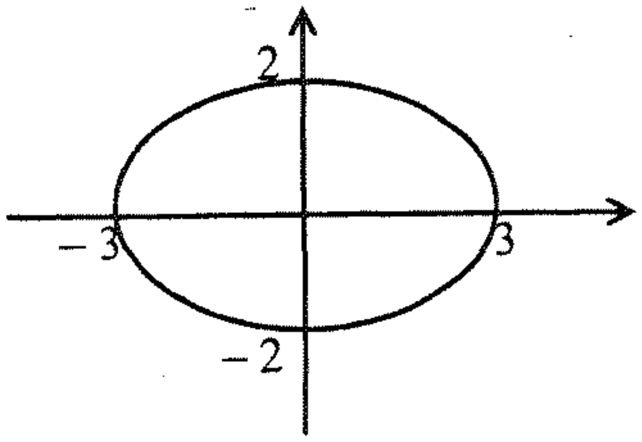
(7) إذا كان : $\int_{3}^{-1} g(x)dx = -4$, $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 2$

فإن : $\int_{-1}^{3}(2f(x)-g(x)+5)dx$ تساوي

(a) 2 (b) 4

(c) 20 (d) 5

(8) **معادلة القطع الناقص الموضح بالشكل المقابل هي :**



(a) $\frac{x^2}{9}+y^2=1$ (b) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

(c) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ (d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

(9) **معادلة الخطين المقاربين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{32}=2$ هما**

(a) $y=\pm 2x$ (b) $y=\pm\frac{1}{2}x$

(c) $y=\pm 4x$ (d) $y=\pm\frac{1}{4}x$

(10) **عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين σ^2**

للمتغير العشوائي X (ظهور صورة) يساوي

(a) 2 (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 4

إنتهت الأسئلة ،،،

جدول الإجابة

(1)	■	(b)	(c)	(d)
(2)	■	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	■	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	■	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	■
(6)	(a)	(b)	(c)	■
(7)	(a)	(b)	■	(d)
(8)	(a)	■	(c)	(d)
(9)	■	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	■	(c)	(d)

10

الدرجة : ....

(الصفحة الأولى)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2014 / 2015 م

المجال الدراسي : الرياضيات للقسم العلمي الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

عدد صفحات الإمتحان (11) صفحة مختلفة

القسم الأول ـ أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول : (10 درجات)

نموذج الإجابة

2014-2015

a) أوجد $\int x \ln x \, dx$ (4 درجات)

الإجابة

$u = \ln x \qquad dv = x\,dx$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = \frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\therefore \int u\,dv = u.v - \int v.du$	$\frac{1}{2}$
$\therefore \int x \ln x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2}\int x\,dx$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + c$	$\frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

تابع السؤال الثاني :- **(4 درجات)**

b) أوجد معادلة منحني الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $p(x , y)$ يساوي :

$3x^2-4x+1$ ويمر بالنقطة $A(1 , 2)$

نموذج الإجابة

الإجابة

$\frac{1}{2}$ $\therefore f'(x) = 3x^2-4x+1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f(x) = \int (3x^2-4x+1)dx$

2 $f(x) = x^3-2x^2+x+C$

2014-2015

$\therefore f(1) = 2$

$\therefore (1)^3-2(1)^2+1+C = 2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore C = 2$

$\therefore$ معادلة المنحنى f هي :

$\frac{1}{2}$ $f(x) = x^3-2x^2+x+2$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

تابع السؤال الأول -

b) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{5x-1}{x^2-2x-15}$: (6 درجات)

أوجد 1) الكسور الجزئية.

