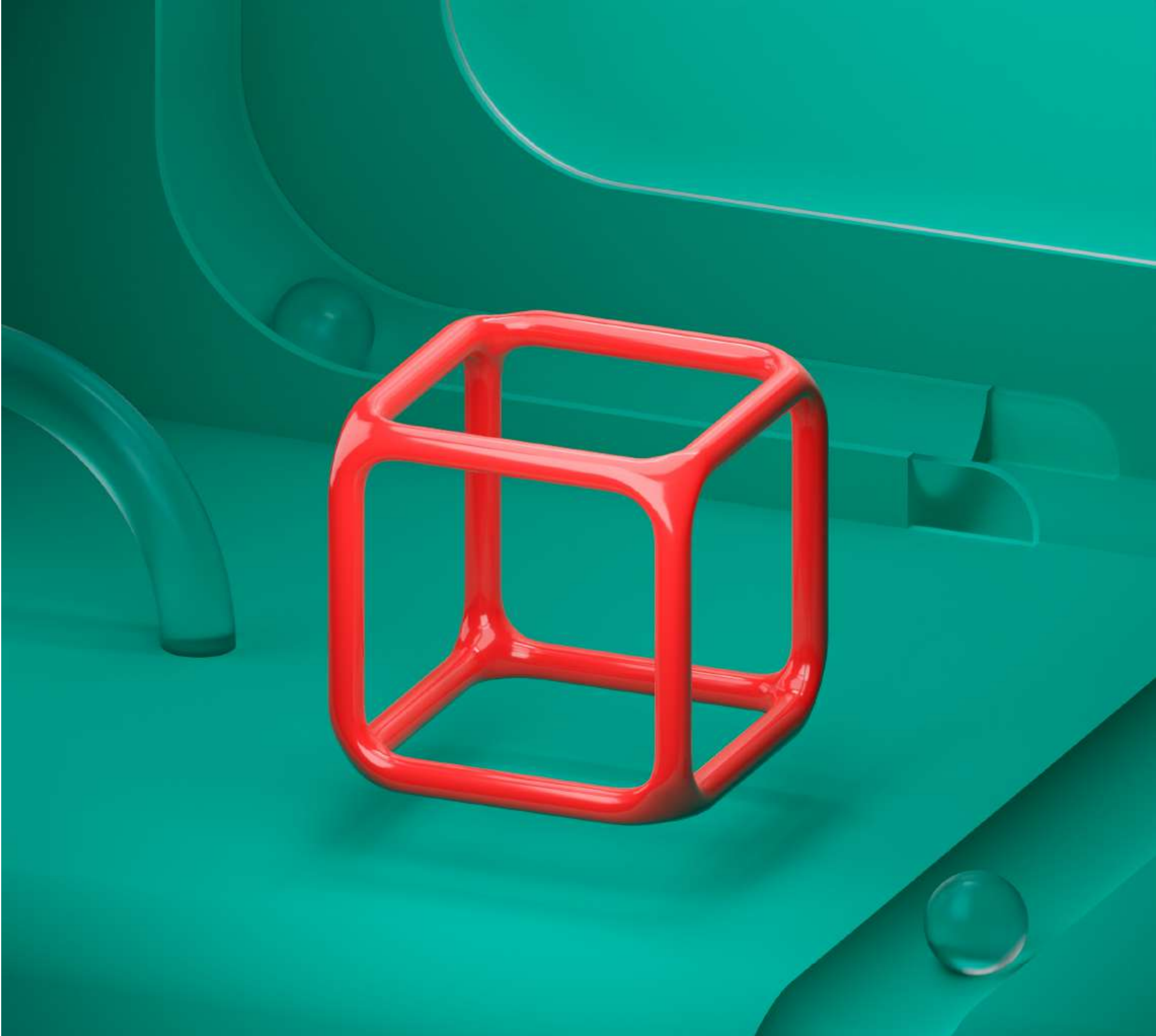


الرياضيات

الكورس الأول

10

UULA.COM 2023–2022

UULA

الرياضيات

الكورس الأول

10

UULA.COM 2023-2022

المعلق

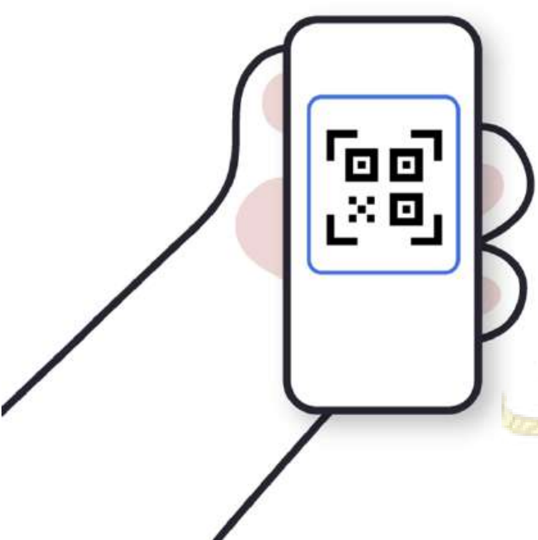
هذه المذكرة تغطي المادة كاملة.

في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنكم مسح رمز QR للتأكد من المقرر.

المنقذ

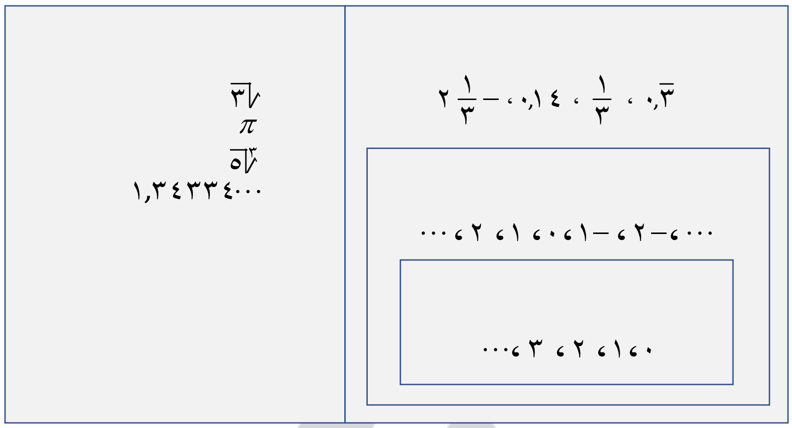
أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ موجود!

صور الQR بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت تستخدم المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو يشرح لك.



قائمة المحتوى

خواص نظام الأعداد الحقيقية



حدد العدد النسبي والعدد غير النسبي في كل مما يلي:

- $\frac{-١٨}{٥}$ نسبي
- ٠,٣٣٣٣٣... نسبي
- ١,٠١٠٠١٠٠٠١٠٠٠٠ غير نسبي
- ١,٤̅ نسبي
- $\frac{١}{٥}$ نسبي
- $\frac{\sqrt{٤}}{٣}$ نسبي
- $\sqrt{١٤}$ غير نسبي
- ٥π غير نسبي

خواص عمليتي الجمع والطح

لكل ٲ، ب، جـ ∈ ح فإن:

الخاصية	الجمع	الضرب
الإبدالية	ٲ + ب = ب + ٲ	ٲ × ب = ب × ٲ
التجميعية	(ٲ + ب) + جـ = ٲ + (ب + جـ)	(ٲ × ب) × جـ = ٲ × (ب × جـ)
المحايد	ٲ + ٠ = ٠ + ٲ = ٲ	ٲ × ١ = ١ × ٲ = أ
المعكوس (النظير)	ٲ + (-ٲ) = (-ٲ) + ٲ = ٠	ٲ × $\frac{١}{ٲ}$ = $\frac{١}{ٲ}$ × ٲ = ١ (ٲ ≠ ٠)
التوزيعية	ٲ ×(ب + جـ) = ٲ × ب + ٲ × جـ (ب + جـ) × ٲ = ب × ٲ + جـ × ٲ	

ترتيب الأعداد الحقيقية:

لكل أ، ب، جـ ∈ ح فإن:

الخاصية	التعريف	القراءة
أ > ب	أ – ب عدد موجب	أ أكبر من ب
أ < ب	أ – ب عدد سالب	أ أصغر من ب
أ ≥ ب	أ – ب عدد موجب أو صفراً	أ أكبر من أو يساوي ب
أ ≤ ب	أ – ب عدد سالب أو صفراً	أ أصغر من أو يساوي ب

الخاصية	القاعدة
التعدي	إذا كان أ ≤ ب، ب ≤ جـ فإن أ ≤ جـ
الجمع	إذا كان أ ≤ ب، فإن أ + جـ ≤ ب + جـ
الطرح	إذا كان أ ≤ ب، فإن أ – جـ ≤ ب – جـ
الضرب	إذا كان أ ≤ ب، جـ > ٠، فإن أجـ ≤ ب جـ إذا كان أ ≤ ب، جـ < ٠، فإن أجـ ≥ ب جـ
القسمة	إذا كان أ ≤ ب، جـ > ٠، فإن $\frac{أ}{جـ} \le \frac{ب}{جـ}$ إذا كان أ ≤ ب، جـ < ٠، فإن $\frac{أ}{جـ} \ge \frac{ب}{جـ}$

خاصية الكثافة:

يوجد بين أي عددين حقيقيين مختلفين عدد لا نهائي من الأعداد الحقيقية

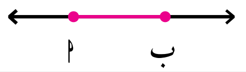
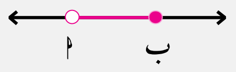
- أعط خمسة أعداد حقيقية بين ٣,١٤ ، ٣,١٥

٣,١٤٠ ، ٣,١٤١ ، ٣,١٤٢ ، ٣,١٤٣ ، ٣,١٤٤ ، ٣,١٤٥ ، ٣,١٥٠

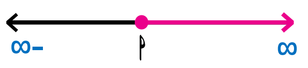
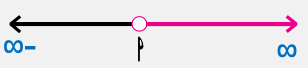
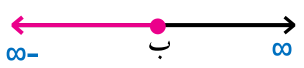
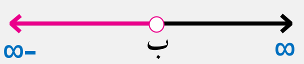
- أعط ستة أعداد حقيقية بين ١,٤١٤ ، ١,٤١٥

١,٤١٤٠ ، ١,٤١٤١ ، ١,٤١٤٢ ، ١,٤١٤٣ ، ١,٤١٤٤ ، ١,٤١٤٥ ، ١,٤١٤٦ ، ١,٤١٥٠

الفترات المحدودة:

الفترة	نوع الفترة	المتباينة	التمثيل البياني
[أ ، ب]	مغلقة	أ ≤ س ≤ ب	
(أ ، ب)	مفتوحة	أ < س < ب	
[أ ، ب)	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	أ ≤ س < ب	
(أ،ب]		أ < س ≤ ب	

الفترات غير المحدودة:

الفترة	نوع الفترة	المتباينة	التمثيل البياني
[أ ، ∞)	نصف مغلقة وغير محدودة من الأعلى	س ≥ أ	
(أ ، ∞)	مفتوحة وغير محدودة من الأعلى	س > أ	
(-∞ ، ب]	نصف مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	س ≤ ب	
(-∞ ، ب)	مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	س < ب	

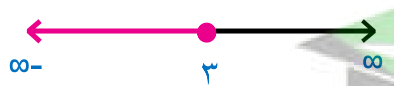
اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكلاً من الفترات:

(-٢ ، ١)

- نوع الفترة: مفتوحة
- المتباينة: -٢ < س < ١
- التمثيل البياني:

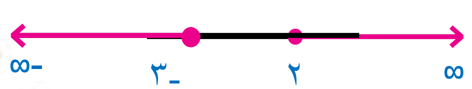
(-∞ ، ٣]

- الفترة نصف مفتوحة وغير محدودة من الأسفل
- المتباينة: س ≤ ٣
- التمثيل البياني:



مثل على خط الأعداد كل من الفترات:

[٢، ∞) ∪ (-∞ ، -٣]



[-١، ∞) ∪ (-∞ ، -٥]

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- 4 هو عدد غير نسبي — (أ) (ب)
- π هو عدد غير نسبي — (أ) (ب)
- $-\sqrt{٠,٤}$ هو عدد نسبي — (أ) (ب)
- $\sqrt{٦}$ هو عدد غير نسبي — (أ) (ب)
- $٠,\overline{٦}$ هو عدد نسبي — (أ) (ب)
- $\pi < ٣,١٤$ — (أ) (ب)
- $\sqrt{١٠} < ٠,١٤$ — (أ) (ب)
- ٣,١٤ هو عدد غير نسبي — (أ) (ب)
- $٠,٣ > ٠,\overline{٣}$ — (أ) (ب)
- إذا كانت أ ≥ ب فإن أ - ب ≥ ٠ — (أ) (ب)
- العدد الحقيقي ٥,١٦٣ يقع بين العددين ٥,١٦ و ٥,١٧ — (أ) (ب)
- لكل عدد حقيقي يوجد معكوس ضربي — (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- المتباينة التي تتوافق مع العبارة: (**س عدد حقيقي غير سالب**) هي:

(أ) س ≥ ٠   (ب) س > ٠   (ج) س < ٠   (د) س ≤ ٠

- المتباينة التي تتوافق مع التمثيل المجاور هي:

(أ) س ≥ -٣   (ب) س > -٣   (ج) س < -٣   (د) س ≤ -٣

- الخاصية المستخدمة في المعادلة التالية $(٢\sqrt{١٠})\times٣ = ٢(\sqrt{١٠}\times٣)$

(أ) الخاصية الإبدالية   (ب) الخاصية التوزيعية   (ج) الخاصية التجميعية   (د) المحايد

- الخاصية المستخدمة في المعادلة التالية π (أ + ب) = π أ + π ب هي:

(أ) الخاصية الإبدالية   (ب) الخاصية التوزيعية   (ج) الخاصية التجميعية   (د) المحايد

- الخاصية المستخدمة في المعادلة: $-\sqrt{٥}+٠=-\sqrt{٥}$ هي:

(أ) الخاصية الإبدالية   (ب) الخاصية التوزيعية   (ج) الخاصية التجميعية   (د) المحايد

- الخاصية المستخدمة في المعادلة: ٤(س - ص) = ٤ س - ٤ص هي:

(أ) الخاصية الإبدالية   (ب) الخاصية التوزيعية   (ج) الخاصية التجميعية   (د) المحايد

- أي من الأعداد التالية يقع بين العددين ٥,١٣ و ٥,١٤

(أ) ٥,١٣٣   (ب) ٥,١٤١   (ج) ٥,١٢٢   (ب) ٥,١٥١

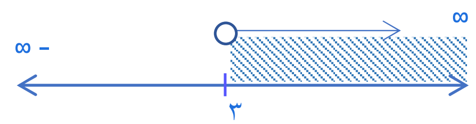
الأعداد والعمليات عليها

حل المتباينات

أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

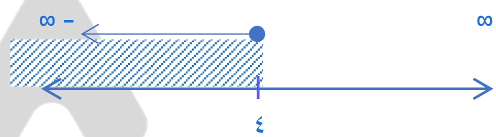
- س > ٣

م.ح = (٣، ∞)



- س ≤ ٤

م.ح = (−∞, ٤]

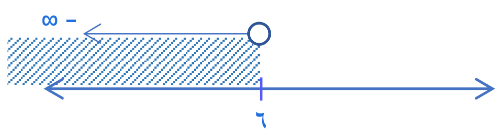


- س − ٤ < ٢

س < ٢+٤

س < ٦

∴ م.ح = (−∞، ٦)

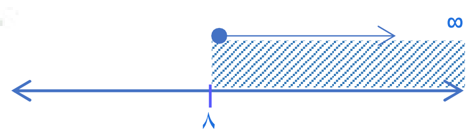


- $\frac{\text{س}}{٢}$ ≥ ٤

$\cancel{٢}$ × $\frac{\text{س}}{\cancel{٢}}$ ≥ ٤ ×٢

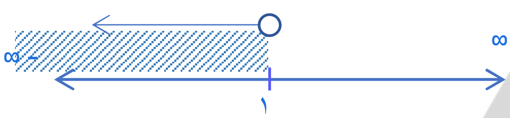
س ≥ ٨

∴ م.ح = [٨، ∞)



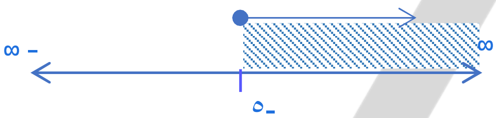
- س < ١

م.ح = (−∞، ١)



- س ≥ -٥

م.ح = [−٥, ∞)

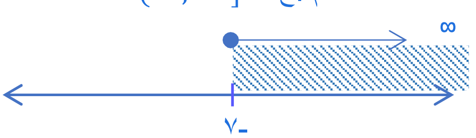


- س + ٢ ≥ -٥

س ≥ -٥-٢

س ≥ -٧

∴ م.ح = [−٧, ∞)

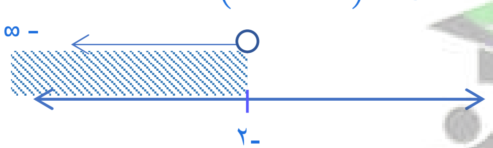


- ٤س < -٨

$\frac{\cancel{٤}\text{س}}{\cancel{٤}}$ < $\frac{-٨}{٤}$

س < -٢

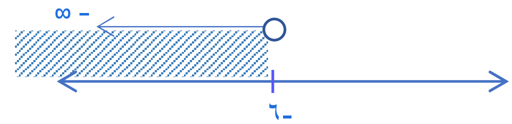
∴ م.ح = (−∞، −٢)



-٢س < ١٢

$\frac{\text{-٢س}}{\text{-٢}} > \frac{\text{١٢}}{\text{-٢}}$ ⇐ س > -٦

∴ م. ح = (-∞ ، -٦)

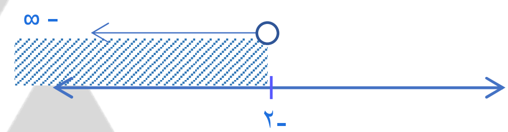


$\frac{\text{س}}{\text{-٢}}$ > ١

-٢ × $\frac{\text{س}}{\text{-٢}}$ < ١ × -٢

س < -٢

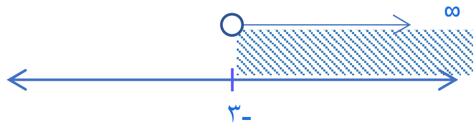
∴ م. ح = (-∞ ، -٢)



-٧س < ٢١

$\frac{\text{-٧س}}{\text{-٧}} > \frac{\text{٢١}}{\text{-٧}}$ ⇐ س > -٣

∴ م. ح = (-٣ ، ∞)

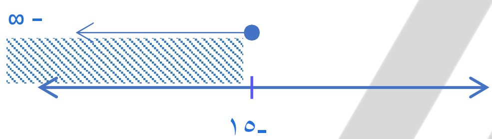


$\frac{\text{س}}{\text{-٥}}$ ≥ ٣

-٥ × $\frac{\text{س}}{\text{-٥}}$ ≤ ٣ × -٥

س ≤ -١٥

∴ م. ح = (-∞ , -١٥]



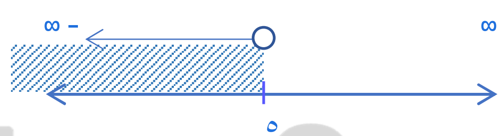
أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

س - ٧ < -٢

س < -٢ + ٧

س < ٥

∴ م. ح = (-∞ ، ٥)

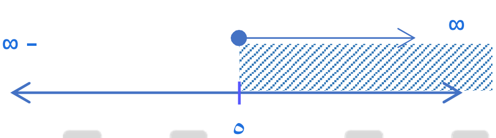


ص - ٤ ≥ ١

ص ≥ ١ + ٤

ص ≥ ٥

∴ م. ح = [٥ , ∞)

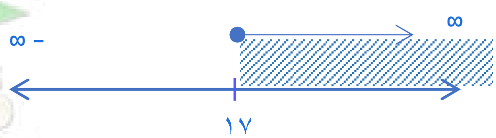


س - ٥ ≥ ١٢

س - ٥ ≥ ١٢

س ≥ ١٢ + ٥ ⇐ س ≥ ١٧

∴ م. ح = [١٧ , ∞)

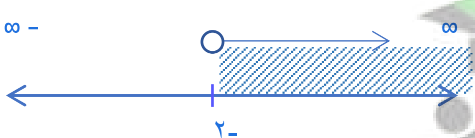


$\frac{\text{س}}{\text{-٢}}$ < ١

-٢ × $\frac{\text{س}}{\text{-٢}}$ > ١ × -٢

س > -٢

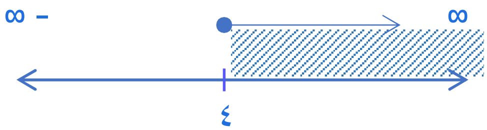
∴ م. ح = (-٢ ، ∞)



ب/٤ ≥ ١

٤ × ب/٤ ≥ ١ × ٤

ب ≥ ٤   ∴ م. ح = [٤ , ∞)



أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد:

٢(مـ + ٢) -٣مـ ≤ ١

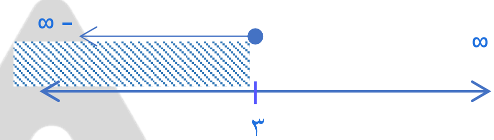
٢مـ + ٤ – ٣مـ ≤ ١

–١مـ + ٤ ≤ ١

–١مـ ≤ ١ – ٤

–١مـ ≤ –٣   ⇐   مـ ≥ ٣

∴ م. ح = (–∞ , ٣]



٣(س+٤) + ٥س ≤ ٢

٣(س + ٤) + ٥س ≤ ٢

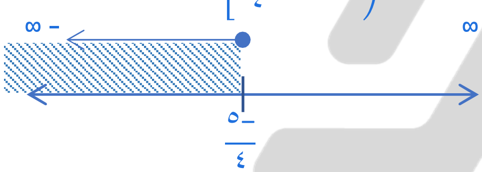
٣س + ١٢ + ٥س ≤ ٢

٨س + ١٢ ≤ ٢

٨س ≤ ٢ – ١٢   ⇐ ٨س ≤ –١٠

٨س/٨ ≤ –١٠/٨   ⇐ س ≤ –٥/٤

∴ م. ح = (– ∞ , –٥/٤]

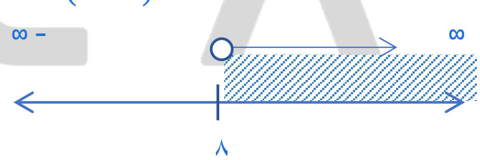


٦س - ١٥ > ٤س + ١

٦س – ٤س > ١٥ + ١

٢س > ١٦ ⇐ ٢س/٢ > ١٦/٢

س > ٨   ∴ م. ح = (٨ ، ∞)



-٣ ≤ ١-٢س < ٣

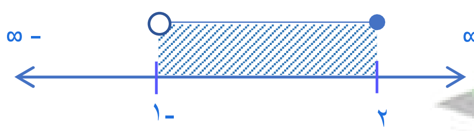
-٣ ≤ ١ - ٢س < ٣

–٣ – ١ ≤ –٢س < ٣ – ١

–٤/–٢ ≥ –٢س/–٢ > ٢/–٢

٢ ≥ س > –١

∴ م. ح = (– ١ , ٢]



٢(٢س – ٨) > ٤س + ٢

٤س – ١٦ > ٤س + ٢

٤س – ٤س > ١٦ + ٢

٠ > ١٨   مستحيل

∴ م. ح = Ø

٣س + ٧ > ٣(س – ٣)

٣س + ٧ > ٣ س - ٩

٣س – ٣ س > -٧ - ٩

٠ > –١٦   دائما صحيحة

∴ م. ح = ح   مجموعة الأعداد الحقيقية

من كراسة التمارين:

أوجد مجموعة الحل ومثل الحل على خط الأعداد:

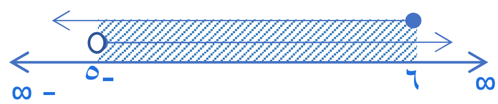
● ٧س > -٣٥ و ٥س ≤ ٣٠

$\frac{\text{٧س}}{\text{٧}} > \frac{\text{-٣٥}}{\text{٧}}$ و $\frac{\text{٥س}}{\text{٥}} \leq \frac{\text{٣٠}}{\text{٥}}$

س > -٥ و س ≤ ٦

(-٥ ، ∞) ∩ (-∞ ، ٦]

∴ م. ح = (-٥ ، ٦]



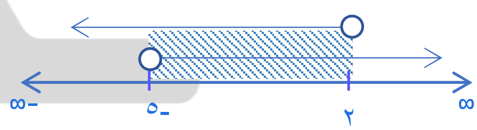
● ٢س > -١٠ و ٩س < ١٨

$\frac{\text{٢س}}{\text{٢}} > \frac{\text{-١٠}}{\text{٢}}$ و $\frac{\text{٩س}}{\text{٩}} < \frac{\text{١٨}}{\text{٩}}$

س > -٥ و س < ٢

(-٥ ، ∞) ∩ (-∞ ، ٢)

∴ م. ح = (-٥ ، ٢)

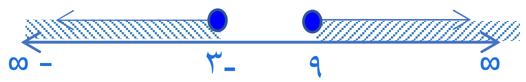


● ٩س ≤ -٢٧ أو ٤س ≥ ٣٦

$\frac{\text{٩س}}{\text{٩}} \leq \frac{\text{-٢٧}}{\text{٩}}$ أو $\frac{\text{٤س}}{\text{٤}} \geq \frac{\text{٣٦}}{\text{٤}}$

س ≤ -٣ أو س ≥ ٩

∴ م. ح = [٩ ، ∞) ∪ (-∞ ، -٣]



● ٤س < ١٦ أو ١٢س > ١٤٤

$\frac{\text{٤س}}{\text{٤}} < \frac{\text{١٦}}{\text{٤}}$ أو $\frac{\text{١٢س}}{\text{١٢}} > \frac{\text{١٤٤}}{\text{١٢}}$

س < ٤ أو س > ١٢

∴ م. ح = (-∞ ، ٤) ∪ (١٢ ، ∞)

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- مجموعة حل المتباينة -٣س > ٩ هي : (– ∞، -٣) — (أ) (ب)
- مجموعة حل المتباينة ٢ (س - ١) > ٢س + ١ هي Ø — (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- حل المتباينة ٨ ك - ١ٵ ≤ ٧٣

(أ) (١١، ∞) (ب) [١١ ، ∞) (ج) (– ∞ ، ١١) (د) (– ∞، ١١]

- حل المتباينة -٢س < ٤ هو

(أ) (– ∞ ، -٢) (ب) (٢ ، ∞) (ج) (– ∞ ، ٢) (د) (-٢ ، ∞)

- حل المتباينة ٤- س < ٢

(أ) (– ∞ ، -٢) (ب) (٢ ، ∞) (ج) (– ∞ ، ٢) (د) (-٢ ، ∞)

- حل المتباينة -٨< ٤س ≤ ٢٠ هو

(أ) [-٢ ، ٥) (ب) [-٢ ، ٥] (ج) (-٢ ، ٥) (د) (-٢ ، ٥]

- حل المتباينة ص- ٤ ≥ ١

(أ) (٥ ، ∞) (ب) (– ∞ ، ٥) (ج) (– ∞ ، ٥] (د) (-٥ ، ∞)

- حل المتباينة ٢ (م - ٣) + ٧ > ٢١

(أ) (– ∞ ، ١٠) (ب) (– ∞ ، ١٠] (ج) (١٠، ∞) (د) [١٠ ، ∞)

- حل المتباينة -٦(٢ل -١٠) + ١٢ل ≥ ١٨٠ هو

(أ) [٠، ∞) (ب) ح (ج) Ø (د) (– ∞ ، ١٠]

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

القيمة المطلقة

أعد تعريف ما يلي دون استخدام القيمة المطلقة:

- $|$س $-$ ٤$|$ = { س - ٤ ، س ≥ ٤ ؛ - س + ٤ ، س < ٤ }

- $|$س + ٣$|$ = { س + ٣ ، س ≥ ‎−٣ ؛ - س - ٣ ، س < ‎−٣ }

- $|$٤ $-$ ٢س$|$ = $|$٢س $-$ ٤$|$ = { ٢س - ٤ ، س ≥ ٢ ؛ -٢س + ٤ ، س < ٢ }

حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

- $|$٢ص $-$ ٣$|$ = ٧

٢ص - ٣ = ٧   أو   ٢ص - ٣ = -٧

٢ص = ٧ + ٣ | ٢ص = -٧ + ٣

٢ص = ١٠ | ٢ص = -٤

ص = ٥ | ص = -٢

∴ م.ح = {٥، $-$٢}

- $|$٥س + ٣$|$ = ٨

٥س + ٣ = ٨   أو   ٥س + ٣ = -٨

٥س = ٨ - ٣ | ٥س = -٨ - ٣

٥س = ٥ | ٥س = -١١

س = ١ | س = $\frac{-١١}{٥}$

∴ م.ح = {١ ، $\frac{-١١}{٥}$}

- $|$٢س + ١$|$ + ٣ = ٠

$|$٢س + ١$|$ = $-$٣

∵ $-$٣ < ٠   ∴ م.ح = Ø

- ٥ + $|-$٢س + ٤$|$ = ٠

$|-$٢س + ٤$|$ = $-$٥

∵ $-$٥ < ٠   ∴ م.ح = Ø

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

- $|$٢س $-$ ١$|$ = ٠

٢س - ١ = ٠

٢س = ١

س = $\frac{١}{٢}$ ∴ م.ح = {$\frac{١}{٢}$}

- $|-$٢س + ٤$|$ = ٠

-٢س + ٤ = ٠

-٢س = -٤

س = $\frac{-٤}{-٢}$ = ٢   ∴ م.ح = {٢}

٤|٢س + ٣| − ٥ = ١١

٤|٢س + ٣| = ١١ + ٥

٤|٢س + ٣| = ١٦

$\frac{٤}{٤}$|٢س + ٣| = $\frac{١٦}{٤}$

|٢س + ٣| = ٤

٢س + ٣ = ٤ أو ٢س + ٣ = −٤

٢س = ٤ − ٣ ، ٢س = −٤ − ٣

٢س = ١ ، ٢س = −٧

س = $\frac{١}{٢}$ ، س = $\frac{-٧}{٢}$

∴ م.ح = {$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-٧}{٢}$}

٣|٢س + ٤| − ٦ = ٠

٣|٢س + ٤| = ٦

$\frac{٣}{٣}$|٢س + ٤| = $\frac{٦}{٣}$

|٢س + ٤| = ٢

٢س + ٤ = ٢ أو ٢س + ٤ = −٢

٢س = ٢ − ٤ ، ٢س = −٢ − ٤

٢س = −٢ ، ٢س = −٦

س = −١ ، س = −٣

∴ م.ح = {−١ ، −٣}

|٥س − ٤| + ٣ = ٠

|٥س − ٤| = −٣

∵ −٣ < ٠

∴ م.ح = ∅

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

|٢م − ٣| = |م + ١|

٢م − ٣ = م + ١ أو ٢م − ٣ = −م − ١

٢م − م = ٣ + ١ ، ٢م + م = ٣ − ١

م = ٤ ، ٣م = ٢ ⇐ م = $\frac{٢}{٣}$

∴ م.ح = {٤ ، $\frac{٢}{٣}$}

|ص − ٥| = |٢ص + ٣|

ص − ٥ = ٢ص + ٣ أو ص − ٥ = −٢ص − ٣

ص − ٢ص = ٥ + ٣ ، ص + ٢ص = ٥ − ٣

-ص = ٨ ⇐ ص = −٨ ، ٣ص = ٢ ⇐ ص = $\frac{٢}{٣}$

∴ م.ح = {−٨ ، $\frac{٢}{٣}$}

ه |س – ٥| = |س – ٧|

س – ٥ = س – ٧

س – س = ٥ – ٧

صفراً= – ٢ لا يوجد حل

أو

س – ٥ = – س + ٧

س + س = ٥ + ٧

٢س = ١٢ ⇐ س = ٦

∴ م. ح = { ٦ }

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

ه |٤س – ١| = س +٢

شرط الحل

س + ٢ ≥ ٠

س ≥ –٢

مجموعة التعويض:

[– ٢، ∞)

