



# الثاني عشر علمي

## الرياضيات

اسئلة اختبارات  
واجاباتها النموذجية

2023/2022

الفترة الأولى



www.waitteacher.com

المجال الدراسي : الرياضيات  
الزمن : ساعتان و45 دقيقة  
عدد الصفحات : 11

دولة الكويت  
وزارة التربية  
التوجيه الفني العام للرياضيات

امتحان الفترة الدراسية الأولى للنصف الثاني عشر علمي  
للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها .

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2}$$

(8 درجات)

الحل :

معا  
مفتوحة الكويت  
KuwaitTeacher.Com

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة لمنحنى الدالة  $f$  عند النقطة  $(1, \frac{2}{3})$

(7 درجات)

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2} \quad \text{حيث}$$

الحل:

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x + 3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :



تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x} \quad (x \neq 0) , \quad g(x) = x^2 + 1 : \text{ (b) لتكن}$$

أوجد (1) باستخدام قاعدة السلسلة  $(f \circ g)'(x)$

(7 درجات)

(2)  $(f \circ g)'(1)$

الحل:

السؤال الثالث : ( 15 درجة )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

( a ) أوجد

( 7 درجات )

الحل :

تابع السؤال الثالث :

$$(b) \text{ للمنحنى الذي معادلته } x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$$

أوجد  $y'$  ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة  $(1, 1)$

(8 درجات)

الحل :

السؤال الرابع : (15 درجة)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > 3 \\ 7 & : x \leq 3 \end{cases} \quad (a) \text{ لتكن } f$$

(6 درجات)

ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 3$

الحل:



تابع السؤال الرابع:

( b ) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

( 9 درجات )

- (1) النقاط الحرجة للدالة
- (2) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايدة أو متناقصة عليها
- (3) القيم القصوى المحلية

الحل :

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$(2) \text{ الدالة } f : f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2} \text{ متصلة عند } x = 3$$

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته  $16 \text{ cm}^2$  هو  $16 \text{ cm}$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+3} \text{ يساوي :}$$

- (a)  $\infty$       (b)  $-\infty$       (c) 1      (d) 0

(5) لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g : g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي

- (a) -1      (b) -4  
(c) 1      (d) 4

$$(6) \text{ الدالة } f : f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}} \text{ متصلة على :}$$

- (a)  $(-\infty, \frac{1}{2})$       (b)  $(5, \infty)$       (c)  $R$       (d)  $(-5, 5)$

(7) إذا كانت الدالة  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

- (a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$  (b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$   
(c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$  (d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(8) إذا كانت  $f' : f'(x) = -x^2$  ، فإن الدالة  $f$  :

- (a) متزايدة على مجال تعريفها  
(b) متناقصة على مجال تعريفها  
(c) متزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$  فقط  
(d) متناقصة على الفترة  $(0, \infty)$  فقط

(9) عدد النقاط الحرجة للدالة :  $y = 3x^3 - 9x - 4$  على الفترة  $(0, 2)$  هو

- (a) 3 (b) 0 (c) 1 (d) 2

(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود ، :  $(c, f(c))$  نقطة انعطاف لها فإن:

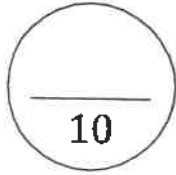
- (a)  $f''(c) = 0$  (b)  $f'(c) = 0$   
(c)  $f(c) = 0$  (d) غير موجودة  $f''(c)$

انتهت الأسئلة

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط



القسم الأول – أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2}$$

(8 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} &= \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} \times \frac{\sqrt{2x-3} + 1}{\sqrt{2x-3} + 1} \\ &= \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3} + 1)} \\ &= \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3} + 1)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2x-3} + 1}, \quad x \neq 2 \end{aligned}$$



$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3) = 1, \quad 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3} + 1) = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-3} + \lim_{x \rightarrow 2} 1$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)} + 1 = 1 + 1 = 2, \quad 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3} + 1}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} 2}{\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3} + 1)} = \frac{2}{2} = 1$$



تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة  $\left(1, \frac{2}{3}\right)$  لمنحنى الدالة  $f$

(7 درجات)

حيث  $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2}$

الحل:

نوجد  $f'$  عند  $x = 1$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2)(x^3 + 1)' - (x^3 + 1)(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2)^2}$$

3

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2)(3x^2) - (x^3 + 1)(2x)}{(x^2 + 2)^2}$$

1 + 1

$$f'(1) = \frac{(1^2 + 2)(3(1)^2) - (1^3 + 1)(2(1))}{(1^2 + 2)^2} = \frac{5}{9} \quad \text{ومنه الميل :}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

معادلة المماس :

1

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$y - \frac{2}{3} = \frac{5}{9}(x - 1)$$

$$y = \frac{5}{9}x - \frac{5}{9} + \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{5}{9}x + \frac{1}{9}$$



السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x + 3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}$

مجال الدالة  $f$ :  $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = \mathbb{R}$

ندرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها :

$\frac{1}{2}$

نفرض :  $g(x) = x + 3$

$\frac{1}{2}$

$g$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

$$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$$

1

(1)  $f$  متصلة على  $(-\infty, -1]$  .....

نفرض  $h(x) = \frac{4}{x + 3}$

$\frac{1}{2}$

$h$  دالة حدودية نسبية متصلة لكل  $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$$

1

(2)  $f$  متصلة على  $(-1, \infty)$  .....

ندرس اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$  من جهة اليمين

$\frac{1}{2}$

$$f(-1) = 2$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

حيث نهاية المقام  $\neq 0$   $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x + 3} = 2$

1

$$\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$\frac{1}{2}$

(3)  $f$  متصلة عند  $x = -1$  من جهة اليمين .....

من (1), (2), (3)

$\frac{1}{2}$

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على الفترة  $(-\infty, \infty)$

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$



تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x} \quad (x \neq 0), \quad g(x) = x^2 + 1 \quad (b) \text{ لتكن}$$

أوجد (1) باستخدام قاعدة السلسلة  $(f \circ g)'(x)$

(7 درجات)

$$(2) \quad (f \circ g)'(1)$$

الحل:

$\frac{1}{2}$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

1 + 1

$$f'(x) = \frac{2x - (2x + 1)}{x^2} = \frac{-1}{x^2}, \quad g'(x) = 2x$$

1

$$f'(g(x)) = f'(x^2 + 1) = \frac{-1}{(x^2 + 1)^2}$$

1

$$\therefore (f \circ g)'(x) = \frac{-1}{(x^2 + 1)^2} \cdot 2x$$

1

$$= \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$$

1 +  $\frac{1}{2}$

$$(f \circ g)'(1) = \frac{-2(1)}{((1)^2 + 1)^2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$



السؤال الثالث : ( 15 درجة )

( a ) أوجد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$

( 7 درجات )

الحل :

$$\begin{aligned}
 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \\
 1 \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \right) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} \right) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x^2}{\sin^2 x} \right) \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\
 1 \quad &= (1)^2 \times (1 + 1) \\
 \frac{1}{2} \quad &= 1 \times 2 = 2
 \end{aligned}$$



تابع السؤال الثالث :

( b ) للمنحنى الذي معادلته  $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد  $y'$  ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1, 1)

(8 درجات)

الحل :

3

$$2x - 2yy' + y + xy' - 0 = 0$$

1

$$-2yy' + xy' = -2x - y$$

1

$$y'(-2y + x) = -2x - y$$

1

$$y' = \frac{-2x - y}{x - 2y}$$

1 + 1

$$y' = \frac{-2(1) - (1)}{(1) - 2(1)} = \frac{-3}{-1} = 3 \quad \text{بالتعويض بـ (1,1)}$$

∴ ميل المماس = 3





السؤال الرابع : (15 درجة)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > 3 \\ 7 & : x \leq 3 \end{cases} \quad : f \text{ لتكن } (a)$$

(6 درجات)

ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 3$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$f(3) = 7$$

1

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 7 = 7$$

$\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} (x + 3) = 3 + 3 = 6$$

1

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

1

$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  ليست موجودة

1

$\therefore$  الدالة  $f$  ليست متصلة عند  $x = 3$



تابع السؤال الرابع:

( b ) لتكن الدالة  $f : f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

( 9 درجات )

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1)  $f$  دالة كثيرة حدود

$f$  متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل  $x \in \mathbb{R}$  :

نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2 , x = -2$$

∴ النقاط الحرجة هي :

$$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$$

$$(2, f(2)) = (2, -21)$$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$-2$	$2$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$	
إشارة $f'$	+++	---	+++	
سلوك الدالة $f$	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	

الدالة متزايدة على الفترة  $(-\infty, -2)$  ، الفترة  $(2, \infty)$

و متناقصة على الفترة  $(-2, 2)$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند  $x = -2$  وهي  $f(-2) = 11$

توجد قيمة صغرى محلية عند  $x = 2$  وهي  $f(2) = -21$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2} \quad (1)$$



(2) الدالة  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ : متصلة عند  $x = 3$

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته  $16 \text{ cm}^2$  هو  $16 \text{ cm}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+3}$  يساوي :

- (a)  $\infty$       (b)  $-\infty$       (c) 1      (d) 0

(5) لتكن الدالة  $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي

- (a) -1      (b) -4  
(c) 1      (d) 4

(6) الدالة  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$  متصلة على :

- (a)  $(-\infty, \frac{1}{2})$       (b)  $(5, \infty)$       (c)  $R$       (d)  $(-5, 5)$



(7) إذا كانت الدالة  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

- (a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$  (b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$   
 (c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$  (d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(8) إذا كانت  $f' : f'(x) = -x^2$  ، فإن الدالة  $f$  :

- (a) متزايدة على مجال تعريفها  
 (b) متناقصة على مجال تعريفها  
 (c) متزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$  فقط  
 (d) متناقصة على الفترة  $(0, \infty)$  فقط

(9) عدد النقاط الحرجة للدالة :  $y = 3x^3 - 9x - 4$  على الفترة  $(0, 2)$  هو

- (a) 3 (b) 0 (c) 1 (d) 2

(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود ، :  $(c, f(c))$  نقطة انعطاف لها فإن:

- (a)  $f''(c) = 0$  (b)  $f'(c) = 0$   
 (c)  $f(c) = 0$  (d) غير موجودة  $f''(c)$



انتهت الأسئلة



إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
( 1 )	a	b		
( 2 )	a	b		
( 3 )	a	b		
( 4 )	a	b	c	d
( 5 )	a	b	c	d
( 6 )	a	b	c	d
( 7 )	a	b	c	d
( 8 )	a	b	c	d
( 9 )	a	b	c	d
( 10 )	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10





القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

( a ) أوجد

الحل :



السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 2x} - 4}$$

( a ) أوجد

الحل:

تابع السؤال الثاني :

( b ) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $y = \frac{8}{4 + x^2}$  عند  $x = 2$

( 7 درجات )

الحل :

السؤال الثالث : ( 14 درجة )

( 7 درجات ) ( a ) لتكن الدالة  $f : f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

- (1) النقاط الحرجة للدالة
- (2) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايدة أو متناقصة عليها
- (3) القيم القصوى المحلية

الحل :



تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة  $f : f(x) = x + \frac{1}{x}$  تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

على الفترة  $[\frac{1}{2}, 2]$  ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل :

(7 درجات)

مطلوب

السؤال الرابع : ( 14 درجة )

( a ) لتكن الدالة  $f$  :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها

( 8 درجات )

أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

الحل :



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x - 3|} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2} \csc^2\left(\frac{2}{x}\right) \quad \text{فإن } y = 5 \cot\left(\frac{2}{x}\right) \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات و رأساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته  $y = 12 - x^2$  هي  $24 \text{ units}^2$  **معلم**

(4) إن القيمة الحرجة  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x + 3} \quad \text{يساوي} \quad (5)$$

- (a) -9                      (b) -3                      (c) 0                      (d) 9

(6) لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي

- (a) 1                      (b) -1                      (c) 4                      (d) -4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3 \quad \text{إذا كان} \quad (7) \quad \text{فإن قيم } a, b \text{ هي}$$

- (a)  $a = 0, b = 6$                       (b)  $a = 0, b = -6$   
(c)  $a = 6, b = 0$                       (d)  $a = -6, b = 0$

(8) الدالة  $f : f(x) = \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - 25}}$  متصلة على

- (a)  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$                       (b)  $(5, \infty)$                       (c)  $R$                       (d)  $(-5, 5)$

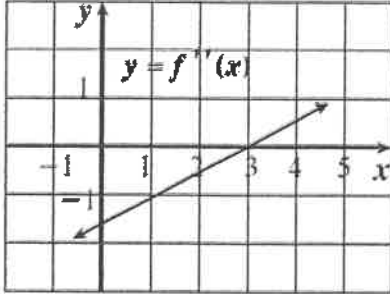
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a)  $f(x) = x^3 + 5x$

(b)  $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c)  $f(x) = x^3$

(d)  $f(x) = (x - 2)^4$



(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان  $f''$  فإن منحنى  $f$  مقعرا للأسفل في الفترة

(a)  $(-\infty, 3)$

(b)  $(3, \infty)$

(c)  $(-1, 4)$

(d)  $(3, 5)$

معلق

(11) الدالة  $k$  :  $k(x) = -|x^2 - 4|$  لها

(a) نقطتان حرجتان فقط

(b) قيمة صغرى مطلقة

(c) قيمة عظمى مطلقة

(d) ليس أيا مما سبق

(12) إن الدالة  $f$  :  $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  و السبب هو

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة  $A(3, 2)$  على

منحنى :  $x^2 - y^2 - 2xy = -7$  هو

(a)  $-5$

(b)  $\frac{-1}{5}$

(c)  $\frac{1}{5}$

(d)  $5$

(14) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$  فإن مجال  $f'$  هو

(a)  $\{1\}$

(b)  $[1, \infty)$

(c)  $\mathbb{R}$

(d)  $\mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)





القسم الأول – أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( 7 درجات ) ( a ) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

الحل :

1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right)$$

1

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \right)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} \right)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x^2}{\sin^2 x} \right) \cdot (1 + \cos x) \right)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 

$$= \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right)$$

1

$$= (1)^2 \times (1 + 1)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= 1 \times 2 = 2$$



تابع السؤال الأول :

( 7 درجات )

( b ) ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 0$  حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

$$\frac{x^2 - 3x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x(x-3)}{x} & : x > 0 \\ \frac{x(x-3)}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x-3 & : x > 0 \\ -x+3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

$$f(0) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-3) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x+3) = 3$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ ليست موجودة}$$

$\therefore$  الدالة  $f$  ليست متصلة عند  $x = 0$



السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( 7 درجات ) (a) أوجد  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

الحل:

بفرض أن  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

1  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$

$\frac{1}{2}$   $= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   $= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$  عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$\frac{1}{2}$   $= \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$  بشرط  $x \neq 0$

$\frac{1}{2}$   $\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   $= 1 + 0 - 0 = 1, 1 > 0$

1  $\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2})} = \sqrt{1} = 1, 1 \neq 0$

$\frac{1}{2}$   $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 1 - 0 = 1$

$\frac{1}{2}$   $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x})}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}}$

$\frac{1}{2}$   $= \frac{1}{1} = 1$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $y = \frac{8}{4+x^2}$  عند  $x = 2$  (7 درجات)

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{8}{4+x^2} \right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} = \left[ \frac{-16x}{(4+x^2)^2} \right]_{x=2} = \frac{-16(2)}{(4+(2)^2)^2} = \frac{-1}{2}$$

ميل المماس لمنحنى الدالة يساوي  $\frac{-1}{2}$

$$\because x = 2, \quad \therefore y = \frac{8}{4+(2)^2} = 1$$

معادلة المماس لمنحنى الدالة :  $y - y_1 = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} \cdot (x - x_1)$

$$y - 1 = \left( \frac{-1}{2} \right) (x - 2)$$

$$y - 1 = \frac{-1}{2} x + 1$$

$$y = \frac{-1}{2} x + 2$$



السؤال الثالث : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

( a ) لتكن الدالة  $f : f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

- (1) النقاط الحرجة للدالة
- (2) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايدة أو متناقصة عليها
- (3) القيم القصوى المحلية

الحل:

(1)  $f$  دالة كثيرة الحدود

$f$  متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل  $x \in \mathbb{R}$  :

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2, x = -2$$

$\therefore$  النقاط الحرجة هي :

$$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$$

$$(2, f(2)) = (2, -21)$$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$-2$	$2$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -2)$		$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة $f'$	+++		---	+++
سلوك الدالة $f$	متزايدة ↗		متناقصة ↘	متزايدة ↗

