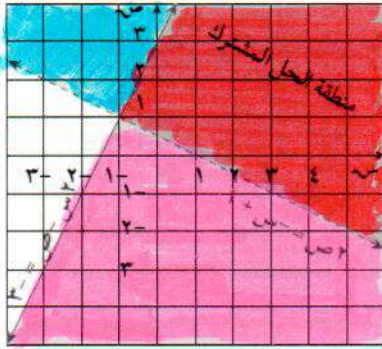


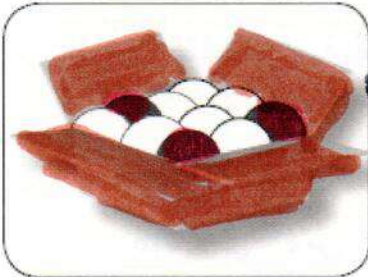
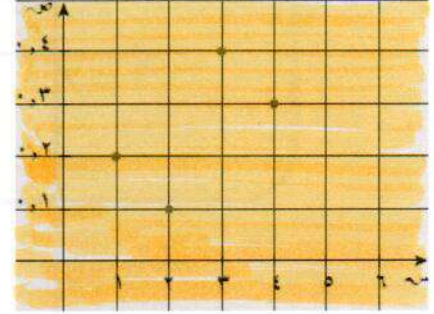
الإحصاء



الفصل الدراسي الثاني

العام الدراسي

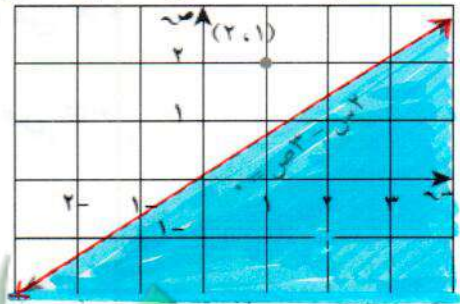
٢٠٢٢ \ ٢٠٢٣



إعداد رئيس القسم:
أ. محمود حامد العلو

الموجه الفني: أ. حسن علي أكبر

مدير المدرسة: أ. صلاح عباس الناصر



البيانات:-
معالجة
الصف: ١٢ /

أسم الطالب:

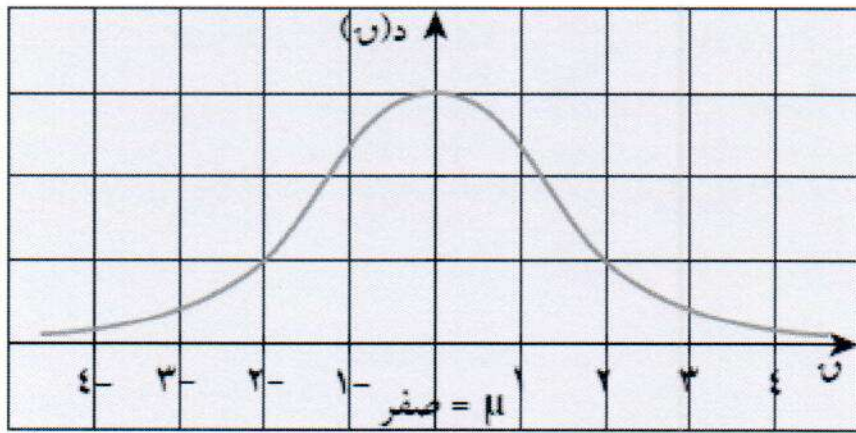
الكتاب الثاني

"مادة الإحصاء"

الوحدة الرابعة

المتغيرات العشوائية وتوزيعها

Random Variables and Their Distribution



رئيس القسم: محمود حامد العلو

١-٤ المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

(١-٤-١) المتغيرات العشوائية المتقطعة (المتفصلة)

(١-٤-ب) المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



الوحدة الرابعة (المتغيرات العشوائية وتوزيعها)

تمارين (٤-١ - أ) المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)

مثال (1) : في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، ليكن المتغير العشوائي X يعبر عن " عدد الكتابات " .
صفحة 14

أوجد ما يلي : أ) فضاء العينة F .

عناصر فضاء العينة F	عناصر مدى المتغير العشوائي X
(ص، ص)	٠
(ك، ص)	١
(ص، ك)	١
(ك، ك)	٢

ب) مدى المتغير العشوائي X .

ج) نوع المتغير العشوائي X .

أ) فضاء العينة $F =$
 { (ص، ص)، (ك، ص)، (ص، ك)، (ك، ك) }
 ب) مدى المتغير العشوائي $X =$
 { ٠، ١، ٢ }
 ج) نوع المتغير العشوائي X : متقطع

حاول أن تحل (1) : في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية، ليكن المتغير العشوائي X يعبر عن " عدد الصور " .
صفحة 14

أوجد ما يلي : أ) فضاء العينة F .

عناصر فضاء العينة F	عناصر مدى المتغير العشوائي X
(ص، ص، ص)	٣
(ص، ص، ك)	٢
(ص، ك، ص)	٢
(ك، ص، ص)	١
(ك، ص، ك)	١
(ص، ك، ك)	١
(ك، ك، ص)	٢
(ك، ك، ك)	٠

ب) مدى المتغير العشوائي X .

ج) نوع المتغير العشوائي X .

أ) فضاء العينة $F =$
 { (ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ص، ك، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك) }
 ب) مدى المتغير العشوائي $X =$
 { ٠، ١، ٢، ٣ }
 ج) نوع المتغير العشوائي X : متقطع



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



مثال (2) : في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين،
صفحة 15

أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية : وحدد فيما إذا كانت منقطعة أم لا .

(أ) المتغير العشوائي **س** يعبر عن " عدد الصور " .

(ب) المتغير العشوائي **ص** الذي يمثل مربع " عدد الصور " .

(ج) المتغير العشوائي **ع** يمثل " عدد الصور مطروحا منه عدد الكتابات " .

(أ) فضاء العينة : (ف . ا) =

{ (ص ص) ، (ص ك) ، (ك ص) ، (ك ك) } =

عناصر فضاء العينة ف	عناصر مدى المتغير العشوائي س
(ص ص)	٢
(ص ك)	١
(ك ص)	١
(ك ك)	٠

مدى المتغير العشوائي س =

{ ٢ ، ١ ، ٠ } =

نوع المتغير العشوائي س : منقطع

(ب) فضاء العينة (ف . ا) =

{ (ص ص) ، (ص ك) ، (ك ص) ، (ك ك) } =

عناصر فضاء العينة ف	عناصر مدى المتغير العشوائي ص
(ص ص)	٤ = ٢
(ص ك)	١ = ١
(ك ص)	١ = ١
(ك ك)	٠ = ٠

مدى المتغير العشوائي ص =

{ ٤ ، ١ ، ٠ } =

نوع المتغير العشوائي ص : منقطع

(ج) فضاء العينة (ف . ا) =

{ (ص ص) ، (ص ك) ، (ك ص) ، (ك ك) } =

عناصر فضاء العينة ف	عناصر مدى المتغير العشوائي ع
(ص ص)	٢ - ٠ = ٢
(ك ص)	١ - ١ = ٠
(ص ك)	١ - ١ = ٠
(ك ك)	٢ - ٢ = ٠

مدى المتغير العشوائي ع =

نوع المتغير العشوائي ع : منقطع



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين،
صفحة 16

أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية : وحدد فيما إذا كانت متقطعة أم لا .

(أ) المتغير العشوائي S يعبر عن " عدد الكتابات " .

(ب) المتغير العشوائي V الذي يمثل " مكعب عدد الكتابات " .

(ج) المتغير العشوائي E يمثل " عدد الكتابات مطروحا منه ٢ " .

(أ) فضاء العينة (فـ) =

{ (ص ص)، (ص ك)، (ك ص)، (ك ك) }

مدى المتغير العشوائي S = { ٠، ١، ٢، ٣، ٤ }

نوع المتغير العشوائي S : متقطع

(ب) فضاء العينة (فـ) =

{ (ص ص)، (ص ك)، (ك ص)، (ك ك) }

مدى المتغير العشوائي V = { ٨، ١٦، ٢٧ }

نوع المتغير العشوائي V : متقطع

(ج) فضاء العينة (فـ) =

{ (ص ص)، (ص ك)، (ك ص)، (ك ك) }

مدى المتغير العشوائي E = { -٢، -١، ٠، ١، ٢ }

نوع المتغير العشوائي E : متقطع

عناصر مدى المتغير العشوائي S	عناصر فضاء العينة ف
٠	(ص ص)
١	(ك ص)
١	(ص ك)
٢	(ك ك)

عناصر مدى المتغير العشوائي V	عناصر فضاء العينة ف
٠ = ٠	(ص ص)
١ = ١	(ك ص)
١ = ١	(ك ص)
٨ = ٢	(ك ك)

عدد الكتابات -

عناصر مدى المتغير العشوائي E	عناصر فضاء العينة ف
٢ - = ٢ - ٠	(ص ص)
١ - = ٢ - ١	(ص ك)
١ - = ٢ - ١	(ك ص)
٠ = ٢ - ٢	(ك ك)



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢١ م
الموضوع



دالة التوزيع الاحتمالي

مثال (3) : عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرة واحدة، إذا كان المتغير العشوائي S يعبر عن " عدد الصور " .
صفحة 17

- أوجد : أ) فضاء العينة ف .
ب) مدى المتغير العشوائي S .
ج) احتمال وقوع كل عنصر مدى المتغير العشوائي S ، $D(S) = L(S) = (S = س)$.
د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S .

أ) فضاء العينة (ف) = { ص ، ل }
عناصره ص ، ل

عناصر فضاء العينة ف	عناصر مدى المتغير العشوائي S
ص	١
ل	٠

ب) مدى المتغير العشوائي S = { ١ ، ٠ }

ج) $D(S) = L(S) = (S = س)$

د) $D(S) = L(S) = (S = س) = \frac{1}{2}$ ← ن (ف)

د) $D(S) = L(S) = (S = س) = \frac{1}{2}$ ← ن (ف)

عناصر المدى

د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S هي :

س	٠	١
$D(S)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

الاحتمالات

ملاحظة: في جدول دالة التوزيع الاحتمالي

ملاحظة: مجموع الاحتمالات = 1

المتغير العشوائي S له مجموع الاحتمالات = 1
الاحتمال = $\frac{1}{2}$ (ل) ، $\frac{1}{2}$ (ص)

11.11



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢١ م
الموضوع



حاول أن تحل (3) : عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين وبفرض أن المتغير العشوائي S يعبر عن " عدد الكتابات " .
صفحة 17

أوجد : دالة التوزيع الاحتمالي D للمتغير العشوائي S .

فضاء العينة (ف) = { (١, ١), (١, ٢), (١, ٣), (١, ٤), (٢, ١), (٢, ٢), (٢, ٣), (٢, ٤), (٣, ١), (٣, ٢), (٣, ٣), (٣, ٤), (٤, ١), (٤, ٢), (٤, ٣), (٤, ٤) }

عدد الكتابات

عناصر فضاء العينة ف	عناصر مدى المتغير العشوائي S
(١, ١)	٠
(١, ٢)	١
(١, ٣)	١
(١, ٤)	٢

عدد عناصر فضاء العينة :
 $n = 16$
مدى المتغير العشوائي S =
{ ٠, ١, ٢ }

$D(S=0) = P(S=0)$

ظهور العدد ١ مرة واحدة في الدور
 $D(1) = P(S=1) = \frac{1}{4} \leftarrow n(F)$

ظهور العدد ٢ مرتين في الدور
 $D(2) = P(S=2) = \frac{2}{16} \leftarrow n(F)$

ظهور العدد ٣ مرة واحدة في الدور
 $D(3) = P(S=3) = \frac{1}{4} \leftarrow n(F)$

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S هي :

S	٠	١	٢
$D(S)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{4}$

تلاحظ : $1 = \frac{1}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{4}$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



مثال (4) : عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية ، وبفرض أن المتغير العشوائي X يعبر عن " عدد الصور " .
صفحة 18

أوجد : أ) فضاء العينة F .

ب) مدى المتغير العشوائي X .

ج) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X .

$n(X) = 8$

د) دالة التوزيع الاحتمالي D للمتغير العشوائي X .

أ) فضاء العينة $F(X) = \{ (ص, ص, ص), (ص, ص, ك), (ص, ك, ص), (ص, ك, ك), (ك, ص, ص), (ك, ص, ك), (ك, ك, ص), (ك, ك, ك) \}$

ب) مدى المتغير العشوائي X = $\{ 0, 1, 2, 3 \}$

ج) $D(0) = (0) = 1/8$, $D(1) = (1) = 3/8$, $D(2) = (2) = 3/8$, $D(3) = (3) = 1/8$

عناصر فضاء العينة F	عناصر مدى المتغير العشوائي X
(ص, ص, ص)	٣
(ص, ص, ك)	٢
(ص, ك, ص)	١
(ص, ك, ك)	٢
(ك, ص, ص)	٢
(ك, ص, ك)	١
(ك, ك, ص)	١
(ك, ك, ك)	٠

د) دالة التوزيع الاحتمالي

بمتغير العشوائي X هي:

X	$P(X)$
٣	$1/8$
٢	$3/8$
١	$3/8$
٠	$1/8$



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



حاول أن تحل (4) : عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية ، وبفرض أن المتغير العشوائي سـ

صفحة 19

يعبر عن " عدد الكتابات " . أوجد : أ) فضاء العينة ف .

ب) مدى المتغير العشوائي سـ .

ج) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ .

د) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ .

أ) فضاء العينة (ف.ا) = { (ص، ص، ص) ، (ص، ص، ك) ، (ص، ك، ص) ، (ص، ك، ك) ، (ك، ص، ص) ، (ك، ص، ك) ، (ك، ك، ص) ، (ك، ك، ك) }

ب) عناصر فضاء العينة :

ن (ف.ا) = ٨

ب) مدى المتغير العشوائي سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

ج) د (س) = (٠) ، د (س) = (١) ، د (س) = (٢) ، د (س) = (٣)

د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ هي :

د) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ هي :

عناصر مدى المتغير العشوائي سـ	عناصر فضاء العينة ف
٠	(ص، ص، ص)
١	(ص، ص، ك) ، (ص، ك، ص)
٢	(ص، ك، ك) ، (ك، ص، ص)
٣	(ك، ص، ك) ، (ك، ك، ص)
٤	(ك، ك، ك)

س	د (س)
٠	$\frac{1}{8}$
١	$\frac{3}{8}$
٢	$\frac{3}{8}$
٣	$\frac{1}{8}$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ ٢٠٢٢ م
الموضوع	



مثال (5) : إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هي: صفحة 20

س	٢-	١	٢	٣
د (س)	٠,٣	٠,١	ك	٠,٢

أوجد قيمة ك

∴ مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي $= 1$

$$1 = (٣)د + (٢)د + (١)د + (٢-)د$$

$$1 = ٠,٢ + ك + ٠,١ + ٠,٣$$

$$1 = ٠,٦ + ك$$

$$ك = 1 - ٠,٦ = ٠,٤$$

$$∴ ك = ٠,٤$$

حاول أن تحل (5) : إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هي: صفحة 20

س	٤	٣	٢	١	٠
د (س)	ك	٠,٢	٠,١	٠,١٥	٠,٣٥

أوجد قيمة ك

∴ مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي $= 1$

$$1 = (٤)د + (٣)د + (٢)د + (١)د + (٠)د$$

$$1 = ك + ٠,٢ + ٠,١ + ٠,١٥ + ٠,٣٥$$

$$1 = ٠,٧٥ + ك$$

$$ك = 1 - ٠,٧٥ = ٠,٢٥$$

$$ك = ٠,٢٥$$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ ٢٠٢٢ م
الموضوع	

مثال (6) : إذا كان س متغير عشوائي متقطع مداه هو : $\{ -2, -1, 0, 1 \}$.

وكان $D(0) = (1-), D(1) = (0,3), D(2) = (0,2)$.

أوجد : $D(0)$ ، ثم أكتب دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

:- الدالة هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

في هذا النوع من

المسائل بعد حساب

المطلوب لا بد من

كتابة الجدول

بالبيانات الكاملة

حتى نتمكن من تقديم إجابة واضحة

$$1 = D(0) + D(1) + D(2) + D(-1) + D(-2)$$

$$1 = 0 + 0.3 + 0.2 + D(-1) + D(-2)$$

$$1 = 0.5 + D(-1) + D(-2)$$

$$D(-1) + D(-2) = 1 - 0.5 = 0.5$$

$$D(-1) = 0.2$$

س	٠	-١	-٢	١
D(س)	٠.٢	٠.٣	٠.٢	٠.٣

حاول أن تحل (6) : إذا كان س متغير عشوائي متقطع مداه هو : $\{ 0, 1, 2, 3 \}$.

وكان $D(0) = (0,1), D(1) = (0,6), D(2) = (0,15)$.

أوجد : $D(3)$. ثم أكتب دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

:- الدالة هي دالة توزيع احتمالي :

$$1 = D(0) + D(1) + D(2) + D(3)$$

$$1 = 0 + 0.6 + 0.15 + D(3)$$

$$1 = 0.75 + D(3)$$

$$D(3) = 1 - 0.75 = 0.25$$

$$D(3) = 0.25$$

س	٠	١	٢	٣
D(س)	٠.١	٠.٦	٠.١٥	٠.٢٥



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



التوقع (الوسط) والنبات للمتغير العشوائية المنقطعة

مثال (8) : إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنقطع X ، هي :
صفحة 23

أوجد التوقع μ للمتغير العشوائي X .

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$

$$\text{التوقع } \mu = \sum X \cdot P(X) = 14$$

$$= \left(\frac{1}{35} \times 5\right) + \left(\frac{3}{35} \times 4\right) + \left(\frac{6}{35} \times 3\right) + \left(\frac{2}{7} \times 2\right) + \left(\frac{3}{7} \times 1\right) =$$

$$= 14$$

حاول أن تحل (8) : إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنقطع X ، هي :
صفحة 23

أوجد التوقع μ للمتغير العشوائي X .

س	٠	١	٢
د (س)	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

$$\text{التوقع } \mu = \sum X \cdot P(X) = \frac{5}{3}$$

$$= \left(\frac{1}{9} \times 2\right) + \left(\frac{4}{9} \times 1\right) + \left(\frac{4}{9} \times 0\right) =$$

$$= \frac{5}{3}$$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



مثال (10) : الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س .
صفحة 25

أوجد : أ) التوقع (μ) .