٤س – ١ = س + ٢

٤س – س = ١ + ٢

٣س = ٣

س = ١ ∈ [– ٢، ∞)

أو

٤س – ١ = – س – ٢

٤س + س = ١ – ٢

٥س = –١

س = $\frac{-١}{٥}$ ∈ [– ٢، ∞)

∴ م. ح = $\left\{ ١، \frac{-١}{٥} \right\}$

ه |٢س + ٣| = ٣س - ٢

شرط الحل

٣س – ٢ ≥ ٠

٣س ≥ ٢

س ≥ $\frac{٢}{٣}$

مجموعة التعويض:

$\left[\frac{٢}{٣}, \infty\right)$

٢س + ٣ = ٣س – ٢

٢س – ٣س = –٣ – ٢

– س = –٥

س = ٥ ∈ $\left[\frac{٢}{٣}, \infty\right)$

أو

٢س + ٣ = – ٣س + ٢

٢س + ٣س = –٣ + ٢

٥س = –١

س = $\frac{-١}{٥}$ ∉ $\left[\frac{٢}{٣}, \infty\right)$

∴ م. ح = {٥}

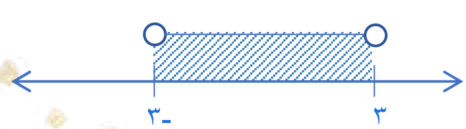
حل متباينات تتضمن قيمة مطلقة

مقدمة

ه |س| < ٣

–٣ < س < ٣

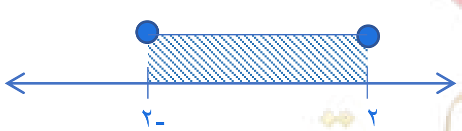
∴ م. ح = (–٣، ٣)



ه |س| ≤ ٢

–٢ ≤ س ≤ ٢

∴ م. ح = [– ٢ , ٢]



أوجد مجموعة حل كل متباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

$٤|٢\text{س} + ١| + ٤ \le ١٢$

$٤|٢\text{س} + ١| \le ١٢ - ٤$

$٤|٢\text{س} + ١| \le ٨$

$\frac{٤}{٤}|٢\text{س} + ١| \le \frac{٨}{٤}$

$|٢\text{س} + ١| \le ٢$

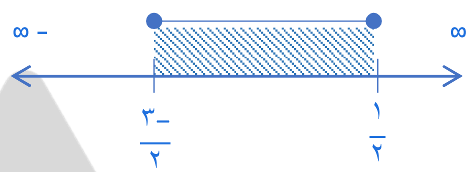
$-٢ \le ٢\text{س} + ١ \le ٢$

$-٢ - ١ \le ٢\text{س} \le ٢ - ١$

$-٣ \le ٢\text{س} \le ١$

$-\frac{٣}{٢} \le \text{س} \le \frac{١}{٢}$

$\therefore \text{م.ح} = \left[-\frac{٣}{٢} , \frac{١}{٢}\right]$



$|٣\text{ع} - ٦| + ٣ < ١٥$

$|٣\text{ع} - ٦| < ١٥ - ٣$

$|٣\text{ع} - ٦| < ١٢$

$-١٢ < ٣\text{ع} - ٦ < ١٢$

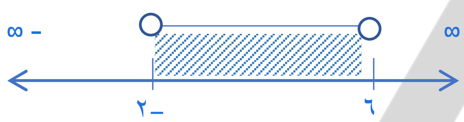
$-١٢ + ٦ < ٣\text{ع} < ١٢ + ٦$

$-٦ < ٣\text{ع} < ١٨$

$\frac{-٦}{٣} < \frac{٣}{٣}\text{ع} < \frac{١٨}{٣}$

$-٢ < \text{ع} < ٦$

$\therefore \text{م.ح} = (-٢ \text{ ، } ٦)$



أوجد مجموعة حل كل متباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

$٤|٢\text{هـ} + ٣| \le ٩$

$٤|٢\text{هـ} + ٣| \le ٩$

$|٢\text{هـ} + ٣| \le \frac{٩}{٤}$

$\frac{-٩}{٤} \le ٢\text{هـ} + ٣ \le \frac{٩}{٤}$

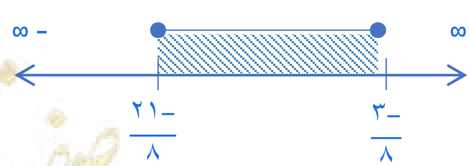
$\frac{-٩}{٤} - ٣ \le ٢\text{هـ} \le \frac{٩}{٤} - ٣$

$\frac{-٢١}{٤} \le ٢\text{هـ} \le \frac{-٣}{٤}$

$\frac{\left(\frac{-٢١}{٤}\right)}{٢} \le \frac{٢\text{هـ}}{٢} \le \frac{\left(\frac{-٣}{٤}\right)}{٢}$

$\frac{-٢١}{٨} \le \text{هـ} \le \frac{-٣}{٨}$

$\therefore \text{م.ح} = \left[\frac{-٢١}{٨} , \frac{-٣}{٨}\right]$



$\left|\frac{١}{٢}\text{س} - \frac{٤}{٥}\right| < ٠,٦$

$-٠,٦ < \frac{١}{٢}\text{س} - \frac{٤}{٥} < ٠,٦$

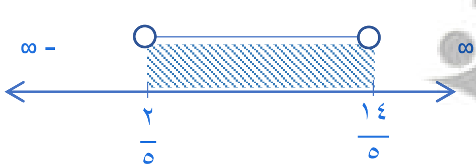
$-٠,٦ + \frac{٤}{٥} < \frac{١}{٢}\text{س} < ٠,٦ + \frac{٤}{٥}$

$\frac{١}{٥} < \frac{١}{٢}\text{س} < \frac{٧}{٥}$

$٢ \times \frac{١}{٥} < ٢ \times \frac{١}{٢}\text{س} < ٢ \times \frac{٧}{٥}$

$\frac{٢}{٥} < \text{س} < \frac{١٤}{٥}$

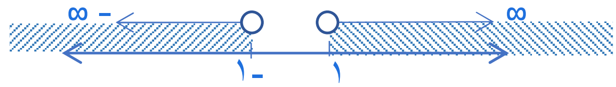
$\therefore \text{م.ح} = \left(\frac{٢}{٥} , \frac{١٤}{٥}\right)$



|س| > ١

س > ١ أو س < -١

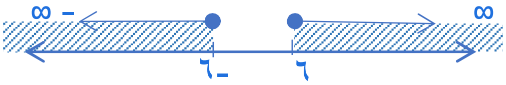
(١، ∞) ∪ (-∞، -١)



|س| ≥ ٦

س ≥ ٦ أو س ≤ -٦

[٦، ∞) ∪ (-∞، -٦]



أوجد مجموعة حل كل متباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

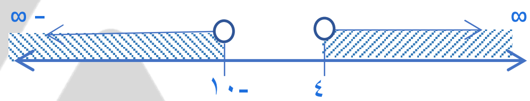
|م + ٣| > ٧

م + ٣ > ٧ أو م + ٣ < -٧

م > ٧ - ٣ م < -٧ - ٣

م > ٤ م < -١٠

∴ م.ح = (٤ ، ∞) ∪ (-∞ ، -١٠)



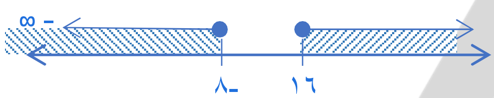
|ص - ٤| ≥ ١٢

ص - ٤ ≥ ١٢ أو ص - ٤ ≤ -١٢

ص ≥ ١٢ + ٤ ص ≤ -١٢ + ٤

ص ≥ ١٦ ص ≤ -٨

∴ م.ح = [١٦ , ∞) ∪ (-∞ , -٨]



٢|٣م - ٤| - ١ > ٥

٢|٣م - ٤| > ٥ + ١

٢|٣م - ٤| > ٦

|٣م - ٤| > ٣

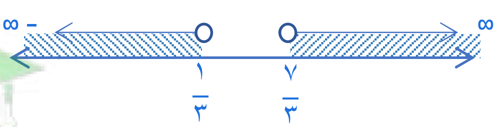
٣م - ٤ > ٣ أو ٣م - ٤ < -٣

٣م > ٣ + ٤ ٣م < -٣ + ٤

٣م > ٧ ٣م < ١

م > $\frac{٧}{٣}$ م < $\frac{١}{٣}$

∴ م.ح = ($\frac{٧}{٣}$ ، ∞) ∪ (-∞ ، $\frac{١}{٣}$)



|$\frac{٣}{٤}$ - س| ≥ $\frac{٧}{٨}$

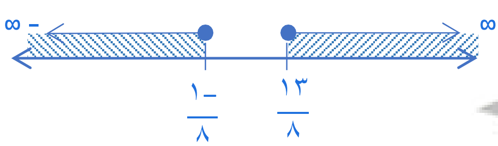
|س - $\frac{٣}{٤}$| ≥ $\frac{٧}{٨}$

س - $\frac{٣}{٤}$ ≥ $\frac{٧}{٨}$ أو س - $\frac{٣}{٤}$ ≤ $\frac{-٧}{٨}$

س ≥ $\frac{٧}{٨}$ + $\frac{٣}{٤}$ س ≤ $\frac{-٧}{٨}$ + $\frac{٣}{٤}$

س ≥ $\frac{١٣}{٨}$ س ≤ $\frac{-١}{٨}$

∴ م.ح = [$\frac{١٣}{٨}$, ∞) ∪ (-∞ , $\frac{-١}{٨}$]



التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- مجموعة حل المعادلة |س| = ١ هي : {١} — (أ) (ب)
- مجموعة حل المعادلة |س| = -5 هي ∅ — (أ) (ب)
- مجموعة حل المتباينة |س| > ٣ هي (-٣ ، ٣) — (أ) (ب)
- مجموعة حل المعادلة |س − ٢| = س - ٢ هي [٢ ، ∞) — (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

- مجموعة حل المتباينة : |س| < ٢ هي :
  - (أ) (-٢ ، ٢)
  - (ب) [-٢ ، ٢]
  - (ج) (-∞ ، -٢) ∪ (٢ ، ∞)
  - (د) (−∞ ، -٢) ∩ (٢ ، ∞)

- أحد حلول المعادلة : |س − ٣| = س -٣
  - (أ) -٣
  - (ب) ١
  - (ج) ٠
  - (د) ٣

- مجموعة حل المعادلة : |٣س − ٢| = ٣س -٢ هي :
  - (أ) $[\frac{2}{3} ، \infty)$
  - (ب) $(\frac{2}{3} ، \infty)$
  - (ج) $(-\infty ، \frac{2}{3})$
  - (د) $(-\infty ، \frac{2}{3}]$

- حل المتباينة : $\left|\frac{\text{٣} - \text{س}}{\text{٢}}\right|$ < ٤ هو :
  - (أ) -٥ < س < ١١
  - (ب) -١١ < س < -٥
  - (ج) ٥ < س < ١١
  - (د) -١ < س < ١١

- مجموعة حل المعادلة : |س| = -٣ هي :
  - (أ) {٣}
  - (ب) ح
  - (ج) {-٣}
  - (د) ∅

- مجموعة حل المعادلة : |س − ٤| = ٠ هي :
  - (أ) {٠}
  - (ب) {٤}
  - (ج) {-٤}
  - (د) {-٤ ، ٤}

- مجموعة حل المعادلة : |٢س − ٣| = ٥ هي :
  - (أ) { ١ ، -٤}
  - (ب) {٤ ، -١}
  - (ج) { ٤ ، ١}
  - (د) { -١ ، -٤}

مجموعة حل المتباينة : |ص| ≥ ١ هي:

أ [-١ ، ١] ب (-١ ، ١] ج [-١ ، ١) د (-١ ، ١)

مجموعة حل المتباينة : |س| ≥ ٣ هي :

أ [-٣ ، ٣] ب $(-\infty ، -٣] \cup [٣ ، \infty)$

ج {-٣ ، ٣} د {٣}

حل المتباينة : |س – ١| < ١

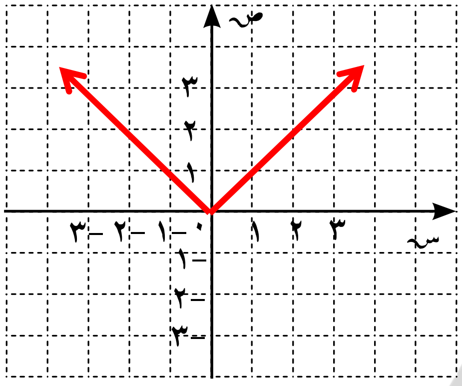
أ [-٢ ، ٠] ب [٠ ، ٢] ج (-٢ ، ٠) د (٠ ، ٢)

دالة القيمة المطلقة

ص = |س|

س	٢	١	٠	-١	-٢
ص	٢	١	٠	١	٢

ص = { س : س > ٠
٠ : س = ٠
-س : س < ٠ }



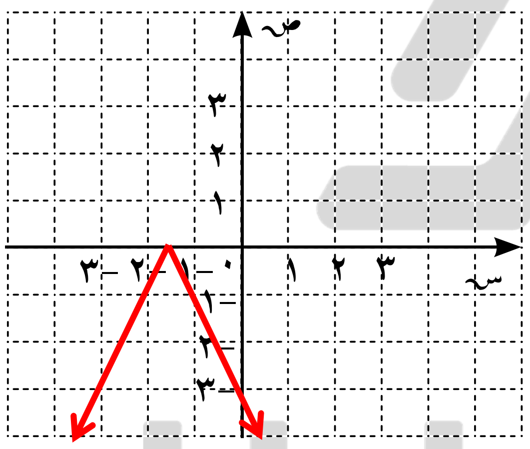
رأس منحنى دالة القيمة المطلقة ص=|أ س + ب| + جـ هو النقطة ($-\frac{ب}{أ}$ ، جـ)

ارسم بيانياً: ص= -|٢س +٣|

أ = ٢ ، ب = ٣ ، جـ = ٠

الرأس: ($-\frac{ب}{أ}$ ، جـ) = ($\frac{-٣}{٢}$ ، ٠)

س	٠	-١	$\frac{-٣}{٢}$	-٢	-٣
ص	-٣	-١	٠	-١	-٣



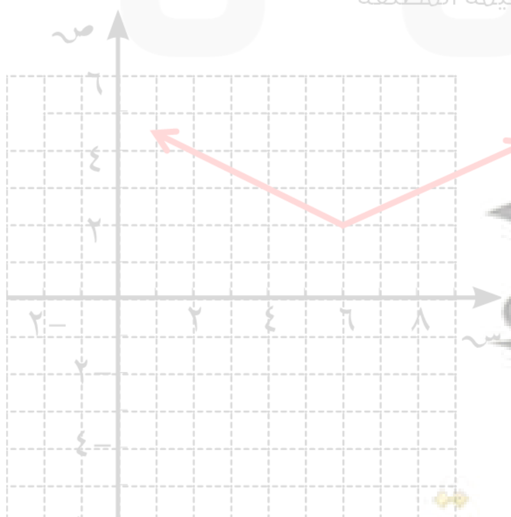
ارسم بيانياً: ص=| $\frac{١}{٢}$ س -٣|+٢ بعد كتابتها دون استخدام رمز القيمة المطلقة

أ = $\frac{١}{٢}$ ، ب = -٣ ، جـ = ٢

الرأس: ($-\frac{ب}{أ}$ ، جـ) = (٦ ، ٢)

ص = { $\frac{١}{٢}$ س -٣ + ٢ = $\frac{١}{٢}$ س -١
ص = - $\frac{١}{٢}$ س +٣ +٢ = - $\frac{١}{٢}$ س + ٥ }

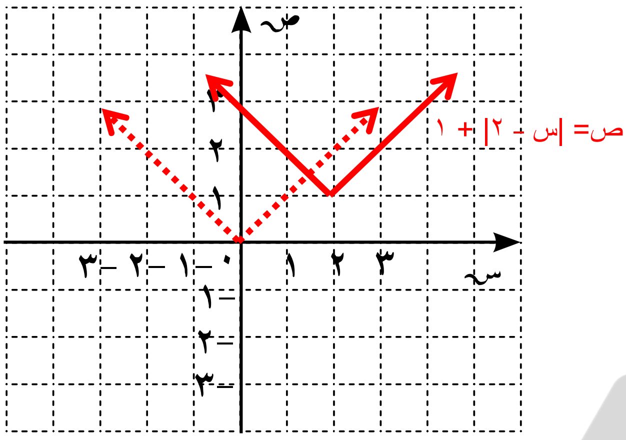
س	٢	٤	٦	٨
ص	٤	٣	٢	٣



معلق

الرسم باستخدام دالتي المرجع ص=±|س| والانسحاب:

ارسم بيانياً: ص= |س - ٢| + ١ مستخدماً دالة المرجع



دالة المرجع ص = |س|

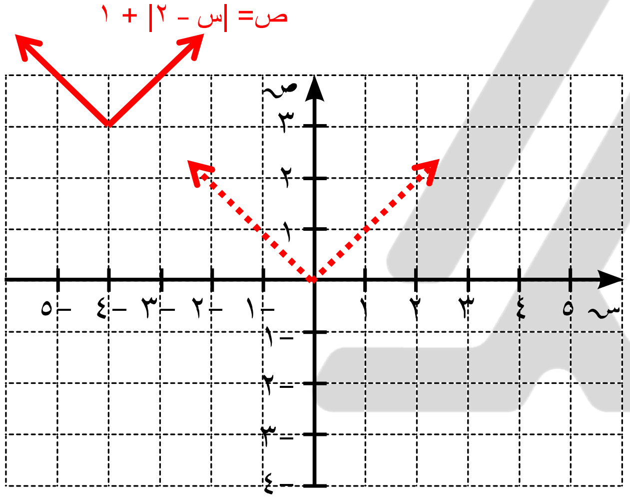
ص = |س - ٢| + ١

ل = ٢ ، ك = ١

(-٢) تعني انسحاب وحدتين جهة اليمين

(+١) تعني انسحاب وحدة واحدة إلى الأعلى

ارسم بيانياً: ص= |س + ٤| + ٣ مستخدماً دالة المرجع



دالة المرجع ص = |س|

ص = |س + ٤| + ٣

ل = ٤ ، ك = ٣

(+٤) تعني انسحاب أربع وحدات جهة اليسار

(+٣) تعني انسحاب ثلاث وحدات إلى الأعلى

ارسم بيانياً: ص= -|س - ٥| - ٣ مستخدماً دالة المرجع

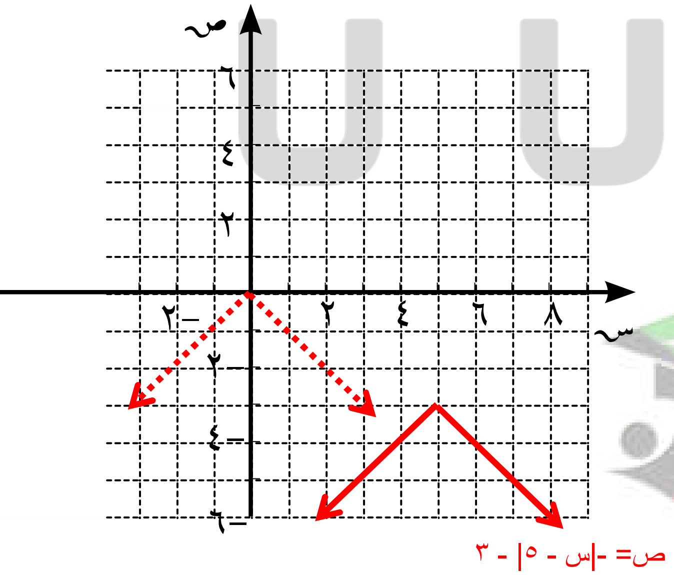
دالة المرجع ص = -|س|

ص = -|س - ٥| - ٣

ل = ٥ ، ك = ٣

(-٥) تعني انسحاب خمس وحدات جهة اليمين

(-٣) تعني انسحاب ثلاث وحدات إلى الأسفل



ارسم بيانياً: ص= |س + ٣| - ٢ مستخدماً دالة المرجع

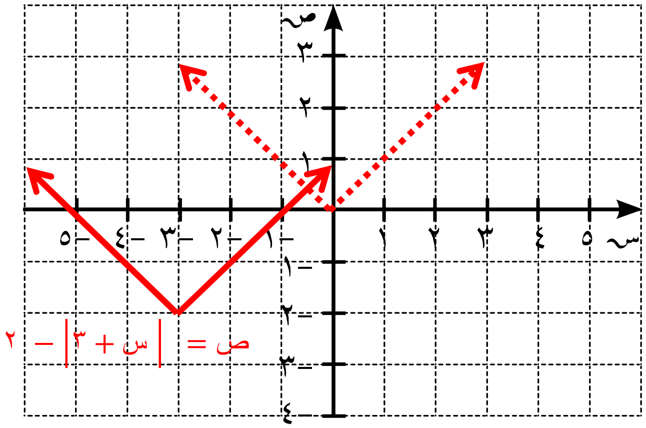
دالة المرجع ص = |س|

ص = |س + ٣| − ٢

ل = ٣ ، ك = ٢

(+٣) تعني انسحاب ثلاث وحدات جهة اليسار

(-٢) تعني انسحاب وحدتين إلى الأسفل



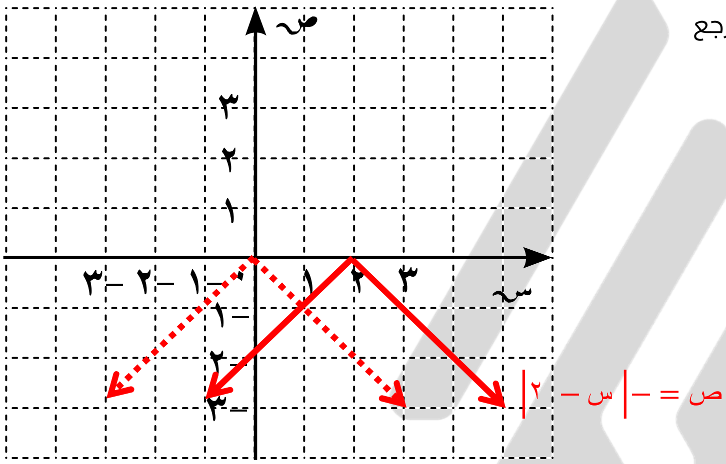
ارسم بيانياً: ص= -|س - ٢| مستخدماً دالة المرجع

دالة المرجع ص = −|س|

ص = −|س − ٢|

ل = ٢ ، ك = ٠

(-٢) تعني انسحاب وحدتين جهة اليمين



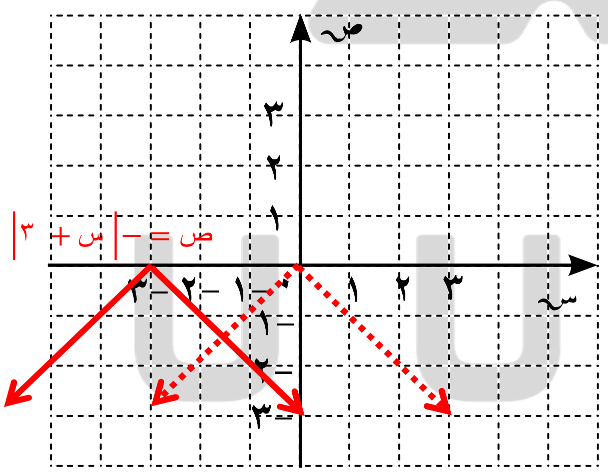
ارسم بيانياً: ص= -|س + ٣| مستخدماً دالة المرجع

دالة المرجع ص = −|س|

ص = −|س + ٣|

ل = ٣ ، ك = ٠

(+٣) تعني انسحاب ثلاث وحدات جهة اليسار

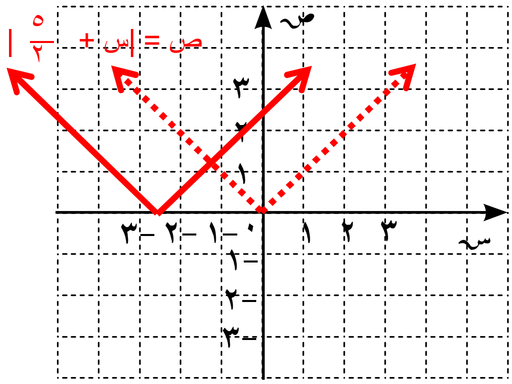


ارسم بيانياً ص = |س + $\frac{٥}{٢}$ | مستخدماً دالة المرجع

دالة المرجع ص = |س|

ل = $\frac{٥}{٢}$ ، ك = ٠

$\left(+\frac{٥}{٢} = +٢,٥\right)$ تعني انسحاب وحدتين ونصف جهة اليسار



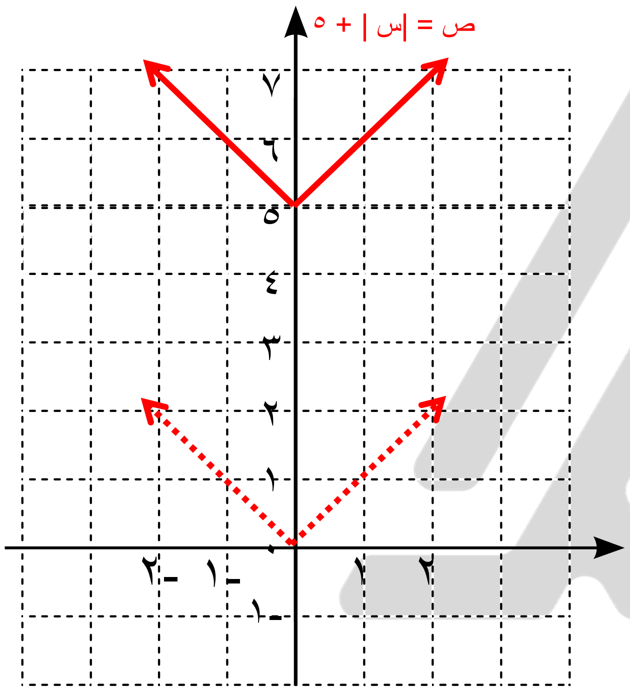
ارسم بيانياً ص = |س | + ٥ مستخدماً دالة المرجع

دالة المرجع ص = |س|

ص = |س| + ٥

ل = ٠ ، ك = ٥

(+٥) تعني انسحاب خمس وحدات إلى الأعلى



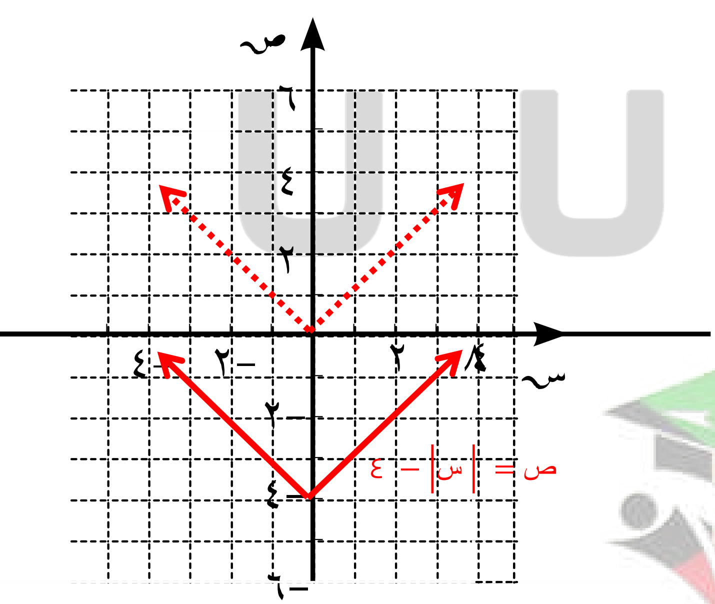
ارسم بيانياً: ص= |س | - ٤ مستخدماً دالة المرجع

دالة المرجع ص = |س|

ص = |س| − ٤

ل = ٠ ، ك = ٤

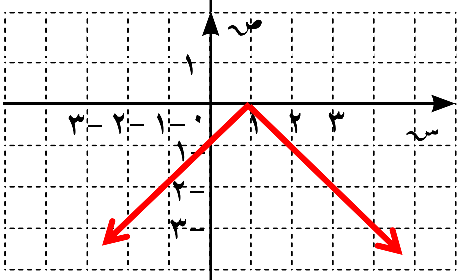
(-٤) تعني انسحاب أربع وحدات إلى الأسفل



التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

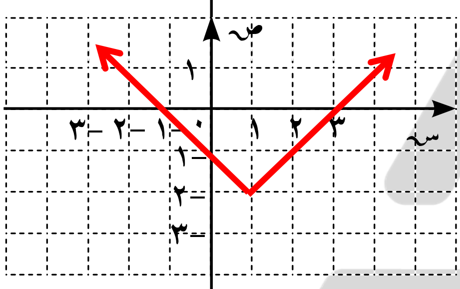
- رأس منحنى الدالة ص= |س – ٢| +٣ هو (٢ ، -٣)   (أ)   (ب)
- الدالة ص= |س| يمر بيانها بالنقطة (-١ ، ١)   (أ)   (ب)
- الدالة التي يمثلها الشكل المجاور هي ص= -|س – ١| (أ)   (ب)



- الانسحاب الذي يحول الدالة ص= |س| إلى الدالة ص= |س – ٢| هو وحدتان إلى اليسار   (أ)   (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

- الدالة التي يمثلها الرسم المجاور هي:
  - (أ) ص= |٣س – ١| +٢
  - (ب) ص= |س – ١| -٢
  - (ج) ص= |س – ١| +٢
  - (د) ص= |٣س – ٣| -٢



- أي دالة مما يلي لا يمر بيانها بالنقطة (٥,٠) ؟
  - (أ) ص= |س| +٥
  - (ب) ص= |س – ٥|
  - (ج) ص= |س – ٥| -٥
  - (د) ص= |س + ٥|

- تم انسحاب الدالة ص= |س| ثلاث وحدات إلى الأسفل ووحدتين إلى اليمين معادلة الدالة الجديدة هي:
  - (أ) ص= |س + ٢| + ٣
  - (ب) ص= |س + ٢| - ٣
  - (ج) ص= |س – ٢| + ٣
  - (د) ص= |س – ٢| - ٣

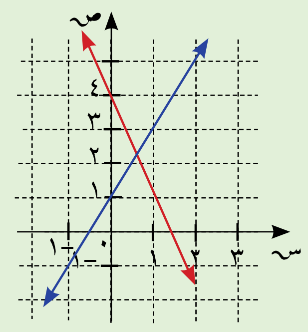
تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

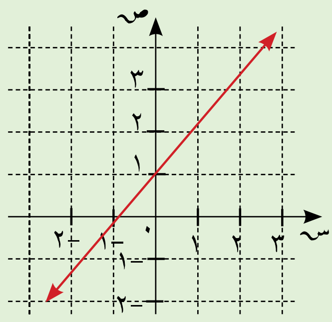
حل نظام معادلتين

أولاً: الحل بيانياً

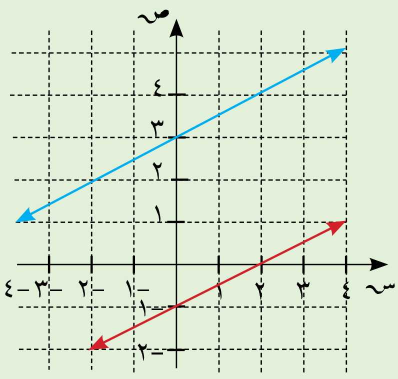
يمكن لنظام المعادلتين الخطيتين أن يكون من الحالات التالية:



المستقيمان متقاطعان
للنظام حل واحد



المستقيمان منطبقان
للنظام عدد لانهائي من الحلول



المستقيمان متوازيان غير منطبقين
لا حل للنظام

معلق

ثانياً: الحل بطريقة الحذف

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

ء $\begin{cases} ٢س - ص = ١٣ \\ ٣س + ص = ٧ \end{cases}$

س = ٢٠ بالجمع

س = $\frac{٢٠}{٥}$ = ٤

نعوض في $\cancel{٣س}$ + ص = ٧ (٤)