الدالة متزايدة على الفترة  $(-\infty, -2)$  و الفترة  $(2, \infty)$

و متناقصة على الفترة  $(-2, 2)$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند  $x = -2$  وهي  $f(-2) = 11$

توجد قيمة صغرى محلية عند  $x = 2$  وهي  $f(2) = -21$



تابع السؤال الثالث :

( b ) بين أن الدالة  $f : f(x) = x + \frac{1}{x}$  تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $\left[ \frac{1}{2}, 2 \right]$  ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل :

( 7 درجات )

لتكن الدالة  $g : g(x) = x$

الدالة  $g$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

الدالة  $h : h(x) = \frac{1}{x}$

الدالة  $h$  حدودية نسبية متصلة على  $\mathbb{R} - \{0\}$

∴ دالة الجمع  $f$  حيث  $f(x) = g(x) + h(x)$  هي دالة متصلة على  $\mathbb{R} - \{0\}$

∴ الدالة  $f$  متصلة على  $\left[ \frac{1}{2}, 2 \right]$  و قابلة للاشتقاق على  $\left( \frac{1}{2}, 2 \right)$

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة  $\left[ \frac{1}{2}, 2 \right]$

∴ يوجد على الأقل  $c \in \left( \frac{1}{2}, 2 \right)$  بحيث

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{2 - \frac{1}{2}}$$

$$f(2) = \frac{5}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \rightarrow f'(c) = 1 - \frac{1}{c^2}$$

$$1 - \frac{1}{c^2} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \rightarrow 1 - \frac{1}{c^2} = 0 \therefore c^2 = 1 \Rightarrow c = \pm 1$$

$$c = 1 \in \left( \frac{1}{2}, 2 \right), c = -1 \notin \left( \frac{1}{2}, 2 \right)$$

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة  $f$  عند  $x = 1$  يوازي القاطع المار بالنقطتين  $\left( \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right)$  ،  $\left( 2, \frac{5}{2} \right)$



السؤال الرابع : ( 14 درجة )

دالة متصلة على مجالها ( a ) لتكن الدالة f :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$

أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

( 8 درجات )

الحل :

مجال الدالة :

$$D_f = (-\infty, 2] \cup (2, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ \text{تبحث} & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

( إن وجدت )

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

( إن وجدت )

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 3 - 5}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 8}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} 4 = 4$$

$$f'_-(2) = f'_+(2) = 4$$

$$\therefore f'(2) = 4$$

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 2x & : x \leq 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$



تابع السؤال الرابع:

( b ) إذا كانت :  $n = 20$  ,  $\bar{x} = 40$  ,  $S = 7$  ( 6 درجات )

اختبر الفرض بأن  $\mu = 35$  عند مستوى معنوية  $\alpha = 0.05$

الحل :

$$n = 20 , \bar{x} = 40 , S = 7$$

(1) صياغة الفروض :

$$H_0: \mu = 35 \quad \text{مقابل} \quad H_1: \mu \neq 35$$

(2)  $\sigma$  غير معلومة ،  $n < 30$  :

نستخدم المقياس الاحصائي  $t$  :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{40 - 35}{\frac{7}{\sqrt{20}}} \approx 3.194$$

(3)  $n = 20$   $\therefore$  درجات الحرية  $n - 1 = 20 - 1 = 19$

مستوى المعنوية  $\alpha$  :  $\therefore \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

من جدول توزيع  $t$  :  $\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$

(4) منطقة القبول هي :  $(-2.093, 2.093)$

(5) اتخاذ القرار الإحصائي :  $\therefore 3.194 \notin (-2.093, 2.093)$

$\therefore$  القرار نرفض فرض العدم  $\mu = 35$  و نقبل الفرض البديل  $\mu \neq 35$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2} \csc^2\left(\frac{2}{x}\right) \text{ فإن } y = 5 \cot\left(\frac{2}{x}\right) \text{ إذا كانت } (2)$$

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات و رأساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته  $y = 12 - x^2$  ، هي  $24 \text{ units}^2$

(4) إن القيمة الحرجة  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3} \text{ يساوي } (5)$$

- (a) -9      (b) -3      (c) 0      (d) 9

(6) لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي

- (a) 1      (b) -1      (c) 4      (d) -4

(7) إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$  فإن قيم  $a, b$  هي

- (a)  $a = 0, b = 6$       (b)  $a = 0, b = -6$   
(c)  $a = 6, b = 0$       (d)  $a = -6, b = 0$

(8) الدالة  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$  متصلة على :

- (a)  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$       (b)  $(5, \infty)$       (c)  $R$       (d)  $(-5, 5)$

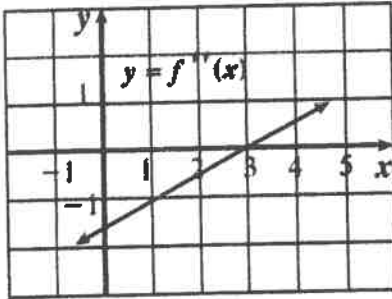
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a)  $f(x) = x^3 + 5x$

(b)  $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c)  $f(x) = x^3$

(d)  $f(x) = (x - 2)^4$



(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان  $f''$  فإن منحنى  $f$  مقعرا للأسفل في الفترة

(a)  $(-\infty, 3)$

(b)  $(3, \infty)$

(c)  $(-1, 4)$

(d)  $(3, 5)$

معلق

(11) الدالة  $k$  :  $k(x) = -|x^2 - 4|$  لها

(a) نقطتان حرجتان فقط

(b) قيمة صغرى مطلقة

(c) قيمة عظمى مطلقة

(d) ليس أيا مما سبق

(12) إن الدالة  $f$  :  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2}$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  و السبب هو

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة  $A(3, 2)$  على

منحنى :  $x^2 - y^2 - 2xy = -7$  هو

(a)  $-5$

(b)  $\frac{-1}{5}$

(c)  $\frac{1}{5}$

(d)  $5$

(14) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$  فإن مجال  $f'$  هو

(a)  $\{1\}$

(b)  $[1, \infty)$

(c)  $\mathbb{R}$

(d)  $\mathbb{R} - \{1\}$



انتهت الأسئلة



ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)		(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)
(3)	(a)		(c)	(d)
(4)		(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)	(a)	(b)		(d)
(7)		(b)	(c)	(d)
(8)	(a)		(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	
(10)		(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)		(d)
(12)	(a)		(c)	(d)
(13)		(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)		(d)





دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م

المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 13 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

( a ) أوجد

14

( 6 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$



تابع السؤال الأول : ( 8 درجات )

( b ) إذا كانت :  $f(x) = 2x + 1$  ,  $g(x) = x^3$

(1) أوجد  $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة  $(g \circ f)(x)$  عند النقطة  $A(0, 1)$

Lined area for student response, consisting of multiple horizontal lines.

السؤال الثاني :

14

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10} : f \text{ لتكن } (a)$$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة  $f$  ثم ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-1, 1]$

( 7 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$y' = (y \cdot \csc x)^2$$

أثبت أن

14

السؤال الثالث:

( a ) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

( 8 درجات )

تابع السؤال الثالث:

( 6 درجات )

( b ) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها  $8 \text{ cm}$  واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

السؤال الرابع:

14

( a ) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

ثم ارسم بياناتها

( 9 درجات )



Blank writing area with horizontal dashed lines for text entry.

Blank writing area with a grid pattern for text entry.

مجاناً  
موقع  
معلمة  
الكويت

تابع السؤال الرابع:

(5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث  $n = 40$  والانحراف المعياري لمجتمع الإناث  $\sigma = 12.5$  ، والمتوسط الحسابي للعينة  $\bar{x} = 76.3$  .  
استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3 \quad (1)$$

$$a = -3, b = -2 \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1 \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

$$(3) \text{ الدالة } f : f(x) = x|x| \text{ قابلة للإشتقاق } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(4) \text{ الدالة } f : f(x) = \sqrt[3]{x-1} \text{ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة } [-1, 2]$$

ثانياً : في البنود (5-14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$(5) \text{ إذا كانت الدالة } f : f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} \text{ فإن } f'(1) \text{ تساوي}$$

- (a)  $-\frac{3}{2}$       (b)  $\frac{3}{2}$       (c)  $-3$       (d)  $3$

$$(6) \text{ ميل الناظم لمنحنى الدالة } f : f(x) = \frac{2}{x} \text{ عند } x = -2 \text{ هي :}$$

- (a)  $-2$       (b)  $-\frac{1}{2}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $2$

(7) للدالة  $f : f(x) = -3x + 1$  قيمة عظمى مطلقة في  $[0, 3]$  عند

- (a)  $x = 3$       (b)  $x = 1$       (c)  $x = 0$       (d)  $x = -8$

(8) الدالة  $f : f(x) = \frac{x+1}{25-x^2}$  متصلة على :

- (a)  $\mathbb{R}$       (b)  $[-5, 5]$   
(c)  $\mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$       (d)  $(-\infty, 25)$

(9) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -2$  وكانت  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$

فإن  $f(-2)$  تساوي :

- (a) 3      (b) 5      (c) 9      (d) 11

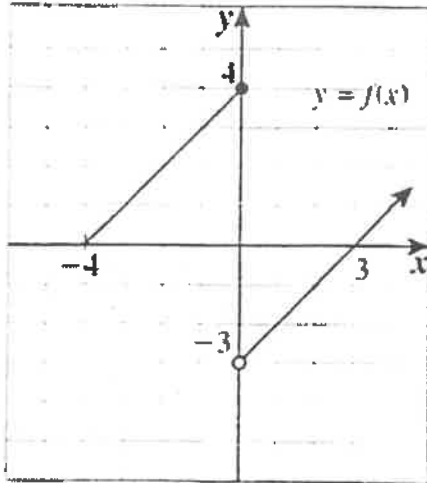
(10) إذا كان  $x^2 + y^2 = 25$  ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $\frac{x}{y}$       (b)  $\frac{-x}{y}$       (c)  $2x + 2y$       (d)  $-x$

(11) عدد النقاط الحرجة للدالة  $y = 3x^2 - 9x - 4$  على الفترة  $(-2, 0)$  هو :

- (a) 3      (b) 2      (c) 1      (d) 0

(12) إذا كان الشكل المقابل هو بيان دالة  $f$  فإن العبارة الصحيحة في ما يلي هي :



- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$   
(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$   
(c)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$   
(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$

(13) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً للأسفل في  $(-1, 1)$  :

- (a)  $f(x) = x^3$  (b)  $f(x) = -x^3$   
(c)  $f(x) = x^2$  (d)  $f(x) = -x^2$

(14) إذا كان القرار قبول فرض العدم ، وفترة الثقة  $(-1.96, 1.96)$  فإن قيمة الإختبار  $Z$  يمكن أن تكون :

- (a) -2.5 (b) -2 (c) 1.5 (d) 1.99

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

(6 درجات)

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

الحل :

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x+4}{x}, \quad x \neq 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} x = 2, \quad 2 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x+4)}{\lim_{x \rightarrow 2} x}$$

$$= \frac{2+4}{2} = 3$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(1)





تابع السؤال الأول :

( 8 درجات )

( b ) إذا كانت :  $f(x) = 2x + 1$  ,  $g(x) = x^3$

(1) أوجد  $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة  $(g \circ f)(x)$  عند النقطة  $A(0, 1)$

الحل :

1  $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$  (1)

1  $g'(x) = 3x^2$

1  $g'(f(x)) = 3(2x + 1)^2$

1  $f'(x) = 2$

$(g \circ f)'(x) = 3(2x + 1)^2 (2)$

1  $= 6(2x + 1)^2$

(2) ميل المماس للدالة  $(g \circ f)(x)$  عند  $x = 0$

1  $(g \circ f)'(0) = 6(0 + 1)^2 = 6$

∴ معادلة المماس هي :

$\frac{1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$y - 1 = 6(x - 0)$$

$$6x - y + 1 = 0$$

(2)



السؤال الثاني :

(a) لتكن  $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة  $f$  ثم ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-1, 1]$

**الحل :**

نفرض أن

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \quad , \quad g(x) = x^2 - 7x + 10$$

$$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$x^2 - 7x + 10 \geq 0$$

المعادلة المناظرة :

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$x = 2 \quad , \quad x = 5$$



∴ مجال الدالة  $f$  هو  $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

لدراسة اتصال الدالة  $f$  على  $[-1, 1]$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$$

∴  $[-1, 1]$  مجموعة جزئية من  $D_f$

$$\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 1] \quad (1)$$

(2) الدالة  $g : g(x) = x^2 - 7x + 10$  متصلة على  $[-1, 1]$

من (1) و (2)

متصلة على  $[-1, 1]$

(3)



( 7 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن  $y' = (y \cdot \csc x)^2$

الحل :

$$y' = \frac{(\sin x)' (\sin x + \cos x) - (\sin x)(\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x (\sin x + \cos x) - \sin x (\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x \cdot \sin x + \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$(y \cdot \csc x)^2 = \left( \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} \cdot \frac{1}{\sin x} \right)^2$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= y'$$



14
----

السؤال الثالث:

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

الحل :

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{x \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \quad |x| = x : x > 0 \\
 &= \frac{1 - \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \quad : x \neq 0 \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2} \\
 &= 1 - 0 - 0 = 1, 1 > 0 \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)} &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1, 1 \neq 0 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} = 1 - 0 = 1 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{1}{1} = 1
 \end{aligned}$$



تابع السؤال الثالث: ( 6 درجات )

( b ) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها  $8 \text{ cm}$  واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

الحل :

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو  $x$  وطول البعد الثاني  $y$

$$\text{المحيط} = 2x + 2y \rightarrow 8 = 2x + 2y$$

$$4 = x + y \rightarrow y = 4 - x$$

$\therefore$  طول البعد الثاني للمستطيل هو  $4 - x$

$x$  لا يمكن أن تزيد على 4 أي :  $0 < x < 4$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب البعدين

$$s(x) = x \cdot (4 - x)$$

$$= 4x - x^2$$

$$s'(x) = 4 - 2x$$

نضع  $s'(x)$

$$4 - 2x = 0$$

$$x = 2 \in (0, 4)$$

$\therefore$  نقطة حرجة  $(2, s(2))$

$$s''(x) = -2, \quad -2 < 0$$

$\therefore$  توجد قيمة عظمى مطلقة عند  $x = 2$

$\therefore$  أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند  $x = 2$

$\therefore$  البعد الأول للمستطيل هو  $x = 2 \text{ cm}$

والبعد الثاني هو  $4 - x = 4 - 2 = 2 \text{ cm}$

بما أن المستطيل يصبح مربع لأن بعديه متساويان

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$



14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة  $f : f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

ثم ارسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

$f$  دالة كثيرة الحدود مجالها  $\mathbb{R}$   
توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x^3 = \infty$$

توجد النقاط الحرجة حيث  $f$  دالة قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 0$$

نضع

$$6x^2 + 6x = 0$$

$$6x(x + 1) = 0$$

$$6x = 0 \rightarrow x = 0 \quad \text{أو} \quad x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$f(0) = -1, \quad f(-1) = 0$$

النقاط الحرجة  $(0, -1)$ ,  $(-1, 0)$

تكون جدول التغير لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$-1$	$0$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$	
إشارة $f'$	++++	----	++++	
سلوك الدالة $f$	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	

الدالة  $f$  متزايدة في الفترة  $(-\infty, -1)$  والفترة  $(0, \infty)$

الدالة  $f$  متناقصة في الفترة  $(-1, 0)$

للدالة  $f$  قيمة عظمى محلية عند  $x = -1$  وقيمة صغرى محلية عند  $x = 0$

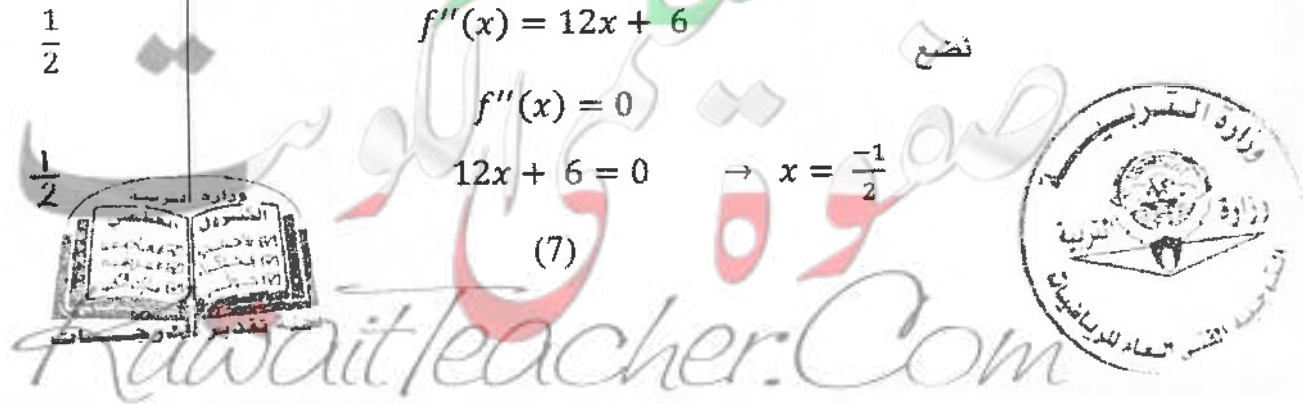
$$f''(x) = 12x + 6$$

نضع

$$f''(x) = 0$$

$$12x + 6 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

(7)