ب) التباين (σ^2) .

ج) الانحراف المعياري (σ) .

س	١	٢	٣	٤
د (س)	٠,١	٠,٦	٠,٢	٠,١

أ) التوقع $\mu = \sum س \cdot د(س)$

$$= (١ \times ٠,١) + (٢ \times ٠,٦) + (٣ \times ٠,٢) + (٤ \times ٠,١)$$

$$= ٠,١ + ١,٢ + ٠,٦ + ٠,٤$$

$$= ٢,٣$$

ب) التباين $(\sigma^2) = \sum س^2 \cdot د(س) - \mu^2$

$$= (١^2 \times ٠,١) + (٢^2 \times ٠,٦) + (٣^2 \times ٠,٢) + (٤^2 \times ٠,١) - (٢,٣)^2$$

$$= (٠,١ + ١,٢ + ١,٨ + ١,٦) - ٥,٢٩$$

$$= ٤,٧ - ٥,٢٩ = -٠,٥٩$$

= ٠,٦٠

ج) الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{\text{التباين}}$

= $\sqrt{٠,٦٠}$

= ٠,٧٨١

H.L.



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



حاول أن تحل (10) : الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي د لمتغير عشوائي متقطع س هـ .
صفحة 26

س	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,١

أوجد : أ) التوقع (μ) .

ب) التباين (σ^2) .

ج) الانحراف المعياري (σ) .

أ) التوقع $\mu = \sum س د(س) = ١٤$

$$= (٠,١ \times ٥) + (٠,٥ \times ٤) + (٠,٣ \times ٣) + (٠,١ \times ٢) =$$
$$= ٠,٥ + ٢ + ٠,٩ + ٠,٢ =$$
$$= ٣,٦$$

ب) التباين (σ^2) = $\sum س^2 د(س) - \mu^2$

$$= (٠,١ \times ٥^2) + (٠,٥ \times ٤^2) + (٠,٣ \times ٣^2) + (٠,١ \times ٢^2) - ١٤^2 =$$
$$= (٠,٥ + ٨ + ٢,٧ + ٠,٤) - ١٩٦ =$$
$$= ١٣,٦ - ١٩٦ =$$

$$= -١٨٢,٤$$

ج) الانحراف المعياري (σ) = $\sqrt{\text{التباين}}$

$$= \sqrt{-١٨٢,٤}$$

$$= ١٣,٦٩$$

H.L.



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ ٢٠٢٢ م
الموضوع	



مثال (11) : الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س .
صفحة 26

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٤٣	٠,٢٩	٠,١٧	٠,٠٩	٠,٠٢

أوجد : أ) التوقع (μ) .

ب) التباين (σ^2) .

ج) الانحراف المعياري (σ) .

أ) التوقع $\mu = \sum س د(س) = ١,٩٨$

$$= (٠,٤٣ \times ١) + (٠,٢٩ \times ٢) + (٠,١٧ \times ٣) + (٠,٠٩ \times ٤) + (٠,٠٢ \times ٥)$$

$$= ٠,٤٣ + ٠,٥٨ + ٠,٥١ + ٠,٣٦ + ٠,١٠$$

$$= ١,٩٨$$

ب) التباين (σ^2) = $\sum س^2 د(س) - (\mu)^2$

$$= (٠,٤٣ \times ١^2) + (٠,٢٩ \times ٢^2) + (٠,١٧ \times ٣^2) + (٠,٠٩ \times ٤^2) + (٠,٠٢ \times ٥^2) - (١,٩٨)^2$$

$$= (٠,٤٣ + ١,١٦ + ١,٥٣ + ١,٤٤ + ٠,١٠) - ٣,٩٢٠٤$$

$$= ٣,٦٦ - ٣,٩٢٠٤$$

$$= -٠,٢٦٠٤$$

ج) الانحراف المعياري (σ) = $\sqrt{\text{التباين}}$

$$= \sqrt{-٠,٢٦٠٤}$$

$$= ٠,٥١٠٤$$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع



حاول أن تحل (11) : الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س .
صفحة 27

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٢	٠,١	٠,٣	٠,١	٠,٣

أوجد : أ) التوقع (μ) .

ب) التباين (σ^2) .

ج) الانحراف المعياري (σ) .

أ) التوقع $\mu = \sum س د (س) =$

$$= (١ \times ٠,٢) + (٢ \times ٠,١) + (٣ \times ٠,٣) + (٤ \times ٠,١) + (٥ \times ٠,٣) =$$

$$= ٠,٢ + ٠,٢ + ٠,٩ + ٠,٤ + ١,٥ =$$

$$= ٣,٢$$

ب) التباين $(\sigma^2) = \sum س^٢ د (س) - \mu^٢ =$

$$= (١^٢ \times ٠,٢) + (٢^٢ \times ٠,١) + (٣^٢ \times ٠,٣) + (٤^٢ \times ٠,١) + (٥^٢ \times ٠,٣) - (٣,٢)^٢ =$$

$$= (٠,٢ + ٠,٤ + ٢,٧ + ١,٦ + ٧,٥) - ١٠,٢٤ =$$

$$= ١٢,٤ - ١٠,٢٤ =$$

$$= ٢,١٦$$

ج) الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{\text{التباين}} =$

$$= \sqrt{٢,١٦} =$$

$$= ١,٤٦٦$$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي منقطع

مثال (12) : الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س .
صفحة 28

س	٣	٤	٥
د (س)	٠,٥	٠,٣	٠,٢

أوجد : ت (٢) ، ت (٣) ، ت (٤) ، ت (٤,٥) ، ت (٥) ، ت (٧) .
حيث ت دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي س .

$$\begin{aligned} \text{ت (٥)} &= \text{د (٥)} \\ &= \text{د (٣)} + \text{د (٤)} + \text{د (٥)} \\ &= ٠,٥ + ٠,٣ + ٠,٢ \\ &= ٠,٨ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت (٢)} &= \text{د (٢)} \\ \text{ت (٢)} &= \text{د (٢)} \\ &= \text{د (٢)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت (٥)} &= \text{د (٥)} \\ &= \text{د (٣)} + \text{د (٤)} + \text{د (٥)} \\ &= ٠,٥ + ٠,٣ + ٠,٢ \\ &= ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت (٣)} &= \text{د (٣)} \\ &= \text{د (٣)} \\ &= ٠,٥ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت (٧)} &= \text{د (٧)} \\ &= \text{د (٣)} + \text{د (٤)} + \text{د (٥)} + \text{د (٧)} \\ &= ٠,٥ + ٠,٣ + ٠,٢ + ٠ \\ &= ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت (٤)} &= \text{د (٤)} \\ &= \text{د (٣)} + \text{د (٤)} \\ &= ٠,٥ + ٠,٣ \\ &= ٠,٨ \end{aligned}$$

اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



حاول أن تحل (12) : الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س .
صفحة 29

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٤٣	٠,٢٩	٠,١٧	٠,٠٩	٠,٠٢

أوجد: ت (١) ، ت (٣,٥) ، ت (٤) ، ت (٥) .
حيث ت دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي س .

$$ت (٢) = ل (س \geq ٢)$$

$$ت (١) = ل (س \geq ١)$$

$$= ل (س = ١) + ل (س > ١)$$

$$= د (١) + ل (س > ١)$$

$$= ٠,٤٣ + ٠,٠٩$$

$$= ٠,٥٢$$

$$ت (٣,٥) = ل (س \geq ٣,٥)$$

$$= ل (س = ٣,٥) + ل (س = ٤) + ل (س = ٥)$$

$$= د (٣,٥) + د (٤) + د (٥)$$

$$= ٠,١٧ + ٠,٠٩ + ٠,٠٢$$

$$= ٠,٢٨$$

$$ت (٤) = ل (س \geq ٤)$$

$$= ل (س = ٤) + ل (س = ٥)$$

$$= د (٤) + د (٥)$$

$$= ٠,٠٩ + ٠,٠٢$$

$$= ٠,١١$$

$$ت (٥) = ل (س \geq ٥)$$

$$= د (٥)$$

$$= ٠,٠٢$$

$$= ٠,٠٢$$



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ ٢٠٢٢ م
الموضوع	



بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي المنقطع سـ

مثال (13) : الجدول التالي يبين دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المنقطع سـ .
صفحة 29

س	١	٢	٣	٥
ت (س)	٠,١٥	٠,٢	٠,٦	١

أوجد :

أ) ل (١ > س > ٣) . ب) ل (٢ ≤ س ≤ ٥) . ج) ل (س < ٢) .

أ) ل (١ > س > ٣) = ت (٣) - ت (١)

= ٠,٦ - ٠,١٥ = ٠,٤٥

ب) ل (٢ ≤ س ≤ ٥) = ت (٥) - ت (٢)

= ١ - ٠,٢ = ٠,٨

ج) ل (س < ٢) = ١ - ت (٢)

= ١ - ٠,٢ = ٠,٨

حاول أن تحل (13) : الجدول التالي يبين دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المنقطع سـ .
صفحة 30

أي قيمة أكبر
س = ٤
ت (٥) = ١

س	١	٢	٣	٤
ت (س)	٠,٢٥	٠,٤	٠,٦٥	١

أوجد :

أ) ل (٤ > س > ٥) . ب) ل (س < ٣) .

أ) ل (٤ > س > ٥) = ت (٥) - ت (٤)

= ١ - ٠,٦٥ = ٠,٣٥

ب) ل (س < ٣) = ١ - ت (٣)

= ١ - ٠,٦٥ = ٠,٣٥



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م
الموضوع

توزيع ذات الحدين

مثال (15) : إذا كان s متغيراً عشوائياً ذو حدين ومعلمتيه هما : $n = 7$ ، $l = 1$ ،
 صفحة 33 أوجد : ل ($s = 0$) ، ل ($s \geq 1$) .

ن = ٧

ل ($s = 0$) = $\binom{7}{0} (1)^0 (0)^7 = 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0$

ل ($s = 1$) = $\binom{7}{1} (1)^1 (0)^6 = 7 \cdot 1 \cdot 0 = 0$

ل ($s \geq 1$) = $1 - 0 = 1$

حل آخر : ل ($s = 0$) = $\binom{7}{0} (1)^0 (0)^7 = 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0$

ل ($s = 1$) = $\binom{7}{1} (1)^1 (0)^6 = 7 \cdot 1 \cdot 0 = 0$

باستخدام جدول الاحتمالات في توزيع ذات الحدين : ل ($s = 0$) = 0 و ل ($s = 1$) = 0

ل ($s \geq 1$) = $1 - 0 = 1$

ل ($s = 0$) + ل ($s = 1$) = $0 + 0 = 0$

حاول أن تحل (15) : إذا كان s متغيراً عشوائياً ذو حدين ومعلمتيه هما : $n = 8$ ، $l = 2$ ،
 صفحة 34 أوجد : ل ($s = 2$) ، ل ($s \geq 2$) .

ل ($s = 2$) = $\binom{8}{2} (1)^2 (0)^6 = 28 \cdot 1 \cdot 0 = 0$

باستخدام جدول الاحتمالات في توزيع ذات الحدين : ل ($s = 2$) = 0 و ل ($s = 3$) = 0

ل ($s \geq 2$) = $1 - 0 = 1$

ل ($s \geq 2$) = $1 - 0 = 1$

ل ($s = 2$) = 0 و ل ($s = 3$) = 0

باستخدام جدول الاحتمالات في توزيع ذات الحدين :

ل ($s = 2$) = 0 و ل ($s = 3$) = 0

ل ($s \geq 2$) = $1 - 0 = 1$

ل ($s \geq 2$) = 1

1404



اليوم	التاريخ	الوحدة
.....	١ ٢٠٢٢ م
الموضوع		



توزيع ذات الحدين

مثال (16) : في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات متتالية. احسب احتمال ظهور صورة ٥ مرات

صفحة 34

حل آخر

$$P(X=5) = \binom{8}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{8!}{5!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$P(X=5) = \frac{8!}{5!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{1}{256} = 56 \times \frac{1}{256} = \frac{7}{32}$$

$$P(X=5) = \frac{7}{32}$$

بواسطة جدول الاحتمالات في توزيع ذات الحدين

$$\frac{1}{8} \times \frac{1}{32} \times 56 =$$

٥٦/٢٥٦

$$P(X=5) = \frac{7}{32}$$

حاول أن تحل (16) : في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ١٠ مرات متتالية. احسب احتمال ظهور كتابة ٤ مرات

صفحة 34

حل آخر

$$P(X=4) = \binom{10}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{10!}{4!6!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$P(X=4) = \frac{10!}{4!6!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{1}{1024} = 210 \times \frac{1}{1024} = \frac{105}{512}$$

$$P(X=4) = \frac{105}{512}$$

بواسطة جدول الاحتمالات في توزيع ذات الحدين

$$\frac{1}{76} \times \frac{1}{17} \times 10 =$$

١٠/٧٦

$$P(X=4) = \frac{105}{512}$$



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ ٢٠٢٢ م
الموضوع	



التوقع والتباين للتوزيع ذات الحدين

مثال (18) : ينتج مصنع سيارات ٢٠٠ سيارة يوميا ، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة ٠,٠١ .
صفحة 36

فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد .

$$n = 200$$

نفسه $n =$ عدد السيارات المعيبة في اليوم الواحد
 $p =$ نسبة إنتاج السيارات المعيبة في اليوم الواحد

$$p = 0.01 \quad q = 1 - p = 0.99$$

* التوقع $E(X) = np = 200 \times 0.01 = 2$
 * الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200 \times 0.01 \times 0.99} = 1.98$

$$\sqrt{1.98} =$$

$$1.4071$$

* التباين $V(X) = npq = 200 \times 0.01 \times 0.99 = 1.98$

$$1.98 = (2 - 1) \times 200 \times 0.01 \times 0.99 =$$

حاول أن تحل (18) : ينتج مصنع سيارات ٣٥٠ سيارة يوميا ، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة ٠,٠٢ .
صفحة 36

فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد .

$$n = 350$$

$n =$ عدد سيارات المعيبة في اليوم الواحد
 $p =$ نسبة إنتاج السيارات المعيبة في اليوم الواحد

$$p = 0.02 \quad q = 1 - p = 0.98$$

* التوقع $E(X) = np = 350 \times 0.02 = 7$
 * الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{350 \times 0.02 \times 0.98} = 2.619$

$$\sqrt{2.619} =$$

$$1.618$$

* التباين $V(X) = npq = 350 \times 0.02 \times 0.98 = 6.86$

$$6.86 = (7 - 1) \times 350 \times 0.02 \times 0.98 =$$

$$6.86 =$$

H.L.



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ ٢٠٢٢ م
الموضوع		



مثال (19) : في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٥ مرات .
صفحة 37

أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور "صورة" .

$n = 5$ ، $p =$ ظهور صورة ، $q =$ احتمال ظهور صورة

$$p = \frac{1}{2} \quad q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

* التوقع $\mu = n \cdot p = 5 \cdot \frac{1}{2} = 2.5$

$$= 2.5$$

* التباين $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1.25$

$$= 1.25$$

* الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{1.25} = 1.118$

$$= 1.118$$

حاول أن تحل (19) : في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات .
صفحة 37

أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور "صورة" .

$n = 8$ ، $p =$ ظهور صورة ، $q =$ احتمال ظهور صورة

$$p = \frac{1}{2} \quad q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

* التوقع $\mu = n \cdot p = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$

$$= 4$$

$$= 4$$

* الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{4} = 2$

$$= 2$$

* التباين $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2$

$$= 2$$

$$= 2$$

$$= 2$$



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ ٢٠٢٣ م	H.O.L.
الموضوع	



حاول أن تحل (20) : ٧٠٪ من زبائن مطعم ما أفادوا بأن الطعام قد أعجبهم وسيقصدونه مرة أخرى ، من بين ١٠٠ زبون .
صفحة 37

أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري .

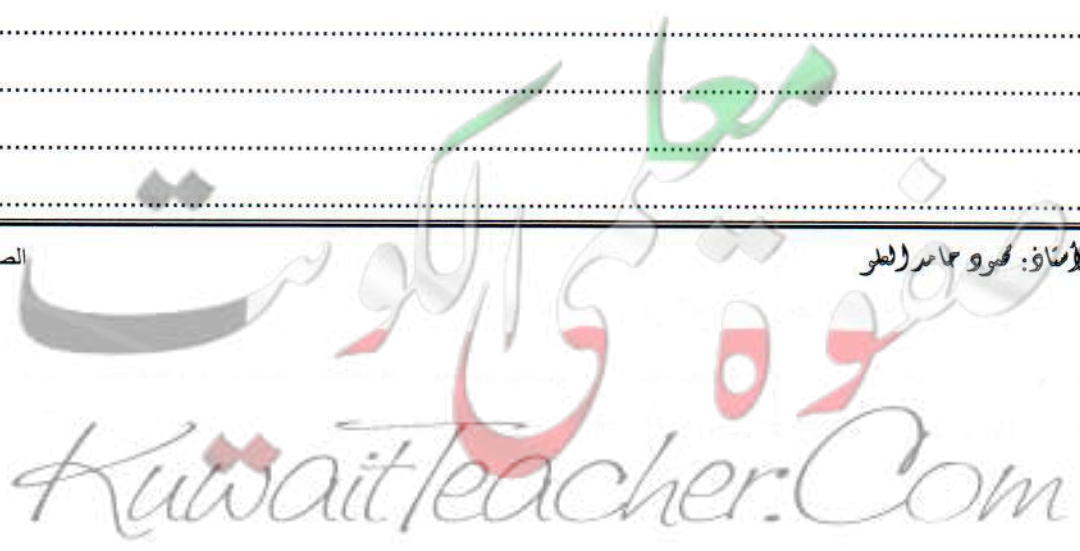
$$n = 100$$

$$L = 60 = \frac{60}{100} \times 100$$

التوقع = ٦٠ = $\frac{60}{100} \times 100$

التباين = $\frac{60(100-60)}{100} = 2400$

الانحراف المعياري = $\sqrt{2400} = 48.99$



الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: د(س)

ل											س	ن
٠,٩٥	٠,٩	٠,٨	٠,٧	٠,٦	٠,٥	٠,٤	٠,٣	٠,٢	٠,١	٠,٠٥		
٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٤٠	٠,٠٩٠	٠,١٦٠	٠,٢٥٠	٠,٣٦٠	٠,٤٩٠	٠,٦٤٠	٠,٨١٠	٠,٩٠٢	٠	٢
٠,٠٩٥	٠,١٨٠	٠,٣٢٠	٠,٤٢٠	٠,٤٨٠	٠,٥٠٠	٠,٤٨٠	٠,٤٢٠	٠,٣٢٠	٠,١٨٠	٠,٠٩٥	١	
٠,٠٩٠٢	٠,٠٨١٠	٠,٠٦٤٠	٠,٠٤٩٠	٠,٠٣٦٠	٠,٠٢٥٠	٠,٠١٦٠	٠,٠٠٩٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠١٠	٠,٠٠٠٢	٢	
	٠,٠٠١	٠,٠٠٨	٠,٠٢٧	٠,٠٦٤	٠,١٢٥	٠,٢١٦	٠,٣٤٣	٠,٥١٢	٠,٧٢٩	٠,٨٥٧	٠	٣
٠,٠٠٧	٠,٠٢٧	٠,٠٩٦	٠,١٨٩	٠,٢٨٨	٠,٣٧٥	٠,٤٣٢	٠,٤٤١	٠,٣٨٤	٠,٢٤٣	٠,١٣٥	١	
٠,١٣٥	٠,٢٤٣	٠,٣٨٤	٠,٤٤١	٠,٤٣٢	٠,٣٧٥	٠,٢٨٨	٠,١٨٩	٠,٠٩٦	٠,٠٢٧	٠,٠٠٧	٢	
٠,٨٥٧	٠,٧٢٩	٠,٥١٢	٠,٣٤٣	٠,٢١٦	٠,١٢٥	٠,٠٦٤	٠,٠٢٧	٠,٠٠٨	٠,٠٠١		٣	
		٠,٠٠٢	٠,٠٠٨	٠,٠٢٦	٠,٠٦٢	٠,١٣٠	٠,٢٤٠	٠,٤١٠	٠,٦٥٦	٠,٨١٥	٠	٤
	٠,٠٠٤	٠,٠٢٦	٠,٠٧٦	٠,١٥٤	٠,٢٥٠	٠,٣٤٦	٠,٤١٢	٠,٤١٠	٠,٢٩٢	٠,١٧١	١	
٠,٠١٤	٠,٠٤٩	٠,١٥٤	٠,٢٦٥	٠,٣٤٦	٠,٣٧٥	٠,٣٤٦	٠,٢٦٥	٠,١٥٤	٠,٠٤٩	٠,٠١٤	٢	
٠,١٧١	٠,٢٩٢	٠,٤١٠	٠,٤١٢	٠,٣٤٦	٠,٢٥٠	٠,١٥٤	٠,٠٧٦	٠,٠٢٦	٠,٠٠٤		٣	
٠,٨١٥	٠,٦٥٦	٠,٤١٠	٠,٢٤٠	٠,١٣٠	٠,٠٦٢	٠,٠٢٦	٠,٠٠٨	٠,٠٠٢			٤	
			٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٣١	٠,٠٧٨	٠,١٦٨	٠,٣٢٨	٠,٥٩٠	٠,٧٧٤	٠	٥
		٠,٠٠٦	٠,٠٢٨	٠,٠٧٧	٠,١٥٦	٠,٢٥٩	٠,٣٦٠	٠,٤١٠	٠,٣٢٨	٠,٢٠٤	١	
٠,٠٠١	٠,٠٠٨	٠,٠٥١	٠,١٣٢	٠,٢٣٠	٠,٣١٢	٠,٣٤٦	٠,٣٠٩	٠,٢٠٥	٠,٠٧٣	٠,٠٢١	٢	
٠,٠٢١	٠,٠٧٣	٠,٢٠٥	٠,٣٠٩	٠,٣٤٦	٠,٣١٢	٠,٢٣٠	٠,١٣٢	٠,٠٥١	٠,٠٠٨	٠,٠٠١	٣	
٠,٢٠٤	٠,٣٢٨	٠,٤١٠	٠,٣٦٠	٠,٢٥٩	٠,١٥٦	٠,٠٧٧	٠,٠٢٨	٠,٠٠٦			٤	
٠,٧٧٤	٠,٥٩٠	٠,٣٢٨	٠,١٦٨	٠,٠٧٨	٠,٠٣١	٠,٠١٠	٠,٠٠٢				٥	
			٠,٠٠١	٠,٠٠٤	٠,٠١٦	٠,٠٤٧	٠,١١٨	٠,٢٦٢	٠,٥٣١	٠,٧٣٥	٠	٦
		٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٣٧	٠,٠٩٤	٠,١٨٧	٠,٣٠٣	٠,٣٩٣	٠,٣٥٤	٠,٢٣٢	١	
	٠,٠٠١	٠,٠١٥	٠,٠٦٠	٠,١٣٨	٠,٢٣٤	٠,٣١١	٠,٣٢٤	٠,٢٤٦	٠,٠٩٨	٠,٠٣١	٢	
٠,٠٠٢	٠,٠١٥	٠,٠٨٢	٠,١٨٥	٠,٢٧٦	٠,٣١٢	٠,٢٧٦	٠,١٨٥	٠,٠٨٢	٠,٠١٥	٠,٠٠٢	٣	
٠,٠٣١	٠,٠٩٨	٠,٢٤٦	٠,٣٢٤	٠,٣١١	٠,٢٣٤	٠,١٣٨	٠,٠٦٠	٠,٠١٥	٠,٠٠١		٤	
٠,٢٣٢	٠,٣٥٤	٠,٣٩٣	٠,٣٠٣	٠,١٨٧	٠,٠٩٤	٠,٠٣٧	٠,٠١٠	٠,٠٠٢			٥	
٠,٧٣٥	٠,٥٣١	٠,٢٦٢	٠,١١٨	٠,٠٤٧	٠,٠١٦	٠,٠٠٤	٠,٠٠١				٦	
				٠,٠٠٢	٠,٠٠٨	٠,٠٢٨	٠,٠٨٢	٠,٢١٠	٠,٤٧٨	٠,٦٩٨	٠	٧
		٠,٠٠٤	٠,٠١٧	٠,٠٥٥	٠,١٣١	٠,٢٤٧	٠,٣٦٧	٠,٣٧٢	٠,٣٧٢	٠,٢٥٧	١	
		٠,٠٠٤	٠,٠٢٥	٠,٠٧٧	٠,١٦٤	٠,٢٦١	٠,٣١٨	٠,٢٧٥	٠,١٢٤	٠,٠٤١	٢	
	٠,٠٠٣	٠,٠٢٩	٠,٠٩٧	٠,١٩٤	٠,٢٧٣	٠,٢٩٠	٠,٢٢٧	٠,١١٥	٠,٠٢٣	٠,٠٠٤	٣	
٠,٠٠٤	٠,٠٢٣	٠,١١٥	٠,٢٢٧	٠,٢٩٠	٠,٢٧٣	٠,١٩٤	٠,٠٩٧	٠,٠٢٩	٠,٠٠٣		٤	
٠,٠٤١	٠,١٢٤	٠,٢٧٥	٠,٣١٨	٠,٢٦١	٠,١٦٤	٠,٠٧٧	٠,٠٢٥	٠,٠٠٤			٥	
٠,٢٥٧	٠,٣٧٢	٠,٣٦٧	٠,٢٤٧	٠,١٣١	٠,٠٥٥	٠,٠١٧	٠,٠٠٤				٦	
٠,٦٩٨	٠,٤٧٨	٠,٢١٠	٠,٠٨٢	٠,٠٢٨	٠,٠٠٨	٠,٠٠٢					٧	

جدول (١)

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: د(س)

ل											س	ن
٠,٩٥	٠,٩	٠,٨	٠,٧	٠,٦	٠,٥	٠,٤	٠,٣	٠,٢	٠,١	٠,٠٥		
				٠,٠٠١	٠,٠٠٤	٠,٠١٧	٠,٠٥٨	٠,١٦٨	٠,٤٣٠	٠,٦٦٣	٠	٨
			٠,٠٠١	٠,٠٠٨	٠,٠٣١	٠,٠٩٠	٠,١٩٨	٠,٣٣٦	٠,٣٨٣	٠,٢٧٩	١	
		٠,٠٠١	٠,٠١٠	٠,٠٤١	٠,١٠٩	٠,٢٠٩	٠,٢٩٦	٠,٢٩٤	٠,١٤٩	٠,٠٥١	٢	
		٠,٠٠٩	٠,٠٤٧	٠,١٢٤	٠,٢١٩	٠,٢٧٩	٠,٢٥٤	٠,١٤٧	٠,٠٣٣	٠,٠٠٥	٣	
	٠,٠٠٥	٠,٠٤٦	٠,١٣٦	٠,٢٣٢	٠,٢٧٣	٠,٢٣٢	٠,١٣٦	٠,٠٤٦	٠,٠٠٥		٤	
٠,٠٠٥	٠,٠٣٣	٠,١٤٧	٠,٢٥٤	٠,٢٧٩	٠,٢١٩	٠,١٢٤	٠,٠٤٧	٠,٠٠٩			٥	
٠,٠٥١	٠,١٤٩	٠,٢٩٤	٠,٢٩٦	٠,٢٠٩	٠,١٠٩	٠,٠٤١	٠,٠١٠	٠,٠٠١			٦	
٠,٢٧٩	٠,٣٨٣	٠,٣٣٦	٠,١٩٨	٠,٠٩٠	٠,٠٣١	٠,٠٠٨	٠,٠٠١				٧	
٠,٦٦٣	٠,٤٣٠	٠,١٦٨	٠,٠٥٨	٠,٠١٧	٠,٠٠٤	٠,٠٠١					٨	
					٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٤٠	٠,١٣٤	٠,٣٨٧	٠,٦٣٠	٠	٩
				٠,٠٠٤	٠,٠١٨	٠,٠٦٠	٠,١٥٦	٠,٣٠٢	٠,٣٨٧	٠,٢٩٩	١	
			٠,٠٠٤	٠,٠٢١	٠,٠٧٠	٠,١٦١	٠,٢٦٧	٠,٣٠٢	٠,١٧٢	٠,٠٦٣	٢	
		٠,٠٠٣	٠,٠٢١	٠,٠٧٤	٠,١٦٤	٠,٢٥١	٠,٢٦٧	٠,١٧٦	٠,٠٤٥	٠,٠٠٨	٣	
	٠,٠٠١	٠,٠١٧	٠,٠٧٤	٠,١٦٧	٠,٢٤٦	٠,٢٥١	٠,١٧٢	٠,٠٦٥	٠,٠٠٧	٠,٠٠١	٤	
٠,٠٠١	٠,٠٠٧	٠,٠٦٦	٠,١٧٢	٠,٢٥١	٠,٢٤٦	٠,١٦٧	٠,٠٧٤	٠,٠١٧	٠,٠٠١		٥	
٠,٠٠٨	٠,٠٤٥	٠,١٧٦	٠,٢٦٧	٠,٢٥١	٠,١٦٤	٠,٠٧٤	٠,٠٢١	٠,٠٠٣			٦	
٠,٠٦٣	٠,١٧٢	٠,٣٠٢	٠,٢٦٧	٠,١٦١	٠,٠٧٠	٠,٠٢١	٠,٠٠٤				٧	
٠,٢٩٩	٠,٣٨٧	٠,٣٠٢	٠,١٥٦	٠,٠٦٠	٠,٠١٨	٠,٠٠٤					٨	
٠,٦٣٠	٠,٣٨٧	٠,١٣٤	٠,٠٤٠	٠,٠١٠	٠,٠٠٢						٩	
					٠,٠٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٢٨	٠,١٠٧	٠,٣٤٩	٠,٥٩٩	٠	١٠
				٠,٠٠٢	٠,٠١٠	٠,٠٤٠	٠,١٢١	٠,٢٦٨	٠,٣٨٧	٠,٣١٥	١	
			٠,٠٠١	٠,٠١١	٠,٠٤٤	٠,١٢١	٠,٢٣٣	٠,٣٠٢	٠,١٩٤	٠,٠٧٥	٢	
		٠,٠٠١	٠,٠٠٩	٠,٠٤٢	٠,١١٧	٠,٢١٥	٠,٢٦٧	٠,٢٠١	٠,٠٥٧	٠,٠١٠	٣	
		٠,٠٠٦	٠,٠٣٧	٠,١١١	٠,٢٠٥	٠,٢٥١	٠,٢٠٠	٠,٠٨٨	٠,٠١١	٠,٠٠١	٤	
	٠,٠٠١	٠,٠٢٦	٠,١٠٣	٠,٢٠١	٠,٢٤٦	٠,٢٠١	٠,١٠٣	٠,٠٢٦	٠,٠٠١		٥	
٠,٠٠١	٠,٠١١	٠,٠٨٨	٠,٢٠٠	٠,٢٥١	٠,٢٠٥	٠,١١١	٠,٠٣٧	٠,٠٠٦			٦	
٠,٠١٠	٠,٠٥٧	٠,٢٠١	٠,٢٦٧	٠,٢١٥	٠,١١٧	٠,٠٤٢	٠,٠٠٩	٠,٠٠١			٧	
٠,٠٧٥	٠,١٩٤	٠,٣٠٢	٠,٢٣٣	٠,١٢١	٠,٠٤٤	٠,٠١١	٠,٠٠١				٨	
٠,٣١٥	٠,٣٨٧	٠,٢٦٨	٠,١٢١	٠,٠٤٠	٠,٠١٠	٠,٠٠٢					٩	
٠,٥٩٩	٠,٣٤٩	٠,١٠٧	٠,٠٢٨	٠,٠٠٦	٠,٠٠١						١٠	

جدول (٢)



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م	H.O.L.
الموضوع

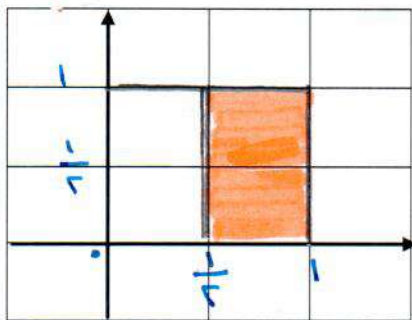


تمارين (٤-١ - ب) المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)

مثال (22) : إذا كان S متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :
 عندما $0 \leq S \leq 1$
 صفر في ما عدا ذلك } $D(S) =$

د (س)

أوجد : أ) $P(1/4 \leq S \leq 1)$. ب) $P(S \geq 1/4)$.

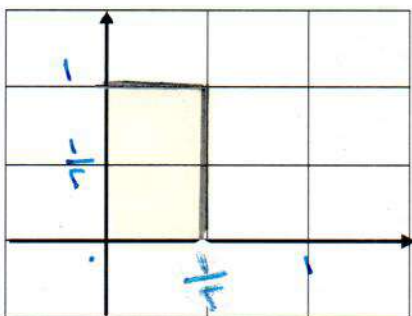


(أ)
 $P(1/4 \leq S \leq 1) =$ مساحة المنطقة المطلوبة
 $1 \times 1/4 =$
 $1/4 =$

ب)

ب) $P(S \geq 1/4) =$ مساحة المنطقة المطلوبة
 $1 \times 1/4 =$
 $1/4 =$

د (س)



س



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م	H.O.L.
الموضوع



حاول أن تحل (22) : إذا كان s متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :
صفحة 40

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ عندما } 0 \leq s \leq 2 \\ \text{صفر في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = (s)$$

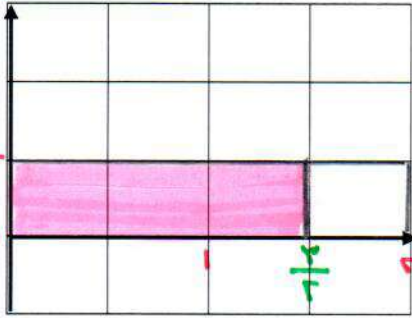
أوجد : (أ) $P(s \geq \frac{3}{2})$. (ب) $P(s \leq \frac{3}{2})$.

(أ) $P(s \geq \frac{3}{2}) = \text{مساحة المنطقة المطلوبة}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

س

(دس)



(ب)

(ب) $P(s \leq \frac{3}{2}) = \text{مساحة المنطقة المطلوبة}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

س

(دس)





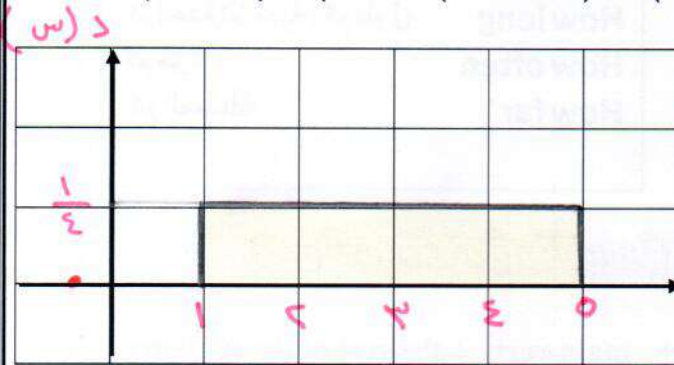
اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م	H.O.L.
الموضوع	



مثال (23) : إذا كان S متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :
صفحة 41

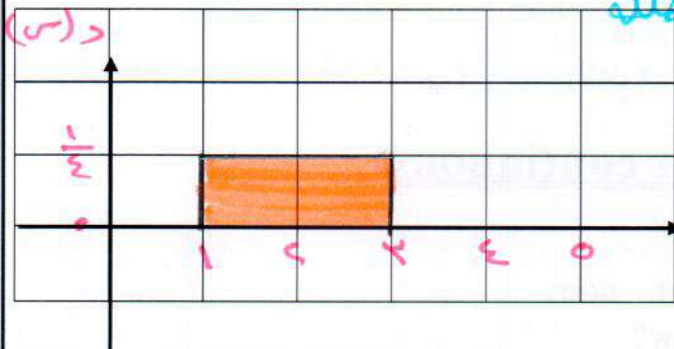
$$d(S) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{عندما } 1 \leq S \leq 5 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد : (أ) $P(1 < S < 5)$. (ب) $P(S > 3)$. (ج) $P(S \leq 1,5)$. (د) $P(S = 2)$.