١٢ + ص = ٧

ص = ٧ - ١٢ = -٥

∴ م. ح = {(٤، -٥)}

ء $\begin{cases} ٢س + ٣ص = ١١ \\ -٢س + ٤ص = ١٠ \end{cases}$

٧ص = ٢١ بالجمع

ص = $\frac{٢١}{٧}$ = ٣

نعوض في ٢س + $\cancel{٣ص}$ = ١١ (٣)

٢س + ٩ = ١١

٢س = ١١ − ٩ = ٢

س = ١

∴ م. ح = {(١، ٣)}

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

ء $\begin{cases} ٢س + ٣ص = ١٢ \leftarrow ×١ \\ ٥س - ص = ١٣ \leftarrow ×٣ \end{cases}$

٢س + ٣ص = ١٢

١٥س - ٣ص = ٣٩

١٧س = ٥١ بالجمع

س = $\frac{٥١}{١٧}$ = ٣

نعوض في $\cancel{٢س}$ + ٣ص = ١٢ (٣)

٦ + ٣ص = ١٢

٣ص = ١٢ − ٦ = ٦ ⇐ ص = ٢

∴ م. ح = {(٣، ٢)}

ء $\begin{cases} ٢ر + ب = ٣ \\ ٤ر - ب = ٩ \end{cases}$

٦ر = ١٢ بالجمع

ر = $\frac{١٢}{٦}$ = ٢

نعوض في $\cancel{٢ر}$ + ب = ٣ (٢)

٤ + ب = ٣

ب = ٣ − ٤ = −١

∴ م. ح = {(ر، ب) = (٢، −١)}

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام

ꝏ
$$\begin{cases} ٥ك - ٢ت = -١٩ & \longrightarrow \times ٣ \\ ٢ك + ٣ت = ٠ & \longrightarrow \times ٢ \end{cases}$$

١٥ك - ٦ت = -٥٧

٤ك + ٦ت = ٠

١٩ك = -٥٧ بالجمع

ك = $\frac{-٥٧}{١٩}$ = -٣

نعوض في المعادلة: ٢ك + ٣ت = ٠

(-٣)

$\cancel{٢ك}$ + ٣ت = ٠

-٦ + ٣ت = ٠

٣ت = ٦ ⇐ ت = ٢

∴ م. ح = {(ك ، ت)=(-٣ ، ٢)}

ꝏ
$$\begin{cases} ٢س + ٣ص = ٣ & \longrightarrow \times ٥ \\ ٣س - ٥ص = ١٤ & \longrightarrow \times ٣ \end{cases}$$

١٠س + ١٥ص = ١٥

٩س - ١٥ص = ٤٢

١٩س = ٥٧ بالجمع

س = $\frac{٥٧}{١٩}$ = ٣

نعوض في المعادلة: ٢س + ٣ص = ٣

(٣)

$\cancel{٢س}$ + ٣ص = ٣

٦ + ٣ص = ٣

٣ص = ٣ - ٦ = -٣ ⇐ ص = -١

∴ م. ح = {(٣، -١)}

ثالثاً: الحل بطريقة التعويض

ꝏ استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام
$$\begin{cases} ٣م - ل = ١ \\ ٣م - ٢ل = ٥ \end{cases}$$

من المعادلة الأولى نجد: ٣م - ١ = ل

بالتعويض في الثانية: ٣م - ٢(٣م - ١) = ٥

٣م - ٦م + ٢ = ٥ ⇐ -٣م = ٣ ⇐ م = $\frac{٣}{-٣}$ = -١

بالتالي: ل=٣(-١)-١=-٤ ∴ م. ح = {(م ، ل)=(-١ ، -٤)}

ꝏ استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام
$$\begin{cases} ت = ٢ر + ٣ \\ ٥ر - ٤ت = ٦ \end{cases}$$

من المعادلة الأولى نجد: ت = ٢ر + ٣

بالتعويض في المعادلة الثانية: ٥ر - ٤(٢ر + ٣) = ٦

٥ر - ٨ر - ١٢ = ٦

-٣ر = ١٨ ⇐ ر = $\frac{١٨}{-٣}$ = -٦

بالتالي: ت = ٢ (-٦) + ٣ = -٩ ∴ م. ح = {(ر ، ت)=(-٦ ، -٩)}

استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٣س - ص = ٥ \\ ص = ٤س + ٢ \end{cases}$

من المعادلة الثانية: ص = ٤س +٢

نعوض في المعادلة الأولى: ٣س − (٤س + ٢) = ٥

٣س − ٤س − ٢ = ٥

- س = ٧ ⇐ س = −٧

بالتالي: ص = ٤(−٧) + ٢ = −٢٦

∴ م. ح = {(−٧، −٢٦)}

استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} س = ٣ص - ٤ \\ ٢ص = ٣س - ٩ \end{cases}$

من المعادلة الأولى: س = ٣ص -٤

نعوض في المعادلة الثانية: ٢ص = ٣(٣ص − ٤) − ٩

٢ص = ٩ص − ١٢ − ٩

٢ص − ٩ص = −١٢ − ٩

-٧ص = −٢١ ⇐ ص = $\frac{-٢١}{-٧}$ = ٣

بالتالي: س = ٣(٣) − ٤ = ٥

∴ م. ح = {(٥ ، ٣)}

استخدم طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} جـ + ب = ١٢ \\ ٣جـ - ب = ٨ \end{cases}$

من المعادلة الأولى: جـ = ١٢ - ب

نعوض في المعادلة الثانية: ٣(١٢ − ب) − ب = ٨

٣٦ − ٣ب − ب = ٨

-٤ب = −٢٨ ⇐ ب = $\frac{-٢٨}{-٤}$ = ٧

بالتالي: جـ = ١٢ − (٧) = ٥

∴ م. ح = {(جـ ، ب) = (٥ ، ٧)}

التمارين الموضوعية

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

مجموعة حل النظام $\left\{\begin{array}{l}٣س + ص = ٥ \\ س - ص = ٧\end{array}\right.$ هي:

أ $\{(٣ ، -٤)\}$

ب $\{(-٣ ، -٤)\}$

ج $\{(-٣ ، ٤)\}$

د $\{(٣ ، ٤)\}$

مجموعة حل النظام $\left\{\begin{array}{l}ص = س - ٢ \\ ص = -٢س + ١\end{array}\right.$ هي :

أ $\{(١ ، ١)\}$

ب $\{(-١ ، -١)\}$

ج $\{(١ ، -١)\}$

د $\{(-١ ، ١)\}$

مجموعة حل النظام $\left\{\begin{array}{l}ص = س - ٣ \\ ص = س + ٢\end{array}\right.$ هي:

أ عدد غير منته من الحلول

ب $\varnothing$

ج $\{(٣ ، -٢)\}$

د $\{(١ ، ٤)\}$

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

حل المعادلة التربيعية في متغير واحد

طريقة إكمال المربع:

حل المعادلة $س^2 + 10 س = -16$

$س^2 + 10 س + 25 = -16 + 25$

$(س + 5)^2 = 9$

$(س + 5) = \pm 3$

$س + 5 = 3$ $س + 5 = -3$

$س = 3 - 5$ $س = -3 - 5$

$س = -2$ $س = -8$

∴ م.ح $= \{-2 ، -8\}$

حل المعادلة : $س^2 - 8س = -15$

$س^2 - 8س + 4^2 = -15 + 4^2$

$(س - 4)^2 = 1$

$س - 4 = \pm 1$

$س - 4 = 1$ $س - 4 = -1$

$س = 1 + 4$ $س = -1 + 4$

$س = 5$ $س = 3$

م.ح $= \{5 ، 3\}$

طريقة القانون (المميّز): $أس^2 + ب س + جـ = 0$

$\Delta = ب^2 - 4أجـ$

$\Delta > 0$ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$\Delta = 0$ يوجد جذران حقيقيان متساويان

$\Delta < 0$ يوجد جذران غير حقيقيين

$$س = \frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{2أ}$$

حل المعادلة $س^2 + 10 س = -16$ $\Leftarrow$ $س^2 + 10س + 16 = 0$

$أ = 1$ $ب = 10$ $جـ = 16$

$\Delta = ب^2 - 4أجـ = (10)^2 - 4 \times 1 \times 16 = 36$ ، $36 > 0$ ∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$س = \frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{2أ}$ $\Leftarrow$ $س = \frac{-(10) \mp \sqrt{36}}{2 \times (1)}$ $\Leftarrow$ $س = -2$ ، $س = -8$

∴ م.ح $= \{-2 ، -8\}$

حل المعادلة : $س^2 - 6س + 5 = 0$

$أ = 1$ $ب = -6$ $جـ = 5$

$\Delta = ب^2 - 4أجـ = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ ، $16 > 0$ ∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$س = \frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{2أ}$ $\Leftarrow$ $س = \frac{-(-6) \mp \sqrt{16}}{2 \times (1)}$ $\Leftarrow$ $س = 5$ ، $س = 1$

∴ م.ح $= \{5 ، 1\}$

حل المعادلة : $٢س^{٢} + ٤س - ٧ = ٠$

$أ = ٢$ $\qquad$ $ب = ٤$ $\qquad$ $جـ = -٧$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ = (٤)^{٢} - ٤ \times ٢ \times (-٧) = ٧٢$ $\qquad$ $٧٢ > ٠$

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$س = \dfrac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ} \Leftarrow س = \dfrac{-(٤) \mp \sqrt{٧٢}}{٢ \times (٢)} = \dfrac{-٢ \mp ٣\sqrt{٢}}{٢}$

∴ $م.ح = \left\{ \dfrac{-٢ + ٣\sqrt{٢}}{٢} ، \dfrac{-٢ - ٣\sqrt{٢}}{٢} \right\}$

حل المعادلة : $٤س^{٢} = ١٣س - ٩$

$٤س^{٢} - ١٣س + ٩ = ٠$

$أ = ٤$ $\qquad$ $ب = -١٣$ $\qquad$ $جـ = ٩$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ = (-١٣)^{٢} - ٤ \times ٤ \times ٩ = ٢٥$ ، $٢٥ > ٠$

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$س = \dfrac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \dfrac{-(-١٣) \mp \sqrt{٢٥}}{٢ \times (٤)} \Leftarrow س = \dfrac{٩}{٤}$ ، $س = ١$

∴ $م.ح = \left\{ \dfrac{٩}{٤} ، ١ \right\}$

حل المعادلة : $س(س - ٢) = ٧$

$س^{٢} - ٢س - ٧ = ٠$

$أ = ١$ $\qquad$ $ب = -٢$ $\qquad$ $جـ = -٧$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ = (-٢)^{٢} - ٤ \times ١ \times (-٧) = ٣٢$ ، $٣٢ > ٠$

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$س = \dfrac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ} \Leftarrow س = \dfrac{-(-٢) \mp \sqrt{٣٢}}{٢ \times (١)} = ١ \mp ٢\sqrt{٢}$

∴ $م.ح = \{ ١ + ٢\sqrt{٢} ، ١ - ٢\sqrt{٢} \}$

حل المعادلة : $٤س^٢ + ٤س + ١ = ٠$

أ = ٤ ب = ٤ جـ = ١

Δ = ب^٢ − ٤أجـ = $٤^٢$ − ٤ × ٤ × ١ = صفراً

∴ يوجد جذران حقيقيان متساويان

$س = \frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{-(٤) \mp \sqrt{٠}}{٢ \times (٤)} = \frac{-٤}{٨} = \frac{-١}{٢}$ ∴ م. ح = $\left\{\frac{-١}{٢}\right\}$

حل المعادلة : $س^٢ + ١٠س + ٢٥ = ٠$

أ = ١ ب = ١٠ جـ = ٢٥

Δ = ب^٢ − ٤أجـ = $١٠^٢$ − ٤ × ١ × ٢٥ = صفراً

∴ يوجد جذران حقيقيان متساويان

$س = \frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{-(١٠) \mp \sqrt{٠}}{٢ \times (١)} = \frac{-١٠}{٢} = -٥$ ∴ م. ح = $\{-٥\}$

حل المعادلة : $س^٢ + ٢س + ٥ = ٠$

أ = ١ ب = ٢ جـ = ٥

Δ = ب^٢ − ٤أجـ = $٢^٢$ − ٤ × ١ × ٥ = -١٦ ، -١٦ < صفراً

∴ يوجد جذران غير حقيقيين

حل المعادلة : $س^٢ - ٥س + ٧ = ٠$

أ = ١ ب = -٥ جـ = ٧

Δ = ب^٢ − ٤أجـ = $(-٥)^٢$ − ٤ × ١ × ٧ = -٣ ، -٣ < ٠

∴ يوجد جذران غير حقيقيين

حل المعادلة : $م^٢ = ٣م$

$م^٢ - ٣م = ٠$

أ = ١ ب = -٣ جـ = ٠

Δ = ب^٢ − ٤أجـ = $(-٣)^٢$ − ٤ × ١ × ٠ = ٩ ، ٩ > ٠

∴ يوجد جذران حقيقيان مختلفان

$م = \frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{(-٣) \mp \sqrt{٩}}{٢ \times (١)}$ ⇐ م = ٣ ، م = ٠

∴ م. ح = $\{٣ ، ٠\}$

مجموع وناتج ضرب جذري معادلة تربيعية

أس^{٢} + ب س + جـ = ٠ معادلة تربيعية جذراها: م، ن فإن:

مجموع الجذرين: $م + ن = \frac{-ب}{أ}$

ناتج ضرب الجذرين: $م \times ن = \frac{جـ}{أ}$

بدون حل المعادلة
أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة ٣س^{٢} + ٢س -٣=٠ إذا وجدا

أ = ٣ ب = ٢ جـ = -٣

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = ٢^{٢} − ٤ × ٣ × (−٣) = ٤٠ ، ٤٠ > ٠ يوجد جذران حقيقان مختلفان

مجموع الجذرين: $م + ن = \frac{-ب}{أ} = \frac{-٢}{٣}$

ناتج ضرب الجذرين: $م \times ن = \frac{جـ}{أ} = \frac{-٣}{٣} = -١$

بدون حل المعادلة
أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة ٤س^{٢} - ٩س + ٣ = ٠ إذا وجدا

أ = ٤ ب = -٩ جـ = ٣

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = (−٩)^{٢} − ٤ × ٤ × ٣ = ٣٣ ، ٣٣ > ٠ يوجد جذران حقيقان مختلفان

مجموع الجذرين: $م + ن = \frac{-ب}{أ} = \frac{-(-٩)}{٤} = \frac{٩}{٤}$

ناتج ضرب الجذرين: $م \times ن = \frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٤}$

إذا كان مجموع جذري المعادلة ٢س^{٢} + ب س - ٥ = ٠ يساوي ١
أوجد قيمة ب ، ثم حل المعادلة

مجموع الجذرين = ١

$\frac{-ب}{أ} = ١$

$\frac{-ب}{٢} = ١ \Leftarrow ب = -٢$

المعادلة: ٢س^{٢} - ٢ س - ٥ = ٠

Δ = ب^{٢} − ٤أجـ = (−٢)^{٢} − ٤ × ٢ × (−٥) = ٤٤ ، ٤٤ > ٠ يوجد جذران حقيقان مختلفان

$س = \frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{٢ \mp \sqrt{٤٤}}{٢ \times ٢} = \frac{١ \mp \sqrt{١١}}{٢}$ ∴ م.ح = $\left\{ \frac{١ + \sqrt{١١}}{٢} ، \frac{١ - \sqrt{١١}}{٢} \right\}$

- إذا كان ناتج ضرب جذري المعادلة ا س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠ يساوي $\frac{٢}{٣}$
أوجد قيمة ا ، ثم حل المعادلة

∵ ناتج ضرب الجذرين = $\frac{٢}{٣}$ ⇐ $\frac{جـ}{ا} = \frac{٢}{٣}$ ، جـ = ٢ ⇐ $\frac{٢}{ا} = \frac{٢}{٣}$ ⇐ ا = $\frac{٢ \times ٣}{٢}$ = ٣

المعادلة: ٣س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠

Δ = ب^{٢} − ٤اجـ = $(-٥)^{٢} - ٤ \times ٣ \times ٢$ = ١ ، ١ > ٠ يوجد جذران حقيقان مختلفان

س = $\frac{-ب \mp \sqrt{\Delta}}{٢ا} = \frac{٥ \mp \sqrt{١}}{٢ \times ٣}$ ⇐ س = ١ ، س = $\frac{٢}{٣}$ ⇐ ∴ م. ح = $\left\{١ ، \frac{٢}{٣}\right\}$

إيجاد معادلة تربيعية عُلم جذراها

- أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣ ، ٥

س^{٢} - (مجموع الجذرين) س + (ضرب الجذرين) = ٠

س^{٢} - (٣ + ٥) س + (٣ × ٥) = ٠

س^{٢} - ٨س + ١٥ = ٠

- أوجد معادلتين تربيعيتين جذرا كل منهما -٤ ، -٣

س^{٢} - (مجموع الجذرين) س + (ضرب الجذرين) = ٠

س^{٢} - (-٧) س + (١٢) = ٠

س^{٢} + ٧س + ١٢ = ٠

لإيجاد معادلة ثانية نضرب حدود المعادلة السابقة بأي عدد حقيقي غير الصفر ، وليكن ٥ فنحصل على المعادلة التالية:

٥س^{٢} + ٣٥س + ٦٠ = ٠

- إذا كان جذرا المعادلة: س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠ هما ل ، م
كون معادلة تربيعية جذراها ٢ل ، ٢م

س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠

ا = ١ ب = -٥ جـ = ٦

ل + م = $\frac{-ب}{ا}$ = ٥

ل . م = $\frac{جـ}{ا}$ = ٦

المعادلة المطلوبة:

س^{٢} - (مجموع الجذرين) س + (ضرب الجذرين) = ٠

س^{٢} - (٢ل + ٢م) س + (٢ل × ٢م) = ٠

س^{٢} - ٢ (ل + م) س + ٤ (ل × م) = ٠

س^{٢} - ١٠س + ٢٤ = ٠

التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- مجموعة حل المعادلة س^{٢} – ٤س + ٤ = ٠ هي : { ٢ ، -٢ } (أ) (ب)
- مجموعة حل المعادلة س^{٢} – ٤ = ٠ هي : { -٢ ، ٢ } (أ) (ب)
- مجموع جذري المعادلة ٢س^{٢} – ٦س – ١١ = ٠ هو ٣ (أ) (ب)
- حاصل ضرب جذري المعادلة٤ س^{٢} – ٦س - ٢٠ = ٠ هو ٥ (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- مجموعة حل المعادلة س^{٢} – ٢٥ = ٠ هي

(أ) ∅ (ب) { -٥ } (ج) {٥} (د) { ٥ ، -٥ }

- مجموع جذري المعادلة ٤س^{٢} – ١٢س + ١ = ٠

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٤ (د) -٤

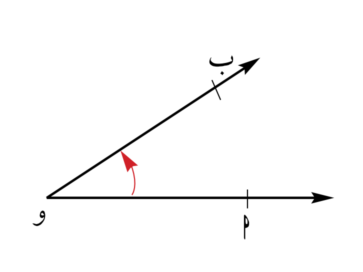
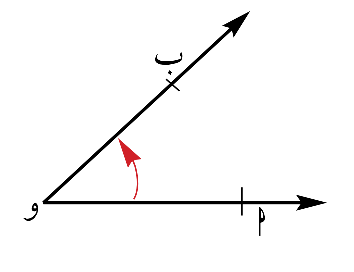
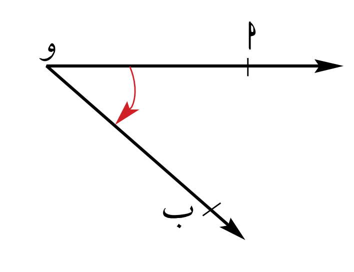
- حاصل ناتج ضرب جذري المعادلة ٩س^{٢} + س - ٩ = ٠

(أ) -١ (ب) ١ (ج) -٩ (د) ٩

تدرب و تفوق

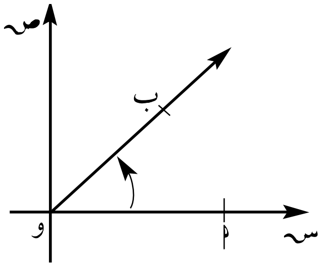
اختبارات الكترونية ذكية

الزوايا وقياساتها

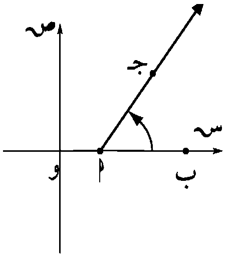
الزاوية الموجهة	الزاوية الموجهة الموجبة	الزاوية الموجهة السالبة
		

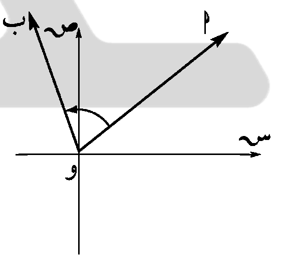
الزاوية الموجهة في الوضع القياسي

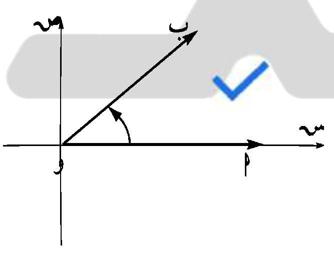
يكون رأسها نقطة الأصل وضلعها الابتدائي ينطبق على محور السينات الموجب

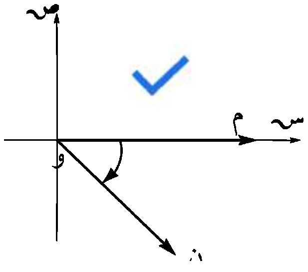


حدد مما يلي الزوايا التي في الوضع القياسي









الزاوية الربعية هي الزاوية الموجهة في الوضع القياسي والتي ينطبق ضلعها النهائي على أحد محوري الإحداثيات مثل: ٠°، ∓ ٩٠°، ∓ ١٨٠°، ∓ ٢٧٠°، ∓ ٣٦٠

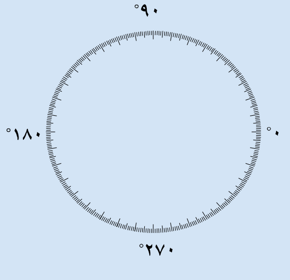
أنظمة قياس الزاوية

القياس الستيني:

تقسم الدائرة إلى ٣٦٠° وكل درجة ٦٠َ وكل دقيقة ٦٠ً

١° = ٦٠َ

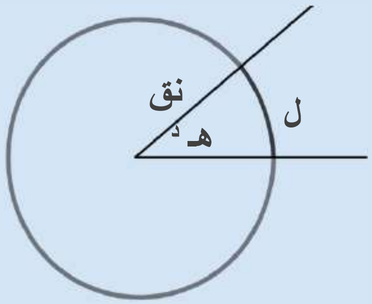
١َ = ٦٠ً



اكتب كلاً مما يلي بالقياس الستيني:

- $\frac{٧}{٨}$ الزاوية القائمة = $\frac{٧}{٨}$ × ٩٠° = ٤٥′ ٧٨°
- $\frac{٧}{٣٢}$ الزاوية القائمة = $\frac{٧}{٣٢}$ × ٩٠° = ١٥″ ٤١′ ١٩°
- ٠,٦٢٥ الزاوية القائمة = ٠,٦٢٥ × ٩٠° = ١٥′ ٥٦°
- $\frac{٥}{١١}$ الزاوية المستقيمة = $\frac{٥}{١١}$ × ١٨٠° = ٥,٤٥″ ٤٩′ ٨١°
- $\frac{٣}{٧}$ الزاوية المستقيمة = $\frac{٣}{٧}$ × ١٨٠° = ٣٤,٢٩″ ٨′ ٧٧°

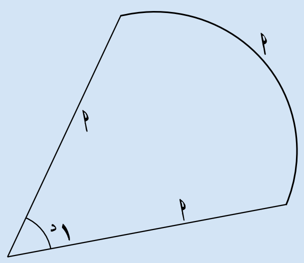
القياس الدائري (بالراديان) هـ د لزاوية مركزية في دائرة=



$$\frac{\text{طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية}}{\text{طول نصف قطر هذه الدائرة}}$$

هـ د = $\frac{\text{ل}}{\text{نق}}$ ، ل = هـ د نق

تعريف الزاوية النصف قطرية



هي زاوية مركزية في دائرة تحصر قوساً طوله يساوي طول نصف قطر هذه الدائرة. وقياس الزاوية نصف القطرية يساوي ١ راديان (١د)

- ع و̂ د زاوية مركزية في دائرة نصف قطرها ٤ سم ، أوجد طول القوس (ع⌒د) إذا كان : ق (ع و̂ د) = $\left(\frac{٣}{٤}\right)$ د

ل = هـ د نق = $\frac{٣}{٤}$ × ٤ = ٣ سم

- ع و̂ د زاوية مركزية في دائرة نصف قطرها ٤ سم ، أوجد طول القوس (ع⌒د) إذا كان : ق (ع و̂ د) = (٣,١٤) د

ل = هـ د نق = ٣,١٤ × ٤ = ١٢,٥٦ سم

- دائرة نق = ٦ سم . أوجد (ل) طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها :
  - (١,٢) د ل = هـ د نق = ١,٢ × ٦ = ٧,٢سم
  - (١,٥٧) د ل = هـ د نق = ١,٥٧ × ٦ = ٩,٤٢سم

العلاقة بين القياسين الدائري و الستيني

$\frac{هـ^{د}}{\pi} = \frac{س^{\circ}}{١٨٠^{\circ}}$ $هـ^{د} = س^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}}$ $س^{\circ} = هـ^{د} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\pi}$

- زاوية قياسها ٥ ^{د} ، أ وجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة .

$س^{\circ} = هـ^{د} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\pi} = ٥^{د} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\pi} \approx ٢٨^{\prime}\ ٢٨٦^{\circ}$

- زاوية قياسها ٧٥ °، أ وجد القياس الدائري لها .

$هـ^{د} = س^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = ٧٥^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = \left(\frac{٥\pi}{١٢}\right)^{د} \approx (١,٣٠٩)^{د}$

- أوجد القياس الستيني للزاوية $\frac{٣\pi}{٤}$

$س^{\circ} = هـ^{د} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\pi} = \frac{٣\pi}{٤} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\pi} = ١٣٥^{\circ}$

طريقة ثانية: $س^{\circ} = \frac{٣ \times ١٨٠}{٤} = ١٣٥^{\circ}$

أوجد بدلالة π القياس الدائري للزوايا التي قياساتها:

- ٤٥ ° $هـ^{د} = س^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = ٤٥^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = \left(\frac{\pi}{٤}\right)^{د}$
- ٣٠٠ ° $هـ^{د} = س^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = ٣٠٠^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = \left(\frac{٥\pi}{٣}\right)^{د}$
- ٢٢٥ ° $هـ^{د} = س^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = ٢٢٥^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = \left(\frac{٥\pi}{٤}\right)^{د}$
- ١٥٠ ° $هـ^{د} = س^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = ١٥٠^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = \left(\frac{٥\pi}{٦}\right)^{د}$

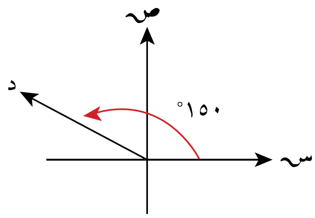
أوجد القياس الستيني للزوايا التالية:

- $\frac{\pi}{٢}$ $س^{\circ} = \frac{١٨٠^{\circ}}{٢} = ٩٠^{\circ}$
- $\frac{\pi}{٣}$ $س^{\circ} = \frac{١٨٠^{\circ}}{٣} = ٦٠^{\circ}$
- $\frac{\pi}{٦}$ $س^{\circ} = \frac{١٨٠^{\circ}}{٦} = ٣٠^{\circ}$
- $\frac{\pi}{٤}$ $س^{\circ} = \frac{١٨٠^{\circ}}{٤} = ٤٥^{\circ}$

ارسم كلاً من الزوايا الموجهة في الوضع القياسي، ثم حدد الربعية منها:

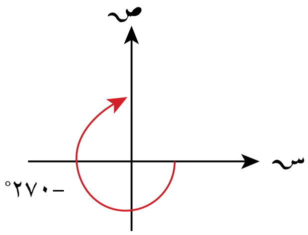
- ١٥٠ °

زاوية ليست ربعية



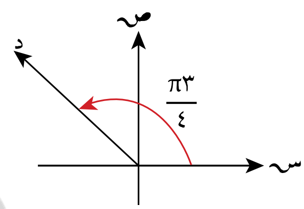
- -٢٧٠ °

زاوية ربعية



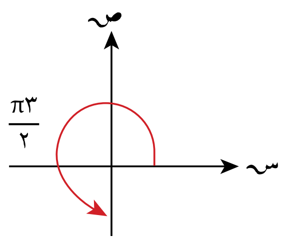
- $\frac{٣\pi}{٤}$ س° = $\frac{٣ \times ١٨٠}{٤}$ = ١٣٥°

زاوية ليست ربعية



- $\frac{٣\pi}{٢}$ س° = $\frac{٣ \times ١٨٠}{٢}$ = ٢٧٠°

زاوية ربعية



- حدد الزوايا الربعية من بين الزوايا التالية : π، ٢٥٠°، $\frac{٥\pi}{٧}$، $-\frac{\pi}{٢}$، ٣٣٠°.

الزوايا وقياساتها - التمارين الموضوعية

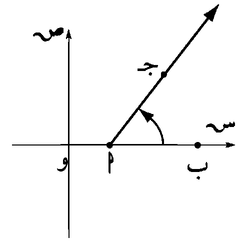
ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- القياس الستيني للزاوية $\frac{٣\pi}{٢}$ = ١٣٥°   (أ) (ب)
- القياس الدائري للزاوية ٣٠٠° = $\frac{١١\pi}{٦}$ (أ) (ب)
- قطاع دائري قياس زاويته $\frac{\pi}{٤}$ راديان و نصف قطره ٤ سم فإن طول القوس يساوي π سم   (أ) (ب)
- ٠,٦٢٥ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني يساوي ١١٢ ° ٣٠ َ   (أ) (ب)
- الزاوية المركزية ع و د قياسها ٠,٧٥ د في دائرة طول قطرها ٨ سم . فإن طول القوس ع د الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم   (أ) (ب)
- الزاوية التي قياسها $\frac{١١\pi}{٩}$ تقع في الربع الرابع   (أ) (ب)

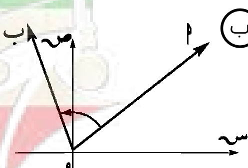
ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- حدد الزاوية الموجهة التي قياسها موجب و في الوضع القياسي .

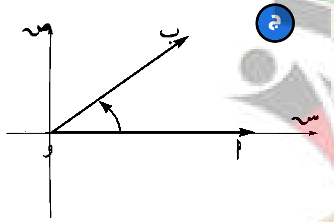
(أ)



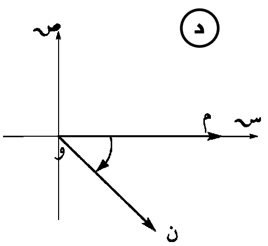
(ب)



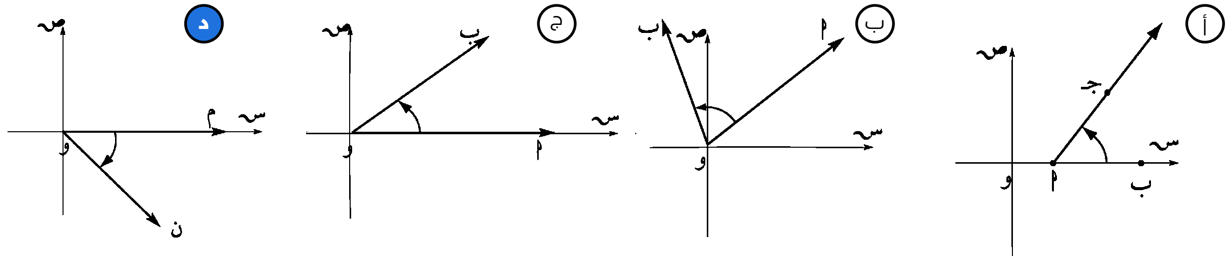
(ج)



(د)



حدد الزاوية الموجهة التي قياسها سالب و في الوضع القياسي .