1

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -\frac{1}{2})$		$(-\frac{1}{2}, \infty)$
إشارة $f''$	---		+++
التقر	⌒		⌒

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة  $(-\infty, -\frac{1}{2})$

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة  $(-\frac{1}{2}, \infty)$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

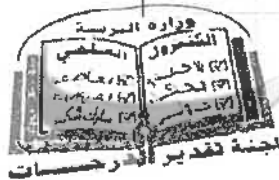
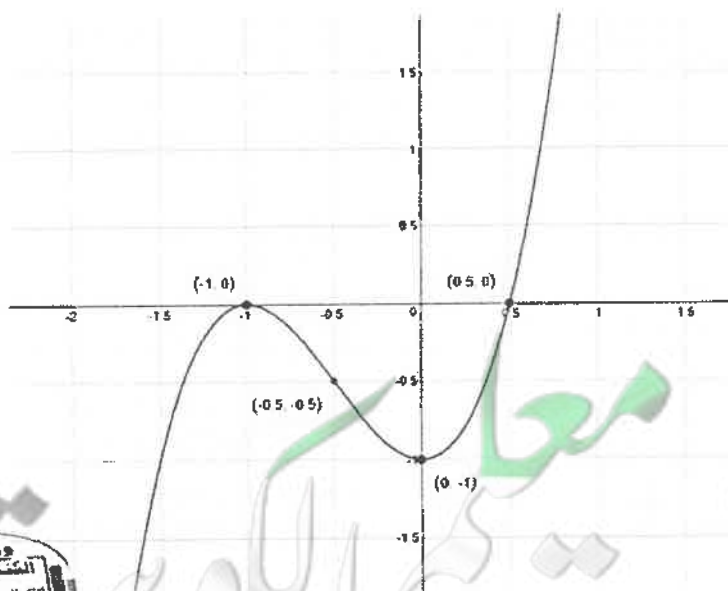
نقطة انعطاف  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \therefore$

$\frac{1}{2}$

نقاط اضافية

$x$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	4

$\frac{1}{2}$



(8)



(5 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهم فإذا كان حجم عينة الإناث  $n = 40$  والانحراف المعياري لمجتمع الإناث  $\sigma = 12.5$  ، والمتوسط الحسابي للعينة  $\bar{x} = 76.3$  .

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل:

(1) مستوى الثقة 95%

∴ القيمة الحرجة: نستخدم توزيع  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

نلاحظ أن  $\sigma$  معلومة

$$\therefore n = 40 , \sigma = 12.5 , \bar{x} = 76.3$$

$$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{هامش الخطأ هو:}$$

$$= (1.96) \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87379$$

∴ هامش الخطأ  $\approx 3.8738$

(2) فترة الثقة هي:

$$(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$$

$$= (76.3 - 3.8738 , 76.3 + 3.8738)$$

$$= (72.4262 , 80.1738)$$



القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3 \quad (1)$$

$$a = -3, b = -2 \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1 \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

(3) الدالة  $f : f(x) = x|x|$  قابلة للإشتقاق  $\forall x \in \mathbb{R}$

(4) الدالة  $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة  $[-1, 2]$

ثانياً : في البنود (5-14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}}$  فإن  $f'(1)$  تساوي

- (a)  $-\frac{3}{2}$       (b)  $\frac{3}{2}$       (c)  $-3$       (d)  $3$

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة  $f : f(x) = \frac{2}{x}$  عند  $x = -2$  هي :

- (a)  $-2$       (b)  $-\frac{1}{2}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $2$



جدول اجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)		
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة: .....



(13)



دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

( a ) أوجد

14

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

الحل :

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته  $2\sqrt{y} + y = x$  أوجد:

(1)  $y'$

(2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1، 3)

الحل :



السؤال الثاني :  
( a ) أوجد

14

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل :

(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربيهما أكبر ما يمكن

الحل:

السؤال الثالث:

14

( a ) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها

الحل :

( 9 درجات )

Blank area with horizontal dashed lines for writing.

Blank area with a grid of dashed lines for writing.

(5 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n = 25$  ، فإذا كان الانحراف

المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ( $\bar{x}$ ) يساوي 15 ،

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل :

السؤال الرابع:

14

( a ) لتكن  $f$  :  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-2, 2]$

( 7 درجات )

الحل :



(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة  $f$ :

أوجد  $f'(x)$  وعين مجالها

الحل:

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

(2) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع  $\mu = 25000$  من خلال دراسة لعينة عشوائية  
تبيّن أن المتوسط الحسابي هو  $\bar{x} = 27000$  مع انحراف معياري  $S = 5000$  إذا كان  
المقياس الإحصائي  $Z = 2$  فإن حجم العينة :  $n = 20$

ثانياً : في البنود ( 3 -10 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة  
الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

معلق

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{3}{x-2} \right)^5 = \quad (3)$$

- (a) 0                      (b) 2                      (c)  $-\infty$                       (d)  $\infty$

(4) لتكن  $y = |x|$  فإن الدالة  $y$

معلق

- (a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط  
(b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط  
(c) لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة  
(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

(5) ليكن منحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى  
عندها أفقياً هي :

- (a) (3, 0)                      (b) (1, 0)                      (c) (2, -1)                      (d) (2, 1)

(6) إذا كانت الدالة  $f$  :  

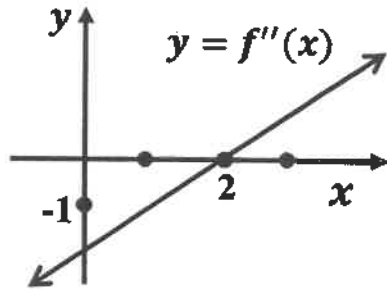
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & : x < 2 \end{cases}$$
 فإن

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$  (b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$  (c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  موجودة (d)  $f$  متصلة عند  $x = 2$

(7) إذا كانت  $g$  دالة متصلة عند  $x = 1$  فإن الدالة المتصلة عند  $x = 1$  فيما يلي هي  $f(x)$  تساوي

- (a)  $\sqrt{g(x)}$  (b)  $\frac{1}{g(x)}$  (c)  $\frac{g(x)}{x-1}$  (d)  $|g(x)|$

(8) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان  $f''$  فإن منحنى  $f$  مقعراً لأسفل في الفترة



- (a)  $(-\infty, 2)$  (b)  $(0, \infty)$  (c)  $(0, 2)$  (d)  $(2, \infty)$

(9) للدالة  $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  مماس رأسي معادلته

- (a)  $x = 0$  (b)  $y = 0$  (c)  $x = 1$  (d)  $y = 1$

(10) إذا كانت  $y = \sin^{-5}x - \cos^3x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2x \sin x$  (b)  $5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2x \sin x$   
 (c)  $-5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2x \sin x$  (d)  $-5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2x \sin x$

انتهت الأسئلة

## القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

(a) أوجد

14

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

الحل :

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x}$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = (1)^2 \cdot (1 + 1)$$

$$\frac{1}{2} \quad = 2$$

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته  $2\sqrt{y} + y = x$  أوجد:

(1)  $y'$

(2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1, 3)

الحل :

$$\frac{1}{2} \quad 2y^{\frac{1}{2}} + y = x$$

بالاشتقاق الضمني

$$3 \quad 2 \cdot \frac{1}{2} y^{\frac{-1}{2}} y' + y' = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}} + y' = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad y' \left( \frac{1}{\sqrt{y}} + 1 \right) = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}$$

$$1 \quad y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$$

بالتعويض بـ (1, 3)

$$1 \quad \therefore y' = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  ميل المماس =  $\frac{1}{2}$



(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل :



$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{|x| \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$$= \frac{x \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} \quad : x \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2, \quad 2 > 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x})} = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1, \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{(1 + \frac{1}{x})} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$



