

الرياضيات

الكورس الثاني

8



الرياضيات

الكورس الثاني



شلون تتفوق بدراستك

طريقة علا المتكاملة للدراسة تشمل الاستفادة من المذكرة و الفيديوهات و الاختبارات



علا تخلي المذكرة أقوى ⚠️

تبي أعلى الدرجات؟ لا تعتمد على المذكرة بروحها - ادرس صح من الفيديوهات و الاختبارات

اختبارات ذكية تدربك

حل الاختبارات الالكترونية أول بأول عشان ترفع مستواك



فيديوهات تشرح لك

تابع الفيديوهات و انت تدرس المذكرة عشان تضبط الدرس



اشترك بالمادة

احرص على تفعيل اشتراكك عشان تستفيد أكثر ما تقدر



اكتشف عالم التفوق مع باقات علا ادرس جميع مواد مرطاك باشتراك واحد بسعر خيالي

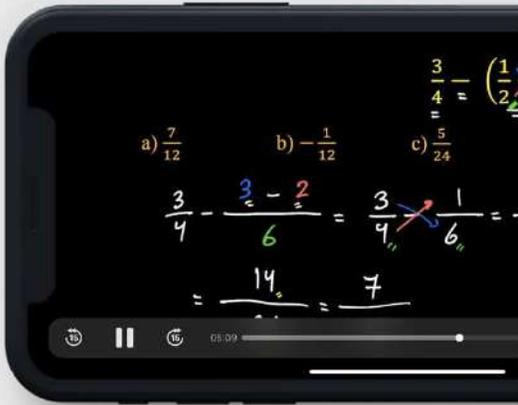
Kuwaitteacher.Com

المنقذ

أقوى مذكرة صارت الحين أقوى و أقوى مع خاصية
المنقذ للمساعدة الفورية

شنو المنقذ ؟

امسح الباركود بكاميرا تلفونك
وتعرف على طريقة استخدام المنقذ



شنو فائدة هالخاصية ؟

أول ما تحتاج مساعدة بالمادة , المنقذ بينقذك .

امسح الباركود بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت فاتح
المذكرة من جهازك و يطع لك فيديو الشرح.

KuwaitTeacher.Com

الرياضيات

قائمة المحتوى

01 الوحدة السابعة: التحويلات الهندسية

الانعكاس في نقطة - التناظر حول نقطة	6
الإزاحة في المستوى الإحداثي	9

02 الوحدة الثامنة: الأشكال الرباعية

المستقيمات المتوازية	11
متوازي الأضلاع و خواصه	18
حالات الكشف عن متوازي الأضلاع	23

03 الوحدة التاسعة: المقادير الجبرية

قوانين الأسس	31
كثيرات الحدود (متعدد الحدود - الحدوديات)	35
جمع كثيرات الحدود و طرحها	39
ضرب كثيرات الحدود	43
قسمة كثيرة حدود على حد جبري	45

04 الوحدة العاشرة: تحليل مقادير جبرية

العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)	47
التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر	49
تحليل الفرق بين مربعين	52
حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل	57
حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد	60

05 الوحدة الحادية عشرة: الهندسة و القياس

نظرية فيثاغورث و عكسها	62
مساحة شبه المنحرف	64
حجم الأسطوانة الدائرية - حجم المخروط الدائري	66

06 الوحدة الثانية عشرة: الاحتمال

طرائق العد	69
فضاء العينة	74
الاحتمال	76

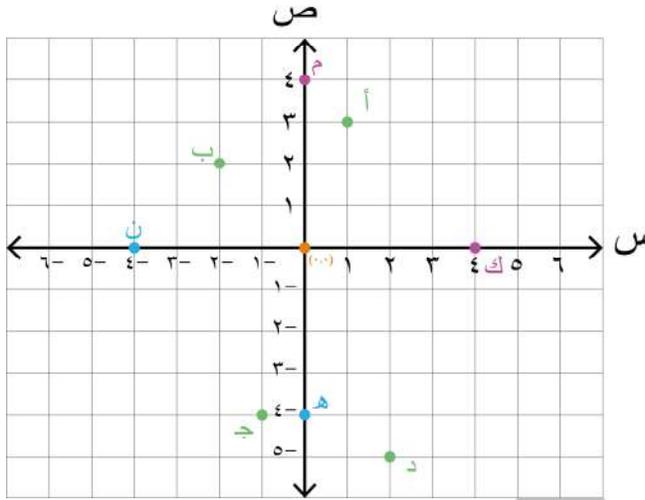
معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com



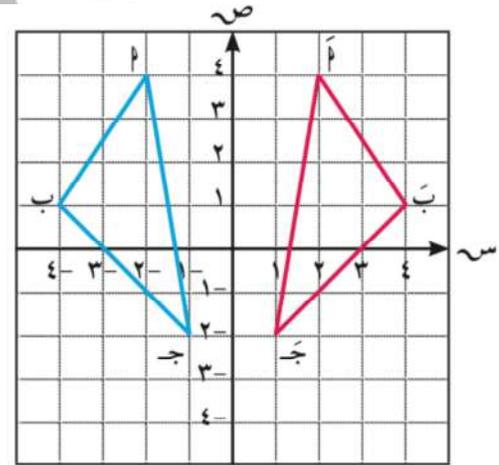
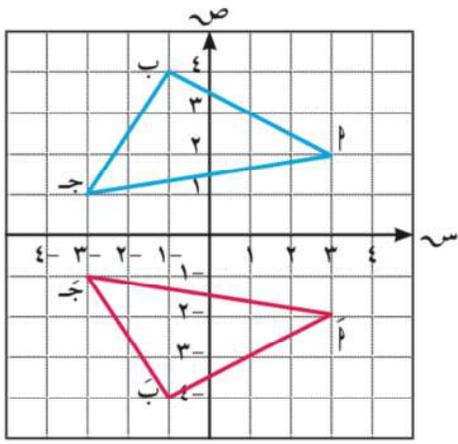
الانعكاس في نقطة - التناظر حول نقطة

لتعين النقاط على المستوى الاحداثي:

حدد نوع التحويل في كل من الأشكال التالية، ثم اكتب احداثي كل نقطة و صورتها.



- أ (٣ ، ١)
- ب (٢ ، ٢ -)
- ج (٤ - ، ١ -)
- د (٥ - ، ٢)
- هـ (٤ ، ٠)
- ز (٠ ، ٤)
- ح (٠ ، ٠)
- ط (٤ ، ٠ -)
- ق (٤ - ، ٠)

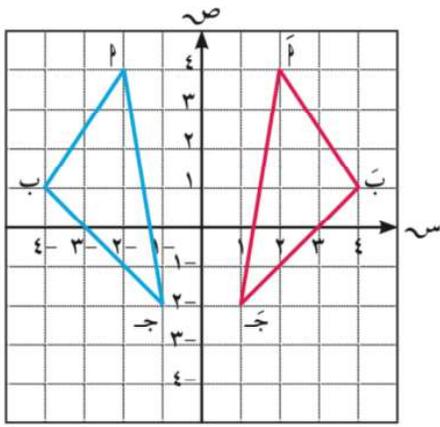


س انعكاس في المحور السيني

س انعكاس في المحور الصادي

عصه ← د (١ - ، ٣ - ، ص) (١) د (١ ، ٣ ، ص)

عسه ← د (١ ، ٣ - ، ص) (٢) د (١ ، ٣ ، ص)



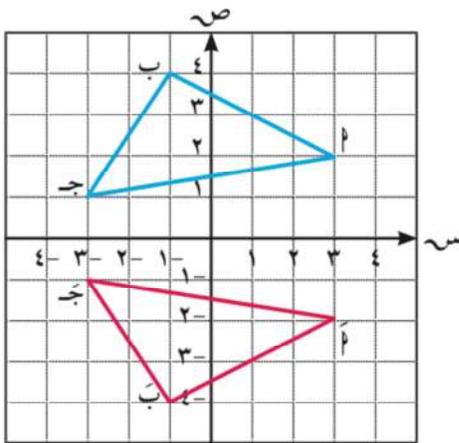
س انعكاس في المحور الصادي .-

س م $(-2, 1) \leftarrow (2, 1)$

س ب $(-1, 2) \leftarrow (1, 2)$

س ج $(-3, 1) \leftarrow (3, 1)$

(1) د (س، ص) $\xrightarrow{\text{عص}}$ د' (س، ص)



س انعكاس في المحور السيبي .-

س م $(2, -3) \leftarrow (2, 3)$

س ب $(-1, 4) \leftarrow (1, 4)$

س ج $(-3, 1) \leftarrow (3, 1)$

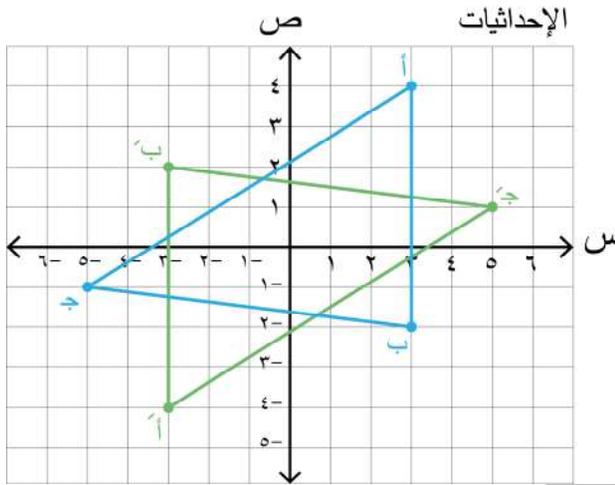
(2) د (س، ص) $\xrightarrow{\text{عص}}$ د' (س، ص)

عموماً: الانعكاس في نقطة الأصل (و) :

م (س، ص) $\xrightarrow{\text{عو}}$ م' (س، ص)



س إذا كان Δ $أ ب ج$ هو صورة Δ $أ ب ج$ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت $أ (٤، ٣)$ ، $ب (٢، ٣)$ ، $ج (١، ٥)$ فعين إحداثيات الرؤوس $أ ب ج$ ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات.



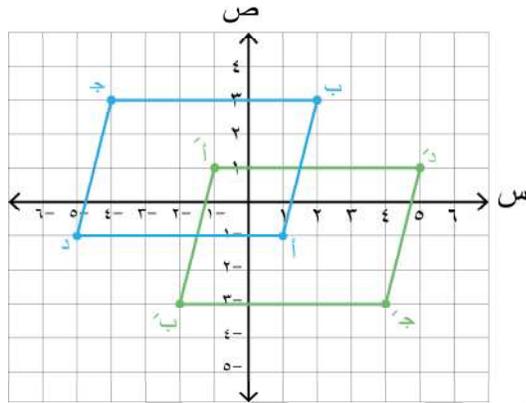
$$أ (٤، ٣) \xrightarrow{ع} أ' (٤، -٣)$$

$$ب (٢، ٣) \xrightarrow{ع} ب' (٢، -٣)$$

$$ج (١، ٥) \xrightarrow{ع} ج' (١، -٥)$$



س إذا كان الشكل الرباعي $أ ب ج د$ هو صورة الشكل الرباعي $أ ب ج د$ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت $أ (١، ١)$ ، $ب (٣، ٢)$ ، $ج (٣، ٤)$ ، $د (١، ٥)$ فعين إحداثيات الرؤوس $أ ب ج د$ ثم ارسم الشكلين الرباعيين في مستوى الإحداثيات.



$$أ (١، ١) \xrightarrow{ع} أ' (١، -١)$$

$$ب (٣، ٢) \xrightarrow{ع} ب' (٣، -٢)$$

$$ج (٣، ٤) \xrightarrow{ع} ج' (٣، -٤)$$

$$د (١، ٥) \xrightarrow{ع} د' (١، -٥)$$

معلمة
مفتوحة
KuwaitTeacher.Com



الإزاحة في المستوى الإحداثي

صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	النقطة
الإزاحة جهة اليمين بمقدار (٢) وحدة (س + ٢، ص) (ب) وحدة (س، ص + ب)	(س، ص)
الإزاحة جهة اليسار بمقدار (٢) وحدة (س - ٢، ص) (ب) وحدة (س، ص - ب)	

س (٢، ١) إزاحة ٣ وحدات لليمين $(٢، ٤)$

س (٢، ١) إزاحة ٣ وحدات لليساار $(٢، ٢-)$

س (٢، ١) إزاحة ٣ وحدات للأعلي $(٥، ١)$

س (٢، ١) إزاحة ٣ وحدات للأسفل $(١-، ١)$

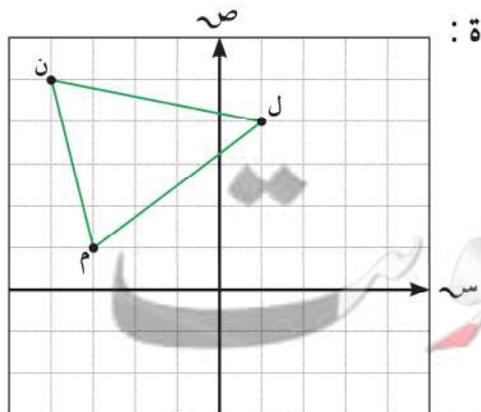
س أوجد صورة النقطة (٤، -٣) تحت تأثير إزاحة ٣ وحدات إلى اليمين و وحدتين إلى الأعلى.

(س، ص) ← (س + ٣، ص + ٢)

(٤، -٣) ← (٣ + ٤، -٣ + ٢)

(٣، -٤) ← (٧، -١)

س ارسم صورة المثلث ل^٢ن بإزاحة حسب القاعدة: (س، ص) ← (س + ٢، ص - ١)



ل^٢(١، ٣) ← ل^٢(٠، ١)

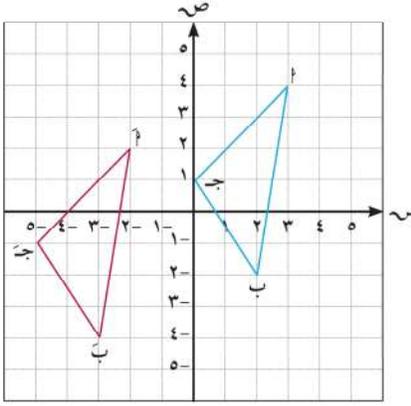
ن^٢(٤، ١) ← ن^٢(٣، ٣)

ن^٢(٥، ٤) ← ن^٢(٤، ٢)



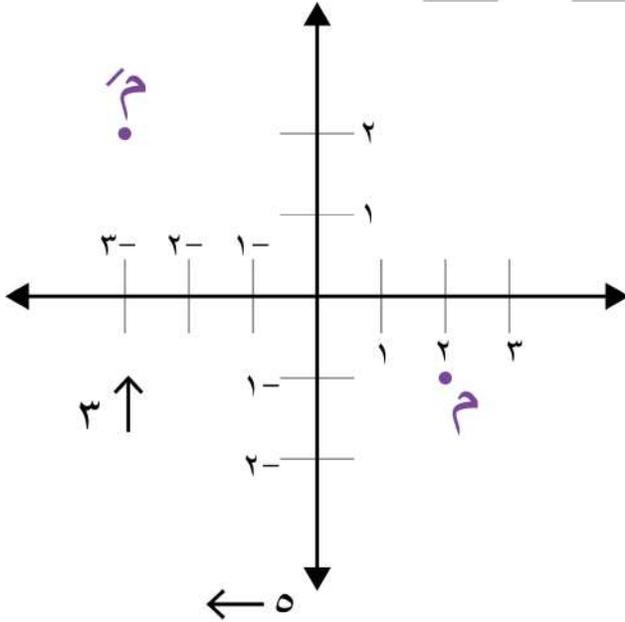
س صف الإزاحة التي تنقل المثلث $\triangle ABC$ إلى المثلث $\triangle A'B'C'$ ، ثم اكتب القاعدة بصورة رمزية.

(س،ص) ← (س-٥ ، ص-٢)



س إذا كانت $\triangle ABC$ هي صورة $\triangle A'B'C'$ تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي، فاكتب القاعدة بصورة رمزية لهذه الإزاحة ثم تحقق من صحتها.