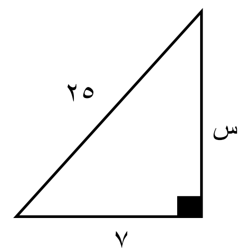


تدرب و تفوق

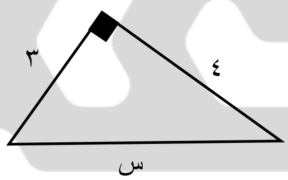
اختبارات الكترونية ذكية

النسب المثلثية: جيب وجيب تمام الزاوية

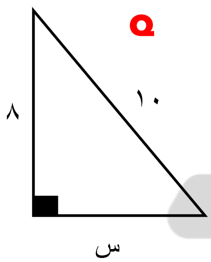
تذكر نظرية فيثاغورث : أوجد قيمة س في كل من المثلثات القائمة التالية



س = $\sqrt{٢٥^٢ - ٧^٢}$ = ٢٤

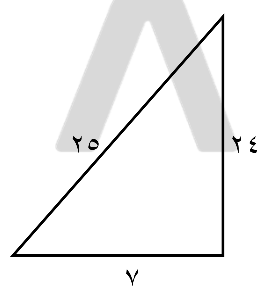


س = $\sqrt{٤^٢ + ٣^٢}$ = ٥



س = $\sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = ٦

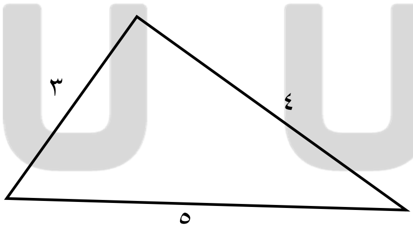
تذكر عكس نظرية فيثاغورث ، أثبت أن المثلث قائم:



$٢٥^٢ = ٦٢٥$

$٢٤^٢ + ٧^٢ = ٦٢٥$

∴ المثلث قائم



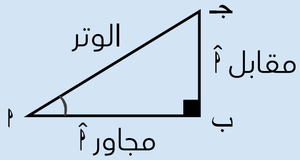
$٥^٢ = ٢٥$

$٤^٢ + ٣^٢ = ٢٥$

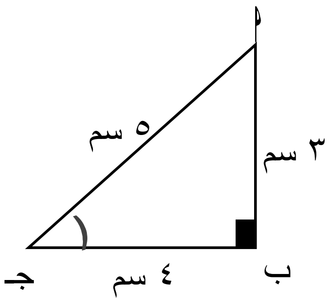
∴ المثلث قائم

جيب الزاوية

$$\text{جا } \hat{أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$$

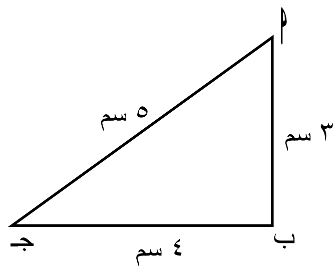


أوجد جا ($\hat{\text{جـ}}$)



$$\text{جا جـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} = \frac{٣}{٥}$$

أثبت أن المثلث أب جـ قائم ثم أوجد جا $\hat{أ}$ ، جا $\hat{\text{جـ}}$



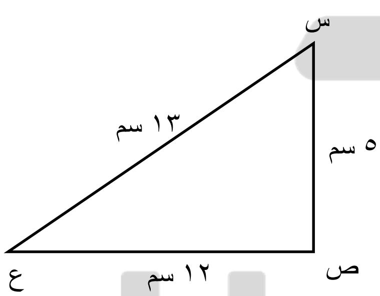
$$(\text{أجـ})^{٢} = ٥^{٢} = ٢٥$$

$$(\text{أب})^{٢} + (\text{ب جـ})^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢} = ٢٥$$

∴ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب " عكس نظرية فيثاغورث"

$$\text{جا أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}} = \frac{٤}{٥} \qquad \text{جا جـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} = \frac{٣}{٥}$$

أثبت أن المثلث س ص ع قائم ثم أوجد : جا $\hat{\text{س}}$ ، جا $\hat{\text{ع}}$



$$(\text{س ع})^{٢} = ١٣^{٢} = ١٦٩$$

$$(\text{س ص})^{٢} + (\text{ع ص})^{٢} = ٥^{٢} + ١٢^{٢} = ١٦٩$$

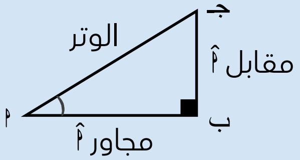
∴ المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص "عكس نظرية فيثاغورث"

$$\text{جا س} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{س ع}} = \frac{١٢}{١٣}$$

$$\text{جاع} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{س ص}}{\text{س ع}} = \frac{٥}{١٣}$$

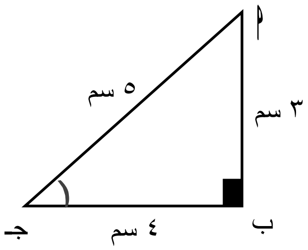
جيب تمام الزاوية

$\text{جتا } أ = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$



أوجد جتا (جـ)

$\text{جتا (جـ)} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{جـ ب}}{\text{أ جـ}} = \frac{٤}{٥}$



أثبت أن المثلث س ع د قائم ثم أوجد:
جا س ، جتا س، جا د، جتا د

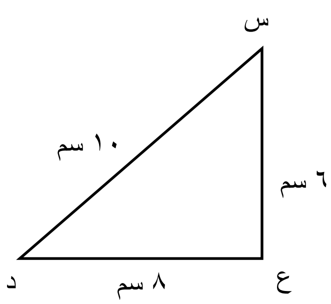
$(\text{س د})^٢ = ١٠^٢ = ١٠٠$

$(\text{س ع})^٢ + (\text{ع د})^٢ = ٦^٢ + ٨^٢ = ١٠٠$

س ع د قائم الزاوية في ع "حسب عكس فيثاغورث"

$\text{جا (س)} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$ | $\text{جتا (س)} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

$\text{جا (د)} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$ | $\text{جتا (د)} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

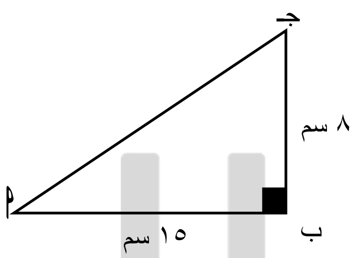


△ أ ب جـ مثلثا قائما في ب ، أوجد: (أ جـ) ، جا أ ، جتا أ ، جا جـ ، جتا جـ

$\text{أ جـ} = \sqrt{١٥^٢ + ٨^٢} = ١٧$ سم   نظرية فيثاغورث

$\text{جا أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٧}$ | $\text{جتا أ} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{١٥}{١٧}$

$\text{جا جـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{١٥}{١٧}$ | $\text{جتا جـ} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٨}{١٧}$



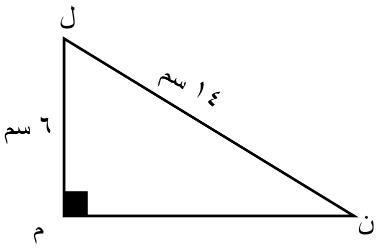
△ ل م ن مثلثا قائما في م ، أوجد: (م ن) ، جتا ن ، جا ل ، جتا ل

$\text{م ن} = \sqrt{١٤^٢ - ٦^٢} = ٤\sqrt{١٠}$ سم   نظرية فيثاغورث

$\text{جتا ن} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٤\sqrt{١٠}}{١٤} = \frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$

$\text{جا ل} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٤\sqrt{١٠}}{١٤} = \frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$

$\text{جتا ل} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٦}{١٤} = \frac{٣}{٧}$



مقلوبات الـ جا و الـ جتا

جا $\hat{\theta}$ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ⟺ قتا $\hat{\theta}$ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ (قاطع تمام الزاوية $\hat{\theta}$)

جتا $\hat{\theta}$ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ⟺ قا $\hat{\theta}$ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ (قاطع الزاوية $\hat{\theta}$)

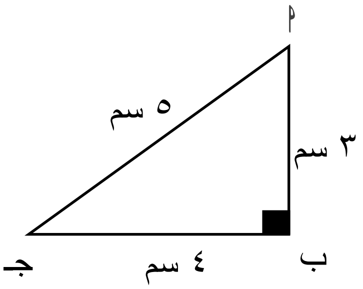
قتا $\hat{\theta}$ = $\frac{1}{\text{جا }\theta}$: جا θ ≠ صفراً

قا $\hat{\theta}$ = $\frac{1}{\text{جتا }\theta}$: جتا θ ≠ صفراً

قتا $\hat{\theta}$ × جا $\hat{\theta}$ = ١

قا $\hat{\theta}$ × جتا $\hat{\theta}$ = ١

س في الشكل أوجد:



جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٣}{٥}$

جتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٤}{٥}$

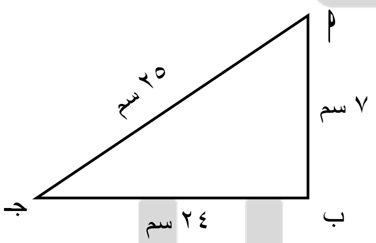
قا جـ = $\frac{١}{\text{جتاجـ}}$ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{٥}{٤}$

قتا جـ = $\frac{١}{\text{جاجـ}}$ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ = $\frac{٥}{٣}$

س أ ب جـ مثلث فيه: أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، أ جـ = ٢٥ سم

أثبت أن المثلث قائم الزاوية ، ثم أوجد:

جا $\hat{أ}$ ، جتا $\hat{أ}$ ، قا $\hat{أ}$ ، قتا $\hat{أ}$ ، جا $\widehat{جـ}$ ، جتا $\widehat{جـ}$ ، جا $\widehat{جـ}$ ، قتا $\widehat{جـ}$



(أجـ)^٢ = ٢٥^٢ = ٦٢٥

(أب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ٧^٢ + ٢٤^٢ = ٦٢٥

∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية "عكس نظرية فيثاغورث"

جا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٢٤}{٢٥}$

جتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{٧}{٢٥}$

قا أ = $\frac{١}{\text{جتا أ}}$ = $\frac{٢٥}{٧}$

قتا أ = $\frac{١}{\text{جا أ}}$ = $\frac{٢٥}{٢٤}$

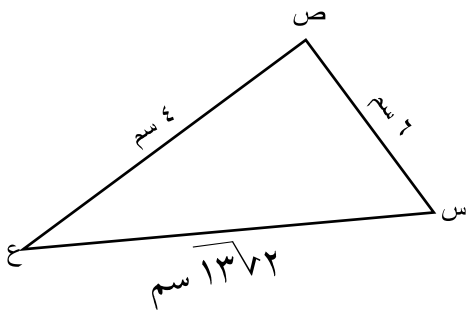
جا جـ = $\frac{٧}{٢٥}$

جتا جـ = $\frac{٢٤}{٢٥}$

قا جـ = $\frac{١}{\text{جتاجـ}}$ = $\frac{٢٥}{٢٤}$

قتا جـ = $\frac{١}{\text{جاجـ}}$ = $\frac{٢٥}{٧}$

أثبت أن المثلث Δ س ص ع قائم في ص^ ثم أوجد:
جا س^ ، جتا س^، قا س^، قتا س^



(س ع)^٢ = (٢√١٣)^٢ = ٥٢

(س ص)^٢ + (ص ع)^٢ = ٦^٢ + ٤^٢ = ٥٢

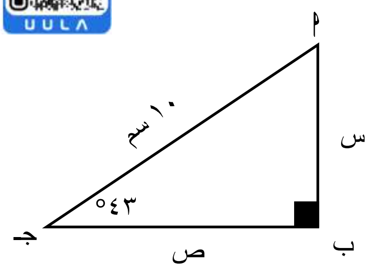
∴ المثلث قائم الزاوية في ص^ "عكس نظرية فيثاغورث"

جا س = المقابل/الوتر = ٤/(٢√١٣) = (٢√١٣)/١٣ ، قتا س = ١٣/(٢√١٣) = √١٣/٢

جتا س = المجاور/الوتر = ٦/(٢√١٣) = (٣√١٣)/١٣ ، قا س = ١٣/(٣√١٣) = √١٣/٣

إيجاد قياس زاوية عُلمَ جيبها أو جيب تمامها

في الشكل المجاور ، أوجد س ، ص



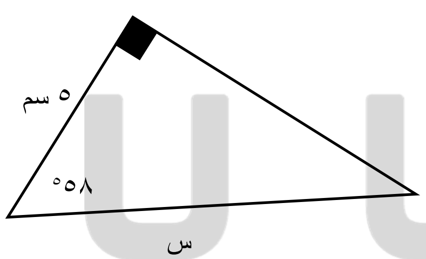
جا ٤٣° = المقابل/الوتر

جا ٤٣°/١ = س/١٠ ⇐ س = ١٠ × جا ٤٣° ≈ ٦,٨٢ سم

جتا ٤٣° = المجاور/الوتر

جتا ٤٣°/١ = ص/١٠ ⇐ ص = ١٠ × جتا ٤٣° ≈ ٧,٣١ سم

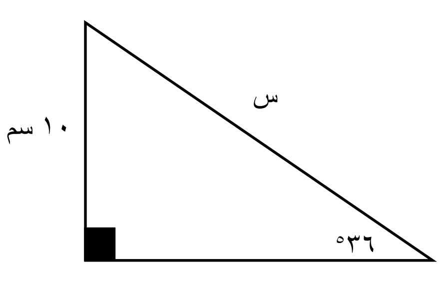
أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة



جتا ٥٨° = المجاور/الوتر

جتا ٥٨°/١ = ٥/س ⇐ س = (٥×١)/جتا ٥٨° ≈ ٩,٤ سم

أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة في كل مما يلي:



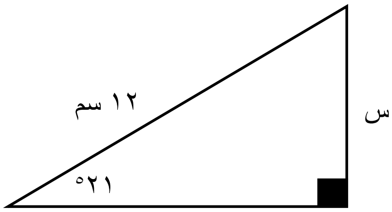
جا ٣٦° = المقابل/الوتر

جا ٣٦°/١ = ١٠/س ⇐ س = (١٠×١)/جا ٣٦° ≈ ١٧ سم

أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة في كل مما يلي:

جا ٢١° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

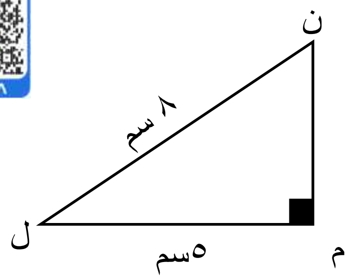
$\frac{\text{جا ٢١°}}{\text{١}} = \frac{\text{س}}{\text{١٢}}$ ⇐ س = ١٢ × جا٢١° ≈ ٤,٣ سم



في الشكل المقابل ، احسب ق (ل̂) لأقرب درجة.

جتا ل̂ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

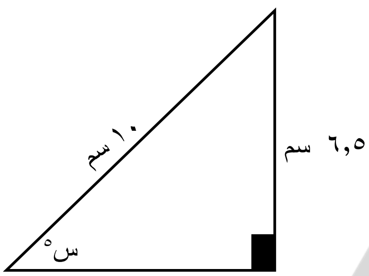
جتا ل̂ = $\frac{\text{٥}}{\text{٨}}$ ⇐ ق(ل̂) ≈ ٥١,٣٢° ≈ ٥١°



في الشكل المقابل ، احسب قيمة (س) لأقرب درجة.

جا س° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

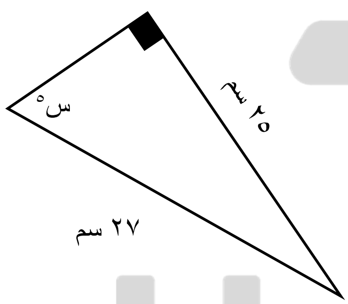
جا س° = $\frac{\text{٦,٥}}{\text{١٠}}$ ⇐ س° ≈ ٤٠,٥٤° ⇐ س° ≈ ٤١°



في الشكل المقابل ، احسب قيمة (س) لأقرب درجة.

جا س° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

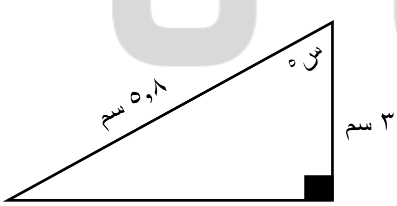
جا س° = $\frac{\text{٢٥}}{\text{٢٧}}$ ⇐ س° ≈ ٦٧,٨٠٨٣° ⇐ س° ≈ ٦٨°



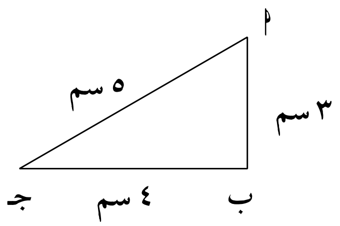
في الشكل المقابل ، احسب قيمة (س) لأقرب درجة.

جتا س° = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

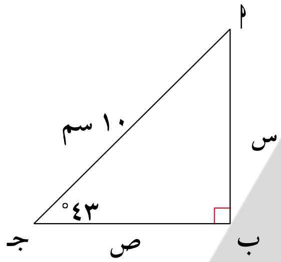
جتا س° = $\frac{\text{٣}}{\text{٥,٨}}$ ⇐ س ≈ ٥٨,٨٥٢° ≈ ٥٩°



ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.



- في المثلث المجاور جا جـ = $\frac{٤}{٥}$ (أ) (ب)
- في المثلث المجاور جا أ = $\frac{٣}{٥}$ (أ) (ب)
- في المثلث المجاور جتا أ = $\frac{٣}{٥}$ (أ) (ب)
- في المثلث المجاور جتا جـ = $\frac{٤}{٥}$ (أ) (ب)
- في المثلث المجاور قا أ = $\frac{٥}{٣}$ (أ) (ب)

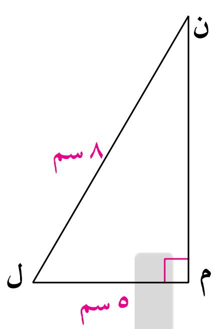


- في الشكل المجاور س ≈ ٢,٨ سم (أ) (ب)
- في الشكل المجاور ص ≈ ٧,٣ سم (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- في المثلث أ ب جـ القائم في $\widehat{جـ}$ قا أ × جتا أ = قتا أ × جا أ =

(أ) (-١) (ب) (٠) (جـ) (١) (د) جا أ



- في الشكل المجاور ق $(\widehat{ل})$ ≈

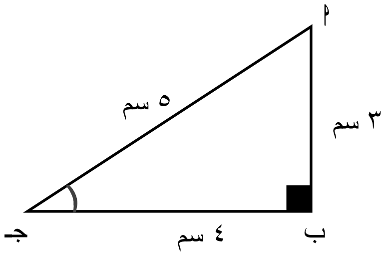
(أ) ٦٦° (ب) ٧٠°

(جـ) ٤٠° (د) ٥١°

ظل الزاوية ومقلوبه

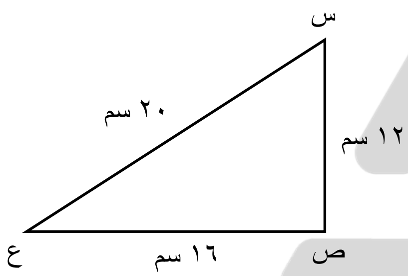
ظل الزاوية = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

ظل تمام الزاوية = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$



ظا $(\widehat{\text{جـ}}) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٣}{٤}$

ظتا $(\widehat{\text{جـ}}) = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{٤}{٣}$



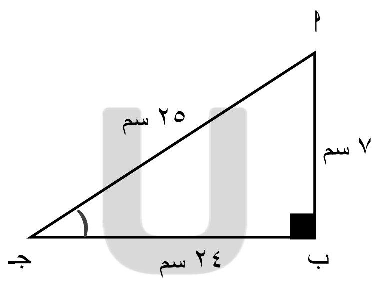
أثبت أن المثلث Δ س ص ع قائم ثم أوجد ظا $\widehat{\text{س}}$ ، ظتا $\widehat{\text{س}}$

$(\text{س ع})^{٢} = (٢٠)^{٢} = ٤٠٠$

$(\text{س ص})^{٢} + (\text{ص ع})^{٢} = ١٢^{٢} + ١٦^{٢} = ٤٠٠$

المثلث قائم الزاوية في $\widehat{\text{ص}}$.

ظا س $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{١٦}{١٢} = \frac{٤}{٣}$ ظتا س $= \frac{١٢}{١٦} = \frac{٣}{٤}$



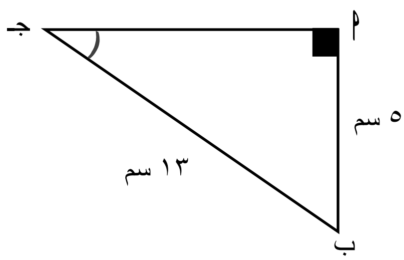
Δ أ ب جـ قائم في الزاوية ب و فيه : أ ب = ٧ سم ، أ جـ = ٢٥ سم
أوجد ب جـ ، ثم أوجد: ظا جـ ، ظتا جـ

$(\text{أ جـ})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب جـ})^{٢}$ "حسب نظرية فيثاغورث"

ب جـ $= \sqrt{٢٥^{٢} - ٧^{٢}} = ٢٤$

ظا جـ $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٧}{٢٤}$

ظتا جـ $= \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{٢٤}{٧}$



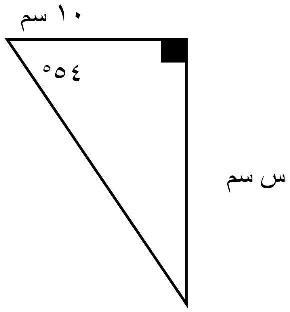
في الشكل المقابل أوجد: ظا $\widehat{\text{جـ}}$ ، ظتا $\widehat{\text{جـ}}$

$(\text{ب جـ})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{أ جـ})^{٢}$

أ جـ $= \sqrt{١٣^{٢} - ٥^{٢}} = ١٢$ "حسب نظرية فيثاغورث"

ظا جـ $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٥}{١٢}$ ظتا جـ $= \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{١٢}{٥}$

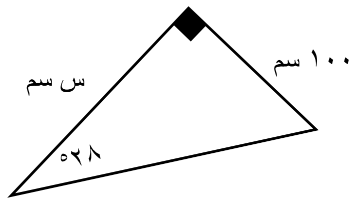
إيجاد قياس زاوية إذا عُلم ظلّها:



أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة:

$\text{ظا } 54^\circ = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

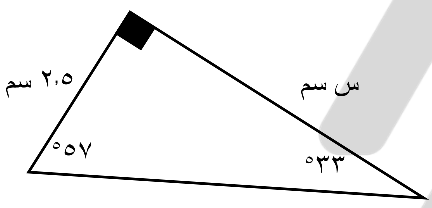
$\dfrac{\text{ظا } 54^\circ}{1} = \dfrac{\text{س}}{10} \Leftarrow \text{س} = 10 \times \text{ظا } 54^\circ \approx 13{,}8$



أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة:

$\text{ظا } 28^\circ = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

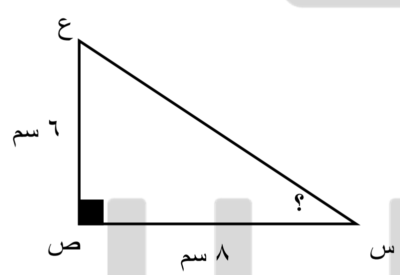
$\dfrac{\text{ظا } 28^\circ}{1} = \dfrac{100}{\text{س}} \Leftarrow \text{س} = \dfrac{1 \times 100}{\text{ظا } 28^\circ} \approx 188{,}1$



أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة:

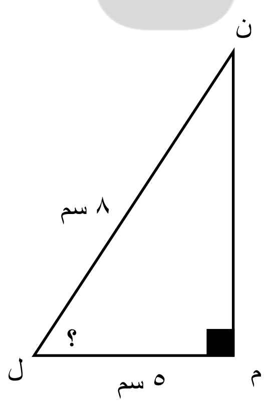
$\text{ظا } 33^\circ = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$\dfrac{\text{ظا } 33^\circ}{1} = \dfrac{2{,}5}{\text{س}} \Leftarrow \text{س} = \dfrac{1 \times 2{,}5}{\text{ظا } 33^\circ} \approx 3{,}8$



في الشكل المقابل ، أوجد ق $(\widehat{\text{س}})$

$\text{ظا س} = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \dfrac{6}{8} \Leftarrow \text{ق}(\widehat{\text{س}}) = 36{,}87^\circ$

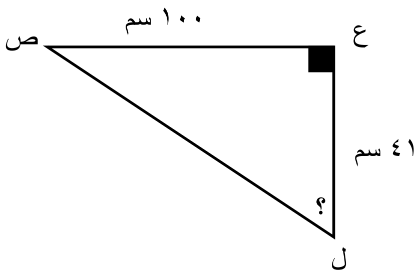


في الشكل المقابل ، أوجد ق $(\widehat{\text{ل}})$ لأقرب درجة

$\text{جتا } \widehat{\text{ل}} = \dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \dfrac{\text{م ل}}{\text{ن ل}}$

$\text{جتا } \widehat{\text{ل}} = \dfrac{5}{8} \Leftarrow \text{ق}(\widehat{\text{ل}}) \approx 51^\circ$

في الشكل المقابل ، أوجد ق (لَ) لأقرب درجة



ظا لَ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{١٠٠}{٤١}$ ⇐

ق (لَ) = ٦٧,٧° ≈ ٦٨°

احسب قياس الزاوية الحادة θ التي يصنعها المستقيم (ص = ٣س + ٢) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

ميل المستقيم = ٣ ⇐ ظا θ = ٣ ⇐

θ ≈ ٧١,٥٦٥° ≈ ٥٤,١٨″ ٣٣′ ٧١°

احسب قياس الزاوية الحادة θ التي يصنعها المستقيم (ص = $\frac{١}{٤}$س + ٦) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

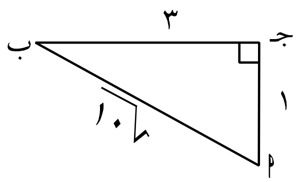
ميل المستقيم = $\frac{١}{٤}$ ⇐ ظا θ = $\frac{١}{٤}$ ⇐ θ ≈ ١٤,٠٣٦° ≈ ١٠,٤٨″ ٢′ ١٤°

يبين الشكل المقابل طائرة ورقية ، أوجد قياس الزاوية θ.

معلق

ظل الزاوية ومقلوبه - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.



- في المثلث المجاور ظا أ $= \frac{١}{٣}$ — (أ) (ب)
- في المثلث المجاور ظتا أ $= \frac{١}{٣}$ — (أ) (ب)
- في المثلث المجاور ظا ب $= \frac{١}{٣}$ — (أ) (ب)
- في المثلث المجاور ظتا ب $= \frac{١}{٣}$ — (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم ص + س = ٦ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هي

(أ) °٣٠ (ب) °٤٥ (ج) °٦٠ (د) °١٣٥

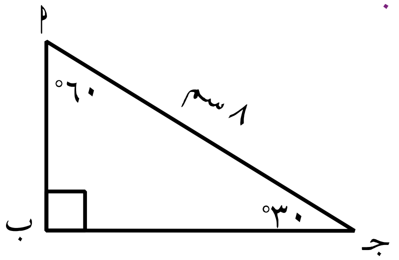
تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

∆ أ ب جـ مثلث ثلاثيني ستيني ، الوتر = ٨ سم. أوجد : (أ ب) ، (ب جـ)

الزاوية هـ	
القياس الستيني	القياس الدائري
٠°	٠ د
٣٠°	$\frac{\pi}{٦}$
٤٥°	$\frac{\pi}{٤}$
٦٠°	$\frac{\pi}{٣}$
٩٠°	$\frac{\pi}{٢}$
١٨٠°	π
٢٧٠°	$\frac{٣\pi}{٢}$
٣٦٠°	٢π



جا ٣٠° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\frac{١}{٢} = \frac{\text{أ ب}}{٨}$

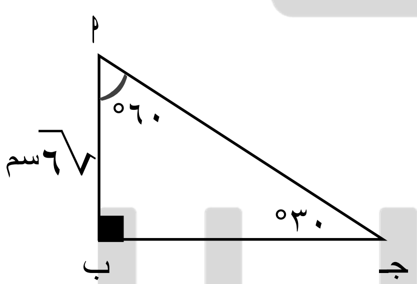
أ ب = $\frac{١ \times ٨}{٢}$ = ٤ سم

جتا ٣٠° = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\text{ب جـ}}{٨}$

ب جـ = $\frac{٨ \times \sqrt{٣}}{٢}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم

في مثلث ثلاثيني ستيني ، طول الضلع الأصغر $\sqrt{٦}$ سم ، أوجد طولي الضلعين الآخرين



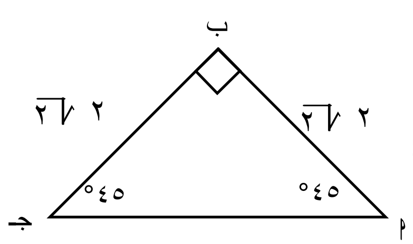
جتا ٦٠° = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\frac{١}{٢} = \frac{\sqrt{٦}}{\text{أجـ}}$ ⇐ أجـ = ٢ $\sqrt{٦}$ سم

ظا ٦٠° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

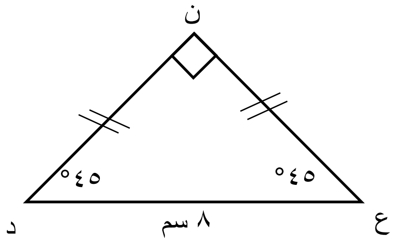
$\frac{\sqrt{٣}}{١} = \frac{\text{ب جـ}}{\sqrt{٦}}$ ⇐ ب جـ = $\sqrt{٣} \times \sqrt{٦}$ = ٣ $\sqrt{٢}$ سم

في المثلث المرسوم ، أوجد طول الوتر $\overline{\text{أجـ}}$



جا ٤٥° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{٢\sqrt{٢}}{\text{أجـ}}$ ⇐ أجـ = $\frac{٢ \times ٢\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$ = ٤ سم

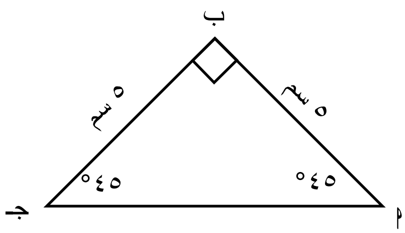


● في المثلث المرسوم ، أوجد طول الضلع $\overline{\text{ع ن}}$

$\text{جتا } ٤٥° = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{\text{ع ن}}{٨} \Leftarrow \text{ع ن} = \frac{٨ \times \sqrt{٢}}{٢} = ٤\sqrt{٢}$ سم

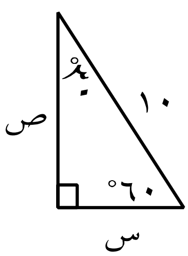
● ﺃ ب جـ مثلث ٤٥° ، ٤٥° ، ٩٠° . أوجد طول الوتر إذا كان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة = ٥ سم .



