الرياضيات

الصف الحادي عشر علمي

العام الدراسي ٢٠٢٢/ ٢٠٢٣م

الفصل الدراسي الاول

الوحدة الاولي (الاعداد الحقيقية)

إعداد

أ/وليد دخيل صابر

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

المحتوي

الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية

م	البند	ملاحظات
١	1 – 1 الجذور والتعبيرات الجذرية	
٢	1 – 2 الأسس النسبية	
٣	1 – 3 حل المعادلات	

خطة الدراسة

م	اليوم	التاريخ	البند	ملاحظات
١	السبت			
٢	الاحد			
٣	الاثنين			
٤	الثلاثاء			
٥	الاربعاء			
٦	الخميس			
٧	الجمعة			

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

معلم صفوة الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

1 أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة:

a -27 b 64 c -0.008 d $\frac{343}{216}$

الحل.....

(a) -27

$$\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$$

27 | 3
9 | 3
3 | 3
1

$3 \times 3 \times 3$

(b) 64

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{(2^2)^3} = 2^2 = 4$$

64 | 2
32 | 2
16 | 2
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

(c) -0.008 (صورة عشرية تحول إلى صورة كسرية)

$$\sqrt[3]{-0.008} = \sqrt[3]{\frac{-8}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{(-2)^3}{10^3}}$$

$$= \frac{-2}{10} = -0.2$$

8 | 2
4 | 2
2 | 2
1

$2 \times 2 \times 2$

1000 | 10
100 | 10
10 | 10
1

$10 \times 10 \times 10$

(d) $\frac{343}{216}$

$$= \sqrt[3]{\frac{343}{216}} = \sqrt[3]{\frac{7^3}{2^3 \times 3^3}} = \frac{7}{2 \times 3}$$

$$= \frac{7}{6}$$

343 | 7
49 | 7
7 | 7
1

$7 \times 7 \times 7$

216 | 2
108 | 2
54 | 2
27 | 3
9 | 3
3 | 3
1

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

معلمة الكويت
Kuwaitteacher.Com

حاول أن تحل

2 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية حيث x، y عددان حقيقيان:

a $\sqrt{9x^2y^4}$ b $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2$ c $\sqrt{x^8y^6}$

الحل.....

(a) $\sqrt{9x^2y^4}$

$= \sqrt{3^2 x^2 (y)^2}^2 = |3xy^2| = \begin{cases} 3xy^2 & ; x \geq 0 \\ -3xy^2 & ; x < 0 \end{cases}$

(b) $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2$

$= \sqrt[3]{(-3)^3 (x^2)^3} + 3x^2 = -3x^2 + 3x^2 = 0$

(c) $\sqrt{x^8y^6}$

$= \sqrt{(x^4)^2 (y^3)^2} = |x^4y^3| = \begin{cases} x^4y^3 & ; y \geq 0 \\ -x^4y^3 & ; y < 0 \end{cases}$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

4 أوجد الناتج في أبسط صورة:

a $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

الحل.....

$= 4\sqrt[3]{2^3} + 2\sqrt[3]{4^3 \times 2}$

$= 4 \times 2 + 2 \times 4\sqrt[3]{2}$

$= 8 + 8\sqrt[3]{2}$

8	2
4	2
2	2
1	

3 ← 2

$8 = 2^3$

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

4 ← 2 ، 2 ، 2 ، 2

3

$128 = 4^3 \times 2$

b $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$

الحل.....

$= 2\sqrt{5^2 \times 3} - \sqrt{4^2 \times 3}$

$= 2 \times 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

$= 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}$

75	5
15	5
3	3
1	

2

5

$75 = 5^2 \times 3$

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

4 ← 2 ، 2

4 ← 2 ، 2

2

$48 = 4^2 \times 3$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$

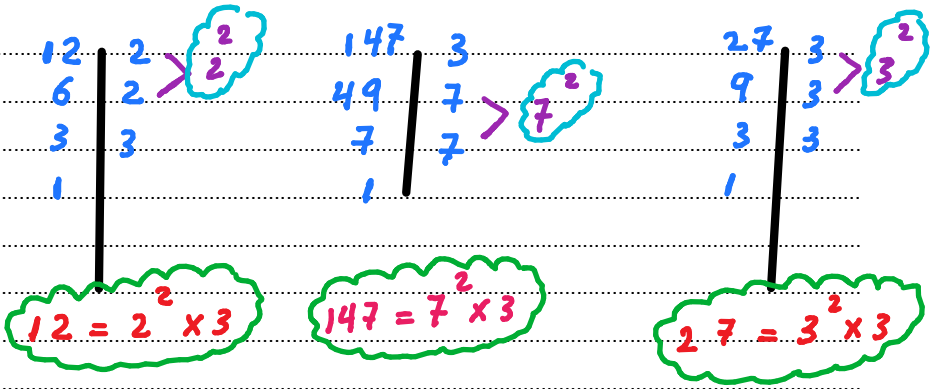
.....الحل

$=\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{7^2\times3}-\sqrt{3^2\times3}$

$=2\sqrt{3}+7\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=9\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}$



d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

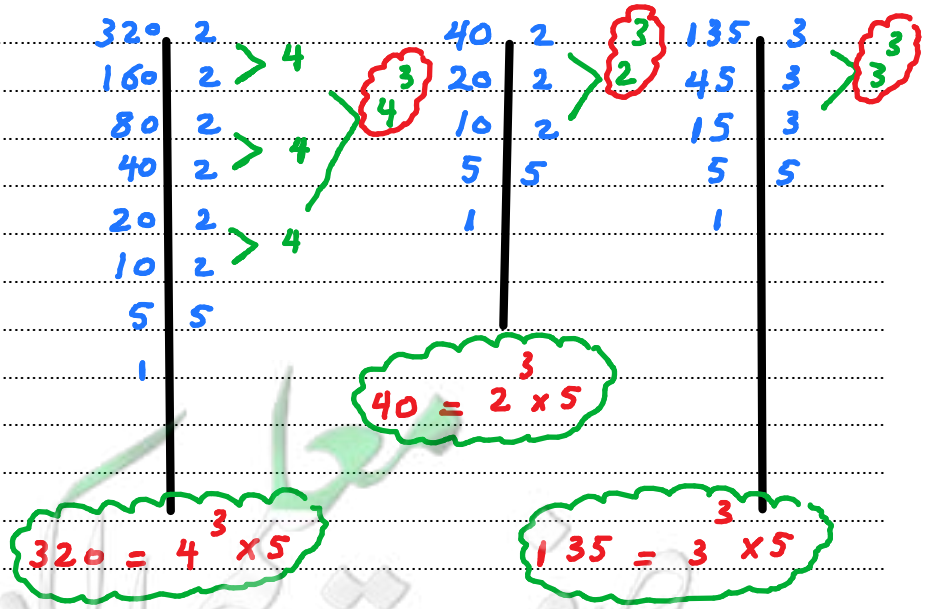
.....الحل

$=\sqrt[3]{4^3\times5}+\sqrt[3]{2^3\times5}-\sqrt[3]{3^3\times5}$

$=4\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}$

$=6\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}$

$=3\sqrt[3]{5}$



KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

5 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{50x^4}$

b $\sqrt[3]{18x^3}$

الحل.....

(a) $\sqrt{50x^4}$

50	2
25	5
5	5
1	

5^2

$50 = 5^2 \times 2$

$= \sqrt{(5)^2(2)(x^2)^2} = |5x^2|\sqrt{2}|$

$= |5|\sqrt{2}x^2| = 5\sqrt{2}x^2$ (لأن x موجب $\therefore$ لا يحتاج شروط)

(b) $\sqrt[3]{18x^3}$

$= \sqrt[3]{18x^{-3}} = x^{-3}\sqrt[3]{18}$

معلم الكويت
صفوة الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

6 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$, $x \geq 0$

b $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

الحل....

(a) $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$

$= 2 \times 3\sqrt{7x^3 \cdot x^3y^2} = 6\sqrt{7x^6y^2} = 6\sqrt{7(x^3)^2y^2}$

لـ ليس في أبسط صورة

$= 6|x^3y|\sqrt{7} = 6\sqrt{7}x^3y$ at $x \geq 0$

(b) $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

$= 4 \times 3\sqrt[3]{x^4y \cdot x^2y} = 12\sqrt[3]{x^6y^2}$

لـ ليس في أبسط صورة (لأس أكبر من الدليل)

في أبسط صورة

$= 12\sqrt[3]{(x^2)^3y^2} = 12x^2\sqrt[3]{y^2}$

معلمة الكويت
Kuwaitteacher.Com

حاول أن تحل

7 أوجد ناتج كل من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}}$ **b** $\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$, $x > 0$ **c** $\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}$, $x \neq 0$

الحل....

(a) $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{243}{27}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

(b) $\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}} = \sqrt{\frac{12x^4}{3x}}$ [في حالة قسمة جذور تربيعية نطرح الأسس]

$= \sqrt{4x^3} = \sqrt{2^2 x^2 . x} = |2x|\sqrt{x} = 2x\sqrt{x}$ لأن $x > 0$

لم نبسط أكثر من هذه الصورة

(c) $\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}} = \sqrt[3]{\frac{128x^{15}}{2x^2}}$ [في حالة قسمة جذور تكعيبية نطرح الأسس]

$= \sqrt[3]{64x^{13}} = \sqrt[3]{64x^{12} . x}$ $\quad \frac{x^{15}}{x^2} = x^{15-2} = x^{13}$

لم نبسط أكثر من هذه الصورة

$= \sqrt[3]{4^3 (x^4)^3 x}$

$= 4x^4 \sqrt[3]{x}$

معلم الكويت
صفوة الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

8 أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

a $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

الحل.....

$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$

b $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

الحل.....

$= \frac{(3-\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})} \times \frac{(2+\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})}$

الطرفين — الوسطين

$= \frac{(3-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$

$= \frac{3\times2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}\times\sqrt{2}}{2\times2 - \sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$= \frac{6+\sqrt{2}-2}{4-2} = \frac{4+\sqrt{2}}{2}$

الوسطين	$-2\sqrt{2}$
الطرفين	$+3\sqrt{2}$
المجموع	$+\sqrt{2}$

تذكر

الأول × الأول | مجموع الوسطين والطرفين | الثاني × الثاني +

KuwaitTeacher.Com

c $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$

الحل.....

$= \frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} \times \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{7}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

الجذور والتعبيرات الجذرية

(1) باستخدام قوانين الجذور أوجد إن أمكن:

(a) $\sqrt{400}$

الحل.....

$= \sqrt{2^4 \times 5^2} = \sqrt{(2^2)^2 \times 5^2} = 2^2 \times 5 = 4 \times 5 = 20$

حذف

400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$400 = 2^4 \times 5^2$

$\sqrt{(20)^2} = 20$

(b) $\sqrt{1600}$

الحل.....

$\sqrt{2^6 \times 5^2} = \sqrt{(2^3)^2 \times 5^2}$

$= 2^3 \times 5 = 8 \times 5 = 40$

$1600 = 2^6 \times 5^2$

حذف

1600	2
800	2
400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$2^6 > 5^2$

$= \sqrt{(40)^2} = 40$

(c) $\sqrt{10^4}$

الحل.....