(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربيهما أكبر ما يمكن

الحل:

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

بفرض أن أحد العددين  $x$  حيث  $0 < x < 20$

∴ العدد الآخر هو  $20 - x$

∴ حاصل ضربيهما هو :

1

$$f(x) = x(20 - x)$$

$$f(x) = 20x - x^2$$

1

$$f'(x) = 20 - 2x$$

$\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 0$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore 20 - 2x = 0$$

$$x = 10$$

∴ توجد نقطة حرجة عند  $x = 10$

1

$$f''(x) = -2$$

$\frac{1}{2}$

$$f''(10) = -2, \quad -2 < 0$$

$\frac{1}{2}$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند  $x = 10$

$\frac{1}{2}$

∴ العدد الأول هو :  $x = 10$

$\frac{1}{2}$

العدد الثاني هو :  $20 - x = 20 - 10 = 10$

∴ العددان هما 10 و 10



بوضع

**السؤال الثالث:**

14

(9 درجات)

(a) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانتها

الحل :

$f$  دالة كثيرة حدود مجالها  $\mathbb{R}$   
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3) = -\infty$

نوجد النقاط الحرجة حيث  $f$  دالة قابلة للاشتقاق على مجالها  $\mathbb{R}$

$f'(x) = -3x^2$

$f'(x) = 0$

$\therefore -3x^2 = 0$

$x = 0$

$f(0) = 1$

نضع



$\therefore (0,1)$  نقطة حرجة

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$0$	$\infty$
إشارة $f'$	---		---
سلوك الدالة $f$	متناقصة $\infty$ ↘		متناقصة ↘ $-\infty$

الدالة  $f$  متناقصة على الفترة  $(-\infty, 0)$  وعلى الفترة  $(0, \infty)$

لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة  $f''$

$f''(x) = -6x$

$f''(x) = 0$

$-6x = 0 \rightarrow x = 0$

$f(0) = 1$

نضع

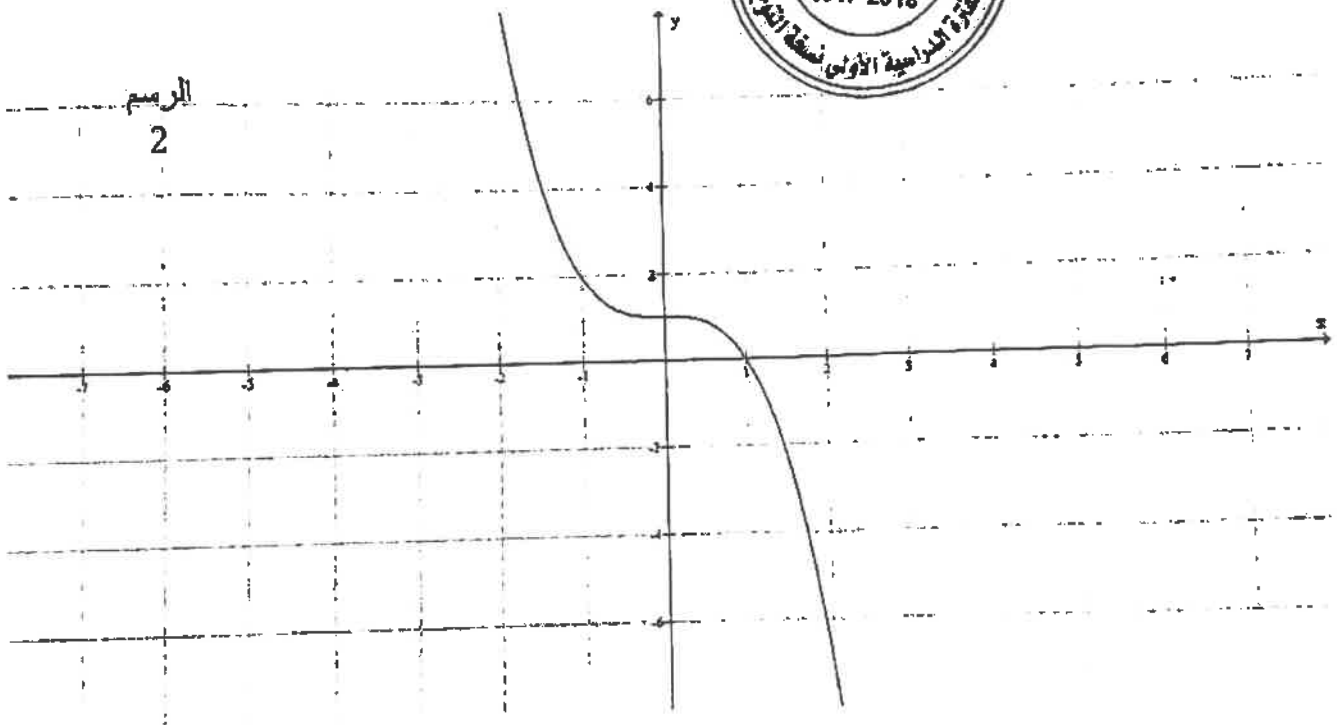
	$-\infty$	$0$	$\infty$
إشارة $f''$	+++		---
التقعر	U تقعر لأعلى		n تقعر لأسفل

$(0,1)$  نقطة انعطاف

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

نقاط اختيارية

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7



(5 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n = 25$  ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ( $\bar{x}$ ) يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل :

(1)  $\because \sigma^2$  غير معلوم ،  $n \leq 30$  ،

$\therefore$  نستخدم توزيع t

$$\therefore n = 25$$

$\frac{1}{2}$

$$n - 1 = 25 - 1 = 24$$

درجات الحرية

$$1 - \alpha = 0.95$$

$\therefore$  مستوى الثقة

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \alpha = 0.50 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

من جدول توزيع t

1

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$$

هامش الخطأ :

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

1

$$= (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$$

(2) فترة الثقة :

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

2

$$= (15 - 4.128, 15 + 4.128)$$

$$= (10.872, 19.128)$$



السؤال الرابع:

14

(a) لتكن  $f$  :  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

درس اتصال الدالة  $f$  على  $[-2, 2]$

(7 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$

بفرض أن  $f(x) = \sqrt{g(x)}$  :  $g(x) = 4 - x^2$

$\frac{1}{2}$

$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

$\frac{1}{2}$

$4 - x^2 \geq 0$

$\frac{1}{2}$

$4 - x^2 = 0$

$\frac{1}{2}$

$(2 - x)(2 + x) = 0$

$x = 2$  أو  $x = -2$

$\frac{1}{2}$



1

مجال الدالة هو :  $[-2, 2]$

1

$\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2, 2]$  ،

1

$g$  متصلة على  $[-2, 2]$

1

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على  $[-2, 2]$

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة  $f$ :

أوجد  $f'(x)$  وعين مجالها

الحل:

مجال  $f$ :

$$D_f = [2, \infty) \cup (-\infty, 2) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ \text{نبحث} & : x = 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 2 - 2 = 0$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)} \rightarrow (1)$$

إن وجدت

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

إن وجدت

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - \frac{4}{x} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 2}{x} = 2 : \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2 \neq 0$$

$$\therefore f'_-(2) \neq f'_+(2)$$

$\therefore f'(2)$  غير موجودة

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$

مجال  $f'$  هو  $\mathbb{R} - \{2\}$





جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)



الدرجة: ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: ..... = 1.5 × .....

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

14

( 6 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل :

معا  
صفحة الأولى الكويت  
KuwaitTeacher.Com  
الصفحة الأولى

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل:

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

( b ) إذا كان :  $y = x \sin x$

فأثبت أن :  $y'' + y - 2 \cos x = 0$

( 7 درجات )

الحل :



السؤال الثالث :

14

(a) بين أن الدالة  $f : f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $[0, 4]$   
ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

مطلوب



تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة  $f : f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$  ثم إرسم بيانها  
(9 درجات)

الحل :

حل

الرسم البياني

معاينة  
موقع  
www.kuwaitteacher.com

السؤال الرابع

14

(  $a$  ) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$  عند  $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

تابع السؤال الرابع :

( b ) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 283$  دينار وانحرافها المعياري  $S = 32$  دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % ( علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي )  
( 6 درجات )

الحل:

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (1 - 2) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $[-3, 1]$  ،  $g$  دالة متصلة على  $[-1, 3]$  فإن  $f + g$  هي دالة متصلة عند  $x = 0$

(2) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x+3}$  فإن  $f'(1) = \frac{1}{4}$

ثانياً : في البنود (3 - 10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x-3)} =$

(a)  $\infty$

(b)  $-\infty$

(c) 5

(d) 0

معلق

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$$

فإن قيم الثابتين  $a, b$  هما :

(a)  $a = 0, b = 6$

(b)  $a = 0, b = -6$

(c)  $a = 0, b = 2$

(d)  $a = 0, b = -2$

(5) الدالة المتصلة عند  $x = 2$  فيما يلي هي

(a)  $f(x) = \sqrt{x-2}$

(b)  $g(x) = |x-2|$

(c)  $h(x) = \frac{1}{x-2}$

(b)  $k(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = 3x + \tan x$  ، فإن  $f'(0)$  تساوي

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) 4



<p>(7) الدالة <math>f : f(x) =  x^2 - 1 </math> لها : <b>معلق</b> (a) قيمة صغرى مطلقة (b) قيمة عظمى مطلقة (c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أي مما سبق</p>	(7)
<p>(8) إذا كانت الدالة <math>f' : f'(x) = -3x</math> فإن الدالة <math>f</math> (a) متزايدة على الفترة <math>(0, \infty)</math> (b) متزايدة على مجال تعريفها (c) متزايدة على الفترة <math>(-\infty, 0)</math> ، متناقصة على الفترة <math>(0, \infty)</math> (d) متناقصة على الفترة <math>(-\infty, 0)</math></p>	(8)
<p>(9) للدالة <math>f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}</math> مماس رأسي معادلته : (a) <math>x = 0</math> (b) <math>x = 1</math> (c) <math>y = 0</math> (d) <math>y = 1</math></p>	(9)
<p>(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي <math>\mu = 125</math> أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها <math>n = 36</math> فتبين أن متوسطهما الحسابي <math>\bar{x} = 130</math> إذا كان المقياس الإحصائي <math>Z = 3.125</math> فإن الانحراف المعياري <math>\sigma</math> تحت مستوى ثقة 95% يساوي (a) -9.6 (b) 6.9 (c) 9.6 (d) -6.9</p>	(10)

إنتهت الأسئلة ،،،



القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل :

$$\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x} \quad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x, \quad x \neq 0 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} \right) = \frac{2}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x \cos 4x}{5x} \right) = \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x = \frac{3}{5} (1) = \frac{3}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \right) \quad [0.5]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} \right) + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x) \quad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \quad [0.5]$$

تدراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية )



تابع السؤال الأول :

( 8 درجات )

( b ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل :

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \frac{\sqrt{x^2(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad [1]$$

$$= \frac{|x| \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad , \quad |x| = -x \text{ يكون } x < 0 \text{ عندما} \quad [0.5]$$

$$= \frac{-x \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} = -\frac{\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} \quad , x \neq 0 \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 3 - 0 + 0 = 3 \quad , 3 > 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} = \sqrt{3} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3 - \frac{5}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 3 - 0 = 3 \quad , \quad 3 \neq 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}}$$

$$= \frac{-\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3 - \frac{5}{x} \right)} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \quad [1.5]$$



( $a$ ) إدرس إتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل :

$$f(x) = x^2 - 3 \quad : x \in (1,3)$$

$$\forall c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} (x^2 - 3) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3) \quad [0.5]$$

$$(1) \dots \dots \dots (1,3) \text{ على } f \text{ متصله على } [0.5]$$

ندرس إتصال الداله  $f$  عند  $x = 1$  من اليمين

$$f(1) = -2 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 1 - 3 = -2 = f(1) \quad [0.5]$$

$$(2) \dots \dots \dots \text{ الداله } f \text{ متصله عند } x = 1 \text{ من اليمين } [0.5]$$

ندرس إتصال الداله  $f$  عند  $x = 3$  من اليسار

$$f(3) = 5 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 9 - 3 = 6 \neq f(3) \quad [0.5]$$

$$(3) \dots \dots \dots \text{ الداله } f \text{ غير متصله عند } x = 3 \text{ من اليسار } [0.5]$$

[1] من (1)، (2)، (3)  $f$  ليست متصله على  $[1, 3]$  و لكنها متصله على  $[1, 3)$



تابع السؤال الثاني :

$$y = x \sin x \quad : \text{ إذا كانت } (b)$$

$$y'' + y - 2 \cos x = 0 \quad : \text{ فأثبت أن}$$

(7 درجات)

الحل:

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x \cos x \quad [3]$$

$$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)' \quad [1.5]$$

$$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x \sin x \quad [1]$$

$$y'' + y - 2 \cos x = 2\cos x - x \sin x + x \sin x - 2 \cos x \quad [1]$$

$$= 0 \quad [0.5]$$



14

السؤال الثالث :

$$f(x) = x^3 - 3x + 2 : f \text{ بين أن الدالة } (a)$$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $[0, 4]$

ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

[0.5]  $f$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$  وبالتالي فهي متصلة على الفترة  $[0, 4]$

[0.5] وقابلة للاشتقاق على  $(0, 4)$

0.5 : شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة  $[0, 4]$  . ∴ يوجد على الأقل  $c \in (0, 4)$  بحيث :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\therefore f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \quad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3, \quad f'(c) = 3c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \quad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0, 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0, 4) \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :

(b) ادرس تغير الدالة  $f : f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$

وإرسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

$f$  دالة كثيرة حدود مجالها  $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4) = -\infty$  ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^4) = -\infty$  [0.5]

توجد النقاط الحرجة للدالة  $f$

$f$  دالة كثيرة حدود فهي متصلة على  $\mathbb{R}$  وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$

$f'(x) = 4x - 4x^3$

[0.5]

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow 4x(1 - x)(1 + x) = 0$

$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0)^2 - (0)^4 + 5 = 5$

$\therefore (0,5)$  نقطة حرجة [0.5]

$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$

$\therefore (1,6)$  نقطة حرجة [0.5]

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$

$\therefore (-1,6)$  نقطة حرجة [0.5]

نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$ : [2]

	$-\infty$	-1	0	1	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة $f'$	+++	---	+++	---	
سلوك الدالة $f$	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	

من الجدول :

$f$  متزايدة على كلا من الفترتين  $(-\infty, -1)$ ,  $(0, 1)$ ,  $f$  متناقصة على كلا من الفترتين  $(-1, 0)$ ,  $(1, \infty)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند  $x = 0$  وقيمتها  $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند  $x = -1$  وقيمتها  $f(-1) = 6$





وتوجد قيمة عظمى محلية عند  $x = 1$  وقيمتها  $f(1) = 6$

نكون الجدول لدراسة إشارة  $f''$  :

$$f''(x) = 4 - 12x^2 \quad [0.5]$$

$$f''(x) = 0 \text{ نضع}$$

$$4 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\infty$
الفترات		$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$
إشارة $f''$		$-$	$+$	$-$
بيان الدالة $f$		مقر لأعلى	مقر لأسفل	مقر لأعلى

[1.5]

من الجدول نجد أن :

بيان الدالة  $f$  مقر للأعلى على الفترتين  $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$  ،  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$  ،