حل آخر



(س ، ص) ← (س+١ ، ص+١)

(٢ ، ١) ← (٢+١ ، ١+١)

$٢ = ١ + ١$ $٣ = ١ + ٢$

$٣ = ١$ $٥ = ١$
لليسار للأعلى

القاعدة (س-٥ ، ص+٣)



الوحدة الثامنة: الأشكال الرباعية

المستقيمات المتوازية

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن:

▪ التبادل و التوازي:

الزاويتان المتبادلتان ٢ ، ١ متطابقتان	كل زاويتين متبادلتين متطابقتان
<p>فإن $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$</p>	<p>زاويا متبادلة خارجيا</p> <p>زاويا متبادلة داخليا</p>

▪ التناظر و التوازي:

الزاويتان المتناظرتان ٢ ، ١ متطابقتان	كل زاويتين متناظرتين متطابقتان
<p>فإن $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$</p>	

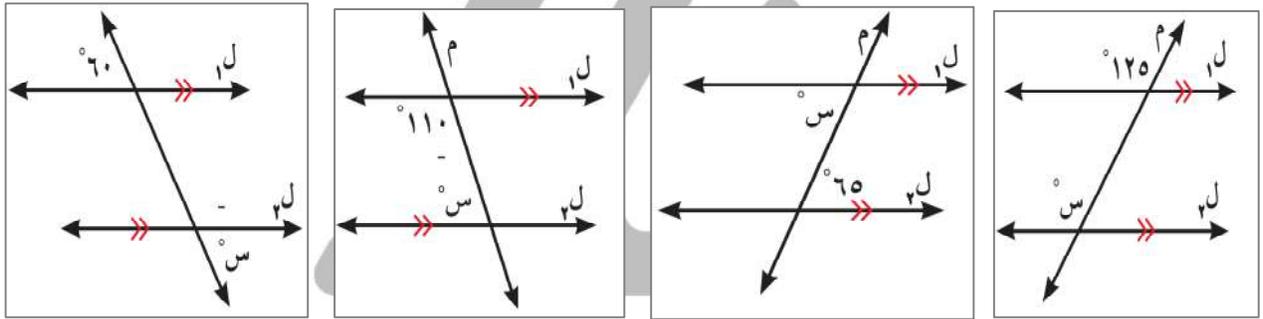
معلمة
طفولة
كويت
KuwaitTeacher.Com

التحالف و التوازي:

الزاويتان المتناظرتان ٢ ، ١ متطابقتان	كل زاويتين متحالفتين متكاملتان
<p>فإن $ل_1 // ل_2$</p>	

تدرب (١):

س في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة (س) مع ذكر السبب.

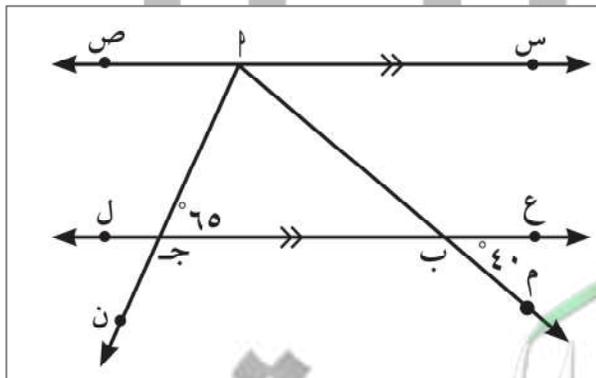


60°
بالتبادل و التوازي

$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
بالتحالف و التوازي

65°
بالتبادل و التوازي

125°
بالتناظر و التوازي



س في الشكل المقابل $صص // عع$ ،

$\angle م = 65^\circ$ ، $\angle ب = 40^\circ$ ، $\angle ج = s$
أوجد بالبرهان كلا من:

$\angle ص$ ، $\angle س$ ، $\angle ع$ ، $\angle ن$

$\angle ص = 65^\circ$ بالتبادل و التوازي

$\angle س = 40^\circ$ بالتناظر و التوازي

$\angle ج = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 75^\circ$ تجاور علي خط مستقيم



س في الشكل المقابل و حسب البيانات المحددة عليه، أثبت أن $\overline{MN} \parallel \overline{SE}$

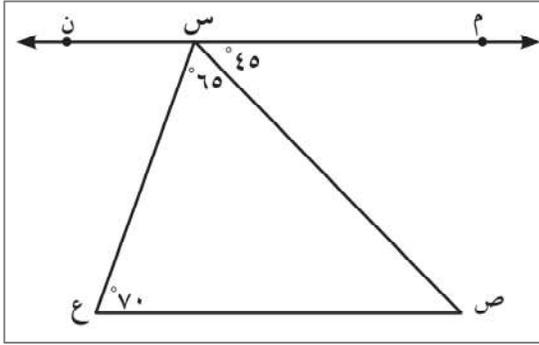
$$\widehat{MSE} = (\widehat{SEM} + \widehat{MES}) - 180 = 90 + 65 - 180 = 45^\circ$$

مجموع قياسات زوايا $\Delta = 180^\circ$

$$\therefore \widehat{MSE} = (\widehat{SEM} + \widehat{MES}) = 90 + 65 = 155^\circ$$

وهما في وضع تبادلي

$$\therefore \overline{MN} \parallel \overline{SE}$$



س في الشكل المقابل و حسب البيانات المحددة عليه، أثبت أن

$$\overline{GH} \parallel \overline{AB}$$

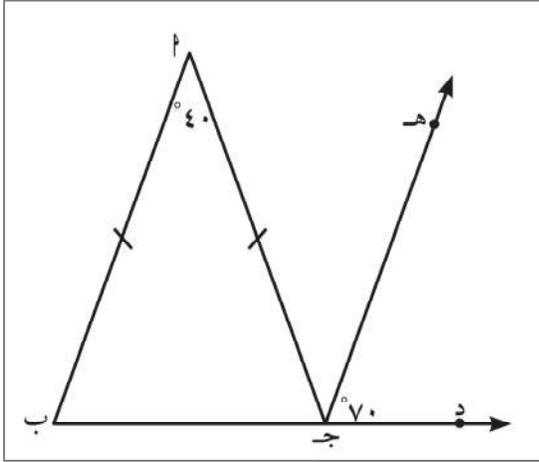
$\Delta ABG \cong \Delta HGB$ متطابق الضلعين

$$\therefore \widehat{G} = \widehat{B} = \frac{180 - 40}{2} = 70^\circ$$

$$\therefore \widehat{G} = \widehat{B} = 70^\circ = \widehat{HGB} = \widehat{ABG}$$

وهما في وضع تناظري

$$\overline{GH} \parallel \overline{AB}$$



س في الشكل المقابل و حسب البيانات المحددة عليه، أثبت أن

$$\Delta SEM \cong \Delta EML$$

$$\overline{SE} \parallel \overline{EL}$$

$\Delta SEM \cong \Delta EML$ ، ΔEML فيها:

$$(1) \widehat{SEM} = \widehat{EML}$$

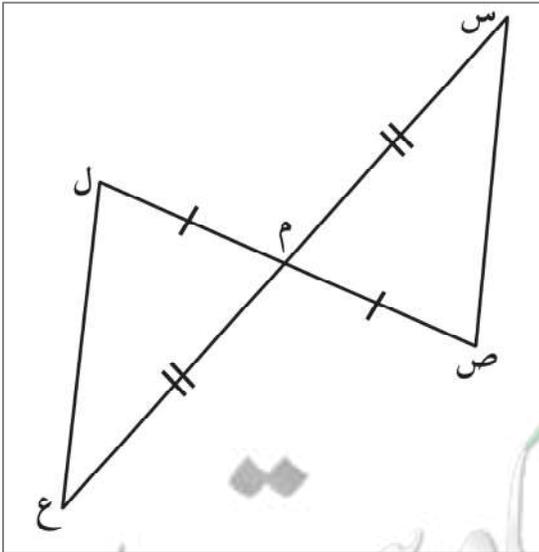
$$(2) \widehat{SME} = \widehat{MLE}$$

$$(3) \widehat{SEM} = \widehat{EML} \text{ بالتقابل بالرأس}$$

$$\therefore \Delta SEM \cong \Delta EML$$

وينتج أن: $\widehat{SEM} = \widehat{EML}$ وهما في وضع تبادلي

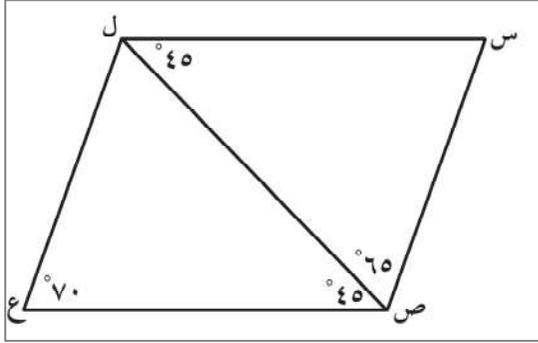
$$\therefore \overline{SE} \parallel \overline{EL}$$





س في الشكل المقابل و حسب البيانات
المحددة عليه، برهن أن

$$\overline{س ل} // \overline{ص ع}, \overline{س ص} // \overline{ل ع}$$



$$\widehat{ل} = \widehat{ص} = 45^\circ$$

وهما في وضع تبادل

$$\overline{س ل} // \overline{ص ع}$$

$$\widehat{ل} + \widehat{ص} = 180^\circ$$

في وضع تحالف $180^\circ = 70^\circ + 110^\circ$

$$\overline{س ل} // \overline{ل ع}$$



U U L A

معلمة
صغيرة
في الكويت
KuwaitTeacher.Com



الأشكال الرباعية

متوازي الأضلاع



- الأضلاع المتقابلة متطابقة.
- يتقاطع القطران في منتصفهما.
- نقطة تقاطع قطرية في مركز تناظر له.
- كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس.
- كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

المستطيل



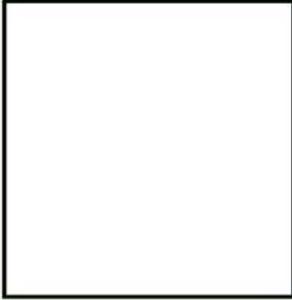
- زواياه الأربعة قائمة.
- قطراه متطابقان و يتقاطعان في منتصفهما.

شبه المنحرف



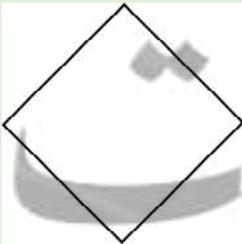
- هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متقابلان متوازيان.

المربع



- قطراه متطابقان و متعامدان و يتقاطعان في منتصفهما.
- زواياه الأربعة قائمة و أضلاعه متطابقة.
- قطر المربع يصنع مع كل ضلع من أضلاع المربع زاوية قياسها 45°

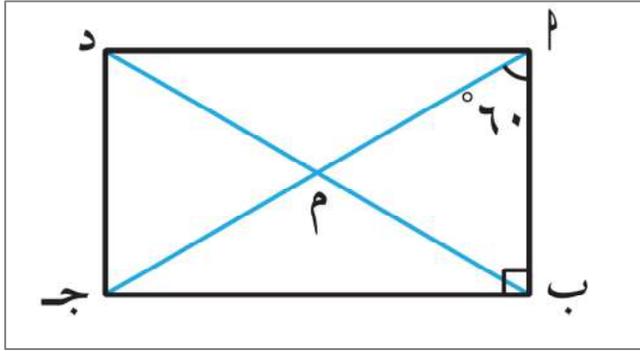
المعين



- أضلاعه الأربعة متطابقة.
- القطران متعامدان و ينصف كل منهما الآخر.
- كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين فيه.

تمرين

س ا ب ج د مستطيل فيه: $\angle \text{ب} = 60^\circ$ ، $\angle \text{د} = 90^\circ$
احسب $\angle \text{ب} = ?$



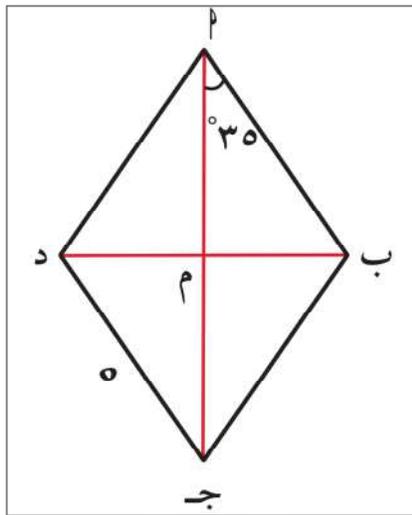
$\angle \text{ب} = \angle \text{د}$ من خواص المستطيل

$\therefore \triangle \text{ب} \text{م} \text{د}$ متطابق الضلعين

$$\angle \text{ب} = \angle \text{د} = 60^\circ$$

$$\angle \text{ب} = 90^\circ$$

$$\angle \text{ب} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$



س ا ب ج د معين تقاطع قطريه في م

ج د = 5 وحدة طول $\angle \text{ب} = 45^\circ$

احسب قياسات زوايا المعين

$$\angle \text{ب} = \angle \text{د} = 45^\circ$$

$$\angle \text{ب} = \angle \text{د} = 110^\circ$$

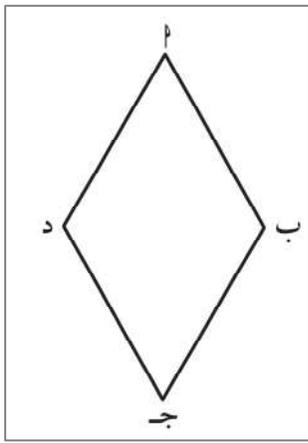
أوجد طول $\text{ب} \text{ج}$

$0 =$ وحدة طول

أوجد قياس $\angle \text{ب}$

$$90^\circ =$$

س ا ب ج د معين طول قطره ب د يساوي طول ضلعه. أوجد قياسات زوايا المعين ا ب ج د الأربعة



زواياهم = 60°

Δ ا ب د فيه:

$$\hat{ا} = \hat{ب} = \hat{د} = 60^\circ$$

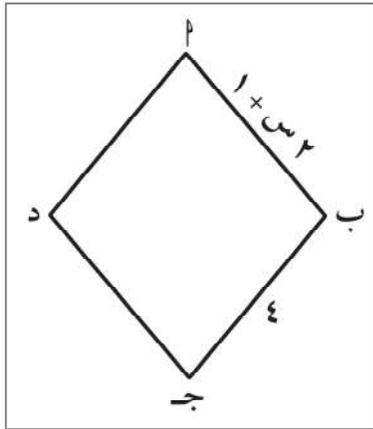
Δ ج ب د فيه:

$$\hat{ج} = \hat{ب} = \hat{د} = 60^\circ$$

$$\hat{ب ا د} = \hat{ب ج د} = 60^\circ$$

$$\hat{ا ب ج} = \hat{ا د ج} = 120^\circ$$

س ا ب ج د معين ا ب = 2س + 1 وحدة طول، ب ج = 4 وحدة طول أوجد قيمة س



$$ا ب = ب ج = ج د = د ا$$

التحقق:

$$4 = 2س + 1$$

$$2س + 1$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2س}{2}$$

$$4 = 1 + \frac{3}{2} \times 2$$

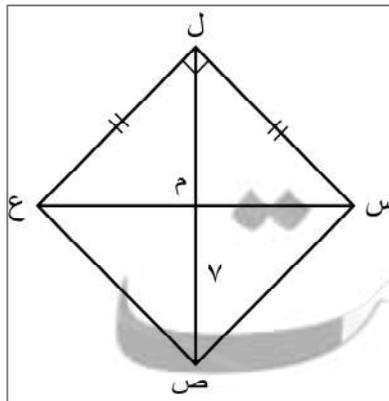
$$\frac{3}{2} = س$$



س في الشكل المقابل ل س ص ع مربع فيه

$$2ع = 2ج - 1, 1ص = 7$$

أوجد قيمة ج



$$ل = م = ص = ع$$

$$7 = 1 - ج$$

$$\frac{8}{2} = \frac{2ج}{2}$$

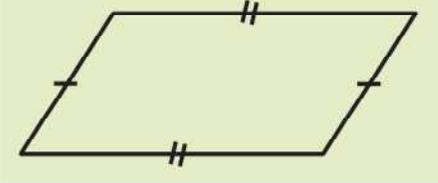
$$4 = ج$$



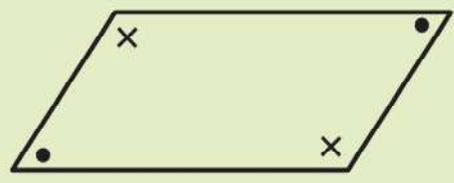
الوحدة الثامنة: الأشكال الرباعية متوازي الأضلاع و خواصه

متوازي الأضلاع

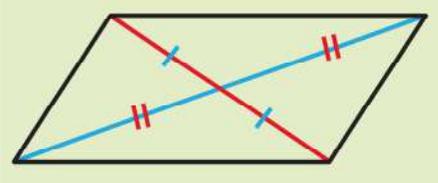
هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.



في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان.



كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس.



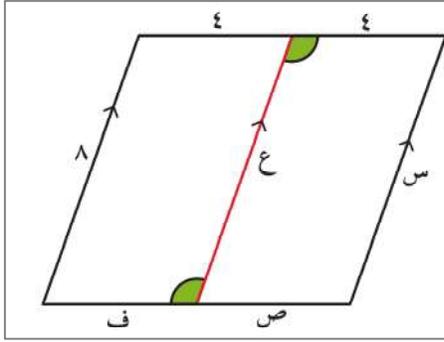
في متوازي الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر.



