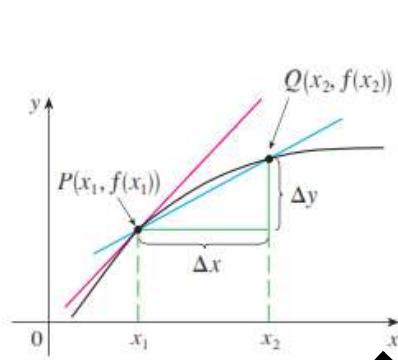




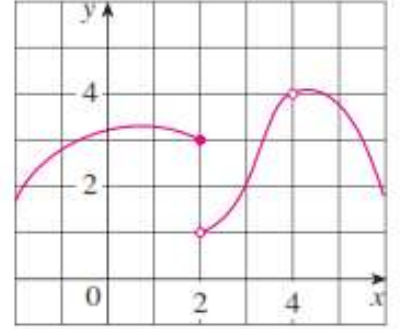
الصف الثاني عشر علمي



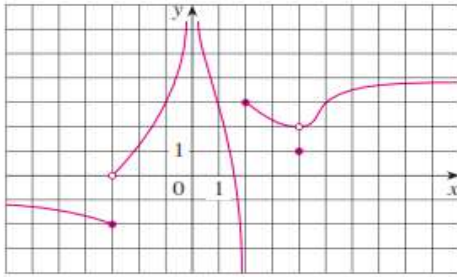
أمثلة الكتاب وحاول أن تحل



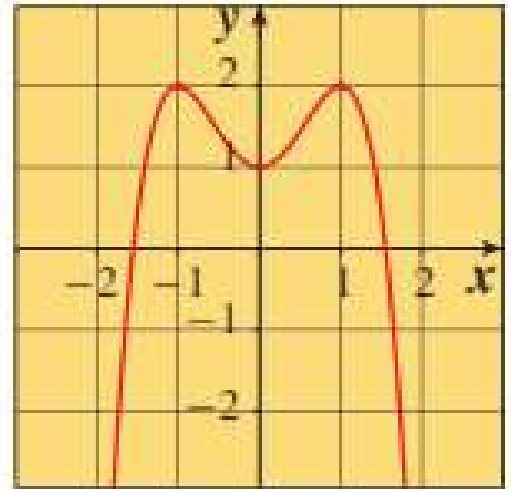
$$x^2 + y^2 + 2dx + 2ey + f = 0$$
$$(x, y) = F(x, y)$$
$$a = \pi r^2$$



# الرياضيات



الفصل الدراسي الأول



العام الدراسي

٢٠٢٢ \ ٢٠٢٣ هـ

إعداد رئيس القسم:

أ. محمود حامد العلو

أسم الطالب: ..... ، الصف: ١٢ع / .....

معلمة  
مفتوحة الكويت  
KuwaitTeacher.Com

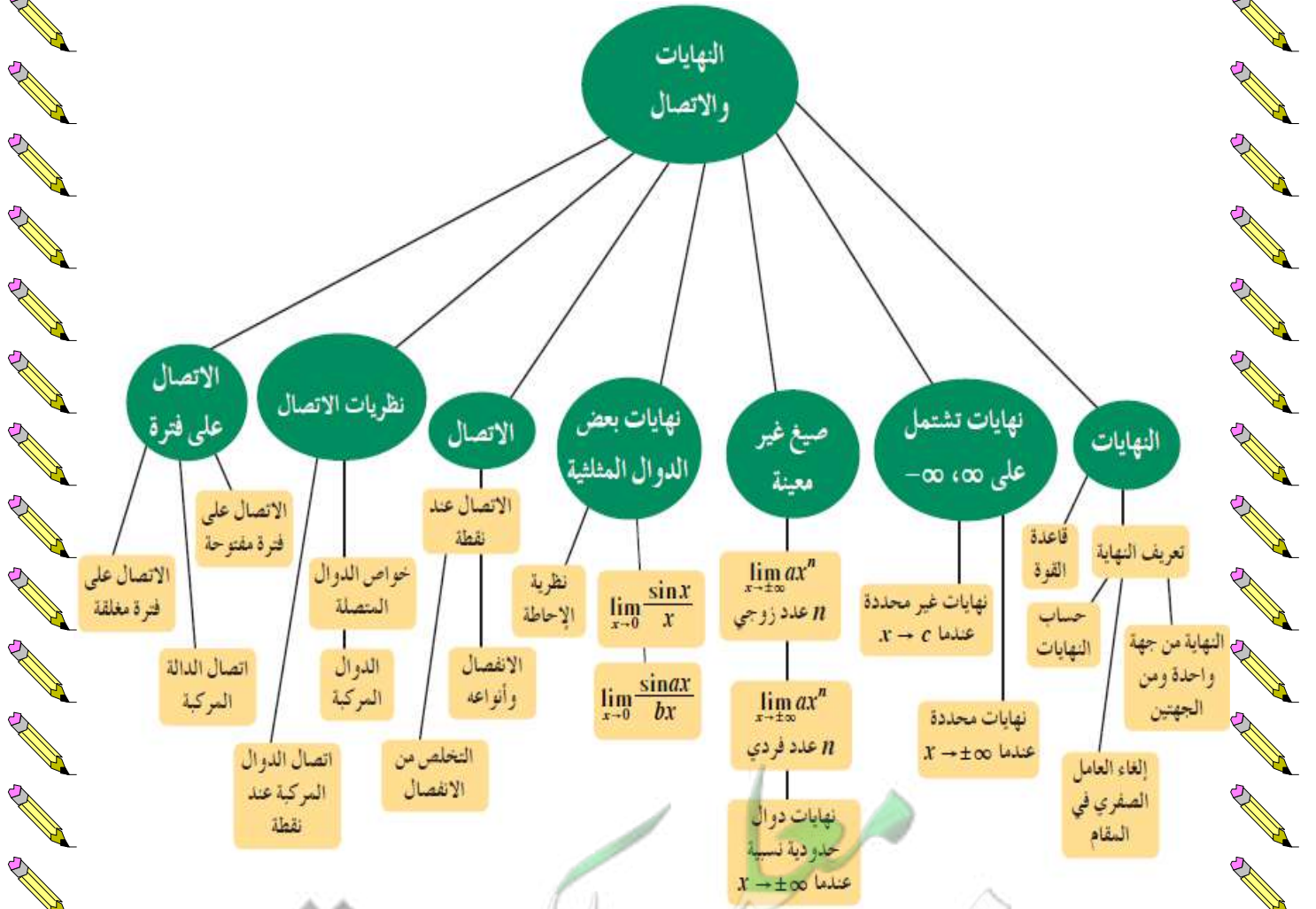
# الكتاب الاول

"مادة الرياضيات"

## الوحدة الاولى

### النهايات والاتصال

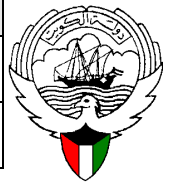
### Limits and Continuity



النهايات	نهايات تشتمل على $-\infty, \infty$	صيغ غير معينة	نهايات بعض الدوال المثلثية	الاتصال	نظريات الاتصال	الاتصال على فترة
1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١٤٢ /
الموضوع	.....		



## أوراق متابعة الوحدة الأولى (النهايات والاتصال)

### 1 - 1) تمارين متابعة للنهايات

#### تعريف (١):

لتكن  $x$  كمية متغيرة،  $c$  عدد ثابت  
نقول إن  $x$  تقترب من  $c$  باطراد إذا كان بالإمكان جعل الكمية  $|x - c|$  أصغر من أي عدد حقيقي موجب

#### تعريف النهاية:

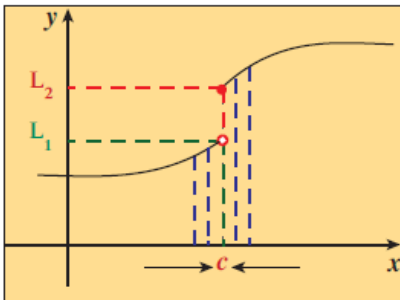
إذا كان  $L$ ،  $c$  عددين حقيقيين،  $f$  دالة حقيقية فإن:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \quad \text{The limit of } f(x) \text{ as } x \text{ approaches } c \text{ equals } L$$

تعني أن: عندما تقترب  $x$  من  $c$  باطراد، فإن  $f(x)$  تقترب باطراد من  $L$ .

**ملاحظة ١:** إن حقيقة وجود نهاية عندما  $x \rightarrow c$  لا تعتمد على كون الدالة معرفة أو غير معرفة عند  $c$

#### النهاية من جهة اليسار:



إذا كانت  $f(x)$  تؤول إلى العدد  $L_1$  عندما تؤول  $x$  إلى العدد  $c$  من جهة اليسار

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L_1 \quad \text{فإننا نكتب:}$$

#### النهاية من جهة اليمين:

إذا كانت  $f(x)$  تؤول إلى العدد  $L_2$  عندما تؤول  $x$  إلى العدد  $c$  من جهة اليمين

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L_2 \quad \text{فإننا نكتب:}$$

$$L_1 \neq L_2$$

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$$

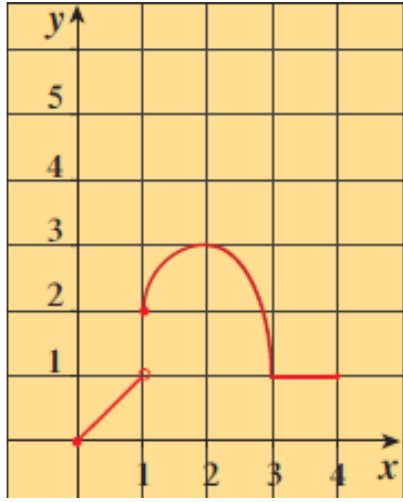
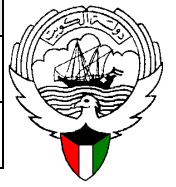
#### نظرية 1:

يكون للدالة  $f$  نهاية عندما تقترب  $x$  من  $c$  **إذا وفقط إذا** كانت النهاية من جهة اليمين تساوي النهاية من جهة اليسار

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \quad \text{ويعبر عن ذلك:}$$

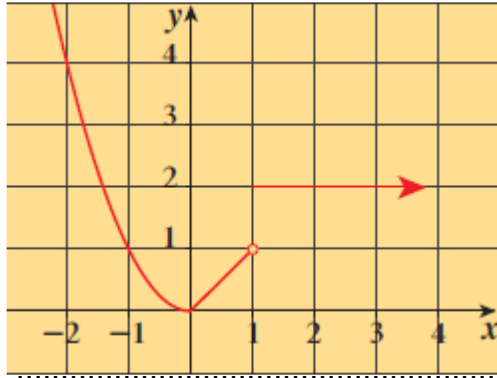


اليوم	التاريخ	الحصّة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١٢ /
الموضوع			



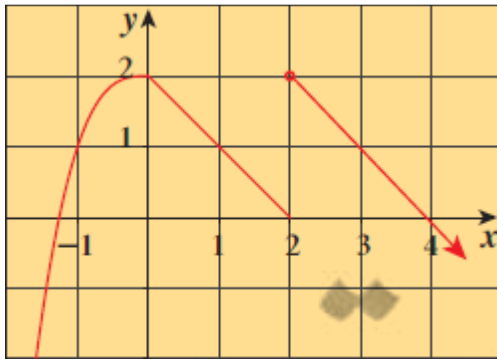
تدريب (1) : الشكل المقابل يمثل بيان الدالة:  $f: [0,4] \rightarrow R$  أكمل ما يلي: صفحة 15

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$  | 2) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$  |
| 3) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$    | *) $f(1) =$                           |
| 4) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$  | 5) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$  |
| 6) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$    | *) $f(2) =$                           |
| 7) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$  | 8) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$  |
| 9) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$    | *) $f(3) =$                           |
| 10) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$ | 11) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) =$ |
|                                       | *) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) =$  |



مثال (1) : الشكل المقابل يمثل بيان الدالة  $f$ . أوجد إن أمكن: صفحة 15

- |                                    |                                     |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ | 2) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$  |
| 3) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$ | 4) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$ |



حاول أن تحل (1) : الشكل المقابل يمثل بيان الدالة  $f$ . أوجد إن أمكن: صفحة 16

- |                                     |                                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ | 2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ |
| 3) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$  | 4) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$ |



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٤٢ /
الموضوع	.....		



$$\lim_{x \rightarrow c} k = k$$

**نظرية 2:** إذا كان  $k$  عدداً ثابتاً،  $c$  عدداً حقيقياً فإن:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} x = c \quad \text{إذا كانت: } f(x) = x \quad \text{حيث } c \text{ عدداً حقيقياً فإن:}$$

**نظرية 4:** (قواعد حساب النهايات):

إذا كان  $k, c, M, L$  أعداد حقيقية،  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow c} g(x) = M$  فإن:

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow c} g(x) = L \pm M \quad \text{(a) قاعدة الجمع (الفرق):}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow c} g(x) = L \cdot M \quad \text{(b) قاعدة الضرب:}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (kf(x)) = k \cdot \lim_{x \rightarrow c} f(x) = k \cdot L \quad \text{(c) قاعدة الضرب في ثابت:}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)} = \frac{L}{M} \cdot M \neq 0 \quad \text{(d) قاعدة ناتج القسمة:}$$

معلمة  
صفوة  
كويت  
KwailTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع			.....