$= \sqrt{(10^2)^2} = 10^2 = 100$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(d) $\sqrt{0.01}$

الحل.....

ملاحظة: نكتب 0.01 بالصورة الكسرية بدلاً من الصورة العشرية

$$\therefore \sqrt{0.01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \sqrt{\frac{1^2}{10^2}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

(e) $\sqrt{0.25}$

الحل.....

ملاحظة: نكتب 0.25 بالصورة الكسرية بدلاً من الصورة العشرية

$$\therefore \sqrt{0.25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \sqrt{\frac{5^2}{10^2}} = \frac{5}{10} = 0.5$$

(f) $\sqrt{0.0064}$

الحل.....

ملاحظة: نكتب 0.0064 بالصورة الكسرية بدلاً من الصورة العشرية

$$\therefore \sqrt{0.0064} = \sqrt{\frac{64}{10000}}$$

$$= \sqrt{\frac{2^6}{10^4}} = \sqrt{\frac{(2^3)^2}{(10^2)^2}}$$

$$= \frac{2^3}{10^2} = \frac{8}{100} = 0.08$$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$64 = 2^6$

10000	10
1000	10
100	10
10	10
1	

$1000 = 10^4$

KuwaitTeacher.Com

(g) $\sqrt{\frac{-16}{49}}$

الحل.....

$\sqrt{\frac{-16}{49}} \notin R$ لا يوجد

(h) $\sqrt{\frac{2}{50}}$

الحل.....

$= \sqrt{\frac{2}{50}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{1^2}{5^2}} = \frac{1}{5}$

(i) $\sqrt{\frac{12}{147}}$

الحل.....

$\sqrt{\frac{12}{147}} = \sqrt{\frac{4}{49}} = \sqrt{\frac{2^2}{7^2}} = \frac{2}{7}$

(j) $\sqrt{36 \times 25}$

الحل.....

$= \sqrt{6^2 \times 5^2} = 6 \times 5 = 30$

معلمة الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(k) $\sqrt{\frac{-1}{121}}$

الحل .....

$\sqrt{\frac{-1}{121}} \notin R$ لا يوجد

(l) $\sqrt{75 \times 300}$

الحل .....

$= \sqrt{5^2 \times 3 \times 2^2 \times 5^2 \times 3}$

$= \sqrt{5^2 \times 3^2 \times 2^2 \times 5^2}$

$= 5 \times 3 \times 2 \times 5 = 150$

75	3
25	5
5	5
1	

$75 = 5^2 \times 3$

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

$300 = 2^2 \times 5^2 \times 3$

(2) باستخدام قوانين الجذور أوجد:

(a) $\sqrt[3]{27}$

الحل .....

$= \sqrt[3]{3^3} = 3$

27	3
9	3
3	3
1	

3^3

(b) $\sqrt[3]{1000}$

الحل .....

$= \sqrt[3]{10^3} = 10$

1000	10
100	10
10	10
1	

10^3

معلمة الكويت
Kuwaitteacher.Com

(c) $\sqrt[3]{-64}$

.....الحل

$= \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$

(d) $\sqrt[3]{0.125}$

.....الحل

$= \sqrt[3]{\frac{125}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{5^3}{10^3}} = \frac{5}{10} = 0.5$

(e) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

.....الحل

$= \sqrt[3]{\frac{2^3}{5^3}} = \frac{2}{5}$

(f) $\sqrt[3]{216 \times 343}$

.....الحل

$= \sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 7^3}$

$= 2 \times 3 \times 7 = 42$

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$216 = 2^3 \times 3^3$

343	7
49	7
7	7
1	

$343 = 7^3$

صفوف الكويت
KuwaitTeacher.Com

(g) $\sqrt[3]{-\frac{375}{24}}$

الحل.....

$$\sqrt[3]{-\frac{375}{24}} = \sqrt[3]{-\frac{125}{8}} = \sqrt[3]{\frac{(-5)^3}{(2)^3}} = \frac{-5}{2}$$

(h) $\sqrt[3]{0}$

الحل.....

$$\sqrt[3]{0} = \sqrt[3]{(0)^3} = 0$$

(3) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية مستخدمًا قوانين الجذور:

(a) $\sqrt{16x^2}$

ليس من ضمن المطلوب

الحل.....

$$= \sqrt{4^2x^2} = |4x| = \begin{cases} 4x & ; x \geq 0 \\ -4x & ; x < 0 \end{cases}$$

معلمي الكويت
Kuwaitteacher.Com

(b) $\sqrt{0.25x^6}$

الحل.....

$$\sqrt{0.25x^6} = \sqrt{\frac{25}{100}x^6} = \sqrt{\frac{5^2}{10^2}(x^3)^2}$$

$$= \left|\frac{5}{10}x^3\right| = |0.5x^3| = \begin{cases} 0.5x^3 & ; x \geq 0 \\ -0.5x^3 & ; x < 0 \end{cases}$$

(c) $\sqrt{x^8y^{18}}$

الحل.....

$$\sqrt{x^8y^{18}} = \sqrt{(x^4)^2(y^9)^2} = |x^4y^9| = \begin{cases} x^4y^9 & ; y \geq 0 \\ -x^4y^9 & ; y < 0 \end{cases}$$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(d) $\sqrt{8x^3}$, $x \geq 0$ ← التعريف المجهز من المطلعه

الحل.....

$\sqrt{8x^3} = \sqrt{2^2 \times 2\ (x^2 \cdot x)} = |2x\sqrt{2x}|$

$= 2x\sqrt{2x}$

(e) $\sqrt{\frac{x^3y^5}{25x}}$, $y \geq 0, x > 0$ ← التعريف المجهز من المطلعه

الحل.....

أنتبه : في حالة قسمة الأساسات المتشابهة نطرح الأسس .

$\therefore \sqrt{\frac{x^3y^5}{25x}} = \sqrt{\frac{x^2y^5}{25}}$ ← ليس من أبسط صورة

$y^5 = y^4 \cdot y = (y^2)^2 \cdot y$

$= \sqrt{\frac{x^2 (y^2)^2 y}{5^2}} = \left| \frac{xy^2\sqrt{y}}{5} \right|$

$= \frac{1}{5} xy^2\sqrt{y}$ عندما ← $y \geq 0$, $x > 0$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

التمرين

(f) $5\sqrt{216x^2}+23\sqrt{64x^4}, x>0$

الحل.....

$64x^4 = 8^2(x^2)^2$

$= 5\sqrt{216x^2 + 23\sqrt{8^2(x^2)^2}}$

$= 5\sqrt{216x^2 + 23(8x^2)}$

$= 5\sqrt{216x^2 + 184x^2}$

$= 5\sqrt{400x^2}$

$= 5\sqrt{(20)^2x^2}$ $= 5|20x| = 5(20x) = 100x$

(g) $\sqrt[3]{-125y^6}$

الحل.....

$= \sqrt[3]{(-5)^3(y^2)^3}$ $= -5y^2$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(h) $\sqrt[3]{81x^2}$

.....الحل

$= \sqrt[3]{3^3 \times 3\, x^2} = 3\sqrt[3]{3x^2}$

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$81 = 3^3 \times 3$

(i) $\sqrt[3]{-250x^6y^5}$

.....الحل

$= \sqrt[3]{(-5)^3 \times 2\, (x^2)^3 \cdot y^3 \cdot y^2}$

$= -5x^2y\sqrt[3]{2y^2}$

250	2
125	5
25	5
5	5
1	

$250 = 5^3 \times 2$

$y^5 = y^3 \cdot y^2$

$x^6 = (x^2)^3$

(j) $\sqrt[3]{49x^2} \times \sqrt[3]{56xy^3}$

.....الحل

$= \sqrt[3]{49x^2 \cdot 56xy^3}$

$= \sqrt[3]{7^2 x^3 \cdot 7 \times 2^3 y^3}$

$= \sqrt[3]{7^3 \times 2^3 x^3 y^3}$

$= 7 \times 2xy = 14xy$

$56 = 7 \times 8 = 7 \times 2^3$

$49 = 7^2$

في حالة ضرب الاساسات المتشابهة نجمع الاسس

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(k) $\sqrt[3]{256u^5v} \div \sqrt[3]{4u^2v^{10}}, u \neq 0, v \neq 0$

* في حالة قسمة الجذور المتشابهة نطرح الأسس. ..... الحل

$$= \frac{\sqrt[3]{256u^5v}}{\sqrt[3]{4u^2v^{10}}} = \sqrt[3]{\frac{256u^5v}{4u^2v^{10}}} = \sqrt[3]{64u^3v^{-9}}$$

$$\frac{v}{v^{10}} = v^{1-10} = v^{-9}$$

$$= \sqrt[3]{4^3u^3(v^{-3})^3} = 4uv^{-3} = \frac{4u}{v^3}$$

(4) بسّط كلًّا من التعبيرات التالية مستخدمًا قوانين الجذور:

(a) $\sqrt{5} \times \sqrt{40}$ ..... الحل

$$= \sqrt{5 \times 40} = \sqrt{200}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 2} = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

200 | 2 > 2^2
100 | 2
50 | 2
25 | 5
5 | 5 > 5^2
1

(b) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{80}$ ..... الحل

$$= \sqrt[3]{4 \times 80} = \sqrt[3]{320} = \sqrt[3]{2^6 \times 5}$$

$$= \sqrt[3]{(2^2)^3 \times 5} = 2^2\sqrt[3]{5} = 4\sqrt[3]{5}$$

320 | 2
160 | 2
80 | 2
40 | 2
20 | 2
10 | 2
5 | 5
1

2^6

$320 = 2^6 \times 5$

معلم الكويت KuwaitTeacher.Com

(c) $\frac{\sqrt[3]{640}}{\sqrt[3]{270}}$

الحل.....

$= \sqrt[3]{\frac{640}{270}} = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \sqrt[3]{\frac{4^3}{3^3}} = \frac{4}{3}$

(d) $\sqrt{5} \times (\sqrt{5} + \sqrt{15})$

الحل.....

$= \sqrt{5} \times \sqrt{5} + \sqrt{5} \times \sqrt{15}$

$= 5 + \sqrt{5 \times 15}$

$= 5 + \sqrt{75}$

$= 5 + \sqrt{5^2 \times 3} = 5 + 5\sqrt{3} = 5(1 + \sqrt{3})$

75 | 5
25 | 5
5 | 5
1

$75 = 5^2 \times 3$

(e) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

الطرفين

الوسطين

الحل.....

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{6} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$

$-\sqrt{6}$	الوسطين
$-\sqrt{6}$	الطرفين
$-2\sqrt{6}$	المجموع

الاول × الاول + المجموع + الثاني × الثاني

(f) $\sqrt{2}\times(\sqrt{50}+7)$

الحل.....

$= \sqrt{2}\times\sqrt{50} + \sqrt{2}\times 7$

$= \sqrt{2\times 50} + 7\sqrt{2}$

$= \sqrt{100} + 7\sqrt{2}$

$= 10 + 7\sqrt{2}$

(g) $(5+2\sqrt{11})^2$

الطرفين

الوسطين

الحل.....

$(5+2\sqrt{11})^2 = (5+2\sqrt{11})(5+2\sqrt{11})$

$= 5\times 5 + 20\sqrt{11} + 2\sqrt{11}\times 2\sqrt{11}$

$= 25 + 20\sqrt{11} + 44$

$= 69 + 20\sqrt{11}$

الوسطين	$+10\sqrt{11}$
الطرفين	$+10\sqrt{11}$
المجموع	$+20\sqrt{11}$

(h) $\dfrac{\sqrt{3.6\times 10^8}}{\sqrt{4\times 10^3}}$

الحل.....

$\dfrac{\sqrt{3.6\times 10^8}}{\sqrt{4\times 10^3}} = \sqrt{\dfrac{3.6\times 10^8}{4\times 10^3}} = \sqrt{0.9\times 10^5} = \sqrt{\dfrac{9}{10}\times 10^5}$

$= \sqrt{9\times 10^4} = \sqrt{3^2\times(10^2)^2} = 3\times 10^2 = 300$

KuwaitTeacher.Com

(i) $3\sqrt[3]{16}-4\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{128}$

.....الحل

$=3\sqrt[3]{2^3\times 2}-4\sqrt[3]{3^3\times 2}+\sqrt[3]{4^3\times 2}$

$=3\times 2\sqrt[3]{2}-4\times 3\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}$

$=6\sqrt[3]{2}-12\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}$

$=10\sqrt[3]{2}-12\sqrt[3]{2}$

$=-2\sqrt[3]{2}$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$16=2^3\times 2$

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$54=3^3\times 2$

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$128=4^3\times 2$

(j) $\sqrt{75}-4\sqrt{18}+2\sqrt{32}$

.....الحل

$=\sqrt{5^2\times 5}-4\sqrt{3^2\times 2}+2\sqrt{4^2\times 2}$

$=5\sqrt{3}-4\times 3\sqrt{2}+2\times 4\sqrt{2}$

$=5\sqrt{3}-12\sqrt{2}+8\sqrt{2}$

$=5\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

75	3
25	5
5	5
1	

$75=5^2\times 3$

18	2
9	3
3	3
1	

$18=3^2\times 2$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$32=4^2\times 2$

KuwaitTeacher.Com

(k) $4\sqrt[3]{81} - 3\sqrt[3]{54}$

.....الحل

$= 4\sqrt[3]{3^3 \times 3} - 3\sqrt[3]{3^3 \times 2}$

$= 4 \times 3\sqrt[3]{3} - 3 \times 3\sqrt[3]{2}$

$= 12\sqrt[3]{3} - 9\sqrt[3]{2}$

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$81 = 3^3 \times 3$

54	2
27	3
9	3
3	3

$54 = 3^3 \times 2$

(l) $\sqrt[3]{-18} \times \sqrt[3]{-12}$

.....الحل

$= \sqrt[3]{-18 \times -12} = \sqrt[3]{216}$

$= \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = 2 \times 3 = 6$

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$216 = 2^3 \times 3^3$

(m) $(2\sqrt{7}+1)^2 - (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$

مربع الأول + ٢ × الأول × الثاني + مربع الثاني

.....الحل

$= (2\sqrt{7})^2 + 2 \times 2\sqrt{7} \times 1 + (1)^2 - (\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 1 \times 1)$

$= 28 + 4\sqrt{7} + 1 - (3 - 1)$

$= 29 + 4\sqrt{7} - (2)$

$= 27 + 4\sqrt{7}$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(5) حديقة مستطيلة الشكل طولها $5\sqrt{21}$ m وعرضها $2\sqrt{7}$ m

(a) أوجد محيط الحديقة.

(b) أوجد مساحة الحديقة.

الحل.....

الطول $5\sqrt{21}$ m

مستطيل

العرض $2\sqrt{7}$ m

محيط الحديقة = 2 (الطول + العرض)

$= 2\left(5\sqrt{21} + 2\sqrt{7}\right)$

$= \left(10\sqrt{21} + 4\sqrt{7}\right)$ m

مساحة الحديقة = الطول × العرض

$= 5\sqrt{21} \times 2\sqrt{7} = 10\sqrt{21\times7} = 10\sqrt{7\times3\times7}$

$= 10\sqrt{7^2\times3} = 10\times7\sqrt{3} = 70\sqrt{3}$ m

(6) اكتب كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا.

(a) $\sqrt{\frac{21}{4}} \times \sqrt{\frac{7}{27}}$

الحل.....

$= \sqrt{\frac{21}{4} \times \frac{7}{27}} = \sqrt{\frac{49}{36}}$

$\frac{21}{27} = \frac{7}{9}$

$= \sqrt{\frac{7^2}{6^2}} = \frac{7}{6}$

معلم الكويت
Kuwaitteacher.Com

المرافق

(b) $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$

$= \frac{3}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$ ....الحل

$\sqrt[3]{2} \xrightarrow{\text{المرافق}} \sqrt[3]{2^2}$ والعكس

(c) $\frac{4}{3\sqrt{3}-2}$

....الحل

$= \frac{4}{(3\sqrt{3}-2)} \times \frac{(3\sqrt{3}+2)}{(3\sqrt{3}+2)}$

$= \frac{4(3\sqrt{3}+2)}{(3\sqrt{3}-2)(3\sqrt{3}+2)} = \frac{4(3\sqrt{3}+2)}{3\sqrt{3}\times 3\sqrt{3} - 2\times 2} = \frac{4(3\sqrt{3}+2)}{27-4}$

$= \frac{12\sqrt{3}+8}{23}$

(d) $\frac{3+\sqrt{8}}{2-2\sqrt{8}}$

....الحل

$= \frac{(3+\sqrt{8})}{(2-2\sqrt{8})} \times \frac{(2+2\sqrt{8})}{(2+2\sqrt{8})} = \frac{(3+\sqrt{8})(2+2\sqrt{8})}{(2-2\sqrt{8})(2+2\sqrt{8})}$

الطرفين، الوسطين

$= \frac{3\times 2 + 2\sqrt{8} + 6\sqrt{8} + \sqrt{8}\times 2\sqrt{8}}{2\times 2 - 2\sqrt{8}\times 2\sqrt{8}} = \frac{6+8\sqrt{8}+16}{4-32}$

$= \frac{22+8\sqrt{8}}{-28} = \frac{22+16\sqrt{2}}{-28} = \frac{2(11+8\sqrt{2})}{-28}$

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$= \frac{11+8\sqrt{2}}{-14} = \frac{-11-8\sqrt{2}}{14}$

Kuwaitteacher.com

(e) $\frac{5+\sqrt{5}}{4-3\sqrt{5}}$

الحل .....

$$= \frac{(5+\sqrt{5})}{(4-3\sqrt{5})} \times \frac{(4+3\sqrt{5})}{(4+3\sqrt{5})} = \frac{(5+\sqrt{5})(4+3\sqrt{5})}{(4-3\sqrt{5})(4+3\sqrt{5})}$$

$$= \frac{4\times5 + 4\sqrt{5} + 15\sqrt{5} + \sqrt{5}\times3\sqrt{5}}{4\times4 - 3\sqrt{5}\times3\sqrt{5}}$$

$$= \frac{20 + 19\sqrt{5} + 15}{16 - 45} = \frac{35 + 19\sqrt{5}}{-29}$$

$$= \frac{-35 - 19\sqrt{5}}{29}$$

(7) أوجد قيمة التعبير: $x^2 - 6$، إذا كان $x = \frac{4}{\sqrt{5}-1}$

الحل .....

$$\therefore x = \frac{4}{\sqrt{5}-1} = \frac{4}{(\sqrt{5}-1)} \times \frac{(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}+1)} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$$

$$= \frac{4(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5}\times\sqrt{5} - 1\times1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4} = \sqrt{5}+1$$

قيمة التعبير $= x^2 - 6 = (\sqrt{5}+1)^2 - 6$

$$= (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\times1 + (1)^2 - 6$$

$$= 5 + 2\sqrt{5} + 1 - 6 = 2\sqrt{5}$$

KuwaitTeacher.Com

(8) أوجد قيمة التعبير: x^2-x+1، إذا كان $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

مربع الأول + ٢×الأول×الثاني + مربع الثاني

الحل.....

قيمة التعبير $= x^2-x+1 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)+1$

$= \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)+1$

$= \frac{6+2\sqrt{5}}{4}-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)+1$ $\quad \frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$= \frac{6+2\sqrt{5}}{4}-2\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)+\frac{4}{4}$ $\quad \frac{4}{4}=1$

بتوحيد المقامات

$= \frac{6+2\sqrt{5}-2(1+\sqrt{5})+4}{4}$

$= \frac{6+2\sqrt{5}-2-2\sqrt{5}+4}{4} = \frac{8}{4} = 2$

معلمي الكويت
صفوف الكويت
KuwaitTeacher.Com

(9) اكتب كلًا من التعبيرين التاليين على الصورة $a+b\sqrt{2}\ ,\ a,b\in\mathbb{Z}$

$E=5+6\sqrt{2}(3\sqrt{2}+4)$ $\qquad$ $F=(7\sqrt{2}-4)^2$

مربع الأول + ٢ × الأول × الثاني + مربع الثاني الحل.....

* $E = 5 + 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} \times 4$

$= 5 + 18 \times 2 + 24\sqrt{2}$

$= 5 + 36 + 24\sqrt{2}$

$= 41 + 24\sqrt{2}$

* $F = (7\sqrt{2} - 4)^2$

$= (7\sqrt{2})^2 + 2 \times 7\sqrt{2} \times -4 + (-4)^2$

$= 98 - 56\sqrt{2} + 16$

$= 114 - 56\sqrt{2}$

a $\quad$ $b\sqrt{2}$

معلمتي الكويت
Kuwaitteacher.Com

(10) الحساب الذهني. بسّط: $\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}}}}$

$\sqrt{4}$

$\sqrt{7+2}$

$\sqrt{9}$

$\sqrt{13+3}$

$\sqrt{16}$

$\sqrt{21+4}$

$\sqrt{25}$

$\sqrt{11+5}$

$\sqrt{16}$

$\sqrt{5+4}$

$\sqrt{9}$

$\sqrt{1+3}$

$= \sqrt{4}$

$= 2$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

الموضوعي

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$ (a) (b)

السبب:

الطرف الأيسر $= \sqrt[3]{(-4)^3 x^3} + 4x = -4x + 4x = 0 =$ الطرف الأيمن

(2) $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ (a) (b)

السبب:

بالحاسبة $= \frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} = 4 \in \mathbb{Z}$ (الأعداد الصحيحة)

(3) $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$ (a) (b)

السبب:

بالحاسبة $= (3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(4) $\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{5}$ (a)

السبب:

$\sqrt[3]{2}$ ، $\sqrt[3]{3}$ جذران غير متشابهة

رغم أنهما تحت الدليل

ولكن المجذور مختلف في كلٍّ منهما

(5) $|m|\times\sqrt{m^2}=m^2,\ \forall m\in\mathbb{R}$ (b)

السبب:

الطرف الأيسر $= |m|\times|m| = (|m|)^2 = m^2$

تذكر

$\sqrt{x^2} = |x|$

في التمارين (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216}$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

السبب:

ليس في أبسط صورة

أنه لا تكوين لمقام جذراً

لا تكوين المجذور كسراً

$\sqrt[3]{3^2}$

في أبسط صورة لأن أس أقل من دليل الجذر

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(7) لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلًّا من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

السبب:

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{2^2}}$$

المرافق لـ $\sqrt[3]{2^2}$ هو $\sqrt[3]{2}$

أنتبه المرافق $\sqrt[3]{2^2}$ $\sqrt[3]{2}$

(8) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي:

(a) $2-\sqrt{3}$ ≈ 0.3 (b) $2+\sqrt{3}$ ≈ 3.7 (c) $3-\sqrt{2}$ ≈ 1.6 (d) $3+\sqrt{2}$ ≈ 4.4

بالتجربة

السبب:

$\sqrt{7+4\sqrt{3}} \approx 3.7$

حل ثاني

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}$$

صفوة المعلمين الكويت
KuwaitTeacher.Com

(9) إذا كان $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ فإن:

(a) $\varphi^2 + \varphi = 1$ (b) $\varphi^2 = \varphi + 1$ (c) $\varphi + \varphi^2 + 1 = 0$ (d) $\varphi^2 + 1 = \varphi$

السبب:

(a) $\phi^2 + \phi = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) = 2+\sqrt{5} \neq 1$ بالي سبة

✓✓ (b) $\phi^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ * $\phi + 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \phi^2 = \phi + 1$

(c) $\phi + \phi^2 + 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1 = 2+\sqrt{5} \neq 0$

(d) $\phi^2 + 1 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \neq \phi\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

(10) إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x} \cdot |x|$ يساوي:

(a) -1 (b) $-x$ (c) 1 (d) x

السبب:

$\because x \in R^-$

$\therefore \frac{1}{x} \cdot |x| = \frac{1}{x} \cdot -x = -1$

$|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

معلمة الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

1 بسّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $64^{\frac{1}{3}}$ b $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$ c $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$

الحل

(a) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

(b) $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}}) = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

(c) $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}}) = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

حاول أن تحل

2 اكتب العدد $64^{\frac{4}{3}}$ بالصورة الجذرية.

الحل

البسط للجذور

والمقام قوة

$64^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{64^4}$

معلمتي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من:

1 $(\sqrt[5]{y})^2$ 2 $\sqrt{b^3}$, $\forall b \geq 0$

الحل

(1) $(\sqrt[5]{y})^2 = (y^{\frac{1}{5}})^2 = y^{\frac{2}{5}}$

(2) $\sqrt{b^3} = b^{\frac{3}{2}}$

حاول أن تحل

3 a اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من:

1 $x^{0.4}$ 2 $y^{\frac{3}{8}}$, $\forall y \geq 0$

الحل

(1) $x^{0.4} = x^{\frac{4}{10}} = x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2}$

(2) $y^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{y^3}$

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من:

1 $\sqrt[3]{x^2}$ 2 $(\sqrt{y})^3$, $\forall y \geq 0$

الحل

(1) $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$

(2) $(\sqrt{y})^3 = (y^{\frac{1}{2}})^3 = y^{\frac{3}{2}}$

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

5 بسّط كلًّا من الأعداد التالية مستخدمًا قوانين الأسس:

a $25^{-\frac{3}{2}}$ b $(-32)^{\frac{4}{5}}$ c $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}$, $x \geq 0$, $y > 0$

الحل

(a) $25^{\frac{-3}{2}} = (5^2)^{\frac{-3}{2}} = 5^{2 \times \frac{-3}{2}} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

(b) $(-32)^{\frac{4}{5}} = ((-2)^5)^{\frac{4}{5}} = (-2)^{5 \times \frac{4}{5}} = (-2)^4 = 16$

(c) $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{4^2 x^{14}}{3^4 y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}$ [نوزع الأس على البسط والمقام]

$= \frac{4^{2 \times \frac{1}{2}} \cdot x^{14 \times \frac{1}{2}}}{3^{4 \times \frac{1}{2}} \cdot y^{18 \times \frac{1}{2}}} = \frac{4x^7}{3^2 y^9} = \frac{4x^7}{9y^9}$

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

6 بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27}$ b $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}}$ c $\sqrt{\sqrt[3]{729}}$ d $(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3})^{-12}$, $x, y \in \mathbb{Q}^+$

الحل

(a) $\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27} = \sqrt[5]{9 \times 27} = \sqrt[5]{3^2 \times 3^3} = \sqrt[5]{3^5} = 3$

(b) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{243}{3}} = \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^3 \times 3} = 3\sqrt[3]{3}$

(c) $\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[2\times3]{729} = \sqrt[6]{729}$

$= \sqrt[6]{3^6} = 3$

729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

(d) $(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3})^{-12}$

$= (\sqrt[4]{x \cdot y^3})^{-12} = ((xy^3)^{\frac{1}{4}})^{-12}$

$= (xy^3)^{\frac{1}{4} \times -12} = (xy^3)^{-3}$

$= \frac{1}{(xy^3)^3} = \frac{1}{x^3y^9}$

معلم الكويت
Kuwaitteacher.Com

(1) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن:

(a) $-\sqrt[4]{81}$ (b) $\sqrt[4]{-81}$ (c) $\sqrt[4]{36\times 108}$

الحل

(a) $-\sqrt[4]{81} = -\sqrt[4]{3^4} = -3$

(b) $\sqrt[4]{-81} \notin R$ لا يوجد

(c) $\sqrt[4]{36\times 108} = \sqrt[4]{2^2\times 3^3\times 2^2\times 3^2}$

$= \sqrt[4]{2^4\times 3^5} = \sqrt[4]{2^4\times 3^4\times 3}$

$= 2\times 3\sqrt[4]{3} = 6\sqrt[4]{3}$

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

(d) $\dfrac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}}$ (e) $\sqrt[5]{32y^{10}}$ (f) $\sqrt[5]{-x^{20}}$

الحل

(d) $\dfrac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}} = \sqrt[5]{\dfrac{256}{8}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

(e) $\sqrt[5]{32y^{10}} = \sqrt[5]{2^5(y^2)^5} = 2y^2$

(f) $\sqrt[5]{-x^{20}} = \sqrt[5]{(-1)^5(x^4)^5} = -x^4$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(g) $\sqrt[5]{0.01024}$ (h) $\sqrt[4]{81}+\sqrt[4]{729}$ (i) $\sqrt[4]{\frac{16x^{25}}{y^{12}}}: x, y > 0$

للتوضيح نقطة من الحلقة

الحل

(g) $\sqrt[5]{0.01024} = \sqrt[5]{\frac{1024}{100000}} = \sqrt[5]{\frac{2^{10}}{10^5}}$

$= \sqrt[5]{\frac{(2^2)^5}{10^5}} = \frac{2^2}{10} = \frac{4}{10} = 0.4$

1024 | 2
512 | 2
256 | 2
128 | 2
64 | 2
32 | 2
16 | 2
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1

(h) $\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{729}$

$= \sqrt[4]{3^4} + \sqrt[4]{3^6}$

$= 3 + \sqrt[4]{3^4 \times 3^2} = 3 + 3\sqrt[4]{9}$

$= 3 + 3\sqrt{3}$

729 | 3
243 | 3
81 | 3
27 | 3
9 | 3
3 | 3
1

(c) $\sqrt[4]{\frac{16x^{25}}{y^{12}}} = \sqrt[4]{\frac{16\,x^{24}\cdot x}{y^{12}}} = \sqrt[4]{\frac{2^4 (x^6)^4 \cdot x}{(y^3)^4}}$

$= \left|\frac{2x^6}{y^3}\right| \sqrt[4]{x} = \frac{2x^6}{y^3}\sqrt[4]{x}$ at $x, y > 0$

(2) اكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية:

(a) $x^{\frac{1}{6}}, x \geq 0$ (b) $x^{\frac{2}{7}}$ (c) $y^{-\frac{9}{8}}, y > 0$

الحل

(a) $x^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{x}$

(b) $x^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{x^2}$

(c) $y^{\frac{-9}{8}} = \frac{1}{y^{9/8}} = \frac{1}{\sqrt[8]{y^9}} = \frac{1}{\sqrt[8]{y^8 \cdot y}} = \frac{1}{y\sqrt[8]{y}}$

صفوة المعلمين
KuwaitTeacher.Com

(d) $x^{1.5}, x \geq 0$ (e) $x^{\frac{3}{4}}, x \geq 0$ (f) $7^{\frac{2}{3}}$

الحل

(d) $x^{1.5} = x^{\frac{15}{10}} = x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3}$

(e) $x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

(f) $7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{49}$

(g) $y^{3.2}$ (h) $x^{-\frac{2}{3}} : x \neq 0$

الحل

(g) $y^{3.2} = y^{\frac{32}{10}} = y^{\frac{16}{5}} = \sqrt[5]{y^{16}} = \sqrt[5]{y^{15} \cdot y} = \sqrt[5]{(y^3)^5 \cdot y}$

$= y^3 \sqrt[5]{y}$

(h) $x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{x^{2/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(3) بسّط كل عدد من الأعداد التالية (دون استخدام الآلة الحاسبة):

(a) $64^{\frac{2}{3}}$ (b) $(-32)^{-\frac{4}{5}}$ (c) $4^{1.5}$

الحل

(a) $64^{\frac{2}{3}} = (4^3)^{\frac{2}{3}} = 4^{3\times\frac{2}{3}} = 4^2 = 16$

(b) $(-32)^{-\frac{4}{5}} = ((-2)^5)^{-\frac{4}{5}} = (-2)^{5\times\frac{-4}{5}} = (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$

(c) $4^{1.5} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^{2\times\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$

(4) اكتب كل عدد بالصورة الأسية:

(a) $\sqrt{7x^3}$, $x \geq 0$ (b) $\sqrt{(7x)^3}$, $x \geqslant 0$ (c) $(\sqrt{7x})^3$, $x \geqslant 0$

الحل

(a) $\sqrt{7x^3} = (7x^3)^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}}$

(b) $\sqrt{(7x)^3} = ((7x)^3)^{\frac{1}{2}} = (7x)^{3\times\frac{1}{2}} = (7x)^{\frac{3}{2}} = 7^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}}$

(c) $(\sqrt{7x})^3 = ((7x)^{\frac{1}{2}})^3 = (7x)^{\frac{3}{2}} = 7^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}}$

صفوة المعلمين الكويتيين
KuwaitTeacher.Com

(d) $\sqrt[3]{(5xy)^6}$ (e) $\sqrt[4]{81x^3}$, $x \geq 0$ (f) $\sqrt{0.0049t^{52}}$

(g) $\sqrt[3]{(1024)^3}$

الحل

(d) $\sqrt[3]{(5xy)^6} = ((5xy)^6)^{\frac{1}{3}} = (5xy)^{6\times\frac{1}{3}} = (5xy)^2 = 25x^2y^2$

(e) $\sqrt[4]{81x^3} = (81x^3)^{\frac{1}{4}} = (3^4x^3)^{\frac{1}{4}} = 3^{4\times\frac{1}{4}} \cdot x^{3\times\frac{1}{4}}$

$= 3x^{\frac{3}{4}}$

(f) $\sqrt{0.0049t^{52}} = \sqrt{\frac{49}{10000}t^{52}} = \sqrt{\frac{7^2}{(100)^2}(t^{26})^2}$

$= \left|\frac{7}{100}t^{26}\right| = 0.07t^{26}$

(g) $\sqrt[5]{(1024)^3} = \sqrt[5]{(2^{10})^3} = \sqrt[5]{2^{30}} = (2)^{\frac{30}{5}} = 2^6$