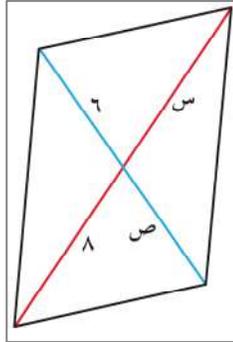
كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

معلمة
طفوفة
KuwaitTeacher.Com

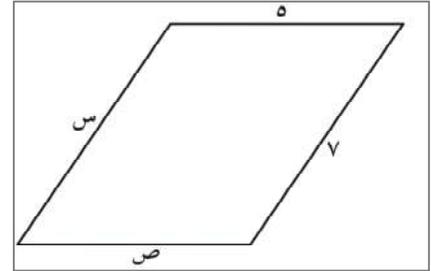
س أوجد الأطوال المجهولة في متوازيات الأضلاع التالية:



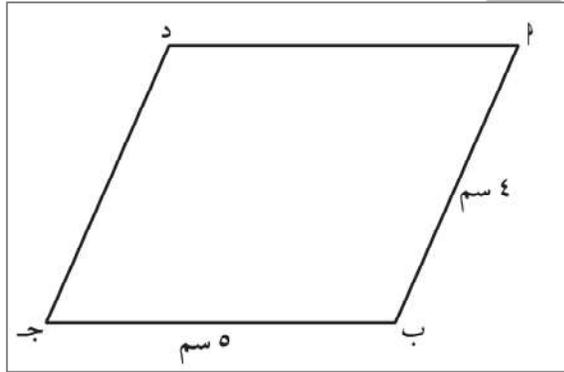
$$\begin{aligned} 8 &= س \\ 4 &= ص \\ 8 &= ع \\ 4 &= ف \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 8 &= س \\ 6 &= ص \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 7 &= س \\ 5 &= ص \end{aligned}$$



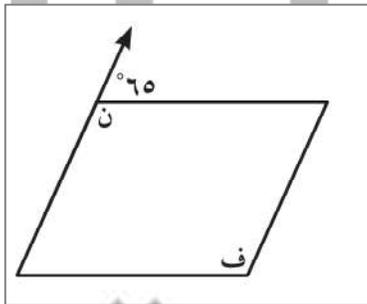
س في الشكل المقابل متوازي أضلاع. أوجد محيط متوازي الأضلاع: لإيجاد المحيط نوجد باقي أطوال الأضلاع متوازي الأضلاع:

السبب: كل ضلعان متقابلان متطابقان
 السبب: كل ضلعان متقابلان متطابقان

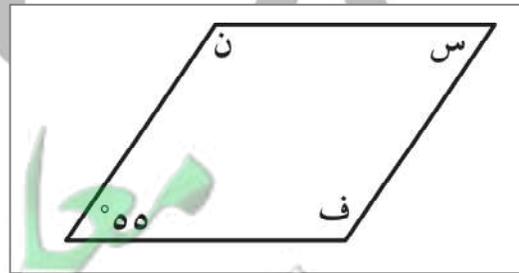
$$\text{محيط متوازي الأضلاع} = 4 + 5 + 5 + 4 = 18 \text{ سم}$$



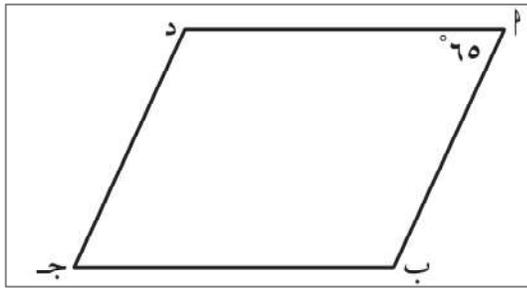
س أوجد قيمة كل من س، ف، ن في متوازيات الأضلاع التالية



$$\begin{aligned} 115 &= 180 - 65 \\ \text{تجاور على خط مستقيم} \\ 115 &= ف \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 125 &= 180 - 55 \\ 125 &= ن = ف \\ 55 &= س \end{aligned}$$



س اوجد متوازي أضلاع $\hat{ا} = 65^\circ$

أوجد $\hat{ب}$ ، $\hat{ج}$ ، $\hat{د}$

اوجد متوازي أضلاع (معطى)

$$\therefore \hat{ب} = 180^\circ - (65^\circ) = 115^\circ$$

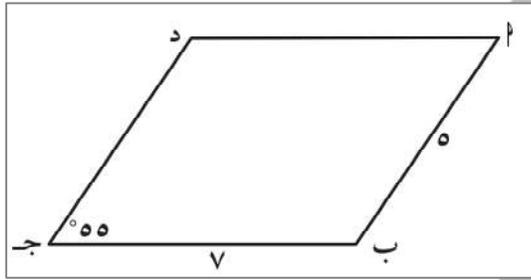
لأن كل زاويتين متتاليتين متكاملتان $= 180^\circ$

$$\therefore \hat{ب} = \hat{ج} = 65^\circ$$

لأن كل زاويتين متقابلتين لهما نفس القياس

$$\hat{د} = \hat{ب} = 115^\circ$$

لأن كل زاويتين لهما نفس القياس



س اوجد متوازي أضلاع فيه $أ = 5$ وحدة

طول، $ب = 7$ وحدة طول، $\hat{ج} = 55^\circ$

أوجد ما يلي مع ذكر السبب:

▪ $أ = 7$ وحدة طول السبب: كل ضلعان متقابلان متطابقان

▪ $د = 5$ وحدة طول السبب: كل ضلعان متقابلان متطابقان

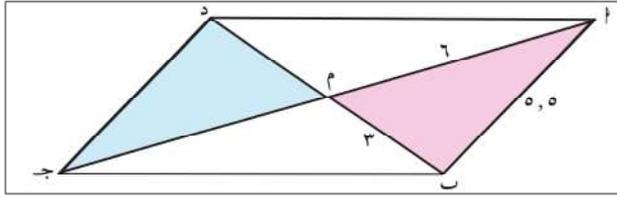
▪ $\hat{ا} = 55^\circ$ السبب: كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

▪ $\hat{ب} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ السبب: كل زاويتان متتاليتان متكاملتان

▪ $\hat{د} = 125^\circ$ السبب: كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

س ا ب ج د متوازي أضلاع تقاطع قطريه

في م، $٦ = ٢١$ وحدة طول، $٣ = ٢٠$ وحدة طول، احسب محيط Δ د ج



السبب: $٣ = ٢٠$ القطران ينصف كل منهما الاخر

السبب: $٦ = ٢١$ القطران ينصف كل منهما الاخر

السبب: $٥,٥ = ٥,٥$ كل ضلعان متقابلان متطابقان

∴ محيط Δ د ج $= ٣ + ٦ + ٥,٥ = ١٤,٥$ وحدة طول



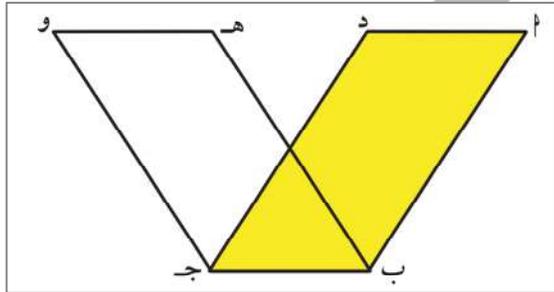
س ا ب ج د ه متوازي أضلاع.

أثبت أن: $ا د = ه و$

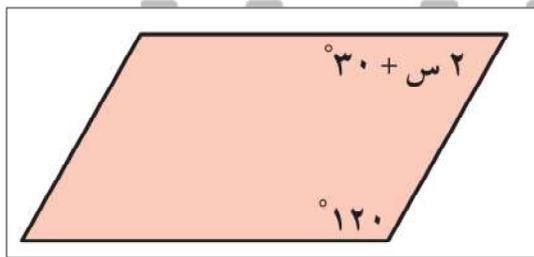
$ا د = ب ج$ كل ضلعان متقابلان متطابقان

$ب ج = ه و$ كل ضلعان متقابلان متطابقان

∴ $ا د = ه و$ من خواص المساواة



س أمامك متوازيات أضلاع، أوجد قيمة س في كل مما يلي :



$$٦٠ = ٣٠ + س٢$$

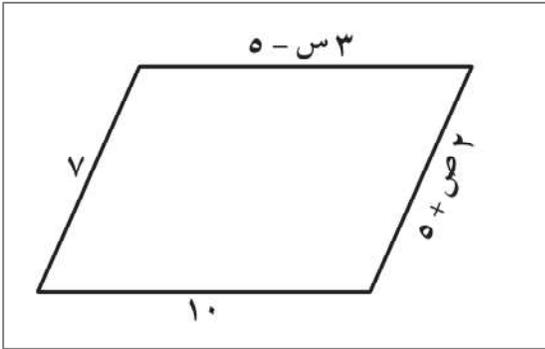
$$\frac{٦٠}{٢} = \frac{٣٠ + س٢}{٢}$$

$$٣٠ = ٣٠ + س٢ - س٢$$

$$٠ = س٢ - س٢$$



س في متوازي الأضلاع المقابل، أوجد قيمة كل من ص، س



$$7 = 5 + 2ص$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2ص}{2}$$

$$1 = ص$$

$$10 = 5 - 3س$$

$$\frac{10}{3} = \frac{3س}{3}$$

$$5 = س$$



U U L A A

معلمة
طفوفة
الكويت
KuwaitTeacher.Com

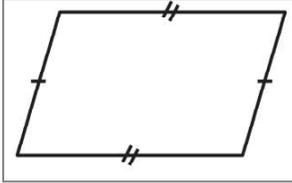


الوحدة الثامنة: الأشكال الرباعية

حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

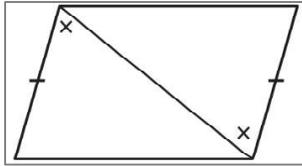
متوازي الأضلاع

هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان



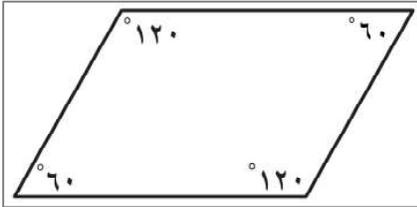
الحالة الأولى

إذا كان في الشكل الرباعي كل ضلعين متقابلين متطابقين فإن الشكل يكون متوازي أضلاع



الحالة الثانية

إذا كان في الشكل الرباعي ضلعان متقابلان متطابقان و متوازيان فإن الشكل يكون متوازي أضلاع



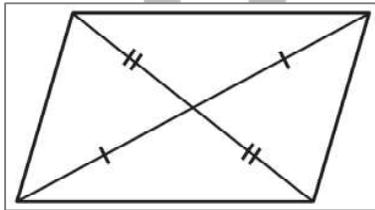
الحالة الثالثة

إذا كان في الشكل الرباعي كل زاويتين متقابلتين متطابقتين فإن الشكل يكون متوازي أضلاع

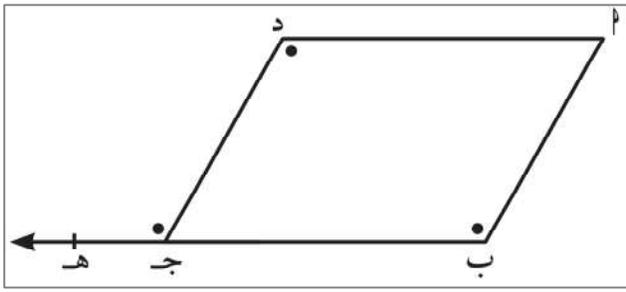
لاحظ أن

الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع إذا كانت كل زاويتين متتاليتين (متحالفتين) فيه متكاملتين.

الحالة الرابعة



إذا كان في الشكل الرباعي القطران ينصف كل منهما الآخر فإن الشكل يكون متوازي أضلاع



س أثبت أنه متوازي أضلاع

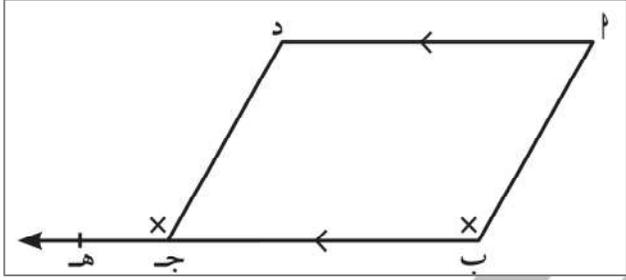
$$\overline{AD} // \overline{BC} \text{ معطى}$$

$$\angle (ج د ه) = \angle (ب)$$

وهما في وضع تناظر

$$\overline{AB} // \overline{DC}$$

∴ الشكل ABCD متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان)



س أثبت أنه متوازي أضلاع

$$\angle (ب) = \angle (ج د ه)$$

وهما في وضع تناظر

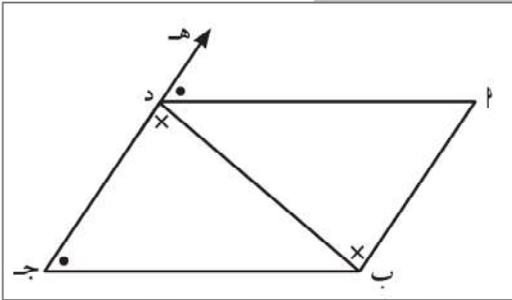
$$\overline{AB} // \overline{DC}$$

$$\angle (د) = \angle (ج ه د)$$

وهما في وضع تبادلي

$$\overline{AD} // \overline{BC}$$

∴ الشكل ABCD متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان)



س من البيانات على الشكل المقابل:

أثبت أن ABCD متوازي أضلاع

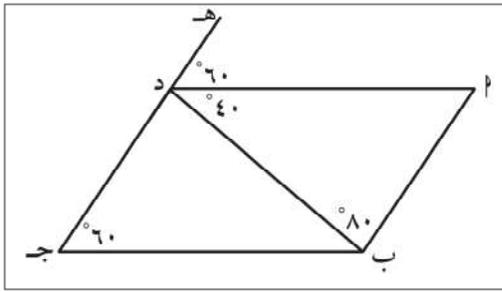
$$\angle (ج) = \angle (ه د م) \text{ وهما في وضع تناظر}$$

$$\overline{AD} // \overline{BC}$$

$$\angle (ب) = \angle (د ج) \text{ وهما في وضع تبادلي}$$

$$\overline{AB} // \overline{DC}$$

∴ الشكل ABCD متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان)



س برهن علي أن الشكل الرباعي **أبجد** متوازي أضلاع

$\angle \hat{د} = \angle \hat{ج}$ وهما في وضع تناظر
 $\overline{أد} // \overline{بج}$

بالتبادل و التوازي $\angle \hat{د} = \angle \hat{ب} = 40^\circ$

$\angle \hat{أ} = \angle \hat{ب} = 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$

$\angle \hat{ب} + \angle \hat{ج} = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ وهما في وضع تحالف

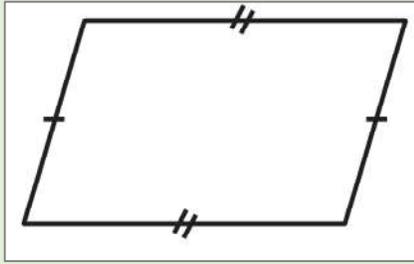
$\overline{أب} // \overline{دج}$

∴ الشكل **أبجد** متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان)



U U L A

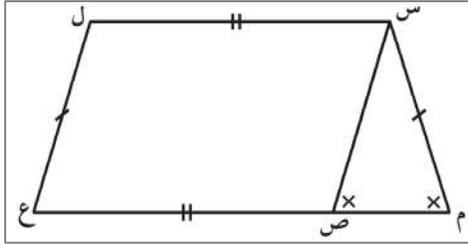
معلمة
 طفوفة
 الكويت
 KuwaitTeacher.Com



الحالة الأولى:

إذا كان في الشكل الرباعي كل ضلعين متقابلين متطابقين فإن الشكل يكون متوازي أضلاع.

مثال (١)



س إذا كان $س ل = ص ع$ ، $س م = ل ع$ ، $\hat{م} \cong \hat{س ص م}$

برهن أن الشكل الرباعي $س ص ع ل$ متوازي أضلاع

$\Delta س م ص$ فيه:

$\hat{ص} (٢) = \hat{ل} (١)$ ∴ المثلث متطابق الضلعين

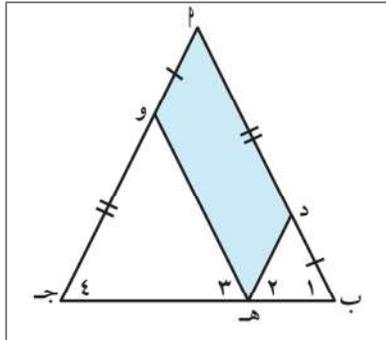
∴ $س م = س ص$

$س م = ل ع$ ← معطى

∴ $س ص = ل ع$ ← من خواص المساواة

$س ل = ص ع$ ← معطى

∴ الشكل $س ص ع ل$ متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متطابقان)



س في الشكل المقابل: $\hat{و} (١) = \hat{و} (٢)$

$\hat{و} (٣) = \hat{و} (٤)$ ، $ا د = و ج$ ، $ا و = د ب$

برهن أن $ا د ه و$ متوازي أضلاع.