مثال (2) : بفرض أن  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$  ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 5$  . أوجد: صفحة 17

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - g(x))$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x)}{g(x)}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)+4}{f(x) \cdot g(x)}$

معلمة  
صفوة  
كويت  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / .....	.....	ع ١٢ /
الموضوع			.....



حاول أن تحل (2) : بفرض أن  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$  ,  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -3$  . أوجد: صفحة 17

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x))$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) \cdot g(x))$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{8f(x) \cdot g(x)}{f(x) + g(x)} \right)$

معلمتك  
صفحة 5 من 165  
Kwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١٢ / ع
الموضوع	.....		



### نظرية 5: (قواعد حساب النهايات):

(a) إذا كانت  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$  دالة كثيرة الحدود، حيث  $c$  عدداً حقيقياً فإن:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) = a_n c^n + a_{n-1} c^{n-1} + \dots + a_0$$

(b) إذا كانت  $f(x)$  ,  $g(x)$  كثيرتي حدود،  $c$  عدداً حقيقياً فإن:

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(c)}{g(c)} \quad . \quad g(c) \neq 0$$

مثال (3) : أوجد:  
صفحة 18

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2x^3 + 5)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$

معلمة  
صفوة  
KwaitTeacher.Com







اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٢ ع /
الموضوع	.....		



$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & : x < 1 \\ 5 & : x = 1 \\ \frac{5}{x} & : x > 1 \end{cases}$$

مثال (4) : إذا كانت الدالة  $f$  :  
صفحة 19

أوجد (إن أمكن) :  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & : x < 2 \\ x - 1 & : x > 2 \end{cases}$$

حاول أن تحل (4) : إذا كانت الدالة  $f$  :  
صفحة 19

أوجد (إن أمكن) :  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / ..... / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع	.....		



$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & : x \leq 0 \\ 1 - 2x & : x > 0 \end{cases}$$

مثال (5) : إذا كانت الدالة  $g$  :  
صفحة 19

أوجد (إن أمكن) :  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + x & : x > 1 \\ \frac{x}{x^2+1} & : x \leq 1 \end{cases}$$

حاول أن تحل (5) : إذا كانت الدالة  $g$  :  
صفحة 19

أوجد (إن أمكن) :  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (6) : لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = |x - 3| + 2x$  صفحة 20

(a) اكتب  $f(x)$  دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

(b) أوجد:  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$  .  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(c) هل للدالة  $f$  نهاية عندما  $x \rightarrow 3$  ؟

معاكم  
حقوقية  
كيفية  
Kwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022م		12ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (6) : لتكن الدالة:  $f(x) = x^2 - |x - 2|$  صفحة 20

(d) اكتب  $f(x)$  دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

(e) أوجد:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  .  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

(f) هل للدالة  $f$  نهاية عندما  $x \rightarrow 2$

معاينة  
صفحة 11 من 165  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١٢٤ /
الموضوع	.....		



**نظرية 6: (قاعدة القوة):** إذا كان  $n$  عدداً صحيحاً موجباً وكانت  $c$  موجودة فإن  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  :

a)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = \left[ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right]^n$

b)  $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{c}$

c)  $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$

في حالة  $n$  عدداً زوجياً يشترط أن يكون  $c > 0$

في حالة  $n$  عدداً زوجياً يشترط أن يكون  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) > 0$

مثال (7) : أوجد:  
صفحة 21

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 3x - 1)^5$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{x - 3}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2}$

معلمة  
صفوة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (7) : أوجد:  
صفحة 22

a)  $\lim_{x \rightarrow 5} (\sqrt{x^2 - 5})$

b)  $\lim_{x \rightarrow 4} (x + \sqrt{x})^4$

c)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{x - 2}$

معلمة  
صفوة في الكويت  
KuwaitTeacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



مثال (8) : أوجد إن أمكن:  
صفحة 22

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x^2 - 1}$

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (8) : أوجد إن أمكن:  
صفحة 23

a)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x}$

معلمة صفوة الكوثر  
www.kawailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



تابع حاول أن تحل (8) : أوجد إن أمكن:  
صفحة 23

c)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x + 2| - 7}{x^2 - 25}$

معلمة  
صفوة في الكويت  
Hawaiteacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / ١ / ١		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



تابع مثال (9) : أوجد:  
صفحة 24

c)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt[3]{x + 2}}$

معلمة  
صفوة  
HawailTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (9) : أوجد إن أمكن:  
صفحة 25

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x^2 - 2x}$

معلمة صفوة الكوثر  
www.kuwaitteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



تابع حاول أن تحل (9) : أوجد إن أمكن:  
صفحة 25

b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1}}{\sqrt[3]{x + 1}}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{3 - \sqrt{x}}$

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (10) : أوجد:  
صفحة 25

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^3 + 6x^2 + 2x - 3}{x + 1} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{x^5 + 32}{x + 2} \right)$

معلمة صفوة الكويت  
Kuwailteacher.com







اليوم	التاريخ	الحصّة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م		١٤١٢ /
الموضوع	.....		



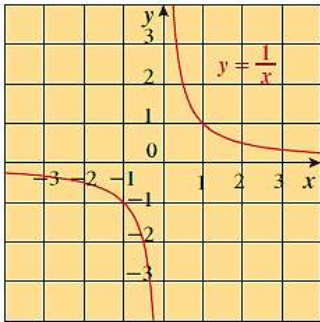
## (2 - 1) تمارين متابعة للنهايات تشتمل على $\pm\infty$

### تعريف (1):

لتكن  $f$  دالة معرفة في الفترة  $(a, \infty)$  فإن:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$   
يعني أن قيم  $f(x)$  تقترب باطراد من  $L$  عندما  $x$  تؤول إلى  $\infty$ .

### تعريف (2):

لتكن  $f$  دالة معرفة في الفترة  $(-\infty, b)$  فإن:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$   
يعني أن قيم  $f(x)$  تقترب باطراد من  $L$  عندما  $x$  تؤول إلى  $-\infty$ .



### نظرية 7:

$$f: f(x) = \frac{1}{x} \implies \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

### نظرية 8:

$$f: f(x) = \frac{k}{x^n} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \quad k \in \mathbb{R} \implies \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{k}{x^n} = 0$$

### ملاحظات:

(1) تبقى قواعد حساب النهايات (نظرية 4) وقاعدة القوة (نظرية 6) صحيحة عند ايجاد  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

(2) تبقى نظرية 2 أيضاً صحيحة أي أن:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} k = k$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (1) : أوجد:  
صفحة 29

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x+4} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x+5}{x^2+25} \right)$

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤٢ /
الموضوع	.....		



c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x^3}{5-7x^3} \right)$

تابع مثال (1) : أوجد:   
صفحة 29

معلمة  
صفوة  
www.kuwaitteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : أوجد:  
صفحة 30

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x-2} \right)$

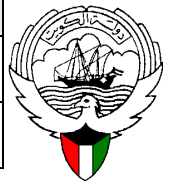
b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x+2}{x^2+9} \right)$

معلمة  
صفوة  
كويت  
Kuwailteacher.com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / ..... / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع			.....



### (3 - 1) تمارين متابعة للنهايات تشمل على صيغ غير معدنة

تكن:  $f(x) = ax^n$  .  $n \in \mathbb{Z}^+$  .  $a \in \mathbb{R}^*$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n = \begin{cases} \infty & : a > 0 \\ -\infty & : a < 0 \end{cases}$$

(1) إذا كان  $n$  عدد زوجي فإن:

(2) إذا كان  $n$  عدد فردي فإن:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} ax^n = \begin{cases} \infty & : a > 0 \\ -\infty & : a < 0 \end{cases} , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} ax^n = \begin{cases} -\infty & : a > 0 \\ \infty & : a < 0 \end{cases}$$

### ملاحظات هامة جداً:

إذا كانت:  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  .  $a_n \in \mathbb{R}^*$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n \quad \text{فإن}$$

لا يجوز تطبيق هذه القاعدة عندما تؤول  $x$  إلى عدد حقيقي  $c$

مثال (1) : أوجد:  
صفحة 37

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - 3x + 1)$$

حاول أن تحل (1) : أوجد:  
صفحة 37

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-3x^2 + 2x + 4)$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / / م		١٢ع /
الموضوع	.....		



## نظرية 11:

إذا كانت كل من  $f$  .  $g$  دالة حدودية حيث

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$$

$$g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_0 \quad \text{فإن:}$$

$$a) \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0 \quad : \quad n < m$$

$$b) \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_n}{b_m} \quad : \quad n = m$$

تستخدم في الأسئلة الموضوعية فقط

مثال (2): استخدم النظرية السابقة في حساب: صفحة 39

$$b) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x^2 + x - 1}{3x^4 + x} \right)$$

$$c) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^4 - 1}{7 - 2x^4} \right)$$

معلمة  
مفتوحة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (2) : استخدم النظرية السابقة في حساب:  
صفحة 39

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{-3x^2 + 5x + 1}{6x^2 - x + 1} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x + 1}{4x^3 - 2x + 3} \right)$

معلمة  
صفوة  
KuwaitTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (3): إذا كانت:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} \right) = 3$  صفحة 39

فأوجد قيمة كل من الثابتين  $a, b$ .

حاول أن تحل (3): إذا كانت:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x - 2}{ax^2 + bx - 3} \right) = -1$  صفحة 40

فأوجد قيمة كل من الثابتين  $a, b$ .

معلمة  
طفولة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤٢ /
الموضوع	.....		



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} \right)$$

مثال (4) : أوجد: صفحة 40

معاكم في الكويت  
صفوة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (4) : أوجد:  
صفحة 41

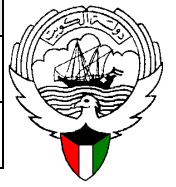
a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}} \right)$

معلمة  
صفوة في الكويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصّة	الصف
.....	2022 / 1 /		12ع /
الموضوع			.....



### (4 - 1) تمارين متابعة لنهايات بعض الدوال المثلثية

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0 \quad . \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1 \quad . \quad \lim_{x \rightarrow 0} \tan x = 0$$

**نظرية 12:** إذا كانت  $x$  بالراديان

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

**نتائج:**

إذا كان  $a, b$  عددين حقيقيين،  $a, b \neq 0$  فإن:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b} \quad \text{أو} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bx}{\sin ax} = \frac{b}{a}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

معلمة صفوة الكويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022 م		12ع /
الموضوع	.....		