$= 64$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(5) بسّط كلًا مما يلي (دون استخدام الآلة الحاسبة):

(a) $2\sqrt[4]{16^3}$ (b) $\sqrt[3]{(-27)^{-4}}$ (c) $\sqrt[5]{-243}$

الحل

(a) $2\sqrt[4]{16^3} = 2\sqrt[4]{(2^4)^3} = 2\sqrt[4]{(2^3)^4} = 2(2^3) = 16$

(b) $\sqrt[3]{(-27)^{-4}} = \sqrt[3]{((-3)^3)^{-4}} = \sqrt[3]{((-3)^{-4})^3} = (-3)^{-4}$

$= \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$

(c) $\sqrt[5]{-243}$

$= \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(d) $x^{\frac{2}{7}} \cdot x^{\frac{3}{14}}, x \geq 0$ (e) $x^{\frac{3}{5}} \div x^{\frac{1}{10}}, x > 0$ (f) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}}, x > 0, y > 0$

الحل

(d) $x^{\frac{2}{7}} \cdot x^{\frac{3}{14}} = x^{\frac{2}{7} + \frac{3}{14}} = x^{\frac{1}{2}}$ (بجمع الأسس)

(e) $x^{\frac{3}{5}} \div x^{\frac{1}{10}} = x^{\frac{3}{5} - \frac{1}{10}} = x^{\frac{1}{2}}$

(f) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}} = x^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{4} - (-\frac{1}{2})}$

$= x^{\frac{1}{6}} \cdot y^{\frac{1}{4}}$

معلم الكويت
Kuwaitteacher.Com

(g) $\dfrac{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{3}{4}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}}, x>0, y>0$ (h) $\left(\left(3^{\frac{3}{2}} x^{-\frac{1}{2}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}, x>0$ (i) $\left(\dfrac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}, t>0$

الحل

(g) $\dfrac{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{3}{4}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}-(-\frac{3}{4})} \cdot y^{-\frac{1}{3}-(-\frac{1}{2})} = x^{\frac{5}{4}} \cdot y^{\frac{1}{6}}$

(h) $\left(\left(3^{\frac{3}{2}} x^{-\frac{1}{2}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}} = \left(3^{\frac{3}{2}\times 2} \cdot x^{-\frac{1}{2}\times 2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$= \left(3^3 \cdot x^{-1}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{3\times\frac{1}{3}} \cdot x^{-1\times\frac{1}{3}} = 3x^{-\frac{1}{3}} = \dfrac{3}{x^{\frac{1}{3}}}$

$= \dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}$

(c) $\left(\dfrac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12} = \left(\dfrac{(9t)^{\frac{1}{2}}}{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-12}$

$= \dfrac{(9t)^{\frac{1}{2}\times -12}}{(27t^2)^{\frac{1}{3}\times -12}} = \dfrac{(9t)^{-6}}{(27t^2)^{-4}}$

$= \dfrac{(27t^2)^4}{(9t)^6} = \dfrac{(3^3 t^2)^4}{(3^2 t)^6} = \dfrac{3^{12} t^8}{3^{12} t^6}$

$= t^2$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(6) أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة:

(a) $\sqrt{\sqrt[3]{64x^6}}$ (b) $5^{\frac{2}{3}} \times 25^{-\frac{1}{3}}$ (c) $\frac{\sqrt[3]{8^2} \times \sqrt[4]{32}}{8\sqrt[8]{4}}$

الحل

(a) $\sqrt{\sqrt[3]{64x^6}} = \sqrt[6]{64x^6} = \sqrt[6]{2^6x^6} = |2x| = \begin{cases} 2x & ; x \geq 0 \\ -2x & ; x < 0 \end{cases}$

(b) $5^{\frac{2}{3}} \times 25^{-\frac{1}{3}} = 5^{\frac{2}{3}} \times (5^2)^{-\frac{1}{3}}$

$= 2^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{2}{3}} = 5^0 = 1$

(c) $\frac{\sqrt[3]{8^2} \times \sqrt[4]{32}}{8\sqrt[8]{4}} = \frac{\sqrt[3]{(2^3)^2} \times \sqrt[4]{2^5}}{8\sqrt[8]{2^2}}$

$= \frac{\sqrt[3]{2^6} \times \sqrt[4]{2^5}}{8\sqrt[8]{2^2}} = \frac{(2^6)^{\frac{1}{3}} \times (2^5)^{\frac{1}{4}}}{8(2^2)^{\frac{1}{8}}}$

$= \frac{2^2 \times 2^{\frac{5}{4}}}{2 \times 2^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^{\frac{13}{4}}}{2^{\frac{13}{4}}} = 1$

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(d) $\sqrt[10]{1024} - 2\sqrt[6]{2^6}$ (e) $\dfrac{(32)^{\frac{1}{2}} \times (16)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{64}}$ (f) $(2-\sqrt[3]{8})(2+\sqrt[3]{8})$

الحل

(d) $\sqrt[10]{1024} - 2\sqrt[6]{2^6} = \sqrt[10]{2^{10}} - 2\sqrt[6]{2^6} = 2 - 2 \times 2 = -2$

(e) $\dfrac{(32)^{\frac{1}{2}} \times (16)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{64}} = \dfrac{(2^5)^{\frac{1}{2}} \times (2^4)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{2^6}}$

$= \dfrac{2^{\frac{5}{2}} \times 2^{-\frac{4}{3}}}{2} = \dfrac{2^{\frac{7}{6}}}{2} = 2^{\frac{7}{6}-1} = 2^{\frac{1}{6}}$

(f) $(2-\sqrt[3]{8})(2+\sqrt[3]{8})$

$= 2 \times 2 - \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{8}$

$= 4 - \sqrt[3]{64}$

$= 4 - \sqrt[3]{4^3}$

$= 4 - 4 = 0$

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(7) أوجد عددًا x بحيث يكون $x \times x \times (4+\sqrt{5})$ عددًا نسبيًا.

الحل

* مختلف الشجابات

$x = 4 - \sqrt{5}$

↓

(لا نسبي)

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

الموضوعي

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$

(b)

السبب:

بالمقابلة $16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$

بالمقابلة $32^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{8}$

∴ الطرفان متساويان

(2) $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{2}{3}}$

(a)

السبب:

$x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{4}}} = x^{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}} = x^{-\frac{1}{4}} \neq x^{\frac{2}{3}}$

[في حالة قسمة الأساسات المتشابهة نطرح الأسس]

(3) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$

(b)

السبب:

$x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$

[في حالة ضرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس]

معلمتي الكويتية
KuwaitTeacher.Com

(4) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , \ x > 0$

a

السبب:

الطرف الأيمن $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[4\times2]{x} = \sqrt[8]{x} \neq x$ الطرف الأيسر

تذكر

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m\times n]{x}$$

(5) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$

a b

السبب:

الطرف الأيسر $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = \sqrt{2} \neq 4$ (الطرف الأيمن) بالحاسبة

في البنود (6–12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $n > 0$ ، فإن التعبير الذي لا يكافئ $\sqrt[4]{4n^2}$ هو:

a $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ b $2n^{\frac{1}{2}}$ c $(2n)^{\frac{1}{2}}$ d $\sqrt{2n}$

السبب:

$\sqrt{2n}$ ← c

$2\sqrt{n}$ ← b مختلف عن التعبير المعطى

$\sqrt[4]{4n^2}$ ← a نفس التعبير المعطى

$\sqrt[4]{4n^2} = \sqrt[4]{2^2 n^2} = \sqrt[4]{(2n)^2} = \sqrt{2n}$ ← d

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(7) إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

الحل

$$\therefore \frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{(7 \times 8)^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{7^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{7^{\frac{1}{3}} \times 8^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{7^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{2}{3}}} = 2 \times y^{\frac{5}{3} - \frac{2}{3}}$$

$8^{\frac{1}{3}} = 2$

$= 2y$

في حالة قسمة أساسات

المتشابهة نطرح الأسس

(8) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$: $x \neq 0$, $y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|y^2$ (b) $|x|y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$

الحل

$$\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} = \left(\left(x^{-2}y^4\right)^{\frac{1}{4}}\right)^{-2}$$

$$= \left(x^{-2}y^4\right)^{-\frac{1}{2}} = x^{-2 \times -\frac{1}{2}} \cdot y^{4 \times -\frac{1}{2}}$$

$$= xy^{-2}$$

تلاحظ أنه الأختيار b الوحيد الذي فيه أس y هو -2

Kuwaitteacher.Com

(9) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

الحل:

$\therefore \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{5^{-1}} = (5^{-1})^{\frac{1}{2}} = 5^{-\frac{1}{2}}$

بالقسمة

(10) إذا كان $x+y=2$, $x^2-xy+y^2=4$ فإن $\sqrt[6]{x^3+y^3}$ يساوي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

الحل:

$\because x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)$

$= 2 \times 4 = 8$

$\sqrt[6]{x^3+y^3} = \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = (2^3)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(12) إن قيمة التعبير $x > 0$, $\dfrac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$

السبب:

$$= \frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}} = \frac{x^{\frac{6}{3}} \cdot x^{\frac{5}{4}}}{x^3 \cdot x^{\frac{2}{8}}} = \frac{x^{2+\frac{5}{4}}}{x^{3+\frac{1}{4}}} = \frac{x^{\frac{13}{4}}}{x^{\frac{13}{4}}} = 1$$

(2) $\frac{1}{4}$

[الفكرة التحويل من الصورة الجذرية الى الصورة الأسية]

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

1 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية: a $\sqrt{5x+4}-7=0$

الحل

* نفصل الجذر

$\sqrt{5x+4}=7$

* نربع الطرفين

$(\sqrt{5x+4})^2=7^2$

$5x+4=49$

$5x=49-4$

$5x=45$

$\frac{5x}{5}=\frac{45}{5}$

$x=9 \in [-\frac{4}{5},\infty)$

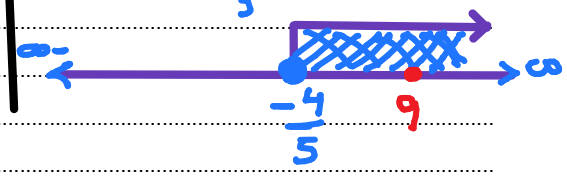
شرط الحل

$5x+4\geq 0$

$5x\geq -4$

$\frac{5x}{5}\geq \frac{-4}{5}$

$x\geq -\frac{4}{5}$



$\therefore x \in [-\frac{4}{5},\infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{9\}$

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

1 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

b $\sqrt{x-2}+9=0$

الحل

$\sqrt{x-2} = -9$ نصل الجذر

∴ مجموعة الحل = Φ

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

2 أوجد مجموعة الحل:

a $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$ ← شرط الحل موجب

الحل

$$\frac{2}{2}(x+3)^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{2}$$

$$(x+3)^{\frac{3}{2}} = 27$$

* نرفع طرفي المعادلة لأس $\frac{2}{3}$

$$\left((x+3)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore x+3 = 9$$

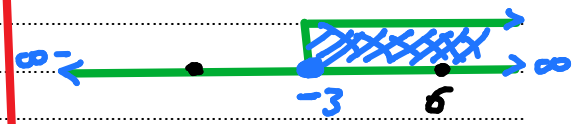
$$x = 9-3$$

$$x = 6 \in [-3, \infty)$$

شرط الحل:

$x+3 \geq 0$

$x \geq -3$



$x \in [-3, \infty)$

∴ مجموعة الحل = {6}

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

2 أوجد مجموعة الحل:

b $(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$

الحل

$(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$ الفصل

$(1-x)^{\frac{2}{5}} = 4$

* برفع طرفي المعادلة لقوة $\frac{5}{2}$

$\left((1-x)^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{5}{2}} = (4)^{\frac{5}{2}}$

$= |1-x| = 32$

$= |x-1| = 32$

أو

$x - 1 = 32$

$x = 32 + 1$

$x = 33$

$x - 1 = -32$

$x = -32 + 1$

$x = -31$

∴ مجموعة الحل $= \{33, -31\}$

صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

3 أوجد مجموعة الحل: $\sqrt{5x-1}+3=x$

الحل

$\sqrt{5x-1}=x-3$

* نصل الجذر

* بتربيع الطرفين

$(\sqrt{5x-1})^2=(x-3)^2$

$5x-1=x^2-6x+9$

$x^2-6x-5x+9+1=0$

$x^2-11x+10=0$ (mode 5 ,3)

$(x-10)(x-1)=0$

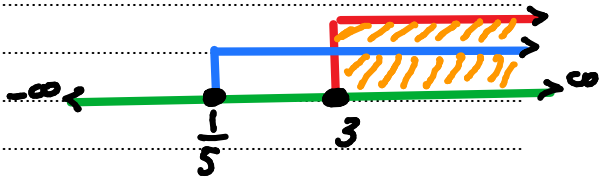
$x-10=0$ أو $x-1=0$

$x=10 \in [3,\infty)$ مقبول

$x=1 \notin [3,\infty)$ مرفوض

شرط الحل

$5x-1\geq 0$	$x-3\geq 0$
$5x\geq 1$	$x\geq 3$
$\frac{5x}{5}\geq\frac{1}{5}$	
$x\geq\frac{1}{5}$	



$\therefore x \in [3,\infty)$

∴ مجموعة الحل = {10}

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

4 أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

a $\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$

الحل

* بالفصل

$\sqrt{5x} = \sqrt{2x+9}$

* بتربيع الطرفين

$(\sqrt{5x})^2 = (\sqrt{2x+9})^2$

$5x = 2x + 9$

$5x - 2x = 9$

$3x = 9$

$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$

$x = 3 \in [0, \infty)$

∴ مجموعة الحل $= \{3\}$

شرط الحل

$5x \geq 0$

$\frac{5x}{5} \geq \frac{0}{5}$

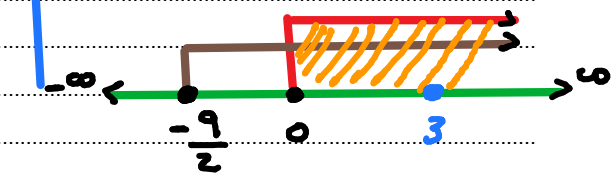
$x \geq 0$

$2x + 9 \geq 0$

$2x \geq -9$

$\frac{2x}{2} \geq \frac{-9}{2}$

$x \geq \frac{-9}{2}$



$\therefore x \in [0, \infty)$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

4 أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

b $\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$

الحل

نصل الجذر

$\sqrt{x-7} = -\sqrt{3x-21}$

وهذا لا يتحقق إلا إذا كان

$x-7=0$

$x=7$

$3x-21=0$

$3x=21$

$\frac{3x}{3}=\frac{21}{3}$

$x=7$

∴ مجموعة الحل $= \{7\}$

معلمي الكويت
Kuwaitteacher.Com

حاول أن تحل

6 حل كلًّا من المعادلات التالية:

a $3^x = 243$ b $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$ c $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$

الحل

(a) $3^x = 243$

$3^x = 3^5$

الأساس = الأساس

$\therefore x = 5$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{5\}$

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$243 = 3^5$

(b) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$

$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^x = \frac{1}{2^7}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$

الأساس = الأساس

$\therefore 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \left\{\frac{7}{2}\right\}$

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$128 = 2^7$

(c) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{3^4}{2^4} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

الأساس = الأساس

$\therefore x = -4$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{-4\}$

KuwaitTeacher.Com

حاول أن تحل

7 حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $5^{x^2-4}=1$ **b** $3^{x^2+5x}=\frac{1}{81}$ **c** $2^{x^2-4}=32$

الحل

(a) $5^{x^2-4}=1 \Rightarrow 5^{x^2-4}=5^0$

∵ الأساس = الأساس

∴ الأس = الأس

$\therefore x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

∴ مجموعة الحل $=\{\pm 2\}$

(b) $3^{x^2+5x}=\frac{1}{81} \Rightarrow 3^{x^2+5x}=\frac{1}{3^4} \Rightarrow 3^{x^2+5x}=3^{-4}$

∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس

$\therefore x^2+5x=-4 \Rightarrow x^2+5x+4=0$

$(x+4)(x+1)=0$

$x+4=0$ or $x+1=0$

$x=-4$ | $x=-1$

∴ مجموعة الحل $=\{-4,-1\}$

(c) $2^{x^2-4}=32 \Rightarrow 2^{x^2-4}=2^5$

∵ الأساس = الأساس

∴ الأس = الأس

$x^2-4=5 \Rightarrow x^2=5+4 \Rightarrow x^2=9$

$x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

∴ مجموعة الحل $=\{\pm 3\}$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(1) حل كلاً من المعادلات التالية:

(a) $3\sqrt{x}+3=15$

الحل

فصل الجذر

$\therefore 3\sqrt{x}+3=15$

$3\sqrt{x}=15-3$

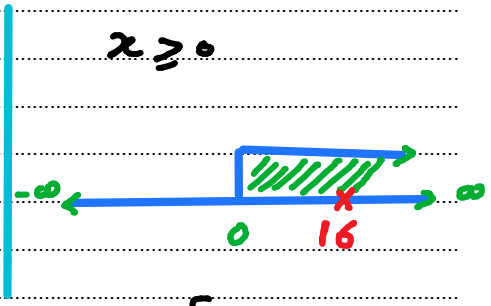
$3\sqrt{x}=12$

$\frac{3\sqrt{x}}{3}=\frac{12}{3}$

$\sqrt{x}=4$

شرط الحل

$x \geq 0$



$x \in [0, \infty)$

× بتربيع الطرفين

$(\sqrt{x})^2=4^2$

$x=16 \in [0,\infty)$

∴ مجموعة الحل = {16}

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(1) حل كلًّا من المعادلات التالية:

(b) $\sqrt{x+3} = 5$

الحل

$\therefore \sqrt{x+3} = 5$

* تربيع الطرفين

$(\sqrt{x+3})^2 = 5^2$

$x + 3 = 25$

$x = 25 - 3$

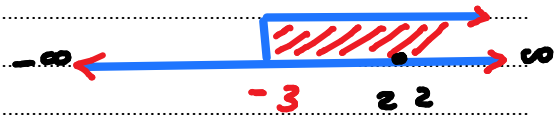
$x = 22 \in [-3, \infty)$

مجموعة الحل: $\{22\}$

شرط الحل

$x + 3 \geq 0$

$x \geq -3$



$x \in [-3, \infty)$

معلمة الكويت
Kuwaitteacher.Com

(c) $(x+5)^{\frac{2}{3}} = 4$ فردي ـ مطلقه

الحل

$\therefore \quad (x+5)^{\frac{2}{3}} = 4$

* برفع طرفي المعادلة لأس $\frac{3}{2}$

$((x+5)^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}}$

$|x+5| = 8$

	or	
$x+5 = 8$		$x+5 = -8$
$x = 8-5$		$x = -8-5$
$x = 3$		$x = -13$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{3, -13\}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

زوجي ← شرط الحل

(d) $(x+1)^{\frac{3}{2}} - 2 = 25$

الحل

$\therefore (x+1)^{\frac{3}{2}} = 25 + 2$

$(x+1)^{\frac{3}{2}} = 27$

برفع طرفي المعادلة لأس $\frac{2}{3}$

$\left((x+1)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = 27^{\frac{2}{3}}$

$x+1 = 9$

$x = 9-1$

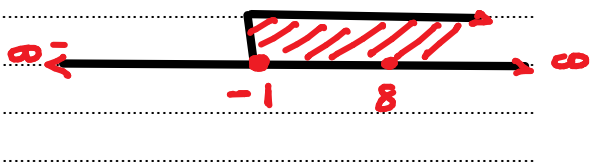
$x = 8 \in [-1, \infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{8\}$

شرط الحل

$x+1 \geq 0$

$x \geq -1$



$x \in [-1, \infty)$

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

(e) $\sqrt{3-4x}-2=0$

الحل

$\therefore \sqrt{3-4x}-2=0$ نفصل الجذر

$\therefore \sqrt{3-4x}=2$

نربع الطرفين

$(\sqrt{3-4x})^2=2^2$

$3-4x=4$

$-4x=4-3$

$-4x=1$

$\frac{-4x}{-4}=\frac{1}{-4}$

$x=-\frac{1}{4}$

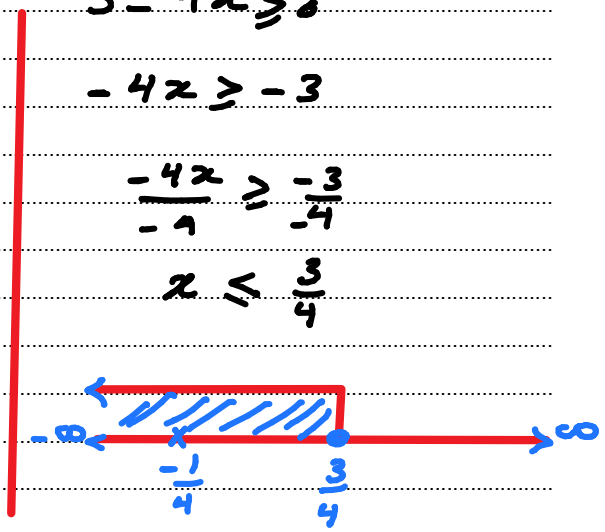
شرط الجذر

$3-4x\geq 0$

$-4x\geq -3$

$\frac{-4x}{-4}\leq\frac{-3}{-4}$

$x\leq\frac{3}{4}$



$x\in(-\infty,\frac{3}{4}]$

ملحوظة ...