$\Delta و ه ج$ فيه:

$\hat{و} (٢) = \hat{و} (٤)$ ∴ المثلث متطابق الضلعين

∴ $و ه = و ج$ ∴ $و ج = ا د$

∴ $و ه = ا د$ ← من خواص المساواة

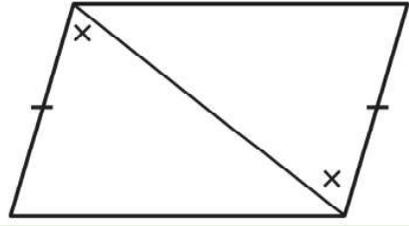
$\Delta د ب ه$ فيه:

$\hat{و} (١) = \hat{و} (٢)$ ∴ المثلث متطابق الضلعين

∴ $د ب = د ه$ ∴ $د ب = ا و$

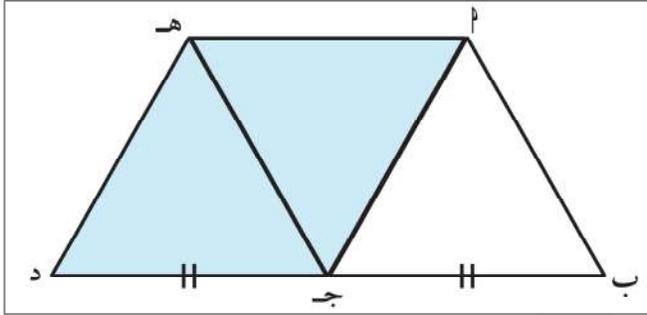
∴ $د ه = ا و$ ← من خواص المساواة

∴ الشكل $ا د ه و$ متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متطابقان)



الحالة الثانية:

إذا كان في الشكل الرباعي ضلعان متقابلان متطابقان و متوازيان فإن الشكل يكون متوازي أضلاع



س إذا كان α ب ج ه متوازي أضلاع α ب ج = ج د فبرهن أن الشكل الرباعي α ج د ه متوازي أضلاع.

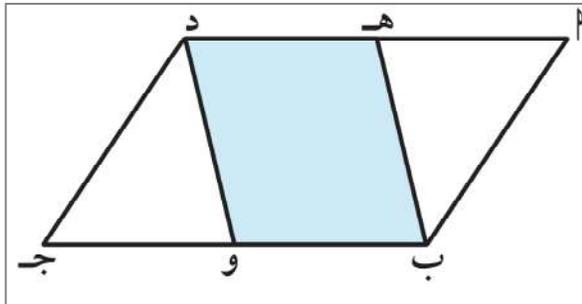
$$\begin{aligned} \alpha \text{ ب ج ه متوازي أضلاع} \\ \alpha \text{ ب ج} // \alpha \text{ د ه} \\ \alpha \text{ ب ج} = \alpha \text{ د ه} \end{aligned}$$

$\alpha \text{ ب ج} = \alpha \text{ د ه} \therefore \alpha \text{ ج د} = \alpha \text{ ه د}$ ← من خواص المساواة
 $\alpha \text{ ب ج} // \alpha \text{ د ه}$ على استقامة واحدة $\therefore \alpha \text{ ج د} // \alpha \text{ ه د}$

\therefore الشكل α ج د ه متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان)

مثال (٢)

س إذا كان α ب ج ه متوازي أضلاع فيه ه منتصف α د و منتصف α ب ج برهن أن الشكل الرباعي ه ب و د متوازي أضلاع.



α ب ج د ه متوازي أضلاع

$$\alpha \text{ د} = \alpha \text{ ب ج}$$

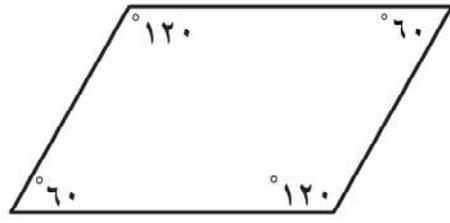
ه منتصف α د و منتصف α ب ج

$\therefore \alpha \text{ ه د} = \alpha \text{ ب و}$ ← من خواص المساواة

$$\alpha \text{ د} // \alpha \text{ ب ج}$$

$$\therefore \alpha \text{ ه د} // \alpha \text{ ب و} \quad (\alpha \text{ د} // \alpha \text{ ب ج})$$

\therefore الشكل ه ب و د متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان)

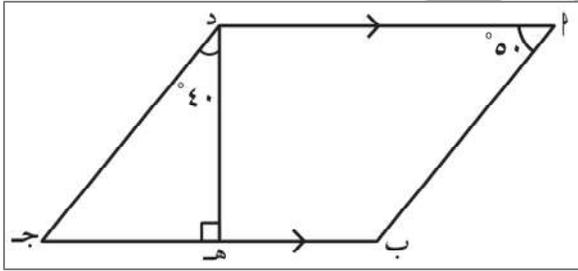
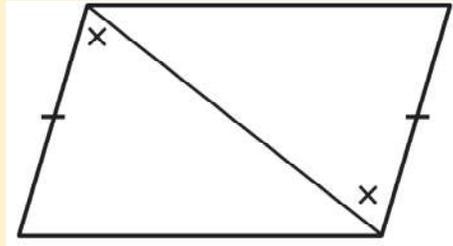


الحالة الثالثة:

إذا كان في الشكل الرباعي كل زاويتين متقابلتين متطابقتين فإن الشكل يكون متوازي أضلاع

لاحظ أن

الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع إذا كانت كل زاويتين متتاليتين (متحالفتين) فيه متكاملتين.



س إذا كان $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ شكل رباعي فيه

$$\overline{DE} \perp \overline{BC}, \angle A = 50^\circ$$

$\angle D = 40^\circ$ فبرهن أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ← معطى

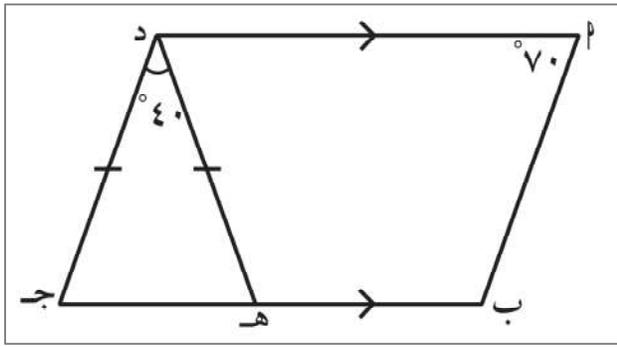
$$\angle B = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \text{ بالتعاضد و التوازي}$$

$$\Delta DEB \text{ فيه: } \angle B = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ$$

$$\angle D = 360^\circ - (50^\circ + 130^\circ + 50^\circ) = 130^\circ$$

∴ الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع (كل زاويتان متقابلتان متطابقتان)





س في الشكل المقابل $\overline{AD} // \overline{BC}$

$$\text{ده} = \text{رج} ، \hat{A} = 70^\circ$$

$$\hat{D} = 40^\circ$$

برهن أن الشكل الرباعي أ ب ج د متوازي أضلاع.

$\overline{AD} // \overline{BC}$ معطى

$$\hat{B} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \text{ بالتحالف و التوازي}$$

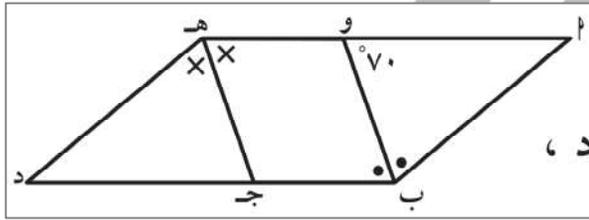
Δ ده ج فيه: ده = رج \therefore المثلث متطابق الضلعين

$$\hat{D} = \hat{C} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

$$\hat{C} + \hat{B} = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ \text{ و هما في وضع تحالف}$$

$\therefore \overline{AB} // \overline{DC}$

\therefore الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان)



س إذا كان أ ب د ه متوازي أضلاع،

\overline{BO} منتصف أ ب

\overline{HO} منتصف أ ه د

$$\hat{A} = 70^\circ$$

فبرهن أن الشكل الرباعي و ب ج ه متوازي أضلاع.

أ ب د ه متوازي أضلاع (معطى)

$$\therefore \overline{AO} // \overline{BO} \therefore \hat{A} = \hat{B} = 70^\circ \text{ بالتبادل و التوازي}$$

$$\overline{BO} \text{ منتصف أ ب د} \therefore \hat{A} = \hat{B} = 70^\circ$$

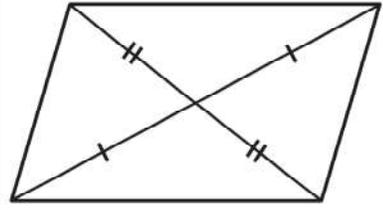
$$\hat{A} = \hat{B} = 70^\circ$$

$$\overline{HO} \text{ منتصف أ ه د} \therefore \hat{A} = \hat{H} = 70^\circ$$

$$\hat{H} + \hat{B} = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ \text{ بالتجاور على خط مستقيم}$$

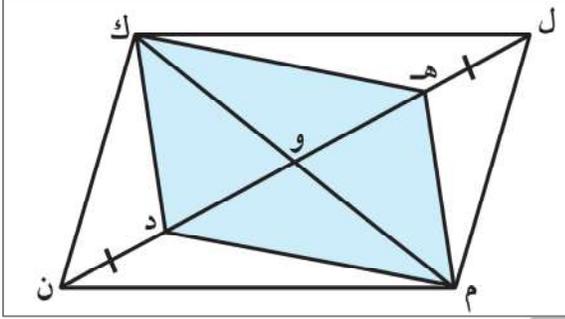
$$\hat{C} = 360^\circ - (70^\circ + 70^\circ + 110^\circ) = 110^\circ$$

\therefore الشكل و ب ج ه متوازي أضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان)



الحالة الرابعة:

إذا كان في الشكل الرباعي القطران ينصف كل منهما الآخر فإن الشكل يكون متوازي أضلاع



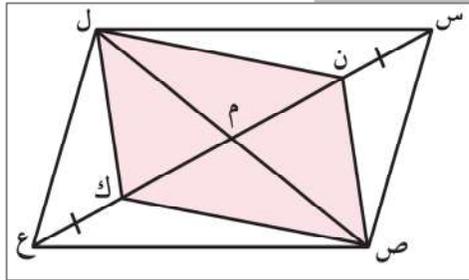
س إذا كان ل^نك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و، ل^ه = د^ن برهن أن الشكل الرباعي ه^دك متوازي أضلاع.

ل^نك متوازي أضلاع (معطى)
∴ و = و

ل^و = و^ن ∴ ل^ه = د^ن (معطى)

∴ ه^و = و^د من خواص المساواة

∴ الشكل ه^دك متوازي أضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)



ن ص ل متوازي أضلاع (معطى)

ص^م = ل^م

ن^م = ل^م ∴ س^ن = ل^ع (معطى)

∴ س^م = ل^م من خواص المساواة

∴ الشكل س ص ل متوازي أضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)

معلمة
كفوقية
KuwaitTeacher.Com



قوانين الأسس

$$7^2 = 7 \times 7 \qquad 5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 \qquad 8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

لكل a عدد نسبي غير صفري ، $a \neq 0$ عدد صحيح يكون:

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m} \quad (2) \qquad a^0 = 1 \text{ صفر}$$

$$\frac{1}{a^2} = a^{-2} \qquad 1 = a^0$$

$$\frac{1}{a^4} = a^{-4} \qquad 1 = a^0$$

$a^m \times a^n \leftarrow a^{m+n}$ $a^m \div a^n \leftarrow a^{m-n}$
 نوزع الأسس $(a^m)^n \leftarrow a^{m \times n}$ نجمع الأسس
 الأس \times الأس $(a^m)^n \leftarrow a^{m \times n}$ نطرح الأسس

لكل a عدد نسبي غير صفري ، $a \neq 0$ ، n عدد ان صحيحان يكون:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$


$$= \text{س}^2 \times \text{س}^3$$

$$\text{س}^{\circ} = \text{س}^{2+2}$$

$$= \text{س}^2 \times \text{س}^2$$

$$\text{س}^2 = \text{س}^{2+1}$$

$$= \text{س}^2 \times \text{س}^2 \times \text{س}^2$$

$$\text{س}^6 = \text{س}^{2+2+2}$$

$$32 = 2^5 = 2^3 \times 2^2$$

$$\text{س} \times \text{ص} = \text{س} \text{ص}$$

اختصر لأبسط صورة:

$$= \text{س}^3 (2-) \times \text{س}^4 (2-)$$

$$2- \text{س}^{7+3} = 2- \text{س}^{10} = 1024$$

نضرب 2- بنفسها عشر مرات

$$1024 = 2- \times 2-$$

$$= \text{س}^3 (2-) \times \text{س}^4 (2-)$$

$$\text{س}^2 \times \text{س}^7 \times \text{س}^3 \times \text{س}^4$$

$$\text{س}^{2+7+3+4}$$

$$\text{س}^{\circ} \times \text{س}^7 = \frac{1}{\text{س}^7}$$

$$\text{س } (b^2)^2 = (b^4) \quad \text{س } (b^{-1}) \times (b^2) \times (b^2) = (b^3)$$

$$b^4 = b^2 \times b^2$$

$$b^3 = b^2 \times b^1$$

$$b^{2+2+3} = b^7$$

$$b^4 = b^4$$

$$\text{س } (s^2)^{-3} = (s^{-6})$$

$$s^{-6} = s^{-2} \times s^{-2} \times s^{-2}$$

$$\text{س } (2v)^{-2} = (2^{-2}v^{-2})$$

$$s^{-6} = \frac{s^2 \times s^2 \times s^2}{s^6}$$

$$(2v)^{-2} = \frac{1}{2^2 v^2} = \frac{1}{4v^2}$$

$$\frac{s^2 \times s^2 \times s^2}{s^6}$$



لكل ا عدد نسبي غير صفري ، م ، ن عددان صحيحان يكون:

$$n^{-m} = \frac{1}{n^m}$$

$$\text{س } \frac{s^0}{s^2} = s^{-2} = \frac{1}{s^2} \quad \text{س } s^{-5} = \frac{1}{s^5} \quad \text{س } \frac{1}{s^3} = s^{-3} = \frac{1}{s^3}$$

لكل ا ، ب عددان نسبيين غير صفريين ، م عدد صحيح يكون:

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

لكل ا ، ب عددان نسبيين غير صفريين ، م عدد صحيح يكون:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\text{س} \quad (س \times ص)^2 = \text{س}^2 \times \text{ص}^2 = \text{ص}^2 \times \text{س}^2$$

$$\text{س} \quad \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^2 = \frac{\text{س}^2}{\text{ص}^2}$$

$$\text{س} \quad \text{س}^2 \text{ص}^2 = (\text{س} \text{ص})^2$$

$$\text{س} \quad \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^2 = \frac{\text{س}^2}{\text{ص}^2}$$

أوجد ناتج ما يلي:

$$\text{س} \quad \frac{9^4}{3^4}$$

$$81 = 3^4 = \left(\frac{9}{3}\right)^4 =$$

$$\text{س} \quad \left(\frac{3}{10}\right)^6 \times \left(\frac{3}{5}\right)^6 =$$

$$\left(\frac{10}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{5}\right)^6 =$$

$$\left(\frac{2}{1}\right)^6 = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}\right)^6 =$$

$$= 8 \times 8$$

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$64 = 2^6 = (2)^6 =$$

لكل أ عدد نسبي غير صفري ، م ، ن عددان صحيحان يكون:

$${}^m P_n = {}^m C_n$$



$$\text{س} \quad (س^2)^3 = \text{س}^{3 \times 2} = \text{س}^6$$

$$\text{س} \quad (س^3)^{-2} = \text{س}^{-2 \times 3} = \text{س}^{-6} = \frac{1}{\text{س}^6}$$

$$\text{س} \quad \text{س}^6 = (س^2)^3 = (س^3)^2$$



كثيرات الحدود (متعدد الحدود - الحدوديات)

كثيرة الحدود (مقدار جبري)

هي تعبير جبري يتكون من واحد أو أكثر من الحدود الجبرية يتم بناؤها باستخدام عمليات الجمع و الطرح.

أمثلة:

حدود جبرية	(١) $٢س٠ - ٤س٢، ٣ - ٣$
كثيرة حدود	(٢) $٢س٠ - ٤س٢ + ٣ - ٣$
ليست كثيرات حدود (مقدار جبري)	(٣) $٣س٠، ٣س٢ + ٥س٠ + ٦س٢ + ٣س٠$

س	وحيدة الحد	س - ٢ص
٢س٢	وحيدة الحد	ثنائية الحد
٧ + س	ثنائية الحد	في متغيران س، ص
٢س٢ + س + ٥	ثلاثية الحد	٥س٢ - س + ص + ٢ص
٢س٢ + س٣ + س٢ + ٤	رباعية الحد	ثلاثية الحد
س٠ - ٢س	ثنائية الحد	في متغيران س، ص

تسميات خاصة	كثيرة الحدود (الحدوديات)
وحيدة الحد	س ، ٣س ^٤ ، ٥ -
ثنائية الحد (حدانية)	ل + ٢ ، ٦س ^٢ - ٢س ، م ^٢ + ١
ثلاثية الحد (حدودية ثلاثية)	٣ + س + ٧س ^٢ ، س ^٦ - ٥س ^٢ + ٢س ^٣

جميع الحدوديات في الجدول السابق تسمى حدوديات في متغير واحد (مقدار جبري) بينما الحدوديات - س - ٢ص ، ٥س^٢ - س + ص + ٢ص^٢ + ٤ص - ٩ تسمى حدوديات في متغيرين

س حدد إذا كانت كل عبارة في الجدول كثيرة الحدود أم لا و إذا كانت كذلك صنفها إلى (وحيدة حد - ثنائية حد - ثلاثية حد) ثم اذكر المتغيرات في الحدودية:

المتغير في الحدودية	تصنيف الحدودية: وحيدة - ثنائية - ثلاثية	هل هي كثيرة حدود؟ و لماذا؟	العبارة
متغير واحد س	وحيدة	نعم	٧س ^٣
س، ص	ثنائية	نعم	٩س ^٤ + ٤ص ^٢
		لا الأس سالب	٦ع ^٢ - ٩ن
		لا ٤س	٦س ^٥ + ٤س ^٣ - ٣
بدون متغير	وحيدة	نعم	٧

الحدود المتشابهة و الحدود المتساوية.

الحدود متساوية	الحدود متشابهة	التعريف
هي حدود متشابهة بمعاملات متساوية	هي الحدود التي لها نفس المتغير مرفوعة لنفس الأس.	
(١) $٣س٢$ ، $٣س٢$ (٢) $\frac{١}{٢}ص$ ، $\frac{١}{٢}ص$ (٣) $٤ع٢$ ، $٤ع٢$	(١) $٤س٢$ ، $\frac{١}{٢}س٢$ ، $\pi س٢$ (٢) $٣ص$ ، $٥ص$ (٣) $٤ع٢$ ، $٣ع٢$	أمثلة



درجة الحدودية و ترتيبها:

درجة كثيرة الحدود ذات متغير واحد

هي قيمة أعلى (أس للمتغير) يظهر في أي حد.

درجة كثيرة الحدود ذات أكثر من متغير

هي قيمة أعلى مجموع (الأسس المتغيرات) التي تظهر في أي حد.

حدودية من الدرجة الثانية $٣س٢ + ٢س٢$
 حودية من الدرجة الرابعة $٢س٢ + ٣س٣ + س٤$
 حودية من الدرجة الخامسة $٤ع٢ + ٣ع٢$

درجة الحدودية	كثيرة الحدود
الدرجة الرابعة	$٧ص٤ - ٥ص - ٧$
الدرجة الخامسة	$١ + ٣ع٣ + ٢ع٢$
الدرجة الثامنة	$سصع - ٢سص + ٤ع٣ + ٥,٥س$

ملاحظة:

يمكن كتابة كثيرة الحدود بأي ترتيب (تصاعدي - تنازلي) حسب درجتها ، و لكن عند ترتيب كثيرة الحدود بمتغير واحد تنازليا حسب درجتها يسمى هذا بالصورة القياسية.

$$\text{مثل: } ٧ + ٤٢ + ٢٤٥ - ٣٤٤$$

ضع الحدوديات التالية في الصورة القياسية، ثم حدد درجة الحدودية:

$$\text{س} - ٤٤ + ٦ - ٣٤٢$$

$$- ٤٢ - ٣٤٤ + ٦ \quad \text{حدودية من الدرجة الثالثة}$$

$$\text{س} ٢ - ٣٥ - \frac{١}{٢} + ٢$$

$$- ٣٥ + ٢ + \frac{١}{٢} \quad \text{حدودية من الدرجة الثانية}$$

$$\text{س} - ٧ + ٤ص - ٣٥ + ٢ص + ٤$$

$$ص + ٤ص - ٣٥ - ٢ص - ٧ \quad \text{حدودية من الدرجة الرابعة}$$

أوجد قيمة كثيرات الحدود التالية:

$$\text{س} - ٣ص + ٢ص + \frac{٣}{٤}ص - ٩ \quad \text{عندما } ٩ = ٢ص + ٤ = ١$$

$$٩ - ٢(٤) + \frac{٣}{٤}(١) - ٩$$

$$٩ - ١٦ + ١ \times \frac{٣}{٤} + ٤ -$$

$$٩ - ١٦ + \frac{٣}{٤} + ٤ -$$

$$١ - = ٩ - ١٢ + ٤ -$$



معاً
صوتة
KuwaitTeacher.Com



جمع كثيرات الحدود و طرحها

الحدود متشابهة

هي الحدود التي لها نفس المتغير مرفوعة لنفس الأس.

$$\text{س} \quad 2\text{س}^2 + 3\text{س}^2 = 5\text{س}^2$$

$$\text{س} \quad 2\text{س}^2 + 2\text{س} + 3\text{س}^3 = 3\text{س}^3 + \text{س} + 2\text{س}^2$$

$$\text{س} \quad 2\text{س}^2 + 2\text{س} + 3\text{س}^3 = 3\text{ص}^2 + 2\text{ص} + 3\text{س}^3 + 4\text{ص}^2$$

$$\text{س} \quad 5\text{س}^2 = 3\text{س}^2 - 2\text{س}^2$$

$$\text{س} \quad 8\text{س} + 5\text{س} = 3\text{س} -$$

$$\text{س} \quad 2\text{س}^2 - 2\text{س}^2 = \text{صفر}$$

$$\text{س} \quad 2\text{س} + 2\text{س} = 4\text{س}$$

U U L A

معلمة
صفوة
KuwaitTeacher.Com

مثال (١)

أوجد ناتج جمع كثيرات الحدود التالية:

$$\text{س } 2س^2 + 3س - 6 \text{ مع } 5س^3 + 2س^2 - 2س + 2$$

الطريقة الرأسية: لازم نرتب كثيرات الحدود تنازليا

$$\begin{array}{r} 2س^2 + 3س - 6 \\ + \\ 5س^3 + 2س^2 - 2س + 2 \\ \hline 5س^3 + 4س^2 + س - 4 \end{array}$$

الطريقة الأفقية:

$$\begin{aligned} & (2س^2 + 3س - 6) + (5س^3 + 2س^2 - 2س + 2) \\ & [2س^2 + 3س - 6] + [5س^3 + 2س^2 - 2س + 2] \\ & 5س^3 + 4س^2 + س - 4 = (5س^3 + 2س^2 - 2س + 2) + (2س^2 + 3س - 6) \end{aligned}$$

تمرن

اجمع كثيرات الحدود التالية:

$$\text{س } 2س^2 + 5س - 2 \text{ ، } 3س^3 - 2س^2 + 10$$

$$\begin{array}{r} 2س^2 + 5س - 2 \\ + \\ 3س^3 - 2س^2 + 10 \\ \hline 3س^3 + 3س + 8 \end{array}$$

$$\text{س } 4س^2 + 6س - 7 \text{ ، } 4س^3 + 7س^2 - 7$$

$$\begin{array}{r} 4س^2 + 6س - 7 \\ + \\ 4س^3 + 7س^2 - 7 \\ \hline 4س^3 + 11س^2 - 14س + 14 \end{array}$$



$$\text{س} - \text{س}^2 + \text{س}^3 - 5, \quad \text{س}^7 - \text{س}^2 - 3, \quad \text{س}^2 + 8$$

$$\begin{array}{r} -\text{س}^3 + \text{س}^6 - 5 \\ + \quad -\text{س}^7 + \text{س}^2 - 3 \\ \hline \text{س}^2 + 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -\text{س}^3 + \text{س}^6 + 3\text{س} + \text{س}^7 \\ -\text{س}^3 + 3\text{س} \end{array}$$

س هن $2\text{س}^2 - \text{س} + 1$ اطرح $3\text{س}^2 + \text{س}^2 - 2$
المعكوس الجمعي للمطروح $(2\text{س}^2 - 3\text{س} + 2)$

$$\begin{array}{r} \text{س}^3 - 3\text{س} + 2 \\ + \quad -2\text{س}^2 - \text{س} + 1 \\ \hline -\text{س}^2 - 4\text{س} + 3 \end{array}$$

اطرح

س $5\text{س}^2 + 6\text{س}^4 - 1$ هن $4\text{س}^4 - 4\text{س}^2 + \text{س}$
 $(6\text{س}^4 + 5\text{س}^2 - 1)$

المعكوس الجمعي للمطروح $(-6\text{س}^4 - 5\text{س}^2 + 1)$

$$\begin{array}{r} 1 + \quad -6\text{س}^4 - 5\text{س}^2 \\ + \quad 4\text{س}^4 - 4\text{س}^2 + \text{س} \\ \hline -2\text{س}^4 - 9\text{س}^2 + \text{س} + 1 \end{array}$$



معلمة
صفوة
كويت
KuwaitTeacher.Com



أوجد ناتج ما يلي:

$$\text{س } ٦س^٢ - س + ٥ - (٠ اس٢ - س - ١٥)$$

$$٦س^٢ - س + ٥ - (٠ اس٢ + س + ١٥)$$

$$\text{صفر} \\ (١٥ + ٥) + (-س + س) + (٦س^٢ - ٠ اس٢)$$

$$٢٠ + صفر + ٦س^٢ - ٠ اس٢$$

$$٢٠ + ٦س^٢$$



U U L A

معلمة
صفوة
مكي الكويت
KuwaitTeacher.Com



الوحدة التاسعة: المقادير الجبرية

ضرب كثيرات الحدود

$$\text{س} \text{ س}^2 \times \text{س}^3 = \text{س}^{2+3} = \text{س}^5$$

$$\text{س} \text{ س}^2 \times \text{س}^3 = \text{س}^6 = \text{س}^{1+2+3}$$

$$\text{س} \text{ س}^2 \times \text{س}^3 = \text{س}^5 - \text{س}^0 = \text{س}^5$$

$$\text{س} \text{ س} (5 - \text{س}) = \text{س}^2 - 5\text{س}$$

$$\text{س} \text{ س} (5 + \text{س})(2 + \text{س}) = \text{س}^2 + 2\text{س} + 5\text{س} + 10 = \text{س}^2 + 7\text{س} + 10$$

$$\text{س} \text{ س}^2 + 7\text{س} + 10$$

أوجد ناتج كل مما يلي:

$$\text{س} \text{ س}^2 \times \text{س}^3 = \text{س}^6$$

$$\text{س}^6$$

$$\text{س} \text{ س} (7 + \text{س})(5 - \text{س}) = \text{س}^2 - 2\text{س} - 35$$

$$\text{س} \text{ س}^2 - 2\text{س} - 35$$

$$\text{س} \text{ س}^2 + 2\text{س} - 35 =$$

$$\text{س} \text{ س} (3\text{ص} + 2 - \text{ص})(2 - \text{ص}) = \text{س}^2 - 2\text{ص} + 4\text{ص} - 2\text{ص}^2$$

$$\text{س} \text{ س}^2 - 2\text{ص} + 4\text{ص} - 2\text{ص}^2$$

$$\text{س} \text{ س}^2 (3 + \text{س} - 2) \times (\text{س} - 4) = \text{س}^2 - 2\text{س} + 3\text{س} - 12 = \text{س}^2 + \text{س} - 12$$

$$\text{س} \text{ س}^2 - 2\text{س} + 3\text{س} - 12 = \text{س}^2 + \text{س} - 12$$

$$\text{س} \text{ س}^2 - 2\text{س} + 3\text{س} - 12 = \text{س}^2 + \text{س} - 12$$



$$\text{س} (س + ٥) \times (س - ٢) \times (س)$$

$$\begin{aligned} & (س + ٥) \times (س^٢ - ٢س) \\ & س^٣ - ٢س^٢ + ٥س^٢ - ١٠س \\ & س^٣ + ٣س^٢ - ١٠س \end{aligned}$$

$$\text{س} (٤٣ + ٢س)^٢$$

$$\begin{aligned} & (٤٣ + ٢س)^٢ \\ & ٤٣^٢ + ٢ \times ٤٣ \times ٢س + (٢س)^٢ \\ & ١٨٤٩ + ١٧٢س + ٤س^٢ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مربع} (س + ص)^٢ = (س + ص)^٢ \\ & س^٢ + ٢سص + ص^٢ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مربع} (س - ص)^٢ = (س - ص)^٢ \\ & س^٢ - ٢سص + ص^٢ \end{aligned}$$



أوجد مربع كل حدانية في ما يلي:

$$\text{س} \quad س - ٤ = (س - ٤)^٢$$

$$(س^٢ - ٨س + ١٦)$$

$$\begin{aligned} & \text{س} \quad ١٣ - ٢ج = (٢ج - ١٣)^٢ \\ & (٢٩ - ١٢ج + ٤ج^٢) \end{aligned}$$

معلمة
طفوفة
كلمة
KuwaitTeacher.Com



قسمة كثيرة حدود على حد جبري

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^4}{\text{س}^2} = \text{س}^{4-2} = \text{س}^2$$

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^2}{\text{س}^4} = \text{س}^{2-4} = \text{س}^{-2} = \frac{1}{\text{س}^2}$$

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^4}{\text{س}^4} = \text{س}^{4-4} = \text{س}^0 = 1$$

تمرن

اختصر ما يلي:

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^6}{\text{س}^2} = \text{س}^4$$

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^8}{\text{س}^3} = \text{س}^5$$

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^2}{\text{س}^5} = \frac{1 \times \text{س}^2}{\text{س}^3 \times \text{س}^2} = \frac{1}{\text{س}^3}$$

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^3}{\text{س}^3} = \frac{\text{س} \times \text{س} \times \text{س}}{1} = \text{س}^3$$

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^6 \text{ص}^2}{\text{س}^2 \text{ص}^6} = \frac{\text{س}^4 \text{ص}^2}{\text{ص}^4}$$

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^6 \text{ص}^2}{\text{س}^3 \text{ص}^6} = \frac{\text{س}^3 \text{ص}^2}{\text{ص}^4}$$

$$\text{س} \quad \frac{\text{س}^2}{\text{س}^2} = \frac{\text{س}^2 \text{ص}^2}{\text{ص}^4}$$

$$\frac{ص}{س^3} = \frac{س^5 ص}{س^3}$$

$$\frac{س^5 س^3 ص^2}{س^5 ص} = س^3 س^2 ص^2$$



س اقسام (س⁶ + س³ - 2س²) على س³

$$\frac{س^6 + س^3 - 2س^2}{س^3}$$

$$\frac{س^6}{س^3} - \frac{س^3}{س^3} + \frac{2س^2}{س^3}$$

$$س^3 - 1 + \frac{2}{س}$$

س اقسام س⁶ ص² + 2س⁴ ص⁴ - 8س⁵ ص² على س⁶ ص²

$$\frac{س^6 ص^2}{س^6 ص^2} + \frac{2س^4 ص^4}{س^6 ص^2} - \frac{8س^5 ص^2}{س^6 ص^2}$$

$$ص + 2س^2 ص^2 - 8س^3$$



س أوجد ناتج $\frac{س^5 س^2 ص^3 + س^3 س^7 ص^2 - 5}{س^5}$

$$\frac{س^5 س^2 ص^3}{س^5} + \frac{س^3 س^7 ص^2}{س^5} - \frac{5}{س^5}$$

$$\frac{س^7 ص^3}{س^3} + \frac{س^4 ص^2}{س^5} - \frac{5}{س^5}$$

مفتوحة الكويت
Kuwaitteacher.Com



الوحدة العاشرة: تحليل مقادير جبرية العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)

أوجد (ع.م.أ) لكل مما يلي:

س ١٨ ، ٢٧

١٨ : ١ ، ١٨ ، ٢ ، ٩ ، ٣ ، ٦

٢٧ : ١ ، ٢٧ ، ٣ ، ٩

ع.م.أ : ٩

س ٢ ، ٣ ، ٥

ع.م.أ : ١

س ٨ ، ٢٧

ع.م.أ : ٩

س ٥ ، ٢

ع.م.أ : ١

س ٦ ، ٣ ، ٩

ع.م.أ : ٣

٦ : ١ ، ٦ ، ٢ ، ٣

٩ : ١ ، ٩ ، ٣

س ٤ ، ٣ ، ٢٠

ع.م.أ : ٢

٤ : ١ ، ٤ ، ٢

١٤ : ١ ، ١٤ ، ٢ ، ٧

٢٠ : ١ ، ٢٠ ، ٤ ، ٥ ، ٢

س ٨ ، ٢ ، ٣ ، ١٦

ع.م.أ : ٤

٨ : ١ ، ٨ ، ٢ ، ٤

١٢ : ١ ، ١٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦

١٦ : ١ ، ١٦ ، ٤ ، ٢ ، ٨

KuwaitTeacher.Com



س ٢٩ ، ١٢ ب

٣ ، ٩ ، ١ : ٩
٦ ، ٢ ، ٤ ، ٣ ، ١٢ ، ١ : ١٢

س ٢٧ ب ٢ ن ٣ ، ٨ ا ب ك ن ٣

٦ ، ٣ ، ٩ ، ٢ ، ١٨ ، ١ : ١٨
٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ١ : ٢٧

س ١٠ ص ٤ ، ٥ ص ٢

٥ ، ٢ ، ١٠ ، ١ : ١٠
٢ ، ٢٠ ، ٨ ، ٥ ، ٤ ، ١٠ ، ٤ ، ١ : ٤٠

أوجد (ع.م.أ) لحدود المقادير التالية :

س ٢ ص ٦ + ٧ ص ٦

١٤ ، ٣ ، ٧ ، ٦ ، ٤٢ ، ١ : ٤٢
٣ ، ٦ ، ١ : ٦

س ٨ هـ ٣ ص ٤ - ٤ هـ ٢ هـ ٦

٦ ، ٣ ، ٩ ، ٢ ، ١٨ ، ١ : ١٨
٦ ، ٩ ، ٢٧ ، ٢ ، ٣ ، ١٨ ، ٥٤ ، ١ : ٥٤

س ٤ ا ك ٢ ص ٥ س ٣ + ٧ ك ص س + ٢١ ك س

٧ ، ٢ ، ١٤ ، ١ : ١٤
٧ ، ١ : ٧
٧ ، ٣ ، ٢١ ، ١ : ٢١

س ٥ هـ ٤ ص ٥ - ٥ ص ٤ س ٥ + ٥ ص ٣ س ٢

٥ ، ١ : ٥
٥ ، ٢ ، ١٠ ، ١ : ١٠
٥ ، ٣ ، ١٥ ، ١ : ١٥



مفتوحة الكويت
KuwaitTeacher.Com

الوحدة العاشرة: تحليل مقادير جبرية التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر



حل المقادير التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ):

س ٧ + ٧ ص

$7(ص + ١)$

س ٩ س^٢ + ٣ س

$٣س(٣س + ١)$

س ٣ ص^٢ + ٣ ص

$٣ص(ص + ١)$

س ٦ س^٢ + ٨ ص س

$٢س(٣س + ٤ص)$

س ٢ ص^٢ س^٢ - ٢ س

$٢ص(٢ص - ١)$

س ٨ س^٢ ص^٢ - ٢ س^٣ ص

$٤س(٢ص - ٣س)$

س ٧ س^٢ ص^٥ + ٩ س^٢ ص^٣

$٩ص(٣ص + ٢س)$

مفتوحة الكويت
KuwaitTeacher.Com

س ٣ ن٤ ع٥ - ن٣ ع٤ + ن٢ ع٥

٣ ن٤ ع٥ (ن٣ ع٤ - ن٢ ع٥ + ن٣ ع٤)



س ٤ ا١ ص٢ س٣ + ٧ ل٤ ص٥ + ٢ ا١ ل٤ س٥

٧ ل٤ س٥ (٢ ل٤ ص٥ س٣ + ص٤ + ٣)

س ٥ ه٤ ص٥ - ا١ ص٤ س٥ + ٥ ا١ ص٣ س٣

٥ ه٤ ص٣ (س٣ ا١ ص٢ - ٢ ص٣ س٣ + ٣)

س ٦ س٥ (٢ - ١) - ص٥ (٢ - ١)

(٢ - ١) (س - ص)

س ٧ ا١ ص - ا١ س + ب١ ص - ب١ س

١ (ص - س) + ب١ (ص - س)

(ص - س) (ب١ + ١)

U U L A

معلمة
صفوة
الكويت
KuwaitTeacher.Com

اكتب المقادير التالية في أبسط صورة :

$$\text{س} \frac{\text{س}^2 - \text{س}^3}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{س}^2 (1 - \text{س})}{\text{س}}$$

$$\text{س} (1 - \text{س}) = \frac{\text{س} (1 - \text{س})}{1}$$

$$\text{س} \frac{\text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س}^6}{\text{س}^3}$$

$$\frac{\text{س}^3 (\text{س} - \text{س}^2 - \text{ص}^2)}{\text{س}^3}$$

$$= \frac{(\text{س} - \text{ص}^2)}{1}$$

$$= (\text{س} - \text{ص}^2)$$

س حل ما يلي تحليلًا تامًا: $\text{س}^3 - \text{س}^2 + \text{س}^2 - \text{ص}^2$

$$\frac{\text{س}^2 (1 - \text{س}) + \text{س}^2 (1 - \text{س})}{1 - \text{س}}$$

$$= (\text{س}^2 + \text{ص}^2) (1 - \text{س})$$

س حل المقادير التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ):

$$\text{س} (2 - 1) - \text{ص} (2 - 1)$$

$$\frac{\text{س} (2 - 1) - \text{ص} (2 - 1)}{2 - 1}$$

$$= (2 - 1) (\text{س} - \text{ص})$$





الوحدة العاشرة: تحليل مقادير جبرية

تحليل الفرق بين مربعين

عموما:

الفرق بين مربعي كميتين يساوي حاصل ضرب مجموع الكميتين في الفرق بينهما. أي أن:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

س $s^2 - 25$

$$s^2 - 5^2 = (s + 5)(s - 5)$$

$$s^2 - 9 \leftarrow \sqrt{9} = 3$$

$$s^2 - 3^2 = (s + 3)(s - 3)$$

$s^2 + 2^2$ لا يمكن التحليل

حل ما يلي تحليلا تاما:

س $v^2 - 1$

$$v^2 - 1^2 = (v + 1)(v - 1)$$

س $9v^2 - 2$

$$2^2 s^2 - 3^2 v^2$$

$$(2s)^2 - (3v)^2$$

$$(2s - 3v)(2s + 3v)$$

معلمة
مفتوحة
KuwaitTeacher.Com

س ٢٤٩ - ٢٨١

٢٧ - ٢٩

(٧) - (٩)

(٩ + ٧)(٩ - ٧)

س ١٠٠ - ٢٤

٢١٠ - ٢٢

(١٠ + ٢)(١٠ - ٢) = ١٠ - ٢

س ٣٦ - ٢٤٩

٢٦ - ٢٣

(٤٣ + ٦)(٤٣ - ٦) = ٤٣ - ٦

س ٧٥ - ٢٣

٣(٢٥ - ٢)

٣(٢٥ - ٢)

٣(٥ + ٢)(٥ - ٢)

س ٢٨ - ٢٣

٢(٩ - ١)

٢(٣ - ١)

٢(٣ + ١)(٣ - ١)



UULA
مفتوحة
معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

حل ما يلي تحليلًا تامًا :

س $٤٩ - ٢(١ + م)$

$$\begin{aligned} & ٢٧ - ٢(١ + م) \\ & (٧ + ١ + م)(٧ - ١ + م) \\ & (٨ + م)(٦ - م) \end{aligned}$$

س $٢(٠, ١٦) - ٢(٠, ٤ - ن)$

$$\begin{aligned} & (٠, ١٦ + ٠, ٤ - ن)(٠, ١٦ - ٠, ٤ - ن) \\ & (٠, ٢٤ - ن)(٠, ٥٦ - ن) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} ٠, ٤٠ - \\ ٠, ١٦ + \\ \hline ٠, ٢٤ - \end{array} \qquad \begin{array}{r} ٠, ٤٠ - \\ ٠, ١٦ - \\ \hline ٠, ٥٦ - \end{array}$$

أوجد قيمة ما يلي بالتحليل :

س $٢(١١٤) - ٢(١١٥)$

$$\begin{aligned} & ٢ - ٢ \\ & ٢(١١٤) - ٢(١١٥) \\ & (١١٤ + ١١٥) \times (١١٤ - ١١٥) \\ & ٢٢٩ = ٢٢٩ \times ١ \end{aligned}$$

س $١ - ٢(٩٩)$

$$\begin{aligned} & (١ + ٩٩)(١ - ٩٩) \\ & ٩٨٠٠ = ١٠٠٠ \times ٩٨ \end{aligned}$$

معلمة
مفتوحة
الكويت
KuwaitTeacher.Com



حل ما يلي تحليلًا تامًا:

$$\frac{س^2}{ص^2} = \frac{س}{ص}$$

$$س \frac{س^2}{ب} - \frac{س^2}{ب} =$$

$$\frac{س^2}{ب} - \frac{س^2}{ب} =$$

$$\frac{س^2}{ب} - \frac{س^2}{ب} =$$

$$\left(\frac{س^2}{ب} + \frac{س^2}{ب}\right) \left(\frac{ب}{ب} - \frac{س^2}{ب}\right)$$

$$س \frac{س^2}{ص^2} - \frac{س^2}{ص^2} =$$

$$\frac{س^2}{ص^2} - \frac{س^2}{ص^2} =$$

$$\frac{س^2}{ص^2} - \left(\frac{س^2}{ص^2}\right) =$$

$$\left(\frac{س^2}{ص^2} + \frac{س^2}{ص^2}\right) \left(\frac{ص^2}{ص^2} - \frac{س^2}{ص^2}\right)$$

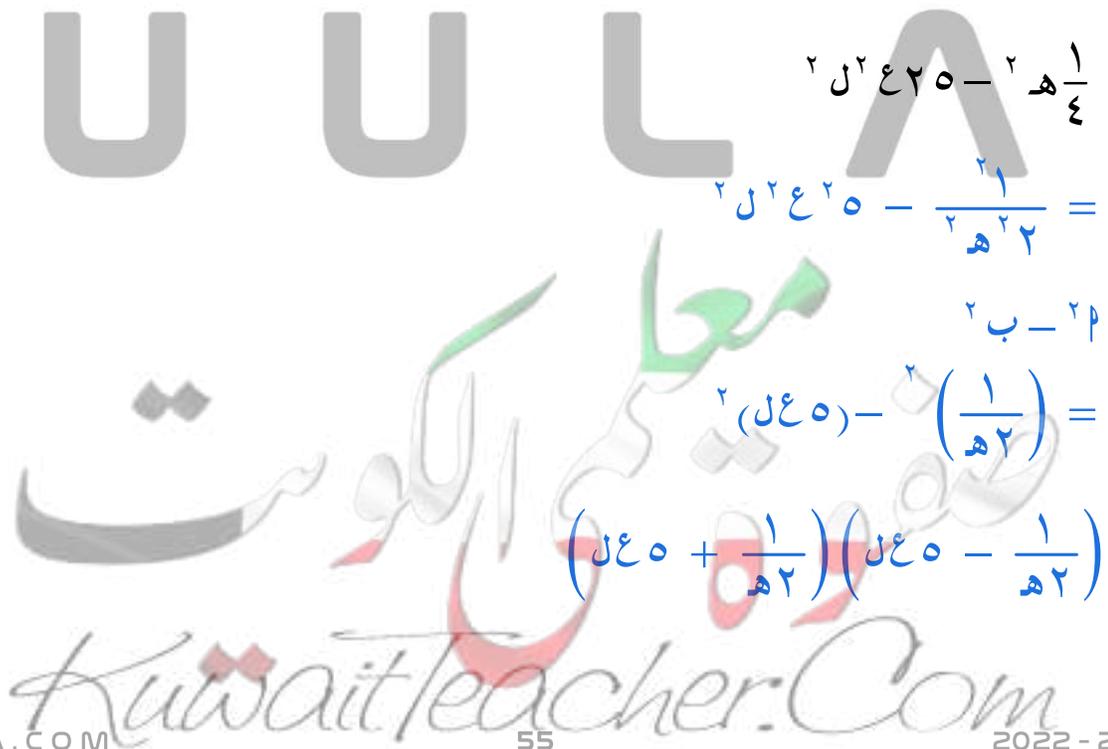
$$س \frac{س^2}{هـ} - \frac{س^2}{هـ} =$$

$$\frac{س^2}{هـ} - \frac{س^2}{هـ} =$$

$$\frac{س^2}{هـ} - \frac{س^2}{هـ} =$$

$$\frac{س^2}{هـ} - \left(\frac{س^2}{هـ}\right) =$$

$$\left(\frac{س^2}{هـ} + \frac{س^2}{هـ}\right) \left(\frac{هـ}{هـ} - \frac{س^2}{هـ}\right)$$





س (٢٤-٥) ١٢١-٢

$$١١ = \sqrt{١٢١}$$

$$\begin{aligned} & (١١ + م٤ - ٥)(١١ - م٤ - ٥) \\ & (١٦ + م٤ -) \times (٦ - م٤ -) \\ & (٤ - م)٤ - \times (٣ + م٢)٢ - \\ & (٤ - م)(٣ + م٢)٨ \end{aligned}$$



U U L A

معلمة
كفوة
الكويت
KuwaitTeacher.Com



حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل

مثال (1)

س أوجد مجموعة حل المعادلة $(س + ٥)(س + ٦) = ٠$ ، حيث $س \in \mathbb{R}$ ، ثم تحقق من صحة الحل.

$$\begin{aligned} س + ٥ &= ٠ & \text{أو} & & س + ٦ &= ٠ \\ س &= -٥ & & & س &= -٦ \\ \text{م.ج} &= \{٥-، ٦-\} \end{aligned}$$

س أوجد مجموعة حل المعادلة $٤س^٢ - ٥س = ٠$ ، حيث $س \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} ٤س^٢ - ٥س &= ٠ & \text{أو} & & ٤س^٢ &= ٥س \\ ٤س(س - \frac{٥}{٤}) &= ٠ & & & ٤س^٢ &= ٥س \\ س &= ٠ & & & س &= \frac{٥}{٤} \\ \text{م.ج} &= \{٠\} \end{aligned}$$

س أوجد مجموعة حل المعادلة $(س + ٣) - ١ = ٠$ ، حيث $س \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} (س + ٣) - ١ &= ٠ & \text{أو} & & (س + ٣) &= ١ \\ (س + ٣) - ١ &= ٠ & & & (س + ٣) &= ١ \\ س + ٢ &= ٠ & & & س + ٢ &= ٠ \\ س &= -٢ & & & س &= -٢ \\ \text{م.ج} &= \{-٢\} \end{aligned}$$



أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية حيث $s \in \mathbb{Z}$

س $0 = (2 - s)(4 + s)$

$0 = 2 - s$
 $s = 2$

أو $0 = 4 + s$
 $s = -4$

ح.م = $\{-4, 2\}$

س $0 = (5 - s)(5 + 2s)$

$0 = 5 - s$
 $s = 5$

أو $0 = 5 + 2s$
 $\frac{5 -}{2} = \frac{s}{2}$
 $\frac{5 -}{2} = s$

ح.م = $\{5, \frac{5 -}{2}\}$

س $0 = 25 - (2 + s)^2$

$0 = 25 - (2 + s)^2$

$0 = (5 + 2 + s)(5 - 2 + s)$

$0 = (7 + s)(3 - s)$

$0 = 7 + s$
 $s = -7$

أو $0 = 3 - s$
 $s = 3$

ح.م = $\{3, -7\}$

س $80 = 5s^2$

$\frac{80}{5} = \frac{5s^2}{5}$

$16 = s^2$

$0 = 16 - s^2$

$0 = (4 + s)(4 - s)$

$0 = 4 + s$
 $s = -4$

أو $0 = 4 - s$
 $s = 4$

ح.م = $\{-4, 4\}$

$$س \quad 81 = (9 - s)^2$$

$$0 = 81 - (9 - s)^2$$

$$0 = 9^2 - (9 - s)^2$$

$$0 = (9 + 9 - s)(9 - 9 - s)$$

$$0 = (18 - s)(s)$$

$$0 = s$$

أو

$$0 = 18 - s$$

$$18 = s$$

$$\{0, 18\} = \text{ح.م}$$

$$س \quad 0 = 27 - s^3$$

$$0 = \frac{27}{3} - \frac{s^3}{3}$$

$$0 = (9 - s^2)3$$

$$0 = (3 + s)(3 - s)3$$

$$0 = 3 - s$$

$$3 = s$$

$$0 = 3 + s$$

أو

$$3 - s = 0$$

$$\{3, -3\} = \text{ح.م}$$

تحقق ما إذا كان:

$$س \quad 1 = s \text{ حلا للمعادلة: } (s + 4)(s - 1) = 0$$

$$0 = (1 - 1)(4 + 1)$$

$$0 = 0 \times 5$$

$$0 = 0$$

∴ $s = 1$ حل للمعادلة



$$س \quad 1 - s = 0 \text{ حلا للمعادلة: } (s - 1)^2 = 0$$

$$0 = (1 - 1)^2$$

$$0 = (0)^2$$

$$0 \neq 4$$

∴ $s = 1$ ليست حل للمعادلة



حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد

$$15 \geq 5 + 2س$$

$$\frac{10}{2} \geq \frac{2س}{2}$$

$$5 \geq س$$

$$15 = 5 + 2س$$

$$\frac{10}{2} = \frac{2س}{2}$$

$$5 = س$$

حل المتباينات التالية في س:

س $19 \geq 4 + 2ص$

$$\frac{15}{2} \geq \frac{2ص}{2}$$

$$7,5 \geq ص$$

حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأصغر من أو تساوي 7,5

س $15 < 3 + 2س$

$$\frac{12}{2} < \frac{2س}{2}$$

$$6 < س$$

حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأكبر من 6

س $1 - 5 < 3س - 1$

$$\frac{6 - 1}{3 - 3} < \frac{3س - 1}{3 - 3}$$

$$2 > س$$

حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأصغر من 2

$$\text{س} - 3 \geq 4 - \text{ص} - 5$$

$$\frac{2}{4} \geq \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} \geq \text{ص} \leftarrow \text{ص} \leq \frac{1}{2}$$

∴ حل المعادلة هو مجموعة الأعداد النسبية الأكبر من أو تساوي $\frac{1}{2}$

$$\text{س} - \text{ب} - \frac{1}{2} < \frac{1}{3}$$

$$\text{ب} < \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1 \times 2}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6}$$

∴ حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأكبر من $\frac{2}{6}$

$$\text{س} \quad 10(5 - \text{س}) < 7(6 - \text{س})$$

$$10 - \text{س} < 50 - 42 < 7 - \text{س}$$

$$10 + \text{س} < 50 + 42 < 7 + \text{س}$$

$$\frac{92}{17} < \frac{17}{17}$$

$$\frac{92}{17} < \text{س}$$

$$\frac{7}{17} < \text{س}$$

∴ حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأكبر من $\frac{7}{17}$

$$\text{س} \quad 2\text{س} + 4 \geq 3(1 + \text{س})$$

$$2\text{س} + 4 \geq 3 + 3\text{س}$$

$$- \text{س} + 1 \geq 3 - 2\text{س}$$

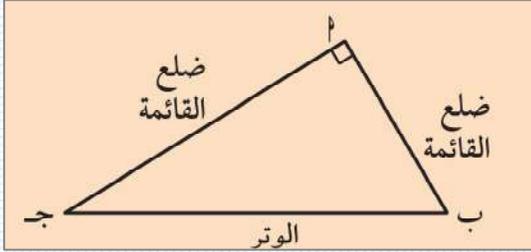
$$\text{س} \geq 1 \leftarrow \text{س} \leq 1$$

∴ حل المتباينة هو مجموعة الأعداد النسبية الأكبر من أو تساوي 1



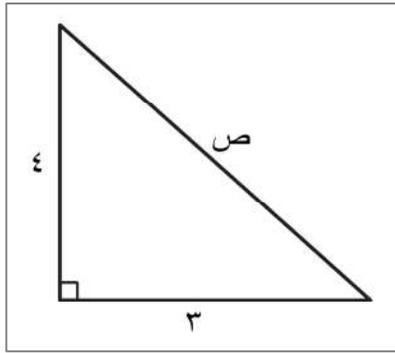
الوحدة الحادية عشرة: الهندسة و القياس نظرية فيثاغورث و عكسها

نظرية فيثاغورث



$$\sqrt{(\text{الوتر})^2 = (\text{الضلع } 1)^2 + (\text{الضلع } 2)^2}$$

$$\sqrt{(\text{الضلع})^2 = (\text{الوتر})^2 - (\text{الضلع})^2}$$



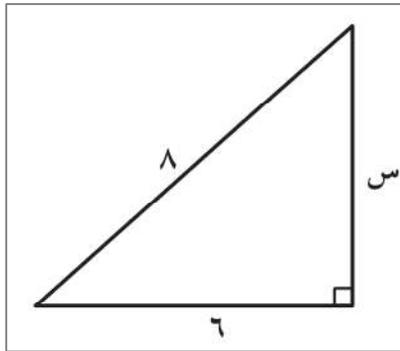
س أوجد قيمة المجهول في ما يلي :

$$\sqrt{(\text{الوتر})^2 = (\text{الضلع } 1)^2 + (\text{الضلع } 2)^2}$$

$$\sqrt{ص^2 = 4^2 + 3^2}$$

$$ص = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

∴ طول الوتر (ص) = 5



س أوجد قيمة المجهول في ما يلي :

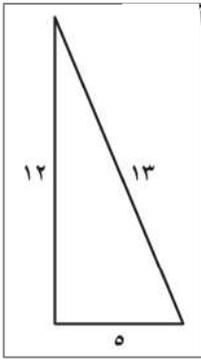
$$\sqrt{(\text{الوتر})^2 = (\text{الضلع } 1)^2 + (\text{الضلع } 2)^2}$$

$$\sqrt{10^2 = 6^2 + س^2}$$

$$س = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$$

∴ طول الضلع 2 (س) = 8

معلمة
مفتوحة
KuwaitTeacher.Com



س حدد ما اذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا:

$$\text{الوتر}^2 = \text{الضلع}^2 + \text{الضلع}^2$$

$$13^2 = 12^2 + 5^2$$

$$169 = 144 + 25$$

$$169 = 169$$

∴ المثلث قائم الزاوية



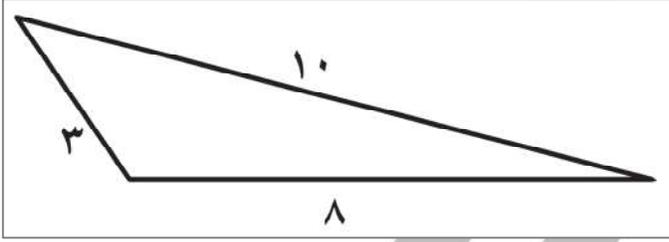
س حدد ما اذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا:

$$10^2 = 3^2 + 8^2$$

$$100 = 9 + 64$$

$$100 \neq 73$$

∴ المثلث ليس قائم الزاوية



U U L A

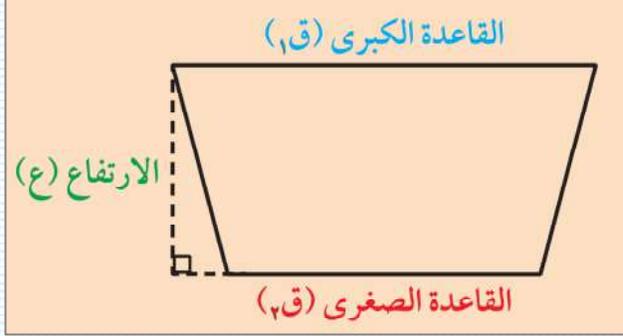
معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com



الوحدة الحادية عشرة: الهندسة و القياس

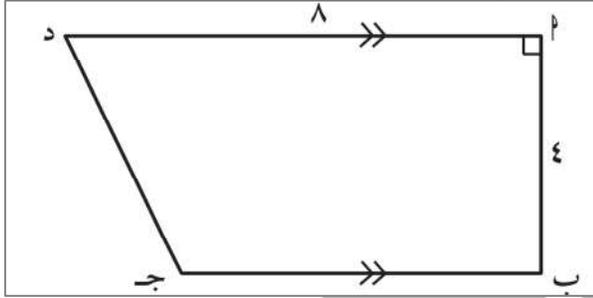
مساحة شبه المنحرف

مساحة شبه المنحرف



$$= \frac{\text{مجموع طولي القاعدتين}}{2} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{(ق1 + ق2)}{2} \times ع$$

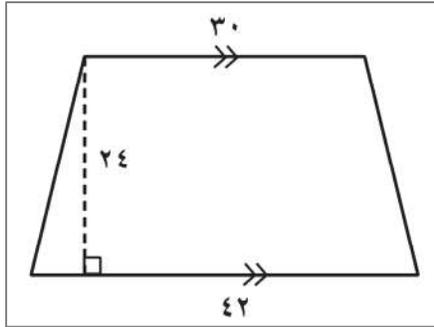


س أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب ج د

$$م = \frac{ق1 + ق2}{2} \times ع$$

$$م = \frac{6 + 8}{2} \times 4$$

$$م = 4 \times 7 = 28 \text{ وحدة مربعة}$$



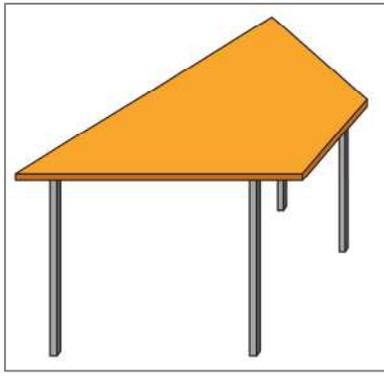
س يبين الشكل المجاور حديقة منزلية على شكل شبه منحرف يراد زراعتها بالعشب الطبيعي، إذا كان سعر الوحدة المربعة من العشب الطبيعي ١٢ ديناراً، فكم تكلف زراعة الحديقة بالعشب؟

$$م = \frac{ق1 + ق2}{2} \times ع$$

$$م = \frac{42 + 30}{2} \times 24 = 864 \text{ م}^2$$

$$\text{التكلف} = 12 \times 864 = 10368 \text{ دينار}$$





س طاولة على شكل شبه منحرف طولاً ضلعياًها :
المتوازيين ٦،٢ وحدة طول ٤،١ وحدة طول و البعد
العمودي بين الضلعين ٥،٠ . أوجد مساحة الطاولة.

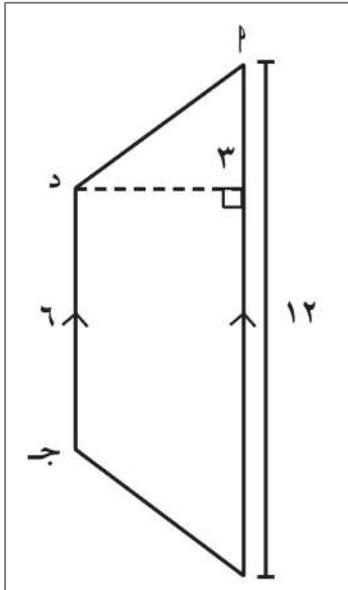
$$م = \frac{ق + ١ ق}{٢} \times ع$$

$$م = \frac{١،٤ + ٢،٦}{٢} \times ٥،٠$$

$$م = ١ = ٥،٠ \times ٢ = \text{وحدة مربعة}$$



س في الشكل المقابل أ ب ج د شبه منحرف مساحته ٣٦
وحدة مربعة. فيه أه = ٣ ، أب = ١٢ ، ج د = ٦
أوجد كلا من ده ، ار .



$$م = \frac{ق + ١ ق}{٢} \times ع$$

$$٣٦ = \frac{١٢ + ٦}{٢} \times س$$

$$\frac{٣٦}{٩} = \frac{٩ \times س}{٩}$$

$$س = ٤ \therefore ده = ٤$$

Δ اره قائم الزاوية في د

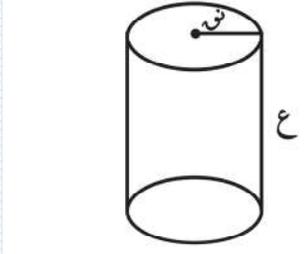
$$ار = \sqrt{٤^2 + ٣^2} = \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ فيثاغورث}$$

U U L A

معلمة
كفوقية
KuwaitTeacher.Com



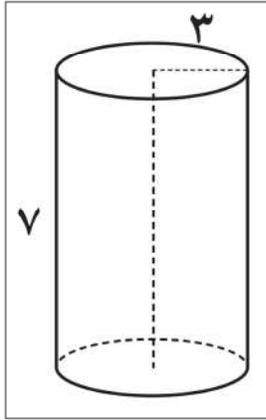
حجم الأسطوانة الدائرية - حجم المخروط الدائري



حجم الاسطوانة

$$\text{الحجم} = \pi \times r^2 \times h$$

$$r = \frac{\text{القطر}}{2}$$



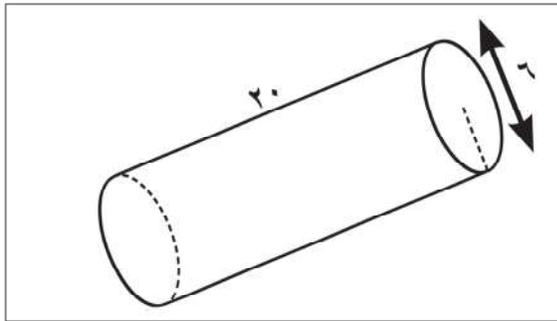
أوجد حجم كل مجسم مما يلي :

س (اعتبر $\pi = \frac{22}{7}$)

الحجم = $\pi \times 3^2 \times 7$

الحجم = $\frac{22}{7} \times 3^2 \times 7$

= $9 \times 22 = 198$ وحدة مكعبة



س (اعتبر $\pi = 3,14$)

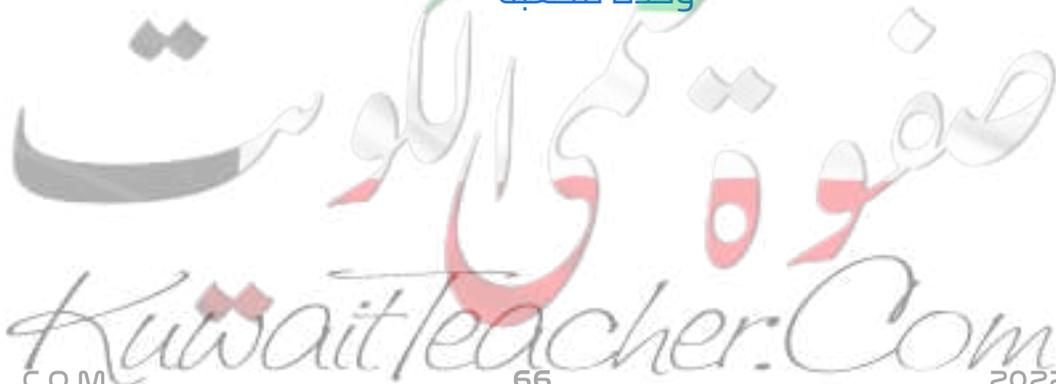
الحجم = $\pi \times 3^2 \times 6$

$r = \frac{\text{القطر}}{2} = \frac{6}{2} = 3$

الحجم = $3,14 \times 3^2 \times 6$

= $180 \times 3,14 = 565,2$

وحدة مكعبة



س صومعة (مخزن) للجلال على شكل أسطوانة ارتفاعها ٩ أمتار و طول قطرها ٤ أمتار، ما عدد الأمتار المكعبة التي يمكن للصومعة تخزينها، مقربا الناتج إلى أقرب م^٣ ؟ (اعتبر $\pi = 3,14$)

$$r = \frac{d}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

القطر = ٤
نصف القطر = ٢

$$\text{الحجم} = \pi r^2 h = 3,14 \times 2^2 \times 9$$

$$= 36 \times 3,14 = 113,04$$

$$\approx 113 \text{ م}^3$$

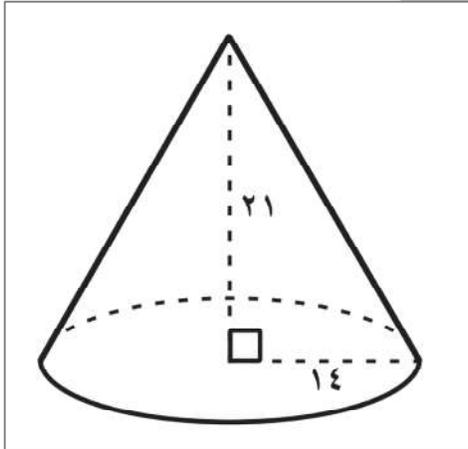


حجم المخروط

$$\text{الحجم} = \frac{1}{3} (\pi r^2 h)$$

أوجد حجم كل مجسم مما يلي :

س (اعتبر $\pi = \frac{22}{7}$)



$$\text{الحجم} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

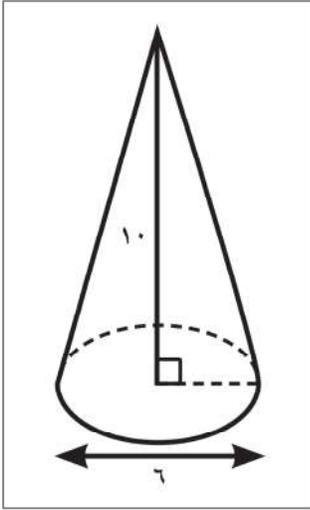
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14^2 \times 21$$

$$= \frac{22}{1} \times 196 \times \frac{21}{3}$$

$$= 22 \times 196 \times 7 = 29812$$

وحدة مكعبة

معلمة
مفتوحة
KuwaitTeacher.Com



س (اعتبر $\pi = 3,14$)

$$3 = \frac{6}{2} = \frac{\text{القطر}}{2} = \text{نق}$$

$$\text{الحجم} = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$$

$$\text{الحجم} = \frac{1}{3} \times 3,14 \times (3 \times 3) \times 10$$

$$= \frac{1}{3} \times 3,14 \times 90$$

$$= 30 \times 3,14 = 94,2 \text{ وحدة مكعبة}$$

U U L A

معلمة في الكويت
Kuwaitteacher.Com



طرائق العد

مبدأ العد

هو عملية تتكون من خطوتين مستقلتين، اذا كان عدد طرق اجراء الخطوة الأولى n و عدد طرق اجراء الخطوة الثانية p فان عدد الطرق الممكنة لإجراء العملية هو: $n \times p$. ويمكن تعميم المبدأ لأكثر من خطوتين.