مثال (1) : أوجد :  
صفحة 43

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x-3}{\cos x} \right)$

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin^2 x}{2x} \right)$

معلمة في الكويت  
صفوة  
Hawaiteacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right)$

تابع حاول أن تحل (1) : أوجد: صفحة 43

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \right)$

تابع مثال (1) : أوجد: صفحة 43

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



مثال (2) : أوجد:  
صفحة 44

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan x}{x} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5 \tan x - 3 \sin x}{4x} \right)$

معلمة  
صفوة  
كويت  
KuwaitTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (2) : أوجد:  
صفحة 44

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{2 \tan x} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3 \tan x + x^2 \cos x}{5x} \right)$

معلمة  
صفوة  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (3) : أوجد:  
صفحة 44

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5x + \sin x}{x} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x} \right)$

معلمة  
صفوة  
كويت  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) : أوجد:  
صفحة 45

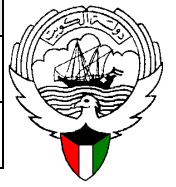
a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x - x^2}{3x^2} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} \right)$

معلمة  
صفوة  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١٢ /
الموضوع			



## (5 - 1) تمارين متابعة الاتصال عند نقطة

**تعريف (٨):** "الاتصال عند نقطة"

تكون الدالة  $f$  متصلة عند  $x = c$  في مجالها إذا كانت:  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = f(c) \quad \text{أي أن:}$$

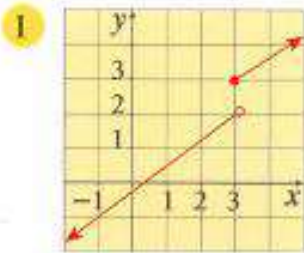
**نتائج:**

(١) تكون الدالة متصلة من جهة اليسار عند  $x = c$  إذا كان  $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = f(c)$

(٢) تكون الدالة متصلة من جهة اليمين عند  $x = c$  إذا كان  $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = f(c)$

(٣) تكون الدالة متصلة عند  $x = c$  **إذا وفقط إذا** كانت متصلة من اليسار ومن اليمين عند  $x = c$

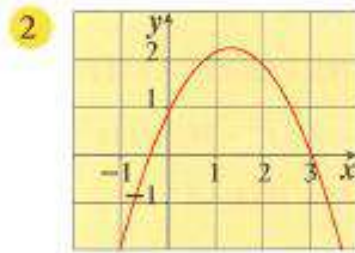
تدريب



$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \dots\dots\dots$$

$$f(3) \dots\dots\dots$$

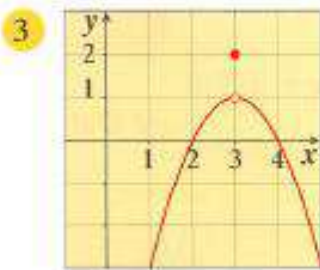
ماذا تلاحظ؟



$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \dots\dots\dots$$

$$f(3) \dots\dots\dots$$

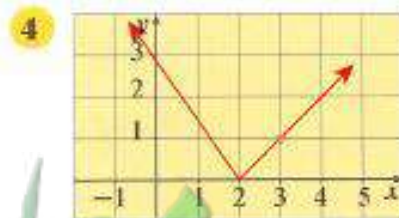
ماذا تلاحظ؟



$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \dots\dots\dots$$

$$f(3) \dots\dots\dots$$

ماذا تلاحظ؟



$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \dots\dots\dots$$

$$f(3) \dots\dots\dots$$

ماذا تلاحظ؟







اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع	.....		



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} : x > 3 \\ 7 : x \leq 3 \end{cases}$$

مثال (2) : تكون  $f$  :  
صفحة 50

ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 3$

معلمة كويتية  
Kwaitteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & : x < 2 \\ 1 & : x = 2 \\ x^2 + 1 & : x > 2 \end{cases}$$

حاول أن تحل (2) : ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 2$  . حيث :  
صفحة 50

معلمة  
صفوة  
Kuwailteacher.com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022م		12ع /
الموضوع	.....		



مثال (3) : ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 2$  . حيث :  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{|x-2|} : x \neq 2 \\ 1 : x = 2 \end{cases}$  صفحة 51

معاكم في الكويت  
قفوة  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / .....	.....	.....
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) : ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$  . حيث :  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases}$  صفحة 51

معاكم في الكويت  
قفوة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



كراسة التمارين (8) : ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 0$  . حيث :  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x}{|x|} & : x \neq 2 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$  صفحة 19

معلمة  
صفوة  
كويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع	.....		



### (6 - 1) تمارين متابعة نظريات الاتصال عند نقطة

**نظرية ٤: ١:** إذا كانت  $f, g$  دالتين متصلتين عند  $x = c$  ، فإن الدوال التالية هي دوال متصلة عند  $x = c$

- الطرح : 2)  $f - g$  الجمع : 1)  $f + g$
- الضرب : 4)  $f \cdot g$  الضرب في ثابت : 3)  $c \cdot f$  .  $c \in \mathbb{R}$
- القسمة : 5)  $\frac{f}{g}$   $g(c) \neq 0$

### دوال متصلة:

(١) الدالة الثابتة:  $f(x) = k$  .  $k \in \mathbb{R}$  متصلة عند كل عدد  $c \in \mathbb{R}$ .

(٢) الدالة كثيرة الحدود متصلة عند كل عدد  $c \in \mathbb{R}$ .

(٣) الدالة الحدودية النسبية متصلة عند كل عدد حقيقي في مجالها  $c \in \mathbb{D}$ .

(٤) دالة المطلق  $f(x) = |x|$  متصلة عند كل عدد  $c \in \mathbb{R}$ .

(٥) الدوال المثلثية متصلة عند كل عدد حقيقي في مجالها  $c \in \mathbb{D}$ .

(٦) الدالة الجذرية  $y = \sqrt[n]{x}$  :

(a) متصلة عند كل عدد  $c \in \mathbb{R}^+$  ،  $n$  عدد صحيح زوجي موجب.

(b) متصلة عند كل عدد  $c \in \mathbb{R}$  ،  $n$  عدد صحيح فردي أكبر من ١.

(٧) الدالة الجذرية  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  : إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = c$  وكانت  $f(c) > 0$

فإن الدالة:  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  متصلة عند  $x = c$

نظرية ١٥



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (1) : ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = c$  في كل مما يلي: صفحة 55

a)  $f(x) = x^2 + |x|$  ,  $c = -1$

b)  $f(x) = \sin x - \cos x$  ,  $c = \frac{\pi}{2}$

معاينة الكومنت  
صفحة 51 من 165  
KwailTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = c$  في كل مما يلي: صفحة 55

a)  $f(x) = x^2 - 4x + 3 + |x|$  ,  $c = 3$

b)  $f(x) = \frac{\tan x}{x+1}$  ,  $c = \frac{\pi}{4}$

معاكم  
طفرة في الكويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



مثال (2) : ابحث اتصال الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{x-2}{x^2+9} - \frac{1}{x}$  عند  $x = 3$  .  
صفحة 55

حاول أن تحل (2) : ابحث اتصال الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} - \frac{2x}{x-2}$  عند  $x = 1$  .  
صفحة 55

معلمة  
صفوة  
كويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (3) : ابحث اتصال الدالة كل من الدالتين عند العدد الميبن :  
صفحة 56

a)  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}$  ,  $c = 1$

b)  $f(x) = \sqrt{x+3}$  ,  $c = -1$

معلمة  
صفوة  
Kuwailteacher.com







اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / .....	.....	.....
الموضوع	.....		



## الدالة المركبة:

إذا كانت كل من  $f, g$  دالتين حقيقيتين وكان مدى الدالة  $f$  مجموعة جزئية من مجال الدالة  $g$  فإنه يتعين دالة مركبة  $h$ :

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

**نظرية ١٦:** إذا كانت  $f$  دالة متصلة عند  $x = c$ ، و  $g$  متصلة عند  $f(c)$ .

فإن الدالة المركبة  $g \circ f$  هي دوال متصلة عند  $x = c$

**ملاحظة:**  $(g \circ f)(c) \neq (f \circ g)(c)$  إلا في بعض الحالات الخاصة

**مثال (4):** الدالتين  $f, g$  معرفتان على  $R$  كما يلي:  $g(x) = x^2 + 1$  ،  $f(x) = 1 + x$  أوجد: **صفحة 58**

a)  $(gof)(x)$  ، b)  $(gof)(2)$  ، c)  $(fog)(x)$  ، d)  $(fog)(2)$





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٤١٢ /
الموضوع			.....



حاول أن تحل (4): الدالتين  $f$  ،  $g$  معرفتان على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = x^2 + 3$  ،  $f(x) = 2x + 3$  أوجد :  
صفحة 58

a)  $(gof)(x)$  ، b)  $(gof)(-1)$  ، c)  $(fog)(x)$  ، d)  $(fog)(-1)$

معلمة  
صفوة  
KuwailTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (5) : الدالتين  $f$ ،  $g$  معرفتان على  $R$  كما يلي:  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$  ،  $g(x) = \frac{3}{x^2+4}$  أوجد :

صفحة 59

a)  $(f \circ g)(x)$

b)  $(g \circ f)(\sqrt{3})$

معاكم في الكويت  
صفوة في الكويت  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (6) : تكن:  $f(x) = x^2 + 5$  ,  $g(x) = \sqrt{x}$  .  
صفحة 59

ابحث اتصال الدالة  $g \circ f$  عند  $x = -2$  .

معلمات الكويت  
صفوة كويتية  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022م		1ع 12
الموضوع			.....



حاول أن تحل (6): لتكون:  $f(x) = \frac{|x|}{x+2}$  ,  $g(x) = 2x + 3$  صفحة 60

ابحث اتصال الدالة  $f \circ g$  عند  $x = 1$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (7) : لتكن :  $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$  : صفحة 60

ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 2$  .

حاول أن تحل (7) : لتكن :  $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$  : صفحة 60

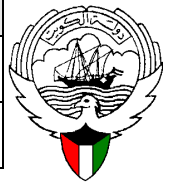
ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 0$  .

معلمة  
صفوة  
شوايت  
www.shwaitteacher.com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022م		1ع12
الموضوع	.....		



### (7 - 1) تمارين متابعة الاتصال على فترة

**تعريف (٩):** "الاتصال على فترة مفتوحة"

لتكن الدالة  $f$  معرفّة على الفترة  $(a, b)$  فإننا نقول إن الدالة  $f$  متصلة على الفترة المفتوحة  $(a, b)$  إذا كانت  $f$  متصلة عند كل  $x$  تنتمي إلى الفترة  $(a, b)$

**تعريف (١٠):** "الاتصال على فترة مغلقة"

لتكن الدالة  $f$  معرفّة على الفترة  $[a, b]$  فإننا نقول إن الدالة  $f$  متصلة على الفترة المغلقة  $[a, b]$  إذا تحققت الشروط الثلاثة التالية:

(١) الدالة  $f$  متصلة على الفترة المفتوحة  $(a, b)$

(٢) الدالة  $f$  متصلة عند  $x = a$  من جهة اليمين أي أن:  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

(٣) الدالة  $f$  متصلة عند  $x = b$  من جهة اليسار أي أن:  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

معلمة  
صفوة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / ..... / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (1) : ادرس اتصال الدالة  $f$  على الفترة  $[1, 3]$  حيث. صفحة 62

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : & x = 1 \\ x^2 - 3 & : & 1 < x < 3 \\ 6 & : & x = 3 \end{cases}$$

معلمة في الكويت  
صفوة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : ادرس اتصال الدالة  $f$  على الفترة  $[1, 5]$  حيث.  
صفحة 62

$$f(x) = \begin{cases} 2 & : & x = 1 \\ \frac{x^2+1}{x} & : & 1 < x < 5 \\ \frac{26}{5} & : & x = 5 \end{cases}$$

معلمة  
طفوفة  
www.hawailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١٢ /
الموضوع	.....		



مثال (2) : ابحث اتصال كل من الدوال التالية على الفترة المبينة:  
صفحة 63

a)  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$  ,  $[-1, 5]$

b)  $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$  ,  $[0, 5]$

معاكم في الكويت  
قفوة في الكويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (2) : ابحث اتصال الدالة  $f$  على الفترة المبيّنة:  
صفحة 63

a)  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+2}$  ,  $[0, 3]$

b)  $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$  ,  $[0, 2]$

معاكم  
طفرة  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (3) : ادرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها. صفحة 63

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

معلمة  
صفوة الكويت  
KuwaitTeacher.Com

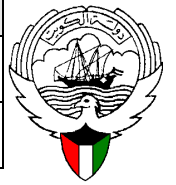








اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022م		12ع /
الموضوع	.....		



مثال (5) : لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$  .  
صفحة 65

أوجد مجال الدالة  $f$  ( $D_f$ ) ثم ادرس اتصالها على الفترة  $[-5, 0]$  .

حاول أن تحل (5) : لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$  .  
صفحة 66

أوجد  $D_f$  (مجال الدالة  $f$ ) ثم ادرس اتصالها على الفترة  $[6, 10]$  .