في حالة القسمة والضرب في عدد سالب
في المتباينة نعكس علامة المتباينة

معلمي الكويت
صفوة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(f) $2(2x+4)^{\frac{3}{4}} = 16$

الحل

$$\therefore 2(2x+4)^{\frac{3}{4}} = 16$$

$$\frac{2}{2}(2x+4)^{\frac{3}{4}} = \frac{16}{2}$$

$$(2x+4)^{\frac{3}{4}} = 8$$

* نرفع طرفي المعادلة لـ $\frac{4}{3}$

$$\left((2x+4)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = 8^{\frac{4}{3}}$$

$$\therefore 2x+4 = 16$$

$$2x = 16-4$$

$$2x = 12$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$

$$x = 6 \in [-2, \infty)$$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{6\}$

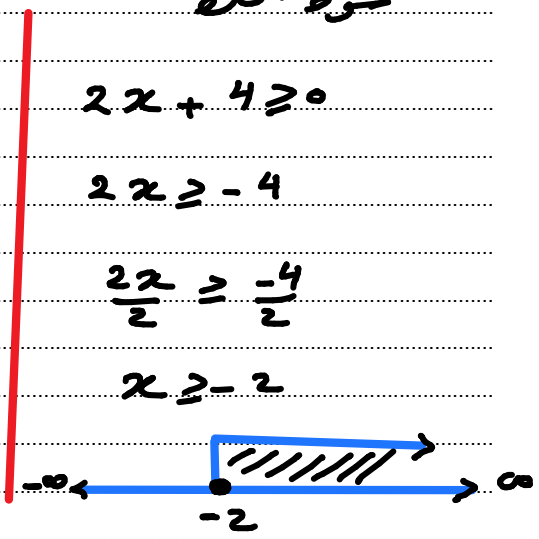
شرط الجذر

$$2x+4 \geq 0$$

$$2x \geq -4$$

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{-4}{2}$$

$$x \geq -2$$



$x \in [-2, \infty)$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(g) $(5-3x)^{\frac{3}{2}}+4=3$

الحل

$\therefore (5-3x)^{\frac{3}{2}}+4=3$

$(5-3x)^{\frac{3}{2}}=3-4$

$(5-3x)^{\frac{3}{2}}=-1$

$\therefore$ مجموعة الحل $=\phi$

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(b) ترابط حياتي: تقاس الكمية القصوى K لتدفّق المياه في أنبوب، بالقانون: $K = m \times V$، حيث m هي مساحة المقطع العرضي للأنبوب، V هي السرعة المتجهة للمياه. أوجد طول قطر الأنبوب الذي يسمح بتدفق $1.48\ m^3/min$ بسرعة $183\ m/min$

الحل

$\because K = mV$

$1.48 = m \times 183$

$\therefore m = \frac{1.48}{183} \simeq 8.09 \times 10^{-3}$

$\because m = \pi r^2$

$\therefore 8.09 \times 10^{-3} = 3.14\, r^2$

$r^2 = \frac{8.09 \times 10^{-3}}{3.14} \simeq 2.58 \times 10^{-3}$

$r = \sqrt{2.58 \times 10^{-3}} \simeq 0.05\ m$

القطر $= 2r = 2 \times 0.05 = 0.01\ m$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(3) حل كلًّا من المعادلات التالية:

(a) $\sqrt{11x+3}-2x=0$

الحل

شرط الحل

$\because \sqrt{11x+3}-2x=0$

$\therefore \sqrt{11x+3}=2x$

$2x \geq 0$

$\frac{2x}{2} \geq \frac{0}{2}$

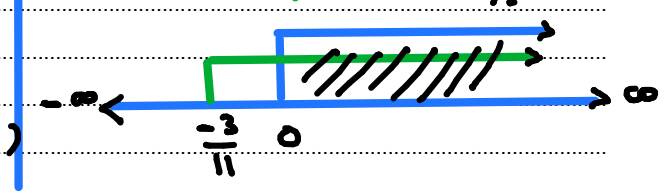
$x \geq 0$

$11x+3 \geq 0$

$11x \geq -3$

$\frac{11x}{11} \geq \frac{-3}{11}$

$x \geq \frac{-3}{11}$



$\therefore x \in [0,\infty)$

* بتربيع الطرفين

$(\sqrt{11x+3})^2=(2x)^2$

$11x+3=4x^2$

$4x^2-11x-3=0$ (modes 5,3)

$(4x+1)(x-3)=0$

or

$4x+1=0$

$4x=-1$

$\frac{4x}{4}=\frac{-1}{4}$

$\therefore x=\frac{-1}{4} \notin [0,\infty)$

مرفوض

$x-3=0$

$x=3 \in [0,\infty)$

مقبول

مجموعة الحل $=\{3\}$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(b) $\sqrt{3x+13}-5=x$

الحل

نصل الجذر

$\therefore \sqrt{3x+13}-5=x$

$\therefore \sqrt{3x+13}=x+5$

* بتربيع الطرفين

$(\sqrt{3x+13})^2=(x+5)^2$

$3x+13=x^2+10x+25$

$x^2+10x-3x+25-13=0$

$x^2+7x+12=0$

$(x+3)(x+4)=0$

$x+3=0$ | $x+4=0$

$\therefore x=-3 \in [-\frac{13}{3},\infty)$ مقبول | $x=-4 \in [-\frac{13}{3},\infty)$ مقبول

$\therefore$ مجموعة الحل $=\{-3,-4\}$

شرط الجذر

$3x+13\geq 0$

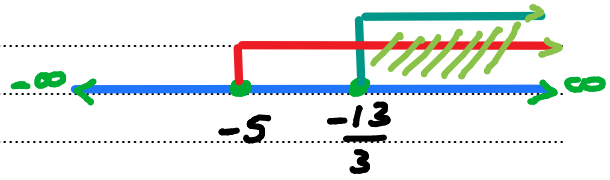
$3x\geq -13$

$\frac{3x}{3}\geq \frac{-13}{3}$

$x\geq \frac{-13}{3}$

$x+5\geq 0$

$x\geq -5$



$\therefore x\in [-\frac{13}{3},\infty)$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(c) $\sqrt{-3x-5} = x+3$

الحل

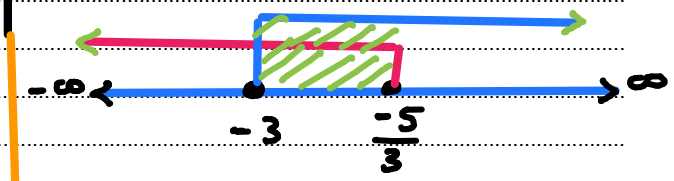
شرط الحل

$-3x-5 \geq 0$ ، $x+3 \geq 0$

$-3x \geq 5$ ، $x \geq -3$

$\frac{-3x}{-3} \geq \frac{5}{-3}$

$x \leq -\frac{5}{3}$



$\therefore x \in [-3, -\frac{5}{3}]$

$\because \sqrt{-3x-5} = x+3$

بتربيع الطرفين

$(\sqrt{-3x-5})^2 = (x+3)^2$

$\therefore -3x-5 = x^2+6x+9$

$\therefore x^2+6x+3x+9+5 = 0$

$\therefore x^2+9x+14 = 0$

$(x+2)(x+7) = 0$

$x+2=0$ or $x+7=0$

$x=-2$ ، $x=-7$

$\in [-3, -\frac{5}{3}]$ ، $\notin [-3, -\frac{5}{3}]$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{-2\}$

معلمة الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(d) $(x+3)^{\frac{1}{2}} - 1 = x$

الحل

$(x+3)^{\frac{1}{2}} - 1 = x$

$(x+3)^{\frac{1}{2}} = x+1$

* بتربيع الطرفين

$((x+3)^{\frac{1}{2}})^2 = (x+1)^2$

$x+3 = x^2 + 2x + 1$

$\therefore x^2 + 2x - x + 1 - 3 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x+2)(x-1) = 0$

$x+2 = 0$ or $x-1 = 0$

$x = -2$ $\notin [-1, \infty)$ مرفوض

$x = 1 \in [-1, \infty)$ مقبول

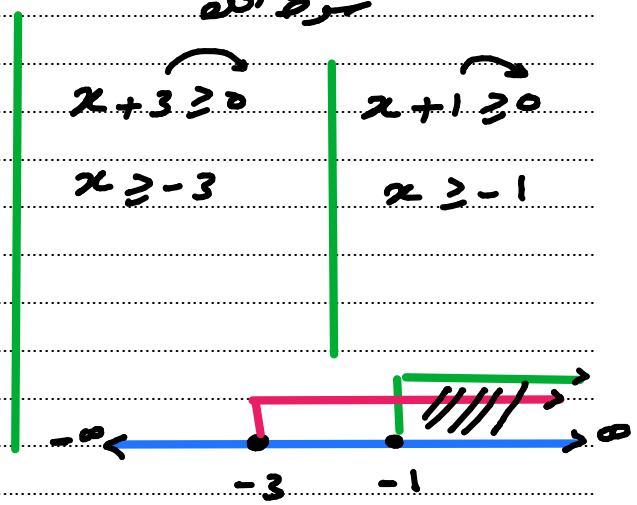
شرط الجذر

$x+3 \geq 0$

$x \geq -3$

$x+1 \geq 0$

$x \geq -1$



$\therefore x \in [-1, \infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{1\}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(e) $x+8=(x^2+16)^{\frac{1}{2}}$

الحل

$(x^2+16)^{\frac{1}{2}} = x+8$

بتربيع الطرفين نحصل على

$((x^2+16)^{\frac{1}{2}})^2 = (x+8)^2$

$x^2+16 = x^2+16x+64$

$x^2-x^2+16x = 16-64$

$16x = -48$

$\frac{16x}{16} = \frac{-48}{16}$

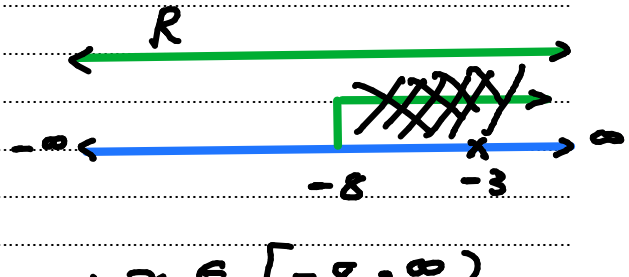
$x = -3 \in [-8, \infty)$

شرط الحل

$x^2+16 \geq 0$ دائما موجب ↓ R

$x+8 \geq 0$

$x \geq -8$



$\therefore x \in [-8, \infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{-3\}$

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

(f) $\sqrt{10x} - 2\sqrt{5x-25} = 0$

الحل

$\sqrt{10x} = 2\sqrt{5x-25}$

بتربيع الطرفين

$(\sqrt{10x})^2 = (2\sqrt{5x-25})^2$

$10x = 4(5x-25)$

$10x = 20x - 100$

$10x - 20x = -100$

$-10x = -100$

$\frac{-10x}{-10} = \frac{-100}{-10}$

$x = 10 \in [5, \infty)$

شرط الجذر

$10x \geq 0$

$\frac{10x}{10} \geq \frac{0}{10}$

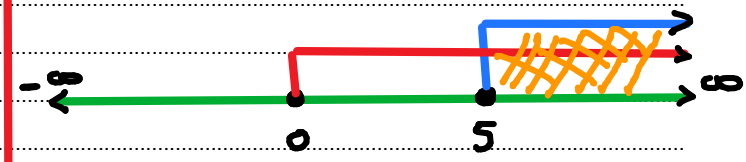
$x \geq 0$

$5x - 25 \geq 0$

$5x \geq 25$

$\frac{5x}{5} \geq \frac{25}{5}$

$x \geq 5$



$\therefore x \in [5, \infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{10\}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(g) $(3x+2)^{\frac{1}{2}} - (2x+7)^{\frac{1}{2}} = 0$

الحل

$(3x+2)^{\frac{1}{2}} = (2x+7)^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{3x+2} = \sqrt{2x+7}$

