

مذكرة التدريبات



الرياضيات

الكورس الأول

12

مذكرة التدريبات



الرياضيات

الكورس الأول

12

شلون تتفوق بدراستك

منصة علا تخلي المذكرة أقوى

تبي أعلى الدرجات؟ لا تعتمد على المذكرة بروحها
ادرس صح من الفيديوهات و الاختبارات في منصة علا

700

★ اختبارات ذكية تدربك
حل الاختبارات الإلكترونية أول بأول
عشان ترفع مستواك

🎬 فيديوهات تشرح لك

تابع الفيديوهات و اسأل المعلم في علا وأنت
تدرس من المذكرة عشان تضبط الدرس



اكتشف عالم التفوق مع منصة علا

لتشترك بالمادة و تستمتع بالشرح
المميز صور أو اضغط على الQR



UULA

المعلق



هذه المذكرة تغطي المادة كاملة.

في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنكم مسح رمز QR للتأكد من المقرر.

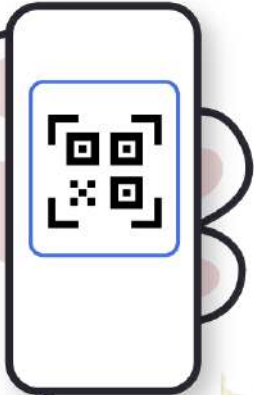


المنقذ



أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ موجود!

صور ال QR بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت تستخدم المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو يشرح لك.



قائمة المحتوى

01 النهايات والاتصال

6	النهايات
13	نهايات تشتمل على $\pm\infty$
15	صيغ غير معينة
18	نهايات بعض الدوال المثلثية
20	الاتصال
23	نظريات الاتصال
26	الاتصال على فترة

02 الاشتقاق

34	المشتقة
39	قواعد الاشتقاق
43	مشتقات الدوال المثلثية
45	قاعدة السلسلة
49	المشتقات ذات الرتب العليا و الاشتقاق الضمني

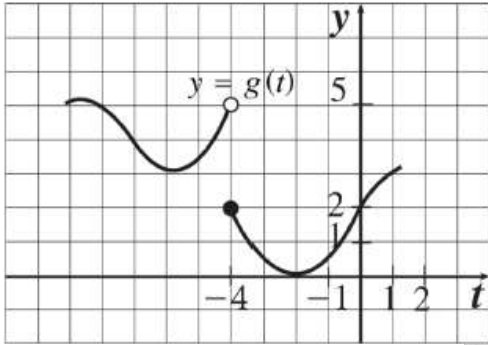
03 تطبيقات الاشتقاق

54	القيم القصوى (العظمى و الصغرى) للدوال
60	تزايد وتناقص الدوال
62	ربط f'' , f' ببيان الدالة f
70	رسم بيان دوال كثيرات الحدود
74	تطبيقات القيم القصوى

04 الإحصاء

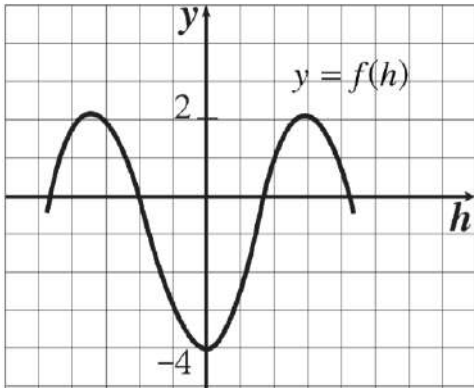
82	التقدير
84	اختبارات الفروض الإحصائية





1. الشكل المقابل, يمثل بيان الدالة g . أوجد إن أمكن:

- $\lim_{t \rightarrow -4^-} g(t)$
- $\lim_{t \rightarrow -4^+} g(t)$
- $\lim_{t \rightarrow -4} g(t)$
- $g(-4)$



2. الشكل المقابل, يمثل بيان الدالة f . أوجد إن أمكن:

- $\lim_{h \rightarrow 0^-} f(h)$
- $\lim_{h \rightarrow 0^+} f(h)$
- $\lim_{h \rightarrow 0} f(h)$
- $f(0)$



3. بفرض أن $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$ أوجد:

- $\lim_{x \rightarrow 4} (g(x) + 3)$
- $\lim_{x \rightarrow 4} xf(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 4} (g(x) \cdot g(x))$
- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{g(x)}{f(x)-1}$



4. $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} (3x^2(2x - 1))$

في التمارين التالية أوجد:



$$5. \lim_{y \rightarrow -3} \frac{y^2 + 4y + 3}{y^2 - 3}$$

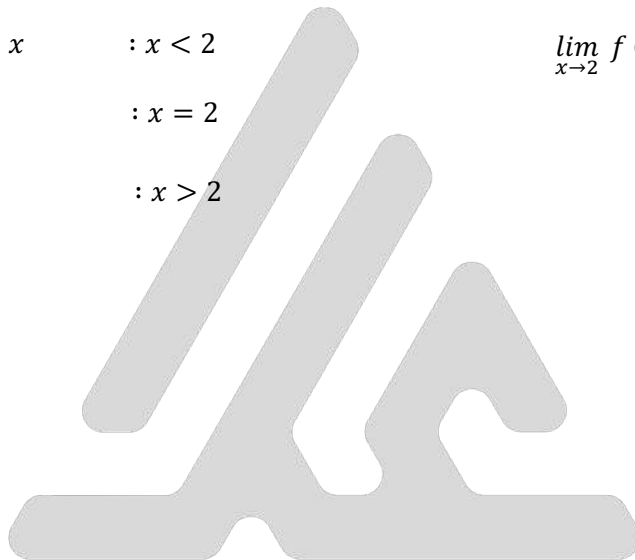
$$6. \lim_{x \rightarrow -4} (x + 3)^{1998}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x - 2}$$



$$f(x) = \begin{cases} 3 - x & : x < 2 \\ 2 & : x = 2 \\ \frac{x}{2} & : x > 2 \end{cases}$$

8. لتكن الدالة f : أوجد: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$



سؤال من المريخ: 🛸

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1 - x^2} & , 0 \leq x < 1 \\ 1 & , 1 \leq x < 2 \\ 2 & , x = 2 \end{cases}$$

9. لتكن الدالة f :

أوجد إن أمكن: (a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$



$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & , -1 \leq x < 1 \\ 2 & , 1 \leq x < 2 \\ x & , 2 \leq x < 4 \end{cases}$$

10. لتكن الدالة f :أوجد إن أمكن : (a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4+x)^2 - 16}{x}$



12. $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2 - 3t + 2}{t^2 - 4}$ (1)





$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$



$$14. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+2|}{x^2+3x+2}$$



U U L A





15. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-4x+3}$



16. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{\sqrt[3]{9x+3}}$

سؤال من المربخ:

معلق



$$17. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 3x^2 - 7x + 6}{x + 2}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 5x^2 - 12}{x - 2}$$



U U L A





$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} \right)$$

معلق 

$$22. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{x-2} - \frac{4x}{x^2-4} \right)$$



نهايات تشتمل على $\pm\infty$

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-2} =$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^3} =$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{2x+3} =$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\left(2 - \frac{x}{x+1} \right) \left(\frac{x^2}{5+x^2} \right) \right) =$