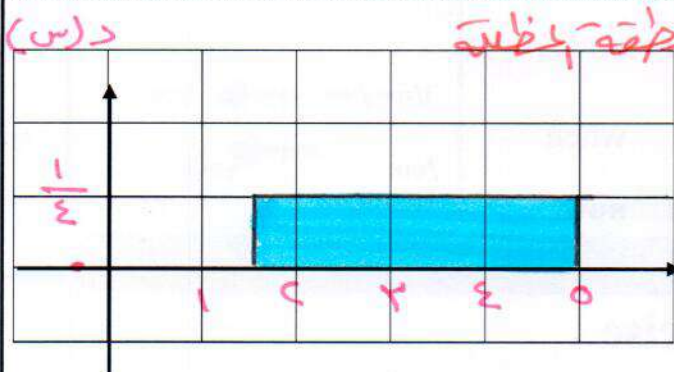
(أ) $P(1 < S < 5) =$ مساحة المنطقة المظلمة

$$\frac{1}{4} \times 4 = 1$$



(ب) $P(S > 3) =$ مساحة المنطقة المظلمة

$$\frac{1}{4} \times (5 - 3) = \frac{1}{2}$$



(ج) $P(S \leq 1,5) =$ مساحة المنطقة المظلمة

$$\frac{1}{4} \times (1,5 - 1) = \frac{1}{8}$$

(د) $P(S = 2) =$ عرض المنطقة المظلمة



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م
الموضوع	



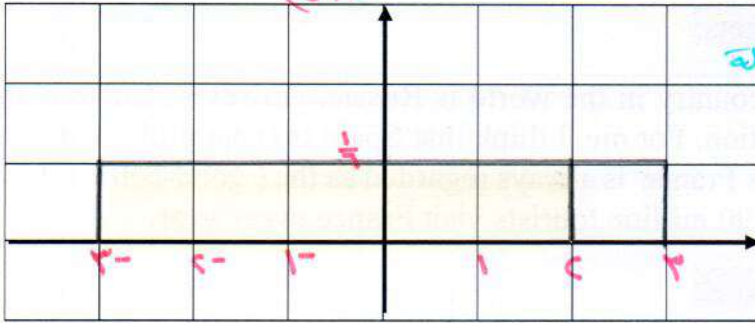
H.O.L.

حاول أن تحل (23) : إذا كان s متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :
صفحة 41

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{6} \text{ عندما } -3 \leq s \leq 3 \\ \text{صفر في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = (s)$$

أوجد : (أ) $L(s > 2)$. (ب) $L(-1 < s < 1)$. (ج) $L(s = \text{صفر})$.

(دس)



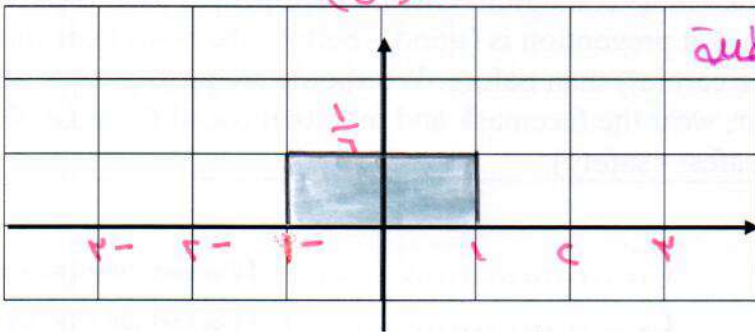
(أ) $L(s > 2) =$ مساحة المنطقة المظلمة

$$\frac{1}{6} \times 0 =$$

$$\frac{0}{6} =$$

س

(دس)



(ب) $L(-1 < s < 1) =$ مساحة المنطقة المظلمة

$$\frac{1}{6} \times 2 =$$

$$\frac{2}{6} =$$

س

(ج) $L(s = \text{صفر}) =$ صفر



اليوم

التاريخ

الحصة

١ ٢٠٢٣ م

الموضوع

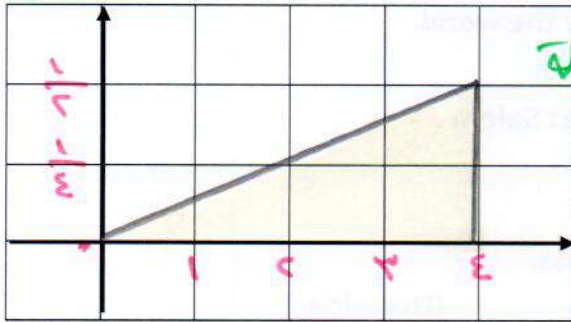
H.L.

مثال (24) :
صفحة 42

إذا كان s متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :
 $\frac{1}{8} s$ عندما $0 \leq s \leq 4$
صفر في ما عدا ذلك
د (س) =

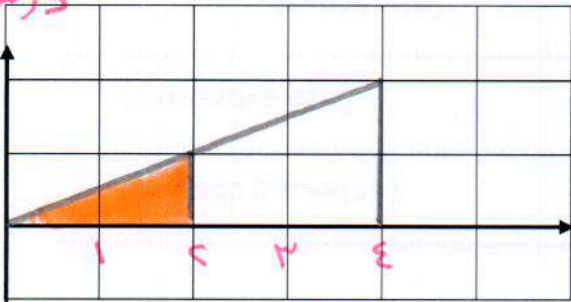
أوجد : (أ) ل ($0 \leq s \leq 4$) . (ب) ل ($s \geq 2$) . (ج) ل ($s < 2$) .

د (س)



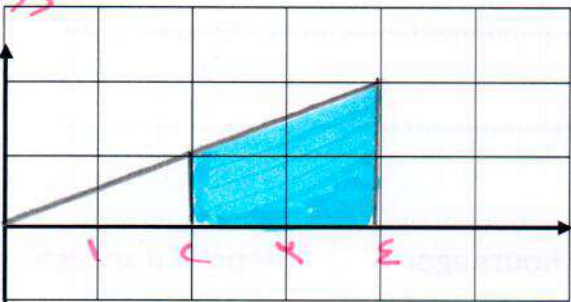
ل ($0 \leq s \leq 4$) = مساحة المنطقة المظلمة
= مساحة المنطقة المظلمة
= $\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$
 $\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{2} = 1$

د (س)



ل ($s \geq 2$) = مساحة المنطقة المظلمة
= مساحة المنطقة المظلمة
= $\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

د (س)



ل ($s < 2$) = 1 - ل ($s \geq 2$)
= مساحة المنطقة المظلمة
= $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



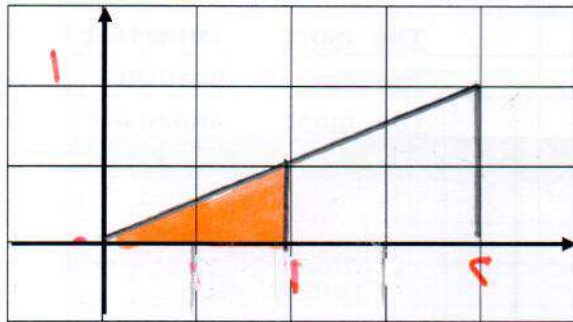
اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م	H.O.L.
الموضوع		



حاول أن تحل (24) : إذا كان s متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :
صفحة 42

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} s \text{ عندما } 0 \leq s \leq 2 \\ \text{صفر في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = f(s)$$

أوجد : (أ) $L(s > 1)$. (ب) $L(s \leq 1)$. (ج) $L(s = 1)$. (د) $L(s)$



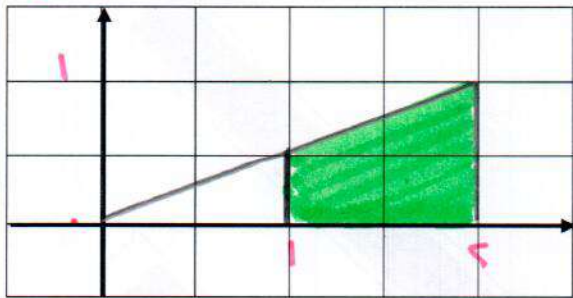
(أ) $L(s > 1) =$ مساحة المنطقة المظلمة

$$= \text{مساحة المنطقة المثلثية} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4}$$

(د) $L(s)$



(ب) $L(s \leq 1) =$ مساحة المنطقة المظلمة

$$= \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(ج) $L(s = 1) =$ صفر



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م
الموضوع	



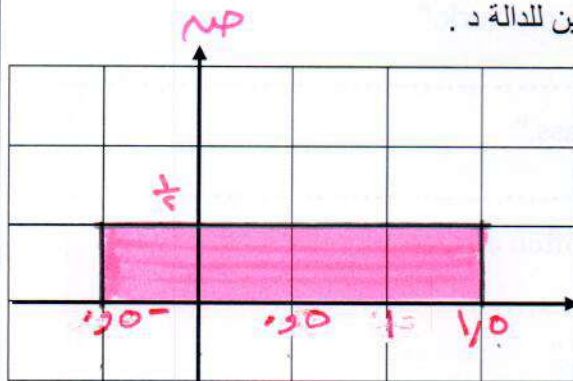
H.O.L

مثال (26) : لتكن الدالة د :
صفحة 44

$$D(s) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{عندما } -0.5 \leq s \leq 1.5 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(أ) أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال .

(ب) أوجد ل (-0.2 ≤ s ≤ 0.3) . (ج) أوجد التوقع والتباين للدالة د .

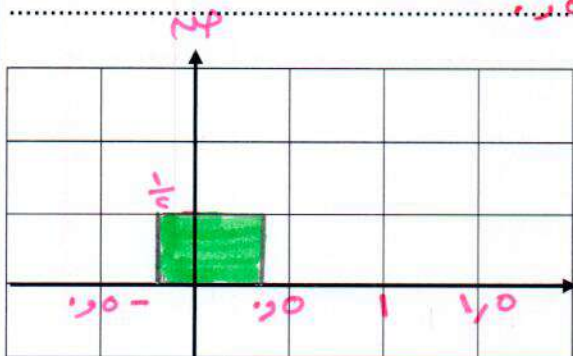


(أ) مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض
 $\frac{1}{2} \times 2 = 1$
 إذن هي دالة كثافة احتمال

(ب) ل (-0.2 ≤ s ≤ 0.3) = مساحة المنطقة المستطيلة

$$= (0.3 - (-0.2)) \times 0.5 = 0.25$$

$$= 0.25$$



(ج) التوقع = $\frac{a+b}{2}$

$$= \frac{1.5 + (-0.5)}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(2)^2}{12} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{(1.5 - (-0.5))^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{(1.5 - (-0.5))^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م	H.O.L.
الموضوع		

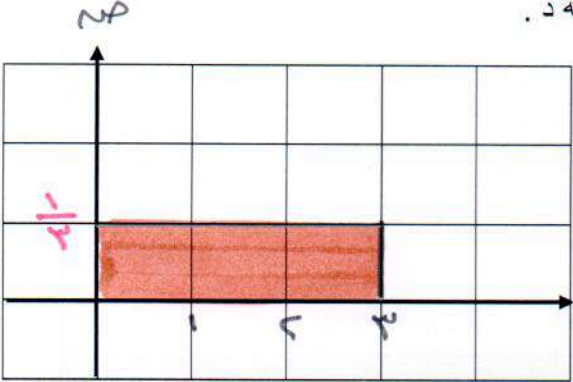


حاول أن تحل (26) : لتكن الدالة د :
صفحة 45

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} \\ 3 \\ \text{صفر} \end{array} \right\} \text{عندما } 0 \leq s \leq 3 \text{ في ما عدا ذلك}$$

أ) أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال .

ب) أوجد ل (1 ≤ s ≤ 2) . ج) أوجد التوقع والتباين للدالة د .

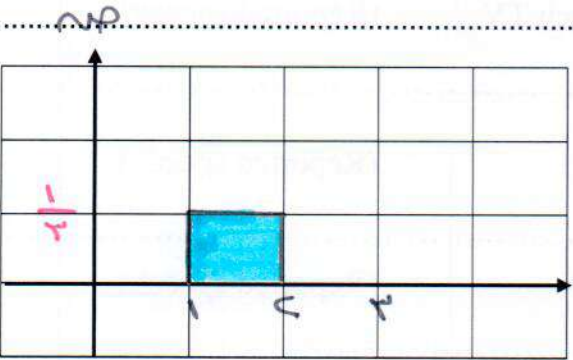


٢) مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض

$$\frac{1}{3} \times 3 = 1$$

منه البرهان هو دالة كثافة احتمال

ب) ل (1 ≤ s ≤ 2) = مساحة المنطقة المستطيلة



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1$$

ج) التوقع = $\frac{p+b}{2}$

$$\frac{2+0}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

التباين = $\frac{(p-b)^2}{12}$

$$\frac{(2-0)^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



اليوم	التاريخ	الوحدة
.....	١ / ٢٠٢٣ م	H.O.L.
الموضوع	

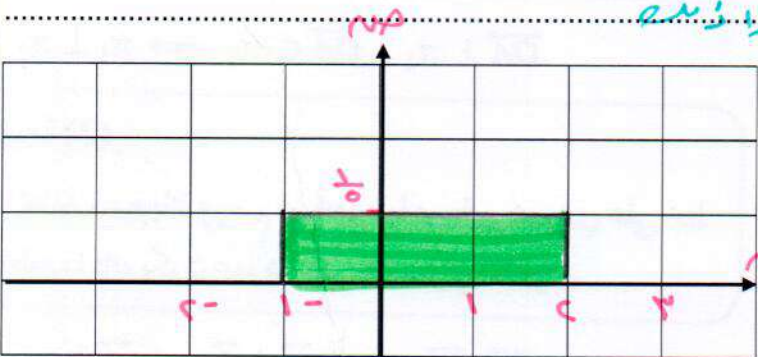
حاول أن تحل (25) : لتكن الدالة د :
صفحة 44

$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{5} & \text{عندما } 2 \leq س \leq 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

- (أ) أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال . (ب) أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم .
(ج) أوجد ل (1- ≤ س ≤ 2) . (د) أوجد التوقع والتباين للدالة د .



(أ) مساهمة المنطقة =
الطول × العرض = $\frac{1}{5} \times 1 = 1$
هذه الدالة هي دالة كثافة احتمال.
(ب) $2 - 1 = 1$
 $1 = 1$
نسبة ب = $\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$



هذه الدالة د(س) = $\frac{1}{5}$ في ما عدا ذلك
: الدالة يمكن وضعها على الصورة:
د(س) = $\frac{1}{b-a}$: $1 \leq س \leq 2$
في ما عدا ذلك : $\frac{1}{b-a}$

(ج) ل (1- ≤ س ≤ 2) = مساهمة المنطقة بظللة
 $\frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$

(د) التوقع = $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(ج) أوجد التباين

$\frac{(2-1)^2}{12} = \frac{1}{12}$

$\frac{(2-1)^2}{12} = \frac{1}{12}$

$\frac{1}{12}$

$\frac{1}{12}$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م
الموضوع	



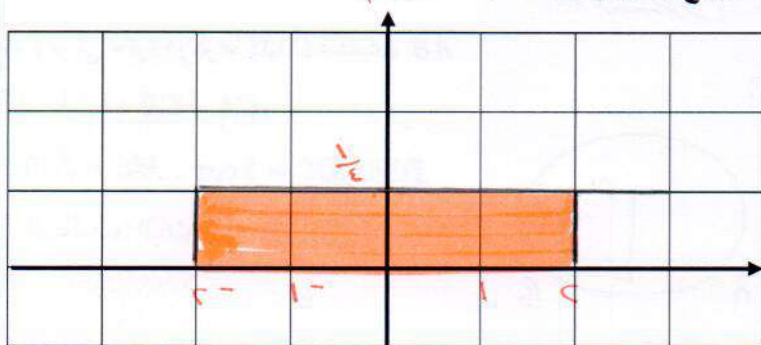
H.O.L.

التوزيع الاحتمالي المنتظم متغير عشوائي متصل (مستمر)

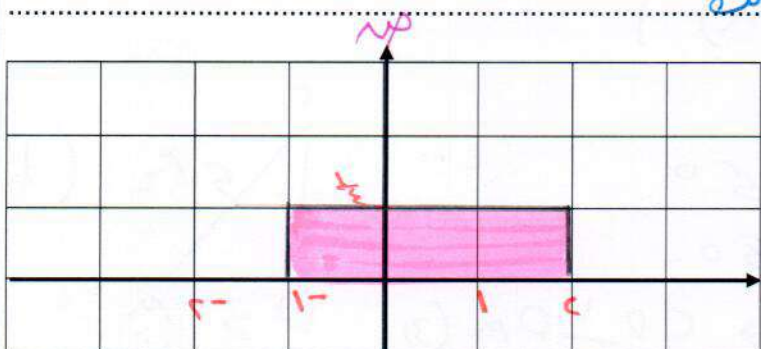
مثال (25) : لتكن الدالة د :
صفحة 43

$$د (س) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} \text{ عندما } 2 \leq س \leq 2 \\ \text{صفر في ما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

أ) أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال . ب) أثبت أن الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم .
ج) أوجد د (-1 < س < 2) . د) أوجد التوقع والتباين للدالة د .



أ) مساحة المنطقة المستوية = $\frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$
ب) $د(س) = \frac{1}{4}$ من $س=1$ إلى $س=2$
ج) $د(س) = \frac{1}{4}$ من $س=1$ إلى $س=2$
د) $د(س) = \frac{1}{4}$ من $س=1$ إلى $س=2$



ب) $د(س) = \frac{1}{2}$ من $س=1$ إلى $س=2$
ج) $د(س) = \frac{1}{2}$ من $س=1$ إلى $س=2$
د) $د(س) = \frac{1}{2}$ من $س=1$ إلى $س=2$

ج) $د(س) = \frac{1}{2}$ من $س=1$ إلى $س=2$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

د) التوقع = $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
التباين = $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ ٢٠٢٣ م
الموضوع	



ت.ا.ح.

التوزيع الاحتمالي الطبيعي (μ, σ^2)

مثال (27) : إذا كان μ هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X . فأوجد :
صفحة 47

- (أ) ل (ق $\geq 2,18$) . (ب) ل (ق $\leq 2,43$) . (ج) ل (١,٤ \geq ق $\geq 2,6$) .

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري .

(أ) ل (ق $\geq 2,18$) = ٠,٩٨٥٢٧ .

(ب) ل (ق $\leq 2,43$) = ١ - ل (ق $\geq 2,43$)
= ١ - ٠,٩٩٤٤٥ = ٠,٠٠٥٥٥

(ج) ل (١,٤ \geq ق $\geq 2,6$) = ل (ق $\geq 2,6$) - ل (ق $\geq 1,4$)
= ٠,٩٩٥٢٤ - ٠,٩١٩٤٤ = ٠,٠٧٥٨٠

حاول أن تحل (27) : إذا كان μ هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X . فأوجد :
صفحة 47

- (أ) ل (ق $\geq 0,95$) . (ب) ل (ق $< 0,71$) . (ج) ل (١,٤٥ \geq ق $\geq 3,26$) .

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري .

(أ) ل (ق $\geq 0,95$) = ٠,٨٤٨٩٤ .

(ب) ل (ق $< 0,71$) = ١ - ل (ق $\geq 0,71$)

= ١ - ٠,٧٦١١٥ = ٠,٢٣٨٨٥

= ٠,٢٣٨٨٥

(ج) ل (١,٤٥ \geq ق $\geq 3,26$) = ل (ق $\geq 3,26$) - ل (ق $\geq 1,45$)

= ٠,٩٩٩٤٤ - ٠,٩٢٦٤٧ = ٠,٠٧٢٩٧



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ ٢٠٢٣ م
الموضوع	



H.O.L.

مثال (28) : إذا كان W هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X . فأوجد :
صفحة 48

أ) ل (ق $\geq 0,55$) . ب) ل (٢,٢ \geq ق $\geq 1,6$) . ج) ل (-١,٣ \geq ق $\geq 0,28$) .

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري
أ) ل (ق $\geq 0,55$) = ٠,٢٩١١٦ و

ب) ل (-١,٣ \geq ق $\geq 1,6$) = ل (١,٦ \geq ق $\geq 1,6$) - ل (١,٦ \geq ق $\geq 1,6$)
= ٠,٥٤٨٠ - ٠,١٣٩٠ = ٠,٤٠٩

ج) ل (-١,٣ \geq ق $\geq 0,28$) = ل (٠,٢٨ \geq ق $\geq 0,28$) - ل (٠,٢٨ \geq ق $\geq 0,28$)
= ٠,٦١٠٦٦ - ٠,٩٦٨٠ = ٠,٣٥٢٦٦

حاول أن تحل (28) : إذا كان W هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X . فأوجد :
صفحة 48

أ) ل (ق $\geq 0,12$) . ب) ل (ق $\leq 0,25$) .

ج) ل (٣,٢ \geq ق $\geq 0,1$) . د) ل (٥,٢٦ \geq ق $\geq 0,69$) .

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري
أ) ل (ق $\geq 0,12$) = ٠,٤٥٥٥٤ و

ب) ل (ق $\leq 0,25$) = ١ - ل (ق $\geq 0,25$)
= ١ - ٠,٥٩٨٧١ = ٠,٤٠١٢٩

ج) ل (-١,٣ \geq ق $\geq 0,69$) = ل (٠,٦٩ \geq ق $\geq 0,69$) - ل (٠,٦٩ \geq ق $\geq 0,69$)
= ٠,٧٥٤٩٠ - ٠,٣٠٠٠٣ = ٠,٤٥٤٨٧



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ ٢٠٢٣ م
الموضوع	

مثال (29): المتغير s يمثل درجات الطلاب في مادة ما وهو يتبع للتوزيع الطبيعي، وتوقعه $\mu = 16$ وتباينه $\sigma^2 = 4$.
صفحة 49

أوجد: (أ) ل ($14 \leq s \leq 18$) . (ب) ل ($11 \leq s \leq 13$) .

$$16 = \mu \quad 16 = \mu$$

$$4 = \sigma^2 \quad 4 = \sigma^2$$

$$\frac{14 - 16}{2} = \frac{14 - \mu}{\sigma} \quad \frac{18 - 16}{2} = \frac{18 - \mu}{\sigma}$$

$$\frac{0 - 2}{2} = \frac{14 - 16}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{16 - 14}{2}$$

$$\frac{13 - 4}{2} = \frac{13 - \mu}{2}$$

$$\frac{18 - 4}{2} = \frac{18 - \mu}{2}$$

$$\frac{2 - 2}{2} = \frac{16 - 13}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{16 - 18}{2}$$

ل ($14 \leq s \leq 18$) = ل ($1/2 \leq z \leq 1/2$) = ل ($13 \leq s \leq 13$) = ل ($0 \leq z \leq 0$)

$$\text{ل ($1/2 \leq z \leq 1/2$)} = 0$$

$$\text{ل ($1/2 \leq z \leq 1/2$)} = 0$$

$$\text{ل ($0 \leq z \leq 0$)} = 0$$

$$\text{ل ($0 \leq z \leq 0$)} = 0$$

ل ($14 \leq s \leq 18$) = ل ($1/2 \leq z \leq 1/2$) = ل ($13 \leq s \leq 13$) = ل ($0 \leq z \leq 0$)

$$= 0$$

$$= 0$$

$$= 0$$

$$= 0$$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م	H.O.L.
الموضوع	



حاول أن تحل (29) : يمثل المتغير العشوائي X الزمن الذي يستغرقه أحد الطلاب للوصول إلى المدرسة وهو متغير يتبع التوزيع الطبيعي ، توقعه ١٦ دقيقة وتباينه ٤ . أحسب احتمال أنه في يوم ما سيستغرقه الطالب للوصول إلى المدرسة .
 (أ) أقل من ٢١ دقيقة .
 (ب) أكثر من ١٢ دقيقة وأقل من ٢١ دقيقة .

$$\begin{aligned} \mu &= 16 & \sigma^2 &= 4 \\ \sigma &= 2 & & \end{aligned}$$

(أ) $X = 21$
 $Z = \frac{21 - 16}{2} = \frac{5}{2}$

$$P(X < 21) = P\left(Z < \frac{21 - 16}{2}\right) = P(Z < 2.5)$$

$$P(Z < 2.5) = 0.9938 \approx 0.994$$

(ب) $X = 12$
 $Z = \frac{12 - 16}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

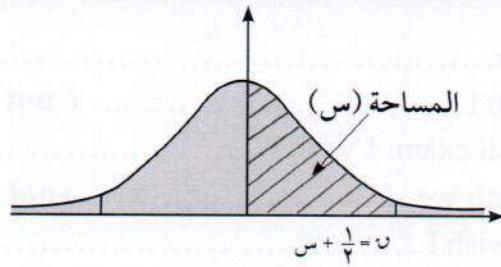
$$P(X > 12) = P(Z > -2) = P(Z < 2)$$

$$P(Z < 2) = 0.9772 \approx 0.977$$

$$P(X > 12) = 0.9772 \approx 0.977$$

$$\therefore P(12 < X < 21) = P(X > 12) - P(X > 21) = 0.9772 - 0.9938 = 0.0134 \approx 0.013$$

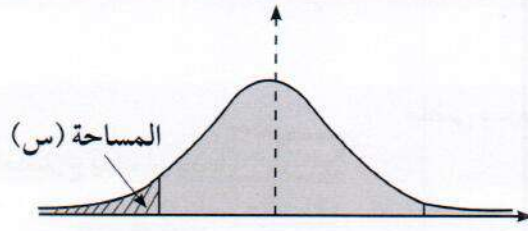
$$\begin{aligned} &= P(X > 12) - P(X > 21) \\ &= 0.9772 - 0.9938 \\ &= 0.0134 \approx 0.013 \end{aligned}$$



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (ن) لحساب قيم المساحات من اليسار

0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	ن
0,53586	0,53188	0,52790	0,52392	0,51994	0,51595	0,51197	0,50798	0,50399	0,50000	0,0
0,57535	0,57142	0,56749	0,56356	0,55962	0,55567	0,55172	0,54776	0,54380	0,53983	0,1
0,61409	0,61026	0,60642	0,60257	0,59871	0,59483	0,59095	0,58706	0,58317	0,57926	0,2
0,65173	0,64803	0,64431	0,64058	0,63683	0,63307	0,62930	0,62552	0,62172	0,61791	0,3
0,68793	0,68439	0,68082	0,67724	0,67364	0,67003	0,66640	0,66276	0,65910	0,65542	0,4
0,72240	0,71904	0,71566	0,71226	0,70884	0,70540	0,70194	0,69847	0,69497	0,69146	0,5
0,75490	0,75175	0,74857	0,74537	0,74215	0,73891	0,73565	0,73237	0,72907	0,72575	0,6
0,78524	0,78230	0,77935	0,77637	0,77337	0,77035	0,76730	0,76424	0,76115	0,75804	0,7
0,81327	0,81057	0,80785	0,80511	0,80234	0,79955	0,79673	0,79389	0,79103	0,78814	0,8
0,83891	0,83626	0,83368	0,83107	0,82844	0,82579	0,82311	0,82041	0,81769	0,81494	0,9
0,86214	0,85993	0,85769	0,85543	0,85314	0,85083	0,84849	0,84614	0,84375	0,84134	1,0
0,88298	0,88100	0,87900	0,87698	0,87493	0,87286	0,87076	0,86864	0,86650	0,86433	1,1
0,90147	0,89973	0,89796	0,89617	0,89435	0,89251	0,89065	0,88877	0,88686	0,88493	1,2
0,91774	0,91621	0,91466	0,91309	0,91149	0,90988	0,90824	0,90658	0,90490	0,90320	1,3
0,93189	0,93056	0,92922	0,92785	0,92647	0,92507	0,92364	0,92220	0,92073	0,91924	1,4
0,94408	0,94295	0,94179	0,94062	0,93943	0,93822	0,93709	0,93594	0,93478	0,93359	1,5
0,95449	0,95352	0,95254	0,95154	0,95053	0,94950	0,94845	0,94738	0,94630	0,94520	1,6
0,96327	0,96246	0,96164	0,96080	0,95994	0,95907	0,95818	0,95728	0,95637	0,95543	1,7
0,97062	0,96995	0,96926	0,96856	0,96784	0,96712	0,96638	0,96562	0,96485	0,96407	1,8
0,97670	0,97615	0,97558	0,97500	0,97441	0,97381	0,97320	0,97257	0,97193	0,97128	1,9
0,98169	0,98124	0,98077	0,98030	0,97982	0,97932	0,97882	0,97831	0,97778	0,97725	2,0
0,98504	0,98457	0,98409	0,98361	0,98312	0,98262	0,98211	0,98158	0,98105	0,98051	2,1
0,98899	0,98870	0,98840	0,98809	0,98778	0,98745	0,98713	0,98679	0,98645	0,98610	2,2
0,99158	0,99134	0,99111	0,99086	0,99061	0,99036	0,99010	0,98983	0,98956	0,98928	2,3
0,99371	0,99343	0,99324	0,99305	0,99286	0,99266	0,99245	0,99224	0,99202	0,99180	2,4
0,99520	0,99506	0,99492	0,99477	0,99461	0,99446	0,99430	0,99413	0,99396	0,99379	2,5
0,99643	0,99632	0,99621	0,99609	0,99598	0,99585	0,99573	0,99560	0,99547	0,99534	2,6
0,99736	0,99728	0,99720	0,99711	0,99702	0,99693	0,99683	0,99674	0,99664	0,99653	2,7
0,99807	0,99801	0,99795	0,99788	0,99781	0,99774	0,99767	0,99760	0,99752	0,99744	2,8
0,99861	0,99856	0,99851	0,99846	0,99841	0,99836	0,99831	0,99825	0,99819	0,99813	2,9
0,99900	0,99896	0,99893	0,99889	0,99886	0,99882	0,99878	0,99874	0,99870	0,99865	3,0
0,99929	0,99926	0,99924	0,99921	0,99918	0,99916	0,99913	0,99910	0,99906	0,99903	3,1
0,99950	0,99948	0,99946	0,99944	0,99942	0,99940	0,99938	0,99936	0,99934	0,99931	3,2
0,99965	0,99964	0,99962	0,99961	0,99960	0,99958	0,99957	0,99955	0,99953	0,99952	3,3
0,99976	0,99975	0,99974	0,99973	0,99972	0,99971	0,99970	0,99969	0,99968	0,99966	3,4
0,99983	0,99983	0,99982	0,99981	0,99981	0,99980	0,99979	0,99978	0,99978	0,99977	3,5
0,99989	0,99988	0,99988	0,99987	0,99987	0,99986	0,99986	0,99985	0,99985	0,99984	3,6
0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	0,99991	0,99991	0,99990	0,99990	0,99990	0,99989	3,7
0,99995	0,99995	0,99995	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99993	0,99993	0,99993	3,8
0,99997	0,99997	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99995	0,99995	3,9

جدول (٤)



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (ن) لحساب قيم المساحات من اليسار

0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.00	ن
0.00003	0.00003	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00005	0.00005	3.9-
0.00005	0.00005	0.00005	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00007	0.00007	0.00007	3.8-
0.00008	0.00008	0.00008	0.00008	0.00009	0.00009	0.00010	0.00010	0.00010	0.00011	3.7-
0.00011	0.00012	0.00012	0.00013	0.00013	0.00014	0.00014	0.00015	0.00015	0.00016	3.6-
0.00017	0.00017	0.00018	0.00019	0.00019	0.00020	0.00021	0.00022	0.00022	0.00023	3.5-
0.00024	0.00025	0.00026	0.00027	0.00028	0.00029	0.00030	0.00031	0.00032	0.00034	3.4-
0.00035	0.00036	0.00038	0.00039	0.00040	0.00042	0.00043	0.00045	0.00047	0.00048	3.3-
0.00050	0.00052	0.00054	0.00056	0.00058	0.00060	0.00062	0.00064	0.00066	0.00069	3.2-
0.00071	0.00074	0.00076	0.00079	0.00082	0.00084	0.00087	0.00090	0.00094	0.00097	3.1-
0.00100	0.00104	0.00107	0.00111	0.00114	0.00118	0.00122	0.00126	0.00131	0.00135	3.0-
0.00139	0.00144	0.00149	0.00154	0.00159	0.00164	0.00169	0.00175	0.00181	0.00187	2.9-
0.00193	0.00199	0.00205	0.00212	0.00219	0.00226	0.00233	0.00240	0.00248	0.00256	2.8-
0.00264	0.00272	0.00280	0.00289	0.00298	0.00307	0.00317	0.00326	0.00336	0.00347	2.7-
0.00357	0.00368	0.00379	0.00391	0.00402	0.00415	0.00427	0.00440	0.00453	0.00466	2.6-
0.00480	0.00494	0.00508	0.00523	0.00539	0.00554	0.00570	0.00587	0.00604	0.00621	2.5-
0.00639	0.00657	0.00676	0.00695	0.00714	0.00734	0.00755	0.00776	0.00798	0.00820	2.4-
0.00842	0.00866	0.00889	0.00914	0.00939	0.00964	0.00990	0.01017	0.01044	0.01072	2.3-
0.01101	0.01130	0.01159	0.01191	0.01222	0.01255	0.01287	0.01321	0.01355	0.01390	2.2-
0.01426	0.01463	0.01500	0.01539	0.01578	0.01618	0.01659	0.01700	0.01743	0.01786	2.1-
0.01831	0.01876	0.01923	0.01970	0.02018	0.02068	0.02118	0.02169	0.02222	0.02275	2.0-
0.02330	0.02385	0.02442	0.02500	0.02559	0.02619	0.02680	0.02743	0.02807	0.02872	1.9-
0.02938	0.03005	0.03074	0.03144	0.03216	0.03288	0.03362	0.03438	0.03515	0.03593	1.8-
0.03673	0.03754	0.03836	0.03920	0.04006	0.04093	0.04182	0.04272	0.04363	0.04455	1.7-
0.04551	0.04648	0.04746	0.04846	0.04947	0.05050	0.05155	0.05262	0.05370	0.05480	1.6-
0.05592	0.05705	0.05821	0.05938	0.06057	0.06178	0.06301	0.06426	0.06552	0.06681	1.5-
0.06811	0.06944	0.07078	0.07215	0.07353	0.07493	0.07636	0.07780	0.07927	0.08076	1.4-
0.08226	0.08379	0.08534	0.08691	0.08851	0.09012	0.09176	0.09342	0.09510	0.09680	1.3-
0.09853	0.10027	0.10204	0.10383	0.10565	0.10749	0.10935	0.11123	0.11314	0.11507	1.2-
0.11702	0.11900	0.12100	0.12302	0.12507	0.12714	0.12924	0.13136	0.13350	0.13567	1.1-
0.13786	0.14007	0.14231	0.14457	0.14686	0.14917	0.15151	0.15386	0.15625	0.15866	1.0-
0.16109	0.16354	0.16602	0.16853	0.17106	0.17361	0.17619	0.17879	0.18141	0.18406	0.9-
0.18673	0.18943	0.19215	0.19489	0.19766	0.20045	0.20327	0.20611	0.20897	0.21186	0.8-
0.21476	0.21770	0.22065	0.22363	0.22663	0.22965	0.23270	0.23576	0.23885	0.24196	0.7-
0.24501	0.24812	0.25123	0.25436	0.25750	0.26069	0.26390	0.26713	0.27039	0.27365	0.6-
0.27760	0.28096	0.28434	0.28774	0.29116	0.29460	0.29806	0.30153	0.30503	0.30854	0.5-
0.31207	0.31561	0.31918	0.32276	0.32636	0.32997	0.33360	0.33724	0.34090	0.34458	0.4-
0.34827	0.35197	0.35569	0.35942	0.36317	0.36693	0.37070	0.37448	0.37828	0.38209	0.3-
0.38591	0.38974	0.39358	0.39743	0.40129	0.40517	0.40905	0.41294	0.41683	0.42074	0.2-
0.42465	0.42858	0.43251	0.43644	0.44038	0.44433	0.44828	0.45224	0.45620	0.46017	0.1-
0.46414	0.46812	0.47210	0.47608	0.48006	0.48405	0.48803	0.49202	0.49601	0.50000	0.0-

جدول (5)

الكتاب الثاني

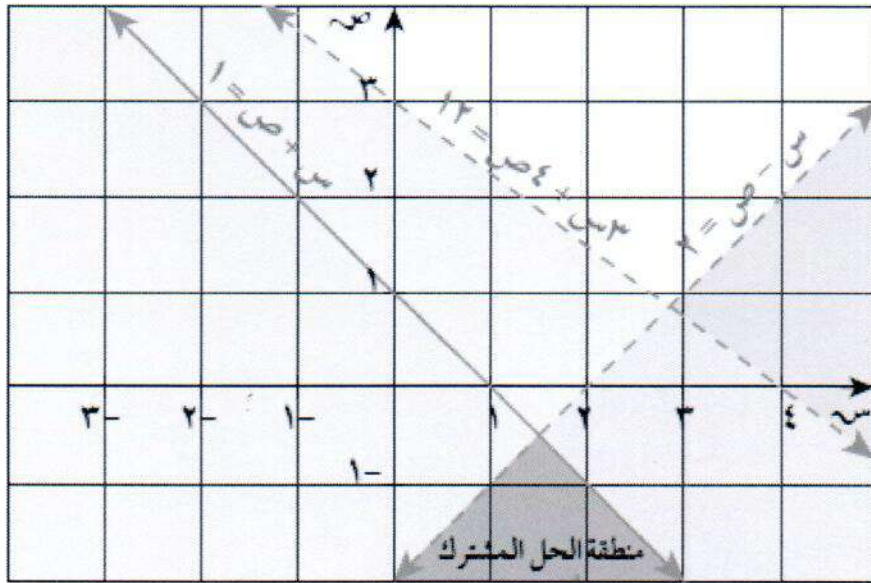
"مادة الإحصاء"

الوحدة الخامسة

المتباينات والبرمجة الخطية

Inequalities and

Linear Programming



رئيس القسم: محمود حامد العلو

٥-٢ البرمجة الخطية

٥-١ المتباينات

٥-١-٢) منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين

بيانياً

H.L.



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



الوحدة الخامسة (المتباينات والبرجحة الخطية)

تمارين (١-٥) المتباينات

مثال (1): أوجد مجموعة حل المتباينة التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد الحقيقية. صفحة 64

* ٢ - ٣ ≥ ٥

$$\begin{aligned} 2 - 3 &\geq 5 \\ 2 + 0 &\geq 5 + 3 \\ 2 &\geq 8 \end{aligned}$$



← أو بضرب الطرفين المتباينة في $\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{3} \geq \frac{5}{3}$$

∴ $x \geq 2$ [٥، ∞)

* ٥ - ٣ ≥ ٧

$$\begin{aligned} 5 - 3 &\geq 7 \\ 5 + 0 &\geq 7 + 0 \\ 5 &\geq 7 \end{aligned}$$



← أو بضرب الطرفين المتباينة في $\frac{1}{3}$

$$\frac{5}{3} \geq \frac{7}{3}$$

∴ $x \geq 1$ [١، ∞)

* ٢ - ٧ > ٥ - ٣

$$\begin{aligned} 2 - 7 &> 5 - 3 \\ 2 + 0 &> 5 + 0 \\ 2 &> 5 \end{aligned}$$



$$\frac{2}{3} > \frac{5}{3}$$

$$\frac{2}{3} > \frac{5}{3}$$

∴ $x > \frac{2}{3}$ [٢/٣، ∞)

ملاحظة: في المتباينات:

عند الضرب في عدد سالب
أو القسمة على عدد سالب

H.L.



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



حاول أن تحل (1) : أوجد مجموعة حل المتباينة التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد الحقيقية .
صفحة 65

* $2 + 7 \leq x \leq 4$

$$\begin{aligned} & -x + 7 \leq -x + 2 + 7 \leq -x + 4 \\ & -x + 7 \leq -x + 9 \leq -x + 4 \\ & -x + 7 \leq -x + 9 \quad | -7 \\ & 0 \leq 2 \leq -x + 4 \\ & 0 \leq 2 \leq -x + 4 \quad | -4 \\ & -4 \leq -2 \leq -x \quad | \times (-1) \\ & 4 \geq 2 \geq x \end{aligned}$$

∴ م.ح = $[-2, 4]$

* $4 > 2 + 1 \geq 0$

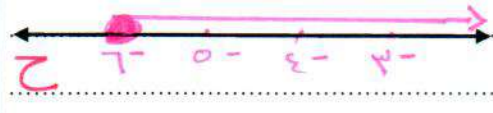
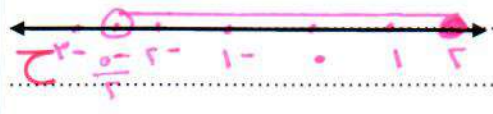
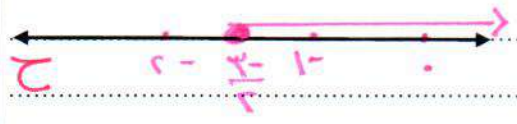
$$\begin{aligned} & -x + 4 > -x + 2 + 1 \geq -x + 0 \\ & -x + 4 > -x + 3 \geq -x + 0 \\ & -x + 4 > -x + 3 \quad | -3 \\ & 1 > 0 \geq -x + 0 \\ & 1 > 0 \geq -x + 0 \quad | -1 \\ & 1 > 0 \geq -x \quad | \times (-1) \\ & 1 > 0 \geq x \end{aligned}$$

∴ م.ح = $(0, 1]$

* $8 \geq x - 2$

$$\begin{aligned} & -x + 8 \geq -x + x - 2 \\ & -x + 8 \geq 0 \geq -x + 8 \\ & -x + 8 \geq 0 \geq -x + 8 \quad | -8 \\ & -x \geq -8 \geq -x + 8 \\ & -x \geq -8 \geq -x + 8 \quad | \times (-1) \\ & x \leq 8 \geq x \end{aligned}$$

∴ م.ح = $[-8, 8]$



H.L.

اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع

تمارين (٥-١ - أ) منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين
بياناً

مثال (2): بين أي من النقاط التالية: أ (١, ١)، ب (١, -١)، ج (-١, ١). تحقق المتباينة: ٢ - س - ٣ص ≥ ١. صفحة 66

بالعويض بالنقطة ٢ (١, -١)	بالعويض بالنقطة ب (١, -١)	بالعويض بالنقطة ج (-١, ١)
في الطرف الأيمن للمتباينة: ٢ - س - ٣ص = ٢ - (-١) - ٣(١) = ٢ + ١ - ٣ = ٠	في الطرف الأيمن للمتباينة: ٢ - س - ٣ص = ٢ - (١) - ٣(-١) = ٢ - ١ + ٣ = ٤	في الطرف الأيمن للمتباينة: ٢ - س - ٣ص = ٢ - (-١) - ٣(١) = ٢ + ١ - ٣ = ٠
٠ > ١	٤ > ١	٠ > ١
النقطة ٢ (١, -١) تحقق المتباينة	النقطة ب (١, -١) تحقق المتباينة	النقطة ج (-١, ١) لا تحقق المتباينة
حل المتباينة: ٢ - س - ٣ص ≥ ١	حل المتباينة: ٢ - س - ٣ص ≥ ١	حل المتباينة: ٢ - س - ٣ص ≥ ١

حاول أن تحل (2): بين أي من النقاط التالية: أ (١, -١)، ب (٠, ٢)، ج (-١, ١). تحقق المتباينة: ٥ - س - ٢ص < ٧. صفحة 66

بالعويض بالنقطة ٢ (١, -١)	بالعويض بالنقطة ب (٠, ٢)	بالعويض بالنقطة ج (-١, ١)
في الطرف الأيمن للمتباينة: ٥ - س - ٢ص = ٥ - (-١) - ٢(١) = ٥ + ١ - ٢ = ٤	في الطرف الأيمن للمتباينة: ٥ - س - ٢ص = ٥ - (٠) - ٢(٢) = ٥ - ٠ - ٤ = ١	في الطرف الأيمن للمتباينة: ٥ - س - ٢ص = ٥ - (-١) - ٢(١) = ٥ + ١ - ٢ = ٤
٤ < ٧	١ < ٧	٤ < ٧
النقطة ٢ (١, -١) لا تحقق المتباينة	النقطة ب (٠, ٢) لا تحقق المتباينة	النقطة ج (-١, ١) لا تحقق المتباينة
حل المتباينة: ٥ - س - ٢ص < ٧	حل المتباينة: ٥ - س - ٢ص < ٧	حل المتباينة: ٥ - س - ٢ص < ٧

H.L.



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع		



مثال (3) : ارسم خط الحدود لكل متباينة مما يلي :
صفحة 67

أ) $2s + 5c \geq 0$

المعادلة المناظرة للمتباينة :

$$0 = 5s + 2c$$

س	0	0	0
ص	1	0	1

$$0 = 5s + 0 \times c \quad 0 = 5s + 2c$$

$$0 = 5s + 1 \cdot 0 \quad 0 = 5s + 0 \times c$$

$$1 \cdot 0 = 5s$$

$$0 = 5s$$

$$\frac{0}{0} = \frac{5s}{0}$$

$$1 = 5s$$

$$0 = 5s$$

$$0 = 5s$$

$$\frac{0}{0} = \frac{5s}{0}$$

$$1 = 5s$$

ب) $3s + 2c \leq 6$ خط حدود المتباينة ← تقطع
المعادلة المناظرة للمتباينة :

$$6 = 3s + 2c$$

س	0	0	3
ص	1	0	1.5

$$6 = 3s + 2c$$

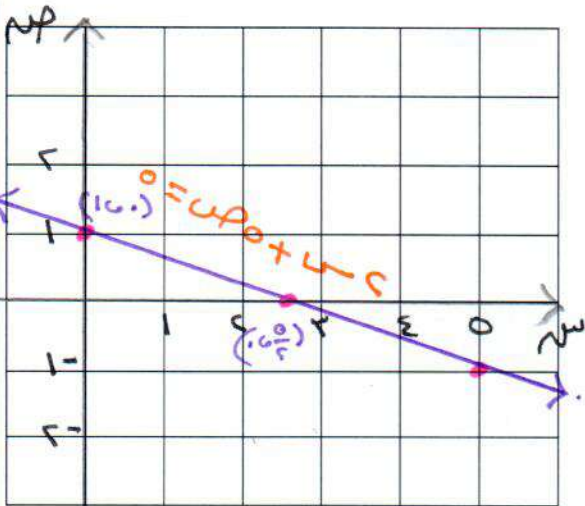
$$6 = 0 \times c + 2 \cdot 3$$

$$6 = 3s + 0$$

$$6 = 3s$$

$$\frac{6}{3} = \frac{3s}{3}$$

$$2 = s$$



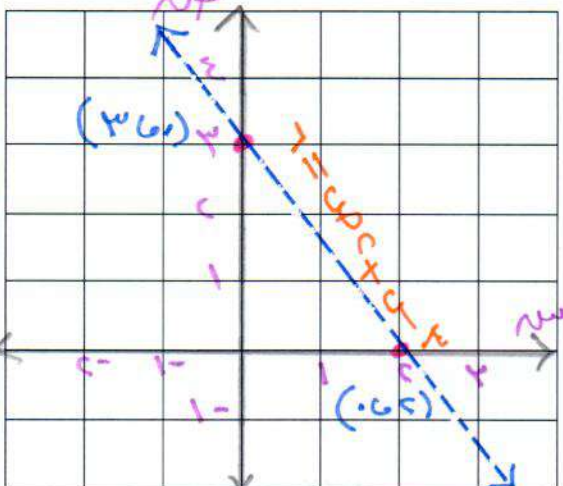
أما بالتعويض $0 = 5s + 0 \times c$

نجد $0 = 5s + 0$

من المعادلة $0 = 5s$

$0 = 5s$

$0 = 5s$



$$6 = 3s + 2 \times 3$$

$$6 = 3s + 6$$

$$9 - 6 = 3s$$

$$3 = 3s$$

$$\frac{3}{3} = \frac{3s}{3}$$

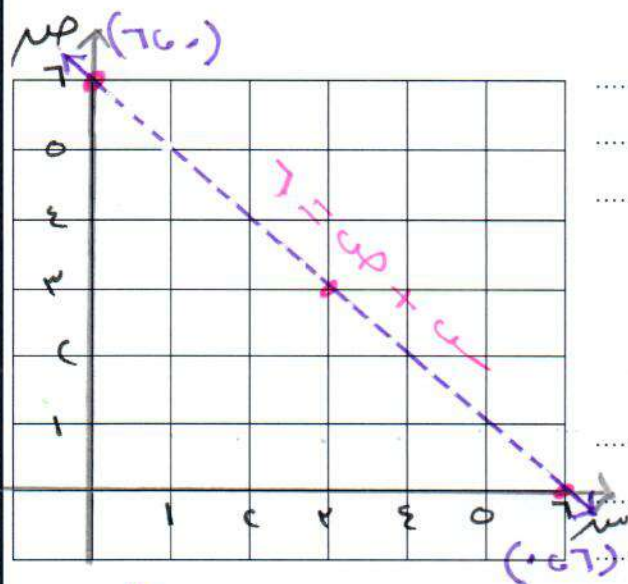
$$1 = s$$

H.L.

الحيمة	التاريخ	اليوم
.....	١ / ٢٠٢٢ م
.....	الموضوع



حاول أن تحل (3) : ارسـم خط الحدود لكل متباينة مما يلي: ←



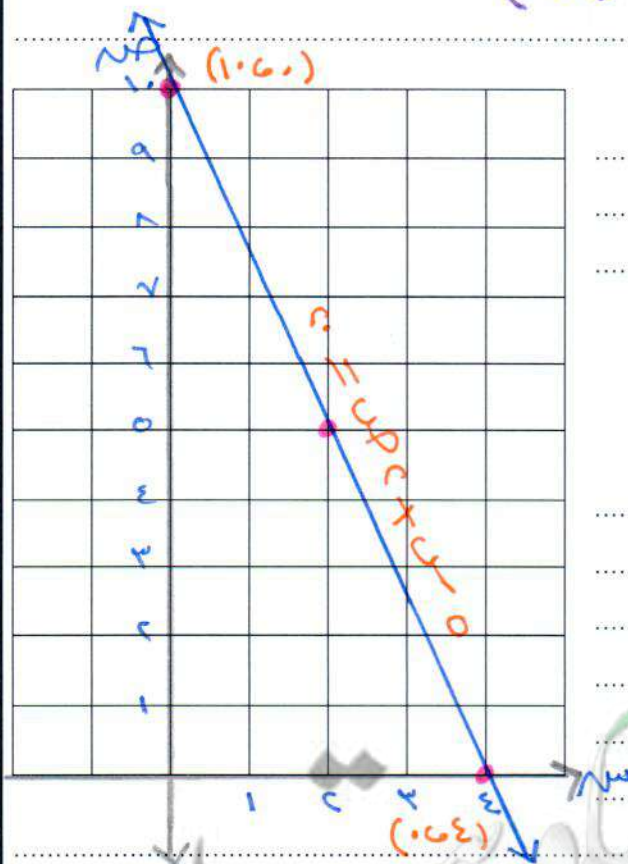
س	٠	٤	٦
ص	٦	٣	٠

$7 = ص + س$
 $7 = ص + 0$
 $7 = ص$
 $7 = 0 + س$
 $7 = س$

(أ) س + ص < ٦

المعادلة المناظرة للمتباينة:

$٦ = ص + س$



س	٠	٢	٤
ص	١٠	٥	٠

$٥ = ص + ٢س$
 $٥ = ص + ٢ \times ٠$
 $٥ = ص$
 $٥ = ٠ + ٢س$
 $٥ = ٢س$
 $٥/٢ = س$

(ب) ٥ س + ٢ ص ≥ ٢٠

المعادلة المناظرة للمتباينة:

$٢٠ = ص + ٢س$

H.L.



الحصة	التاريخ	اليوم
.....	١ ٢٠٢٢١ م
.....	الموضوع



مثال (4) : ارسم خط الحدود لكل متباينة مما يلي:
صفحة 69

(أ) $3 < x$

المعادلة المناظرة للمتباينة :

$$x = 3$$

(ب) $x < 2$

المعادلة المناظرة للمتباينة :

$$x = 2$$

حاول أن تحل (4) : ارسم خط الحدود لكل متباينة مما يلي:
صفحة 69

(أ) $x < 3$

المعادلة المناظرة للمتباينة :

$$x = 3$$

(د) $x > 4$

المعادلة المناظرة للمتباينة :

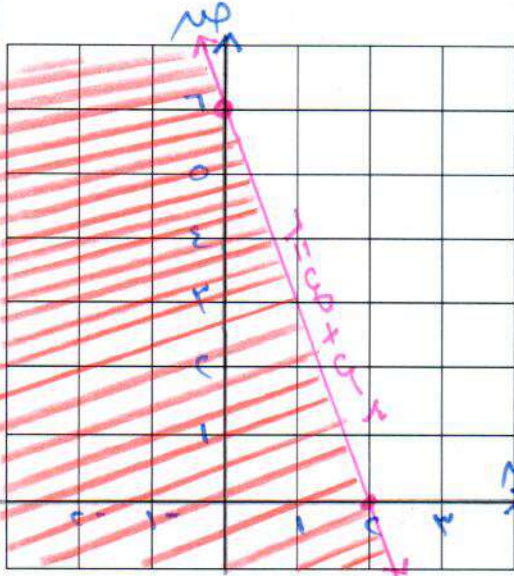
$$x = 4$$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



مثال (5) : مثل بيانياً منطقة الحل للمتباينة : $3س + 2ص \geq 6$ صفحة 70



المعادلة المناظرة للمتباينة :

$$\begin{aligned}
 6 &= 3س + 2ص & 6 &= 3س + 2ص & 6 &= 3س + 0ص \\
 6 &= 3س + 9 & 6 &= 3س + 6 & 6 &= 3س + 0ص \\
 9 &= 7ص & 6 &= 7ص & 6 &= 7ص \\
 3 &= 7ص & 6 &= 7ص & 6 &= 7ص
 \end{aligned}$$