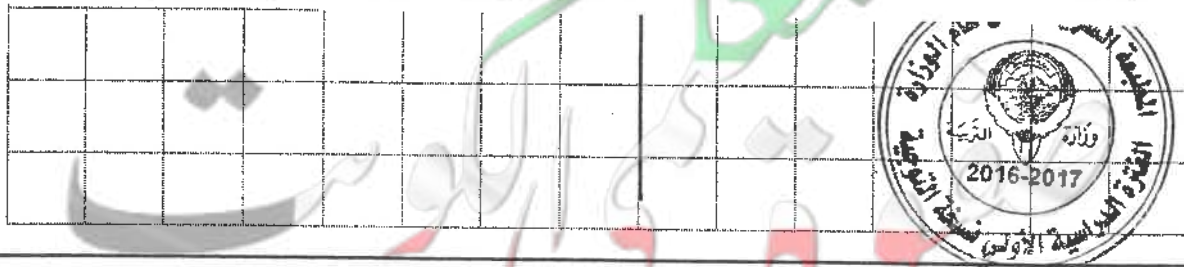
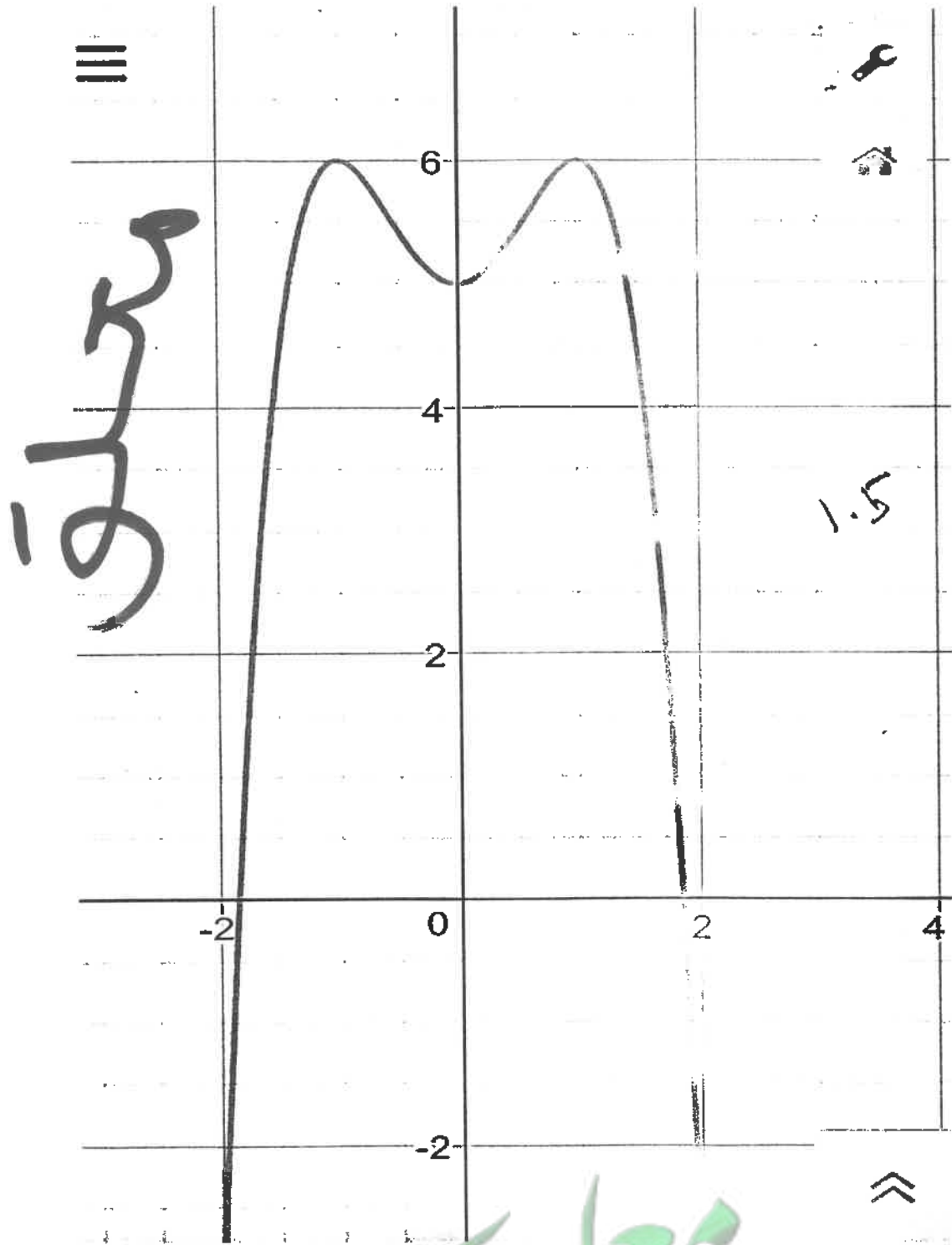
بيان الدالة  $f$  مقر للأسفل على الفترة  $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

✓ النقطة  $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$  نقطة انعطاف

— النقطة  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$  نقطة انعطاف



ورقة الرسم البياني



السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$  عند  $x = 0$   
(8 درجات)

الحل:

$$f(0) = \frac{0-4}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = \frac{(x+2) \cdot (3x-4)' - (x+2)' \cdot (3x-4)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{(x+2) \cdot (3) - (1) \cdot (3x-4)}{(x+2)^2} \quad [3]$$

$$= \frac{10}{(x+2)^2} \quad [1]$$

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a) (x - a) \quad [1]$$

$$y - (-2) = \frac{5}{2} (x - 0) \quad [0.5]$$

$$2y + 4 = 5x \quad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$



تابع السؤال الرابع :

( b ) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 283$  دينار وإنحرافها المعياري  $S = 32$  دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % ( علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي ) (6 درجات)

الحل:

$$S = 32 , n = 10 , \bar{x} = 283$$

① صياغة الفروض الإحصائية

$$H_0 : \mu = 290 \quad \text{مقابل} \quad H_1 : \mu \neq 290 \quad [0.5]$$

② نوجد المقياس الإحصائي

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917 \quad [1.5]$$

$$\therefore n = 10 \quad ③$$

∴ درجات الحرية :

$$n - 1 = 10 - 1 = 9 \quad [0.5]$$

مستوى الثقة 95 %

$$\therefore 1 - \alpha = 0.95$$

$$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad [0.5]$$

من جدول توزيع t نجد :

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262 \quad [0.5]$$

$$(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262, 2.262) \quad [1] \quad ④ \quad \text{منطقة القبول}$$

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$$\therefore -0.6917 \in (-2.262, 2.262) \quad [0.5]$$

$$\therefore \text{القرار بقبول فرض العدم } \mu = 290 \quad [0.5]$$



أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة على  $[-3, 1]$  ،  $g$  دالة متصلة على  $[-1, 3]$   
فإن  $f + g$  هي دالة متصلة عند  $x = 0$

(2) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x+3}$  فإن  $f'(1) = \frac{1}{4}$

ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم  
ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x-3)} =$

(a)  $\infty$

(b)  $-\infty$

(c) 5

(d) 0

معلق

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$$

فإن قيم الثابتين  $a, b$  هما :

(a)  $a = 0, b = 6$

(b)  $a = 0, b = -6$

(c)  $a = 0, b = 2$

(d)  $a = 0, b = -2$

(5) الدالة المتصلة عند  $x = 2$  فيما يلي هي

(a)  $f(x) = \sqrt{x-2}$

(b)  $g(x) = |x-2|$

(c)  $h(x) = \frac{1}{x-2}$

(d)  $k(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = 3x + \tan x$  ، فإن  $f'(0)$  تساوي

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) 4



<p><b>معلق</b></p> <p>(b) قيمة عظمى مطلقة</p> <p>(d) ليس أي مما سبق</p>	<p>(7) الدالة <math>f : f(x) =  x^2 - 1 </math> لها</p> <p>(a) قيمة صغرى مطلقة</p> <p>(c) نقطتان حرجتان فقط</p>	<p>(7)</p> <p>(a)</p>
	<p>(8) إذا كانت الدالة <math>f' : f'(x) = -3x</math> فإن الدالة <math>f</math></p> <p>(a) متزايدة على الفترة <math>(0, \infty)</math></p> <p>(b) متزايدة على مجال تعريفها</p> <p>(c) متزايدة على الفترة <math>(-\infty, 0)</math> ، متناقصة على الفترة <math>(0, \infty)</math></p> <p>(d) متناقصة على الفترة <math>(-\infty, 0)</math></p>	<p>(8)</p> <p>(c)</p>
<p>(a) <math>x = 0</math></p> <p>(c) <math>y = 0</math></p>	<p>(9) للدالة <math>f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}</math> مماس رأسي معادلته :</p> <p>(b) <math>x = 1</math></p> <p>(d) <math>y = 1</math></p>	<p>(9)</p> <p>b</p>
<p>(a) - 9.6</p> <p>(c) 9.6</p>	<p>(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي <math>\mu = 125</math> أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها <math>n = 36</math> فتبين أن متوسطهما الحسابي <math>\bar{x} = 130</math> إذا كان المقياس الإحصائي <math>Z = 3.125</math> فإن الانحراف المعياري <math>\sigma</math> تحت مستوى ثقة 95% يساوي</p> <p>(b) 6.9</p> <p>(d) -6.9</p>	<p>(10)</p> <p>(c)</p>

إنتهت الأسئلة ...

$$Z = \frac{130 - 125}{\frac{\sigma}{\sqrt{36}}} = 3.125$$

$$\sigma = \frac{30}{3.125}$$





جدول الإجابة

( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... = 1.5 × .....

الدرجة : .....



إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10	0.4999									
وأكثر										

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

جدول التوزيع  $t$

درجات الحرية ( $n - 1$ )	$\frac{\alpha}{2}$					
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675