دولة الكويت
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية

المجال الدراسي: الرياضيات
الزمن: ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات: 10 صفحات

حل نموذج امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي
للعام الدراسي 2023/2022م

القسم الأول – الأسئلة المقالية
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول: (15 درجة)

(a) أوجد **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$$

-- الحل --

1 $$f(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}=\frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

1 $$=\frac{2x-3}{|x|\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}\quad(x\to-\infty\ ,\ |x|=-x)$$

2 $$f(x)=\frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}=\frac{-x\left(\frac{3}{x}-2\right)}{-x\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}=\frac{\frac{3}{x}-2}{\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}\quad:x\neq0$$

1 شرط الجذر $$\lim_{x\to\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}4+\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to\infty}\frac{6}{x^2}=4+0+0=4>0$$

1 شرط المقام $$\lim_{x\to\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}=\sqrt{4}=2\neq0$$

2 $$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x}-2}{\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}=\frac{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3}{x}-2\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}=\frac{\lim_{x\to\infty}\frac{3}{x}-\lim_{x\to\infty}2}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}$$

$$=\frac{0-2}{2}=-1$$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

تابع السؤال الأول:

(b) لتكن $y = u^2 + 4u - 3 \ , \ u = 2x^3 + x$ (7 درجات)

أوجد: $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل.

-- الحل --

1 $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

2 $= (2u + 4) \cdot (6x^2 + 1)$

1 $= (2(2x^3 + x) + 4) \cdot (6x^2 + 1)$

1 $= (4x^3 + 2x + 4) \cdot (6x^2 + 1)$

1 $= 24x^5 + 4x^3 + 12x^3 + 2x + 24x^2 + 4$

1 $= 24x^5 + 16x^3 + 24x^2 + 2x + 4$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

السؤال الثاني: (15 درجة)

1-a) أوجد **(5 درجات)**

$$\lim_{x\to 0}\frac{3\tan x+x^2\cos x}{5x}$$

-- الحل --

1 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{3\tan x}{5x}+\frac{x^2\cos x}{5x}\right)$

1 $=\lim_{x\to 0}\left(\frac{3\tan x}{5x}+\frac{x\cos x}{5}\right)$

1 $=\lim_{x\to 0}\frac{3\tan x}{5x}+\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x}{5}=\frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}+\frac{1}{5}\lim_{x\to 0}x\cos x$

1 $=\frac{3}{5}\cdot 1+\frac{1}{5}\cdot\lim_{x\to 0}x\cdot\lim_{x\to 0}\cos x$

1 $=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}\times(0)\times(0)=\frac{3}{5}$

2-a) لتكن $f(x)=x^2+5$, $g(x)=\sqrt{x}$ ، ابحث اتصال الدالة $g\circ f$ عند $x=-2$ **(5 درجات)**

-- الحل --

الدالة f دالة كثيرة حدودية متصلة عند كل x : $x\in\mathbb{R}$

1 **$\therefore$ f دالة متصلة عند $x=-2$**

1 $f(-2)=(-2)^2+5=9$

1 **الدالة g دالة متصلة عند كل $x\in\mathbb{R}^+$**

1 **$\therefore$ g دالة متصلة عند $x=9$**

1 **$\therefore$ الدالة $g\circ f$ عند $x=-2$**

معلم الكويت KuwaitTeacher.Com

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ علما أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي، إذا كان لدينا $n = 13$, $S = 0.3$, $\overline{x} = 8.4$ **(5 درجات)**

-- الحل --

1 الدالة σ غير معلومة ، $n \leq 30$ نستخدم التوزيع t

$\frac{1}{2}$ درجة الحرية = $n - 1 = 12$

مستوى الثقة 95%

$\frac{1}{2}$ $1 - \alpha = 0.95 \longrightarrow \alpha = 0.05 \longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

من جدول التوزيع t نجد أن

1 $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.179$

هامش الخطأ:

1 $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 2.179 \times \frac{0.3}{\sqrt{13}} \approx 0.1813$

فترة الثقة:

1 $(\overline{x} - E, \overline{x} + E) = (8.4 - 0.1813 \ , \ 8.4 + 0.1813)$

$= (8.2187 \ , \ 8.5813)$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

السؤال الثالث: (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f حيث : $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-3x-4}{x+1} & : \ x\neq -1\\ -1 & : \ x=-1\end{cases}$ **(5 درجات)**

ابحث اتصال الدالة f عند $x=-1$

-- الحل --

1 $f(-1)=-1$

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-3x-4}{x+1}$$

1 $$=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-4)}{x+1}$$

1 $$=\lim_{x\to -1}(x-4)=-1-4=-5$$

1 $$f(-1)\neq \lim_{x\to -1}f(x)$$

1

∴ الدالة f غير متصلة عند $x=-1$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ **(10 درجات)**

أوجد كلا من:

1) النقاط الحرجة للدالة.

2) شغل الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

3) القيم القصوى المحلية.

-- الحل --

∵ f دالة كثير حدود

1 **∴ f دالة متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$**

1 $f'(x) = 3x^2 - 12$

$f'(x) = 0$

1 $3x^2 - 12 = 0$

1 $3(x+2)(x-2) = 0$

1 $x = -2 , x = 2$

∴ النقط الحرجة هي:

1 $(-2 , f(-2)) , (2 , f(2))$

1 $(-2 , 11) , (2 , -21)$

الفترة	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	+	−	+
سلوك f	↗	↘	↗

1 **∴ الدالة متزايدة على: $(2, \infty)$ ، $(-2, 2)$ ، متناقصة على: $(-2, 2)$**

1 **، توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ ، هي: $f(-2) = 11$**

1 **، توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ ، هي: $f(2) = -21$**

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

السؤال الرابع: (15 درجة)

7) (a) أوجد ميل المماس y' للمنحنى الذي معادلته: $2y = x^2 + \sin y$ عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ (3 درجات)

-- الحل --

1 $2y' = 2x + \cos y \cdot y'$

1 $2y' - \cos y \cdot y' = 2x$

1 $y' \cdot (2 - \cos y) = 2x$

1 $y' = \dfrac{2x}{2 - \cos y}$

1 بالتعويض بالنقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

1 $y'|_{(2\sqrt{\pi},2\pi)} = \dfrac{2(2\sqrt{\pi})}{2 - \cos(2\pi)}$

1 $= \dfrac{4\sqrt{\pi}}{2 - 1} = 4\sqrt{\pi}$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

تابع السؤال الرابع:

(b) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة f حيث $f(x)=x^3-3x+1$ في الفترة $[-2,1]$ (8 درجات)

-- الحل --

∵ f دالة كثير حدود

∴ f دالة متصلة وقابلة للاشتقاق على $[-2,1]$

1 ∴ يوجد قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة في الفترة $[-2,1]$

$\frac{1}{2}$ $f(-2)=(-2)^3-3(-2)+1=-1$

$\frac{1}{2}$ $f(1)=(1)^3-3(1)+1=-1$

1 $f'(x)=3x^2-3$

1 $f'(x)=0$

$3x^2-3=0$

1 $3(x+1)(x-1)=0$

$x=-1 \ , \ x=1$

1 $x=-1\in(-2,1) \ , \ x=1\notin(-2,1)$

$f(-1)=(-1)^3-3(-1)+1=3$

1 ∴ النقطة $(-1,3)$ نقطة حرجة

x	-2	-1	1
$f(x)$	-1	3	-1

$\frac{1}{2}$ أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[-2,1]$ هي 3

$\frac{1}{2}$ أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[-2,1]$ هي -1

معلمة الكويت صفوة الكويت KuwaitTeacher.Com

القسم الثاني – الأسئلة الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة.
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x\to\infty}\frac{x}{|2x-3|}=\frac{1}{2}$ ⓐ ⓑ

(2) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}=\frac{1}{2}$ ⓐ ⓑ

(3) الدالة $f: f(x)=\begin{cases}2x-1 & : x<4\\ x^2-9 & : x>4\end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x=4$ ⓐ ⓑ

ثانياً: في البنود من (5) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim_{x\to -2}\left(x^2+f(x)\right)$ فإن $f(-2)$ تساوي

ⓐ 3 ⓑ 5
ⓒ 9 ⓓ 11

(5) الدالة $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصل على:

ⓐ $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ ⓑ $(5,\infty)$
ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ $(-5,5)$

(6) إذا كان $f(x)=3x+x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي

ⓐ -3 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 3

(7) إذا كانت: $f(x)=(1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن: $f''(x)$ تساوي

ⓐ $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ ⓑ $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$
ⓒ $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ ⓓ $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

صفوة معلمي الكويت KuwaitTeacher.Com

(8)مستطيل مساحته $36cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

ⓐ $9cm\,,4\,cm$ ⓑ $12cm\,,3\,cm$

ⓒ $6cm\,,6\,cm$ ⓓ $18cm\,,2\,cm$

---

(9)في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو (دينارا) $\mu = 320$

وقد تبين أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها $n = 25$ منزلا من هذه المدينة هو (دينارا) $\overline{x} = 320$

مع انحراف معياري $s = 40$ ، إن المقياس الإحصائي هو

ⓐ 1.25 ⓑ -1.25 ⓒ 0.8 ⓓ -0.8

---

(10)إذا كانت f دالة كثيرة الحدود، $\big(c, f(c)\big)$ نقطة انعطاف لها فإن

ⓐ $f''(c) = 0$ ⓑ $f'(c) = 0$

ⓒ $f(c) = 0$ ⓓ $f''(c)$ غير موجودة

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابـــــــة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة

صفوة المعلمين الكويت KuwaitTeacher.Com