دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2022/ 2023 م

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

15

السـؤال الأول : (7 درجات)

(a) أوجد : $\frac{dy}{dx}$ حيث : $y = x + x^2y^5$

الحـل :

$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dx} + d\frac{(x^2y^5)}{dx}$

2 $\quad y' = 1 + y^5 \frac{d}{dx}(x^2) + x^2 \frac{d}{dx}(y^5)$

1 + 1 $\quad y' = 1 + 2xy^5 + 5x^2y^4y'$

1 $\quad y' - 5x^2y^4y' = 1 + 2xy^5$

$\frac{1}{2}$ $\quad y'(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$

1 $\quad y' = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$

تم التحميل من شبكة ياكويت التعليمية
Telegram: ykuwait_net_home
KuwaitTeacher.Com

تابـــع / السؤال الأول :

(b) أوجد : $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$ (8 درجات)

الحل :

1	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{1-cosx} \times \frac{1+cosx}{1+cosx} \right)$
	$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{(1-cosx)(1+cosx)} . (1+cosx)$
1	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{(1-cos^2x)} . (1+cosx) \right)$
1	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{sin^2x} . (1+cosx) \right)$
1	$= \lim_{x\to 0} \left(\left(\frac{x}{sinx}\right)^2 . (1+cosx) \right)$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x}{sinx}\right)^2 . \lim_{x\to 0} (1+cosx)$
1	$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{x}{sinx}\right)^2 . \lim_{x\to 0} (1+cosx)$
1	$= (1)^2 \times \left(\lim_{x\to 0} (1) + \lim_{x\to 0} cosx \right)$
1	$= 1 \times 2 = 2$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL
وزارة التربية
معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

السـؤال الثـانـي :

15

(8 درجات)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 4$. أوجد كلاً مما يلي :

(a) النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

(c) القيم القصوى المحلية.

الحل :

(a) ∵ f دالة كثيرة حدود

∴ f متصلة وقابلة للإشتقاق عند كل $x \in R : x$,

نوجد النقاط الحرجة

1 $f'(x) = 3x^2 - 12$

1/2 $f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 12 = 0$

1/2 $3(x-2)(x+2) = 0 \rightarrow \quad x = 2 \ , x = -2$

1 ∴ النقاط الحرجة هي : $(-2,12) \ , (2,-20)$

(b) نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$		-2		2		∞
الفترات	$(-\infty,-2)$		$(-2,2)$		$(2,\infty)$		
2 إشارة f'	+ + +		− − −		+ + +		
سلوك الدالة f	متزايدة	↗	متناقصة	↘	متزايدة	↗	

1 نلاحظ من الجدول : الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty,-2)$ والفترة $(2,\infty)$

ومتناقصة على الفترة $(-2,2)$

1 (c) القيمة الصغرى المحلية عند $x = 2$ هي $f(2) = -20$.

1 و القيمة العظمى المحلية عند $x = -2$ هي $f(-2) = 12$.

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية

تم التحميل من شبكة يا كويت التعليمية

شبكة يا كويت

Telegram: ykuwait_net_home

KuwaitTeacher.Com

تابع : السـؤال الثاني :

(b) لتكن : $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$

(7 درجات)

الحـــل :

1	f دالة متصلة عند $x = -2$ ← (1)
2	$f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9$
1	$g(x) = \sqrt{x}$, متصلة عند كل $x \in R^+$
1	$\therefore$ g دالة متصلة عند $x = 9$
1	أي أن g دالة متصلة عند $x = f(-2)$ (2)
	من (1), (2) نجد أن :
1	(gof) متصلة عند $x = -2$

وزارة التربية الإدارة العامة للتوجيه الفني للرياضيات
الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL
معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

السـؤال الثـالث :

15

(7 درجات)

(a) أوجد فترات التقعر ونقطة الإنعطاف لمنحنى الدالة f :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

الحـل :

$\because$ f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f قابلة للاشتقاق على R

$$f'(x) = 6x^2 + 6x \quad (1)$$

$$f''(x) = 12x + 6 \quad (1)$$

$$f''(x) = 0$$

$$12x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

نكون جدول لدراسة إشارة f'' :

$-\infty$ $\quad -\frac{1}{2} \quad$ ∞

الفترات	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$
اشارة f''	$- - -$	$+ + +$
بيان الدالة f	مقعر لأسفل	مقعر لأعلى

$\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(1\right)$

بيان الدالة f مقعرا لأسفل على الفترة $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

بيان الدالة f مقعرا لأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

نقطة الإنعطاف هي : $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL
وزارة التربية التوجيه الفني للرياضيات
KuwaitTeacher.Com

تابع :السـؤال الثـالث :

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & : x \le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

ادرس اتصال الدالة f على مجالها

(8 درجات)

الحل : مجال الدالة f هو : $D_f = (-\infty,-1] \cup (-1,\infty) = R$ — $\frac{1}{2}$

نفرض أن : $g(x) = x+3$ — $\frac{1}{2}$

g دالة كثيرة حدود متصلة على R — $\frac{1}{2}$

$\forall x \in (-\infty,-1]$ $\quad \because f(x) = g(x)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ f دالة متصلة على $(-\infty,-1]$ $\quad (1)$ — $\frac{1}{2}$

نفرض أن : $h(x) = \dfrac{4}{x+3}$ — $\frac{1}{2}$

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in R-\{-3\}$ — $\frac{1}{2}$

$\forall x \in (-1,\infty)$ $\quad \because f(x) = h(x)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ f دالة متصلة على $(-1,\infty)$ $\quad (2)$ — 1

ندرس اتصال الدالة f عند $x=-1$ من جهة اليمين .