$\text{جا } ٤٥° = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{٥}{\text{ﺃجـ}} \Leftarrow \text{ﺃجـ} = \frac{٢ \times ٥}{\sqrt{٢}} = ٥\sqrt{٢}$ سم

● في المثلث أدناه أوجد قيمة كل متغير:



$\text{جا } ٣٠° = \frac{\text{س}}{١٠}$

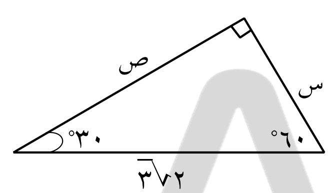
$\frac{١}{٢} = \frac{\text{س}}{١٠} \Leftarrow \text{س} = ٥$

$\text{جتا } ٣٠° = \frac{\text{ص}}{١٠}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\text{ص}}{١٠} \Leftarrow \text{ص} = ٥\sqrt{٣}$

في المثلثات التالية أوجد قيمة كل متغير:

●



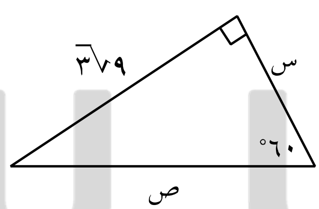
$\text{جا } ٦٠° = \frac{\text{ص}}{٢\sqrt{٣}}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٢\sqrt{٣}} \Leftarrow \text{ص} = ٣$

$\text{جتا } ٦٠° = \frac{\text{س}}{٢\sqrt{٣}}$

$\frac{١}{٢} = \frac{\text{س}}{٢\sqrt{٣}} \Leftarrow \text{س} = \sqrt{٣}$

●



$\text{جا } ٦٠° = \frac{٩\sqrt{٣}}{\text{ص}}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٩\sqrt{٣}}{\text{ص}} \Leftarrow \text{ص} = ١٨$

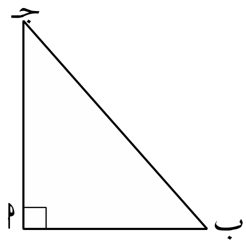
$\text{ظا } ٦٠° = \frac{٩\sqrt{٣}}{\text{س}}$

$\sqrt{٣} = \frac{٩\sqrt{٣}}{\text{س}} \Leftarrow \text{س} = ٩$

النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- في المثلث المقابل، جاب = جتاجـ — (أ) (ب)
- يوجد مثلث ابجـ قائم في $\hat{ا}$ حيث جاب = $\frac{٢٤}{١٩}$ — (أ) (ب)
- يوجد مثلث ابجـ قائم في $\hat{ا}$ حيث ظاب = $\frac{٤٥}{٢٦}$ — (أ) (ب)
- جتا ٩٠° جتا ١٨٠° + جا ٢٧٠° ظا ٤٥° = −١ — (أ) (ب)

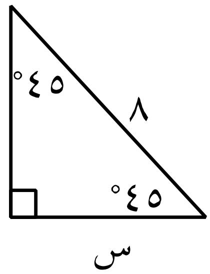


ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- في المثلث المجاور قيمة س ≈

(أ) ١,٧   (ب) ٤,٧

(جـ) ٥,٧   (د) ٧,٧

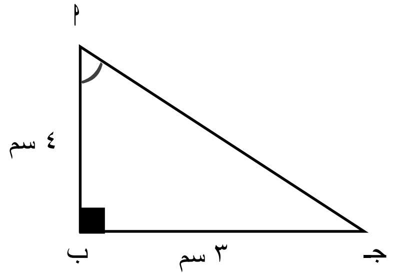


تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

حل المثلث قائم الزاوية

حل المثلث أ ب جـ القائم في $\widehat{\text{ب}}$: أ ب = ٤ سم , ب جـ = ٣ سم



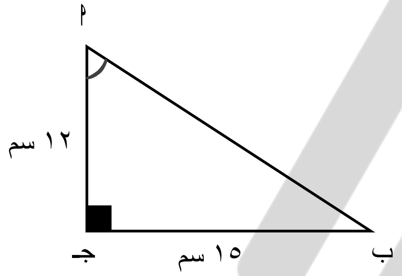
$\text{أجـ} = \sqrt{٤^{٢}+٣^{٢}} = ٥$ سم   فيثاغورث

$\text{ظا أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٣}{٤}$

$\Leftarrow$ ق $(\widehat{\text{أ}}) \approx ٣٦,٨٧° \approx ٣٧°$

ق $(\widehat{\text{جـ}}) \approx ١٨٠° - (٩٠° + ٣٧°) \approx ٥٣°$

حل المثلث أ ب جـ القائم في $\widehat{\text{جـ}}$: ب جـ = ١٥ سم , أ جـ = ١٢ سم



$(\text{أ ب})^{٢} = (\text{أ جـ})^{٢} + (\text{ب جـ})^{٢}$ "حسب نظرية فيثاغورث"

$\text{أب} = \sqrt{١٥^{٢}+١٢^{٢}} = ٣\sqrt{٤١} \approx ١٩,٢$ سم

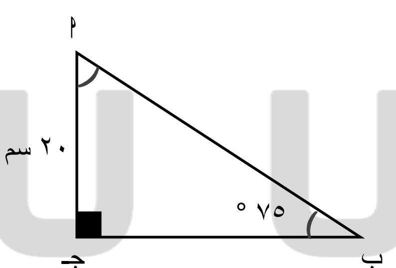
$\text{ظا أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{١٥}{١٢}$

$\Leftarrow$ ق $(\widehat{\text{أ}}) \approx ٥١,٣٤° \approx ٥١°$

ق $(\widehat{\text{جـ}}) \approx ١٨٠° - (٩٠° + ٥١°) \approx ٣٩°$

حل المثلث أ ب جـ القائم في $\widehat{\text{جـ}}$: أ جـ = ٢٠ سم , ق $(\widehat{\text{ب}}) = ٧٥°$

ق $(\widehat{\text{أ}}) = ١٨٠° - (٩٠° + ٧٥°) = ١٥°$



$\text{جا}٧٥° = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\frac{\text{جا}٧٥°}{١} = \frac{٢٠}{\text{أ ب}} \Leftarrow \text{أ ب} = \frac{٢٠}{\text{جا}٧٥°} \approx ٢٠,٧$ سم

$\text{ظا}٧٥° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$\frac{\text{ظا}٧٥°}{١} = \frac{٢٠}{\text{ب جـ}} \Leftarrow \text{ب جـ} = \frac{٢٠}{\text{ظا}٧٥°} \approx ٥,٤$ سم

حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ : أ ب = ٤٠ سم ، ق (ب) = ٢٥ °

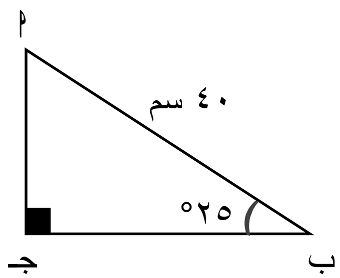
ق (أ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٢٥°) = ٦٥°

جا ٢٥° = المقابل / الوتر

جا ٢٥° / ١ = أجـ / ٤٠ ⇐ أجـ = ٤٠ × جا ٢٥° ≈ ١٦,٩ سم

جتا ٢٥° = المجاور / الوتر

جتا ٢٥° / ١ = ب جـ / ٤٠ ⇐ ب جـ = ٤٠ × جتا ٢٥° ≈ ٣٦,٢٥ سم

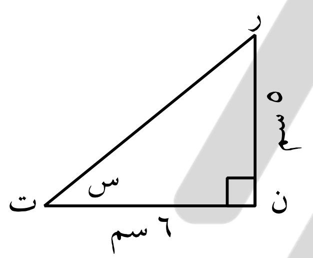


حل المثلث قائم الزاوية - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

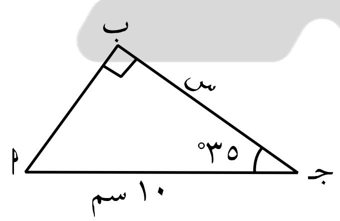
- قيمة س في الشكل المجاور تقريباً ٢٠ ً ٤٨ َ ٣٩°

(أ) (ب)



- قيمة س في الشكل المجاور تقريباً ٥ سم

(أ) (ب)

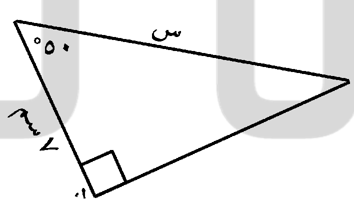


ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- قيمة س في الشكل المجاور تقريباً:

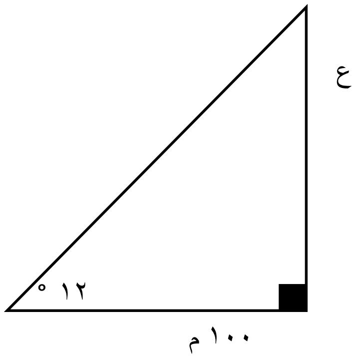
(أ) ٥,٦ سم (ب) ٦,٨ سم

(جـ) ٧ سم (د) ١٠,٩ سم



زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض

- من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ متر عن قاعدة مئذنة ،وجد أن قياس زاوية الارتفاع ١٢° أوجد ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض.

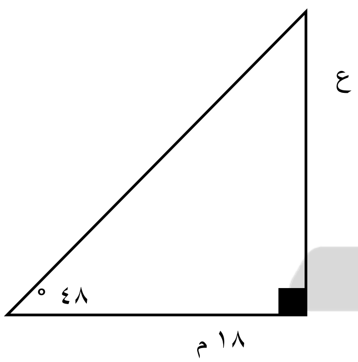


ظا ١٢° = المقابل / المجاور

ظا ١٢° / ١ = ع / ١٠٠ ⟸ ع = ١٠٠ × ظا ١٢° ≈ ٢١,٣

ارتفاع المئذنة: ٢١,٣ متر تقريباً

- لقياس طول إحدى المسلات قام مرشد سياحي برصد قمة المسلة من خلال جهاز الرصد، فوجد أن قياس زاوية الارتفاع ٤٨ ° ، إذا كان جهاز الرصد يبعد مسافة ١٨ متر عن قاعدة المسلة ، احسب ارتفاع المسلة.

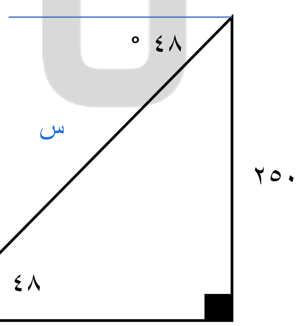


ظا ٤٨° = المقابل / المجاور

ظا ٤٨° / ١ = ع / ١٨ ⟸ ع = ١٨ × ظا ٤٨° ≈ ٢٠

ارتفاع المسلة: ٢٠ متر تقريباً

- تحلق مروحية فوق محمية على ارتفاع ٢٥٠ متراً و تواكبها على الأرض سيارة حرس المحمية ، تم رصد قطيع من الفيلة بزاوية انخفاض ٤٨ ° ، ما المسافة بين المروحية والقطيع علماً بأن السيارة مباشرة تحت المروحية؟

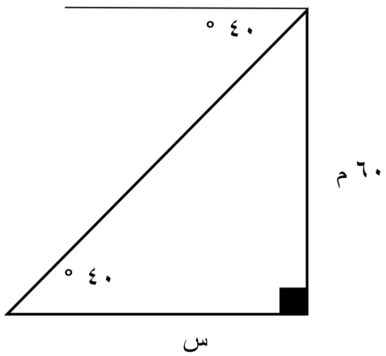


جا ٤٨° = المقابل / الوتر

جا ٤٨° = ٢٥٠ / س ⟸ س = ٢٥٠ / جا ٤٨° ≈ ٣٣٦

المسافة المطلوبة: ٣٣٦ متر تقريباً

يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ متراً ، شاهد حريق بزاوية انخفاض ٤٠ ° ، ما المسافة بين قاعدة البرج وموقع الحريق؟



ظا ٤٠° = المقابل / المجاور

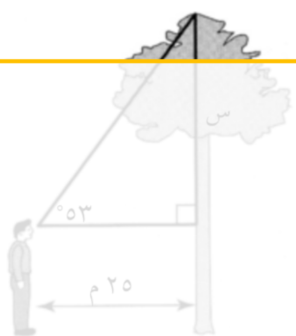
ظا ٤٠° / ١ = ٦٠ / س ⇐ س = (٦٠ × ١) / ظا ٤٠° ≈ ٧١,٥

المسافة المطلوبة: ٧١,٥ متراً تقريباً

زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

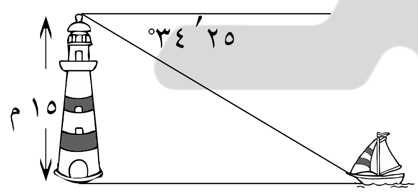
في الشكل المقابل قيمة س مقربة إلى أقرب جزء من عشرة هي: ٣٣,٢م



(أ) (ب)

معلق

تم رصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ متراً بزاوية انخفاض ٢٥´ ٣٤° . فإن البعد بين القارب وقاعدة الفنار تساوي تقريباً ٤٤ متراً



(أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

في الشكل المقابل قيمة س مقربة إلى أقرب متر هي:

(أ) ٥٥٢٤٧ (ب) ٧٦٠٠٠

(ج) ٢٧٤٧٥ (د) ٣٤٠٠

معلق

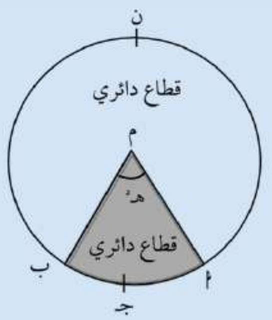
تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

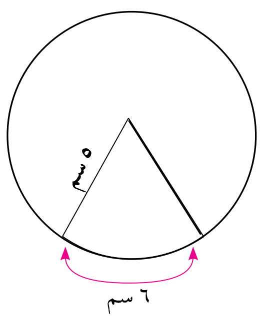
القطاع الدائري والقطعة الدائرية

مساحة القطاع الدائري

مساحة القطاع الدائري = $\frac{١}{٢}$ ل نق



- أوجد مساحة ومحيط القطاع الأصغر في الشكل المقابل :



مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٥ = ١٥ سم^{٢}

محيط القطاع = نق + نق + ل = ٥ + ٥ + ٦ = ١٦ سم

- أوجد مساحة ومحيط القطاع الدائري حيث نق = ١٠ سم ، وطول قوسه ٤ سم

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ١٠ = ٢٠ سم^{٢}

محيط القطاع = نق + نق + ل = ١٠ + ١٠ + ٤ = ٢٤ سم

- قطاع دائري طول قوسه ١٣,٦ سم ، وطول قطر دائرته ١٦ سم ، أوجد مساحته.

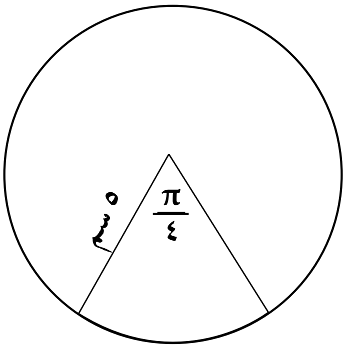
مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق = $\frac{١}{٢}$ × ١٣,٦ × ٨ = ٥٤,٤ سم^{٢}

- قطاع دائري مساحته ٨٥ سم^{٢} ، نصف قطر دائرته ١٠ سم ، احسب طول قوسه.

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق

٨٥ = $\frac{١}{٢}$ × ل × ١٠ ⇐ ٨٥ = ٥ل ⇐ ل = $\frac{٨٥}{٥}$ = ١٧ سم

- أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر في الشكل المجاور:



مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ هـ د نق^{٢}

$= \frac{١}{٢} \times \frac{\pi}{٤} \times ٥^{٢} = \frac{٢٥\pi}{٨} \approx ٩,٨$ سم^{٢}

- قطاع دائري نق = ٢٠ سم ، وزاوية رأسه ١٠٠ ° ، أوجد مساحته

نق = ٢٠ هـ د $= ١٠٠ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \left(\frac{٥\pi}{٩}\right)$ د

مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ هـ د نق^{٢} $= \frac{١}{٢} \times \frac{٥\pi}{٩} \times ٢٠^{٢} = \frac{١٠٠٠\pi}{٩} \approx ٣٤٩,١$ سم^{٢}

- أوجد مساحة قطاع دائري ، نصف قطر دائرته نق = ٩ سم ، وقياس زاوية رأسه ٣٠ °

نق = ٩سم هـ د $= ٣٠ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{\pi}{٦}$

مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ هـ د نق^{٢} $= \frac{١}{٢} \times \frac{\pi}{٦} \times ٩^{٢} = \frac{٢٧\pi}{٤}$ سم^{٢}

- قطاع دائري محيطة ٥٣ سم ، وطول قوسه ٦،٢ سم . أوجد مساحته.

ل = ٦,٢ محيط القطاع = نق + نق + ل = ٥٣

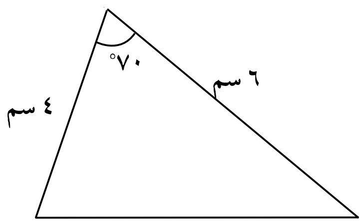
٢نق + ٦,٢ = ٥٣

٢نق = ٥٣ − ٦,٢

نق $= \frac{٤٦,٨}{٢} = ٢٣,٤$ سم

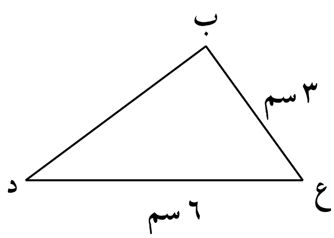
مساحة القطاع $= \frac{١}{٢}$ ل نق $= \frac{١}{٢} \times ٦,٢ \times ٢٣,٤ = ٧٢,٥٤$ سم^{٢}

مساحة أي مثلث = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولي أي ضلعين × جيب الزاوية بينهما



- أحسب مساحة المثلث المجاور

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٦ × جا٧٠° ≈ ١١,٣ سم^{٢}



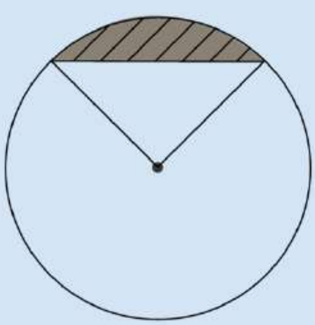
- في المثلث المقابل إذا كانت مساحته = ٧سم^{٢}، فأوجد ق $(\hat{ع})$

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$×٣×٦×جاع

٧ = ٩ × جاع

جاع = $\frac{٧}{٩}$ ⇐ ق $(\hat{ع})$ ≈ ٥١,١°

القطعة الدائرية



مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} [هـ^{د} − جاهـ^{د}]

- احسب مساحة قطعة دائرية قياس زاويتها المركزية ٦٠° ونصف قطر دائرتها ١٠ سم .

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$نق^{٢}(هـ^{د} − جا هـ^{د})

جا هـ^{د} = جا٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

هـ^{د} = ٦٠ × $\frac{\pi}{١٨٠}$ = $\frac{\pi}{٣}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ × ١٠^{٢} $\left(\frac{\pi}{٣} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$ ≈ ٩,٠٦ سم^{٢}

احسب مساحة قطعة دائرية نصف قطر دائرتها ١٠ سم وقياس زاويتها المركزية ٧٠ °

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$نق^{٢}(هـ^{د} − جا هـ^{د})

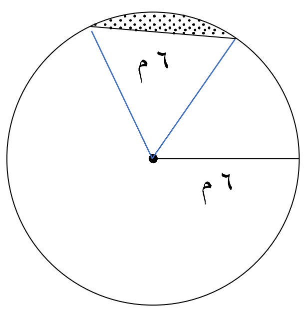
جاهـ^{د} = جا٧٠° ≈ ٠,٩٣٩٧

هـ^{د} = ٧٠ × $\frac{\pi}{١٨٠}$ = $\frac{٧\pi}{١٨}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ × ١٠^{٢} $\left(\frac{٧\pi}{١٨} - ٠,٩٣٩٧\right)$

≈ ١٤,١ سم^{٢}

حوض زهور دائري نصف قطره ٦ أمتار ، فيه وتر طوله ٦ أمتار ،احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى



مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$نق^{٢}(هـ^{د} − جا هـ^{د})

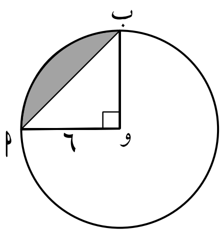
جاهـ^{د} = جا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

هـ^{د} = ٦٠ × $\frac{\pi}{١٨٠}$ = $\frac{\pi}{٣}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ × ٦^{٢} $\left(\frac{\pi}{٣} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

≈ ٣,٢٦ م^{٢}

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.



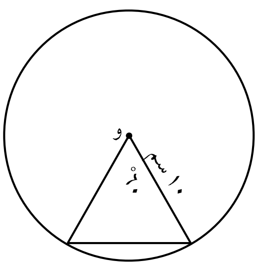
- في الشكل : مساحة القطاع الدائري الأصغر = ٣٦ سم^٢ — (أ) **(ب)**
- في الشكل : مساحة المثلث (أ و ب) = ١٨ سم^٢ — **(أ)** (ب)
- في الشكل : مساحة القطعة الدائرية المظللة = ٩ π سم^٢ — (أ) **(ب)**

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- قطاع دائري طول قطر دائرته ١٠ سم ومساحته ١٥ سم٢ فإن طول قوسه يساوي:

(أ) ٦ سم (ب) ٣ سم (ج) ١٢ سم (د) ٢٥ سم

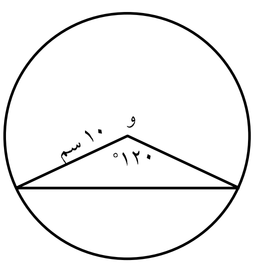
- في الشكل المقابل ، مساحة القطاع الأصغر تساوي:



(أ) $\frac{٥٠\pi}{٣}$ سم^٢ (ب) $\frac{١٠٠\pi}{٣}$ سم^٢

(ج) $\frac{٥٠٠\pi}{٣}$ سم^٢ (د) $\frac{١٠٠}{٣}$ سم^٢

- في الشكل المقابل مساحة القطعة الدائرية الصغرى (بوحدات المساحة) تساوي:



(أ) $٥٠\left(١٢٠ - \frac{\sqrt{٤١}}{٢}\right)$ **(ب)** $٥٠\left(\frac{١٢٠\pi}{١٨٠} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

(ج) $١٠٠\left(\frac{١٢٠\pi}{١٨٠} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$ (د) $١٠٠\left(١٢٠ - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

- قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٤٠ سم ، و مساحته ٥٠٠ سم^٢ ، فإن طول قوس القطاع (بالسنتيمترات) يساوي :

(أ) ٥٠ **(ب)** ٢٥ (ج) ١٠٠ (د) ٧٥

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

النسبة والتناسب

■ إذا كان $\frac{س}{٩} = \frac{٥}{٦}$ أوجد قيمة س

٦ س = ٥ × ٩

٦ س = ٤٥

س = $\frac{٤٥}{٦}$ = $\frac{١٥}{٢}$

■ إذا كان $\frac{٤}{٦} = \frac{ص}{٩}$ أوجد قيمة ص

٦ ص = ٤ × ٩

٦ ص = ٣٦

ص = $\frac{٣٦}{٦}$ = ٦

■ إذا كان $\frac{ص}{٢,٥} = \frac{-٣}{٤}$ أوجد قيمة ص

٤ ص = ٢,٥ × (-٣)

٤ ص = -٧,٥

ص = $\frac{-٧,٥}{٤}$ = $\frac{-١٥}{٨}$ = - ١,٨٧٥

■ إذا كان $\frac{٢}{ب} = \frac{٨}{٢٠}$ أوجد قيمة ب

٨ ب = ٢ × ٢٠

٨ ب = ٤٠

ب = $\frac{٤٠}{٨}$ = ٥

■ تكون الأعداد أ، ب، جـ، د ∈ ح* متناسبة إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ ⟺ أ د = ب جـ

■ أثبت أن الأعداد التالية متناسبة { ٤ ، ١,٥ ، ٨ ، ٣ }

∵ $\frac{٤}{١,٥} = \frac{٨}{٣}$ ∴ الاعداد متناسبة

■ أثبت أن الأعداد التالية متناسبة { ٣,٤ ، ٧ ، ٢,٠٤ ، ٤,٢ }

$\frac{٣,٤}{٧} = \frac{١٧}{٣٥}$

$\frac{٢,٠٤}{٤,٢} = \frac{١٧}{٣٥}$

∵ $\frac{٣,٤}{٧} = \frac{٢,٠٤}{٤,٢}$ ∴ الاعداد متناسبة

■ إذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع الأعداد ٢ ، ٥ ، ٧ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ+٣ب}{٢ب+جـ}$

$\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٧} = م$ ⟸ أ = ٢م ، ب = ٥م ، جـ = ٧م

$\frac{أ + ٣ب}{٢ب + جـ} = \frac{٢م + ٣(٥م)}{٢(٥م) + ٧م} = \frac{٢م + ١٥م}{١٠م + ٧م} = \frac{١٧م}{١٧م} = ١$

إذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع الأعداد ٣ ، ٥ ، ١١ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{\text{أ}+٣\text{ب}}{٥\text{ب}+\text{جـ}}$

$\frac{\text{أ}}{٣} = \frac{\text{ب}}{٥} = \frac{\text{جـ}}{١١} = \text{م} \quad \Leftarrow \quad \text{أ} = ٣\text{م} ، \text{ب} = ٥\text{م} ، \text{جـ} = ١١\text{م}$

$\frac{\text{أ}+٣\text{ب}}{٥\text{ب}+\text{جـ}} = \frac{٣\text{م}+٣(٥\text{م})}{٥(٥\text{م})+١١\text{م}} = \frac{٣\text{م}+١٥\text{م}}{٢٥\text{م}+١١\text{م}} = \frac{١٨\text{م}}{٣٦\text{م}} = \frac{١}{٢}$

التناسب المتسلسل الهندسي

إذا كان أ، ب، جـ ∈ ح* و كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}}$ أي : $\text{ب}^٢ = \text{أ جـ}$

فإن أ، ب، جـ في تناسب متسلسل هندسي ، يُسمّى **ب** الوسط الهندسي.

أثبت أن الأعداد التالية في تناسب متسلسل هندسي { ٢ ، ٤ ، ٨ }

$\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢} ، \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢} \quad \because \frac{٢}{٤} = \frac{٤}{٨}$ ∴ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

أثبت أن الأعداد التالية في تناسب متسلسل هندسي { ٨ ، ٤ ، ٢ }

$\frac{٨}{٤} = ٢ ، \frac{٤}{٢} = ٢ \quad \because \frac{٨}{٤} = \frac{٤}{٢}$ ∴ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

أثبت أن الأعداد { ٣ ، ٩ ، ٢٧ } في تناسب متسلسل

$\frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣} ، \frac{٩}{٢٧} = \frac{١}{٣} \quad \because \frac{٣}{٩} = \frac{٩}{٢٧}$ ∴ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

إذا كانت الأعداد { ٥ ، س ، ٢٠ } في تناسب متسلسل ، أوجد قيمة س

∵ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي ∴ $\frac{٥}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{٢٠} \quad \Leftarrow$

$\text{س}^٢ = ٥ \times ٢٠ \quad \Leftarrow \quad \text{س}^٢ = ١٠٠ \quad \Leftarrow \quad \text{س} = \mp\sqrt{١٠٠} = \mp ١٠$

هل يمكن إيجاد قيمة س بحيث تكون الأعداد { -٩ ، س ، ٤ } في تناسب متسلسل ؟

$\frac{-٩}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{٤} \quad \Leftarrow \quad \text{س}^٢ = -٩ \times ٤ \quad \Leftarrow \quad \text{س}^٢ = -٣٦$

لا يمكن إيجاد قيمة س لأن -٣٦ < صفراً

إذا كانت الأعداد {٦ ، س ، ٥٤ ، ١٦٢} في تناسب متسلسل ، أوجد س

∵ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

∴ $\frac{٦}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{٥٤} = \frac{٥٤}{١٦٢} \quad \Leftarrow \quad \text{س} = \frac{٥٤ \times ٥٤}{١٦٢} = ١٨$

إذا كانت الأعداد $\left\{ ٤ ، س - ٢ ، ١ ، \frac{١}{٢} \right\}$ في تناسب متسلسل ، أوجد س

∵ الاعداد في تناسب متسلسل هندسي

$$\therefore \frac{٤}{س - ٢} = \frac{س - ٢}{١} = \frac{١}{\left(\frac{١}{٢}\right)} \Leftarrow س - ٢ = \frac{١ \times ١}{\left(\frac{١}{٢}\right)} = ٢ \Leftarrow س = ٢ + ٢ = ٤$$

النسبة والتناسب - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

الأعداد ٦ ، ٩ ، ١٠ ، ١٥ أعداد متناسبة. (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

أي من أزواج النسب التالية لا تكون تناسبا؟

(أ) $\frac{٤}{٨}$ ، $\frac{١٠}{٢٠}$ (ب) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٢٠}{٢٤}$ (ج) $\frac{٠{,}٤}{٠{,}٥}$ ، $\frac{٠{,}١٢}{٠{,}١٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{١٩}{١٢}$

قيمة الرابع المتناسب : ١ ، ٣ ، ٩

(أ) ١٨ (ب) ٢٧ (ج) ٣٦ (د) ٩

إذا كان $\frac{س}{١٠} = \frac{١٠}{٢٢}$. فإن قيمة س هي:

(أ) $\frac{٣٣}{٣}$ (ب) $\frac{٥٠}{١١}$ (ج) $\frac{١١}{٥٠}$ (د) $\frac{٣}{٤٤}$

الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة : ٤ ، ٧ ، ... ، ٣٥

(أ) ١١ (ب) ١٤ (ج) ٢١ (د) ٢٠

إذا كان ٦ ، ١٢ ، س ، ٤٨ . في تناسب متسلسل فإن س =

(أ) ٢٤ (ب) ٣٦ (ج) ١٨ (د) ٣٠

إذا كان ٢س -٥ص = ٠ فإن $\frac{س}{ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) $\frac{٥}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

إذا كانت ٢٠ ، س ، ٣٢ في تناسب مسلسل فإن س تساوي:

(أ) $\pm ٤\sqrt{١٠}$ (ب) $\pm \frac{١}{٨\sqrt{١٠}}$ (ج) $\pm ٨\sqrt{١٠}$ (د) $\pm ٢\sqrt{١٠}$

التغيير الطردي

ص $\propto$ س $\leftrightarrow$ (ص تتغير طرداً مع س) $\leftrightarrow$ $\frac{ص}{س}$ = ك : ك عدد ثابت

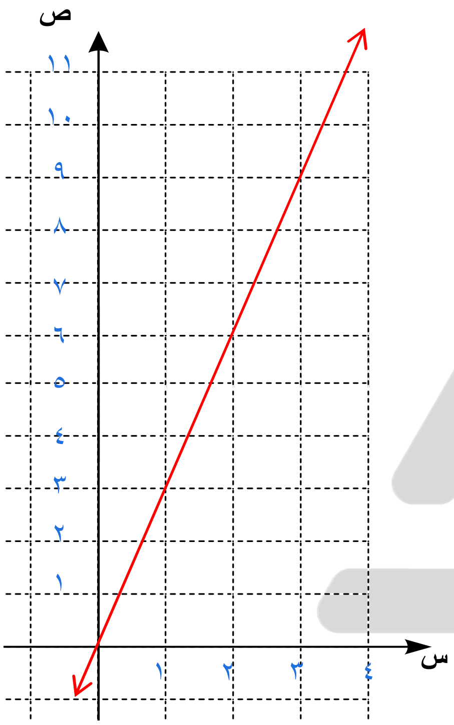
ص = ك س

مثال لاحظ الجدول التالي

س	١	٢	٤	١٠
ص	٣	٦	١٢	٣٠
$\frac{ص}{س}$	$\frac{٣}{١}$ = ٣	$\frac{٦}{٢}$ = ٣	$\frac{١٢}{٤}$ = ٣	$\frac{٣٠}{١٠}$ = ٣

$\because$ $\frac{ص}{س}$ = ٣ عدد ثابت

$\therefore$ ص $\propto$ س (ص تتناسب طرداً مع س)



إذا كانت ص $\propto$ س و كانت ص = ٣٠ عندما س = ١٠ ، أوجد قيمة ص عندما س=٤٠ ، ثم مثل العلاقة بيانياً

$\because$ ص $\propto$ س $\therefore$ $\frac{ص}{س}$ = ك

$\frac{٣٠}{١٠}$ = ك

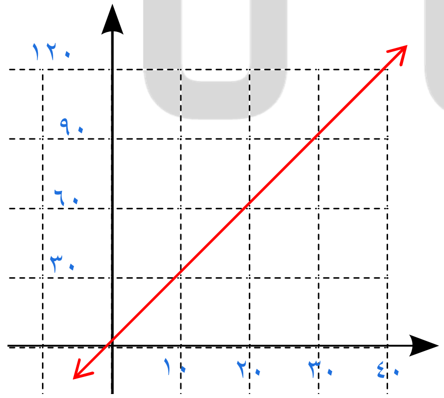
٣ = ك

$\therefore$ $\frac{ص}{س}$ = ٣

$\frac{ص}{٤٠}$ = ٣

ص = ١٢٠

س	٠	١٠	٤٠
ص	٠	٣٠	١٢٠



إذا كانت ص ∝ س و كانت ص = ١,٥ عندما س = ١٠ ، أوجد قيمة ص عندما س=١٥ ،ثم مثل العلاقة بيانياً