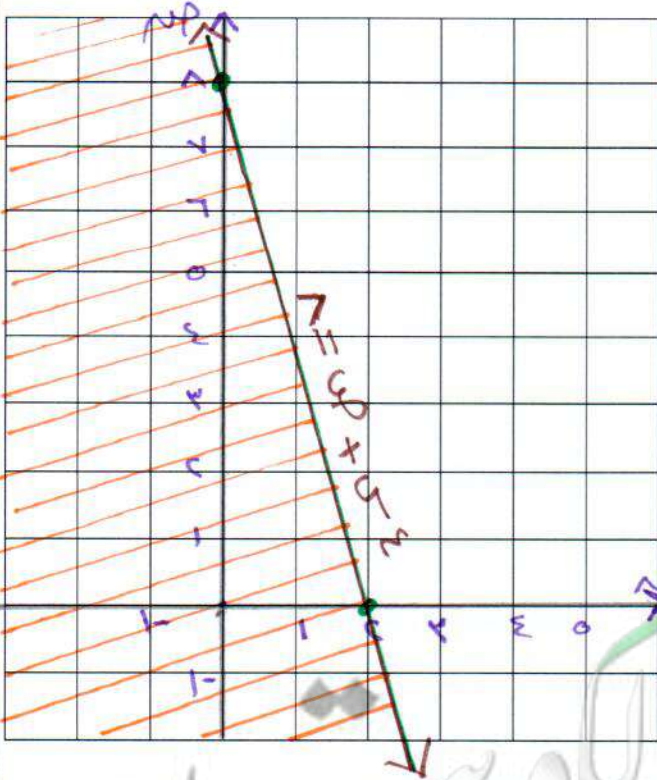
3	2	0	س
3-	0	6	ص

بالتعويض بنقطة الأصل (0,0) في المتباينة

$$\begin{aligned}
 3س + 2ص &\geq 6 \\
 3(0) + 2(0) &\geq 6
 \end{aligned}$$

نظن المنطقة التي تحوي نقطة الأصل

حاول أن تحل (5) : مثل بيانياً منطقة الحل للمتباينة : $4س + 3ص \geq 8$ صفحة 70



المعادلة المناظرة للمتباينة :

$$\begin{aligned}
 8 &= 4س + 3ص & 8 &= 4س + 3ص & 8 &= 4س + 0ص \\
 8 &= 4س + 12 & 8 &= 4س + 8 & 8 &= 4س + 0ص \\
 12 &= 8ص & 8 &= 8ص & 8 &= 8ص \\
 3 &= 8ص & 8 &= 8ص & 8 &= 8ص
 \end{aligned}$$

4	3	0	س
4-	0	8	ص

بالتعويض بنقطة الأصل (0,0) في المتباينة

$$\begin{aligned}
 4س + 3ص &\geq 8 \\
 4(0) + 3(0) &\geq 8
 \end{aligned}$$

نظن المنطقة التي تحوي نقطة الأصل

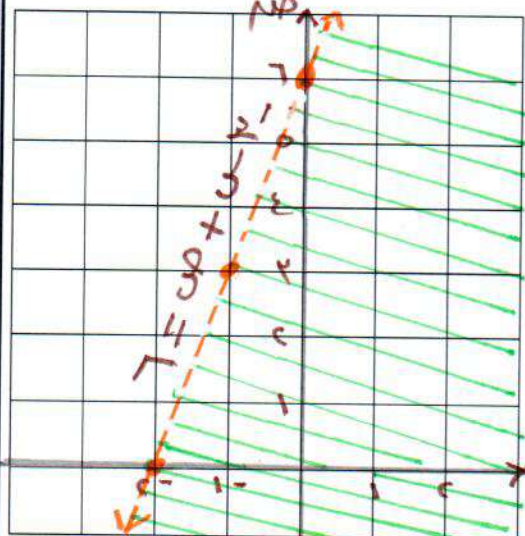
نظن المنطقة التي تحوي نقطة الأصل



الحيوة	التاريخ	اليوم
.....	١ ٢٠٢٢١ م
.....	الموضوع



مثال (6) : مثل بيانياً منطقة الحل للمتباينة : $3 - س + ص > 7$ صفحة 71



المعادلة المناظرة للمتباينة:

$$3 - س + ص = 7$$

$$ص = س + 4$$

$7 = س + 4$
 $7 - 4 = س$
 $3 = س$

س	٠	١	٢
ص	٦	٥	٤

بالعويض عن نقطة الأصل (٠,٠) في المتباينة:

$$3 - س + ص > 7$$

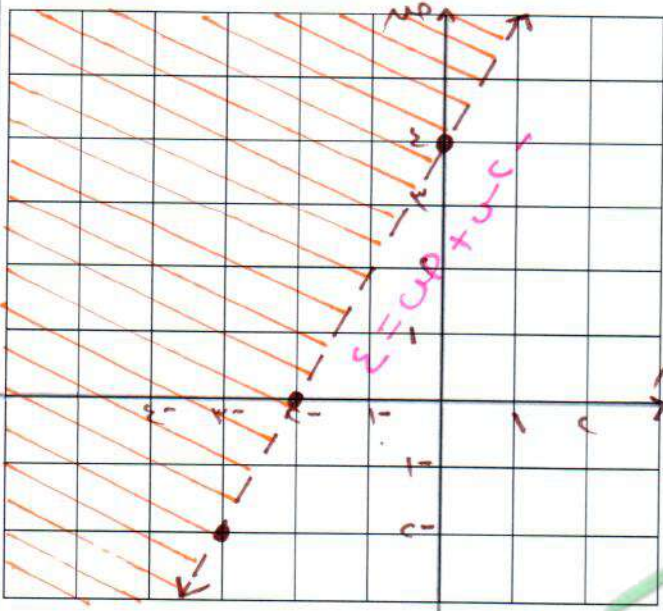
$$3 - ٠ + ٠ > 7$$

$$3 > 7$$

عبارة صحيحة

∴ نظل المنطقة التي تحوي نقطة الأصل

حاول أن تحل (6) : مثل بيانياً منطقة الحل للمتباينة : $2 - س + ص < 4$ صفحة 71



المعادلة المناظرة للمتباينة:

$$2 - س + ص = 4$$

$$ص = س + 2$$

$4 = س + 2$
 $4 - 2 = س$
 $2 = س$

س	٠	٢	٣
ص	٢	٤	٥

بالعويض عن نقطة الأصل (٠,٠) في المتباينة:

$$2 - س + ص < 4$$

$$2 - ٠ + ٠ < 4$$

$$2 < 4$$

عبارة غير صحيحة

∴ نظل المنطقة التي لا تحوي نقطة الأصل



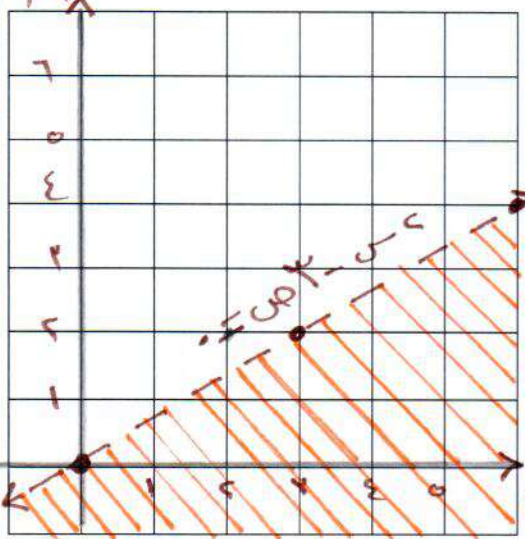
اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



* لا نكسر التعويض في المتباينة

مثال (7) : مثل بيانياً منطقة الحل للمتباينة : ٢ - س - ٣ ص < ٥

بنقطة الأصل لهذا التقييم نكتب



المعادلة المناظرة للمتباينة : $2 - s - 3 < 5$

$$-s - 1 < 3$$

$$-s < 4$$

$$s > -4$$

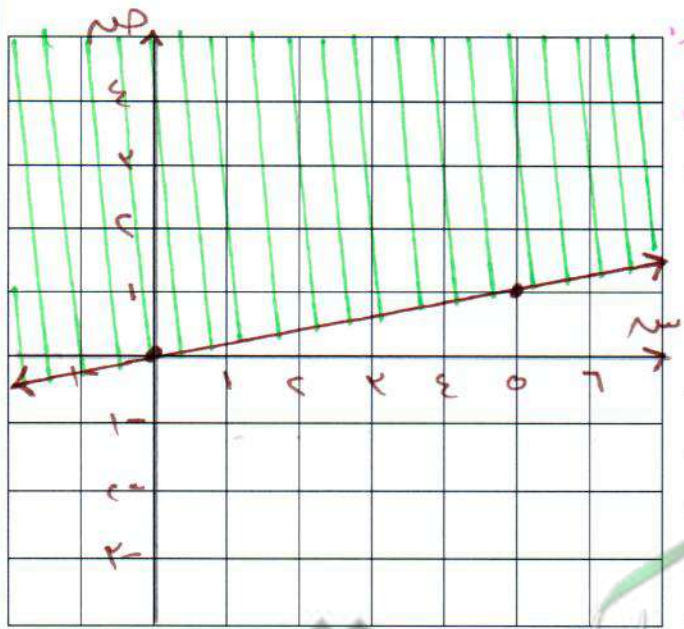
س	•	٣	٦
ص	•	٢	٤

بالتعويض بالنقطة (٢,٥) في المتباينة :

$2 - 5 - 3 < 5$
 $-6 < 5$

نظلم المنطقة التي لا تحوي النقطة (٢,٥)

حاول أن تحل (7) : مثل بيانياً منطقة الحل للمتباينة : س - ٥ ص > ٥



المعادلة المناظرة للمتباينة : $s - 5 > 5$

$$s > 10$$

س	•	٥	٥ -
ص	•	١	١ -

بالتعويض عن النقطة (١,٥) في

المتباينة : $5 - 5 > 5$
 $0 > 5$

نظلم المنطقة التي تحوي النقطة (١,٥)

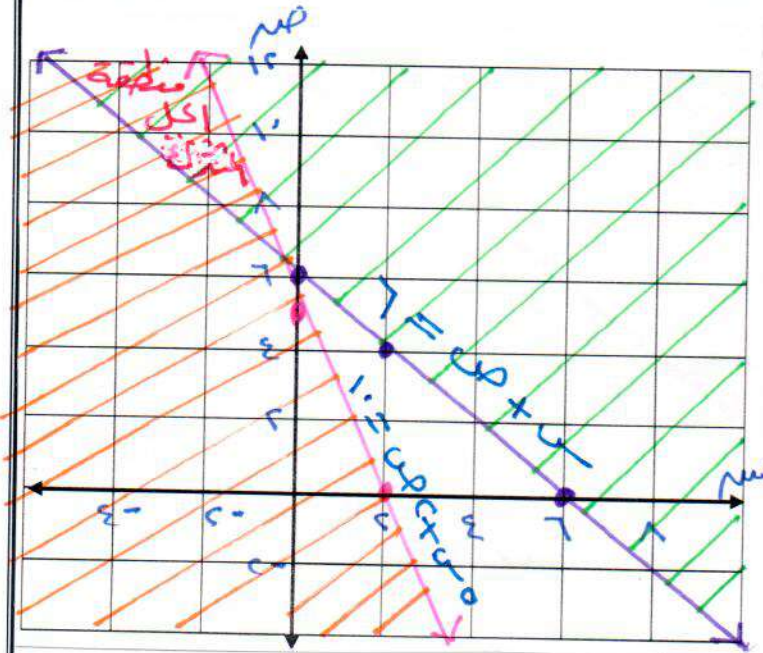


اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع



منطقة الحل المشترك لمتباينتين أو أكثر من الدرجة الأولى في متغيرين بياناً

مثال (8) : مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين:
صفحة 72



$$س + ص \leq 6$$

$$ص + ٢س \geq 10$$

* $س + ص \leq 6$
المعادلة المناظرة للمتباينة :

$$س + ص = 6$$

س	٠	٢	٦
ص	٦	٤	٠

بالعويض بنقطة الأصل (٠,٠) في المتباينة

نظن المنطقة التي لا تكون
نقطة الأصل

$$س + ص < 6$$

$$٠ + ٠ < 6$$

٠ < 6 عبارة غير صحيحة

* $ص + ٢س \geq 10$
المعادلة المناظرة للمتباينة

$$ص + ٢س = 10$$

س	٠	٢	٤
ص	١٠	٠	٥

بالعويض بنقطة الأصل (٠,٠)
في المتباينة :

$$١٠ \geq ٥ + ٠ + ٠$$

$$١٠ \geq ٠ + ٠ + ٠$$

$$١٠ \geq ٠$$

عبارة صحيحة

نظن المنطقة التي لا تكون
نقطة الأصل

H.L.

$$1 \cdot = \varnothing c + c \cdot 0$$

$\cdot = \varnothing$

$$1 \cdot = \varnothing c + \cdot \times 0$$

$$1 \cdot = \varnothing c$$

$$\frac{1 \cdot}{1} = \frac{\varnothing c}{1}$$

$$\boxed{0 = \varnothing}$$

$\cdot = \varnothing$

$$1 \cdot = \varnothing c + c \times 0$$

$$1 \cdot = \varnothing c + 1 \cdot$$

$$1 \cdot - 1 \cdot = \varnothing c$$

$$\frac{\cdot}{1} = \frac{\varnothing c}{1}$$

$$\boxed{\cdot = \varnothing}$$

$\cdot = \varnothing$

$$1 \cdot = \varnothing c + \varepsilon \times 0$$

$$1 \cdot = \varnothing c + \cdot$$

$$c \cdot - 1 \cdot = \varnothing c$$

$$1 \cdot - \cdot = \varnothing c$$

$$\frac{1 \cdot - \cdot}{1} = \frac{\varnothing c}{1}$$

$$\boxed{0 = \varnothing}$$

$$1 = \varnothing + \cdot$$

$\cdot = \varnothing$

$$1 = \varnothing + \cdot$$
$$\boxed{1 = \varnothing}$$

$1 = \varnothing$

$$1 = \varnothing + 1$$

$$1 - 1 = \varnothing$$

$$\boxed{0 = \varnothing}$$

$1 = \varnothing$

$$1 = \varnothing + 1$$

$$1 - 1 = \varnothing$$

$$\boxed{0 = \varnothing}$$

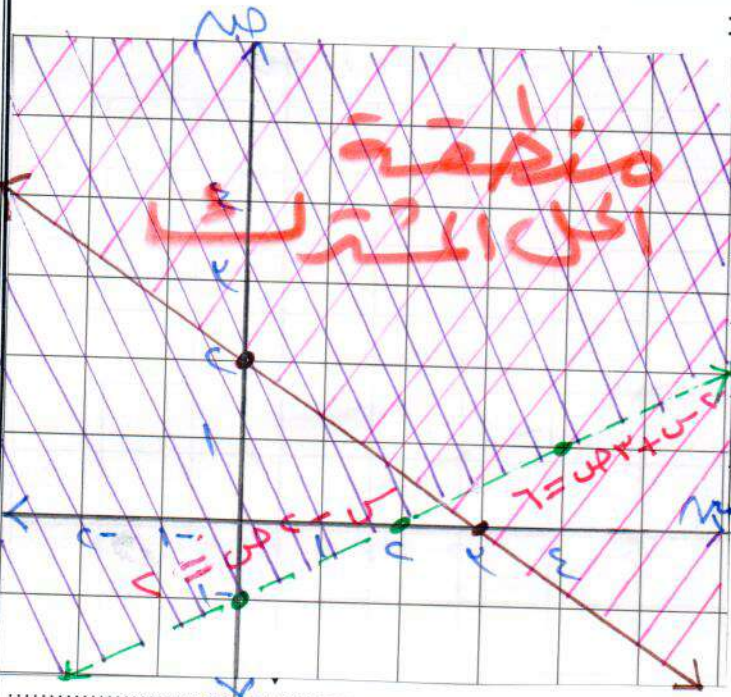
H.L.



اليوم	التاريخ	الحصّة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



حاول أن تحل (8) : مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين :
صفحة 73



س - ٢ < ٢
٢ + ٣ص ≥ ٦

* س - ٢ < ٢
المعادلة المناظرة للمتباينة
س - ٢ = ٥س - ٣ص

س	٢	٠	٤
ص	٠	-١	١

بالتعويض عن النقطة (٠، ٢) في المتباينة:
٢ < ٥(٠) - ٣(٢) = -٦

∴ نظل المنطقة التي تحوي نقطة الأصل

س - ٢ < ٢
٢ < ٥س - ٣ص
٢ < ٠

عبارة صحيحة

* ٢ + ٣ص ≥ ٦
المعادلة المناظرة للمتباينة :

٦ ≥ ٥س + ٣ص
٦ ≥ ٠ + ٣
٦ ≥ ٣

عبارة صحيحة

س	٣	٠	٦
ص	٠	٢	٢

بالتعويض عن نقطة الأصل (٠، ٠) في المتباينة :

∴ نظل المنطقة التي تحوي نقطة الأصل

H.L.

$$r = \omega r + u \cdot c$$

$$\cdot = u$$

$$r = \omega r + \cdot \times c$$

$$r = \omega r$$

$$\frac{r}{r} = \frac{\omega r}{r}$$

$$\boxed{1 = \omega}$$

$$r = u$$

$$r = \omega r + r \times c$$

$$r = \omega r + r$$

$$r - r = \omega r$$

$$\cdot = \omega r$$

$$\frac{\cdot}{r} = \frac{\omega r}{r}$$

$$\boxed{\cdot = \omega}$$

$$r = u$$

$$r = \omega r + r \times c$$

$$r = \omega r + r \cdot c$$

$$r - r = \omega r$$

$$r = \omega r$$

$$\frac{r}{r} = \frac{\omega r}{r}$$

$$\boxed{1 = \omega}$$

$$c = \omega c - u$$

$$\cdot = u$$

$$c = \omega c - \cdot$$

$$c = \omega c - \cdot$$

$$\frac{c}{c} = \frac{\omega c - \cdot}{c}$$

$$\boxed{1 = \omega}$$

$$r = u$$

$$c = \omega c - c$$

$$c - c = \omega c -$$

$$\cdot = \omega c -$$

$$\frac{\cdot}{c} = \frac{\omega c -}{c}$$

$$\boxed{\cdot = \omega}$$

$$r = u$$

$$c = \omega c - \varepsilon$$

$$c - c = \omega c -$$

$$c = \omega c -$$

$$\frac{c}{c} = \frac{\omega c -}{c}$$

$$\boxed{1 = \omega}$$

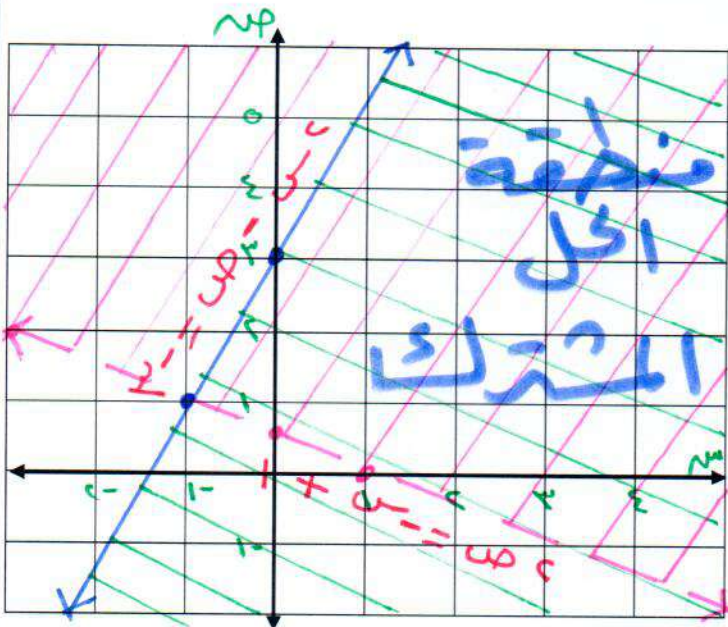
H.L.