معلمة في الكويت  
صفوة  
KwailTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (6) : لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{9 - x^2}$  . ادرس اتصال الدالة  $f$  على الفترة  $[-3, 3]$  .  
صفحة 66

حاول أن تحل (6) : لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$  . ادرس اتصال الدالة  $f$  على الفترة  $[1, 3]$  .  
صفحة 66

معلمة  
صفوة  
الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (7) : لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 5x + 4}$  . ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $R$  .  
صفحة 67

حاول أن تحل (7) : لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt[3]{-x^2 + 2x + 5}$  . ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $R$  .  
صفحة 67

معلمة  
صفوة  
الكويت  
Kuwailteacher.com

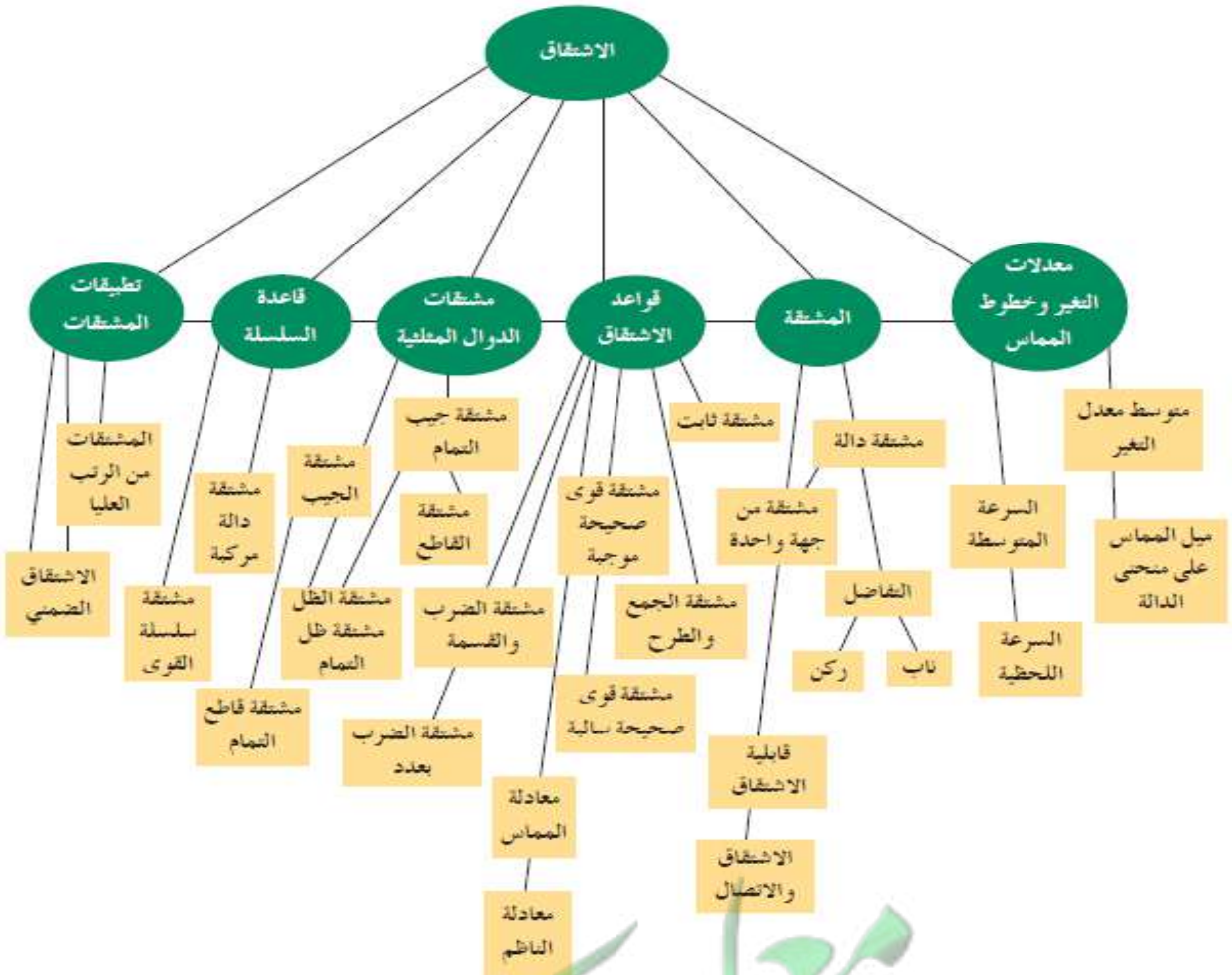
# الكتاب الأول

"مادة الرياضيات"

## الوحدة الثانية

### الاشتقاق

## The Derivatives



معدلات التغير وخطوط المماس	المشتقة	قواعد الاشتقاق	مشتقات الدوال المتجهة	قاعدة السلسلة	المشتقات ذات الرتب العليا والاشتقاق الضمني
2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6

رئيس القسم: محمود حامد العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



## أوراق متابعة الوحدة الثانية (الاشتقاق)

### (1 - 2) تمارين متابعة معدلات التغير وخطوط المماس

متوسط معدل التغير للدالة  $y$  بين نقطتين  $(x_1, f(x_1))$  .  $(x_2, f(x_2))$  :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

ميل المماس للمنحنى عند النقطة  $P(a, f(a))$  :

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

مثال (1) : أوجد ميل المماس للقطع المكافئ:  $y = x^2$  . عند النقطة  $(2, 4)$  .  $p$  .  
صفحة 77

معلمة  
صفحة 74 من 165  
www.kuwaitteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : أوجد ميل المماس للقطع المكافئ:  $y = (x - 2)^2 + 2$  عند النقطة  $A(1, 3)$ .  
صفحة 78

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022 م		12ع /
الموضوع	.....		



## (2 - 2) تمارين متابعة المشتقة عند نقطة

تعريف: "مشتقة الدالة عند نقطة"

مشتقة الدالة  $f$  عند  $x = a$  هي  $f'(a)$  :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

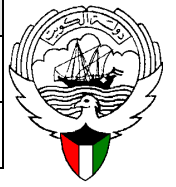
شرط وجود النهاية.

مثال (1) : باستخدام التعريف، أوجد مشتقة الدالة  $f : f(x) = 2x^2 + 1$  عند  $x = 1$ .  
صفحة 80

معاينة الكومنت  
صفحة 80  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022 م		12ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : باستخدام التعريف، أوجد مشتقة الدالة  $f$  :  $f(x) = 3x^2$  . عند  $x = -2$  .  
صفحة 80

معلمة  
صفوة  
KuwaitTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



### تعريف بديل:

مشتقة الدالة  $f$  عند  $x = a$  هي  $f'(a)$  :

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

شرط وجود النهاية.

مثال (2) : باستخدام التعريف البديل، أوجد مشتقة الدالة  $f(x) = \sqrt{x}$  . عند  $x = a$  حيث  $a > 0$  .  
صفحة 80

معلمة  
طفولة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (2) : باستخدام التعريف البديل، أوجد مشتقة الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{1}{x}$  عند  $x = b$  حيث  $b \neq 0$ .  
صفحة 81

معلمة  
صفوة  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / ..... / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



## المشتقة من جهة واحدة

مشتقة الدالة  $f$  من اليمين ويرمز لها "إن وجدت" بالرمز  $f'_+(a)$  وهي:

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

مشتقة الدالة  $f$  من اليسار ويرمز لها "إن وجدت" بالرمز  $f'_-(a)$  وهي:

$$f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

إن الدالة لها مشتقة عند نقطة إذا فقط إذا كانت المشتقتان لجهة اليمين و لجهة اليسار موجودتين ومتساويتين عند تلك النقطة.

**مثال (3):** بين أن الدالة  $f$  لها مشتقة لجهة اليمين ومشتقة لجهة اليسار عند  $x = 0$  ، لكن ليس لها مشتقة عند  $x = 0$  . صفحة 81

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \leq 0 \\ 2x & : x > 0 \end{cases}$$

معلمة الكويت  
صفوة في الكويت  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022 م		12ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) : لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = |x - 2|$  . ابحث قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند  $x = 2$  .  
صفحة 82

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



إذا وضعنا  $x$  بدلاً من  $a$  في تعريف المشتقة عند النقطة نحصل على  $f'(x)$  حيث:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

مثال (5): لتكن الدالة:  $f(x) = x^3$ ، أوجد  $f'(x)$  باستخدام تعريف المشتقة إن وجدت. صفحة 83

معلمة  
صفوة في الكويت  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١٢ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (5) : لتكن الدالة:  $f(x) = x^2 + 2$  ، أوجد  $f'(x)$  باستخدام تعريف المشتقة. صفحة 84

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



### نظرية: "الاشتقاق والاتصال"

إذا كانت الدالة  $f$  لها مشتقة عند نقطة، فإنها تكون متصلة عند هذه النقطة "عكس النظرية ليس صحيح دائماً".

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 2 \\ 2x - 1 & : x \geq 2 \end{cases}$$

مثال (6): لتكن الدالة  $f$  :  
صفحة 85

ابحث قابلية الاشتقاق للدالة  $f$  عند  $x = 2$ .

معلمة  
صفحة  
www.kuwaitteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & : x \leq 2 \\ 3x - 2 & : x > 2 \end{cases}$$

حاول أن تحل (6) : لتكن الدالة  $f$  :  
صفحة 86

ابحث قابلية الاشتقاق للدالة  $f$  عند  $x = 2$  .

معلمة  
صفوة  
كويت  
Kuwailteacher.com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٤٢ /
الموضوع	.....		



$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & : x \leq 3 \\ x^2 - 1 & : x > 3 \end{cases}$$

مثال (9) : لتكن الدالة  $f$  :  
صفحة 89

أوجد إن أمكن  $f'(3)$ .

معاكم  
قفوة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \leq -1 \\ x^2 - x - 2 & : x > -1 \end{cases}$$

حاول أن تحل (9) : لتكن الدالة  $f$  :  
صفحة 89

أوجد إن أمكن  $f'(-1)$  .

معلمة  
صفوة  
كويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / .....	.....	..... / ع١٢
الموضوع	.....		



### (3 - 2) تمارين متابعة قواعد الاشتقاق

#### قواعد الاشتقاق:

$$1) f(x) = c \implies f'(x) = 0 \quad ; \quad c \in \mathbb{R}$$

$$2) f(x) = x^n \implies f'(x) = n \cdot x^{n-1} \quad ; \quad n \in \mathbb{Q}^* \cdot x \neq 0$$

$$3) [k f(x)]' = k f'(x)$$

$$4) [f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$$

$$5) [f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$6) \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2} \quad ; \quad g(x) \neq 0$$

مثال (1): أوجد  $\frac{dy}{dt}$  ، حيث:  $y = t^3 + 6t^2 - \frac{5}{3}t + 16$  .  
صفحة 92

حاول أن تحل (1): أوجد  $\frac{dy}{dx}$  ، حيث:  $y = 5x^3 - 4x^2 + 6$  .  
صفحة 92

معلمة  
صفحة 92



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



مثال (2) : أوجد  $f'(x)$  إذا كان  $f(x) = (x^2 + 1)(x^3 + 3)$  صفحة 93

حاول أن تحل (2) : أوجد  $f'(x)$  صفحة 93

1)  $f(x) = (2x + 1)(3x - 2)$

2)  $f(x) = 4x^2(x + 6)$

3)  $f(x) = (x^3 - 4)^2$

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (3): أوجد مشتقة الدالة:  $f(x) = \frac{x^3-1}{5x^2+1}$  .  
صفحة 94

حاول أن تحل (3): أوجد مشتقة الدالة:  $f(x) = \frac{4x^2+2x}{2x^3+5}$  .  
صفحة 95

معلمة  
صفوة  
الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



### معادلة المماس ومعادلة العمودي (الناظم):

- ميل المماس عند  $a$  هو  $m = f'(a)$

- معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f$  عند  $a$ :  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

- معادلة الناظم لمنحنى الدالة  $f$  عند  $a$ :  $y - f(a) = \frac{-1}{f'(a)}(x - a)$

- إذا كان للدالة  $f$  مماس أفقي عند  $a$  فإن:  $f'(a) = 0$

مثال (4): أوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم عند النقطة  $(1, \frac{2}{3})$  لمنحنى الدالة:  $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+2}$  .  
صفحة 95

معادلات  
صفوة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (4) : أوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم على منحنى الدالة  $f$  حيث :  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  عند النقطة  $(1, 0)$  صفحة 96

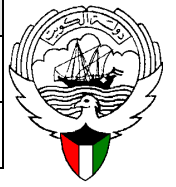
مثال (5) : أوجد  $f'(x)$  حيث :  $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$  صفحة 96

حاول أن تحل (5) : أوجد  $f'(x)$  حيث :  $f(x) = \frac{-4}{x^2 + 2x + 5}$  صفحة 96

معلمة  
صفوة  
الكويت  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (6) : لتكن :  $y = \frac{x^2+3}{2x}$  أوجد  $\frac{dy}{dx}$  عند  $x = 1$  .  
صفحة 97

حاول أن تحل (6) : لتكن :  $y = \frac{3x^2+7}{8x^2}$  أوجد  $\frac{dy}{dx}$  عند  $x = -1$  .  
صفحة 98

مثال (7) : أوجد مشتقة الدالة :  $f(x) = x^{\frac{3}{2}}, x > 0$  .  
صفحة 98

حاول أن تحل (7) : أوجد مشتقة الدالة :  $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$  .  
صفحة 98









اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٢ ع /
الموضوع	.....		