∵ ص ∝ س

∴ $\frac{ص}{س}$ = ك

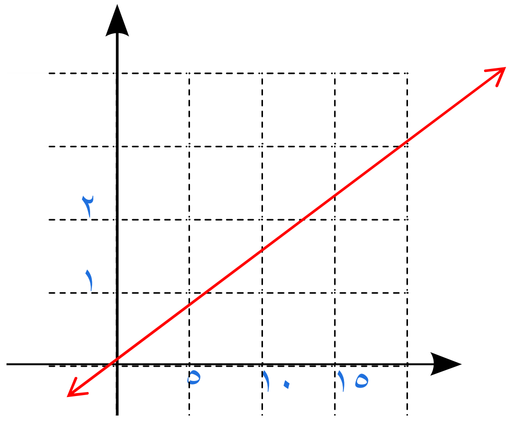
$\frac{١,٥}{١٠}$ = ك

ك = ٠,١٥

∴ $\frac{ص}{س}$ = ٠,١٥

$\frac{ص}{١٥}$ = ٠,١٥

ص = ٢,٢٥



س	٠	١٠	١٥
ص	٠	١,٥	٢,٢٥

هل المستقيم المار بالنقطتين : أ(٢ ، ٣) ، ب (٤ ، ٦) يمثل تغيراً طردياً بين **س** ، **ص** ؟

أ(٢ ، ٣) ⇐ $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٣}{٢}$ = ١,٥ ب (٤ ، ٦) ⇐ $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٦}{٤}$ = $\frac{٣}{٢}$ = ١,٥

∵ $\frac{ص}{س}$ = ١,٥ عدد ثابت ∴ ص ∝ س (ص تتناسب طردياً مع س)

أي من المعادلات التالية تمثل تغيراً طردياً ، أوجد ثابت التغير:

٥س - ٣ص = ٣س + ٥ص

-٥ص – ٣ص = ٣س -٥س

-٨ص = -٢س ⇐

ص = $\frac{-٢}{-٨}$ س = $\frac{١}{٤}$ س

∴ ص ∝ س ، ك = $\frac{١}{٤}$

٥س + ٢ص = ٩

٢ص = -٥س + ٩

ص = $\frac{-٥}{٢}$ س + $\frac{٩}{٢}$

لا تمثل تغيراً طردياً

أي من المعادلات التالية تمثل تغيراً طردياً ، أوجد ثابت التغير:

٧ص = ٢س

ص = $\frac{٢}{٧}$ س

∴ ص ∝ س

ك = $\frac{٢}{٧}$

٣س + ٤ص = ٨

٤ص = -٣س+٨

ص = $\frac{-٣}{٤}$ س+٢

لا تمثل تغيراً طردياً

ص + ٣س = ٢(س + ٢ص)

ص+٣س=٢س + ٤ص

ص-٤ص=٢س-٣س ⇐ -٣ ص = - س

ص = $\frac{١}{٣}$ س

∴ ص ∝ س ، ك = $\frac{١}{٣}$

هل تتغير ص طردياً مع س في الجدول:

س	١	١-	٢	٣-
ص	٣	١-	٥	٥-
$\frac{ص}{س}$	٣	١	$\frac{٥}{٢}$	$\frac{٥}{٣}$

$\frac{ص}{س}$ لا تساوي مقداراً ثابتاً

∴ لا تمثل تغيراً طردياً

س	٣	١	٤
ص	٢,٢٥	٠,٧٥	٣
$\frac{ص}{س}$	٠,٧٥	٠,٧٥	٠,٧٥

$\frac{ص}{س}$ تساوي مقداراً ثابتاً

$\frac{ص}{س} = ٠.٧٥$

∴ ص ∝ س ، ك = ٠,٧٥

التغير الطردي - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- المعادلة ص = $\frac{٢}{٣}$ س تمثل تغيرا طرديا. (أ) (ب)
- المعادلة ٧س + ٤ص = ٢ تمثل تغيرا طرديا. (أ) (ب)
- المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٩) تمثل تغيرا طرديا. (أ) (ب)
- الجدول التالي يمثل تغيرا طرديا (أ) (ب)

س	٢	٤	٨
ص	٤	٨	١٦

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

- إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٨ ، ٢) ، (س ، -٣) يمثل تغيرا طرديا فإن قيمة س تساوي :

(أ) ١٢ (ب) -١٢ (ج) $\frac{١٦}{٣}$ (د) $-\frac{١٦}{٣}$

- إذا كان ص ∝ س و كانت ص = ٨ عندما س = ٤ ، فإنه عندما ص = ٦ فإن س تساوي :

(أ) ٦ (ب) $\frac{١}{٦}$ (ج) ٣ (د) $\frac{١}{٣}$

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

التغير العكسي

ص ∝ $\frac{1}{\text{س}}$ ⟷ (ص تتغير عكسيا مع س) ⟷ ص × س = ك : ك عدد ثابت يُسمّى (ثابت التغير).

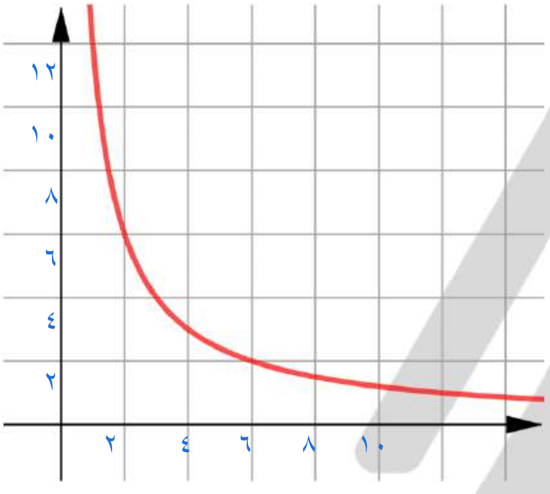
مثال

a

س	٢	٣	٦	١٢
ص	٦	٤	٢	١
س ص	١٢	١٢	١٢	١٢

∵ س ص = ١٢

∴ ص ∝ $\frac{1}{\text{س}}$ (ص تتغير عكسيا مع س)

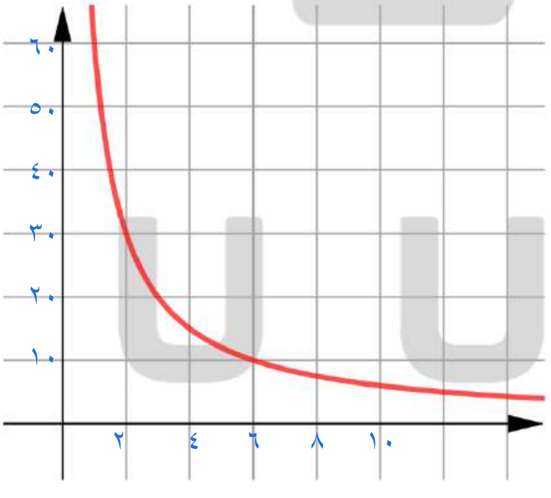


a

س	٢	٣	٤	٥	٦	١٠
ص	٣٠	٢٠	١٥	١٢	١٠	٦
س ص	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠	٦٠

∵ س ص = ٦٠

∴ ص ∝ $\frac{1}{\text{س}}$ (ص تتغير عكسيا مع س)



في تغير عكسي $ص \propto \frac{١}{س}$ إذا كانت ص = ٠,٢ عندما س = ٧٥ أوجد س عندما ص = ٣ ، و مثل بيانياً

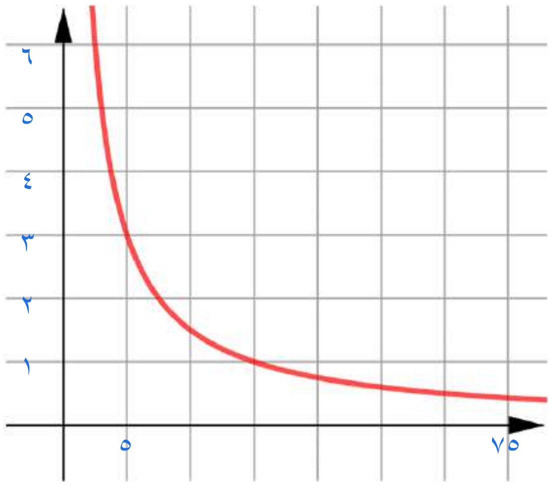
$\because ص \propto \frac{١}{س}$

$\therefore ص\,س = ك$ $ص\,س = ١٥$

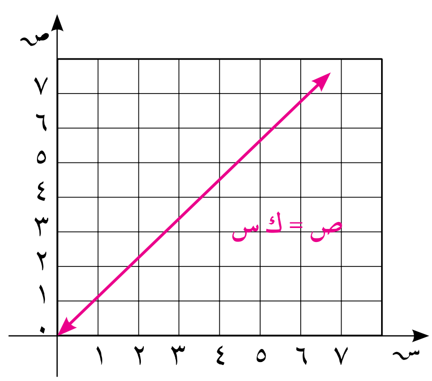
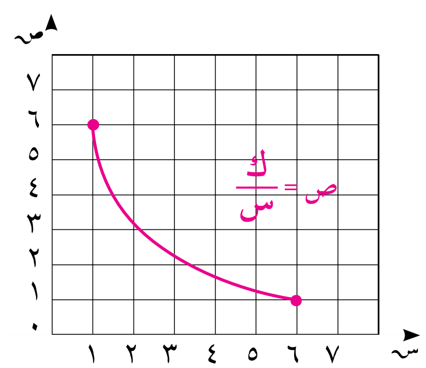
$٠,٢ \times ٧٥ = ك$ $٣\,س = ١٥$

$١٥ = ك$ $س = ٥$

س	٧٥	٥
ص	٠,٢	٣



مقارنة بين التغير الطردي والتغير العكسي:

<table>
<tr><th>التغير الطردي ص ∝ س</th><th>التغير العكسي ص ∝ ١/س</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$\frac{ص}{س} = ك$</td><td>ص × س = ك</td></tr>
</table>

أي من الجدولين يمثل تغيراً طردياً ، وأيهما يمثل تغيراً عكسياً ؟ اكتب معادلة التغير في كل من الحالتين.

س	٥	١٠	٢٥
ص	٢٠	١٠	٤
ص س	١٠٠	١٠٠	١٠٠

$\because ص\,س = ١٠٠$

$\therefore ص \propto \frac{١}{س}$ $ك = ١٠٠$

(ص تتغير عكسيا مع س)

س	٢	٤	١٠
ص	٥	١٠	٢٥
$\frac{ص}{س}$	$\frac{٥}{٢}$	$\frac{٥}{٢}$	$\frac{٥}{٢}$

$\because \frac{ص}{س} = \frac{٥}{٢}$

$\therefore ص \propto س$ $ك = \frac{٥}{٢}$

(ص تتغير طردياً مع س)

التغير العكسي - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

الجدول التالي يمثل تغيرا عكسيا:

س	١	٢	٤	٥
ص	٤٠	٢٠	١٠	٨

(أ) (ب)

الجدول التالي يمثل تغيرا عكسيا:

س	٢	٤	١٠	١٢,٥
ص	٤	٨	٢٠	٢٥

(أ) (ب)

إذا كان ص $\propto \frac{١}{س}$ فإن : $\frac{ص}{س} =$ ك

(أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

قيمة م التي تجعل (٥ ، ٨) ، (٤ ، م) يمثل تناسبا عكسيا هي

(أ) ١٠ (ب) ٥ (ج) ١٠- (د) ٥-

إذا كان ص $\propto \frac{١}{س}$ ، ص =٥ عندما س = ١٠ فإذا كانت ص = ٢٥ فإن س تساوي :

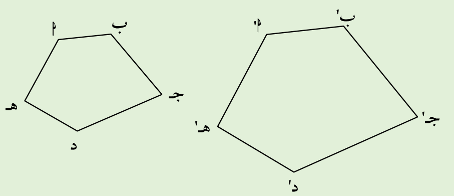
(أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ٤ (د) ٢

إذا كانت ص = $\frac{٥}{س}$ فإن :

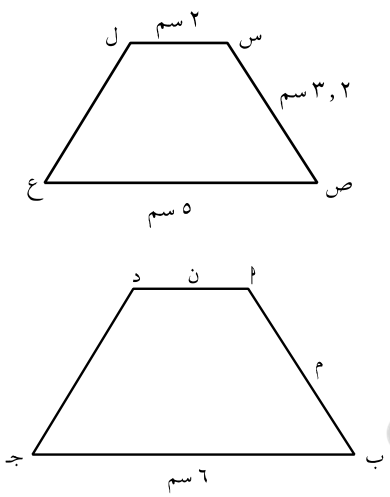
(أ) س $\propto$ ص^٢ (ب) ص $\propto \frac{١}{س}$ (ج) ص $\propto$ س (د) ص $\propto \frac{١}{س^٢}$

المضلعات المتشابهة

يقال لشكلين هندسيين إنهما متشابهان إذا كان لهما الشكل العام نفسه وكان أحدهما تكبيراً أو تصغيراً للآخر أو مطابقاً له



في الشكل المقابل : إذا كان المضلعان متشابهين ، أوجد قيمتي ن و م



$\because$ أ ب جـ د ~ س ص ع ل

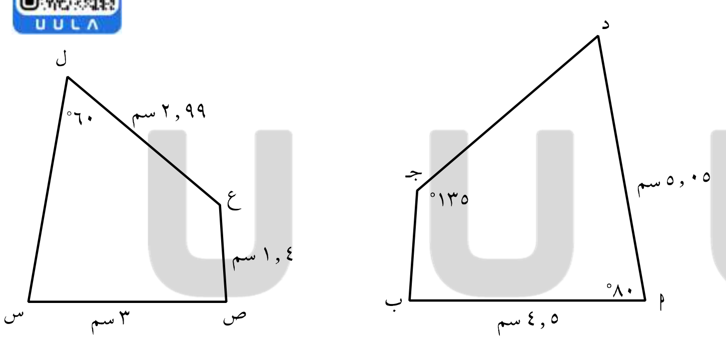
$\therefore \frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{جـ د}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{د أ}}{\text{ل س}}$

$\frac{\text{م}}{٣,٢} = \frac{٦}{٥} = \frac{\text{ن}}{٢}$

$\text{م} = \frac{٣,٢ \times ٦}{٥} = ٣,٨٤$ سم

$\text{ن} = \frac{٦ \times ٢}{٥} = ٢,٤$ سم

في الشكل المقابل : إذا كان المضلعان أ ب جـ د ، س ص ع ل متشابهين ، أوجد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع المجهولة



$\text{ق}(\hat{\text{أ}}) = \text{ق}(\hat{\text{س}}) = ٨٠°$

$\text{ق}(\hat{\text{د}}) = \text{ق}(\hat{\text{ل}}) = ٦٠°$

$\text{ق}(\hat{\text{جـ}}) = \text{ق}(\hat{\text{ع}}) = ١٣٥°$

$\text{ق}(\hat{\text{ب}}) = \text{ق}(\hat{\text{ص}}) =$

$٣٦٠ - (٨٠ + ٦٠ + ١٣٥) = ٨٥°$

$\because$ أ ب جـ د ~ س ص ع ل

$\therefore \frac{\text{أ د}}{\text{س ل}} = \frac{\text{د جـ}}{\text{ل ع}} = \frac{\text{جـ ب}}{\text{ع ص}} = \frac{\text{ب أ}}{\text{ص س}}$

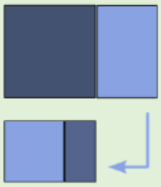
$\frac{٥,٠٥}{\text{س ل}} = \frac{\text{د جـ}}{٢,٩٩} = \frac{\text{جـ ب}}{١,٤} = \frac{٤,٥}{٣}$

$\text{س ل} = \frac{٥,٠٥ \times ٣}{٤,٥} = \frac{١٠١}{٣٠} \approx ٣,٣٧$ سم

$\text{جـ ب} = \frac{١,٤ \times ٤,٥}{٣} = ٢,١$ سم

$\text{د جـ} = \frac{٢,٩٩ \times ٤,٥}{٣} = ٤,٤٨٥$ سم

المستطيل الذهبي: هو مستطيل يمكن تقسيمه إلى جزئين، أحدهما مربع والآخر مستطيل ذهبي



النسبة الذهبية: هي نسبة طول الضلع الأكبر إلى طول الضلع الأصغر في المستطيل الذهبي وتساوي $\frac{١+\sqrt{٥}}{٢}$:١ ≈ ١,٦١٨:١ .

قطعة نقدية مستطيلة أبعادها ١٠,٥ سم ، ٦,٥ سم هل نسبة الطول إلى العرض تساوي النسبة الذهبية؟

$\frac{\text{الطول}}{\text{العرض}} = \frac{١٠,٥}{٦,٥} \approx ١,٦١٥$ نعم تشكل نسبة ذهبية

إذا كان عرض أحد المستطيلات الذهبية ٦٠ سم ، فكم يجب أن يكون طوله؟

معلق

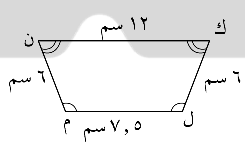
$\frac{\text{الطول}}{\text{العرض}} = \frac{١,٦١٨}{١}$

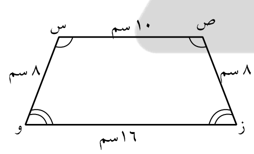
$\frac{\text{الطول}}{٦٠} = \frac{١,٦١٨}{١}$ ⇐ الطول = ٦٠ × ١,٦١٨ = ٩٧,٠٨ سم

المضلعات المتشابهة - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

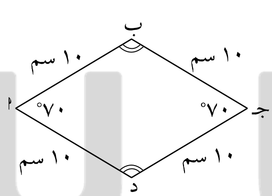
المضلعان متشابهان:

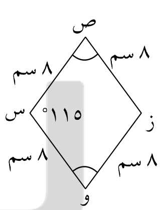




(أ) (ب)

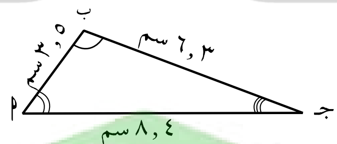
المضلعان متشابهان:

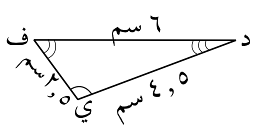




(أ) (ب)

المضلعان متشابهان:





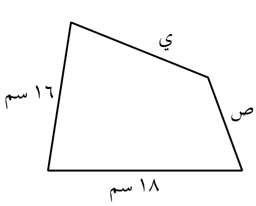
(أ) (ب)

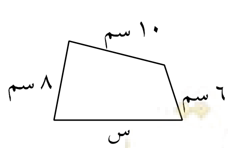
ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

في الشكل التالي، لدينا مضلعان متشابهان، قيمة س تساوي:

(أ) ٦ سم (ب) ١٨ سم

(ج) ٩ سم (د) ٨ سم

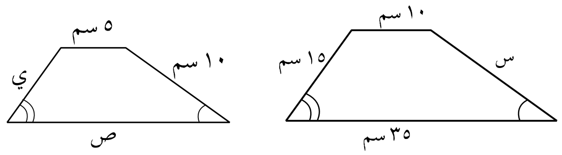




في الشكل التالي، لدينا مضلعان متشابهان، قيمة س تساوي:

Ⓐ ٢٠ سم   (ب) ١٧,٥ سم

(ج) ٧,٥ سم   (د) ١٥ سم



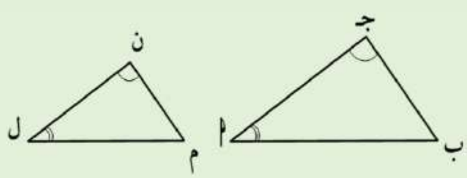
تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

الهندسة المستوية

تشابه المثلثات

نظرية ١ : يتشابه مثلثان إذا تطابقت زاويتان من الأول مع زاويتين من الآخر نرمز للتشابه بالرمز التالي : △ابجـ ~ △لمن



في الشكل المقابل : ابجـ ، دعل مثلثان فيهما ق $(\hat{ب})$ = ٥٠ ° ، ق $(\hat{ا})$ = ٨٥ ° ، ق $(\hat{ل})$ = ٤٥ ° ، ق $(\hat{د})$ = ٥٠ ° المطلوب : أثبت أن △ابجـ ~ △دعل

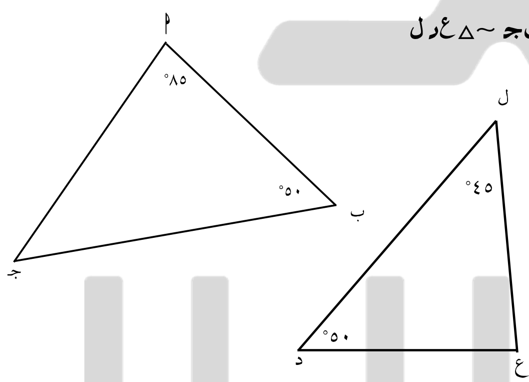
المثلثان فيهما :

ق $(\hat{ب})$ = ق $(\hat{د})$ = ٥٠° (مُعطى)

ق $(\hat{جـ})$ = ١٨٠ − (٥٠ + ٨٥) = ٤٥°

ق $(\hat{جـ})$ = ق $(\hat{ل})$ = ٤٥°

∴ △ابجـ ~ △دعل   نظرية (١)



المثلث △ابجـ قائم الزاوية في أ ، ق $(\hat{ب})$ = ٥٥ ° ، المثلث △مـحل قائم الزاوية في مَ ق $(\hat{ل})$ = ٣٥ ° المطلوب : أثبت أن △ابجـ ~ △مـحل

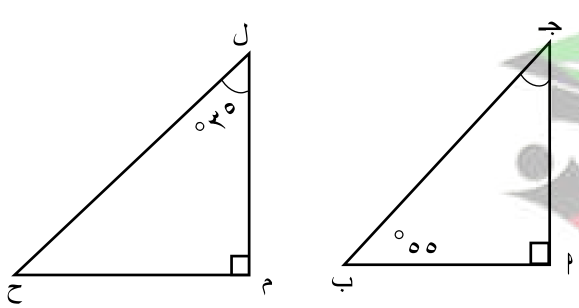
ق $(\hat{جـ})$ = ١٨٠ − (٩٠ + ٥٥) = ٣٥°

المثلثان فيهما :

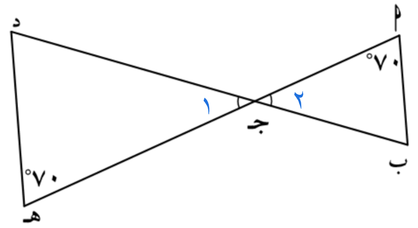
ق $(\hat{جـ})$ = ق $(\hat{ل})$ = ٣٥°

ق $(\hat{ا})$ = ق $(\hat{م})$ = ٩٠°(مُعطى)

∴ △ابجـ ~ △مـحل   نظرية (١)



في الشكل المقابل ، المطلوب: أثبت أن المثلثين متشابهان و اكتب عبارة التشابه



المثلثان فيهما :

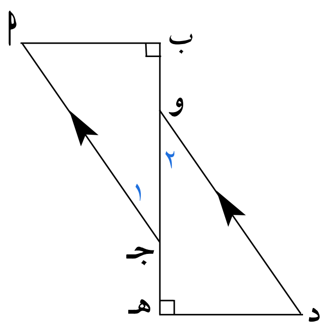
ق(م) = ق(هـ) = ٧٠°(مُعطى)

ق(١) = ق(٢) تقابل بالرأس

∴ △ابجـ ~ △هدجـ نظرية (١)

عبارة التشابه: $\frac{\text{أب}}{\text{هـد}} = \frac{\text{بجـ}}{\text{دجـ}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{هـجـ}}$

في الشكل المقابل ، أثبت أن △ابجـ ~ △دهـو



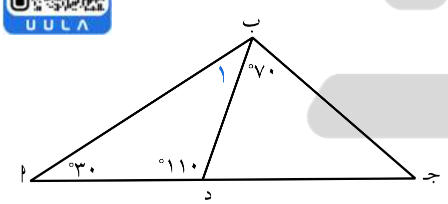
المثلثان فيهما :

ق(ب) = ق(هـ) = ٩٠° (مُعطى)

ق(١) = ق(٢) تبادل و توازي

∴ △ابجـ ~ △دهـو نظرية (١)

في الشكل المقابل، أثبت أن △ابد ~ △اجب واكتب عبارة التشابه



المثلثان فيهما : م زاوية مشتركة

ق(١) = ١٨٠ − (٣٠ + ١١٠) = ٤٠°

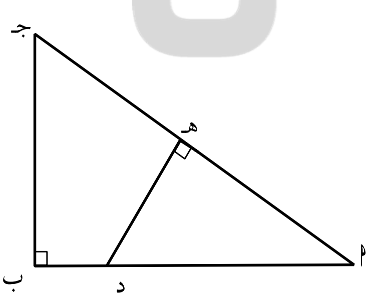
ق(ابجـ) = ٧٠ + ٤٠ = ١١٠°

ق(ادب) = ق(ابجـ) = ١١٠°

∴ △ابد ~ △اجب نظرية (١)

عبارة التشابه: $\frac{\text{⍰ب}}{\text{⍰جـ}} = \frac{\text{بد}}{\text{جـب}} = \frac{\text{⍰د}}{\text{⍰ب}}$

في الشكل المقابل ، أثبت أن △ابجـ ~ △اهد و اكتب عبارة التشابه



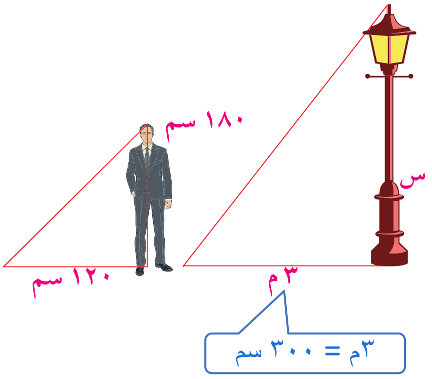
المثلثان فيهما : م زاوية مشتركة

ق(هـ) = ق(ب) = ٩٠° (مُعطى)

∴ △ابجـ ~ △اهد نظرية (١)

عبارة التشابه: $\frac{\text{⍰هـ}}{\text{⍰ب}} = \frac{\text{هـد}}{\text{بجـ}} = \frac{\text{⍰د}}{\text{⍰جـ}}$

● عمود ظله ٣ م، في الوقت نفسه يكون طول ظل محمد ١٢٠سم ، إذا كان طول محمد ١٨٠سم، فكم سيكون طول العمود؟



المثلثان متشابهان : نظرية (١)

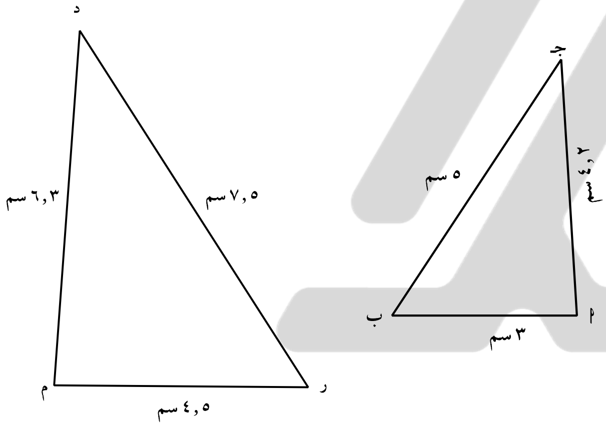
$$\frac{س}{١٨٠} = \frac{٣٠٠}{١٢٠}$$

$$س = \frac{١٨٠ \times ٣٠٠}{١٢٠} = ٤٥٠ \text{ سم} = ٤,٥ \text{ متر}$$

إذاً طول العمود = ٤,٥ متر

نظرية ٢ : يتشابه مثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما

● في الشكل المقابل ، أثبت أن: △أبجـ ~ △مرد



$$\frac{أب}{مر} = \frac{٣}{٤,٥} = \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{أجـ}{مد} = \frac{٤,٢}{٦,٣} = \frac{٢}{٣}$$

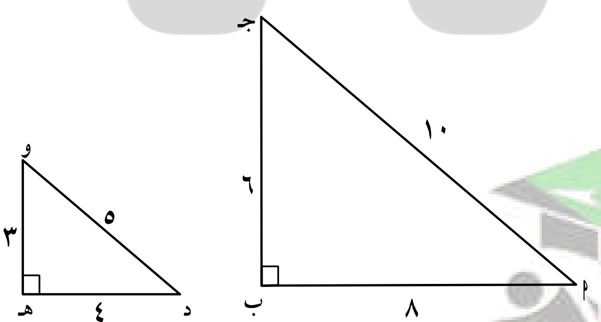
$$\frac{بجـ}{در} = \frac{٥}{٧,٥} = \frac{٢}{٣}$$

∴ △أبجـ ~ △مرد نظرية (٢)

▪ اكتب أزواج الزوايا متساوية القياس.

ق$(\hat{أ})$ = ق$(\hat{م})$ ق$(\hat{جـ})$ = ق$(\hat{د})$ ق$(\hat{ب})$ = ق$(\hat{ر})$

● في الشكل المقابل ، أثبت أن المثلثين متشابهان ثم أوجد العلاقة بين مساحتي المثلثين ونسبة التشابه.



$$\frac{هـو}{بجـ} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{هـد}{بأ} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$$

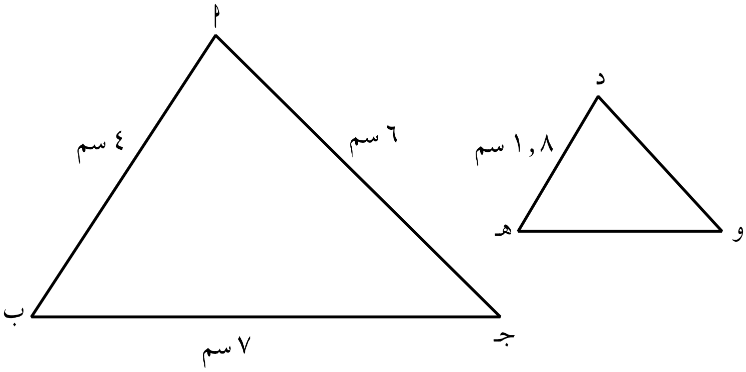
$$\frac{ود}{أجـ} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$$

∴ △وهـد ~ △جـبأ نظرية (٢)

$$\frac{\text{مساحة } △ \text{وهـد}}{\text{مساحة } △ \text{جـبأ}} = \frac{\frac{١}{٢} \times ٤ \times ٣}{\frac{١}{٢} \times ٨ \times ٦} = \frac{١}{٤} = \left(\frac{١}{٢}\right)^٢$$

النسبة بين المساحتين = مربع نسبة التشابه

في الشكل المقابل ، المثلثان ﺍ ب ﺟ ، د ﻫ و متشابهان أوجد طول كل من (و د) ، (ﻫ و)



∵ المثلثان ﺍ ب ﺟ ، د ﻫ و متشابهان

$\therefore \frac{\text{ﺍ ب}}{\text{د ﻫ}} = \frac{\text{ب ﺟ}}{\text{ﻫ و}} = \frac{\text{ﺍ ﺟ}}{\text{د و}}$

$\frac{٤}{١,٨} = \frac{٧}{\text{ﻫ و}} = \frac{٦}{\text{د و}}$

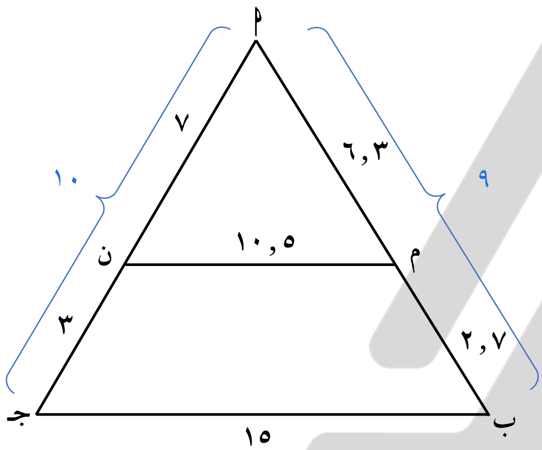
ﻫ و $= \frac{٧ \times ١,٨}{٤} =$ ٣,١٥ سم

د و $= \frac{١,٨ \times ٦}{٤} =$ ٢,٧ سم

في الشكل المقابل أثبت أن:

- Δﺍم ن ~ Δﺍب ﺟ
- $\overline{\text{ب ﺟ}}$ // $\overline{\text{م ن}}$

ثم أوجد النسبة بين محطيط المثلثين. ماذا تلاحظ؟



$\frac{\text{ﺍ م}}{\text{ﺍ ب}} = \frac{٦,٣}{٦,٣ + ٢,٧} = \frac{٧}{١٠}$

$\frac{\text{ﺍ ن}}{\text{ﺍ ﺟ}} = \frac{٧}{٧ + ٣} = \frac{٧}{١٠}$

$\frac{\text{م ن}}{\text{ب ﺟ}} = \frac{١٠,٥}{١٥} = \frac{٧}{١٠}$

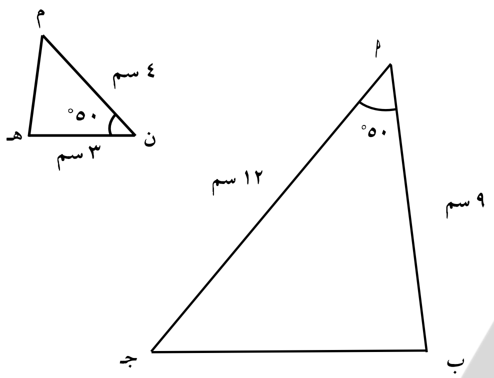
∴ Δﺍم ن ~ Δﺍب ﺟ   نظرية (٢)

من تشابه المثلثين نجد: ق (ﺍ $\hat{\text{م}}$ ن) = ق(ﺍ $\widehat{\text{ب}}$ ﺟ)   وهما في وضع التناظر، بالتالي: $\overline{\text{ب ﺟ}}$ // $\overline{\text{م ن}}$

$\frac{\text{محيط} \Delta \text{ ﺍ م ن}}{\text{محيط} \Delta \text{ ﺍ ب ﺟ}} = \frac{٦,٣ + ١٠,٥ + ٧}{٩ + ١٥ + ١٠} = \frac{٧}{١٠}$ نلاحظ أن النسبة بين محيطي المثلثين = نسبة التشابه

نظرية ٣ : يتشابه مثلثان إذا تطابقت زاوية من الأول مع زاوية في المثلث الآخر ، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين .

في الشكل المقابل : △أبجـ ، △ن هـ م فيهما ق (أ̂) = ق (ن̂) = ٥٠° ، أ ب = ٩ سم ، أ جـ = ١٢ سم ، م ن = ٤ سم ، ن هـ = ٣ سم أثبت تشابه المثلثين أبجـ ، ن هـ م



المثلثان فيهما :

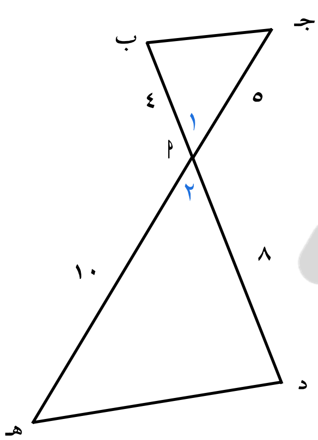
ق(أ̂) = ق (ن̂) = ٥٠° (معطى)

أب / ن هـ = ٩ / ٣ = ٣

أجـ / ن م = ١٢ / ٤ = ٣

∴ △أبجـ ~ △ن هـ م نظرية (٣)

في الشكل المقابل ، أثبت تشابه المثلثين △أبجـ ، △أدهـ



المثلثان فيهما:

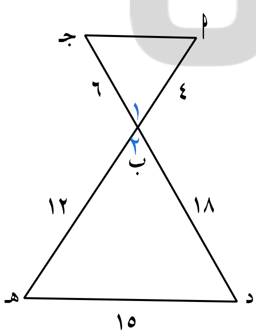
ق(١̂) = ق(٢̂) تقابل بالرأس

أب / أد = ٤ / ٨ = ١ / ٢

أجـ / أهـ = ٥ / ١٠ = ١ / ٢

∴ △أبجـ ~ △أدهـ نظرية (٣)

في الشكل المقابل ، برهن أن : أجـ // د هـ ، أوجد طول أجـ



المثلثان فيهما :

ق(١̂) = ق(٢̂) تقابل بالرأس

ب أ / ب هـ = ٤ / ١٢ = ١ / ٣

ب جـ / ب د = ٦ / ١٨ = ١ / ٣

∴ △أبجـ ~ △هـبد نظرية (٣)

- من التشابه نجد

ق(أ̂) = ق (هـ̂) وهما في وضع التبادل الداخلي

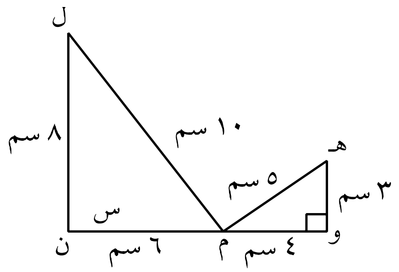
∴ أجـ // د هـ

- من التشابه نجد أجـ / د هـ = ١ / ٣

أجـ / ١٥ = ١ / ٣ ⟸

أجـ = ١٥ / ٣ = ٥ سم

أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س



$\frac{\text{وهـ}}{\text{من}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

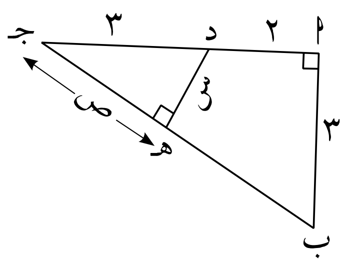
$\frac{\text{وم}}{\text{لن}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{هـم}}{\text{لم}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

∴ △هـوم ~ △منل   نظرية (٢)

من التشابه نجد : ق(وْ) = ق(نْ) ⇐ س = ٩٠°

أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمتي س ، ص



المثلثان فيهما :

جـْ زاوية مشتركة

ق(أْ) = ق(د هـْ جـ) = ٩٠°

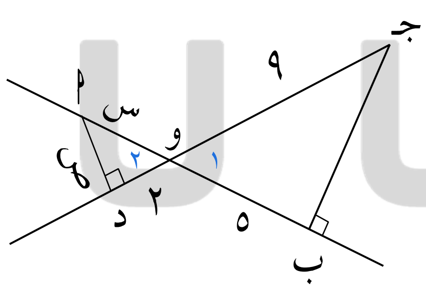
∴ △جـهـد ~ △جـاب   نظرية (١)

$\frac{\text{جـهـ}}{\text{جـا}} = \frac{\text{هـد}}{\text{اب}} = \frac{\text{جـد}}{\text{جـب}}$

$\frac{\text{ص}}{٥} = \frac{\text{س}}{٣} = \frac{٣}{\text{جـب}}$ $\text{بجـ} = \sqrt{٣^٢ + ٥^٢} = \sqrt{٣٤}$ (فيثاغورث)

$\frac{\text{ص}}{٥} = \frac{\text{س}}{٣} = \frac{٣}{\sqrt{٣٤}}$ ⇐ $\text{س} = \frac{٩}{\sqrt{٣٤}} \approx ١,٤٥$ ⇐ $\text{ص} = \frac{١٥}{\sqrt{٣٤}} \approx ٢,٥٧$

أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمتي س ، ص



المثلثان فيهما :

ق(١ْ) = ق(٢ْ) تقابل بالرأس

ق(بْ) = ق(دْ) = ٩٠° (معطى)

∴ △ادو ~ △جـبو   نظرية (١)

$\frac{\text{ود}}{\text{وب}} = \frac{\text{دا}}{\text{بجـ}} = \frac{\text{وا}}{\text{وجـ}}$ $\text{جـب} = \sqrt{٩^٢ - ٥^٢} = ٢\sqrt{١٤}$ (فيثاغورث)

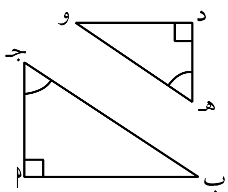
$\frac{٢}{٥} = \frac{\text{ص}}{٢\sqrt{١٤}} = \frac{\text{س}}{٩}$ ⇐ $\text{ص} = \frac{٢ \times ٢\sqrt{١٤}}{٥} \simeq ٢,٩٩$

⇐ $\text{س} = \frac{٩ \times ٢}{٥} = ٣,٦$

تشابة المثلثات - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- المثلثان متشابهان

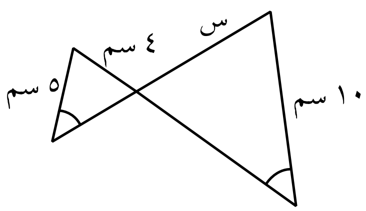


(أ) (ب)

- كل المثلثات متطابقة الأضلاع هي مثلثات متشابهة (أ) (ب)
- كل مثلثين قائمي الزاوية ومتطابقي الضلعين متشابهان (أ) (ب)

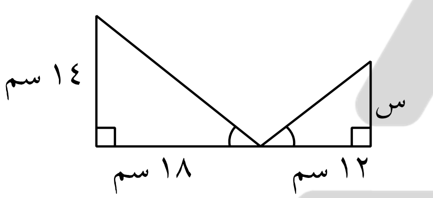
ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

- في الشكل المجاور، قيمة س تساوي:



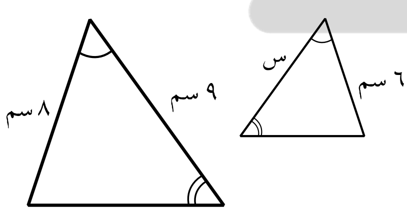
(أ) ٢ سم (ب) ٤ سم
(جـ) ١٦ سم (د) ٨ سم

- في الشكل المجاور ، قيمة س تساوي:



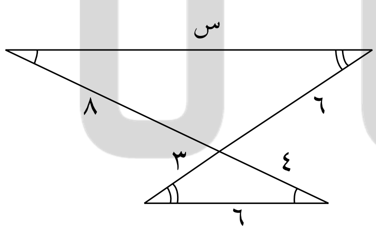
(أ) $\frac{٢٨}{٣}$ سم (ب) ٩ سم
(جـ) ٦ سم (د) ٧ سم

- في الشكل المجاور، قيمة س تساوي:



(أ) ٥ سم (ب) ٦ سم
(جـ) ٧ سم (د) ٦,٧٥ سم

- في الشكل المجاور، قيمة س تساوي:



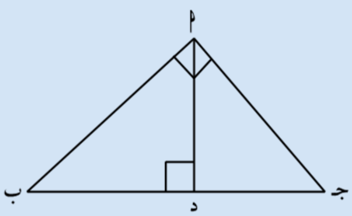
(أ) ٩ سم (ب) ١٦ سم
(جـ) ١٢ سم (د) ١٠ سم

التشابه في المثلثات القائمة

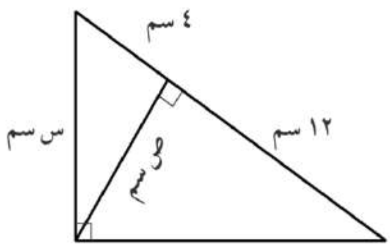
$(\text{أد})^{٢} = \text{دجـ} \times \text{دب}$

$(\text{أجـ})^{٢} = \text{جـد} \times \text{جـب}$

$\text{أجـ} \times \text{أب} = \text{جـب} \times \text{أد}$



أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل:



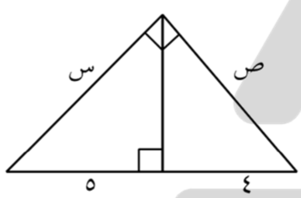
$\text{ص}^{٢} = ١٢ \times ٤ = ٤٨$ "نتيجة"

$\text{ص} = \sqrt{٤٨} = ٤\sqrt{٣} \approx ٦,٩$ سم

$\text{س}^{٢} = ٤ \times ١٦ = ٦٤$ "نتيجة"

$\text{س} = \sqrt{٦٤} = ٨$ سم

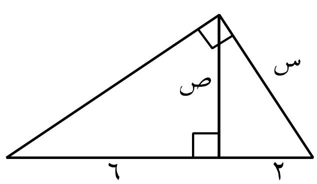
أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل:



$\text{س}^{٢} = ٥ \times ٩ = ٤٥$ "نتيجة" $\Leftarrow$ $\text{س} = \sqrt{٤٥} = ٣\sqrt{٥}$

$\text{ص}^{٢} = ٤ \times ٩ = ٣٦$ "نتيجة" $\Leftarrow$ $\text{ص} = \sqrt{٣٦} = ٦$

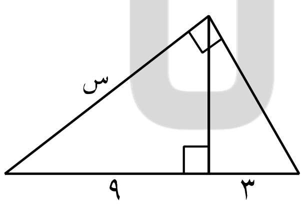
أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل:



$\text{ص}^{٢} = ٢ \times ٦ = ١٢$ "نتيجة" $\Leftarrow$ $\text{ص} = \sqrt{١٢} = ٢\sqrt{٣}$

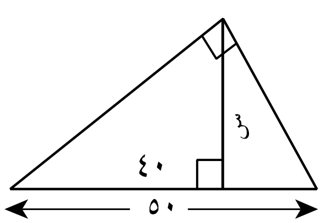
$\text{س}^{٢} = ٢ \times ٨ = ١٦$ "نتيجة" $\Leftarrow$ $\text{س} = \sqrt{١٦} = ٤$

أوجد س بحسب المعطيات في الشكل:



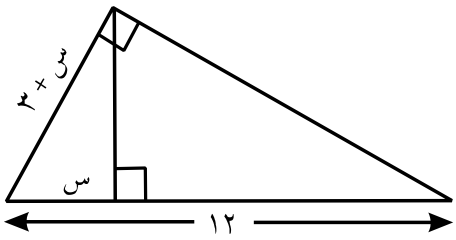
$\text{س}^{٢} = ٩ \times ١٢ = ١٠٨$ "نتيجة" $\Leftarrow$ $\text{س} = \sqrt{١٠٨} = ٦\sqrt{٣}$

أوجد س بحسب المعطيات في الشكل:



$\text{س}^{٢} = ١٠ \times ٤٠ = ٤٠٠$ "نتيجة" $\Leftarrow$ $\text{س} = \sqrt{٤٠٠} = ٢٠$

- أوجد س بحسب المعطيات في الشكل:



(س + ٣)^{٢} = س × ١٢ "نتيجة" ⇐

س^{٢} + ٦س + ٩ = ١٢س

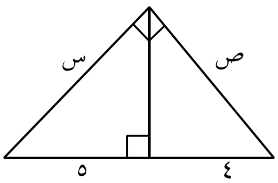
س^{٢} + ٦س + ٩ − ١٢س = ٠

س^{٢} − ٦س + ٩ = ٠ ⇐ س = ٣

التشابه في المثلثات القائمة - التمارين الموضوعية

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

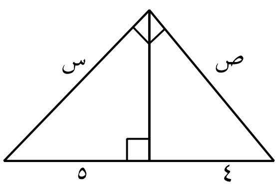
- في الشكل قيمة س تساوي



أ) $\sqrt{٤٥}$ ب) $\sqrt{٢٠}$

ج) ٤٥ د) ٦

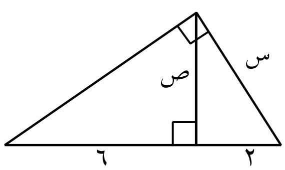
- في الشكل قيمة ص تساوي



أ) $\sqrt{٢٠}$ ب) $\sqrt{٤٥}$

ج) ٦ د) ٩

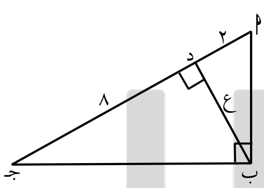
- في الشكل قيمة ص تساوي



أ) ٢$\sqrt{٣}$ ب) ٣$\sqrt{٢}$

ج) ٦ د) ٤

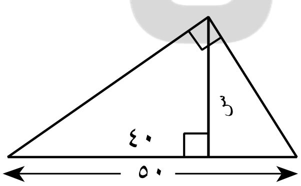
- في الشكل قيمة ع تساوي



أ) ١٠ ب) ٨

ج) ١٦ د) ٤

- في الشكل قيمة س تساوي



أ) ١٠ ب) ٣٠

ج) ٢٠ د) ٤٠

تدرب و تفوق

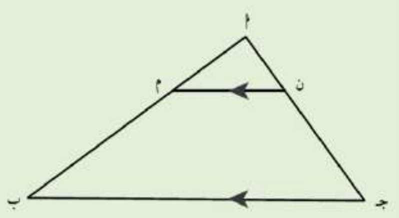
اختبارات الكترونية ذكية

التناسبات والمثلثات المتشابهة

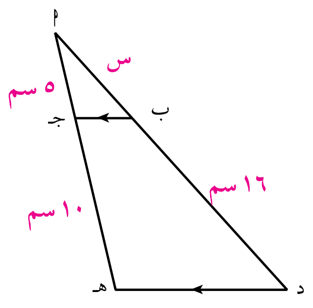
نظرية المستقيم الموازي

إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة

$$\frac{\text{أم}}{\text{م ب}} = \frac{\text{أن}}{\text{ن جـ}}$$



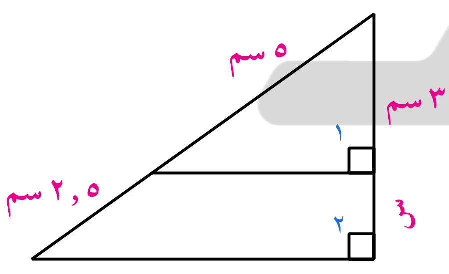
أوجد قيمة س في الشكل التالي:



$\frac{\text{أب}}{\text{ب د}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{جـ هـ}}$ "نظرية المستقيم الموازي"

$\frac{\text{س}}{١٦} = \frac{٥}{١٠} \Leftarrow \text{س} = \frac{١٦ \times ٥}{١٠} = ٨$ سم

أوجد قيمة س في الشكل التالي:



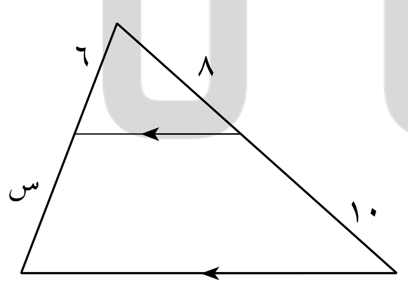
∵ ق($\hat{١}$) = ق($\hat{٢}$) = ٩٠°

و هما في وضع التناظر ∴ الضلعان متوازيان

$\frac{٣}{\text{س}} = \frac{٥}{٢,٥}$ نظرية المستقيم الموازي

$\text{س} = \frac{٣ \times ٢,٥}{٥} = ١,٥$ سم

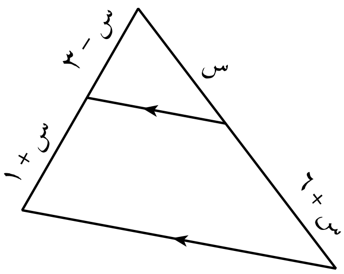
أوجد قيمة س في الشكل التالي:



$\frac{٨}{١٠} = \frac{٦}{\text{س}}$ "نظرية المستقيم الموازي"

$\text{س} = \frac{١٠ \times ٦}{٨} = ٧,٥$ سم

أوجد قيمة س في الشكل التالي:



$\frac{\text{س}}{\text{س} + ٦} = \frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ١}$ "نظرية المستقيم الموازي"

$\text{س}(\text{س} + ١) = (\text{س} + ٦)(\text{س} - ٣)$

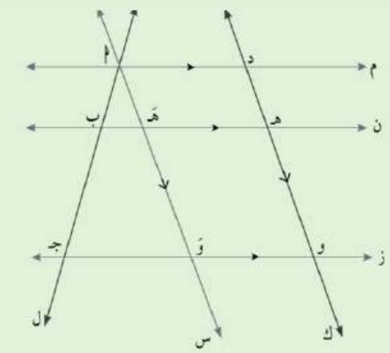
$\cancel{\text{س}^٢} + \text{س} = \cancel{\text{س}^٢} - ٣\text{س} + ٦\text{س} - ١٨$

$\text{س} = ٣\text{س} - ١٨ \Leftarrow \text{س} - ٣\text{س} = -١٨ \Leftarrow -٢\text{س} = -١٨ \Leftarrow \text{س} = \frac{-١٨}{-٢} = ٩$

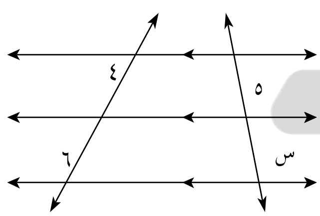
نظرية طاليس

إذا قطع مستقيمان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر

$\frac{\text{أب}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{هـ و}}$



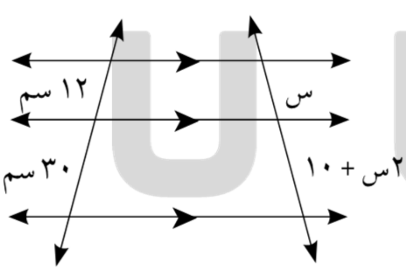
أوجد قيمة س في الشكل التالي:



$\frac{٥}{\text{س}} = \frac{٤}{٦}$ "نظرية طاليس" $\Leftarrow$

$\text{س} = \frac{٥ \times ٦}{٤} = ٧,٥$

أوجد قيمة س في الشكل التالي:

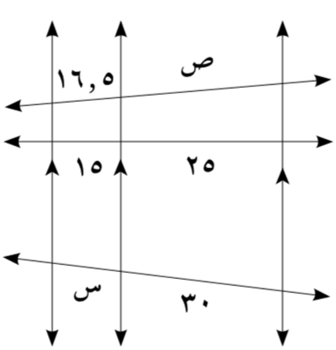


$\frac{\text{س}}{٢\text{س} + ١٠} = \frac{١٢}{٣٠}$ "نظرية طاليس"

$٣٠\text{س} = ٢٤\text{س} + ١٢٠ \Leftarrow$

$٣٠\text{س} - ٢٤\text{س} = ١٢٠ \Leftarrow ٦\text{س} = ١٢٠ \Leftarrow \text{س} = \frac{١٢٠}{٦} = ٢٠$ سم

أوجد قيمة س ، ص في الشكل التالي:

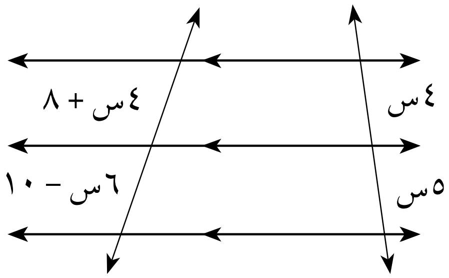


$\frac{١٦,٥}{\text{ص}} = \frac{١٥}{٢٥} = \frac{\text{س}}{٣٠}$ "نظرية طاليس"

$\text{ص} = \frac{١٦,٥ \times ٢٥}{١٥} = ٢٧,٥$

$\text{س} = \frac{١٥ \times ٣٠}{٢٥} = ١٨$

أوجد قيمة س في الشكل التالي:



$\frac{٤س}{٥س} = \frac{٤س + ٨}{٦س - ١٠}$ "نظرية طاليس"

$\frac{٤}{٥} = \frac{٤س + ٨}{٦س - ١٠}$

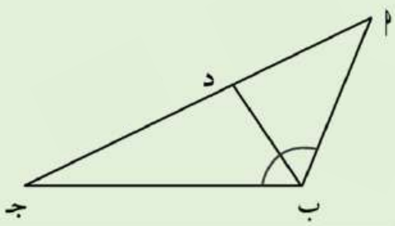
٢٤س − ٤٠ = ٢٠س + ٤٠ ⇐

٢٤س − ٢٠س = ٤٠ + ٤٠ ⇐ ٤س = ٨٠ ⇐ س = $\frac{٨٠}{٤}$ = ٢٠

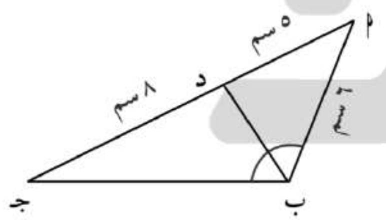
نظرية منصف الزاوية في مثلث

إذا كان $\overline{دب}$ مُنصّف للزاوية $\widehat{أبج}$ فإن

$\frac{جد}{دأ} = \frac{جب}{بأ}$



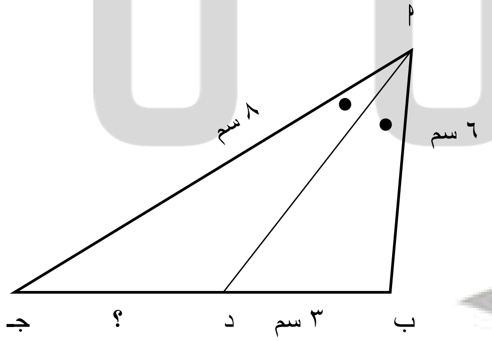
أوجد (جـ ب) في الشكل المبين، حيث $\overline{بد}$ ينصف الزاوية $\widehat{أبج}$



$\frac{دأ}{دج} = \frac{بأ}{جب}$ "نظرية منصف الزاوية"

$\frac{٥}{٨} = \frac{٦}{جب}$ ⇐ جـ ب = $\frac{٨ \times ٦}{٥}$ = ٩,٦ سم

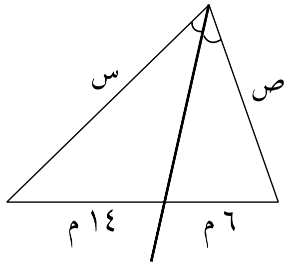
∆ أ ب جـ مثلث حيث أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ٨ سم ، رسم $\overline{أد}$ منصف الزاوية ب أ جـ ويقطع $\overline{بج}$ في النقطة د ، إذا كان ب د = ٣ سم ، أوجد جـ د .



$\frac{دب}{دج} = \frac{أب}{أج}$ "نظرية منصف الزاوية"

$\frac{٣}{دج} = \frac{٦}{٨}$ ⇐ د جـ = $\frac{٣ \times ٨}{٦}$ = ٤ سم

مساح الأراضي : قطعة أرض علي شكل مثلث محيطها ٦٠ م . فأوجد طولي ضلعين : س ، ص .



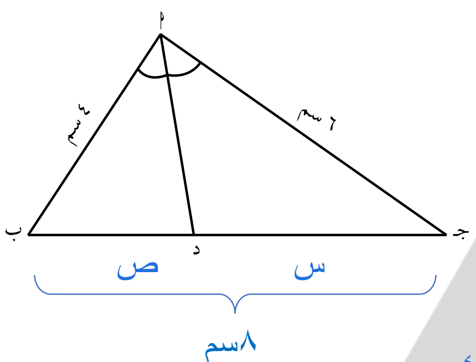
س + ص + ٢٠ = ٦٠ ⇐ س + ص = ٦٠ − ٢٠ = ٤٠

$\frac{٦}{١٤} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$ "نظرية منصف الزاوية"

$\frac{٦ + ١٤}{١٤} = \frac{\text{ص} + \text{س}}{\text{س}}$ "خواص التناسب" ⇐

$\frac{٢٠}{١٤} = \frac{٤٠}{\text{س}}$ ⇐ س = $\frac{١٤ \times ٤٠}{٢٠}$ = ٢٨م ، ص = ٤٠ − ٢٨ = ١٢م

في الشكل المجاور إذا كان أب = ٤ سم ، أجـ = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم فأوجد د جـ ، د ب



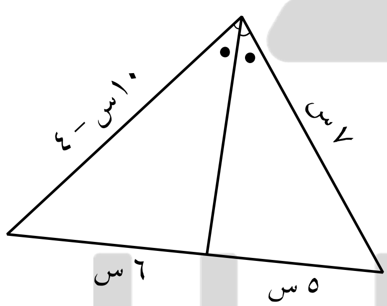
$\frac{\text{د جـ}}{\text{د ب}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{أب}}$ "نظرية منصف الزاوية"

$\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٦}{٤}$

$\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{ص}} = \frac{٦ + ٤}{٤}$ "خواص التناسب"

$\frac{٨}{\text{ص}} = \frac{١٠}{٤}$ ⇐ ص = $\frac{٨ \times ٤}{١٠}$ = ٣,٢سم ، س = ٨ − ٣,٢ = ٤,٨سم

أوجد قيمة س



$\frac{٥\text{س}}{٦\text{س}} = \frac{٧\text{س}}{١٠\text{س} - ٤}$ "نظرية منصف الزاوية"

$\frac{٥}{٦} = \frac{٧\text{س}}{١٠\text{س} - ٤}$

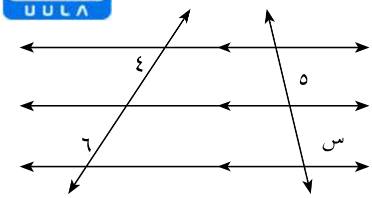
٥ (١٠س − ٤) = ٦ × ٧س

٥٠س − ٢٠ = ٤٢ س

٥٠س − ٤٢س = ٢٠

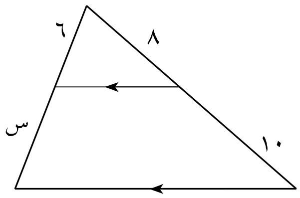
٨س = ٢٠ ⇐ س = $\frac{٢٠}{٨}$ = ٢,٥

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:



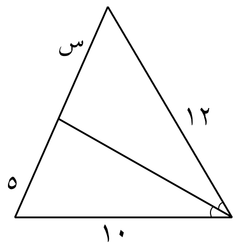
- في الشكل قيمة س تساوي:

أ ٥ — ب ٧,٥
ج ١٠ — د ٣,٥



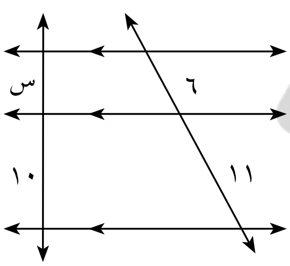
- في الشكل قيمة س تساوي:

أ ٧,٥ — ب ٩
ج ١٢ — د ١٥



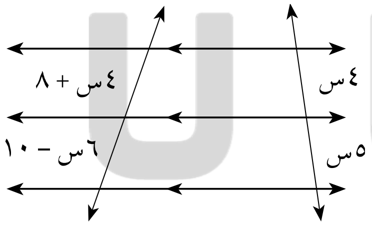
- في الشكل قيمة س تساوي:

أ ٥ — ب ١٥
ج ١٢ — د ٦



- في الشكل قيمة س تساوي:

أ $\frac{٦٠}{١١}$ — ب $\frac{١١}{٦٠}$
ج ٥ — د ١٢



- في الشكل قيمة س تساوي:

أ ٢٥ — ب ٢٠
ج ١٥ — د ١٠

الأنماط الرياضية والمتتاليات

تعريف: المتتالية الحقيقية هي دالة حقيقية مجالها **ص**$^+$ أو مجموعة جزئية منها مرتبة على الصورة {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... ، م} ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية **ح**

لتكن الدالة ت:{١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ← ح حيث ت (ن) = ن^٢ بين أن هذه الدالة متتالية ثم أوجد حدودها

ن	١	٢	٣	٤	٥
ت(ن)	١	٤	٩	١٦	٢٥

∵ ت دالة مجالها مجموعة جزئية من ص$^+$ وتبدأ بالعدد ١

∴ ت متتالية حدودها: ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥

لتكن الدالة ت:{١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ← ح حيث ت (ن) = ن^٣ +١ بين أن هذه الدالة متتالية ثم أوجد حدودها

ن	١	٢	٣	٤
ت(ن)	٢	٩	٢٨	٦٥

∵ ت دالة مجالها مجموعة جزئية من ص$^+$ وتبدأ بالعدد ١

∴ ت متتالية حدودها: ٢ ، ٩ ، ٢٨ ، ٦٥

لتكن الدالة ت:ص$^+$ ← ح حيث ت (ن) = $\frac{١}{ن}$ بين أن هذه الدالة متتالية ثم اكتب المتتالية مكتفياً بالحدود الثلاثة الأولى منها

ن	١	٢	٣
ت(ن)	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٣}$

∵ ت دالة مجالها ص$^+$ ∴ ت متتالية

∴ المتتالية: ١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ...