* بتربيع الطرفين

$(\sqrt{3x+2})^2 = (\sqrt{2x+7})^2$

$3x+2 = 2x+7$

$\therefore 3x - 2x = 7 - 2$

$x = 5 \in [-\frac{2}{3}, \infty)$

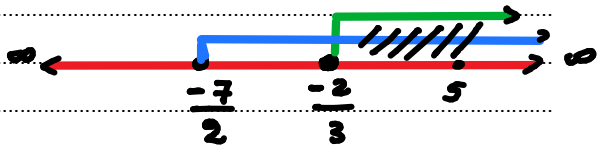
شرط الحل

$3x+2 \geq 0$ | $2x+7 \geq 0$

$3x \geq -2$ | $2x \geq -7$

$\frac{3x}{3} \geq \frac{-2}{3}$ | $\frac{2x}{2} \geq \frac{-7}{2}$

$x \geq -\frac{2}{3}$ | $x > -\frac{7}{2}$



$\therefore x \in [-\frac{2}{3}, \infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{5\}$

$-\frac{2}{3} \simeq -0.\overline{6}$

$-\frac{7}{2} \simeq -2.3$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(i) $(2x+3)^{\frac{3}{4}} - 3 = 5$

شرط على

الحل

فصل الجذر

$(2x+3)^{\frac{3}{4}} = 5+3$

$(2x+3)^{\frac{3}{4}} = 8$

* برفع طرفي المعادلة لأس $\frac{4}{3}$

$\left((2x+3)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = 8^{\frac{4}{3}}$

$2x+3 = 16$

$2x = 16-3$

$2x = 13$

$\frac{2x}{2} = \frac{13}{2}$

$x = \frac{13}{2} \in [-\frac{3}{2}, \infty)$

∴ مجموعة الحل $= \{\frac{13}{2}\}$

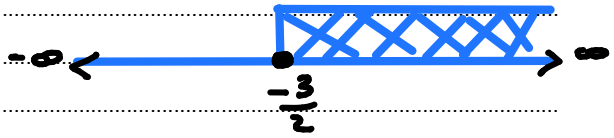
شرط الجذر

$2x+3 \geq 0$

$2x \geq -3$

$\frac{2x}{2} \geq -\frac{3}{2}$

$x \geq -\frac{3}{2}$



$\therefore x \in [-\frac{3}{2}, \infty)$

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

(j) $2(x-1)^{\frac{4}{3}} + 4 = 36$

الحل

نطرح الجذر

$2(x-1)^{\frac{4}{3}} = 36 - 4$

$2(x-1)^{\frac{4}{3}} = 32$

$\frac{2}{2}(x-1)^{\frac{4}{3}} = \frac{32}{2}$

$(x-1)^{\frac{4}{3}} = 16$

* نرفع طرفي المعادلة لأس $\frac{3}{4}$

$((x-1)^{\frac{4}{3}})^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}}$

$|x-1| = 8$

or

$x - 1 = 8$

$x = 8 + 1$

$x = 9$

$x - 1 = -8$

$x = -8 + 1$

$x = -7$

∴ مجموعة الحل $= \{9, -7\}$

صفوة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(1) $(2x+1)^{\frac{1}{3}} = (3x+2)^{\frac{1}{3}}$

الحل

$\sqrt[3]{2x+1} = \sqrt[3]{3x+2}$

بتكعيب الطرفين

$(\sqrt[3]{2x+1})^3 = (\sqrt[3]{3x+2})^3$

$2x+1 = 3x+2$

$2x-3x = 2-1$

$-x = 1$

$x = -1$

∴ مجموعة الحل $= \{-1\}$

معلمة الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(6) x, y هما عددان حقيقيان.

(a) أوجد الناتج: $(x-y)(x^2+xy+y^2)$

(b) باستخدام الصيغة السابقة، اكتب الكسر $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}$، بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا.

الحل

(a) $(x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3 - y^3$

(b) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} \times \frac{(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})}{(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})}$

$= \frac{(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{2^2})}{3-2}$

$= 3^{\frac{2}{3}} + 6^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}$

معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

(7) حل كلًّا من المعادلات الأسية التالية:

(a) $5^{2x-3} = 125$ (b) $3^{x+1} = 1$ (c) $3^{x^2+5} = 3^9$

الحل

(a) $5^{2x-3} = 125 \Rightarrow 5^{2x-3} = 5^3 \Rightarrow \therefore 2x-3 = 3$

$2x = 3+3 \Rightarrow 2x = 6$

$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{3\}$

(b) $3^{x+1} = 1 \Rightarrow 3^{x+1} = 3^0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$

مجموعة الحل $= \{-1\}$

(c) $3^{x^2+5} = 3^9 \Rightarrow x^2+5 = 9 \Rightarrow x^2 = 9-5$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{\pm 2\}$

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

(d) $3^{x^2-5x} = \frac{1}{9^2}$ (e) $4^x = 2^x$ (f) $\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0.25$

الحل

(d) $3^{x^2-5x} = \frac{1}{9^2} \Rightarrow 3^{x^2-5x} = 9^{-2}$

$3^{x^2-5x} = (3^2)^{-2} \Rightarrow 3^{x^2-5x} = 3^{-4} \Rightarrow x^2-5x = -4$

$x^2-5x+4 = 0$

$(x-4)(x-1) = 0$

$x = 4$ or $x = 1$

∴ مجموعة الحل $= \{4, 1\}$

(f) $\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0.25 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{4}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow n = 2$

مجموعة الحل $= \{2\}$

(e) $4^x = 2^x$

$(2^2)^x = 2^x$

$2^{2x} = 2^x$

$2x = x$

$2x - x = 0 \Rightarrow x = 0$

مجموعة الحل $= \{0\}$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(g) $5^x = 125\sqrt{5}$ (h) $5^{x^2-3x} = 1$ (i) $(3^x - 27)(2^x - 1) = 0$

الحل

(g) $5^x = 125\sqrt{5} \Rightarrow 5^x = 5^3 \times 5^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 5^x = 5^{\frac{7}{2}}$

$x = \frac{7}{2}$

مجموعة الحل: $\{\frac{7}{2}\}$

(h) $5^{x^2-3x} = 1 \Rightarrow 5^{x^2-3x} = 5^0$

$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$

$x = 0$ or $x = 3$

مجموعة الحل: $\{0, 3\}$

(i) $(3^x - 27)(2^x - 1) = 0$

$3^x - 27 = 0$

$3^x = 27$

$3^x = 3^3$

$x = 3$

$2^x - 1 = 0$

$2^x = 1$

$2^x = 2^0$

$x = 0$

مجموعة الحل $\{0, 3\}$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

(j) $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x}$

الحل

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{5^3}{2^3}\right)^{x}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} = \left(\left(\frac{5}{2}\right)^{3}\right)^{x}$$

$$\left(\frac{2}{x}\right)^{x-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x}$$

$$x - 1 = -3x$$

$$x + 3x = 1$$

$$4x = 1$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

مجموعة الحل $= \left\{\frac{1}{4}\right\}$

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل $7^{3-x}=1$ هي $\{3\}$ (b)

السبب:

$7^{3-x}=1 \Rightarrow 7^{3-x}=7^{0}$

$\therefore$ الأساس = الأساس $\therefore$ الأس = الأس

$3-x=0 \Rightarrow x=3$

$\therefore$ مجموعة الحل $=\{3\}$

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1}=\sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$ (a)

السبب:

بالتعويض عن $x=0$

$\sqrt{0-1} \neq \sqrt{1-0}$

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2}=3$ فإن $x=3\sqrt{2}$ (b)

السبب:

أسيه القيمة بالبة

بتكعيب الطرفين $\therefore \sqrt[3]{9+x^2}=3$

$(\sqrt[3]{9+x^2})^3=3^3$

$9+x^2=27 \Rightarrow x^2=27-9$

$x^2=18$

$x=\pm\sqrt{18}=\pm 3\sqrt{2}$

صفوة المعلمين
KuwaitTeacher.Com

(4) $x=-1$ حلاً للمعادلة $2^{x^2-4}=\frac{1}{32}$

a

الحل:

بالتعويض عن $x=-1$ في الطرف الأيسر

$2^{x^2-4}=2^{(-1)^2-4}=2^{-3}=\frac{1}{8}\neq\frac{1}{32}$ الطرف الأيمن

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}}=5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$

a

الحل:

$25^{|x|+\frac{1}{2}}=5^{1-2x}$

$(5^2)^{|x|+\frac{1}{2}}=5^{1-2x}$ ⇒ $5^{2|x|+1}=5^{1-2x}$

∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس :

$\therefore 2|x|+1=1-2x$

$2|x|=-2x$

$|x|=-x$

$\therefore x\in(-\infty,0]=\mathbb{R}^-\cup\{0\}$

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com

في التمارين (6–10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

(a) $\{0\}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $\mathbb{R}^-$ (≡) $\mathbb{R}$

السبب:

$$\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = \left(\left(x^{20}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2$$

$$x^{20\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}} - x^2 = x^2 - x^2 = 0$$

عند التعويض عن $x \in \mathbb{R}$ تتحقق المعادلة.

(7) مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ ✗ (c) $\{1,2,3\}$ ✗ (≡) $\{2,3\}$

السبب:

* عندما $x = 1$ (مرفوض $x = 1$)

$$\sqrt[3]{1-2} \neq \sqrt{1-2}$$

* عندما $x = 2$ ✓ (تحقق)

$$\sqrt[3]{2-2} = \sqrt{2-2}$$

* عندما $x = 3$ ✓ (تحقق)

$$\sqrt[3]{3-2} = \sqrt{3-2}$$

KuwaitTeacher.Com

(8) مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

a $\{-1, \frac{1}{2}\}$ b $\{\frac{1}{2}\}$ c $\{-1, \frac{-1}{2}\}$ d $\{1, \frac{1}{2}\}$

الحل:

$\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ (بتكعيب الطرفين)

$(\sqrt[3]{2x^2+2})^3 = (\sqrt[3]{3-x})^3$

$2x^2 + 2 = 3 - x$

$2x^2 + x + 2 - 3 = 0$

$2x^2 + x - 1 = 0$

$(2x - 1)(x + 1) = 0$

$x = \frac{1}{2}$ or $x = -1$

مجموعة الحل $= \{\frac{1}{2}, -1\}$

(9) مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

a $\{-1, 0, 1\}$ b $\{0, 1\}$ c $\{0\}$ d $\{1\}$

الحل:

* عندما $x = 0$ تحقق $(0)^2 = |0|$
* عندما $x = 1$ تحقق $(1)^2 = |1|$
* عندما $x = -1$ تحقق $(-1)^2 = |-1|$

معلمة الكويت
Kuwaitteacher.Com

(10) إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) -4 (d) 4

السبب:

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$$

$$\left(\frac{1}{3^2}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$$

$$(3^{-2})^{x+1} = 3^{2-x}$$

$$3^{-2x-2} = 3^{2-x}$$

∵ الأساس = الأساس

∴ الأس = الأس

$$-2x-2 = 2-x$$

$$-2x+x = 2+2$$

$$-x = 4$$

$$x = -4$$

مع تمنياتي بالنجاح والتفوق

أ/ وليد خليل ...

معلم الكويت
KuwaitTeacher.Com