تابع حاول أن تحل (8) : لتكن الدالة  $f$  :  
صفحة 99

أوجد  $f'(x)$  إن أمكن.

دالة متصلة على مجالها.  $b) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com











اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (3) : أوجد معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة:  $y = \tan x$  عند النقطة  $p(\frac{\pi}{4}, 1)$  .  
صفحة 102

حاول أن تحل (3) : أوجد معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة:  $y = \sec x$  عند النقطة  $F(\frac{\pi}{3}, 2)$  .  
صفحة 102

معلمة  
صفوة  
الكويت  
Kuwailteacher.com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع	.....		



### (5 - 2) تمارين متابعة قاعدة السلسلة

قاعدة السلسلة (التسلسل)  $(f \circ g)'(x) = [f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

- صورة أخرى لقاعدة السلسلة:  $u = g(x)$  .  $y = f(u)$  فإن:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

- قاعدة سلسلة القوى:  $\frac{d}{dx} (f(x))^n = n(f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$

مثال (1): إذا كان:  $g(x) = x^{10}$  .  $f(x) = 3x^2 + 1$  . فأوجد باستخدام قاعدة السلسلة: صفحة 104

a)  $(f \circ g)'(x)$

b)  $(g \circ f)'(-1)$

معاينة الكونت  
صفحة 104



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : لتكن  $g(x) = x^{13}$  .  $f(x) = -2x^3 + 4$  . أوجد باستخدام قاعدة السلسلة: صفحة 104

a)  $(g \circ f)'(0)$

b)  $(f \circ g)'(x)$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (2) : لتكن:  $g(x) = x^2 + 1$  ,  $f(x) = \frac{2x+1}{x}$  ( $x \neq 0$ ) . أوجد باستخدام قاعدة السلسلة:  $(f \circ g)'(x)$  صفحة 104

حاول أن تحل (2) : لتكن:  $g(x) = \sqrt{x}$  .  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$  . أوجد باستخدام قاعدة السلسلة:  $(f \circ g)'(1)$  صفحة 105



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (3) : لتكن:  $y = u^3 - 3u + 1$  ,  $u = 5x^2 + 2$  . أوجد:  $\frac{dy}{dx}$  باستخدام قاعدة التسلسل. صفحة 105

حاول أن تحل (3) : لتكن:  $y = u^2 + 4u - 3$  ,  $u = 2x^3 + x$  . أوجد:  $\frac{dy}{dx}$  باستخدام قاعدة التسلسل. صفحة 105

معلمة  
صفوة  
الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (6) : لتكن:  $y = \sqrt[5]{(x^2 + 3x + 5)^3}$  ، أوجد:  $y'$  صفحة 107

حاول أن تحل (6) : لتكن:  $y = \sqrt[4]{(2x^4 - 3x^2 + 4)^3}$  ، أوجد:  $y'$  صفحة 107

معلمة  
صفوة  
كويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (7) : أوجد ميل مماس المنحنى:  $y = \sin^5 x$  ، عند  $x = \frac{\pi}{3}$  صفحة 107

معلمة في الكويت  
صفوة  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



## (6 - 2) تمارين متابعة المشتقات ذات الرتب العليا والاشتقاق الضمني

مثال (1) : أوجد مشتقات حتى الرتبة الرابعة للدالة:  $y = 2x^7 - 4x^2 + 3x - 5$  بدلالة المتغير  $x$ .  
صفحة 109

حاول أن تحل (1) : إذا كانت:  $y = 4x^5 - 5x^3 + 7$ . فأوجد المشتقات حتى الرتبة الثالثة.  
صفحة 109

معلمة  
صفوة  
الكويت



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (2) : إذا كانت:  $y = \sin x$  ، بين ان:  $y^{(4)} = y$  صفحة 109

حاول أن تحل (2) : لتكن الدالة:  $y = \cos x$  ، بين ان:  $y^{(4)} + y'' = 0$  صفحة 109

معلمة  
صفوة  
كويت





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (3) : أوجد  $y''$  حيث  $y = \frac{1}{\cos x}$  .  
صفحة 110

حاول أن تحل (3) : أوجد  $y''$  حيث  $y = \frac{1}{\sin x}$  .  
صفحة 110

معلمة  
صفوة  
الكويت  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (4) : أوجد:  $y' = \frac{dy}{dx}$  في الحالات التالية: صفحة 111

a)  $y^2 + xy = 7x$

b)  $y = x + x^2y^5$

حاول أن تحل (4) : لتكن:  $y^2 = x^2 - 2x$  ، أوجد:  $y' = \frac{dy}{dx}$  . صفحة 112

معاكم  
صفحة 111  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



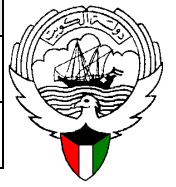
مثال (5) : أوجد ميل المماس للمنحنى ( الدائرة ) الذي معادلته:  $x^2 + y^2 = 25$  عند النقطة  $(-4, 3)$  .  
صفحة 112

حاول أن تحل (5) : أوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته:  $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$  عند النقطة  $(1, 1)$  .  
صفحة 112

معلمة  
صفوة  
الكويت  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (6) : أوجد ميل المماس  $(\frac{dy}{dx})$  للمنحنى الذي معادلته:  $2y = x^2 + \sin y$  عند النقطة  $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ .  
صفحة 113

حاول أن تحل (6) : أوجد ميل المماس  $(\frac{dy}{dx})$  للمنحنى الذي معادلته:  $x^2 + y^2 - 2xy = 1$  حيث  $x \neq y$   
صفحة 113

عند النقطة  $(2, 1)$ .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (7) : للمنحنى الذي معادلته:  $2\sqrt{y} + y = x$  . أوجد  $y'$  .  
صفحة 113

ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة ( 3 , 1 ) .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (7) : للمنحنى الذي معادلته:  $y^2 + \sqrt{y} + x^2 = 3$  . أوجد  $y'$  .  
صفحة 114

ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1, 1) .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022 م		12ع /
الموضوع	.....		



مثال (8) : إذا كانت:  $y = \sqrt{1 - 2x}$  . فأثبت ان:  $yy'' + (y')^2 = 0$  .  
صفحة 114

معلمة  
صفوة  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (8) : إذا كانت:  $y = x \sin x$  ، فأثبت ان:  $y''' + y' + 2 \sin x = 0$  .  
صفحة 114

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



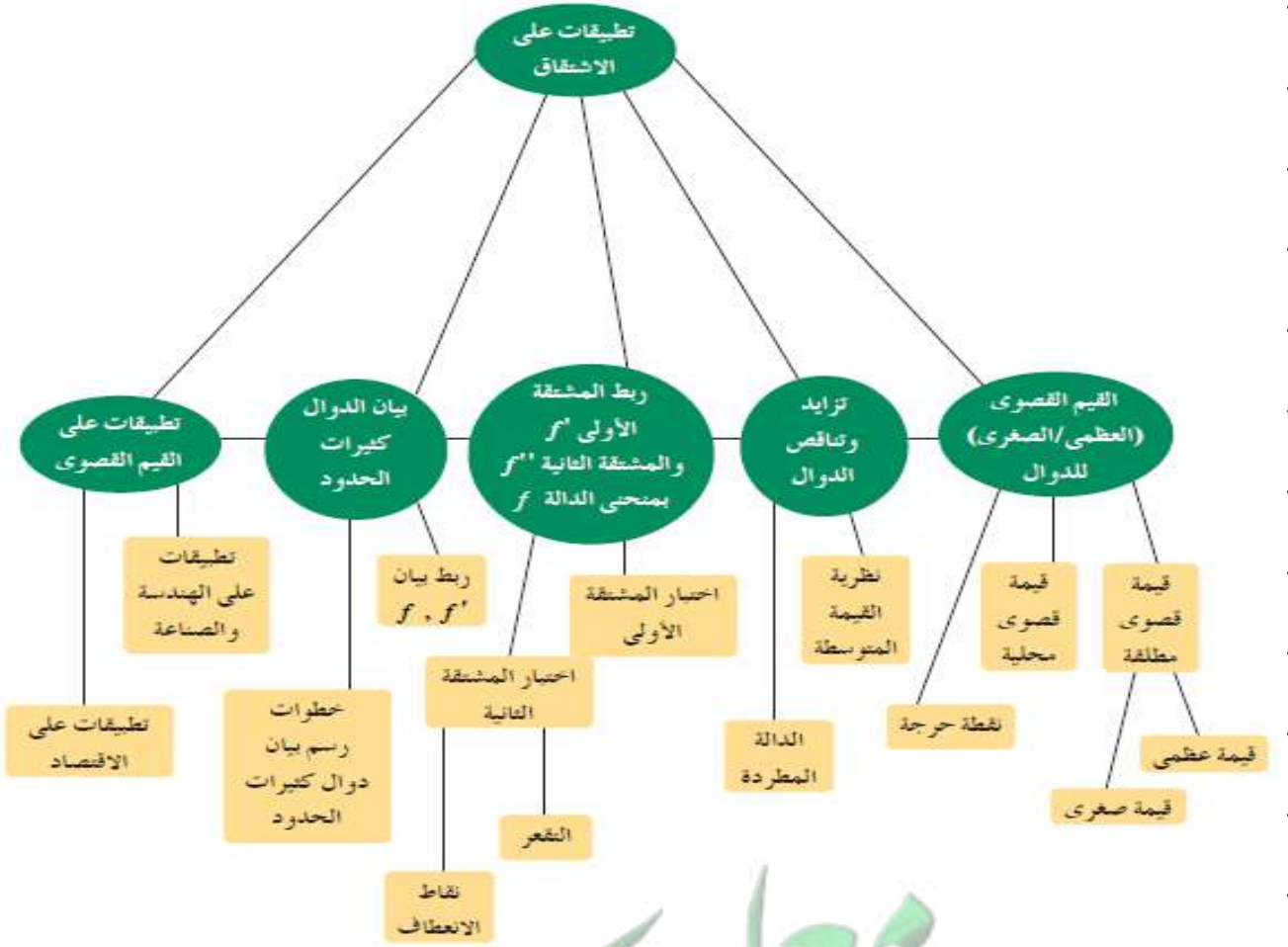
# الكتاب الاول

"مادة الرياضيات"

## الوحدة الثالثة

### تطبيقات على الاشتقاق

### Applications on Differentiation

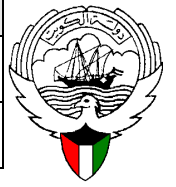


تطبيقات على القيم القصوى	رسم بيان دوال كثيرات الحدود	ربط المشتقة الأولى $f'$ والمشتقة الثانية $f''$ بمنحنى الدالة $f$	تزايد وتناقص الدوال	القيم القصوى (العظمى/الصغرى) للدوال
3-5	3-4	3-3	3-2	3-1

رئيس القسم: محمود حامد العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١٢ /
الموضوع			.....