2) $\int f(x)dx$

نموذج الإجابة

2014-2015

المقام : $x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$

½ $\therefore \frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{A_1}{(x+3)} + \frac{A_2}{(x-5)}$

½ $5x-1 = A_1(x-5)+A_2(x+3)$

نعوض عن x بـ 5 :

½ $\therefore 24 = 8A_2 \rightarrow A_2 = 3$

½ $\therefore -16 = -8A_1 \rightarrow A_1 = 2$ نعوض عن x بـ -3 :

1 $\therefore \frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{2}{(x+3)} + \frac{3}{(x-5)}$

$\therefore \int f(x)dx = \int \frac{5x-1}{x^2-2x-15}dx = \int \left(\frac{2}{(x+3)}+\frac{3}{(x-5)}\right)dx$

½ $= 2\int \frac{1}{x+3}dx + 3\int \frac{1}{x-5}dx$

1 + 1+½ $= 2\ln|x+3| + 3\ln|x-5| + C$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

السؤال الثاني :- **(10 درجات)**

a) أوجد : **(6 درجات)**

نموذج الإجابة

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \, sec^2 x \, dx$$

2014-2015

الإجابة

$u = \tan x$	$\frac{1}{2}$
$du = \sec^2 x \, dx$	$\frac{1}{2}$
عندما $x=0$ فإن $u=\tan 0=0$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
، عندما $x=\frac{\pi}{4}$ فإن $u=\tan\frac{\pi}{4}=1$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx = \int_0^1 u \, du$	1
$= \left[\frac{1}{2}u^2\right]_0^1$	1
$= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$	1

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

السؤال الثالث :- (10 درجات)

نموذج الإجابة

a) حل المعادلة التفاضلية : $3y' - 2y = 4$ (4 درجات)

ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 3$ عندما $x = 0$

الإجابة

$\frac{1}{2}$ $3y' = 2y + 4$

$\frac{1}{2}$ $y' = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$

2014-2015

$\frac{1}{2}$ $y = Ke^{ax} - \frac{b}{a}$

$a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{4}{3}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore y = Ke^{\frac{2}{3}x} - 2$

عندما $x = 0$, $y = 3$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 3 = K - 2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore K = 5$

$\frac{1}{2}$ $\therefore y = 5e^{\frac{2}{3}x} - 2$

تراعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة

تابع السؤال الثالث :- **(6 درجات)**

نموذج الإجابة

b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4\,,0), F_2(4,0)$ ورأساه $A_1(-2\,,0)$, $A_2(2\,,0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين .

الإجابة

$\frac{1}{2}$ ∵ البؤرتين على محور السينات

$\frac{1}{2}$ ∴ معادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

∵ إحدى البؤرتين $F_2(4,0)$:

$\frac{1}{2}$ $\therefore c = 4$

∵ أحد الرأسين $A_2(2,0)$:

$\frac{1}{2}$ $\therefore a = 2$

$\frac{1}{2}$ $\because c^2 = a^2 + b^2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 16 = 4 + b^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\therefore b^2 = 12 \quad \therefore b = 2\sqrt{3}$

$\frac{1}{2}$ ∴ معادلة القطع الزائد : $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

معادلتا الخطين المقاربين هما :

1 $y = \pm \frac{b}{a} x$

$\frac{1}{2}$ $\therefore y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} x = \pm \sqrt{3}\, x$

2014-2015

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

(الصفحة السابعة)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات ــ العام الدراسي : 2014 / 2015 م

السؤال الرابع :- (10 درجات)

نموذج الإجابة

a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي : (5 درجات)

$$f(x) = x^2 + 1 \ , \ g(x) = -x^2 + 9$$

الإجابة

نضع $f(x) = g(x)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore x^2 + 1 = -x^2 + 9$

$2x^2 = 8$

$\frac{1}{2}$ $x^2 = 4 \quad \therefore \quad x = \pm 2$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة $(-2, 2)$ ولتكن $x = 0$

$f(0) = 1 \quad , \quad g(0) = 9$

$\frac{1}{2}$ $\therefore g(x) \geq f(x) \quad \forall x \in [-2, 2]$

1 $\therefore A = \int_{-2}^{2} [g(x) - f(x)]\, dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int_{-2}^{2} [-x^2 + 9 - x^2 - 1]\, dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int_{-2}^{2} [-2x^2 + 8]\, dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \left[\frac{-2x^3}{3} + 8x\right]_{-2}^{2}$