$f(-1) = 2$ — $\frac{1}{2}$

حيث نهاية المقام $\neq 0$ ، $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{4}{x+3} = 2$ — 1

$\because f(-1) = \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x=-1$ من جهة اليمين $\quad (3)$ — $\frac{1}{2}$

من $(1),(2),(3)$

$\therefore$ الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty,\infty)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ f متصلة على R

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL
وزارة التربية الكويت
تم التحميل من شبكة يا كويت التعليمية
شبكة يا كويت
Telegram: ykuwait_net_home
KuwaitTeacher.Com

السـؤال الرابـع :

15

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند النقطة $(2\,,1)$

(8 درجات)

الحل :

1	$f'(x) = \frac{(4+x^2)(8)' - (8)(4+x^2)'}{(4+x^2)^2}$
1 + 1	$f'(x) = \frac{(4+x^2)(0) - (8)(2x)}{(4+x^2)^2}$
1	$f'(x) = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$
$1/2 + 1/2$	$f'(2) = \frac{-16 \times 2}{(4+4)^2} = \frac{-32}{64} = -\frac{1}{2}$
$1/2$	$\therefore$ ميل المماس يساوي $-\frac{1}{2}$
$1/2$	معادلة خط المماس $y - f(a) = f'(a)(x-a)$
$1\,1/2$	$y - 1 = -\frac{1}{2}(x-2)$
$1/2$	$y = -\frac{1}{2}x + 2$

الكنترول العلمي CONTROL
وزارة التربية
وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات
معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

تـابــع / الســؤال الرابـع :

(b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16 باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ .

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

(3) فسر فترة الثقة .

(7 درجات)

الحل :

حجم العينة : $n = 36$ ، المتوسط الحسابي : $\bar{x} = 60$

التباين : $S^2 = 16$ ، الإنحراف المعياري : $S = 4$

(1) ∵ مستوى الثقة 95% — $1/2$

$\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ — 1

∵ σ^2 غير معلوم , $n > 30$ — 1

$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$ — $1/2$

$= 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{36}}$ — 1

$= 1.3066$ — $1/2$

∴ هامش الخطأ ≈ 1.3067

(2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$ — $1/2$

$(60 - 1.3067 , 60 + 1.3067)$ — $1/2$

$(58.6933 , 61.3067)$ — $1/2$

(3) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه $(n = 36)$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ — 1

KuwaitTeacher.Com

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$

---

(2) الدالة $f : f(x) = x|x|$ غير قابلة للإشتقاق $\forall x \in R$.

---

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$ فإن لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c, f(c))$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح
ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(4) $\lim_{x\to 0} \frac{tan\,2x}{sinx}$ يساوي :

(a) 0 (b) ∞ (c) -2 (d) 2

---

(5) لتكن الدالة g : $g(x) = \begin{cases} x+1 & : x > a \\ 3-x & : x \le a \end{cases}$ متصلة عند $x = a$,
$a \in Z$ فإن a تساوي :

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) −1

---

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x\to -2}(x^2 + f(x)) = 7$
فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

KuwaitTeacher.Com

(7) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (b) $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(c) $-8\,(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (d) $-64\,(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

---

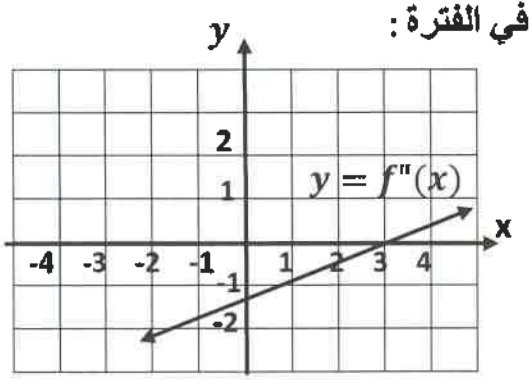
(8) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5sinx$ فإن y' تساوي :

(a) $\frac{1}{x^2} + 5cosx$ (b) $-\frac{1}{x^2} - 5cosx$

(c) $\frac{1}{x^2} - 5cosx$ (d) $-\frac{1}{x^2} + 5cosx$

---

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى الدالة f مقعراً للأسفل في الفترة :



(a) $(-1, 4]$ (b) $(3, \infty)$

(c) $(-\infty, 3)$ (d) $(3, 5)$

---

(10) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a) 6 cm , 6 cm (b) 12 cm , 3 cm

(c) 9 cm , 4 cm (d) 18 cm , 2 cm

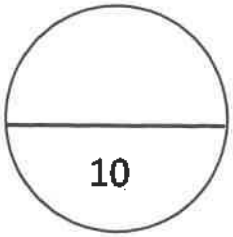
انتهت الأسئلة

KuwaitTeacher.Com

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة



الدرجة: .....

تم التحميل من شبكة ياكويت التعليمية
شبكة ياكويت
Telegram:
ykuwait_net_home
صفوة المعلمين الكويتيين
YkuwaitTeacher.Com