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



مثال (9) : مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين :
صفحة 74



$$٢س - ص \leq ٣$$

$$٢ص < -س + ١$$

* ٢س - ص \leq ٣
المعادلة المناظرة للمتباينة
٢ص < -س + ١

س	٠	١	١ 1/2
ص	٣	١	٠

بالتعويض عن نقطة الأصل (٠,٠) في المتباينة

$$٢س - ص \leq ٣$$

$$٠ \leq ٣$$

٢س - ص \leq ٣ عبارة غير صحيحة

$$* ٢ص < -س + ١$$

المعادلة المناظرة للمتباينة

$$٢ص < -س + ١$$

س	١	٠	٣
ص	٠	1/2	١

بالتعويض عن نقطة الأصل (٠,٠) في المتباينة :

تظل المنطقة التي

لا تحوي نقطة الأصل

H.L.

$$1 + 2 = 3$$

3 = 3

$$1 + 2 = 3$$

$$1 = 1$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\boxed{1 = 1}$$

1 = 1

$$1 + 1 = 2$$

$$2 = 2$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2}$$

$$\boxed{1 = 1}$$

2 = 2

$$1 + (2-1) = 2$$

$$1 + 1 = 2$$

$$2 = 2$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2}$$

$$\boxed{2 = 2}$$

$$2 = 2$$

3 = 3

$$2 + 1 = 3$$

$$3 = 3$$

$$\frac{3}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\boxed{3 = 3}$$

3 = 3

$$2 + 1 = 3$$

$$3 = 3$$

$$\frac{3}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\boxed{3 = 3}$$

1 = 1

$$2 - 1 = 1$$

$$1 = 1$$

$$2 + 1 = 3$$

$$1 = 1$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\boxed{1 = 1}$$

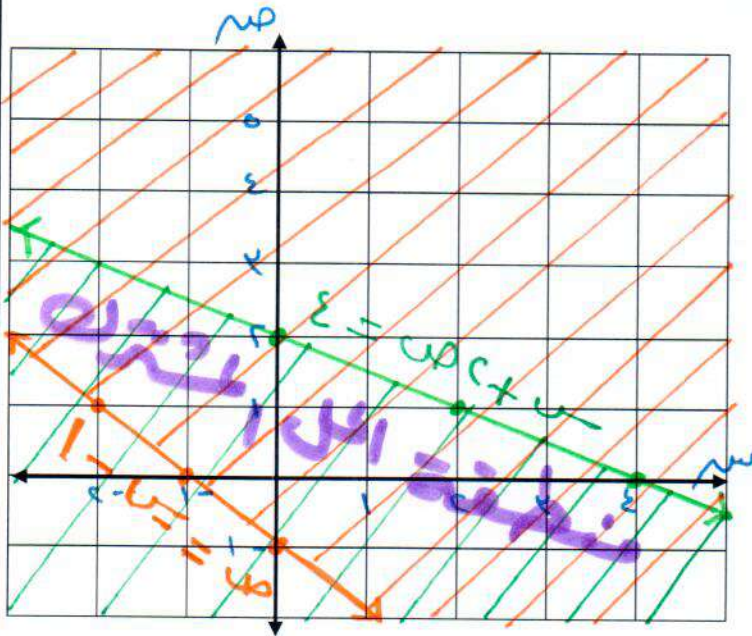


اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٢ م
الموضوع	



حاول أن تحل (9) : مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين :
صفحة 74

$$\begin{aligned} & \text{س} + 2\text{ص} \geq 4 \\ & \text{ص} \leq \text{س} - 1 \end{aligned}$$



* $\text{س} + 2\text{ص} \geq 4$
المعادلة المناظرة للمتباينة
 $\text{س} + 2\text{ص} = 4$

س	٢	٠	٤
ص	١	٢	٠

بالتعويض بنقطة الأصل (٠,٠) في المتباينة :
 $\text{س} + 2\text{ص} \geq 4$

نظير المنطقة التي تكون نقطة الأصل صحيحة ≥ 4 عبارة صحيحة

* $\text{ص} \leq \text{س} - 1$
المعادلة المناظرة للمتباينة
 $\text{ص} = \text{س} - 1$

س	١	٠	٢-
ص	٠	١-	١

بالتعويض عن نقطة الأصل (٠,٠) في المتباينة :
نظير المنطقة التي تكون نقطة الأصل صحيحة $\leq \text{س} - 1$ عبارة صحيحة

نظير المنطقة التي تكون نقطة الأصل صحيحة $\leq \text{س} - 1$ عبارة صحيحة

H.L.

$$1 - 0 = 0$$

$$= 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$1 - (1 - 1) = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 - (0 - 1) = 0$$

$$1 - 0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0 + 0$$

$$= 0$$

$$0 = 0 + 0$$

$$0 = 0$$

$$\frac{0}{1} = \frac{0}{1}$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0 + 0$$

$$0 - 0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\frac{0}{1} = \frac{0}{1}$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0 + 0$$

$$0 - 0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\frac{0}{1} = \frac{0}{1}$$

$$0 = 0$$



اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م
الموضوع	

H.L.

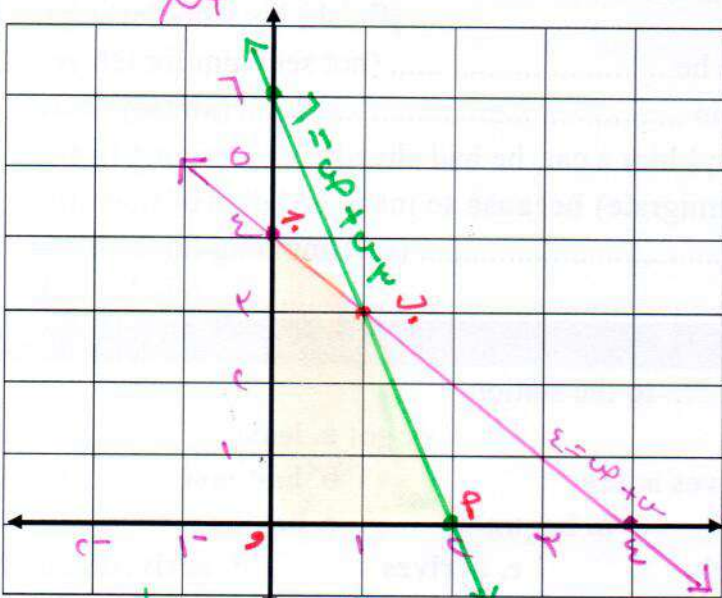
تمارين (٥-٢) البرمجة الخطية

مثال (1): أوجد مجموعة حل المتباينات التالية: $0 \leq س$ ، $0 \leq ص$ ، $س + ص \geq ٤$ ، $٣س + ص \geq ٦$.

صفحة 81

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س ، ص) التي تجعل دالة الهدف: $ه = ٥س + ٣ص$ أكبر ما يمكن.

يسمى $٥س + ٣ص$ كجواباً عن السؤال



* $س + ص \geq ٤$

خط الدور:

$س + ص = ٤$

س	٤	٠	٢
ص	٠	٤	٢

* $٣س + ص \geq ٦$

خط الدور:

$٣س + ص = ٦$

س	٢	٠	٦
ص	٠	٦	٦

$٦ = ٣س + ١ص$ $٦ = ٣س + ٠ص$
 $٦ = ٣س + ٣ص$ $٦ = ٣س$
 $٣ - ٦ = ٣ص$ $٦ = ٣س + ٢ص$
 $٣ = ٣ص$ $٦ = ٣س + ٦ص$
 $٦ - ٦ = ٣ص$
 $٠ = ٣ص$

مجموعة حل المتباينات تمثل المنطقة المظلمة (الشكل أ و ب)

أ (0,0) ، ب (2,2) ، ج (4,0) ، د (0,6)

دالة الهدف

$ه = ٥س + ٣ص$

$١٠ = ٥س + ٣ص$

$١٤ = ٥س + ٣ص$

$١٢ = ٥س + ٣ص$

$ه = ٥س + ٣ص$

من دالة الهدف ه تكون أكبر ما يمكن

عند النقطة ب (2,2) وقمنا

تساوي ١٤

عكس الالتقاء بنقطة كل معادلة



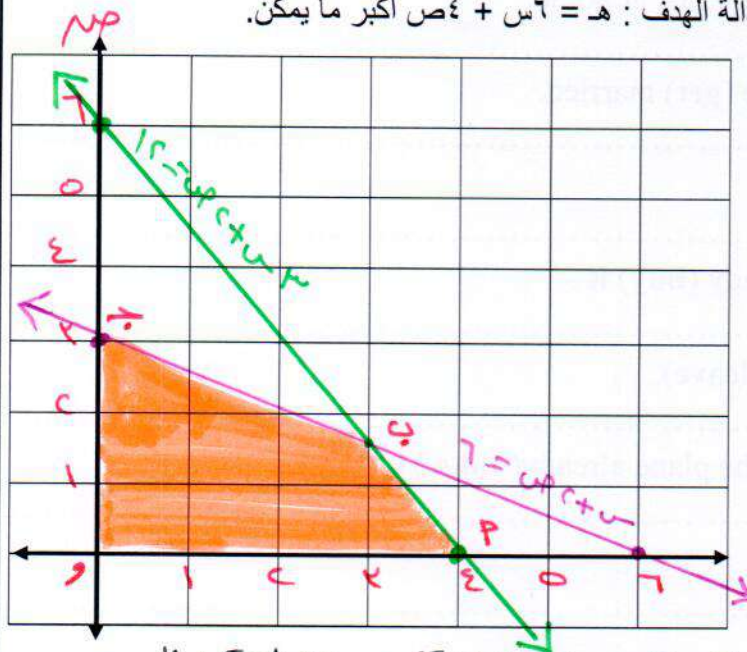
اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م
الموضوع	



H.L.

حاول أن تحل (1) : أوجد مجموعة حل المتباينات التالية : $0 \leq s$, $0 \leq v$, $s + 2v \geq 6$, $3s + 2v \geq 12$.
صفحة 81

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (s , v) التي تجعل دالة الهدف : $h = 6s + 4v$ أكبر ما يمكن.



بشكل عام $0 \leq v < 6$ ، $0 \leq s < 6$ معاً البرهان

* $s + 2v \geq 6$

خط الكرد 1:

$6 = s + 2v$

s	6	0
v	0	3

$6 = s + 2v$

$2 = v \leftarrow 6 = s + 2v$

$6 = s + 2v \times 2$

$0 = v \leftarrow 0 = s + 4v$

$6 = s + 2v$

$2 = v \leftarrow 6 = s + 2v$

* $3s + 2v \geq 12$

خط الكرد 2:

$12 = 3s + 2v$

s	4	0
v	0	6

$12 = 3s + 2v$

$6 = v \leftarrow 12 = 3s + 2v$

$12 = 3s + 2v \times 2$

$12 = 3s + 4v$

$0 = v \leftarrow 0 = 3s + 4v$

$12 = 3s + 4v \times 2$

$12 = 3s + 8v$

$2 = v \leftarrow 6 = s + 2v$

مجموعة حل المتباينات تكمن المنطقة المظلمة
بالشكل P و هو
(0,0) و (2,3) و (4,0) و (0,0)
دالة الهدف:

هـ $h = 6s + 4v$

$h = 24 = 6 \times 4 + 4 \times 0$

$h = 12 = 6 \times 2 + 4 \times 3$

$h = 24 = 6 \times 4 + 4 \times 0$

$h = 12 = 6 \times 2 + 4 \times 3$

دالة الهدف هـ تكون أكبر ما يمكن

عند النقطة B (2,3)

وقتها $h = 24$

وكذلك عند النقطة P (4,0)

وقتها $h = 24$





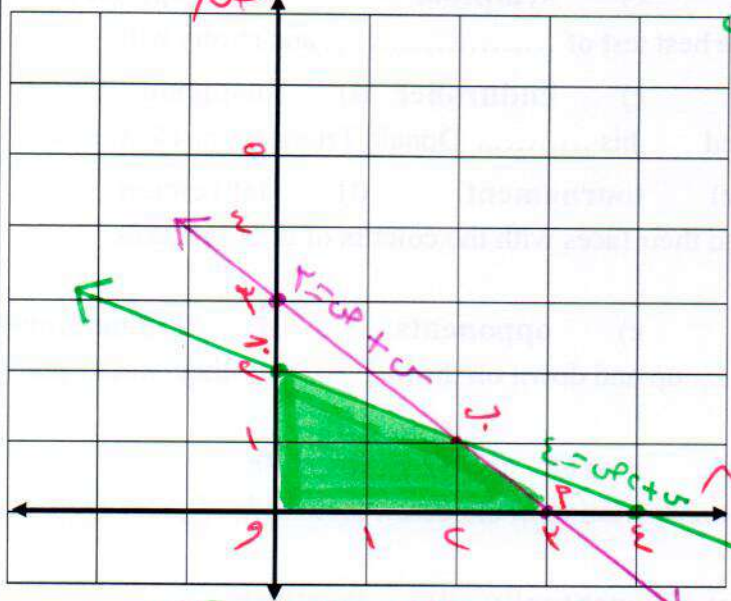
اليوم	التاريخ	الحصة
.....	١ / ٢٠٢٣ م
الموضوع



H.O.L.

مثال (2): أوجد مجموعة حل المتباينات التالية: $0 \leq s$ ، $0 \leq v$ ، $s + 2v \geq 4$ ، $s + v \geq 3$.
صفحة 82

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (s ، v) التي تجعل دالة الهدف: $h = 5s + 4v$ أصغر ما يمكن.



خط الهدف: $h = 5s + 4v$ عند $(0,0)$ ، $(2,1)$ ، $(4,0)$

* $s + 2v \geq 4$

خط الحدود:

$s + v \geq 3$

s	0	4	2
v	3	0	1

$h = 5s + 4v$

$4 = 5s + 4v$

$4 = 5s + 4v$

$4 - 5s = 4v$

$1 - s = v$

* $s + v \geq 3$

خط الحدود:

$s + v = 3$

مجموعة حل المتباينات تشملها المنطقة المظللة بالشكل P بـ و
P(0,0) ، B(2,1) ، C(4,0) ، و(0,3)

دالة الهدف:

$h = 5s + 4v$

$10 = 5 \times 2 + 4 \times 0 = h$

$14 = 5 \times 1 + 4 \times 2 = h$

$18 = 5 \times 3 + 4 \times 0 = h$

$20 = 5 \times 4 + 4 \times 0 = h$

s	0	2	1
v	3	0	2

دالة الهدف تكون أصغر ما يمكنه

عند النقطة (0,0) وقيمتها 0



الحصّة	التاريخ	اليوم
H.O.L.	١ / ٢٠٢٣ م	
		الموضوع



حاول أن تحل (2) : أوجد مجموعة حل المتباينات التالية : $0 \leq s$, $0 \leq v$, $s + 2v \geq 11$, $3s + 2v \geq 12$.
صفحة 82

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (s ، v) التي تجعل دالة الهدف : $h = s + v$ أصغر ما يمكن.

من $0 \leq s$, $0 \leq v$ ، نحصل درجياً البرج الحل

* $s + 2v \geq 11$

خط الدور :

$s + 2v = 11$

s	0	11	1
v	0	0	5.5

$s + 2v = 11$
 $s = 11 - 2v$
 $0 = 11 - 2v \rightarrow v = 5.5$

$s + 2v = 11$

$s = 0 \rightarrow v = 5.5$

$s + 2v = 11$
 $s = 0 \rightarrow v = 5.5$

* $3s + 2v \geq 12$

خط الدور :

$3s + 2v = 12$

s	0	4	2
v	6	0	3

$3s + 2v = 12$

$s = 0 \rightarrow v = 6$

$3s + 2v = 12$

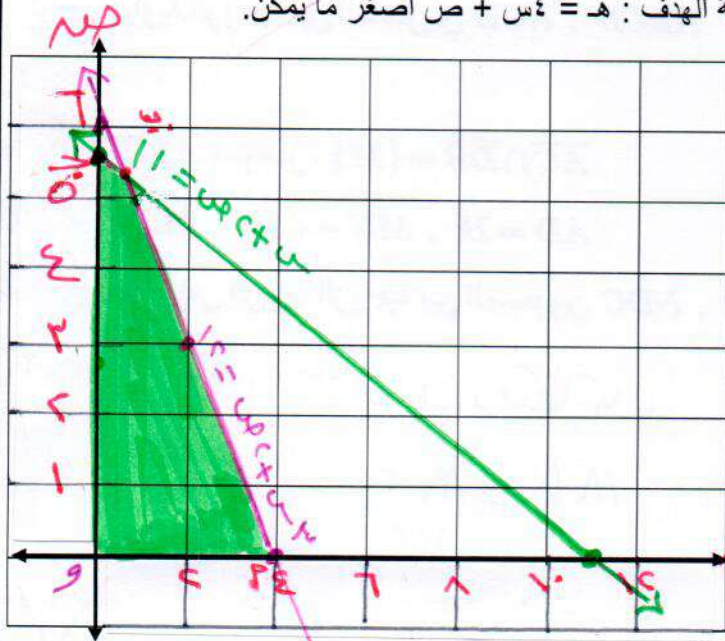
$s = 4 \rightarrow v = 0$

$s = 0 \rightarrow v = 6$

$3s + 2v = 12$

$s = 4 \rightarrow v = 0$

$s = 0 \rightarrow v = 6$



مجموعة حل المتباينات تمثلها المنطقة المظللة بالشكل أدناه
 3 (٥.٥، ٠) ، ٦ (٠، ٥) ، ٦ (٠، ٥) ، ٦ (٠، ٥) ، ٦ (٠، ٥)

دالة الهدف :

$h = s + v$

$h = 17 = 0 + 4 \times 4$

$h = 9.5 = 0.5 + 1 \times 4$

$h = 3 = 0.5 + 0 \times 4$

$h = 4 = 0 + 1 \times 4$

دالة الهدف هو تكويد أ صغر ما يمكن

عند النقطة (٠، ٦) وقصبتنا = صغر

تمت بحمد الله