## أوراق متابعة الوحدة الثالثة (تطبيقات على الاشتقاق)

### (1 - 3) تمارين متابعة القيم القصوى للدوال

مثال (1)  
صفحة 123

لتكن الدالة:  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  حيث  $f(x) = x^2$ ، أوجد إن أمكن القيم القصوى للدالة  $f$  مع رسم بيانيها عندما:

a  $D = (-\infty, \infty)$

b  $D = (0, 2]$

c  $D = [0, 2]$

d  $D = (0, 2)$

الحل:

a	بيان الدالة: $f(x) = x^2$	المجال $D$	القيم القصوى المطلقة للدالة $f$ على $D$
	$y = x^2$ 	$(-\infty, \infty)$	لا توجد قيمة عظمى مطلقة. توجد قيمة صغرى مطلقة تساوي 0 عند $x = 0$
	$y = x^2$ 	$(0, 2]$	توجد قيمة عظمى مطلقة تساوي 4 عند $x = 2$ لا توجد قيمة صغرى مطلقة.
	$y = x^2$ 	$[0, 2]$	توجد قيمة عظمى مطلقة تساوي 4 عند $x = 2$ قيمة صغرى مطلقة تساوي 0 عند $x = 0$
	$y = x^2$ 	$(0, 2)$	لا توجد قيم قصوى مطلقة.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



لتكن  $(c, f(c))$  نقطة داخلية للدالة  $f$  ،  $D$  فترة مفتوحة تحوي  $c$  تكون  $f(c)$  :

(a) قيمة عظمى محلية عند  $c$  عندما:  $f(c) \geq f(x) \quad \forall x \in D$

(b) قيمة صغرى محلية عند  $c$  عندما:  $f(c) \leq f(x) \quad \forall x \in D$

### تعريف "النقطة الحرجة":

النقطة الداخليّة للدالة  $f$   $(c, f(c))$  تسمى نقطة حرجة عندما  $f'(c) = 0$  أو  $f'(c)$  غير موجودة،

مثال (2) : أوجد النقاط الحرجة للدالة:  $a) g(x) = x^3 - 3x^2 + 5$  صفحة 125



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (2) : أوجد النقاط الحرجة للدالة:  $a) f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 10$  صفحة 127

معلمة  
صفوة  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



خطوات إيجاد القيم القصوى المطلقة على فترة مغلقة  $[a, b]$

- (١) إيجاد قيم الدالة عند النقاط الطرفية:  $x = a$  .  $x = b$
- (٢) إيجاد النقاط الحرجة للدالة  $f$  في الفترة  $(a, b)$  إن وجدت.
- (٣) أكبر قيمة للدالة في الخطوتين ١، ٢ هي قيمة عظمى مطلقة في  $[a, b]$  وأصغر قيمة للدالة هي قيمة صغرى مطلقة في  $[a, b]$

مثال (3) : أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة  $f : f(x) = x^3 - 3x + 1$  في الفترة  $[0, 3]$  .  
صفحة 128



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) : أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة  $f : f(x) = x^3 - 3x + 1$  في الفترة  $[-2, 1]$  .  
صفحة 128

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (4) : أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة المتصلة  $f$  :  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$  في الفترة  $[-2, 3]$  .  
صفحة 129

معلمة  
صفوة في الكويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / ..... / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (4): أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة المتصلة  $f$ :  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  في الفترة  $[1, 3]$ .  
صفحة 129

معكم  
صفحة  
www.kuwaitteacher.com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



## (2 - 3) تمارين متابعة تزايد وتناقص الدوال

تزايد وتناقص الدوال:

نظرية:

لتكن  $f$  دالة قابلة للاشتقاق على الفترة  $(a, b)$ :

(١) إذا كانت:  $f'(x) > 0, \forall x \in (a, b)$ ، فإن الدالة  $f$  تتزايد على  $(a, b)$

(٢) إذا كانت:  $f'(x) < 0, \forall x \in (a, b)$ ، فإن الدالة  $f$  تتناقص على  $(a, b)$

(٣) إذا كانت:  $f'(x) = 0, \forall x \in (a, b)$ ، فإن الدالة  $f$  ثابتة على  $(a, b)$

مثال (3): أوجد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة:  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ .  
صفحة 135

معاكم  
صفحة 135



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) : أوجد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة:  $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ .  
صفحة 135

معلمة  
صفوة في الكويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (4) : لتكن الدالة  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  .  
صفحة 136

حدد الفترات حيث تكون  $f$  متزايدة والفترات حيث تكون  $f$  متناقصة .

حاول أن تحل (4) : إذا كانت الدالة  $f(x) = x^3 - 6x$  . حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة  $f$  .  
صفحة 136

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (5) : إذا كانت الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$  . حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة  $f$  .  
صفحة 137

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (5) : إذا كانت الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$  . حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة  $f$  .  
صفحة 137

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٢٤ /
الموضوع	.....		



### (3 - 3) تمارين متابعة ربط المشتقة الأولى والمشتقة الثانية بمنحني الدالة

اختبار المشتقة الأولى للقيم القصوى المحلية:

نظرية:

لتكن  $f$  دالة متصلة على مجالها وكانت  $(c, f(c))$  نقطة حرجة:

(١) إذا كانت إشارة المشتقة  $f'$  تتغير من الموجب إلى السالب عند  $x = c$ ، فإن  $f$  يكون لها قيمة عظمى محلية عند  $c$ .

(٢) إذا كانت إشارة المشتقة  $f'$  تتغير من السالب إلى الموجب عند  $x = c$ ، فإن  $f$  يكون لها قيمة صغرى محلية عند  $c$ .

(٣) إذا لم تتغير إشارة المشتقة  $f'$  عند  $x = c$ ، فإن  $f$  لا يكون لها قيم قصوى محلية عند  $c$ .

معلمة صفوة الكوئيت  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (1) : إذا كانت الدالة  $f : f(x) = x^3 - 12x - 5$  . أوجد كلا مما يلي: صفحة 139

(a) أوجد النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايد أو متناقصه عليها.

(c) القيم القصوى المحليّة.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : إذا كانت الدالة  $f$  :  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$  . أوجد كلا مما يلي: صفحة 140

(a) أوجد النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايد أو متناقصه عليها.

(c) القيم القصوى المحليّة.

معا في الكويت  
صفوة في الكويت  
KwaitTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٤٢ /
الموضوع	.....		



### اختبار التقعر:

(a) إذا كانت  $I$  ،  $\forall x \in I$  ،  $f''(x) > 0$  فإن منحنى الدالة  $f$  مقعراً للأعلى على  $I$

(b) إذا كانت  $I$  ،  $\forall x \in I$  ،  $f''(x) < 0$  فإن منحنى الدالة  $f$  مقعراً للأسفل على  $I$

### تعريف نقطة الانعطاف:

تسمى النقطة  $(c, f(c))$  نقطة انعطاف لمنحنى الدالة  $f$  إذا كانت  $f$  دالة متصلة عند  $c$  ، ومنحنى الدالة  $f$  يغير تقعره عند هذه النقطة من أعلى إلى أسفل أو من أسفل إلى أعلى.

مثال (3) : أوجد فترات التقعر ونقاط الانعطاف لمنحنى الدالة:  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$  .  
صفحة 143

معلمة  
صفوة  
كويت  
Kuwailteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) : أوجد فترات التفرع ونقاط الانعطاف لمنحنى الدالة:  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$  .  
صفحة 144

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ /
الموضوع	.....		



## اختبار المشتقة الثانية للقيم القصوى المحلية

نظرية:

- (a) إذا كانت  $f'(c) = 0$  ،  $f''(c) < 0$  ، فإن تكون لها قيمة **عظمى** محلية عند  $x = c$
- (b) إذا كانت  $f'(c) = 0$  ،  $f''(c) > 0$  ، فإن تكون لها قيمة **صغرى** محلية عند  $x = c$

مثال (4) : استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للدالة:  $f(x) = x^3 - 12x - 5$  .  
صفحة 146

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (4) : استخدم اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للدالة:  $f(x) = x^3 - 12x - 5$  .  
صفحة 146

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022م		12ع /
الموضوع	.....		



### (4 - 3) تمارين متابعة رسم بيان دوال كثيرات الحدود

#### خطوات دراسة تغير دالة ورسم بيانها

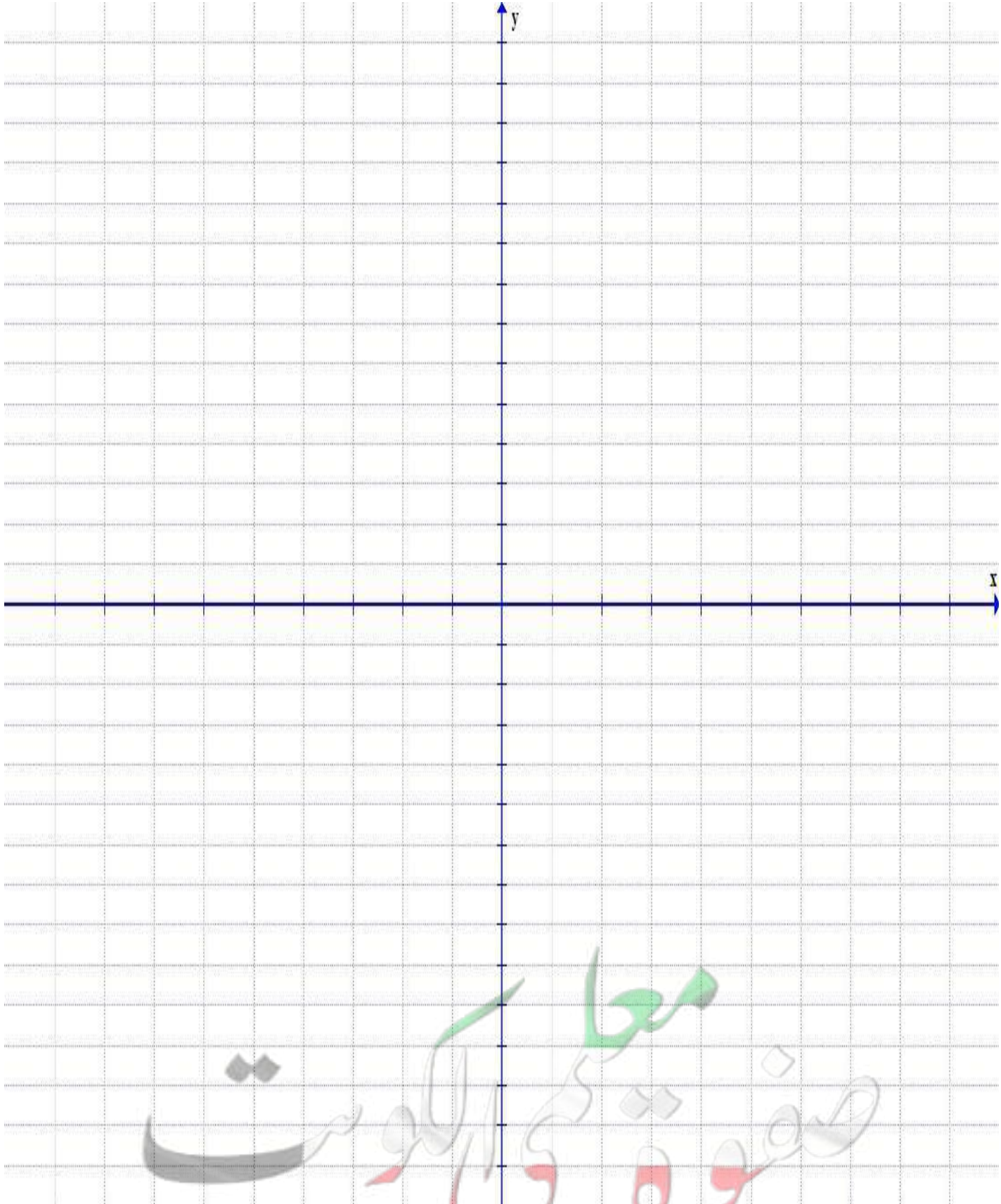
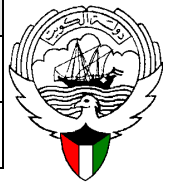
- (1) عيّن مجال الدالة.
- (2) أوجد النهايات عند الحدود المفتوحة لمجال الدالة.
- (3) عيّن النقاط الحرجة للدالة.
- (4) كوّن جدولاً لدراسة إشارة المشتقة الأولى وتحديد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة والقيم القصوى المحلية.
- (5) كوّن جدولاً لدراسة إشارة المشتقة الثانية وتحديد فترات التقعر لمنحنى الدالة ثم نقاط الانعطاف إن وجدت.
- (6) أوجد نقاطاً إضافية لتساعد في الرسم "نقاط التقاطع مع المحاور إن لم تكن موجودة".
- (7) ارسم بيان الدالة مستخدماً نتائج الخطوات السابقة في الرسم.