لتكن الدالة ت:ص$^+$ ← ح حيث ت (ن) = $\frac{ن}{ن+١}$ بين أن هذه الدالة متتالية ثم اكتب المتتالية مكتفياً بالحدود الثلاثة الأولى منها

ن	١	٢	٣
ت(ن)	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{٣}{٤}$

∵ ت دالة مجالها ص$^+$ ∴ ت متتالية

∴ المتتالية: $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ...

اكتب الصيغة الصريحة (الحد النوني) لكل متتالية في ما يلي. ثم أوجد ح$_{١٢}$

(٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ...)

ن	١	٢	٣	٤	٥
ح	٤	٧	١٠	١٣	١٦

(٣ ، ٧ ، ١١ ، ١٥ ، ١٩ ، ...)

ن	١	٢	٣	٤	٥
ح	٣	٧	١١	١٥	١٩

- $-\frac{1}{2}$ ٢ ، $-\frac{1}{2}$ ١ ، $-\frac{1}{2}$ ، ...

ن	١	٢	٣
حن	$-\frac{1}{2}$ ٢	$-\frac{1}{2}$ ١	$-\frac{1}{2}$

ح ن = ن - $\frac{1}{2}$ ٣

ح ١٢ = ١٢ - $\frac{1}{2}$ ٣ = $\frac{1}{2}$ ٨

معلق

- اكتب الصيغة الصريحة (الحد النوني) للمت... ، ١٧ ، ٢٦ ، ...)

ن	١	٢	٣	٤	٥
حن	٢	٥	١٠	١٧	٢٦

ح ن = ن٢ +١

- اكتب الصيغة الصريحة (الحد النوني) للمتتالية: (٠ ، ٣ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٤ ، ...)

ن	١	٢	٣	٤	٥
حن	٠	٣	٨	١٥	٢٤

ح ن = ن٢ -١

الأنماط الرياضية والمتتاليات - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

معلق

- الحد النوني للمتتالية(٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ... هو ح ن = ن + ٣ (أ) (ب)
- المتتالية المنتهية لا يمكن حصر حدودها (أ) (ب)

معلق

- الحد النوني للمتتالية (٢ ، ٥ ، ١٠ ، ١٧ ، ٢٦ ، ...) هو ح ن = ن٢ + ١ (أ) (ب)
- الحد النوني للمتتالية (٦ ، ٨ ، ١٢ ، ...) هو ح ن = ٢ن (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- متتالية صيغتها ح ن = ن (ن - ١) الحد الثالث يساوي

(أ) ٩ (ب) ٦ (ج) ١٤ (د) ١٦

معلق

- الحد النوني للمتتالية (٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ...) هو

(أ) ح ن = ن٢ + ١ (ب) ح ن = ... (ج) ح ن = ن - ٣ (د) ح ن = ن + ٣

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

المتتاليات الحسابية

المتتالية الحسابية: هي متتالية ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرةً عدداً ثابتاً يسمى هذا الناتج أساس المتتالية الحسابية ويرمز له بـ ى

$$ح_{ن+١} - ح_{ن} = ى$$

- ٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤ ، ... متتالية حسابية أساسها ء = ٣
- ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ... متتالية حسابية أساسها ء= ٢
- ٢٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ... متتالية حسابية أساسها ء= -٥

- بين أن المتتالية (٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤) حسابية ، وأوجد أساسها .

١٢ – ٦ = ٦

١٨ – ١٢ = ٦

٢٤ – ١٨ = ٦

∴ المتتالية حسابية أساسها ء = ٦

- هل المتتالية (٢ ، ٥ ، ٧ ، ١٢) حسابية ؟

٥ – ٢ = ٣

٧ – ٥ = ٢

∴ المتتالية غير حسابية

- بين أن المتتالية (٤٨ ، ٤٥ ، ٤٢ ، ٣٩) حسابية ، وأوجد أساسها .

٤٥ – ٤٨ = –٣

٤٢ – ٤٥ = –٣

٣٩ – ٤٢ = –٣

∴ المتتالية حسابية أساسها ء = -٣

- إذا كان $ح_١$ = ٥ ، ء = ٧ في متتالية حسابية فاكتب الحدود الستة الأولى

+٧

$ح_١$	$ح_٢$	$ح_٣$	$ح_٤$	$ح_٥$	$ح_٦$
٥	١٢	١٩	٢٦	٣٣	٤٠

- إذا كان $ح_١$ = ٤ ، ء = -٣ في متتالية حسابية فاكتب الحدود الستة الأولى

-٣

$ح_١$	$ح_٢$	$ح_٣$	$ح_٤$	$ح_٥$	$ح_٦$
٤	١	–٢	–٥	–٨	–١١

الحد النوني للمتتالية الحسابية

الحد النوني (العام) لمتتالية حسابية حدها الأول $ح_١$ وأساسها ء هو:

$$ح_ن = ح_١ + (ن - ١)ء$$

- أوجد الحد العاشر والحد المئة من المتتالية الحسابية (٨ ، ٦ ، ٤ ، ...)

$ح_١ = ٨$ ، $ء = -٢$

$ح_ن = ح_١ + (ن - ١)ء \Leftarrow ح_{١٠} = ٨ + (١٠ - ١) \times (-٢) = -١٠$

$\Leftarrow ح_{١٠٠} = ٨ + (١٠٠ - ١) \times (-٢) = -١٩٠$

- في المتتالية الحسابية $ح_١ = ٤$ ، ء = ٣ أوجد $ح_{١٢}$

$ح_ن = ح_١ + (ن - ١)ء \Leftarrow ح_{١٢} = ٤ + (١٢ - ١) \times ٣ = ٣٧$

- أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٩٩ من المتتالية الحسابية (٧ ، ٩ ، ١١ ، ...)

$ح_١ = ٧$ ، $ء = ٢$ ، $ن = ؟$ ، $ح_ن = ٩٩$

$ح_ن = ح_١ + (ن - ١)ء$

$٩٩ = ٧ + (ن - ١) \times ٢$

$\frac{٩٩ - ٧}{٢} = ن - ١ \Leftarrow ٤٦ = ن - ١ \Leftarrow ن = ٤٦ + ١ = ٤٧$

- في المتتالية الحسابية (٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ...) أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٧١

$ح_١ = ٢$ ، $ء = ٣$ ، $ن = ؟$ ، $ح_ن = ٧١$

$ح_ن = ح_١ + (ن - ١)ء$

$٧١ = ٢ + (ن - ١) \times ٣$

$\frac{٧١ - ٢}{٣} = ن - ١ \Leftarrow ٢٣ = ن - ١ \Leftarrow ن = ٢٣ + ١ = ٢٤$

- أوجد عدد حدود المتتالية الحسابية (٧ ، ١١ ، ١٥ ، ... ، ٤٧)

$ح_١ = ٧$ ، $ء = ٤$ ، $ن = ؟$ ، $ح_ن = ٤٧$

$ح_ن = ح_١ + (ن - ١)ء$

$٤٧ = ٧ + (ن - ١) \times ٤$

$\frac{٤٧ - ٧}{٤} = ن - ١ \Leftarrow ١٠ = ن - ١ \Leftarrow ن = ١٠ + ١ = ١١$

في المتتالية ح ن = ٧ن - ٣ لكل ن ∈ ص⁺ ، أثبت أن المتتالية حسابية

$ح_{ن+١} - ح_{ن} = د$

$ح_{ن+١} = ٧(ن + ١) - ٣ = ٧ن + ٧ - ٣ = ٧ن + ٤$

$ح_{ن} = ٧ن - ٣$

$ح_{ن+١} - ح_{ن} = (٧ن + ٤) - (٧ن - ٣) = \cancel{٧ن} + ٤ - \cancel{٧ن} + ٣ = ٧$

∴ $ح_{ن}$ متتالية حسابية أساسها $د = ٧$

في المتتالية ح ن = ٣ن + ٥ لكل ن ∈ ص⁺ ، أثبت أن المتتالية حسابية

$ح_{ن+١} - ح_{ن} = د$

$ح_{ن+١} = ٣(ن + ١) + ٥ = ٣ن + ٣ + ٥ = ٣ن + ٨$

$ح_{ن} = ٣ن + ٥$

$ح_{ن+١} - ح_{ن} = (٣ن + ٨) - (٣ن + ٥) = \cancel{٣ن} + ٨ - \cancel{٣ن} - ٥ = ٣$

∴ $ح_{ن}$ متتالية حسابية أساسها $د = ٣$

إذا كان الحد الخامس من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد الثامن يساوي ١٥ ، فأوجد أساس المتتالية .

$ح_{٥} = ٩$

$ح_{٨} = ١٥$

$$د = \frac{ح_{ن} - ح_{ك}}{ن - ك} = \frac{ح_{٨} - ح_{٥}}{٨ - ٥} = \frac{١٥ - ٩}{٨ - ٥} = ٢$$

إذا كان الحد الثاني من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد السادس يساوي -٣ ، فأوجد أساس المتتالية ، ثم أوجد المتتالية الحسابية مكتفياً بالحدود الأربعة الأولى .

$ح_{٢} = ٩$

$ح_{٦} = -٣$

$$د = \frac{ح_{ن} - ح_{ك}}{ن - ك} = \frac{ح_{٦} - ح_{٢}}{٦ - ٢} = \frac{-٣ - ٩}{٦ - ٢} = -٣$$

∴ المتتالية: ١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣

استخدم الصيغة الصريحة لإيجاد الحد الخامس و العشرين $(ح_{٢٥})$ من المتتالية الحسابية (٥ ، ١١ ، ١٧ ، ٢٣ ، ٢٩ ، ...)

معلق

$ح_{١} = ٥$

$د = ٦$

$ح_{ن} = ح_{١} + (ن - ١)د \Leftarrow ح_{٢٥} = ٥ + (٢٥ - ١) \times ٦ = ١٤٩$

إذا كونت { أ ، ب ، جـ } متتالية حسابية فإن ب = $\frac{أ + جـ}{٢}$ هو الوسط الحسابي للعددين أ ، جـ

- إذا كانت (٨٤ ، س ، ١١٠) متتالية حسابية ، فأوجد قيمة س .

$$س = \frac{٨٤ + ١١٠}{٢} = ٩٧$$

- أوجد قيمة ص من المتتالية الحسابية (٤٣ ، ص ، ٥٧)

$$ص = \frac{٤٣ + ٥٧}{٢} = ٥٠$$

- أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٢٣ ، ٦٥

عدد الحدود = ٥ + ٢ = ٧

ح١ = ٢٣ ، ح٧ = ٦٥

$$ء = \frac{ح_ن - ح_ك}{ن - ك} = \frac{ح_٧ - ح_١}{٧ - ١} = \frac{٦٥ - ٢٣}{٧ - ١} = ٧$$

٢٣ ، ٣٠ ، ٣٧ ، ٤٤ ، ٥١ ، ٥٨ ، ٦٥

- أدخل ثلاثة أوساط حسابية بين -٩ ، ٣

عدد الحدود = ٣ + ٢ = ٥

ح١ = -٩ ، ح٥ = ٣

$$ء = \frac{ح_ن - ح_ك}{ن - ك} = \frac{ح_٥ - ح_١}{٥ - ١} = \frac{٣ - (-٩)}{٥ - ١} = ٣$$

-٩ ، -٦ ، -٣ ، ٠ ، ٣

- أدخل ٥ أوساط حسابية بين ١٣ ، ١

عدد الحدود = ٥ + ٢ = ٧

ح١ = ١٣ ، ح٧ = ١

$$ء = \frac{ح_ن - ح_ك}{ن - ك} = \frac{ح_٧ - ح_١}{٧ - ١} = \frac{١ - ١٣}{٧ - ١} = -٢$$

١٣ ، ١١ ، ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٣ ، ١

مجموع حدود متتالية حسابية

مجموع أول (ن) حد من الحدود الأولى من متتالية حسابية حدها الأول $\text{ح}_{١}$ وأساسها د هو:

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left(\text{ح}_{١} + \text{ح}_{\text{ن}}\right) \quad ، \quad \text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٢\text{ح}_{١} + (\text{ن} - ١)\text{د}\right]$$

- أوجد مجموع العشرين حد الأولى لمتتالية حسابية حدها الأول ١٠ و حدها العشرون ٥٠٠

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left(\text{ح}_{١} + \text{ح}_{\text{ن}}\right) \Leftarrow \text{ج}_{٢٠} = \frac{٢٠}{٢} \times (١٠ + ٥٠٠) = ٥١٠٠$$

- أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى لمتتالية حسابية حدها الأول -١٢ و حدها العاشر ٢٤

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left(\text{ح}_{١} + \text{ح}_{\text{ن}}\right) \Leftarrow \text{ج}_{١٠} = \frac{١٠}{٢} \times (-١٢ + ٢٤) = ٦٠$$

- أوجد مجموع ال ١٦ حد الأولى لمتتالية حسابية حدها الأول ١٥ وأساسها ٧

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٢\text{ح}_{١} + (\text{ن} - ١)\text{د}\right] \Leftarrow \text{ج}_{١٦} = \frac{١٦}{٢}\left[٢ \times ١٥ + (١٦ - ١) \times ٧\right] = ١٠٨٠$$

- متتالية حسابية حدها الأول -٧ ، وأساسها ٤ . أوجد مجموع أول ٢٥ حد منها

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٢\text{ح}_{١} + (\text{ن} - ١)\text{د}\right] \Leftarrow \text{ج}_{٢٥} = \frac{٢٥}{٢}\left[٢ \times (-٧) + (٢٥ - ١) \times ٤\right] = ١٠٢٥$$

- أوجد مجموع حدود المتتالية (٥ ، ٧ ، ٩ ، ... ، ٩٥)

$$\text{ح}_{١} = ٥ \qquad \text{ح}_{\text{ن}} = ٩٥ \qquad \text{د} = ٢$$

$$\text{ح}_{\text{ن}} = \text{ح}_{١} + (\text{ن} - ١)\text{د}$$

$$٩٥ = ٥ + (\text{ن} - ١) \times ٢$$

$$\frac{٩٥ - ٥}{٢} = \text{ن} - ١$$

$$٤٥ = \text{ن} - ١$$

$$\text{ن} = ٤٥ + ١ = ٤٦$$

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left(\text{ح}_{١} + \text{ح}_{\text{ن}}\right) \Leftarrow \text{ج}_{٤٦} = \frac{٤٦}{٢}(٥ + ٩٥) = ٢٣٠٠$$

كم حد يلزم أخذه من المتتالية الحسابية (١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ...) ابتداء من الحد الأول ليكون المجموع ٤٥٠ ؟

$\text{ن} = ؟$

$\text{ح}_{١} = ١٠$

$\text{ء} = ٥$

$\text{ج}_{\text{ن}} = ٤٥٠$

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٢\text{ح}_{١} + (\text{ن} - ١)\text{ء}\right]$$

$$٤٥٠ = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٢ \times ١٠ + (\text{ن} - ١) \times ٥\right]$$

$$٤٥٠ = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٥\text{ن} + ١٥\right]$$

$$٩٠٠ = \text{ن}\left[٥\text{ن} + ١٥\right]$$

$$٩٠٠ = ٥\text{ن}^{٢} + ١٥\text{ن}$$

$$٥\text{ن}^{٢} + ١٥\text{ن} - ٩٠٠ = ٠$$

$$\text{ن} = ١٢$$

$$\text{ن} = -١٥ \quad \text{مرفوض}$$

إذاً عدد الحدود = ١٢

معلق

كم حد يلزم أخذه من المتتالية الحسابية التي حدها الأول ٥ وأساسها ٣ ابتداء من الحد الأول ليكون المجموع ٩٤٨ ؟

$\text{ن} = ؟$

$\text{ح}_{١} = ٥$

$\text{ء} = ٣$

$\text{ج}_{\text{ن}} = ٩٤٨$

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٢\text{ح}_{١} + (\text{ن} - ١)\text{ء}\right]$$

$$٩٤٨ = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٢ \times ٥ + (\text{ن} - ١) \times ٣\right]$$

$$٩٤٨ = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٣\text{ن} + ٧\right]$$

$$١٨٩٦ = \text{ن}\left[٣\text{ن} + ٧\right]$$

$$١٨٩٦ = ٣\text{ن}^{٢} + ٧\text{ن}$$

$$٣\text{ن}^{٢} + ٧\text{ن} - ١٨٩٦ = ٠$$

$$\text{ن} = ٢٤$$

$$\text{ن} = -\frac{٧٩}{٣} \quad \text{مرفوض}$$

إذاً عدد الحدود = ٢٤

كم حد يلزم أخذه من المتتالية الحسابية (٣٠ ، ٢٥ ، ٢٠ ، ...) ابتداء من الحد الأول ليكون المجموع ١٠٠ ؟

ن = ؟

ح١ = ٣٠

د = -٥

جن = ١٠٠

$ج_ن = \frac{ن}{٢}[٢ح_١ + (ن - ١)د]$

$١٠٠ = \frac{ن}{٢}[٢ \times ٣٠ + (ن - ١) \times (-٥)]$

$١٠٠ = \frac{ن}{٢}[-٥ن + ٦٥]$

$٢٠٠ = ن[-٥ن + ٦٥]$

$٢٠٠ = -٥ن^٢ + ٦٥ن$

$-٥ن^٢ + ٦٥ن - ٢٠٠ = ٠$

ن = ٨

ن = ٥

إذاً يمكن أن نأخذ خمسة حدود أو ثمانية حدود ليكون المجموع = ١٠٠

معلق

المتتاليات الحسابية - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- المتتالية (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ...) هي متتالية حسابية — (أ) (ب)
- المتتالية (-٢١ ، -١٨ ، -١٥ ، -١٢ ، ...) هي متتالية حسابية — (أ) (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- في المتتالية الحسابية (-١٦ ، س ، ١ ، ...) قيمة س تساوي

(أ) صفراً (ب) -٨ (ج) -٧ (د) -٧,٥

- الحد العاشر في المتتالية الحسابية (٨ ، ٦ ، ٤ ، ...) هو

(أ) -١٢ (ب) -٨ (ج) -١٠ (د) -١٤

- متتالية حسابية حدها الخامس = ٩ وحدها الثامن = ١٥ فإن أساسها يساوي

(أ) ٤ (ب) ٢ (ج) ٦ (د) ٨

- متتالية حسابية حدها الأول ١٠ وحدها العشرون ٥٠٠ مجموع الحدود العشرين الأولى هو:

(أ) ٥١٠٠ (ب) ٥٠٠٠ (ج) ٤٩٠٠ (د) ٤٨٠٠

- في المتتالية الحسابية (٤ ، ١ ، -٢ ، ...) رتبة الحد الذي قيمة -٢٣هي:

(أ) ٨ (ب) ٩ (ج) ١٠ (د) ١١

- إذا أدخلنا ثلاثة أوساط حسابية بين العددين ٥ ، ٢١ فإن هذه الأوساط هي:

(أ) ٩ ، ١٤ ، ١٩ (ب) ٨ ، ١٣ ، ١٨ (ج) ٨ ، ١٣ ، ١٦ (د) ٩ ، ١٣ ، ١٧

الحد الناقص في المتتالية الحسابيّة التالية: ١٠١ ، .... ، -١٥٥

أ) ٢٧ ب) -٢٧ ج) -٣٠ د) ٣٠

متتالية حسابيّة فيها الحد الأول يساوي ٢ والحد العاشر يساوي ٢٠ فإن مجموع الحدود العشرة الأولى منها يساوي:

أ) ١١٠ ب) ٢٢٠ ج) ٥٥ د) ٣٣

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

المتتاليات

المتتاليات الهندسية

المتتالية الهندسية: هي متتالية ناتج قسمة أي حد فيها على الحد السابق له مباشرة، يساوي عدداً ثابتاً غير صفري، يسمى هذا الناتج أساس المتتالية الحسابية ويرمز له بـ $ر$

$$\frac{ح_{ن+1}}{ح_{ن}} = ر$$

المتتالية (٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، ...) ×٢ ×٢ ×٢

∴ المتتالية هندسية وأساسها $ر$ = ٢

المتتالية (٢ ، ٢٠ ، ٢٠٠ ، ٢٠٠٠ ، ...) ×١٠ ×١٠ ×١٠

∴ المتتالية هندسية وأساسها $ر$ = ١٠

في المتتالية ح ن حيث ح ن = (٣)^ن اكتب الحدود الخمسة الأولى، أثبت أن ح ن متتالية هندسية

$ح_1 = ٣^١ = ٣$

$ح_2 = ٣^٢ = ٩$

$ح_3 = ٣^٣ = ٢٧$

$ح_4 = ٣^٤ = ٨١$

$ح_5 = ٣^٥ = ٢٤٣$

$$\frac{ح_{ن+1}}{ح_{ن}} = \frac{(٣)^{ن+1}}{(٣)^{ن}} = ٣ \quad \text{ثابت}$$

∴ المتتالية هندسية أساسها $ر$ = ٣

أثبت أن المتتالية ح ن = (٢)^ن ، هي متتالية هندسية

معلق

$$\frac{ح_{ن+1}}{ح_{ن}} = \frac{(٢)^{ن+1}}{(٢)^{ن}} = ٢ \quad \text{ثابت}$$

∴ المتتالية هندسية $ر$ = ٢

اكتب الحدود الخمسة الأولى من متتالية هندسية حدها الأول ٩ وأساسها ٣

٩ ، ٢٧ ، ٨١ ، ٢٤٣ ، ٧٢٩

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$ ، $ح_٥$

اكتب الحدود الأربعة الأولى من متتالية هندسية حدها الأول ٥ وأساسها -٣

٥ ، -١٥ ، ٤٥ ، -١٣٥

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$

الحد النوني لمتتالية هندسية

الحد النوني (العام) لمتتالية هندسية حدها الأول $ح_١$ وأساسها ر هو:

$$ح_ن = ح_١ \times ر^{ن-١}$$

متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨ ، اكتب المتتالية الهندسية مكتفياً بالحدود الأربعة الأولى منها

$$ح_ن = ح_١ \times ر^{ن-١}$$

$$ح_٦ = ح_١ \times ر^{٦-١}$$

$$١٢٨ = ٤ \times ر^٥ \Leftarrow ر^٥ = \frac{١٢٨}{٤} = ٣٢$$

الأس (٥) عدد فردي $\Leftarrow ر = \sqrt[٥]{٣٢} = ٢$

٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$

متتالية هندسية حدها الأول ٢٧ وحدها الخامس $\frac{١}{٣}$ ، اكتب المتتالية الهندسية مكتفياً بالحدود الخمسة الأولى منها

$$ح_ن = ح_١ \times ر^{ن-١}$$

$$ح_٥ = ح_١ \times ر^{٥-١}$$

$$\frac{١}{٣} = ٢٧ \times ر^٤ \Leftarrow ر^٤ = \frac{\left(\frac{١}{٣}\right)}{٢٧} = \frac{١}{٨١}$$

الأس (٤) عدد زوجي $\Leftarrow ر = \pm \sqrt[٤]{\frac{١}{٨١}} = \pm \frac{١}{٣}$

عندما $ر = \frac{١}{٣}$

٢٧ ، ٩ ، ٣ ، ١ ، $\frac{١}{٣}$

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$ ، $ح_٥$

عندما $ر = -\frac{١}{٣}$

٢٧ ، -٩ ، ٣ ، -١ ، $\frac{١}{٣}$

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$ ، $ح_٥$

الأوساط الهندسية بين عددين

إذا كانت أ ، ب ، جـ متتالية هندسية فإن ب = $\pm\sqrt{\text{أجـ}}$ ، شرط (أ جـ > ٠) فإن:
(ب) هو الوسط الهندسي بين (أ) و (جـ)

أوجد وسطاً هندسياً بين:

- $\frac{١}{٣}$ ، ٢٧ $\qquad \mp\sqrt{\frac{١}{٣}\times ٢٧} = \mp ٣$
- ٢٠ ، ٨٠ $\qquad \mp\sqrt{٢٠ \times ٨٠} = \mp ٤٠$
- -٣ ، -٢٧ $\qquad \mp\sqrt{(-٣)\times(-٢٧)} = \mp ٩$
- ٣ ، ١٨,٧٥ $\qquad \mp\sqrt{٣ \times ١٨,٧٥} = \mp ٧,٥$

- أدخل خمسة أوساط هندسية موجبة بين ٥١٢ ، ٨ $\qquad$ عدد الحدود = ٥ + ٢ = ٧

$\underset{\text{ح}_١}{٥١٢}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\underset{\text{ح}_٧}{٨}$

$\text{ح}_\text{ن} = \text{ح}_١ \times \text{ر}^{\text{ن}-١} \Leftarrow \text{ح}_٧ = \text{ح}_١ \times \text{ر}^{٧-١} \Leftarrow ٨ = ٥١٢ \times \text{ر}^٦ \Leftarrow \text{ر}^٦ = \frac{٨}{٥١٢} = \frac{١}{٦٤}$

الأس (٦) عدد زوجي $\Leftarrow$ ر = $\mp\sqrt[٦]{\frac{١}{٦٤}} = \mp\frac{١}{٢}$ $\qquad$ السالب مرفوض لأن الحدود موجبة

ر = $\frac{١}{٢}$ $\Leftarrow$ المتتالية: ٥١٢ ، $\boxed{٢٥٦}$ ، $\boxed{١٢٨}$ ، $\boxed{٦٤}$ ، $\boxed{٣٢}$ ، $\boxed{١٦}$ ، ٨

- أدخل ثمانية أوساط هندسية بين ٢ ، ١٠٢٤ $\qquad$ عدد الحدود = ٨ + ٢ = ١٠

$\underset{\text{ح}_١}{٢}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\boxed{}$ ، $\underset{\text{ح}_{١٠}}{١٠٢٤}$

$\text{ح}_\text{ن} = \text{ح}_١ \times \text{ر}^{\text{ن}-١} \Leftarrow \text{ح}_{١٠} = \text{ح}_١ \times \text{ر}^{١٠-١} \Leftarrow ١٠٢٤ = ٢ \times \text{ر}^٩ \Leftarrow \text{ر}^٩ = \frac{١٠٢٤}{٢} = ٥١٢$

الأس (٩) عدد فردي $\Leftarrow$ ر = $\sqrt[٩]{٥١٢} = ٢$ $\Leftarrow$ المتتالية:

٢ ، $\boxed{٤}$ ، $\boxed{٨}$ ، $\boxed{١٦}$ ، $\boxed{٣٢}$ ، $\boxed{٦٤}$ ، $\boxed{١٢٨}$ ، $\boxed{٢٥٦}$ ، $\boxed{٥١٢}$ ، ١٠٢٤

$$ج_{ن} = ح_{١} \times \frac{ر^{ن} - ١}{ر - ١} \quad \text{أو} \quad ج_{ن} = ح_{١} \times \frac{١ - ر^{ن}}{١ - ر} \quad ، \quad ر \neq ١$$

أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية (٢ ، ٤ ، ٨ ، ...)

$ح_{١} = ٢$
$ر = ٢$

$$ج_{ن} = ح_{١} \times \frac{١ - ر^{ن}}{١ - ر} \Leftarrow ج_{١٠} = ٢ \times \frac{١ - (٢)^{١٠}}{١ - ٢} = ٢٠٤٦$$

أوجد مجموع الحدود الثمانية الأولى من المتتالية الهندسية (٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ...)

$ح_{١} = ٣$
$ر = ٣$

$$ج_{ن} = ح_{١} \times \frac{١ - ر^{ن}}{١ - ر} \Leftarrow ج_{٨} = ٢ \times \frac{١ - (٣)^{٨}}{١ - ٣} = ٩٨٤٠$$

الحد الأول من متتالية هندسية يساوي ٨ والحد الثالث منها يساوي $\frac{٨}{٩}$ ، أوجد مجموع الحدود الستة الأولى منها

$ح_{١} = ٨$
$ح_{٣} = \frac{٨}{٩}$

$$ح_{ن} = ح_{١} \times ر^{ن-١}$$
$$ح_{٣} = ٨ \times ر^{٣-١}$$
$$\frac{٨}{٩} = ٨ \times ر^{٢}$$
$$ر^{٢} = \frac{\left(\frac{٨}{٩}\right)}{٨} = \frac{١}{٩}$$

الأس (٢) عدد زوجي

$$\Leftarrow ر = \pm \sqrt{\frac{١}{٩}} = \mp \frac{١}{٣}$$

$$ج_{ن} = ح_{١} \times \frac{١ - ر^{ن}}{١ - ر}$$

عندما $ر = \frac{١}{٣} \Leftarrow ج_{٦} = ٨ \times \frac{١ - \left(\frac{١}{٣}\right)^{٦}}{١ - \frac{١}{٣}} = \frac{٢٩١٢}{٢٤٣}$

عندما $ر = -\frac{١}{٣} \Leftarrow ج_{٦} = ٨ \times \frac{١ - \left(-\frac{١}{٣}\right)^{٦}}{١ - \left(-\frac{١}{٣}\right)} = \frac{١٤٥٦}{٢٤٣}$

أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية (٤ ، □ ، ١ ، □ ، $\frac{١}{٤}$ ، ...)

$ح_{١} = ٤$
$ح_{٣} = ١$

$$ح_{ن} = ح_{١} \times ر^{ن-١}$$
$$ح_{٣} = ٤ \times ر^{٣-١}$$
$$١ = ٤ \times ر^{٢}$$
$$ر^{٢} = \frac{١}{٤}$$

الأس (٢) عدد زوجي

$$\Leftarrow ر = \pm \sqrt{\frac{١}{٤}} = \pm \frac{١}{٢}$$

$$ج_{ن} = ح_{١} \times \frac{١ - ر^{ن}}{١ - ر}$$

عندما $ر = \frac{١}{٢} \Leftarrow ج_{١٠} = ٤ \times \frac{١ - \left(\frac{١}{٢}\right)^{١٠}}{١ - \frac{١}{٢}} = \frac{١٠٢٣}{١٢٨}$

عندما $ر = -\frac{١}{٢} \Leftarrow ج_{١٠} = ٤ \times \frac{١ - \left(-\frac{١}{٢}\right)^{١٠}}{١ - \left(-\frac{١}{٢}\right)} = \frac{٣٤١}{١٢٨}$

المتتاليات الهندسية - التمارين الموضوعية

ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- المتتالية (٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، ...) هي متتالية هندسية — (أ) ● (ب)
- المتتالية ح $_{ن}$ = $٣^{ن}$ هي متتالية هندسية — (أ) ● (ب)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

- متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨ بالتالي أساسها يساوي

(أ) ± ٢ — (ب) ٢ ● — (ج) ± ٤ — (د) ٤

- الوسط الهندسي بين العددين $\frac{١}{٣}$ ، ٢٧ هو:

(أ) ± ٣ ● — (ب) ٣ — (ج) ٩ — (د) ± ٩

- مجموع الحدود العشرة الأولى في المتتالية الهندسية (٢ ، ٤ ، ٨ ، ...) يساوي

(أ) ٢٦٠٠ — (ب) ١٠٢٨ — (ج) ٢٠٠٠ — (د) ٢٠٤٦ ●

- لتكن ٢٤٣ ، أ ، ب ، ج ، ١٩٦٨٣ متتالية هندسية فإن ر =

(أ) ٣ فقط — (ب) $-\frac{١}{٣}$ فقط — (ج) ± ٣ ● — (د) ± $\frac{١}{٣}$

- ناتج ضرب الوسط الهندسي السالب للعددين ٢ ، ٣٢ والوسط الهندسي السالب للعددين ١ ، ٤ هو:

(أ) ١٦ ● — (ب) -١٦ — (ج) ٣٢ — (د) ٢٥٦

- قيمة س في المتتالية الهندسيّة. $\left(\frac{٢}{٥}، س، \frac{٨}{٤٥}، \frac{١٦}{١٣٥}\right)$

(أ) $\frac{١٥}{٤}$ — (ب) $\frac{٢}{١٥}$ — (ج) $\frac{٤}{١٥}$ ● — (د) $\frac{١٥}{٢}$

- أوجد قيمة س في المتتالية الهندسيّة. ٩١٨٠ ، س ، ٢٥٥ ، ...

(أ) ١٥٣٠ — (ب) -١٥٣٠ — (ج) ± ١٥٣٠ ● — (د) صفراً

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية