الإدارة العامة لمنطقة الأحمدي التعليمية
ثـانـويـة عبدالله بن عباس للـبـنـين
قسم الرياضيات

دفتر الطالب

الصف الحادي عشر علمي

مـادة الرياضيـات

الاسـم	:
الصف	:

العام الدراسي : ٢٠٢٢ ـ ٢٠٢

هذه المذكرة معينه للطالب ولا تغني عن كتاب الطالب وكراسة التمارين

اعداد قسم الرياضيات في ثانوية عبدالله بن عباس _ بنين

أ.محمد خير فلاح
قسم الرياضيات

بعتمدا

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

سجل متابعة الطالب

الأسبوع	الفترة الزمنية		تقييم دفتر الطالب				أيام الغياب					ملاحظات
	من	إلى	ممتاز	جيد جدا	جيد	ضعيف	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الاربعاء	الخميس	
الأول												
الثاني												
الثالث												
الرابع												
الخامس												
السادس												
السابع												
الثامن												
التاسع												
العاشر												
الحادي عشر												

معلم الصف **رئيس القسم**

معا من أجل الكويت
صفوة التعليم
KuwaitEdu.com

الباب الأول (الأعداد الحقيقية)

1 - 1 (الجذور و التعبيرات الجذرية)

الجذر التربيعي للعدد الحقيقي

لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب و الأخر سالب

أى أنه إذا كان $A^2 = x$ فإن $x > 0$ ، $A = \pm \sqrt{x}$

العدد صفر له جذر تربيعي واحد هو الصفر

العدد الحقيقي السالب ليس له جذور تربيعية حقيقية

الجذر التكعيبي للعدد الحقيقي

لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي حقيقي واحد

أى أنه إذا كان $A^3 = B$ فإن $A = \sqrt[3]{B}$

تذكر قوانين الأسس : -

$\forall\ n,m \in Z\ ,\ \forall\ a,b \in R \quad a,b \neq 0$

$(a.b)^m = a^m . b^m$

$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$a^m . a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$,m>n

$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$, m<n

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

$a^0 = 1\ ,\ a \neq 0$

تذكر مجموعات الأعداد : -

N مجموعة الأعداد الكلية	Whole Numbers
z مجموعة الأعداد الصحيحة	Integers Numbers
Q مجموعة الأعداد النسبية	Rational Numbers
$\overline{Q}$ مجموعة الأعداد الغير النسبية	Irrational Numbers
R مجموعة الأعداد الحقيقية	Real Numbers

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

مثال (1)

أوجد الجذرالتكعيبي لكل من الأعداد التالية دون إستخدام الألة الحاسبة :

(a) -8 (b) 125 (c) $-\frac{375}{24}$ (d) 0.064

الحل :

التعبير الجذري : هو أي مقدار يتضمن جذورا

تبسيط التعبير الجذري : حتى يكون التعبير الجذري في أبسط صورة يجب مراعاة ما يلي .

١) ألا يكون للمجذور عوامل مرفوعة لقوة أكبر من أو تساوي دليل المجذور

فمثلا $\sqrt{8a^6b^8}$

٢) ألا يكون المقام جذرا

فمثلا $\frac{5}{\sqrt{2}}$

٣) ألا يكون المجذور كسرا

فمثلا $\sqrt{\frac{4}{7}}$

٤) أن يكون دليل الجذر أصغر عدد صحيح موجب ممكن

فمثلا $\sqrt[10]{32}$

تذكر : $\sqrt{x^2} = |x|$

$$|x| = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

مثال (2) بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية لكل عدد حقيقي x

$a)\ \sqrt{4x^6}$ $b)\ \sqrt[3]{8x^3} + 3x$

حاول أن تحل 2 :

بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية حيث x , y عددان حقيقيان :

a) $\sqrt{9x^2y^4}$

b) $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2$

c) $\sqrt{x^8y^6}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جمع و طرح التعبيرات الجذرية :

التعبيرات الجذرية المتشابهة : يكون لها نفس الدليل و نفس المجذور .
لجمع التعبيرات الجذرية يجب أن تكون في أبسط صورة . و ذلك لمعرفة ما إذا كانت متشابهة أم لا فمثلا :

متشابهان $3\sqrt{2}$ $5\sqrt{2}$ $3\sqrt{8}$

غير متشابهان $2\sqrt{3}$ $4\sqrt{2}$

مثال : أوجد الناتج في أبسط .

a) $3\sqrt{32} - \sqrt{98}$

b) $2\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{375}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{72}$

d) $2\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري :

حاول أن تحل (٤) أوجد الناتج في أبسط صورة

b) $2\sqrt{75} - \sqrt{48}$

d) $\sqrt[3]{320} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$

التاريخ الميلادي :

a) $4\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{128}$

C) $\sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{27}$

ضرب و قسمة التعبيرات الجذرية :

الجذور التربيعية

$\forall x, y \in R^+ \cup \{0\}$

$\sqrt{x^2} = |x|$

$(\sqrt{x})^2 = x$

$\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$

$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} \quad , y \neq 0$

الجذور التكعيبية

$\forall x, y \in R$

$\sqrt[3]{x^3} = x$

$(\sqrt[3]{x})^3 = x$

$\sqrt[3]{x.y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$

$\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}} \quad , y \neq 0$

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

بسط كلا من التعبيرات التالية

a) $\sqrt{72\,x^3}$, $x > 0$

b) $\sqrt[3]{80n^3}$

c) $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3\,y^2}$, $x \geq 0$

d) $4\sqrt[3]{x^4\,y} \times 3\sqrt[3]{x^2 y}$

e) $\frac{\sqrt[3]{162x^5}}{\sqrt[3]{3x^2}}$, $x \neq 0$

f) $\frac{\sqrt[3]{250x^7y^3}}{\sqrt[3]{2x^2y}}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

تبسيط كسر يتضمن جذرا :

إذا كان A , B عددين صحيحين موجبين

$\sqrt{A}$ هو مرافق $\sqrt{A}$

$(\sqrt{A} + \sqrt{B})$ هو مرافق $(\sqrt{A} - \sqrt{B})$

المرافق ليس وحيدا :

يمكن إعادة كتابة كسر يحتوي مقامه على جذور تربيعية أو تكعيبية على شكل كسر مقامه عدد نسبي و ذلك بضرب بسط الكسر و مقامه في مرافق المقام

مثال : أكتب كل كسر بحيث يكون المقام عددا نسبيا :

a) $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $x > 1 \ , x \in Q$

b) $\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}$

c) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

d) $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

1- 2 الباب الأول (الأسس النسبية)

يمكن كتابة أي تعبير جذري باستخدام الأس النسبي :

الصورة الأسية	الصورة الجذرية
$25^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{25} = \sqrt[2]{25}$
$27^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{27}$
$64^{\frac{1}{4}}$	$\sqrt[4]{64}$

مثال بسط كل عدد من الأعداد التالية مستخدما الصورة الجذرية .

$a)\ 125^{\frac{1}{3}}$

$b)\ 5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}$

$c)\ (8^{\frac{1}{2}}) \times (2^{\frac{1}{2}})$

أكتب العدد التالي بالصورة الجذرية :

$a)\ 125^{\frac{3}{2}}$

$b)\ 64^{\frac{4}{3}}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

إذا كان a عددا حقيقيا ، $N \geq 2$, $n \in Z^+$ فإن

المجذور ⟵ $\sqrt[n]{a}$ ⟶ دليل الجذر

إذا كان الجذر النوني لعدد x هو عددا حقيقيا , m عددا صحيحا , n عددا طبيعيا $n \geq 2$, $n \in Z^+$ فإن :

1) $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$

2) $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

3) $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x| & \text{إذا كان } n \text{ عددا زوجيا} \\ x & \text{إذا كان } n \text{ عددا فرديا} \end{cases}$

مثال أكتب بالصورة الجذرية كلا من :

1) $x^{\frac{2}{5}}$

2) $y^{-2.5}$, $\forall\, y > 0$

3) $\sqrt[3]{x^2}$

4) $\left(\sqrt{y}\right)^3$

<u>قوانين الأسس النسبية :</u>

ليكن m , n عددين نسبين ، a , b عددين حقيقين حيث a^n , a^m , b^n , b^m أعدادا حقيقية .

	القانون	المثال
1)	$b^m \cdot b^n = b^{m+n}$	⟶
2)	$(b^m)^n = b^{m.n}$	⟶
3)	$(a \cdot b)^n = a^n + b^n$	⟶
4)	$b^{-n} = \frac{1}{b^n}$, $b \neq 0$	⟶
5)	$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$, $b \neq 0$	⟶
6)	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$	⟶

بسط ما يلي مستخدما قوانين الأسس :

$$\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}\right) \div x^{\frac{2}{3}} \quad , \quad x > 0$$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

قوانين الجذور النونية :

إذا كان : $\sqrt[n]{y}$, $\sqrt[n]{x}$ عددين حقيقين ، فإن :

$$1) \quad \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$$

$$2) \quad \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} \quad , \; y \neq 0$$

مثال : بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية :

1) $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7}$

2) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

3) $\sqrt{\sqrt[4]{256}}$

4) $\left[\left(\sqrt{x^3 y^4}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x, y \in Q^+$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

3 -1 الباب الأول (حل المعادلات)

خطوات حل المعادلة الجذرية :

الخطوة الأولى : نفصل الجذر إلى أحد طرفي المعادلة

الخطوة الثانية : نحدد شروط الحل

- الدليل زوجي
  - ما تحت الجذر ≥ الصفر
  - كلا من طرفي المعادلة ≥ الصفر
- الدليل فردي : ما تحت الجذر ينتمي إلى R

الخطوة الثالثة : نرفع طرفي المعادلة إلى أس مناسب يحذف الجذر

الخطوة الرابعة : تأكد من أن الحل يحقق الشرط

مثال : أوجد مجموعة حل كلا من المعادلات التالية :

$a)\ \ 2+\sqrt{3x-2}=6$

$b)\ \ 6+\sqrt{x-1}=3$

$c)\ \ \sqrt{5x+4}-7=0$

$d)\ \ \sqrt{x-1}=3$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

يمكن حل معادلة على صورة $x^{\frac{m}{n}} = b$ برفع طرفي المعادلة إلى الأس $\frac{n}{m}$ ، المعكوس الضربي لـ $\frac{m}{n}$

مثال : أوجد مجموعة حل المعادلة :

1) $2\,(x-2)^{\frac{2}{3}} = 50$

2) $(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$

3) $5 + \sqrt{x-3} = x$

4) $\sqrt{5x-1} + 3 = x$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري :

التاريخ الميلادي :

6) $\sqrt{x} + \sqrt{2x-4} = 0$

5) $\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$

8) $\sqrt{x-7} + \sqrt{3x-21} = 0$

7) $\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

المعادلات الأسية :

ليكن a عدد حقيقي حيث $a \in \{-1, 0, 1\}$. n, m عددان صحيحان

إذا كان $a^m = a^n$ ، فإن $m = n$

مثال : أوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

1) $2^x = 64$

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0.5$

3) $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{64}{27}\right)$

4) $3^x = 243$

5) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$

6) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{81}{16}\right)$

7) $3^{x^2-1} = 27$

8) $7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري :

التاريخ الميلادي :

9) $6^{2x-8} = 1$

10) $5^{x^2-4} = 1$

11) $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$

12) $2^{x^2-4} = 32$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : التاريخ الميلادي :

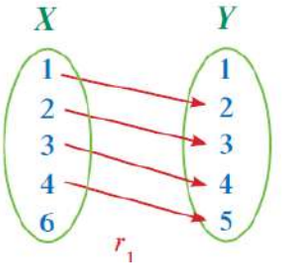
2-1 الباب الثاني (الدوال الحقيقية)

مثال توضيحي (1)

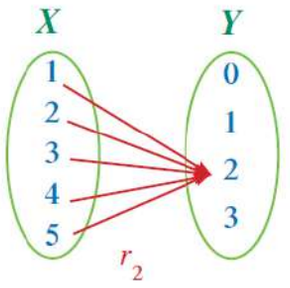
في المخططات السهمية التالية علاقات من: $X \longrightarrow Y$

1. حدّد المجال والمجال المقابل والمدى.
2. اكتب كل علاقة على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة.
3. بيّن أي من العلاقات يمثل دالة حقيقية وأيها لا يمثل دالة حقيقية مع ذكر السبب.

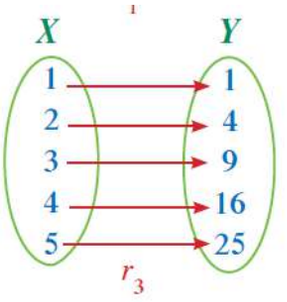
a



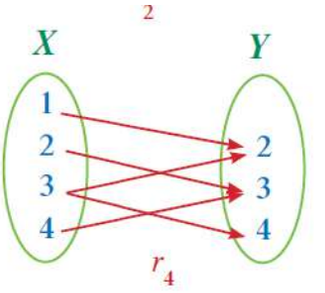
b



c



d



تكون العلاقة دالة : إذا كان

عندما يكون كل عنصر في المجال مرتبطا بعنصر واحد فقط من المجال المقابل

و الدالة التي مجالها و مجالها المقابل مجموعتان جزئيتان من مجموعة الأعداد الحقيقية تسمى دالة حقيقية .

إختبار المستقيم الرأسي :

إذا تقاطع كل مستقيم رأسي مع بيان علاقة ما بنقطة واحدة على الأكثر ، فإن هذه العلاقة تكون دالة .

مثال : بين ما إذا كانت العلاقة التالية دالة أم لا ، إذا كانت دالة أوجد المجال و المجال المقابل و المدي ؟

$$x = \{1, 2, 3\}, \quad y = \{2, 4, 6, 8\}$$

1) $r_1 = \{(1, 4), (2, 3)\}$

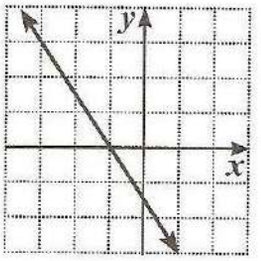
1) $r_2 = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2)\}$

1) $r_3 = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (1, 3)\}$

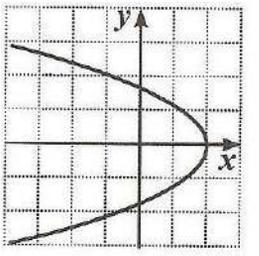
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

مثال : - إستخدم إختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان كل علاقة مما يلي دالة أم لا :

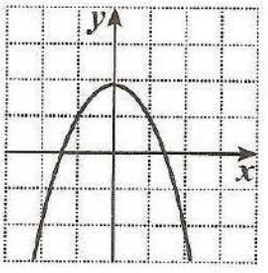
(1)



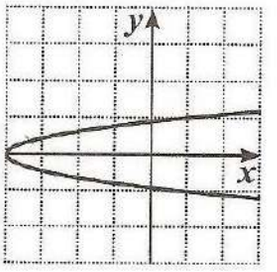
(2)



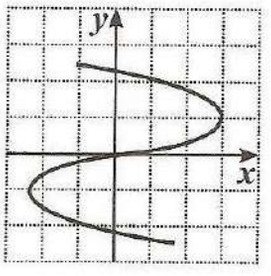
(3)



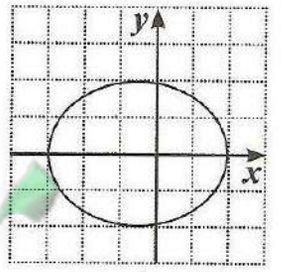
(4)



(6)



(5)



معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

مجال الدالة :

تساعدنا القواعد التالية على تحديد مجال الدالة:

1. مجال الدالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
2. مجال الدالة الحدودية النسبية هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ عدا مجموعة أصفار المقام.
3. مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد زوجي هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $g(x)\geq 0$.
4. مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد فردي هو مجال الدالة g.
5. مجال الدالة $f(x)=g(x)\pm h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين h, g.
   أي أن مجال f = مجال g ∩ مجال h.
6. مجال الدالة $f(x)=g(x).h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقة المشتركة بين مجالي الدالتين h, g.
   أي أن مجال f = مجال g ∩ مجال h.
7. مجال الدالة $f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين h, g عدا أصفارالمقام $(h(x)\neq 0)$.
   أي أن مجال f = (مجال g ∩ مجال h)/مجموعة أصفار المقام.

مثال : عين مجال كلا من الدوال التالية

$a)\ f(x)=2x+1$

$b)\ g(x)=x^2+3x+1$

$c)\ t(x)=\sqrt{3x-4}$

$d)\ h(x)=\frac{x+2}{x-4}$

$e)\ u(x)=\sqrt[3]{2x+1}$

$v(x)=\frac{\sqrt{3x-4}}{x-2}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

أوجد مجال كل دالة :

$$a)\quad f(x) = 2x^3 - 4x - \sqrt{2x-6}$$

$$b)\ g(x) = (2x^2 + x)\sqrt{8-2x}$$

$$c)\quad h(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$$

$$d)\ u(x) = \frac{4}{\sqrt{-x}}$$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري :

$$f(x) = x^3 - 4x - 4 + \sqrt{x-9}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 5x}{x}}$$

التاريخ الميلادي :

$$f(x) = \frac{2x+5}{x-4}$$

$$f(x) = \frac{2x+5}{x-4}$$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{5+\sqrt{2x-1}}$$

$$f(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$$

التاريخ الميلادي :

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2-2}\left(\sqrt{2x-3}\right)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2}$$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

2-2 الباب الثاني (الدوال التربيعية و نمذجتها)

الصورة العامة للدالة التربيعية هي

$$f(x) = a\,x^2 + bx + c \qquad ,a \neq 0 \qquad ,b\,,c \in R$$

تمثل الدالة التربيعية بيانيا بمنحنى متماثل حول المستقيم الرأسي الذي يمر برأس المنحنى

و يسمى شكل المنحنى قطعا مكافئا

و الإحداثي السيني لرأس هذا المنحنى $x = \frac{-b}{2a}$ ، و هو معادلة المستقيم الرأسي الذي يسمى محور التماثل .

مثال (١) حدد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية ؟ و إذا كانت تربيعية أوجد رأس المنحنى ؟

$a)\ f(x) = 2x\,(\,x - 3\,)$

$b)\ f(x) = (\,x - 2\,)(2x\,+ 1\,)$

$c)\ f(x) = (\,2x + 3\,)^2 - 4x^2 - 7x$

$d)\ f(x) = 3(\,x^2 - 4x\,) - 3x + 4$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

3 - 2 الباب الثاني (الدوال التربيعية و القطوع المكافئة)

بيان الدالة التربيعية يكون على شكل قطع مكافئ

القطوع المكافئة :

رأس القطع المكافئ : هو أعلى نقطة (أو أدنى) نقطة في القطع المكافئ الذي يمثل الدالة التربيعية عندما تكون فتحة القطع لأعلى تكون تكون رأس القطع أصغر قيمة و تسمى قيمة صغرى .

و عندما تكون فتحة القطع إلى أسفل تكون رأس القطع أكبر قيمة و تسمى قيمة عظمى

محور التماثل (التناظر) : يقسم القطع المكافئ إلى جزئين متطابقين (كل جذء هوة صورة للأخر بالإنعاس في المحور)

معادلة الدالة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ هي : $y = a\,x^2$

معادلة محور تماثل هذا القطع هي $x = 0$

مثال :

كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل .

أكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ و اذكر ما إذا كان بيانه مفتوحا إلى أعلى أم إلى أسفل ظ

$a)\ E\ (4\ , 2\ )$ $D)\ (1\ , -5\ )$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

ليس بالضرورة ان يكون رأس القطع المكافئ نقطة الأصل

المعادلة في الصورة : $y = a(x-h)^2 + k \ , a \neq 0 \ , h,k \in R$

معادلة القطع المكافئ بدلالة رأسه (h,k) و هي عبارة عن إزاحة لبيان منحنى الدالة $f(x) = ax^2$
ويكون رأس المنحني (h , k) ومحور التماثل x=h

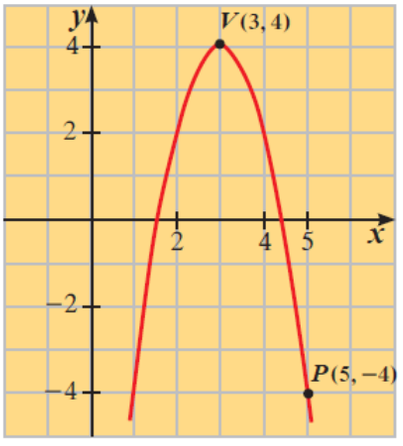
تكون فتحة القطع المكافئ إلى الأسفل عندما تكون a سالبة

تكون فتحة القطع المكافئ إلى الأعلى عندما تكون a موجبة

و إذا كان $|a| < 1$ فإن الرسم سوف يكون أوسع من رسم الدالة $y = x^2$:

إذا كان $|a| > 1$ فإن الرسم سوف يكون أضيق من رسم الدالة : $y = x^2$

مثال : أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم .



معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري :

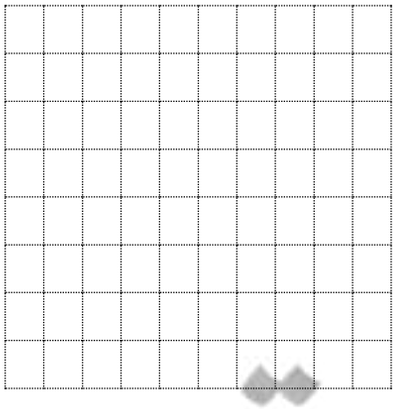
مثال : إرسم منحنى الدالة :

$$y = (x + 3)^2 + 1$$

التاريخ الميلادي :

مثال : إرسم منحنى الدالة :

$$y = -(x - 3)^2 + 1$$

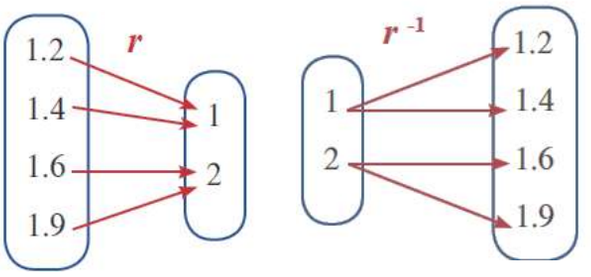


معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

5 - 2 الباب الثاني (المعكوسات و دوال الجذر التربيعي)

يبين الشكل المقابل :



العلاقة r و معكوسها r^{-1}

مدى العلاقة r هو مجال معكوس هذه العلاقة

و مجال r هو مدى معكوسه

إذا كانت $(a\,,b)$ تنتمي إلى بيان دالة فإن النقطة $(b\,,a)$ تنتمي إلى بيان معوس هذه الدالة

و لكي ترسم معكوس الدالة بيانيا إعكس الترتيب لكل زوج مرتب ينتمي لبيان الدالة

إيجاد معكوس الدالة

سوف نستخدم هنا طريقة التبديل بين المتغيرات بدلا من طريقة الرسم .

مثال : - أوجد معكوس كل الدالة

1) $y = 5x - 4$

2) $y = 5(x + 1) - 3$

3) $y = \dfrac{2x - 1}{3}$

4) $y = x^2 + 3$

لاحظ مايلي :

معكوس الدالة ليس بالضرورة أن يكون دالة .

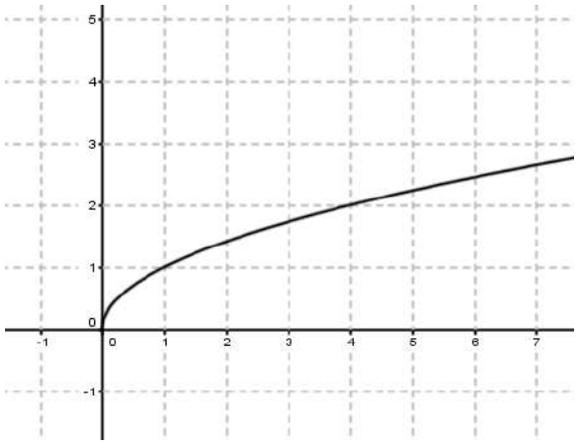
معكوس القطع المكافئ الذي فتحته لأعلى يكون قطع مكافئ مفتوح لليمين و هو ليس دالة .

معلمي الكويت
صفوف
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

دوال الجذر التربيعي :

الدالة $y = \sqrt{x}$ دالة جذر تربيعي .



و تمثل بيانيا كما بالشكل

و تبدأ من نقطة الأصل $(0,0)$

الدالة معرفة عندما $x \geq 0$

المجال = $[0,\infty)$ المدى = $[0,\infty)$

التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x-h}+k$

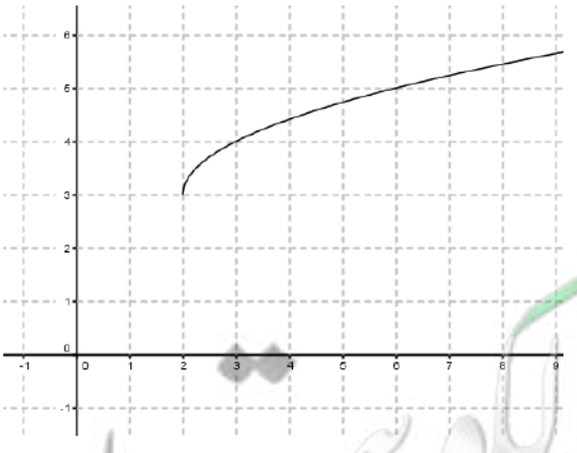
ينتج من إزاحة بيان الدالة $y = \sqrt{x}$

و يكون المجال = $[h,\infty)$

المدى = $[k,\infty)$

فمثلا :

بيان الدالة $y = \sqrt{x-2}+3$



ينتج من إزاحة وحدتين جهة اليمين

و ثلاث وحدات جهة اليسار

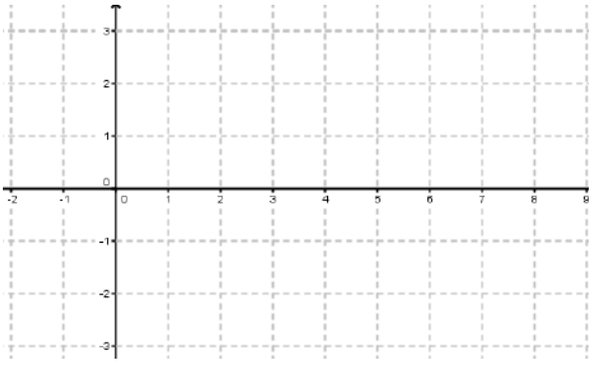
المجال = $[2,\infty)$

المدى = $[3,\infty)$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

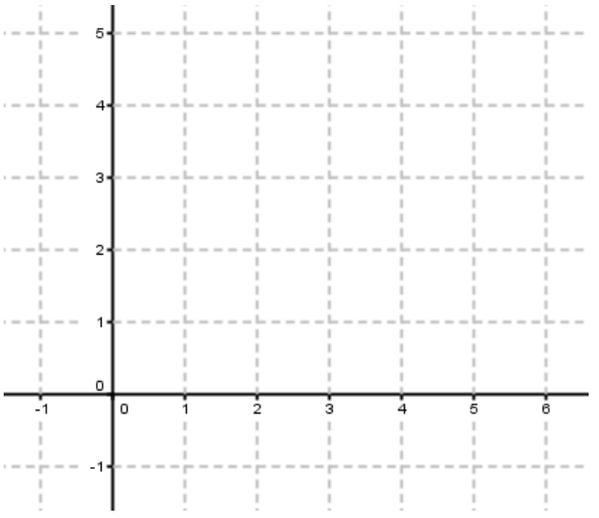
مثال : إرسم الدالة : $y = \sqrt{x-4} - 2$

و عين المجال و المدى للدلة



مثال : إرسم بيانيا1:+ $y = \sqrt{x-2}$

ثم عين المجال و المدى



مثال : إذا تم إزاحة بيان الدالة $y = \sqrt{x}$: 5 وحدات يمينا و وحدة إلى أسفل أكتب معادلة الدالة الناتجة عن الإزاحة .

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

6 - 2 الباب الثاني (حل المتباينات)

مثال : أوجد مجموعة حل المتباينة : $x^2 - x - 6 < 0$

مثال : أوجد مجموعة حل المتباينة : $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

مثال :

أوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة : $-2x^2 + 5x - 3 > 0$

مثال : أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات التالية :

1) $\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

2) $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

3) $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$

.

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

4) $\frac{x^2-5x+3}{x+4} < 3$

5) $\frac{x^2-3x+2}{x-1} < 0$

تطبيق على المجال : أوجد مجال كلا من

1) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

2) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

4) $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

دوال القوى : تكون دوال القوى على الشكل :

$y = ax^n \; ، \; a \neq 0 \; ، \; n \in Z^+$

الدوال الزوجية و الدوال الفردية :

تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة زوجية إذا وفقط إذا كان:

1) $\forall x \in D \; , \; -x \in D$ 2) $f(-x) = f(x)$

تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة فردية إذا وفقط إذا كان:

1) $\forall x \in D \; , \; -x \in D$ 2) $f(-x) = -f(x)$

ملاحظة: توجد دوال ليست زوجية وليست فردية.

مثال : بين ما إذا كانت كل دالة ما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية و ليست فردية .

$a)\; h(x) = 4$

$b)\; f(x) = x^5$

$c)\; f_1(x) = 2x^4$

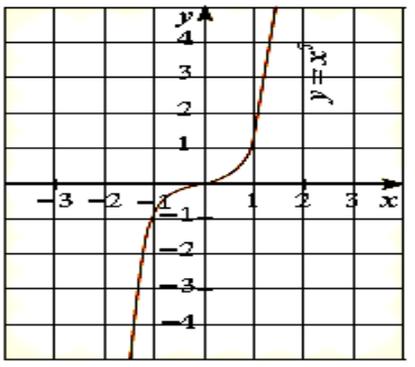
$d)\; f_2(x) = (x+3)^3$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

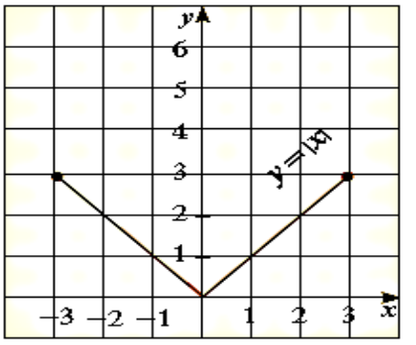
مثال رقم 4 صـ 94 :

الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضّح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية.

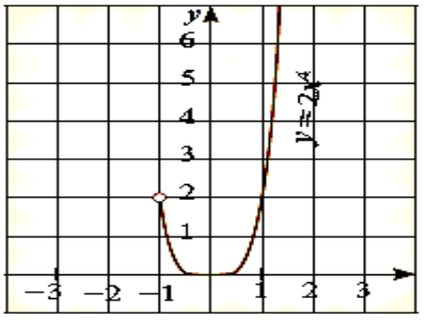
a $y = x^5$, $x \in \mathbb{R}$



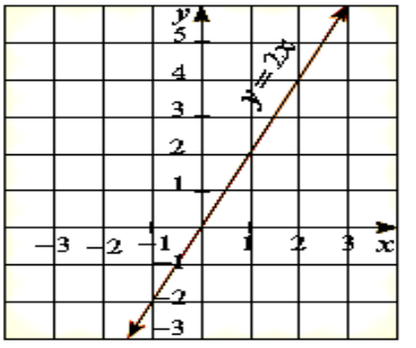
b $y = |x|$, $x \in [-3, 3]$



c $y = 2x^4$, $x \in (-1, \infty)$



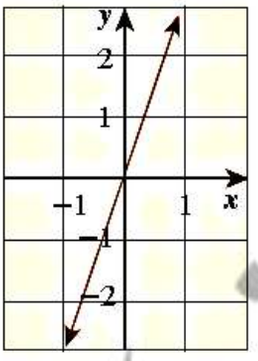
d $y = 2x$, $x \in \mathbb{R}$



حاول أن تحل صـ 94 رقم 4

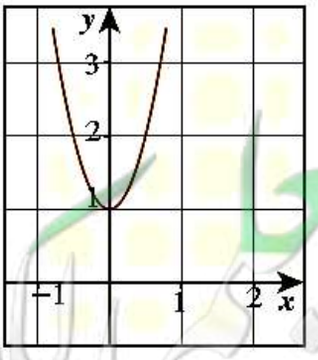
الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضّح هل هي فردية أم زوجية أم ليست فردية وليست زوجية.

a



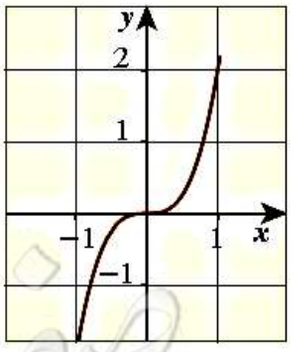
$y = 3x$

b



$y = 4x^2 + 1$

c



$y = 2x^3$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

معكوس العلاقة :

- إذا كانت علاقة r تربط عنصرًا a من المجال بعنصر b من المدى، فمعكوس العلاقة يربط العنصر b بالعنصر a.
- إذا كان (a, b) عنصرًا من العلاقة r فإن (b, a) هو عنصر من معكوس العلاقة r^{-1}.
- مجال معكوس العلاقة (r^{-1}) هو مدى العلاقة r.
- المستقيم الذي معادلته: $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها.

حاول أن تحل رقم 5 صـ 95 :

أوجد معكوس الدالة : $y = 5\,x^3$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 96 :

أوجد معكوس الدالة : $y = \sqrt{x - 4}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

دالة كثيرة حدود

$$P(x) = \boxed{2}x^3 - 5x^2 - 2x - 5$$

المعامل الرئيسي | حد تكعيبي | حد تربيعي | حد خطي | حد ثابت

حاول أن تحل رقم 1 صـ 99 :

أكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة و عدد الحدود

$a)\ 4\,x - 6x\ + 5$

$b)\ 3\,x^3 + x^2 - (4x + 2x^2)$

$c)\ 6 - 2x^5$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 2 صـ 103 :

حلل كثيرات الحدود : $12\,x^3 - 12x^2 + 3\,x$ إلى عوامل ، ثم تحقق .

معلومة:

عندما نقول عوامل العدد فإننا نعني بها العوامل الموجبة والعوامل السالبة لهذا العدد.

فمثلاً: عوامل العدد 6 هي:

$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

نظرية العامل :

المقدار $(x-a)$ هو عامل خطي لكثيرة الحدود $\Leftrightarrow a$ صفر من أصفار كثيرة الحدود

حاول أن تحل رقم 5 صـ 106 :

1) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها : 1 , 2 - , 4-

2) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها : 0 , 2 - , 4-

3) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و 1- صفر بسيط

التطبيق : كراسة التمارين رقم 20 صـ 44

أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها

$\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 1 صـ 108 :

إقسم

$a)$ $x+2 \overline{)\, x^2+5x+6}$

$b)$ $x-8 \overline{)\, 2x^2-19x+24}$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 109 :

تحقق ما إذا كان كل مقسوم عليه هو من عوامل المقسوم .

$a)$ $(x^3+4\,x^2+x-6) \div (\,x+2)$

$b)$ $(x^3-x+1) \div (\,x+1)$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

إستخدام القسمة التركيبية :

مثال : إستخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ على $(x + 2)$ ثم أوجد باقي العوامل .

حاول أن تحل رقم 3 صـ 111 :

إستخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ على $(x + 2)$

التطبيق : كراسة التمارين صـ 46 رقم 8 :

اقسم مستخدمًا القسمة التركيبية. $(-2x^3 + 5x^2 - x + 2) \div (x + 2)$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

نظرية الباقي :

إذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ من الدرجة $n \geq 1$ على $(x-a)$ حيث a ثابت

فإن باقي القسمة هو $f(a)$

حاول أن تحل رقم 7 صـ 115 :

استخدم نظرية الباقي لإيجاد باقي قسمة $f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60$ على $(x+1)$، ثم تحقق من صحة الإجابة باستخدام القسمة التركيبية.

التطبيق : كراسة التمارين صـ 46 رقم 17 : **استخدم القسمة التركيبية ونظرية الباقي لإيجاد $f(a)$**

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 10x + 5 \; ; \; a = \frac{1}{2}$$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

مثال رقم 1صـ 117 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $3\,x^3 + 6x^2 - 9\,x = 0$ بالتحليل ثم تحقق من صحة الحل .

حاول أن تحل رقم 1صـ 117 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $4\,x^3 - 16x^2 - 20\,x = 0$ بالتحليل ثم تحقق من صحة الحل .

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 2 صـ 118 :

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي :

$a)\ 2x^3 = 3x - 5x^2$

$b)\ x^3 - x^2 - 3x = 0$

يمكن حل بعض معادلات كثيرات الحدود باستخدام التحليل بطريقة التقسيم حيث يمكن تقسيم الحدود بطريقة تساعدنا على تحويل كثيرة الحدود إلى حاصل ضرب عوامل

حاول أن تحل رقم 3 صـ 118 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^3 + 2x^2 - 4x = 8$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

الأصفار النسبية الممكنة :

نظرية

بفرض أن: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 ; a_n \neq 0$

حيث $a_n, a_{n-1}, ..., a_0$ أعداد صحيحة فتكون مجموعة الأصفار النسبية الممكنة لِـ $f(x)$ هي:

$\{\frac{a}{b}$: a عامل من عوامل الحد الثابت a_0، b عامل من عوامل المعامل الرئيسي $a_n\}$

الخطوات : ١) نحدد عوامل الحد الثابت ٢) نحدد عوامل المعامل الرئيسي ٣) نطبق النظرية

مثال :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

مثال :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27\,x = 18$

التطبيق : كراسة التمارين رقم 14 صـ 49 :

استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلات التالية:

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

الدالة:

$\forall x \in \mathbb{R}$ $y = ab^x$

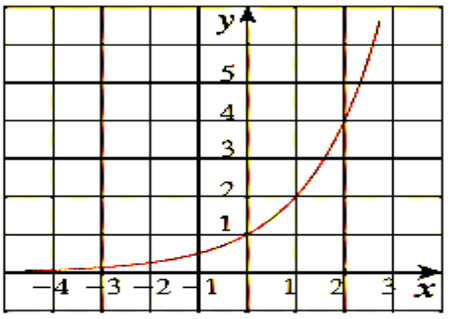
$a \in \mathbb{R}^*$ (عدد ثابت)

$b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ (الأساس)

تسمى دالة أسية.

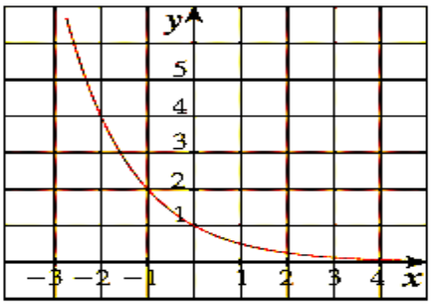
الدالة الأسية التي فيها $a > 0$ يمكن أن تستخدم كنموذج للنمو أو للتضاؤل معتمدًا على قيمة b، كالتالي:

نمو أسي



عندما تكون $b > 1$، فإن الدالة تمثل نموًّا أسيًّا، وتكون b هي عامل النمو.

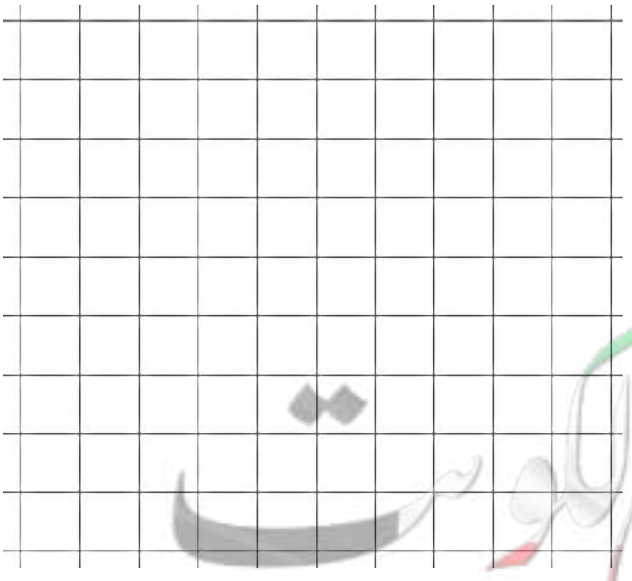
تضاؤل أسي



عندما تكون $0 < b < 1$، فإن الدالة تمثل تضاؤلًا أسيًّا، وتكون b هي عامل التضاؤل.

حاول أن تحل رقم 1 b صـ 127 :

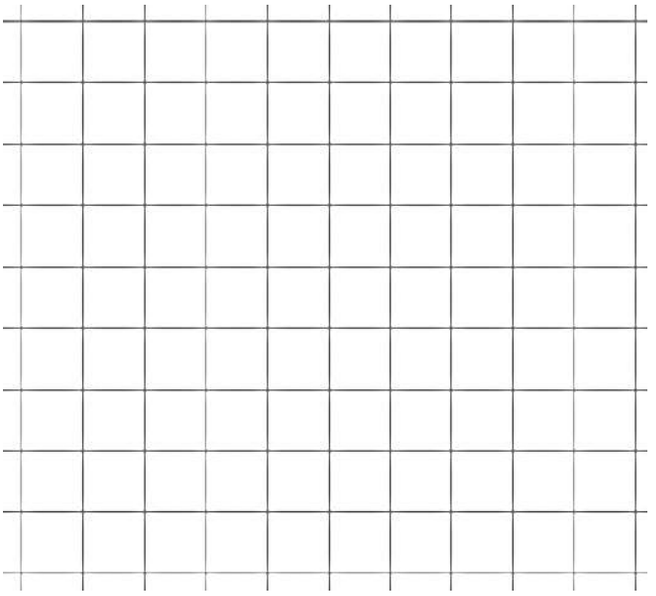
مثل بيانيا الدالة : $y = 3^x$ ثم بين ما إذا كانت تمثل نموا أسيا أو تضاؤلا أسيا و حدد العامل



معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 9 صـ 128 :

مثل بيانيا الدالة : $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ثم بين ما إذا كانت تمثل نموا أسيا أو تضاؤلا أسيا و حدد العامل



كراسة التمارين رقم 3 , 2 صـ 54

في التمارين (5–1)، اذكر ما إذا كانت كل دالة تمثّل نموًّا أسيًّا أو تضاؤلًا أسيًّا. ما النسبة المئوية لزيادة الدالة أو نقصانها؟

(2) $y = 0.65(1.3)^x$

(3) $f(x) = 2(0.65)^x$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

مثال :

أكتب دالة أسية : $y = ab^x$ ، يمر بيانها بالنقطتين $P(2,2)$, $Q(3,4)$

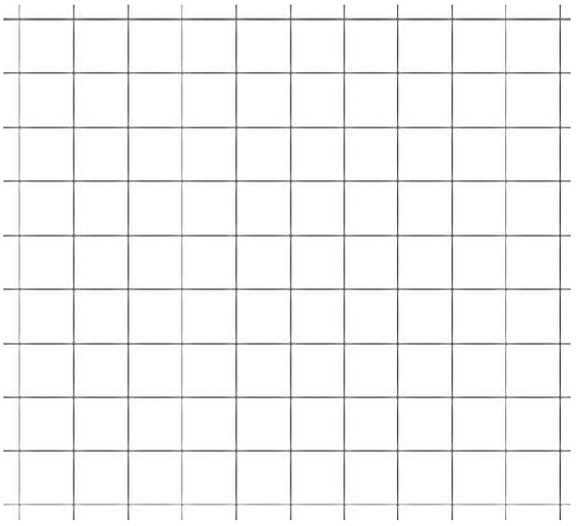
حاول أن تحل رقم 4 صـ 130 :

أكتب دالة أسية : $y = ab^x$ ، يمر بيانها بالنقطتين $S(3,16)$ ، $H(2,4)$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 1 صـ 133 :

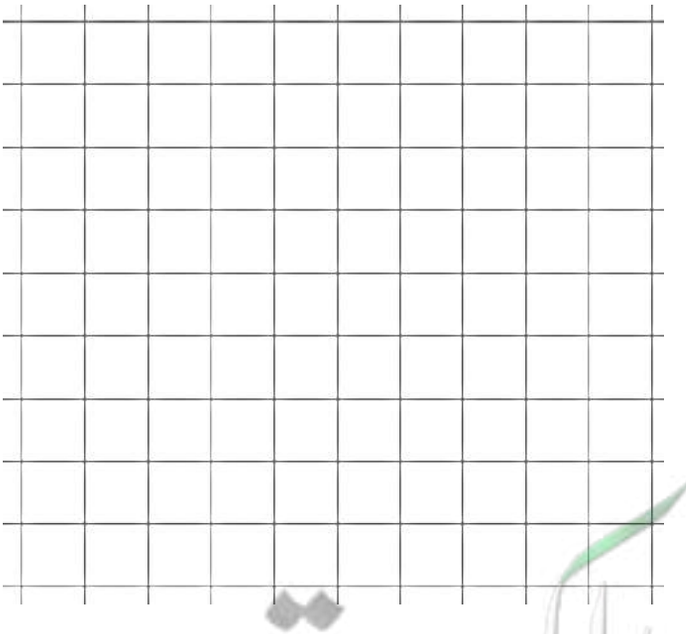
مثّل بيانيًّا كلًّا من: $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$, $y = 5^x$ في نفس المستوى الإحداثي.



حاول أن تحل رقم 2 صـ 134 مثّل بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثي.

1 $y = -4(2)^x$

2 $y = 4(2)^x$

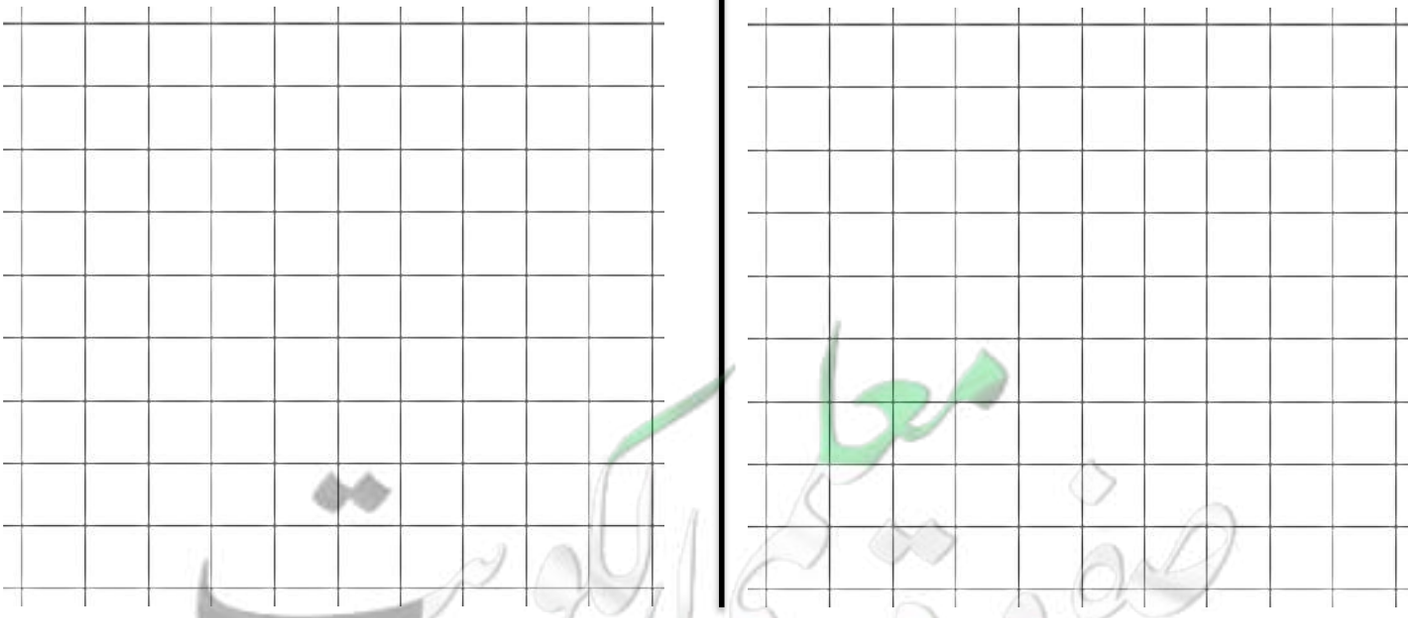


معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

كراسة التمارين صـ 57 : **مثّل بيانيًّا كلًّا من الدوال الأسية التالية:**

(1) $y = 4^x$

(2) $y = 6^x + 3$



معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

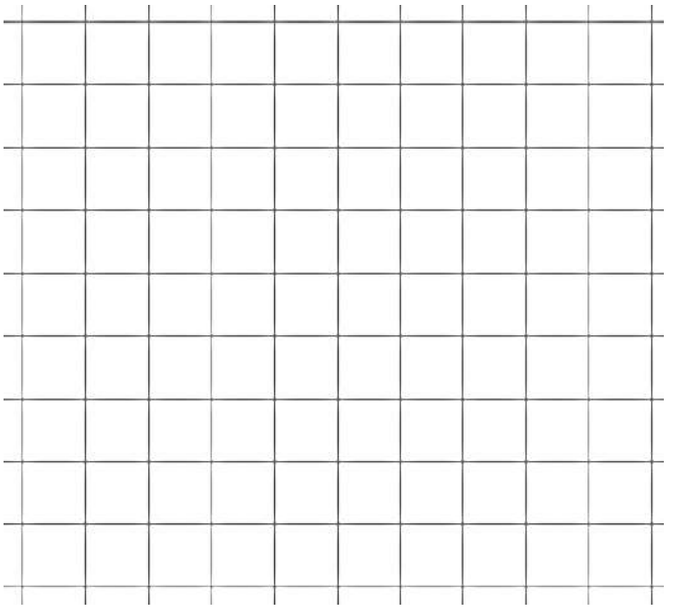
حاول أن تحل رقم 3 صـ 135: مثّل كل دالة مما يلي وذلك بانسحاب لبيان دالة المرجع: $y = 2(3)^x$

$$y_3 = 2(3)^{x-3} + 1$$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

كراسة التمارين رقم 7 صـ 57 : **مثّل بيانيًّا كلًّا من الدوال الأسية التالية مستخدمًا دالة المرجع:**

$$y = (4)^{x-2} + 3$$



حاول أن تحل رقم 5 صـ 137 **استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيم كل مما يلي:**
(قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من ألف).

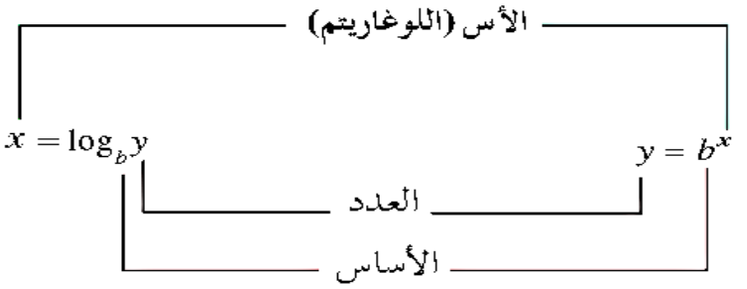
a e^4 **b** e^{-3} **c** $e^{\frac{1}{2}}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

تدريب

أكمل الجدول التالي:

الصورة الأسية	الصورة اللوغاريتمية
$7^2 = 49$	$\log_7 49 = 2$
$10^3 = 1\,000$	$\log_{10} \ldots = \ldots$
$3^5 = 243$	$\log_3 \ldots = \ldots$
$4^{\cdots} = \ldots$	$\log_4 2 = \frac{1}{2}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$	
...	$\log_5 \frac{1}{25} = -2$
$12^0 = 1$	...



تعريف

$\forall y \in \mathbb{R}^+ \quad , \quad b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

يتعين عدد حقيقي x بحيث يكون: $y = b^x \iff \log_b y = x$

حاول أن تحل **أوجد قيمة كل لوغاريتم مما يلي:**

$\log_{10} 100$ $\log_9 27$ $\log_{64} \frac{1}{32}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

تعريف: الدالة اللوغاريتمية

$$\forall x > 0 \ , \ b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

فإن الدالة:

$$f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \ f(x) = \log_b x$$

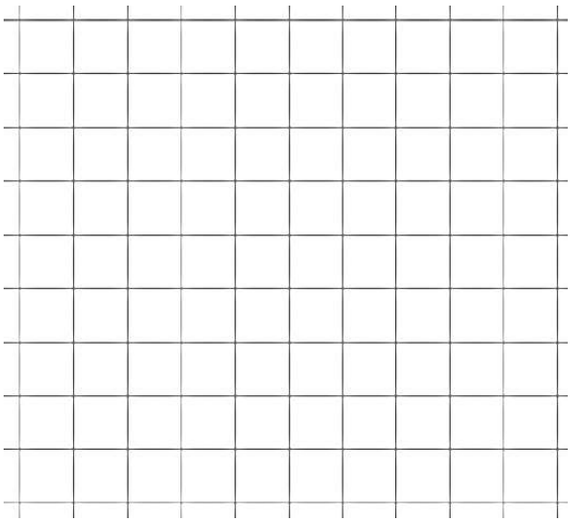
تسمى دالة لوغاريتمية أساسها b

حاول أن تحل رقم 4 صـ 142 : **أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:**

(a) $y = 2 + \log_5(x-2)$ (b) $f(x) = \log_4(x^2+1)$ (c) $g(x) = \log_7(1-x)$

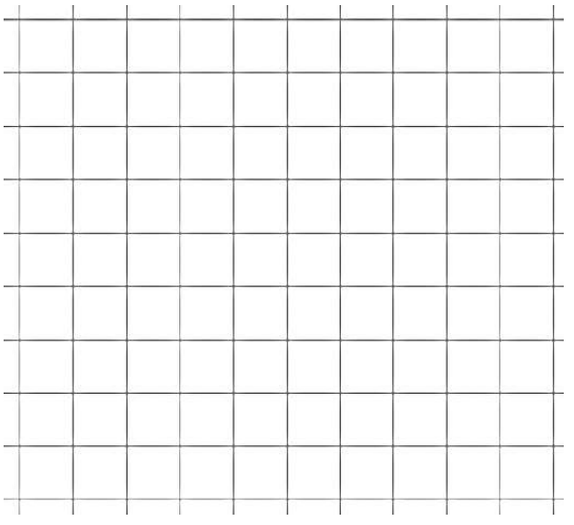
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل صـ 143 : استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y=\log_3 x$ ومعكوسها.

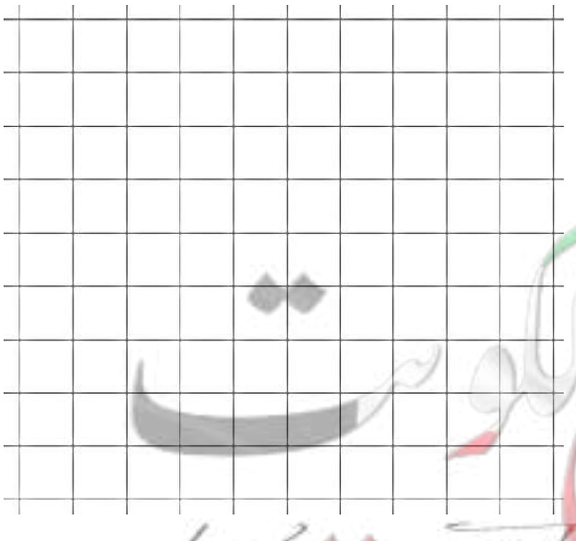


مثال6 صـ 143 :

ارسم بيان الدالة: $y=\log_6(x+2)-3$ مستخدمًا دالة المرجع.



حاول أن تحل رقم 5 صـ 143 ارسم بيان الدالة: $y=\log_3(x-3)+1$ مستخدمًا دالة المرجع.



معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

خواص اللوغاريتمات

$\forall m, n, b \in \mathbb{R}^+, b \neq 1$

خاصية الضرب $\log_b mn = \log_b m + \log_b n$

خاصية القسمة $\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$

خاصية القوى $\log_b m^k = k \log_b m \ , \ k \in \mathbb{R}$

حاول أن تحل رقم 1 صـ 145 :

أعد كتابة كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بصورة لوغاريتم واحد.

1 $\log_5 2 + \log_5 6$ 2 $3\log_b 4 - 3\log_b 2$ 3 $4\log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 146 :

أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث a، b، c أعداد حقيقية موجبة.

a $\log_2(7b)$ b $\log\left(\frac{c}{3}\right)^2$ c $\log_7(a^3b^4)$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

ملاحظات:

1. $\log_b 1 = 0$
2. $\log_b b = 1$
3. $\log_b b^m = m$

حيث m , b عددان حقيقيان موجبان $b \neq 1$

تذكر:
$\log 3 = \log_{10} 3$

مثال : إذا كان $\log 5 \approx 0.699$, $\log 3 \approx 0.477$, $\log 2 \approx 0.301$

استخدم خواص اللوغاريتمات لإيجاد قيمة كل مما يلي دون استخدام الآلة الحاسبة.

a) $\log 20$

b) $\log 0.5$

c) $\log \frac{8}{3}$

d) $\log 600$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+, m \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$
$$a = b \iff \log_m a = \log_m b$$

حاول أن تحلرقم 1صـ 157 : حل كل معادلة مما يلي مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من ألف:

$3^{x+4} = 101$

$6^x = 21$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 152 : حل كل معادلة مما يلي:

(a) $t^{\frac{7}{2}} = 128, \quad t > 0$

(b) $\sqrt[3]{u^4} - 5 = 11, \quad u > 0$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

لحساب اللوغاريتم لأي أساس

$$\forall m, b, c \in \mathbb{R}^+,\ b \neq 1,\ c \neq 1$$

قاعدة تغيير الأساس

$$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b}$$

مثال استخدم قاعدة تغيير الأساس لإيجاد قيمة $\log_3 15$ ثم حوّل $\log_3 15$ إلى لوغاريتم للأساس 2

حاول أن تحل رقم 4 صـ 153 :

استخدم قاعدة تغيير الأساس لحل المعادلة: $7^{5x} = 3000$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حل معادلات لوغاريتمية Solving Logarithmic Equations

كل معادلة تتضمن تعبيرًا لوغاريتميًّا تسمى معادلة لوغاريتمية ويمكن وضعها على الصورة:

$$\log_b y = x \qquad \forall\ y, b \in \mathbb{R}^+, b \neq 1$$

ويكون حلها بما يحقق هذه الشروط لذا يتوجب إيجاد مجال التعريف (شرط الحل) أو التحقق من القيم الناتجة.

حاول أن تحل رقم 5 صـ 155 :

حل المعادلة: $\log(7-2x) = -1$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 156 :

حل المعادلة: $\log 6 - \log 3x = -2$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 7 صـ 157 :

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1 \ , \ x \in (1, \infty)$

b $\log_4(x+6) - \log_4 12 = \log_4 2 - \log_4(x-4), \ x \in (4, \infty)$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

تدرب ص 158

أكمل ما يلي حيث $k, m, n \in \mathbb{R}^+$.

1. $ln(mn) = ...$ (..... خاصية)
2. $ln\frac{m}{n} = ...$ (..... خاصية)
3. $ln\, m^k = ...$ (..... خاصية)
4. $ln\ e = ...$
5. $ln\ e^k = ...$
6. $e^{ln\ k} = ...$

حاول أن تحل رقم 3 صـ 160 : حل كلًّا من المعادلات التالية:

a $e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

b $5 + ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$

حاول أن تحل رقم 4صـ 161 :

استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل المعادلتين التاليتين:

a $e^{x+1} = 30$

b $2^{2x-3} + 4 = 7$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

الكميات القياسية والكميات المتجهة

كميات قياسية (عددية) : هي كميات يلزم لتعريفها مقدار عددي ووحدة قياس

مثل : الحرارة ــ المسافة ــ العمر ــ الحجم ــ الكتلة

كميات متجهة : هي كميات يلزم لتعريفها مقدار عددي واتجاه

مثل : السرعة ــ العجلة ــ الإزاحة ــ القوة

متجه الموضع :

تعريف : القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$ التي بدايتها نقطة الأصل و نهايتها $M(x,y)$ تسمى (متجه الموضع)

$\overrightarrow{AB}$ قطعة موجهة في المستوى الإحداثي حيث $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$

متجه الموضع لهذه القطعة هو القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$

حيث $M(x_B - x_A, y_B - y_A)$

حاول أن تحل رقم 1صـ 170 :

ليكن: $A(1,-3),\ B(2,2),\ C(2,3),\ D(-2,-1)$

a عيّن الزوج المرتب الذي يمثّل متجه الموضع لكل من: $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BD}$

b متجه الموضع $\overrightarrow{OL}$ يمثّل القطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$. أوجد إحداثيات K

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

تكافؤ قطعتين موجهتين

تكون قطعتان موجهتان متكافئتين إذا كان لهما الطول نفسه والاتجاه نفسه

ولكل قطعتين موجهتين متكافئتين متجه الموضع نفسه.

خاصية

إذا كانت القطعتان الموجهتان $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ متكافئتين، فإن الشكل $ABDC$ هو متوازي أضلاع حيث النقاط A, B, C, D ليست على استقامة واحدة.

حاول أن تحل رقم 2 صـ 171 :

إذا كانت $F(5, 13), E(3, 11), D(-2, -7)$

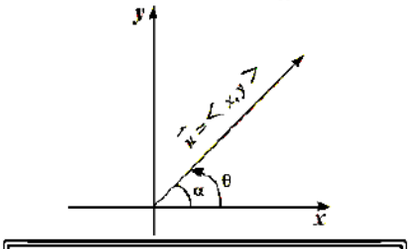
فأوجد مركبات كل من المتجهات التالية: $< \overrightarrow{DE} >$, $< \overrightarrow{ED} >$, $< \overrightarrow{EF} >$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

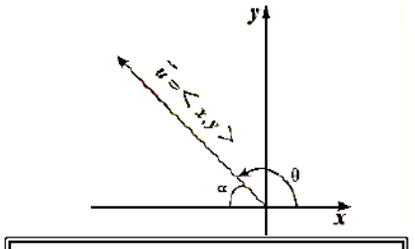
طول (معيار) متجه و إتجاهه :

تعريف : $\|\vec{U}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right|$

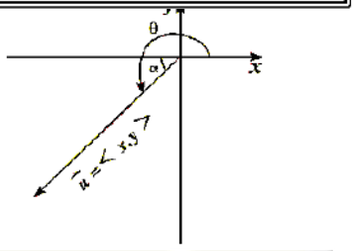
و تكون



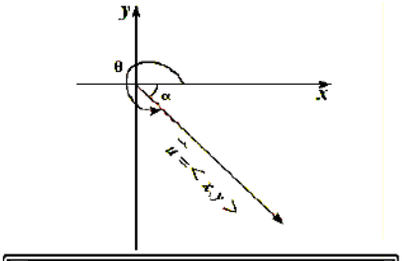
$\because x > 0,\ y > 0 \ \therefore \theta = \alpha$



$\because x < 0,\ y > 0 \ \therefore \theta = 180^\circ - \alpha$



$\because x < 0,\ y < 0 \ \therefore \theta = 180^\circ + \alpha$



$\because x > 0,\ y < 0 \ \therefore \theta = 360^\circ - \alpha$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 173 :

لكل من المتجهات التالية ارسم متجه الموضع ثم أوجد معيار المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب

a $\vec{m} = \langle 2, 2 \rangle$

b $\vec{n} = \langle -1, -2 \rangle$

c $\vec{p} = \langle -2, 3 \rangle$

d $\vec{q} = \langle 1, -4 \rangle$

سؤال : لكل من المتجهات التالية ارسم متجه الموضع ثم أوجد معيار المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب

1) $\vec{u} = \langle 2,0 \rangle$

2) $\vec{v} = \langle 0,3 \rangle$

3) $\vec{n} = \langle -1,0 \rangle$

4) $\vec{c} = \langle 0,-2 \rangle$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

متجه الوحدة : المتجه $\vec{U} = (x, y)$ هو متجه وحدة إذا كان معياره يساوي الوحدة أي أن

$$\|\vec{U}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 175 :

إذا كان $\vec{v} = < x, \frac{12}{13} >$. فأوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{v}$ متجه وحدة.

تساوي متجهين :

ليكن: $\vec{A} = < x_A , y_A >, B = < x_B , y_B >$

$$\vec{A} = \vec{B} \Longleftrightarrow x_A = x_B \ , \ y_A = y_B$$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 175 :

إذا كانت $A(0,1), B(1,3), C(3,6), D(4,8)$ في المستوى الإحداثي فأثبت أن: $< \overrightarrow{AB} > = < \overrightarrow{CD} >$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 6 صـ 176 :

ليكن المتجهان $\vec{B}=<-1,3>$, $\vec{A}=<-2x+3,4y-1>$، حيث x , y عددان حقيقيان.

أوجد قيمتا x , y اللتين تحققان $\vec{A}=\vec{B}$.

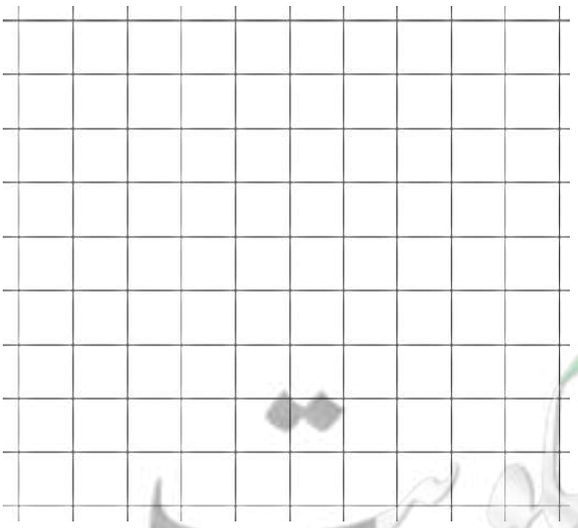
المتجه المعاكس

- إذا كان $\vec{u}=<a,b>$ فإن المتجه $\vec{v}=<-a,-b>$ هو المتجه المعاكس لِـ $\vec{u}$
- مركبات المتجه المعاكس هي المعكوس الجمعي لمركبات المتجه.
- المتجه $<\overrightarrow{BA}>$ هو متجه معاكس للمتجه $<\overrightarrow{AB}>$
- $<\overrightarrow{AB}>=-<\overrightarrow{BA}>$

حاول أن تحل صـ 173 :

⑦ ارسم متجه الموضع $\vec{u}$ حيث مركباته $<1,2>$.

من النقطة $A(2,-1)$ ارسم متجهًا مساويًا للمتجه $\vec{u}$ ومتجهًا معاكسًا للمتجه $\vec{u}$ واكتب مركباتهما.



معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

ضرب متجه في عدد حقيقي :

$\vec{u}$ متجه غير صفري، k عدد حقيقي غير صفري $(k \in \mathbb{R}^*)$

إن ناتج ضرب المتجه $\vec{u}$ بالعدد k هو متجه ونرمز إليه بـ $k\vec{u}$

$\because \ \vec{u} = < x, y > \quad \therefore \quad k\vec{u} = < kx, ky >$

خواص

1. يكون للمتجهين غير الصفريين $< \overrightarrow{CD} >$, $< \overrightarrow{AB} >$ الاتجاه نفسه إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي موجب k يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k < \overrightarrow{CD} >$
2. يكون للمتجهين غير الصفريين $< \overrightarrow{CD} >$, $< \overrightarrow{AB} >$ اتجاهين متعاكسين إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي سالب k يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k < \overrightarrow{CD} >$
3. تكون النقاط A, B, C على استقامة واحدة إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي غير صفري k يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k < \overrightarrow{AC} >$

حاول أن تحلرقم 8 صـ 178 : إذا كان $\vec{B} = < 3, -2 >$ فأوجد:

a) $3\vec{B}$ b) $-5\vec{B}$ c) $\frac{3}{2}\vec{B}$

حاول أن تحل رقم 9 صـ 179 :

أثبت أن النقاط $M(-2,-5)$, $L(2,3)$, $K(0,-1)$ على استقامة واحدة.

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

خواص عملية جمع المتجهات في المستوي — Properties of Adding Vectors in the Plane

لأي ثلاثة متجهات $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ في المستوي

- خاصية الإبدال في جمع المتجهات: $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$
- خاصية العنصر المحايد $\vec{0}$: $\vec{A}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{A}=\vec{A}$
- خاصية التجميع في جمع المتجهات: $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$
- خاصية المعكوس الجمعي: $\vec{A}+(-\vec{A})=(-\vec{A})+\vec{A}=\vec{0}$
- خاصية الحذف: $\vec{A}+\vec{C}=\vec{B}+\vec{C} \Rightarrow \vec{A}=\vec{B}$
- خاصية التوزيع مع عدد حقيقي غير الصفر: $K(\vec{A}+\vec{B})=K\vec{A}+K\vec{B}$

حاول أن تحل رقم 3 صـ 182 :

$ABCD$ مضلع. أوجد:

a $<\overrightarrow{AB}>+<\overrightarrow{CD}>+<\overrightarrow{BC}>$

b $<\overrightarrow{AD}>+<\overrightarrow{CA}>+<\overrightarrow{BC}>+<\overrightarrow{DB}>$

مجموع متجهين جبريًا — Adding Two Vectors Algebraically

تعريف

إذا كان $\vec{A}=<x_A, y_A>, \vec{B}=<x_B, y_B>$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن مجموع هذين المتجهين هو المتجه $<x_A+x_B, y_A+y_B>$ ويرمز له بالرمز $\vec{A}+\vec{B}$

أي أن: $\vec{A}+\vec{B}=<x_A+x_B, y_A+y_B>$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 184 : إذا كان $\vec{A}=<4,-2>, \vec{B}=<-7,5>$ فأوجد.

a $\vec{A}+\vec{B}$

b $3\vec{A}+5\vec{B}$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

طرح المتجهات $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 184 :

$ABCD$ مضلع في المستوي. أوجد:

a $<\overrightarrow{AB}>+<\overrightarrow{CD}>-<\overrightarrow{AD}>-<\overrightarrow{CB}>$

b $<\overrightarrow{AB}>-<\overrightarrow{AC}>+<\overrightarrow{BC}>+<\overrightarrow{AD}>$

الفرق بين متجهين جبريًا — Difference of Two Vectors Algebraically

تعريف

إذا كان $\vec{A}=<x_A, y_A>, \vec{B}=<x_B, y_B>$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن:

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})=<x_A-x_B\ ,\ y_A-y_B>$$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 184 إذا كان $\vec{A}=<-3,0>, \vec{B}=<5,-9>$. فأوجد:

a $\vec{A}-\vec{B}$

b $-3\vec{A}+4\vec{B}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التعبير عن متجه بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين

Expressing a Vector in Terms of the Two Basic Unit Vectors

تعريف

- المتجه $\vec{i} = \langle 1,0 \rangle$ الذي إحدى قطعه الموجهة متجه الموضع الذي نهايته النقطة $(1, 0)$ يسمى متجه الوحدة الأساسي في اتجاه المحور السيني $(x-\text{axis})$،
- المتجه $\vec{j} = \langle 0,1 \rangle$ الذي إحدى قطعه الموجهة متجه الموضع الذي نهايته النقطة $(0, 1)$ يسمى متجه الوحدة الأساسي في اتجاه المحور الصادي $(y-\text{axis})$،

حاول أن تحل 8 صـ 186 :

لتكن النقاط: $A(3,4), B(-2,5), C(-4,-1)$

اكتب كلًّا من المتجهات: $\langle \overrightarrow{OA} \rangle, \langle \overrightarrow{OB} \rangle, \langle \overrightarrow{OC} \rangle$، بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين $\vec{i}$, $\vec{j}$.

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

الضرب الداخلي لمتجهين :

ناتج الضرب الداخلي لمتجهين (غير صفريين) يرمز له بالرمز $\vec{A}\,.\vec{B}$ و يساوي ناتج ضرب طولي المتجهين في جيب تمام الزاوية المحددة بهما

أي أن :

$$\vec{A}\,.\vec{B} = \|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\| \times \csc(\vec{A}\,,\vec{B})$$

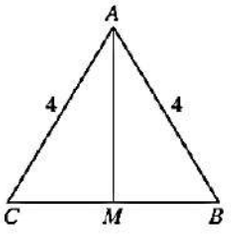
حاول أن تحل 2 صـ 186

كان إذا $\vec{u} = \langle 0,2\rangle\,, \vec{v} = \langle 2,2\rangle$ فأوجد $\vec{u}\,.\vec{v}$

مثال 2 صـ 188:

ABC مثلث متطابق الأضلاع. M منتصف $\overline{BC}$ أوجد:

ⓐ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$ ⓑ $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}$ ⓒ $\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{CB}$



قانون

إذا كان $\overrightarrow{A} = < x_A , y_A >, \overrightarrow{B} = < x_B , y_B >$ متجهين في المستوي الإحداثي

فإن $\overrightarrow{A}\,.\overrightarrow{B} = x_A\,.x_B + y_A\,.y_B$

فإذا كان: $\overrightarrow{A} = < x_A , y_A >$ فإن $\overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{A} = x_A^2 + y_A^2 = \|\overrightarrow{A}\|^2$

نتيجة (1)

إذا كان $\overrightarrow{A} \neq \vec{0}, \overrightarrow{B} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B} \Leftrightarrow \overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{B} = 0$$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 3 صـ 189 :

إذا كانت النقاط $A(6,-1), B(3,2), C(2,1)$

a) اكتب كلًّا من المتجهين $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}, \vec{j}$

b) أوجد قيمة $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

c) أثبت أن المثلث ABC قائم في $\widehat{B}$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 189:

إذا كان $\overrightarrow{A} = < 3,-1 >, \overrightarrow{B} = < x,-2 >$ وكان $\overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B}$ فأوجد قيمة x

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

نتيجة (2)

إذا كان $\vec{A} \neq \vec{0}$, $\vec{B} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} = k\vec{B}$$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 190 :

a أثبت أن: $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle 3, -2 \rangle$, $\vec{B} = \langle 6, -4 \rangle$

b إذا كان $\vec{A} \parallel \vec{B}$ ، $\vec{A} = \langle \frac{7}{3}, \frac{2}{3} \rangle$, $\vec{B} = \langle x, \frac{4}{5} \rangle$ فأوجد x

خواص الضرب الداخلي **Properties of Scalar Product**

$\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ ثلاثة متجهات غير صفرية في المستوى، k عدد حقيقي.

- خاصية الإبدال $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$
- خاصية التجميع مع عدد حقيقي غير صفري $\vec{A} \cdot (k\vec{B}) = (k\vec{A}) \cdot \vec{B} = k(\vec{A} \cdot \vec{B})$
- خاصية توزيع الضرب الداخلي على جمع المتجهات أو طرحها $\vec{A} \cdot (\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} \pm \vec{A} \cdot \vec{C}$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 191 :

$\vec{A}$, $\vec{B}$ متجهان في المستوي، حيث $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 4, \vec{A} \cdot \vec{B} = 5$

أوجد قيمة $(3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B})$

صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

قانون

إذا كان $\vec{A}, \vec{B}$، متجهين وكان $\vec{A} \neq \vec{0}, \vec{B} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \quad , 0^\circ \leq m(\vec{A}, \vec{B}) \leq 180^\circ$$

حاول أن تحل رقم 7 صـ 192 :

إذا كان $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 2, \vec{A} \cdot \vec{B} = -3\sqrt{3}$

فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A}, \vec{B})$

حاول أن تحل رقم 8 صـ 193:

أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين: $\vec{A} = < 6, 3 >, \vec{B} = < 3, -1 >$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

اليوم : ..... التاريخ الميلادي : ..... التاريخ الهجري : .....

الوحدة السادسة **بند 1-6** **المجتمع الإحصائي و المعاينة**

المجتمع الإحصائي : مجموعة كل المفردات (الوحدات) قيد الدراسة و لها خصائص مشتركة

و يمكن أن تكون مفرداته بشرية أو غير بشرية

كما يمكن أن تكون منتهية (عدد وحداته محدود) أو غير منتهية (عدد وحداته غير محدود)

حاول أن تحل رقم 1 صـ 199:

في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة.

a **لاعبو فرق كرة السلة في دولة الكويت.**

b **مجتمع الأسماك في مياه الخليج العربي.**

المتغير :

الصفة (أو الصفات) محور الدراسة في مجتمع إحصائي معين . و هذه الصفة تتغير من وحدة إلى أخرى في مجتمع الدراسة

أساليب جمع البيانات :

الحصر الشامل : هو عملية جمع بيانات جميع مفردات المجتمع الإحصائي

مميزاته : دقة النتائج - خلوه من الإخطاء

عيوبه : يتطلب وقت و جهد كبيرين – تكاليفه مرتفعة – لا يمكن إجراؤه في المجتمعات الغير منتهيه – لا يمكن إستخدامه في حالة تدمير جميع وحدات الدراسة (سحب عينة دم)

حاول أن تحل رقم 2 صـ 200:

اكتب مثالاً يبين:

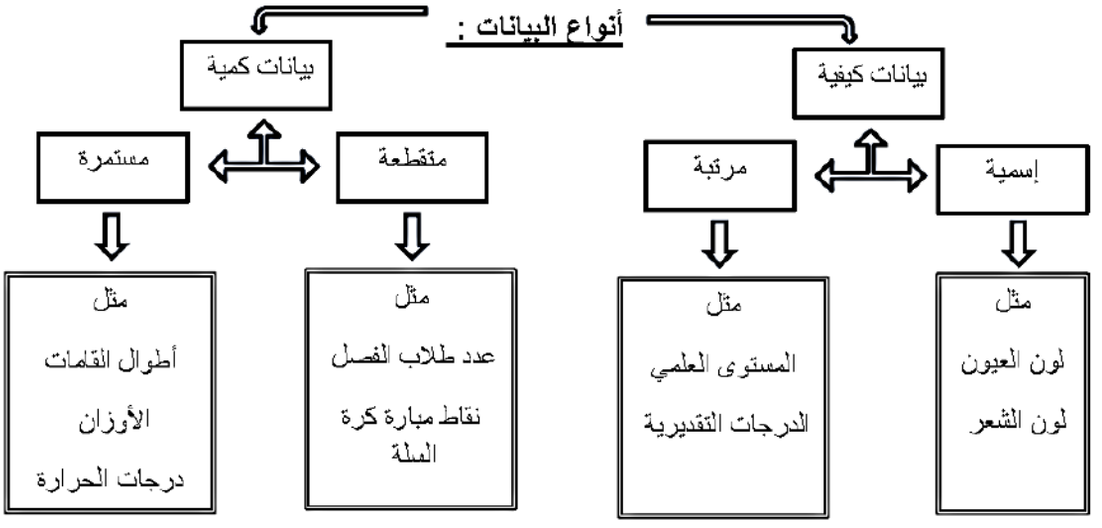
a **دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.**

b **دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.**

صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

المعاينة :

هي عملية إختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع و تحقق أهداف الدراسة



حاول أن تحل رقم 3 صـ 201 : **حدد نوع البيانات في كل مما يأتي:**

a. **عدد أعضاء فريق كرة القدم.**
b. **الوظيفة (ضابط، محاسب، محام، تاجر، مدرس، ...)**
c. **أطوال قامات طلاب الصف الحادي عشر.**
d. **تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت.**

طرق جمع البيانات :

المشاهدة و الملاحظة
البريد العادي أو البريد الإلكتروني
المقابلة الشخصية
الأبحاث التاريخية و الأرشيف
مواقع التواصل الاجتماعي

الاستبانة
الهاتف المنزلي أو الهاتف النقال
الوثائق و السجلات
قواعد البيانات

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

بند 2-6 الوحدة السادسة (العينات)

العينة العشوائية : هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم إختيارها عشوائيا بطريقة علمية دون تحيز كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيلا بأقل تكلفة ممكنة

أنواع العينات :

العينة العشوائية البسيطة :

مجتمع إحصائي يتضمن n من المفردات المتجانسة وأردنا دراسته انطلاقا من عينة عشوائية بسيطة

عدد مفرداتها (حجمها) m و يمكن إختيار العينة العشوائية البسيطة بطرق متعددة منها :

جدول الأعداد العشوائية , الات حاسبة متخصصة , برامج إحصائية في الحاسوب

مثال :

عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفًا مرقمين من 1 إلى 90. يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع.

حاول أن تحل رقم 1 صـ 203 :

في مثال (1) إذا كان المطلوب سحب العينة من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها؟

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

العينة العشوائية الطبقية :

يوجد مجتمعات إحصائية تتكون من مجموعات لا تتقاطع مع بعضها بعضا لذا نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة فنحصل على عينة عشوائية طبقية تمثل المجتمع الإحصائي محل الدراسة

و لسحب عينة عشوائية طبقية حجمها m من مجتمع إحصائي حجمه n , حيث $m \leq n$ يكون

$$\frac{m}{n} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \text{كسر المعاينة}$$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حاول أن تحل رقم 2 صـ 204 :

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من 7 أفراد من 35 موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

المجموع	مستخدمون	محاسبون ومدققون	مدراء أقسام
35	5	20	10

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

حاول أن تحل رقم 3 صـ 205 :

يبين الجدول توزيع الموظفين في إحدى المستشفيات:

المجموع	عمال	ممرضون	أطباء	إداريون
500	40	240	140	80

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 25 فردًا لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

صفوة الكويت
KuwaitTeacher.Com

العينة العشوائية المنتظمة :

يتم سحب مفرداتها بحسب نظام ثابت و منتظم ترقم المفردات ترقيما متسلسلا ثم يقسم المجتمع الإحصائي إلى فترات متساوية الطول بعدد مفردات العينة تسمى فترة المعاينة و يكون

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

و يمكن
سحب المفردة الأولى في العينة المنتظمة بطريقة عشوائية من جدوا الأعداد العشوائية ثم تسحب باقي المفردات بطريقة منتظمة تقضي بإضافة طول فترة المعاينة على المفردة الأولى للحصول على المفردة الثانية هكذا ....

مثال : **في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى 900، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 15، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.**

حاول أن تحل رقم 4 صـ 206 :

في مثال (4) ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها 10، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن عشر والعمود السابع؟

حاول أن تحل رقم 5 صـ 207 :

يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالبًا مرقمين من 1 إلى 140. المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع.

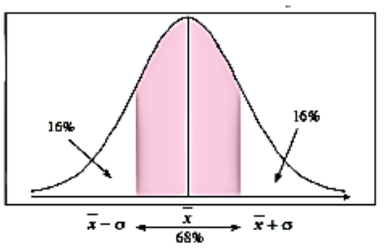
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

بند 5-6 الوحدة السادسة (القاعدة التجريبية)

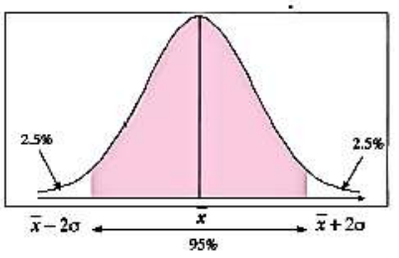
تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة محدودة و يمكن إتخاذ القرارات المناسبة في ضوء هذه الدراسة

على فرض أن لدينا مجموعة بيانات كمية و وجدنا المتوسط الحسابي $\overline{x}$ و الإنحراف المعياري σ لهذه القيم و تبين أنن المنحنى التكراري هو شكل الجرس يمكن تطبيق القاعدة التجريبية التي تنص على ما يلي :

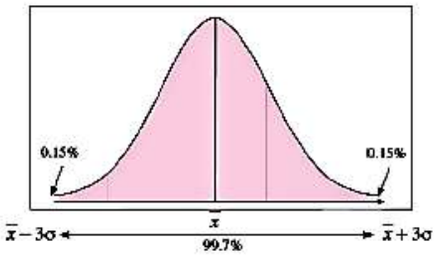
(1) حوالي 68% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-\sigma, \overline{x}+\sigma]$



(2) حوالي 95% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-2\sigma, \overline{x}+2\sigma]$



(3) حوالي 99.7% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-3\sigma, \overline{x}+3\sigma]$



معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل رقم 1 صـ 218 :

لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 دينارًا بانحراف معياري 115 دينارًا.

a **طبق القاعدة التجريبية.**

b **هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى 750 دينارًا؟ فسّر ذلك.**

حاول أن تحل رقم 2 صـ 219 :

يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (A) هو 700h بانحراف معياري 100h على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

a **طبق القاعدة التجريبية.**

b **أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 500h**

c **أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يقل عمرها عن 400h**

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

هي مؤشر يدل على إنحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي

$$\text{القيمة المعيارية} = \frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الإنحراف المعياري}} \qquad \text{أي أن} \qquad z = \frac{x - \overline{x}}{\sigma}$$

حاول أن تحل :

جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 15 حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3.8 وفي مادة الكيمياء 15 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7.8

ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

حاول أن تحل :

يسكن خالد في المدينة A حيث إن طول قامته 180cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174cm مع انحراف معياري 12cm. أما صالح فيسكن في المدينة B حيث إن طول قامته 172cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 165cm مع انحراف معياري 15

أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com