معلمة صفوة الكويت  
KwaitTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤٢ /
الموضوع	.....		



معاينة الكويت  
قفوة  
KuwailTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



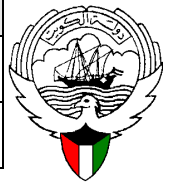
حاول أن تحل (1) : ادرس تغير الدالة  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$  وارسم بيانها. صفحة 149

معلمة  
صفوة  
KuwaitTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



معاينة الكويت  
قفوة  
KuwailTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤٢ /
الموضوع	.....		

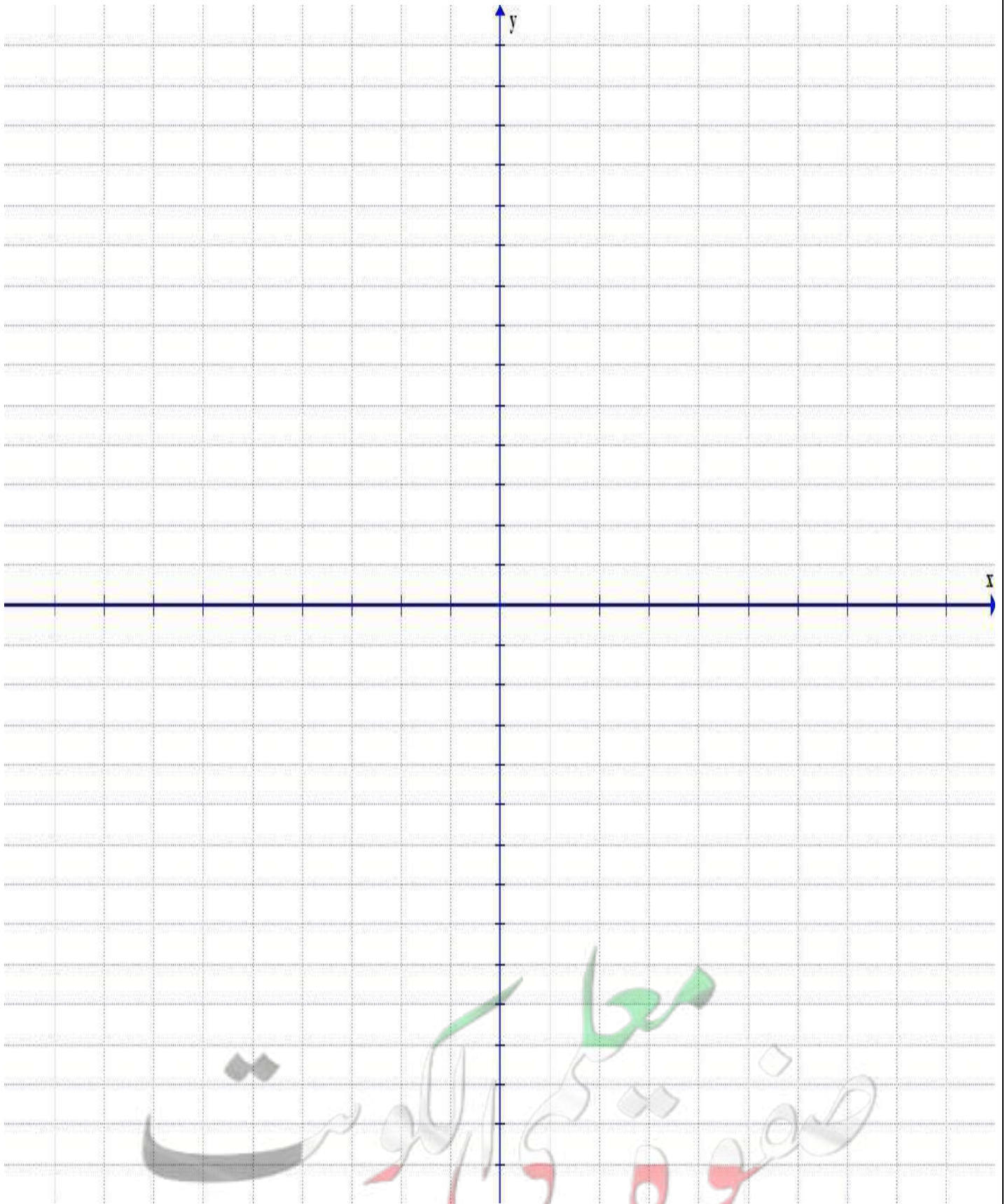
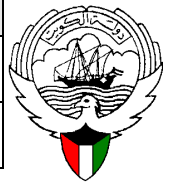


مثال (2) : ادرس تغير الدالة  $f(x) = 1 - x^3$  وارسم بيانها. صفحة 149

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤٢ /
الموضوع	.....		



معاينة الكويت  
قفوة  
KuwailTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		

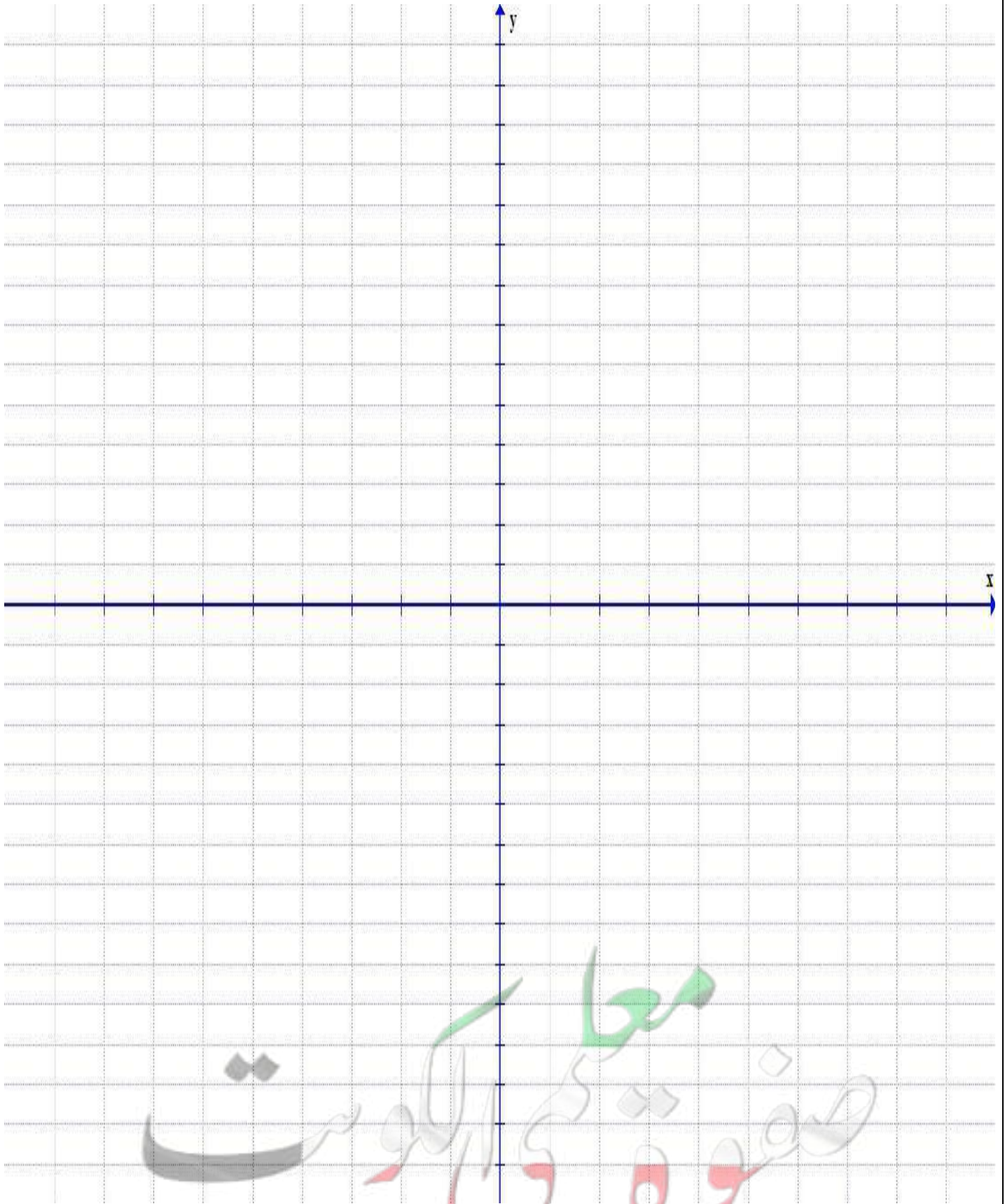
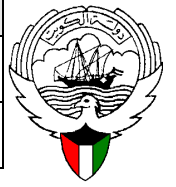


حاول أن تحل (2) : ادرس تغير الدالة  $f(x) = x - 2x^3$  وارسم بيانها.  
صفحة 150

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ /
الموضوع	.....		



معاكم  
طفرة الكويت  
KuwailTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن.  
صفحة 156

معلمة  
صفوة  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



كراسة التمارين (2) : ما أكبر مساحة ممكنة لمثلث قائم الزاوية وطول وتره يساوي  $6\text{ cm}$  ؟ وما أبعاده ؟  
صفحة 63

معلمة  
صفوة  
Hawaiteacher.com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022 م		12ع /
الموضوع	.....		



كراسة التمارين (3) : أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها  $8\text{ cm}$  . واحد منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً.  
صفحة 63

معلمة  
صفوة في الكويت  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) : تعطي الدالة:  $v(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$  . حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها  $h$  .  
صفحة 158

(a) أوجد الارتفاع  $h$  (cm) للحصول على أكبر حجم للأسطوانة.  
(b) ما قيمة هذا الحجم؟

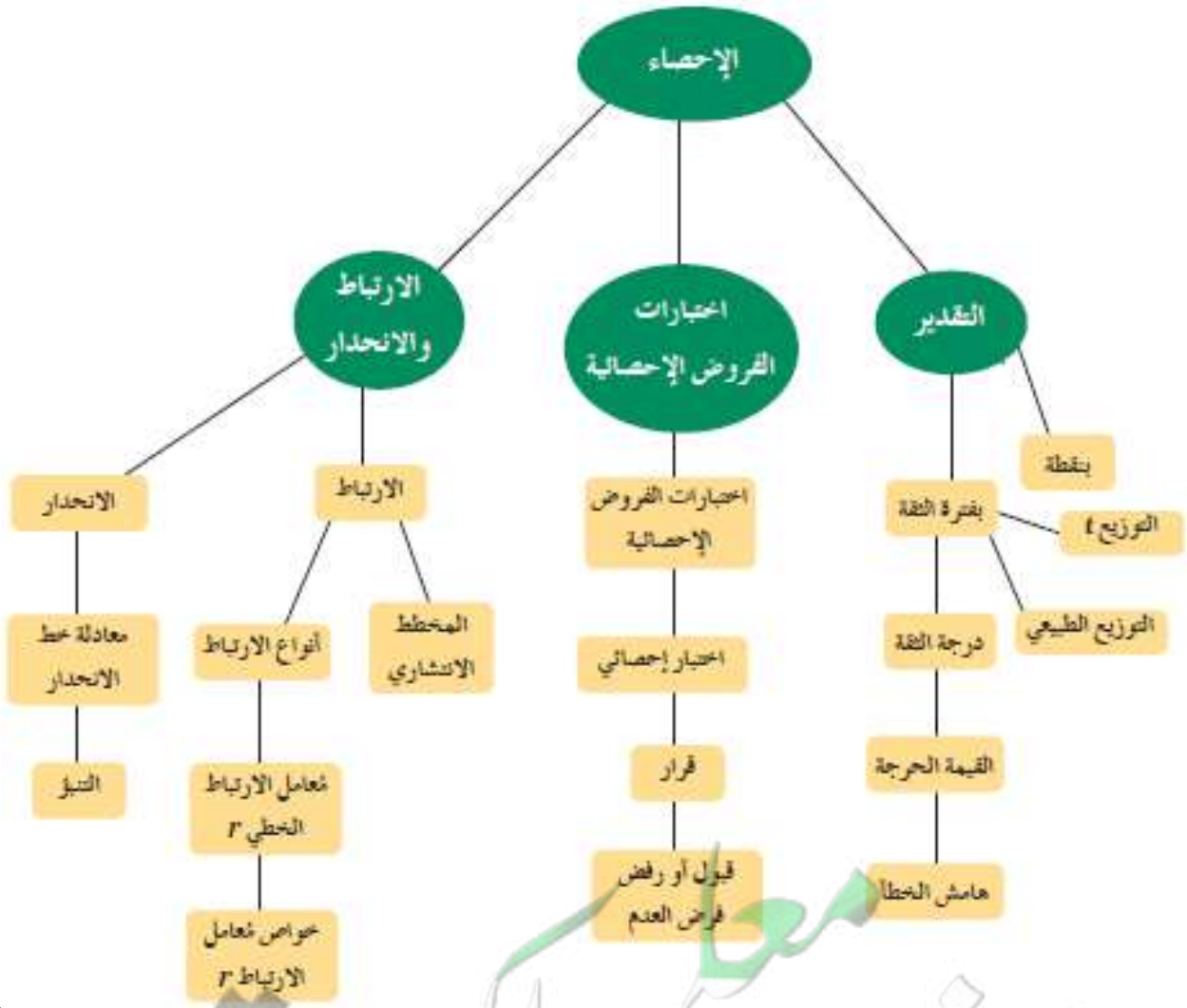
# الكتاب الاول

"مادة الرياضيات"

## الوحدة الرابعة

### الإحصاء

### Statistics



الارتباط والانحدار

4-3

اختبارات الفروض الإحصائية

4-2

التقدير

4-1

رئيس القسم: محمود حامد العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١٢ /
الموضوع	.....		