5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{4x^2}}$

معلق ⚠



6. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3}{|x-5|}$

7. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-7}{|x+2|}$

معلق ⚠



8. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{2x-1}{\sqrt{(2x-1)^8}}$

سؤال من المريخ: 🌌



صفوة معلمي الكويت

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 - 5x + 4) = \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2) =$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (-4x^2 + x - 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-4x^2) =$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x + 7) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) =$$

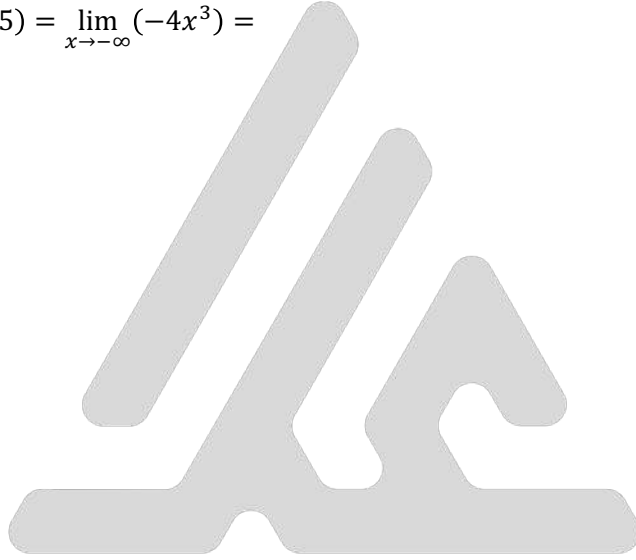
$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 + 2x + 5) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3) =$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 5x + 7}{-2x^2 + 3x - 1} =$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 7x - 1}{-5x^3 + x + 2} =$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{2x^3 + x - 1} =$$

$$8. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^2 - 2x + 3} =$$



$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$$



10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$

11. إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3+bx^2+4}{3x^2-2x+1} = -1$ فأوجد قيم a, b

12. إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+2x-5}{ax^3+bx^2+3} = -1$ فأوجد قيم a, b



سؤال من المربخ:

13. إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-5}{\sqrt{ax^2+7x-2}} = 2$ فأوجد قيم a

معلق ⚠

U U L A



نهايات بعض الدوال المثلثية



1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$



3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}$



4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 + \cos x}$



5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \tan x}{\sin x - \cos x}$





$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$$



$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 7x}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\tan 2x}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x}{\cos 3x}$$

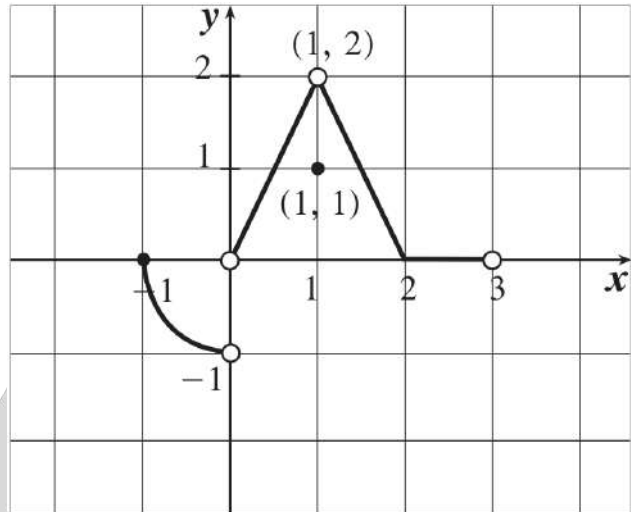


U U L A





$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & -1 \leq x < 0 \\ 2x, & 0 < x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ -2x + 4, & 1 < x < 2 \\ 0, & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$



3. ابحث اتصال الدالة f عند $x = 2$

1. ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$

2. ابحث اتصال الدالة f عند $x = 1$

U U L A



صفوة معلمى الكويت



6. $f(x) = \begin{cases} x + 5 : x \geq 0 \\ 5 - x : x < 0 \end{cases}, \quad x = 0$



7. $h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} : x \neq -1 \\ -1 : x = -1 \end{cases}, \quad x = -1$

ابحث اتصال $f(x)$ عند $x = 0$



8. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{|x|} : x \neq 0 \\ -3 : x = 0 \end{cases}$

U U L A



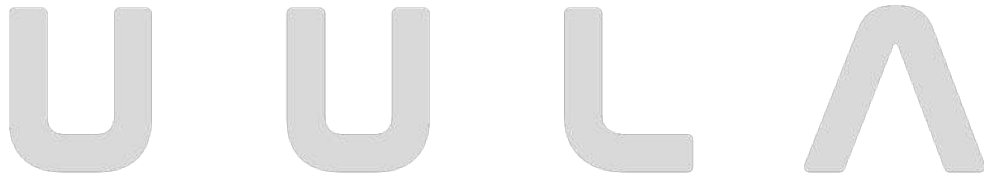


$$9. f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & : x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & : x = 1 \end{cases}, \quad x = 1$$



10. أوجد قيمة a بحيث تصبح الدالة التالية متصلة عند $x = 3$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 3 \\ 2ax, & x \geq 3 \end{cases}$$



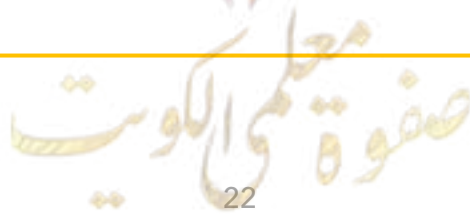
أوجد قيم x التي تكون عندها الدالة منفصلة ثم حدد نوع الانفصال وإمكانية التخلص منه مع ذكر السبب.



$$11. y = \frac{x-1}{x^2-4x+3} = \frac{x-1}{(x-1)(x-3)}$$

معلق ⚠

$$12. y = 2x - 1$$




$$13. f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \neq -1 \\ 2, & x = -1 \end{cases}$$

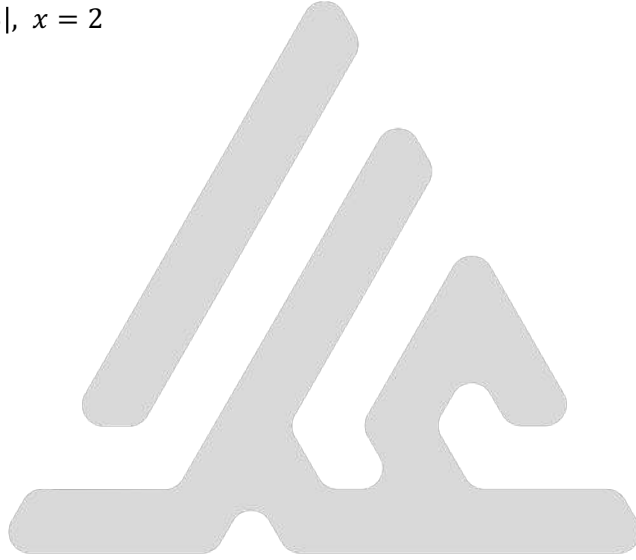
معلق ⚠

النهايات والاتصال

نظريات الاتصال

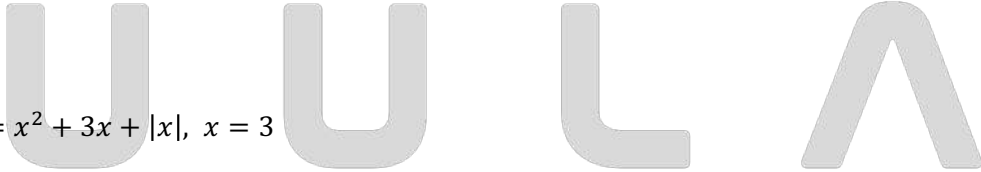
ابحث اتصال كل دالة مما يلي عند $x = c$: 