$\frac{1}{2}$ $= \left[\frac{-2(2)^3}{3} + 8(2)\right] - \left[\frac{-2(-2)^3}{3} + 8(-2)\right] = \frac{64}{3}$ (وحدة مربعة)

2014-2015

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

تابع السؤال الرابع :-

(5 درجات)

b) إذا كان X متغير عشوائيًا ذو حدين ومعلمتيه هما : $n = 7 \ , P = 0.1$

فأوجد :

$a)\ P(X = 0)$ $\qquad$ $b)\ P(1 < X \leq 3\ )$

الإجابة

1 $a)\ \because P(X=x) = P(x) = {}_nC_x\, P^x (1-P)^{n-x}$

$, n = 7 \ , P = 0.1$

1 $\therefore P(X=0) = P(0) = {}_7C_0\, (0.1)^0 \cdot (0.9)^7$

$\frac{1}{2}$ ≈ 0.4783

2014-2015

$\frac{1}{2}$ $b)\ P(1 < X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3)$

$\frac{1}{2}$ $= P(2) + P(3)$

$\frac{1}{2}$ $P(2) = {}_7C_2\, (0.1)^2 \cdot (0.9)^5 \approx 0.1240 \ ،$

$\frac{1}{2}$ $P(3) = {}_7C_3\, (0.1)^3 \cdot (0.9)^4 \approx 0.0230$

$\frac{1}{2}$ $\therefore P(1 < X \leq 3) \approx 0.1240 + 0.0230 = 0.1470$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً :- في البنود (3-1) ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
وظلل ⓑ إذا كانت العبارة غير صحيحة

---

1) $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة عكسية للدالة : $f(x) = -3x^{-4}$ ⓐ ⓑ

2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل ⓐ ⓑ

3) بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ هما $(\pm 3,0)$ ⓐ ⓑ

ثانياً :- في البنود (10-4) لكل بند أربع إختيارات إحداها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الدائرة الدالة على الاختيار الصحيح :

2014-2015

4) إذا كانت $y = \ln(\frac{10}{x})$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

ⓐ $\frac{-10}{x}$ ⓑ $\frac{10}{x}$ ⓒ $\frac{1}{x}$ ⓓ $\frac{-1}{x}$

5) $\int x(x^2+2)^7 dx =$

ⓐ $\frac{1}{16}(x^2+2)^8 + c$ ⓑ $\frac{1}{4}(x^2+2)^8 + c$

ⓒ $\frac{1}{12}(x^2+2)^6 + c$ ⓓ $\frac{1}{3}(x^2+2)^6 + c$

6) لتكن $f(x) = x^2 + 5$ فإن : $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

ⓐ $R - R^{-}$ ⓑ $R - R^{+}$ ⓒ R^{-} ⓓ R^{+}

7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة يساوي :

ⓐ 4π ⓑ 6π ⓒ $\frac{16}{3}\pi$ ⓓ $\frac{32}{3}\pi$

8) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2,3]$ هو :

ⓐ 7 units ⓑ 6 units ⓒ 5 units ⓓ 1 unit

9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي :

ⓐ $(1, 1)$ ⓑ $(1, 0)$ ⓒ $(0, 0)$ ⓓ $(0, 1)$

10) الإختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو :

ⓐ $\frac{\sqrt{11}}{6}$ ⓑ $\frac{\sqrt{11}}{5}$ ⓒ $\frac{36}{25}$ ⓓ $\frac{25}{36}$

2014-2015

إنتهت الأسئلة

إجــابة البـنود الموضوعـية

1	[✓ a]	b	c	d
2	a	[✓ b]	c	d
3	a	[✓ b]	c	d
4	a	b	c	[✓ d]
5	[✓ a]	b	c	d
6	a	b	c	[✓ d]
7	a	b	c	[✓ d]
8	a	b	[✓ c]	d
9	a	b	[✓ c]	d
10	[✓ a]	b	c	d

2014-2015

المصحح :

المراجع :

10

تمنياتنا لكم بالتوفيق،،،