## أوراق متابعة الوحدة الرابعة (الإحصاء)

### (1 - 4) تمارين متابعة التقدير بفترة ثقة

#### تعريف

**المعلمة:** هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالمتوسط الحسابي  $\mu$  أو الانحراف المعياري  $\sigma$

**الإحصاء:** هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي  $\bar{x}$  أو الانحراف المعياري  $s$

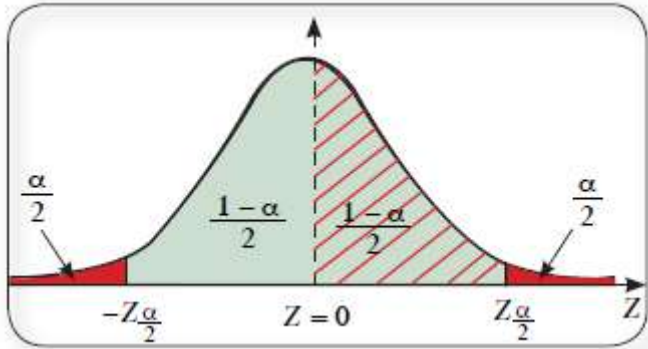
**تقدير المعلمة:** هو إحصاء تعتمد على قيم العينة وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه.

**فترة الثقة:** هي فترة طرفاها متغيران عشوائيان (أي أنها فترة عشوائية) تحوي إحدى معالم المجتمع بنسبة معينة تسمى درجة الثقة (مستوى الثقة).

**التقدير بفترة الثقة:** هو إيجاد فترة معينة يتوقع أن تقع معلمة المجتمع داخلها بنسبة معينة أو احتمال معين

**$\alpha$ :** نسبة الخطأ في التقدير وتسمى **مستوى المعنوية** أو **مستوى الدلالة**.

**$1 - \alpha$ :** درجة الثقة أو مستوى الثقة



**القيمة الحرجة:**  $Z_{\alpha/2}$  ملاحظة:  $Z_{\alpha/2} = Z_{1-\alpha/2}$

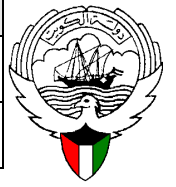
المجتمع	العينة	
$\mu$	$\bar{x}$	المتوسط الحسابي
$\sigma$	$s$	الانحراف المعياري
$\sigma^2$	$s^2$	التباين

**مثال (1):** أوجد القيمة الحرجة  $Z_{\alpha/2}$  المناظرة لمستوى الثقة 95% . باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري. **صفحة 171**

**حاول أن تحل (1):** أوجد القيمة الحرجة  $Z_{\alpha/2}$  المناظرة لمستوى الثقة 97% . باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري. **صفحة 171**



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م		١٢ع /
الموضوع	.....		



### هامش الخطأ $E$

عند استخدام بيانات عينة لتقدير المتوسط الحسابي  $\mu$  لمجتمع، يكون هامش الخطأ، يرمز إليه بـ  $E$ ، القيمة العظمى الأكثر ترجيحاً عند درجة ثقة  $(1 - \alpha)$  للفرق بين المتوسط الحسابي  $\bar{x}$  للعينة والمتوسط الحسابي  $\mu$  للمجتمع.

### التقدير بفترة الثقة للمتوسط الحسابي $\mu$ للمجتمع الاحصائي

الانحراف المعياري $\sigma$	حجم العينة $n$	هامش الخطأ $E$	فترة الثقة
معلوم	$n > 30$ $n \leq 30$	$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$
	$n > 30$	$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$	
غير معلوم	$n \leq 30$ درجات الحرية $(n-1)$	$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$	

**ملاحظة:** عند إيجاد فترة الثقة سنكتفي بدرجة الثقة 95% والتي تناظرها القيمة الحرجة  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$  (من جدول التوزيع الطبيعي المعياري).

معلمة  
صفوة  
كويت  
KwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (2) : أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث  $n = 40$  والانحراف المعياري لمجتمع الإناث  $\sigma = 12.5$  والمتوسط الحسابي للعينة  $\bar{x} = 76.3$  باستخدام مستوى ثقة  $95\%$ .

المعيارى لمجتمع الإناث  $\sigma = 12.5$  والمتوسط الحسابى للعينة  $\bar{x} = 76.3$  باستخدام مستوى ثقة  $95\%$ .

(1) أوجد هامش الخطأ.

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابى للمجتمع الاحصائى  $\mu$

(3) فسر فترة الثقة.









اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022 م		12ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) : أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n = 81$  ومتوسطها الحسابي  $\bar{x} = 50$  ،  
صفحة 174

وانحرافها المعياري  $S = 9$  ، باستخدام مستوى ثقة 95%.

(1) أوجد هامش الخطأ.

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي  $\mu$

(3) فسر فترة الثقة.





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (4) : أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي  $\mu$  علماً أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي. صفحة 176

إذا كان لدينا  $n = 13$  ،  $S = 0.3$  ،  $\bar{x} = 8.4$  .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤٢٢ /
الموضوع	.....		



## (2 - 4) تمارين متابعة اختبار الفروض الاحصائية

### تعريف

**الفرض الإحصائي:** هو ادعاء معيّن مبني على حيثيات معقولة حول معلمة من معالم المجتمع مثل المتوسط الحسابي  $\mu$  أو الانحراف المعياري  $\sigma$ .

**المقياس الإحصائي:** هو قيمة وحيدة محسوبة من العينة تحت شروط معينة.

**اختبارات الفروض الإحصائية (اختبار المعنوية):** هي طريقة معيارية لاختبار ادعاء ما حول معلمة من معالم المجتمع.

**ملاحظة:** سنكتفي في هذا الموضوع بدراسة معلمة واحدة من معالم المجتمع وهي المتوسط الحسابي  $\mu$

### الخطوات المتبعة لإجراء اختبار الفروض الإحصائية:

- 1 صياغة الفروض الإحصائية (فرض العدم  $H_0$  والفرض البديل  $H_1$ ).
- 2 التحقق من الانحراف المعياري  $\sigma$  للمجتمع (معلوم أم غير معلوم) وتحديد حجم العينة ( $n$ ) ومن ثم إيجاد المقياس الإحصائي للاختبار ( $Z$  أو  $t$ ) كما في الجدول التالي:

المقياس الإحصائي للاختبار الفروض ( $Z$ أو $t$ )	حجم العينة $n$	الانحراف المعياري $\sigma$
$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$n \leq 30$ $n > 30$	معلوم
$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	$n > 30$	غير معلوم
$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	$n \leq 30$	

3) تحديد مستوى المعنوية  $\alpha$  وحساب القيمة الجدولية  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  من جدول التوزيع الطبيعي المعياري ،

أو القيمة الجدولية من جدول  $t_{\frac{\alpha}{2}}$  .

4) تحديد منطقة القبول:  $(-Z_{\frac{\alpha}{2}}, Z_{\frac{\alpha}{2}})$  أو  $(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}})$  .

5) اتخاذ القرار الإحصائي (قبول فرض العدم) أو (رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل) .

**ملاحظة:** ستقتصر دراستنا على مستوى ثقة 95 % .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



مثال (1) : تزعم شركة أن متوسط رواتب موظفيها يساوي 4000 دينار كويتي. إذا أخذت عينة من 25 موظفاً ، ووجد  
صفحة 179 أن متوسط رواتب العينة هو 3950 ديناراً كويتياً. فإذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع (ديناراً)  
 $\sigma = 125$ . وضح كيفية إجراء الاختبار الاحصائي بمستوى ثقة 95%.

معلمة  
صفحة 160 من 165  
www.kuwaitteacher.com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤٢ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (1) : بيّنت الدراسة أن المتوسط الحسابي لقوة تحمل أسلاك معدنية هو  $\mu = 1800 \text{ kg}$  مع انحراف معياري صفحة 179  $\sigma = 150 \text{ kg}$  ، ويؤكد الأخصائيون في المصنع المنتج لهذه الاسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل هذه الأسلاك، وتأكيداً على ذلك تمّ اختبار عينة من 40 سلكاً . فتبين أن متوسط قوة تحمل هذه الأسلاك يساوي  $1840 \text{ kg}$  . هل يمكن قبول مثل هذا الفرض بمستوى معنوية  $\alpha = 0.05$  .

معاينة الكومنت  
صفحة 161 من 165  
Kwail Teacher.Com  
إعداد الأستاذة: هجر العلي



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٤ /
الموضوع	.....		



مثال (2) : إذا كانت  $n = 80$  ،  $\bar{x} = 37.2$  ،  $S = 1.79$  ،  
صفحة 180  
اختبر الفرض بأن  $\mu = 37$  ، عند مستوى معنوية  $\alpha = 0.05$  .

معلمة في الكويت  
صفحة 180  
KuwaitTeacher.Com



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢ع /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (2) : متوسط العمر بالساعات لعينة من 100 مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع  $\bar{x} = 1570$  صفحة 180

بانحراف معياري  $S = 120$  . يقول صاحب المصنع إن متوسط العمر بالساعات  $\mu = 1600$  للمصابيح المصنعة في المصنع. اختبر صحة الفرض  $\mu = 1600$  مقابل الفرض  $\mu \neq 1600$  وباختيار مستوى معنوية  $\alpha = 0.05$  .

معلمة  
صفوة  
كويت  
KuwaitTeacher.Com





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022م		12ع /
الموضوع	.....		



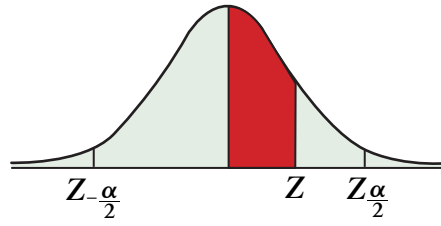
مثال (3)

صفحة 181

يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي 290 ديناراً كويتياً. فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 منازل تبين أن متوسطها الحسابي (ديناراً)  $\bar{x} = 283$  وانحرافها المعياري (ديناراً)  $S = 32$ . فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه؟ استخدم مستوى ثقة 95% .

معلمة  
صفوة الكويت  
Kwait Teacher.Com

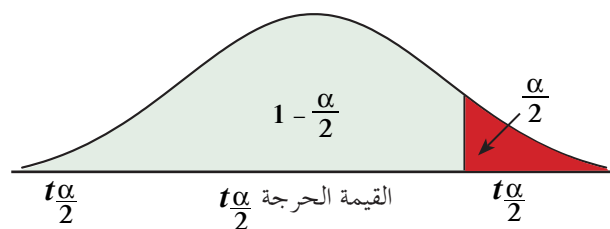




جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10	0.4999									
وأكثر										

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09



جدول التوزيع $t$						
$\frac{\alpha}{2}$						
درجات الحرية ( $n - 1$ )	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675