استخدم مبدأ العد لإيجاد عدد النواتج في كل حالة:

س ما عدد طرائق الاختيار لطلاء: من نوعين من الطلاء، ه ألوان؟

$$10 = 5 \times 2 \text{ طرق}$$

س ما عدد طرائق الاختيار لدراجة: من ه ألوان، ٣ أحجام ، ٤ موديلات؟

$$60 = 4 \times 3 \times 5 \text{ طريقة}$$

مضروب العد :

اختيار (n) عنصر من بين (n) عنصر مختلف و بدون تكرار أي عنصر منها، حيث ترتيب العناصر مهم سنرمز له بالرمز $n!$ و يكتب على الصورة:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1 = n!$$

لاحظ أن:

فمثلا:

$$1 = 1! \quad (1)$$

$$1 = 1! \quad (2)$$

$$n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1 \quad (3) \text{ حيث } n \geq 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

وهكذا...

أوجد كل مما يلي:

$$\text{س } 720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = !6$$

$$\text{س } 24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = !4 = !(4 - 8)$$

$$\text{س } 12 = 1 \times 2 \times 3 \times 1 \times 2 = !3 \times !2$$

$$\text{س } 24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = !3 \times 4$$

س في مزرعة أرانب يلزم وضع 6 أرانب في 6 أقفاص. بكم طريقة يمكن عمل ذلك بحيث يكون أرنب واحد في كل قفص؟

$$\text{طريقة } 720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = !6$$

التباديل:

عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف (م ≥ ن) و من دون تكرار أي عنصر منها، حيث ترتيب العناصر مهم سيمر له برمز التبديلية (ن م) و يكتب على الصورة:



$$(1) \quad !n = n(n-1)(n-2) \dots \text{ إلى } 1 \text{ من العوامل}$$

$$(2) \quad !n = \frac{n!}{(n-m)!}, \quad n, m \geq 0$$

س كم عدد الطرائق التي يمكن أن يتم بواسطتها اختيار طالبين مع مراعاة الترتيب أو أن يكون واحدا تلو الآخر من 8 طلاب؟

$$n \leq m$$

$$!n = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$!8 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!}$$

$$\text{طريقة } 56 = 7 \times 8 = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}$$

س اتخذ خالد ٤ أرقام سرية لفتح الحاسوب. اذا كان اختياره لأرقام مختلفة من ١ الى ٦، فأوجد عدد الطرائق المختلفة في اختيار ذلك الرقم السري.

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$${}^6 P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!}$$

$$360 = 3 \times 4 \times 5 \times 6 = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2} =$$

أوجد كل مما يلي:

$${}^8 P_3 =$$

$$\frac{8!}{5!} = \frac{8!}{(8-3)!} =$$

$$336 = 6 \times 7 \times 8 = \frac{8!}{5!}$$

كم عددا مكونا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من ١ إلى ٥ إذا كان:

س يمكن تكرار الأرقام

U U L A

$5^4 = 625$

○ ← □
×
○ ← □
×
○ ← □
×
○ ← □

س لا يمكن تكرار الأرقام

$$120 = 2 \times 3 \times 4 \times 5$$

2 × 3 × 4 × 5
↑ ↑ ↑ ↑
□ □ □ □



عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف ($n \geq m$) و من دون تكرار أي عنصر منها، حيث ترتيب العناصر غير مهم سيمر له برمز التوفيقية (${}^n C_m$) و تكتب على الصورة:

$${}^n C_m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

$$\text{إذا كان } {}^n C_m = {}^n C_{n-m} \text{ ، فإن } {}^n C_m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

س ذهبت مع أصدقائك إلى مطعم صيني يقدم ٦ أطباق. فبكم طريقة يمكنك اختيار ٣ من هذه الأطباق للمشاركة مع أصدقائك؟

$${}^6 C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!}$$

$${}^6 C_3 = \frac{6!}{3!3!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 1 \times 2 \times 3} = 20$$

$$\text{طريقة } 20 = \frac{120}{6} = \frac{4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 1 \times 2 \times 3} =$$

س ما هي عدد الطرائق المختلفة لقراءة كتابين من ه كتب خلال إجازة نهاية الأسبوع؟

$${}^5 C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

$${}^5 C_2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 1 \times 2 \times 3} = 10$$

$$\text{طرق } 10 = \frac{20}{2} = \frac{4 \times 5}{1 \times 2} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 1 \times 2} =$$

لاحظ أن:

$$1 = !0 \quad (1)$$

$$1 = !1 \quad (2)$$

أوجد ما يساويه كل من:

$$\text{س}^8 \text{ ق}^8 = \frac{!8}{!0 \times !8} = \frac{!8}{!(8-8)!8}$$

$$1 = \frac{!8}{!8} = \frac{!8}{1 \times !8} =$$

$$\text{س}^8 \text{ ق}^8 = \frac{!8}{!3 \times !5} = \frac{!8}{!(8-5)!5}$$

$$56 = \frac{6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = \frac{!5 \times 6 \times 7 \times 8}{!3 !5} =$$

$$\text{س}^7 \text{ ق}^7 = \frac{!7}{!(7-0)!0} = \frac{!7}{!7 \times !0} =$$

$$1 = !0$$

$$1 = \frac{!7}{!7 \times !0} =$$



معلمة
كويت
KuwaitTeacher.Com



فضاء العينة

س اختار جاسم الأرقام التالية : ١ ، ٢ ، ٣
ارسم مخطط الشجرة البيانية لتبين كل الأعداد المؤلفة من رقمين مختلفين التي
تختارها من بين هذه الأرقام.

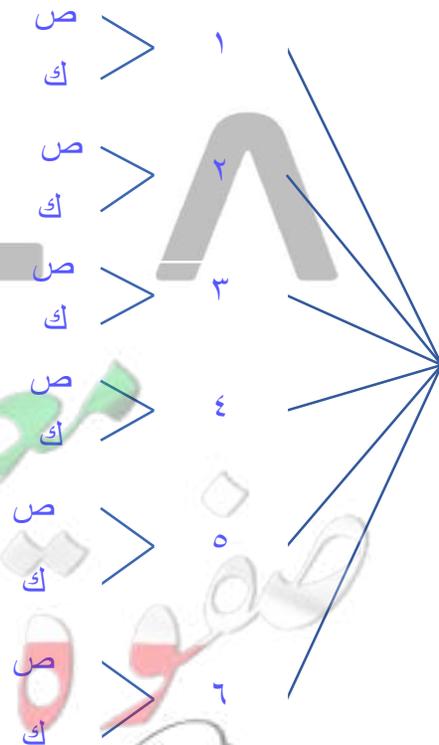


س اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد ثم إلقاء قطعة نقود.



١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦

ص
ك

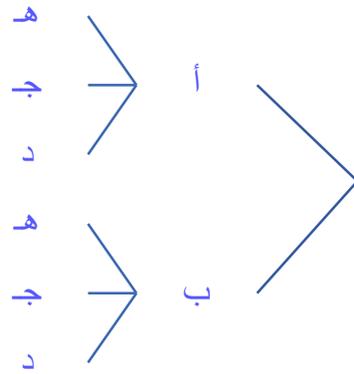
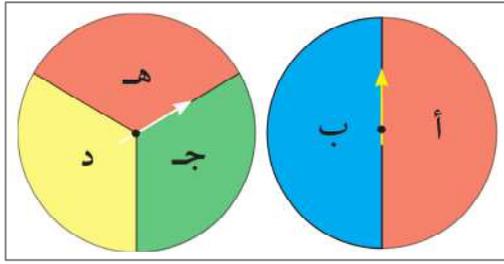


فضاء العينة =

$$\left\{ (١،ص)، (١،ك)، (٢،ص)، (٢،ك)، (٣،ص)، (٣،ك)، (٤،ص)، (٤،ك)، (٥،ص)، (٥،ك)، (٦،ص)، (٦،ك) \right\}$$

١٢ ناتج

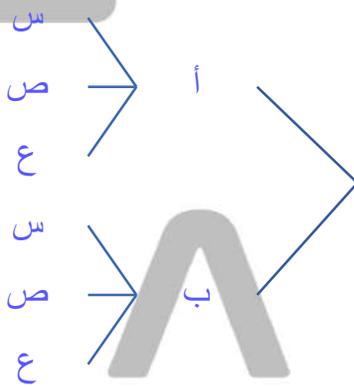
س تم تدوير الدوارتين المقابلتين معا. اكتب فضاء العينة و حدد عدد النواتج الممكنة



فضاء العينة = { (أ، هـ)، (أ، ج)، (أ، د)، (ب، هـ)، (ب، ج)، (ب، د) }
عدد النواتج ٦



س يريد أحمد أن يقوم برحلة عبر النهر. يوجد نوعان من المراكب (أ) (ب) كما في الصورة ليختار بينهما و يختار من بين ثلاثة جداول مائية صغيرة في ثلاثة اتجاهات مختلفة: س أو ص أو ع .
▪ اصنع مخطط الشجرة البيانية لكل النواتج الممكنة.



▪ ما هو فضاء العينة لرحلة أحمد؟

فضاء العينة = { (أ، ص)، (أ، ع)، (ب، ص)، (ب، ع)، (ب، س)، (ب، ص)، (ب، ع) }

▪ أوجد عدد النواتج الممكنة.

٦



الوحدة الثانية عشرة: الاحتمال

الاحتمال

إن احتمال وقوع حدث ما يقارن عدد الطرائق التي يمكن أن يقع هذا الحدث بعدد النواتج الممكنة بحيث يعبر عن الاحتمال بكسر اعتيادي كالتالي:

$$\text{احتمال وقوع (حدث أ)} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة ف}}$$

$$\leftarrow P(A) = \frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$$

يرمز لاحتمال وقوع (حدث) بالرمز ل (حدث).

لاحظ أن:

- (١) احتمال فضاء العينة (الحدث المؤكد) = ١ أي أن ل (ف) = ١
- (٢) احتمال الحدث المتسحيل = صفر أي أن ل (∅) = ٠

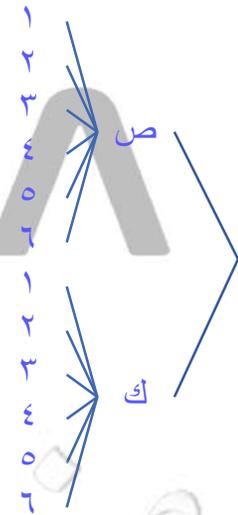
س إذا تم رمي قطعة نقود معدنية و حجر نرد معا " مرو واحدة.

▪ أكمل مخطط الشجرة و اكتب فضاء العينة.



١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦

ص
ك



فضاء العينة =

{ (ص، ١)، (ص، ٢)، (ص، ٣)، (ص، ٤)، (ص، ٥)، (ص، ٦)، (ك، ١)، (ك، ٢)، (ك، ٣)، (ك، ٤)، (ك، ٥)، (ك، ٦) }

عدد كل العناصر ١٢

س نفرض أن ج حدث ظهور صورة و عدد زوجي.

(ص، ٢)، (ص، ٤)، (ص، ٦)

$$L(ج) = \frac{\text{عدد عناصر ج}}{\text{عدد كل العناصر}}$$

$$L(ج) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

س ثلاث بطاقات مرقمة بالأرقام ١، ٤، ٧ في كيس ورقي، سحبت بطاقة واحدة بطريقة عشوائية ثم أعيدت و سحبت بطاقة مرة أخرى.

▪ أكتب فضاء العينة

فضاء العينة =

{(١، ١)، (٤، ١)، (٧، ١)، (١، ٤)، (٤، ٤)، (٧، ٤)، (١، ٧)، (٤، ٧)، (٧، ٧)}

▪ أكتب حدث ظهور عدد أولي في السحبة الأولى و عدد زوجي في السحبة الثانية.

(٤، ٧)

▪ احتمال حدث ظهور عدد أولي في السحبة الأولى و عدد زوجي في السحبة الثانية.

$$L(١) = \frac{\text{عدد عناصر ١}}{\text{عدد كل العناصر}} = \frac{1}{9}$$

س في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة، و ملاحظة العدد الظاهر على وجهه. أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

▪ ظهور عدد زوجي

$$L(١) = \frac{\text{عدد عناصر ١}}{\text{عدد كل العناصر}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

▪ ظهور عدد أولي

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

▪ ظهور عدد أكبر من ٧

$$\frac{0}{6} = \frac{0}{6}$$

- ظهور عدد أصغر من ٦

$$\frac{5}{6} \quad ٥, ٤, ٣, ٢, ١$$

- ظهور عدد أصغر من ٧

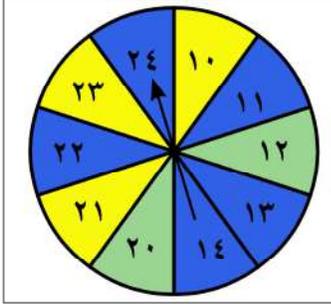
$$١ = \frac{6}{6} \quad ٦, ٥, ٤, ٣, ٢, ١ \quad \text{حدث مؤكد}$$



س عند تدوير القرص المجاور مرة واحدة، أوجد :

- احتمال الحصول على (الرقم ١١ أو أكبر من ٢١).

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{3}{10} + \frac{1}{10}$$



- احتمال الحصول على (قطاع أزرق أو عدد يقبل القسمة على ٢٢).

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{1}{10} + \frac{5}{10}$$

- احتمال الحصول على (قطاع أصفر أو مضاعف للعدد ١١).

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = \frac{2}{10} + \frac{3}{10}$$

- احتمال الحصول على (قطاع أخضر أو عامل من عوامل العدد ٧).

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{2}{10} + \frac{0}{10}$$

U U L A A

معلمة
كفوة
KuwaitTeacher.Com



س في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين .
أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

أ "ظهور صورة في الرمية الأولى".

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

ب "ظهور كتابة في الرمية الثانية".

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

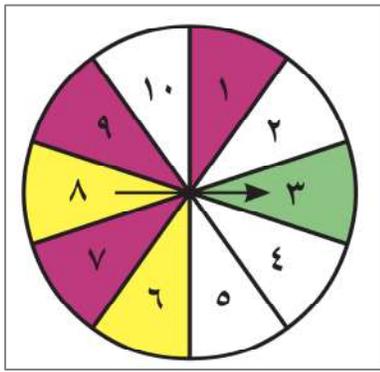
ج "ظهور صورة في الرمية الأولى أو ظهور كتابة في الرمية الثانية".

(ص، ص)، (ص، ك) (ص، ك)، (ك، ك)

$$1 = \frac{4}{4} = \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$$

U U L A

معلمة
كفوة في الكويت
KuwaitTeacher.Com



س عند تدوير القرص المجاور مرة واحدة، أوجد احتمال وقوع المؤشر عند كل من :

- احتمال الحصول على (الرقم ١ أو أصغر من ٨).

$$\frac{7}{10} \leftarrow ٧, ٦, ٥, ٤, ٣, ٢, ١$$

- احتمال الحصول على (قطاع أصفر أو قطاع أبيض).

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{4}{10} + \frac{2}{10}$$

- احتمال الحصول على (قطاع أحمر أو عدد زوجي).

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{5}{10} + \frac{3}{10}$$

- احتمال الحصول على (مضاعف للعدد ٢ أو عدد يقبل القسمة على ٤).

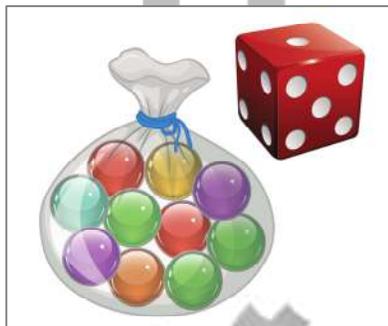
$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

- احتمال الحصول على (عدد أولي أو قطاع أصفر).

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{2}{10} + \frac{4}{10}$$



س عند رمي حجر نرد مرة واحدة، و سحب كرة عشوائيا من الكيس المجاور الذي فيه كرات، أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :



- س** الحصول على ١ و كرة حمراء)

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{2}{6} \times \frac{1}{3}$$

- س** الحصول على ٣ و كرة بنفسجية)

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \times \frac{1}{3}$$

- س** الحصول على ٢ و كرة خضراء)

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{3}{6} \times \frac{1}{3}$$



س في أحد معسكرات الشباب ٩ أشخاص من البحرين و ٨ أشخاص من الكويت، ٧ أشخاص من السعودية. اختير من بينهم أحد الأشخاص عشوائياً. احسب احتمال أن يكون من السعودية أو من الكويت

$$24 = 7 + 8 + 9$$

$$P = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد كل العناصر}} = \frac{15}{24}$$

$$\frac{15}{24} = \frac{8}{24} + \frac{7}{24}$$



U U L A A

معلمة
مفتوحة في الكويت
KuwaitTeacher.Com