1. $f(x) = x^2 - |2x - 3|, x = 2$



2. $f(x) = \frac{x+3}{x^2+1} - \frac{3}{x}, x = -1$

3. $f(x) = x^2 + 3x + |x|, x = 3$



4. $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}, x = -1$





5. $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 4}$, $x = -5$

6. الدالتان f, g معرفتان على \mathbb{R} كما يلي: أوجد $f(x) = -x + 2, g(x) = x^2 - 3$

a) $(g \circ f)(x) =$

b) $(g \circ f)(-1) =$

c) $(f \circ g)(x) =$

d) $(f \circ g)(-1) =$

7. الدالتان f, g معرفتان كما يلي: $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = x^2 + 4$ أوجد

a) $(f \circ g)(x) =$

b) $(f \circ g)(2) =$

c) $(g \circ f)(x) =$

d) $(g \circ f)(2) =$

8. الدالتان f, g معرفتان كما يلي: $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}, g(x) = \frac{1}{x^2 + 16}$ أوجد

a) $(g \circ f)(x) =$

b) $(g \circ f)(4) =$

c) $(g \circ f)(-4) =$





9. لتكن: $f(x) = 2x^2 - 3$, $g(x) = \sqrt{x+4}$ ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$



10. ابحث اتصال الدالة $f(x) = |\sqrt{x} - 3|$ عند $x = 4$



سؤال من المريخ: 

11. ابحث اتصال الدالة $g(x) = \sqrt{x^2 + 1} - |x - 3|$ عند $x = 3$



صفوة معلمى الكويت

الاتصال على فترة



ادرس اتصال كل دالة مما يلي على الفترة المبينة:

1. $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $[-2,5]$

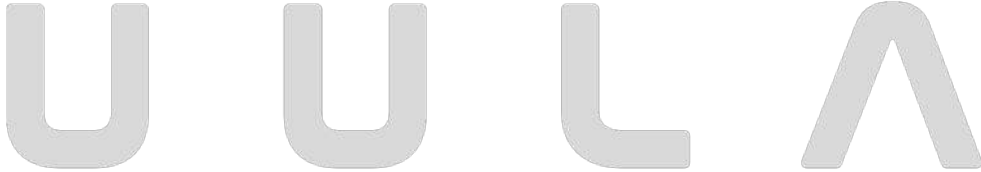
2. $f(x) = \frac{7x}{x^2+5}$, $[1,3]$

3. $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$, $[0,5]$

4. $f(x) = \frac{-x+3}{x^2-5x+4}$, $[-2,6]$

$$f(x) = \begin{cases} -5 & : x = -3 \\ -x^2 + 4 & : -3 < x < 4 \\ -10 & : x = 4 \end{cases}$$

5. ادرس اتصال الدالة على $[-3,4]$ حيث:

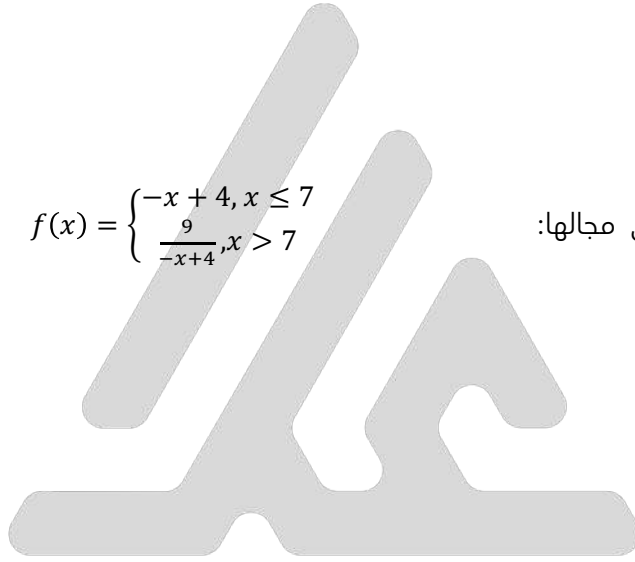


صفوة معلم الكويت



$$f(x) = \begin{cases} -x + 4, & x \leq 7 \\ \frac{9}{-x+4}, & x > 7 \end{cases}$$

6. ادرس اتصال الدالة على مجالها:



U U L A





$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 9} & : x \leq 0 \\ \frac{6}{x+3} & : x > 0 \end{cases}$$

7. ادرس اتصال f على مجالها :



U U L A





8. ادرس اتصال f على مجالها : $-2 < x < 4$:
$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & , x \leq -2 \\ x - 7 & , -2 < x < 4 \\ x^2 - 7 & , x \geq 4 \end{cases}$$

معلق ⚠

U U L A



$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x+2} : x \leq -4 \\ x^2 + 3x - 6 : -4 < x \leq 1 \\ x^3 - 3x^2 : x > 1 \end{cases}$$

9. ادرس اتصال f على مجالها: $-4 < x \leq 1$

معلق ⚠

U U L L A





$$10. f(x) = \begin{cases} x^2 - \sqrt{x}, & x < 1 \\ 3x + a, & x > 1 \\ b, & x = 1 \end{cases}$$

$$11. f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -2 \\ \frac{x^2 - a}{x - b}, & -2 \leq x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$$

معلق ⚠

U U L L A





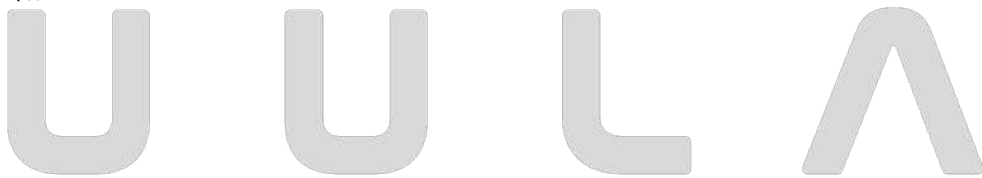
12. لتكن الدالة $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x + 6}$ أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال f على الفترة $[0,4]$

ادرس اتصال كل من الدوال التالية على مجالها:

13. $f(x) = \sqrt{8 - 2x^2}$



14. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$





15. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x - 2}$

16. $f(x) = |3x^2 + 4x - 1|$



U U L A





1. استخدم التعريف لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = \frac{3}{x}$ عند $x = 3$



2. استخدم التعريف لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = 2x^3$ عند $x = 1$



3. بين أن الدالة f لها مشتقة لجهة اليمين و مشتقة لجهة اليسار عند $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases} \quad x = 1$$

لكن ليس لها مشتقة عند $x = 1$

U U L A



4. لتكن $f : f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x : x \leq 1 \\ 4x - 1 : x > 1 \end{cases}$ ابحث قابلية اشتقاق f عند $x = 1$.



U U L A





5. لتكن الدالة $f(x) = |x - 3|$ بين أن الدالة f متصلة عند $x = 3$ و لكنها غير قابلة للاشتقاق عندها.

6. لتكن الدالة $f(x) = \begin{cases} 0 : x < 0 \\ 1 : x = 0 \\ 2 : x > 0 \end{cases}$ بين أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$.

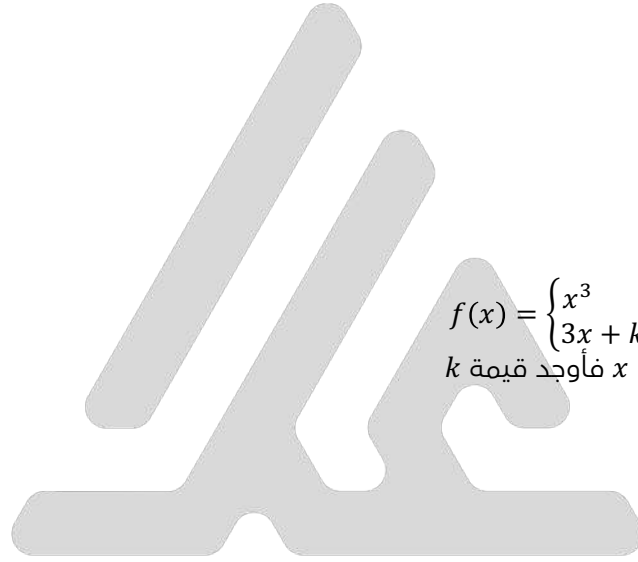


7. لتكن الدالة $g : g(x) = \begin{cases} (x + 1)^2, & x \leq 0 \\ 2x + 1, & x > 0 \end{cases}$ أوجد $g'(0)$.





8. لتكن الدالة $f : f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \leq 2 \\ 4x - 4 & : x > 2 \end{cases}$ أوجد $f'(2)$.



9. لتكن الدالة $f : f(x) = \begin{cases} x^3 & , x \leq 1 \\ 3x + k & , x > 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$ فأوجد قيمة k

U U L A





10. لتكن الدالة $f: \begin{cases} 3-x & x < 1 \\ ax^2 + bx & x \geq 1 \end{cases}$ حيث a, b ثابتان.

(a) إذا كانت f متصلة لكل قيم x فما العلاقة بين a و b ؟

(b) أوجد القيم الوحيدة لكل من a, b التي تجعل f متصلة و قابلة للاشتقاق

معلق ⚠



صفوة معلمي الكويت

قواعد الاشتقاق

1. أوجد $\frac{dy}{dx}$ 

1. $y = \frac{x^3}{3} - x$

2. $y = 2x + 1$

3. $y = x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 15$

4. $y = 4x^{-2} - 8x + 1$



5. $f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x^3 + 2x^2 + 1)$

6. $f(x) = (2x^5 + 4)(5 - x^2)$



b. توزيع حدود البسط على المقام

7. لتكن $y = \frac{x^2+3}{x}$ أوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام:

a. قاعدة القسمة



8. $y = \frac{x^2}{1-x^3}$

9. $y = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$



سؤال من المربخ: 

10. بفرض أن u, v دالتان في x و قابلتان للاشتقاق عند $x = 0$ و أن
 $v'(0) = 2, \quad v(0) = -1, \quad u'(0) = -3, \quad u(0) = 5$
 أوجد قيم المشتقات التالية عند $x = 0$

a) $(uv)'(0) =$

b) $\left(\frac{u}{v}\right)'(0) =$

c) $\left(\frac{v}{u}\right)'(0) =$

d) $(7v - 2u)'(0) =$



11. أوجد معادلة المماس للمنحنى $y = x^3 + x$ عند النقطة (1,2).

U U L A





12. أوجد الأجزاء المقطوعة من محوري السينات و الصادات بواسطة مماس منحنى الدالة $y = x^3$ عند النقطة $(-2, -8)$.

معلق ⚠

13. أوجد معادلة المماس و معادلة العمودي (الناظم) لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند النقطة $(2,1)$.

U U L A





14. لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & , x \geq 2 \\ x^2 - 4 & , x < 2 \end{cases}$ أوجد $f'(x)$ وعين مجالها

معلق ⚠

U U L A



مشتقات الدوال المثلثية

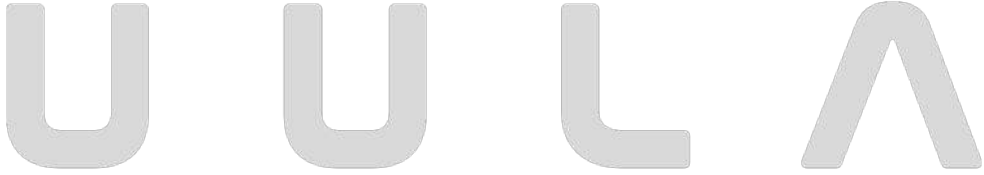
5. في التمارين أوجد $\frac{dy}{dx}$ 

1. $y = 2 \sin x - \tan x$

2. $y = 4 - x^2 \sin x$

3. $y = \frac{\cot x}{1 + \cot x}$

4. $y = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

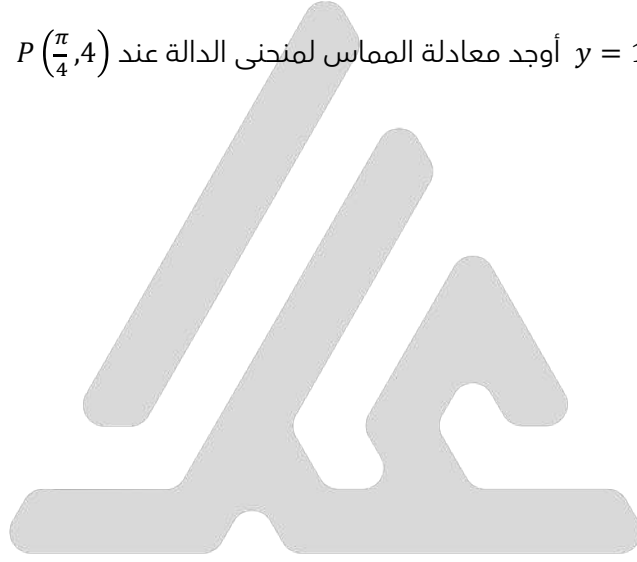
5. أوجد مشتقة الدالة $y = \frac{\tan x}{x}$ عند $x = \frac{\pi}{4}$.



6. أثبت أن منحنى كل من الدالتين $y = \frac{1}{\cos x}$, $y = \cos x$ له مماس أفقي عند $x = 0$



7. لتكن $y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \cot x$ أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند $P\left(\frac{\pi}{4}, 4\right)$



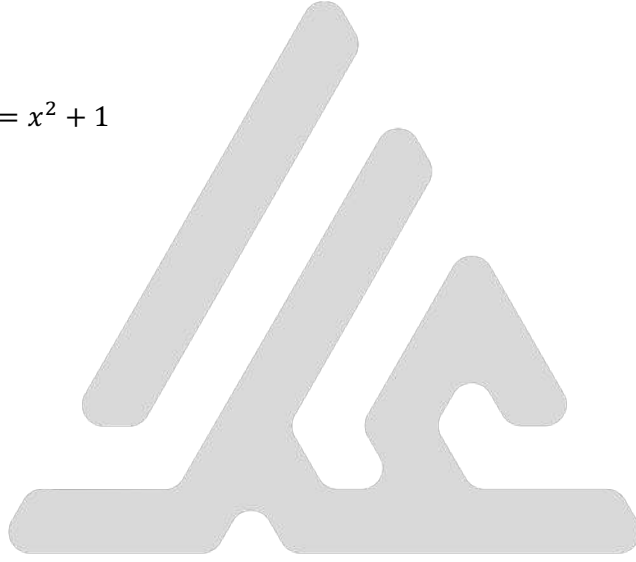
U U L A



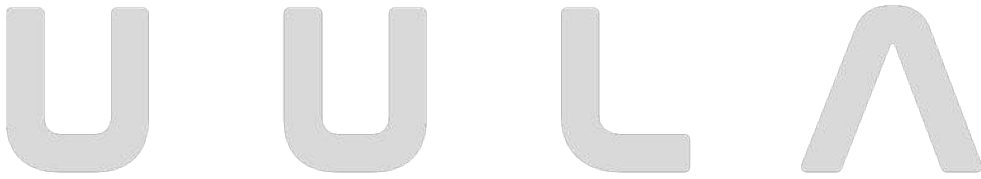
في التمارين التالية أوجد $(f \circ g)'(x)$ 

1. $f(x) = 2x + 1, g(x) = 3x^2$

2. $f(x) = \frac{x-1}{x}, g(x) = x^2 + 1$



3. $f(x) = 5x^2 - 1, g(x) = x^{15}$





4. $f(x) = x^5 + 1$, $g(x) = \sqrt{x}$, $x = 1$

5. $f(x) = x + \frac{1}{\cos^2 x}$, $g(x) = \pi x$, $x = \frac{1}{4}$

6. $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, $g(x) = 10x^2 + x + 1$, $x = 0$

7. أوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل.



a) $y = \cos u$, $u = 6x + 2$

b) $y = 5u^3 + 4$, $u = 3x^2 + 1$



8. أوجد $\frac{ds}{dt}$ حيث $s = \sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{4}t\right)$



9. $y = \tan(2x - x^3)$

أوجد $\frac{dy}{dx}$

10. $y = \sin(3x + 1)$

11. $y = (\tan x + \sec x)^2$

12. $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$

13. $y = (1 - 6x)^{\frac{2}{3}}$



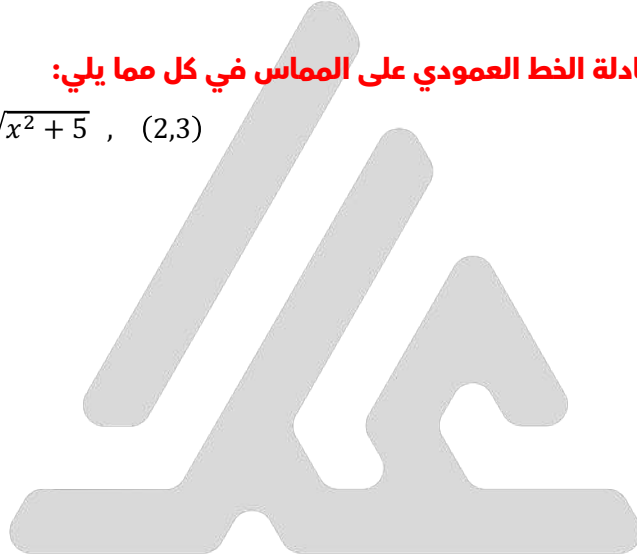
$$14. y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = x(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$15. y = \sin^2(3x - 2)$$



أوجد معادلة المماس ومعادلة الخط العمودي على المماس في كل مما يلي:

$$16. f(x) = \sqrt{x^2 + 5}, (2,3)$$



$$17. g(x) = (x^3 + 1)^8, \text{ عند } (0,1)$$



المشتقات ذات الرتب العليا و الانشقاق الضمني

في التمارين (1-6)، أوجد: $\frac{d^3y}{dx^3}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{dy}{dx}$



1. $y = 2x^4 - x^3 + x^2 - 3x$

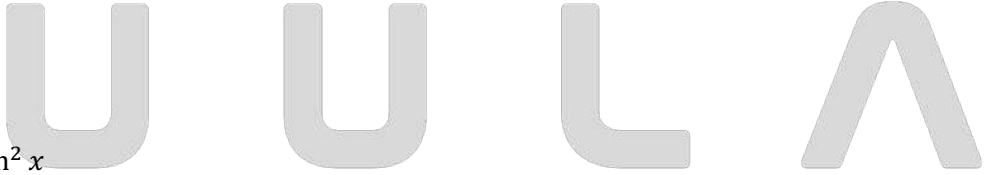
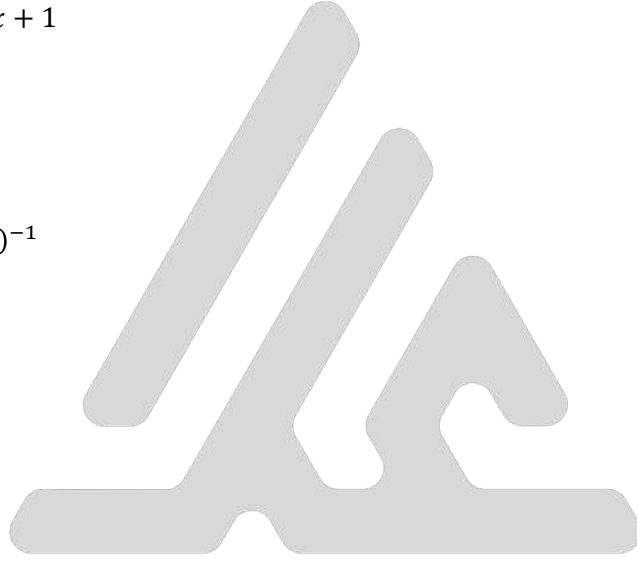
2. $y = -x^5 + 2x^3 - 4x + 1$

3. $y = \frac{3}{(x-2)} = 3(x-2)^{-1}$

4. $y = \sin 2x$

5. $y = \cos 4x$

6. $y = \sin^2 x$





7. $y^2 = x^2 + 4x + 2$

8. $y^2 - 4y = x - 3$

9. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 4$



U U L A



أوجد معادلة المماس ومعادلة الخط العمودي على المماس على منحنى الدالة عند كل نقطة معطاة.



10. $x^2 + 2xy - y^2 = 7$, (2,3)

11. $6x^2 + 3xy - 2y^3 - 7y - 6 = 0$, (-1,0)

U U L A



12. $2xy + \pi \sin y = 2\pi, \left(1, \frac{\pi}{2}\right)$



سؤال من المربخ:

13. أوجد A, B في: $y = A \sin x + B \cos x$ حيث $y'' - y = \sin x$

معلق ⚠

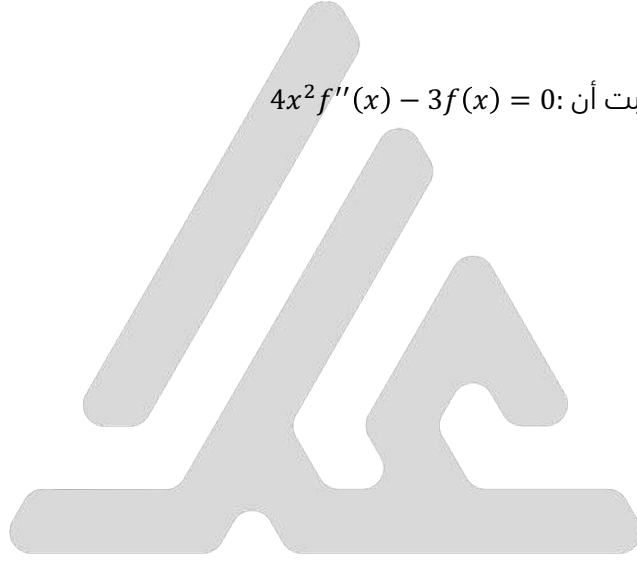


صفوة معلمي الكويت

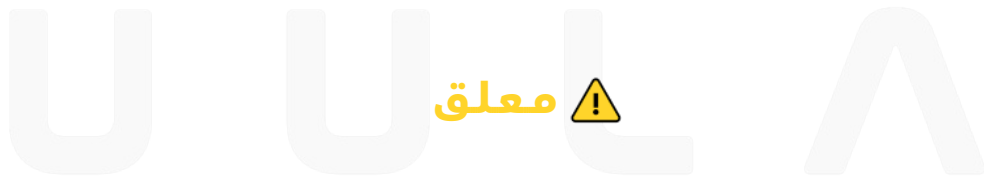
$$14. \text{أوجد } \frac{dy}{dx} \text{ حيث } y = \frac{\cos x}{1+\tan x}$$

و اكتب معادلة المماس على منحنى الدالة عند $A(0,1)$

$$15. \text{إذا كانت } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ فأثبت أن: } 4x^2 f''(x) - 3f(x) = 0$$



$$16. \text{إذا كانت } f(x) = \frac{1}{1-x^2} \text{ فأثبت أن: } (1-x^2)f'''(x) - 6xf''(x) - 6f'(x) = 0$$



معلق ⚠



القيم القصوى (العظمى و الصغرى) للدوال

في التمارين (7 - 9) ، حدد النقاط الحرجة



7. $y = x^2(x + 2) = x^3 + 2x^2$



8. $y = x\sqrt{3-x}$

سؤال من المربخ:

معلق ⚠



صفوة معلمي الكويت



$$9. y = f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 0 \\ 3 + 2x - x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

معلق ⚠

U U L A



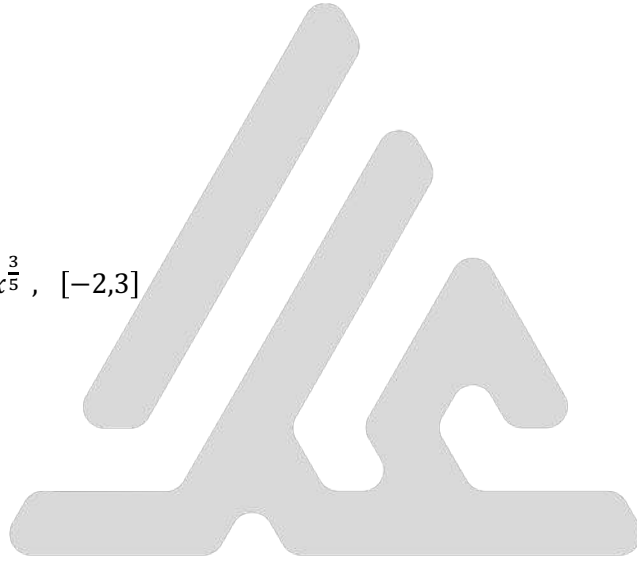
(10 – 14) أوجد القيم القصوى المطلقة لكل دالة من الدوال التالية في الفترة المبينة.



10. $y = 2x^2 - 8x + 9$, $[0,4]$



11. $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$, $[-2,3]$



U U L A





12. $y = \frac{x}{x^2+1}$, $[-3,0]$

معلق 



13. $y = \sqrt{3 + 2x - x^2}$, $[-1,1]$

معلق ⚠

U U L A





14. $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

معلق 



صفوة معلمي الكويت

تزايد وتناقص الدوال



1. بيّن أن الدالة $f(x) = x^2 + 2x - 1$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0,1]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبئ بها النظرية. فسّر إجابتك.

2. بيّن أن الدالة $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[\frac{1}{2}, 2]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبئ بها النظرية. فسّر إجابتك.

معلق ⚠

U U L L A

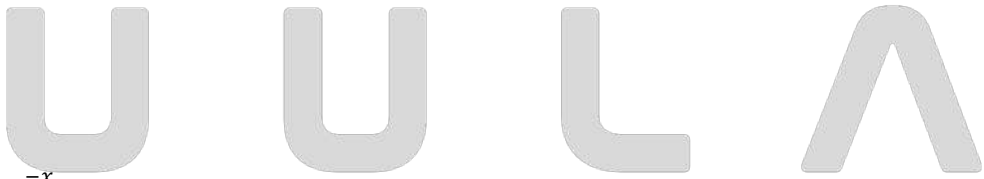




3. $f(x) = 5x - x^2$

4. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24$

5. $k(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$



6. $h(x) = \frac{-x}{x^2+4}$



7. $f(x) = x^4 - 2x^2$

تطبيقات الاشتقاق

ربط f' , f'' ببيان الدالة f

(1 – 6) أوجد النقاط الحرجة و القيم القصوى المحلية و عيّن فترات التزايد و فترات التناقص لكل دالة مما يلي :

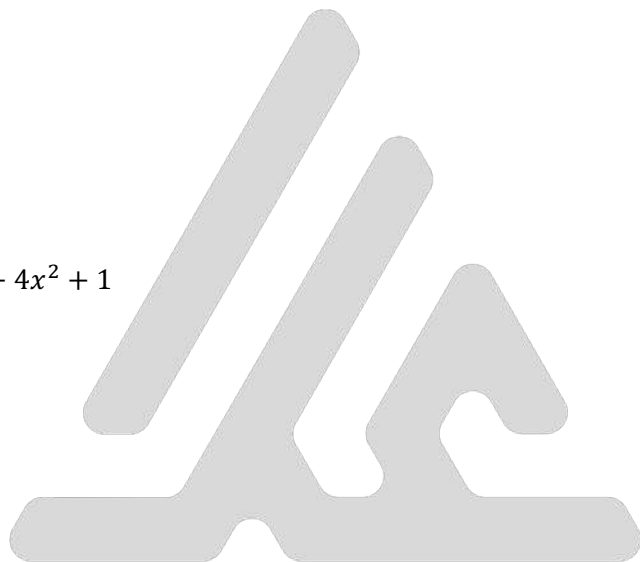
1. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$

U U L A



2. $g(x) = -2x^3 + 6x^2 - 3$

3. $h(x) = -x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 1$



U U L A



4. $g(x) = \frac{3}{2}x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 6x + \frac{9}{2}$

سؤال من المربخ: 



5. $h(x) = 2 - |x - 1|$

معلق 



صفوة معلم الكويت

6. $f(x) = \frac{x}{x-2}$

معلق 

استخدم مشتقة الدالة $y = f(x)$ لإيجاد قيم x التي تكون عندها f لها :

(a) قيمة عظمى محلية

(b) قيمة صغرى محلية

(c) نقطة انعطاف

7. $y' = (x - 1)^2(x - 2)$



8. $y' = (x - 1)^2(x - 2)(x - 4)$

U U L A



10. $g(x) = 3x^2 - 2x^3$

11. $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 5$

U U L A



12. بين أن منحنى الدالة $f(x) = 1 - x^4$ ليس له نقاط انعطاف.

صفوة معلمة الكويت

13. أوجد قيمة كل من الثوابت a, b, c لمنحنى الدالة $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ الذي يمر بنقطة الأصل و له نقطة حرجة $(4, 16)$.

14. أوجد قيمة كل من الثوابت a, b بحيث يكون لمنحنى للدالة $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ نقطة حرجة عند $x = 2$ و نقطة انعطاف عند $x = \frac{1}{2}$ **معلق** ⚠

في التمرينين (15 - 16) ، استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للدالة :

15. $f(x) = x^2 - 6x + 11$



16. $f(x) = x^4 - 18x^2$



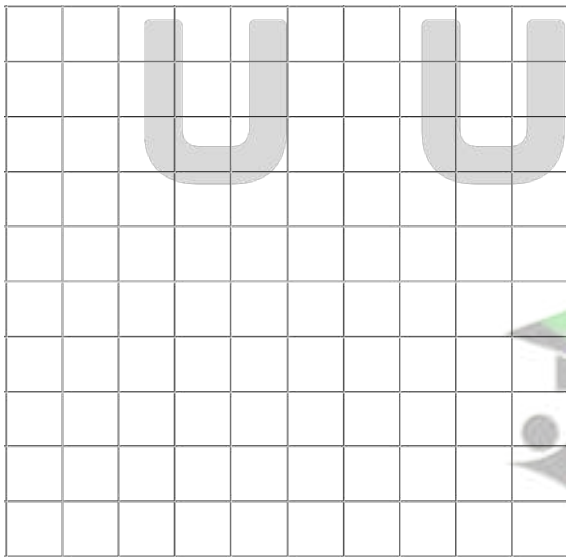
U U L A



رسم بيان دوال كثيرات الحدود

ادرس تغير كل من الدوال التالية و ارسم بيانها

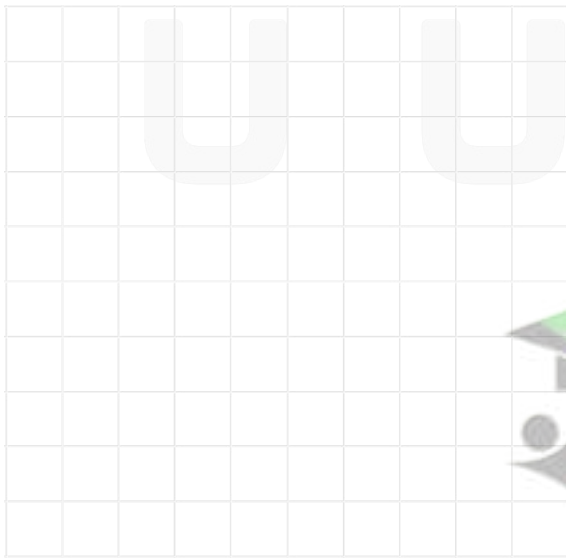
$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 7 \quad (3)$$



صفوة معلمي الكويت

$$g(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5 \quad (4)$$

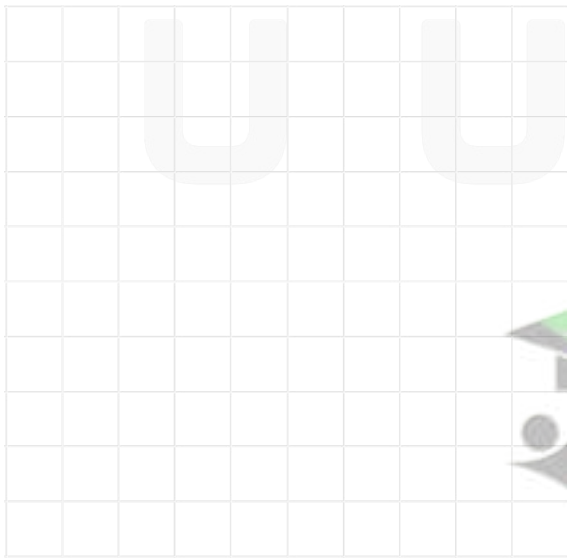
معلق ⚠



صفوة معلمين الكويت

$$h(x) = 8x^2 - x^4 - 8 \quad (5)$$

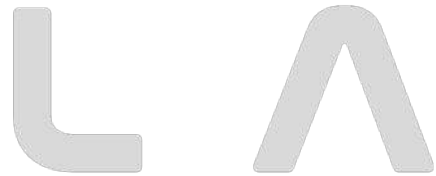
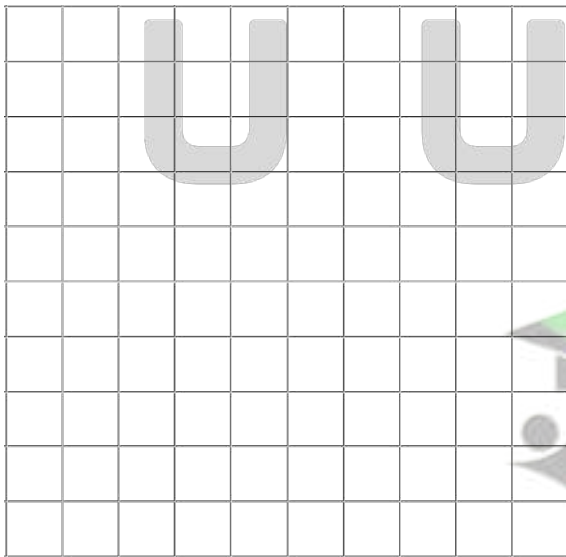
معلق ⚠



صفوة معلم الكويت



$$f(x) = -x^3 - 3x \quad (6)$$



صفوة معلمي الكويت



تطبيقات القيم القصوى



1. مجموع عددين غير سالبين هو 20 أوجد العددين إذا كان

(b) أحد العددين مضافا إليه الجذر التربيعي للآخر أكبر ما يمكن

(a) مجموع مربعيهما أصغر ما يمكن

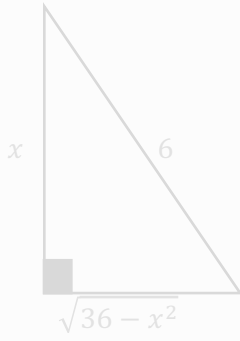
معلق ⚠

U U L L A



صفوة معلمى الكويت

2. ما أكبر مساحة ممكنة لمثلث قائم الزاوية وطول وتره يساوي 6cm. وما أبعاده ؟



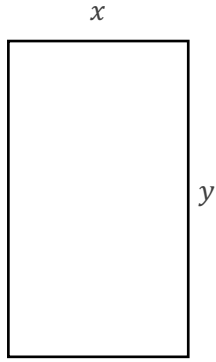
معلق ⚠



صفوة معلم الكويت



3. أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8m$ واحدا منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً؟

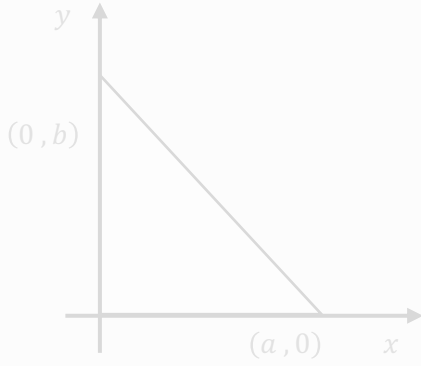


U U L A





4. يراد التخطيط لخلق ركن في الربع الأول من المستوي الإحداثي بقطعة مستقيمة طولها 20 وحدة طول نبدأ العمل لخلق الركن من نقطة $(a,0)$ إلى نقطة $(0,b)$ المطلوب: أثبت أن مساحة المثلث الذي تحده القطعة المستقيمة يكون أكبر ما يمكن عندما $a = b$



معلق ⚠



صفوة معلم الكويت



5. مزرعة على شكل قطعة مستطيلة من الأرض تقع على حافة نهر مستقيم يراد وضع سياج على الجوانب الثلاثة الأخرى، ما أكبر مساحة يمكن إحاطتها بسياج طوله $800m$ ؟ وما أبعادها؟



6. يراد تصميم خزان حديدي لأحد المصانع على شكل شبه مكعب، قاعدته مربعة ومفتوح من أعلى وحجمه $500m^3$. لصنع الخزان يتم وصل ألواح الحديد مع بعضها من أطرافها أوجد أبعاد القاعدة والارتفاع التي تجعل وزن الخزان أقل ما يمكن



معلق ⚠

U U L L A





7. ضلعان في مثلث طولاهما a, b والزاوية بينهما θ المطلوب: ما قيمة θ التي تجعل مساحة المثلث أكبر ما يمكن؟ (إرشاد : مساحة المثلث $S = \frac{1}{2}ab \sin \theta$)



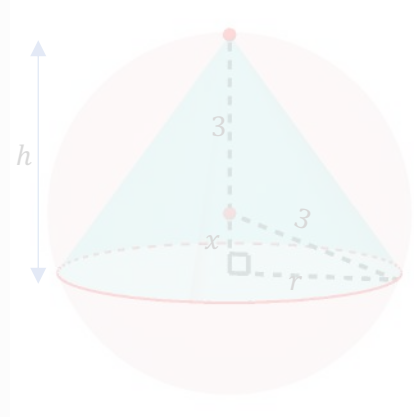
8. علبة من الصفيح على شكل أسطوانة قائمة مفتوحة من أعلى حجمها 1000 cm^3 أوجد أبعاد العلبة بحيث يكون وزنها أقل ما يمكن

معلق ⚠

U U L A



9. أوجد أكبر حجم لمخروط دائري قائم داخل كرة نصف قطرها $3m$



معلق ⚠





10. ما أقصر بعد للنقطة $(\frac{3}{2}, 0)$ عن منحنى الدالة $y = \sqrt{x}$ ؟

معلق ⚠

U U L A



صفوة معلمي الكويت





1. أوجد القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لكل من درجات الثقة التالية، وذلك باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

معلق ⚠

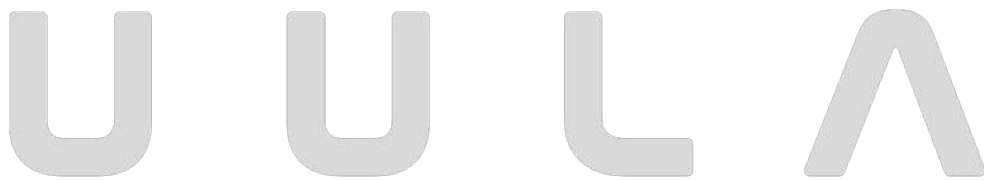
97% (a)

99.2% (b)

2. قامت شركة عالمية بدراسة لمعرفة مدى أداء سيارتها، فأخذت عينة من 1000 سيارة. استنتجت أن المتوسط الحسابي لبقاء السيارة في حالة جيدة هو 5 سنوات. أوجد فترة الثقة للمعلمة μ عند درجة ثقة 95% ، علماً أن التباين σ^2 معلوم ويساوي 0.25 وأخذاً بالاعتبار أن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً.



3. عينة عشوائية حجمها $n = 13$ ، أعطت $\bar{x} = 30$ ، $\sigma = 3.5$. أوجد فترة الثقة عند درجة ثقة 95% لمعلمة المجتمع μ المجهولة علماً أن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً. هل تتضمن هذه الفترة المتوسط الحسابي μ ؟



4. إذا كان المتوسط الحسابي لعينة من 40 شخصاً هو $\bar{x} = 172.5$ والانحراف المعياري $\sigma = 119.5$ فأوجد تقديراً لفترة ثقة عند درجة ثقة 95% للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي.

5. في دراسة للمدة الزمنية المطلوبة من طلاب جامعيين لإنهاء دراستهم، اختير عشوائياً 80 طالباً، فكان متوسط السنوات لهذه العينة $S=2.2$. أوجد فترة الثقة عند درجة ثقة 95% لمعلمة المجتمع μ .

6. عينة عشوائية حجمها $n = 16$ أخذت من مجتمع إحصائي حيث التباين $s^2 = 15$ ، وعلم أن المتوسط الحسابي $\bar{x} = 13$ أوجد فترة الثقة للمعلمة المجهولة μ عند درجة ثقة 95%.

U U L A



اختبارات الفروض الإحصائية

1. يزعم أستاذ الرياضيات أن المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب في مادته هو 16 حيث النهاية العظمي 20 درجة. إذا أعطيت عينة من 25 طالباً متوسطاً حسابياً (درجة) $\bar{x} = 15$ والانحراف المعياري (درجة) $\sigma = 1.4$ ، فاختبر فرضية الأستاذ عند مستوى المعنوية $\alpha = 5\%$.

2. يزعم مسؤول في متجر لبيع الأدوات الكهربائية، أن متوسط أسعار هو 300 دينار أعطت عينة من 49 آلة (دينار) $\bar{x} = 280$ والانحراف المعياري معلوم (دينار) $\sigma = 40$ ، تأكد من فرضية المسؤول عند مستوى المعنوية $\alpha = 5\%$.

U U L A



3. في عينة من مجتمع إحصائي إذا كانت قيمة $\bar{x} = 40$ والانحراف المعياري $s = 7$, اختبر الفرض البديل $\mu \neq 35$ عند مستوى المعنوية 0.05 في الحالات التالية.

Ⓐ حجم العينة $n = 50$

Ⓑ حجم العينة $n = 20$



U U L A



4. في دراسة لعدد ساعات استخدام الحاسوب، أخذت عينة من 100 شخص يعملون في مختلف المجالات، فوجد أن المتوسط الحسابي لعدد ساعات استخدام الحاسوب هو $\bar{x} = 4.5$ ، والانحراف المعياري $s = 1$. اختبر الفرض إذا كان متوسط عدد الساعات للمجتمع هو $\mu = 5$ مقابل الفرض البديل $\mu \neq 5$ عند مستوي المعنوية $\alpha = 5\%$.

5. أخذت عينة عشوائية من مجتمع قيد الدراسة حجمها $n = 150$ ، فوجد أن المتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 30.3$ مع انحراف معياري $s = 6.5$. اختبر الفرض إذا كان المتوسط الحسابي للمجتمع هو $\mu = 30$ ، مقابل الفرض البديل $\mu \neq 30$ عند مستوي المعنوية $\alpha = 5\%$.

6. المتوسط الحسابي للراتب السنوي لموظف حكومي في دولة الكويت هو 9600 دينار، أما المتوسط الحسابي لعينة من 64 موظفاً حكومياً في إحدى الدول الخليجية المجاورة (دينار) $\bar{x} = 9480$ مع انحراف معياري (دينار) $s = 640$. اختبر إذا كان بالإمكان اعتبار الراتب السنوي في إحدى الدول الخليجية المجاورة للموظف الحكومي هو الراتب ذاته الذي يحصل عليه الموظف الحكومي في الكويت، مستخدماً درجة الثقة 95% .