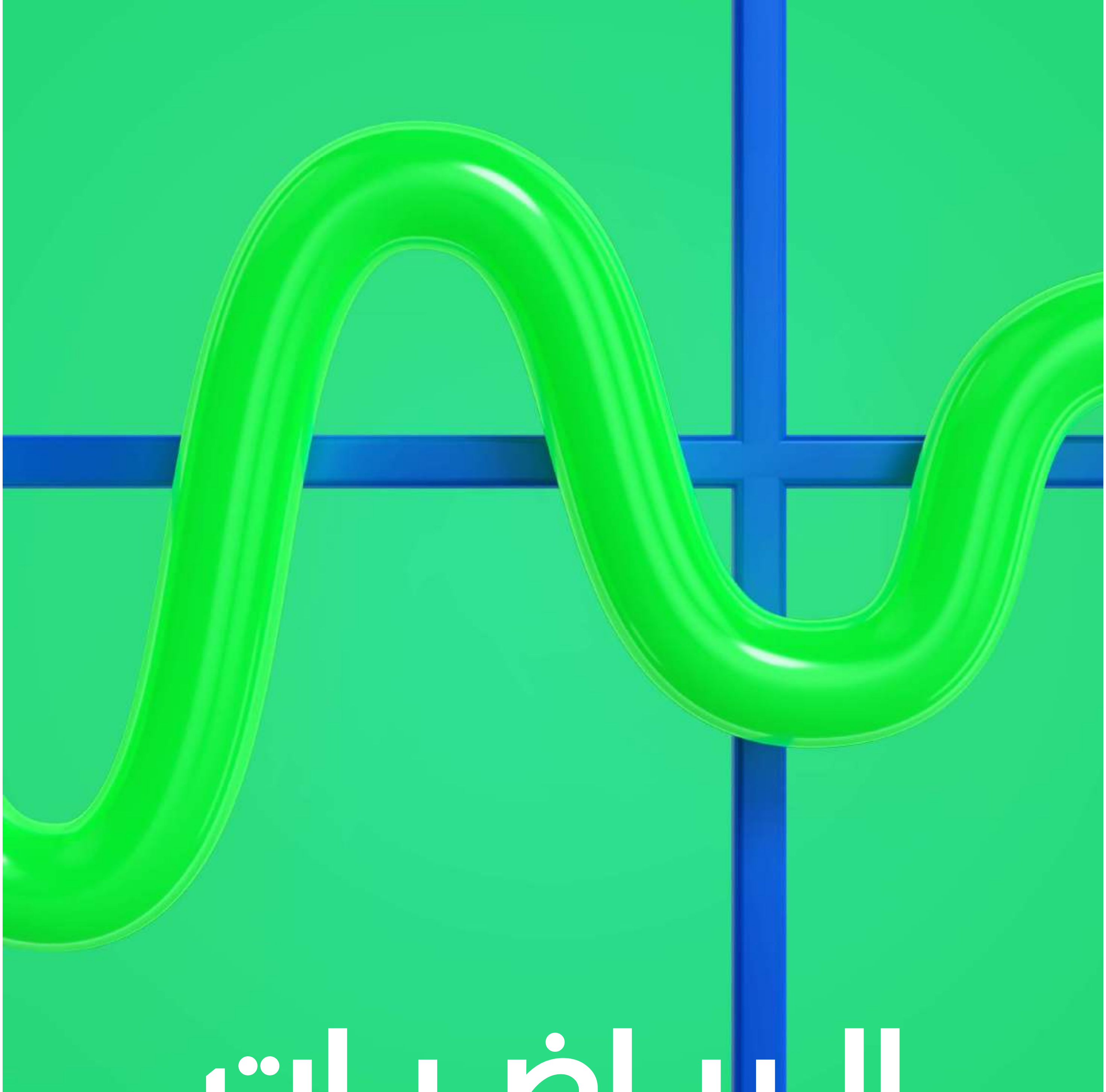


الرياضيات

الكورس الثاني

9

صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

UULA.COM 2021-2022

UULA

الـريـاضـيـات

الـكـورس الثاني

9

صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

شلون تتفوق بدراستك

طريقة علا المتكاملة للدراسة تشمل الاستفادة من المذكرة و الفيديوهات و الاختبارات

علا تخلي المذكرة أقوى

تبي أعلى الدرجات؟ لا تعتمد على المذكرة بروحها – ادرس صح من الفيديوهات و الاختبارات

فيديوهات تشرح لك

تابع الفيديوهات و انت تدرس المذكرة عشان تضبط الدرس

اختبارات ذكية تدربك

حل الاختبارات الالكترونية أول بأول عشان ترفع مستواك

اشترك بالمادة

احرص على تفعيل اشتراكك عشان تستفيد كثر ما تقدر

UULA

اكتشف عالم التفوق مع باقات علا

ادرس جميع مواد مرحلتك باشتراك واحد بسعر خيالي

UULA

معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

المنقذ

أقوى مذكرة صارت الحين أقوى و أقوى مع خاصية
المنقذ للمساعدة الفورية

شنو المنقذ ؟
امسح الباركود بكاميرا تلفونك
وتعرف على طريقة استخدام المنقذ

UULA

شنو فايدة هالخاصية ؟
أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ بينقذك .

امسح الباركود بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت فاتح المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو الشرح.

KuwaitTeacher.Com

قائمة المحتوى

01 الوحدة السادسة

02 الوحدة السابعة

03 الوحدة الثامنة: هندسة المثلّث

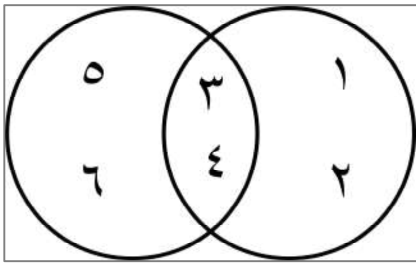
04 الوحدة التاسعة: النسبة المئوية

KuwaitTeacher.Com

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

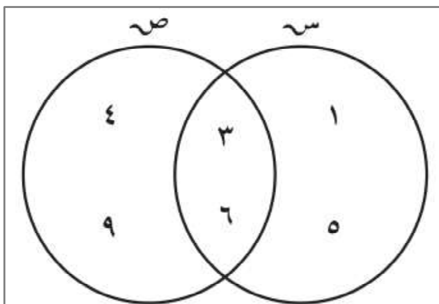
مجموعة الفرق

س من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي:



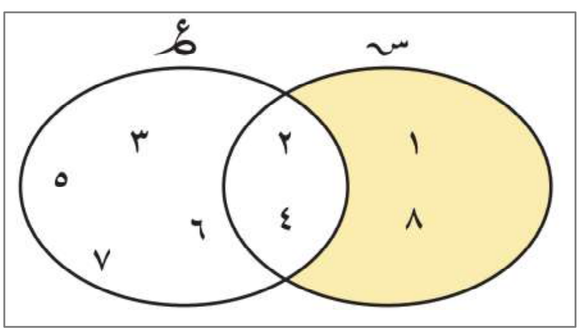
- س = {١،٢،٣،٤}
- ص = {٣،٤،٥،٦}
- س ∩ ص = {٣،٤}
- س ∪ ص = {١،٢،٣،٤،٥،٦}

س من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي:



- س = {١، ٣، ٥، ٦}
- ص = {٤، ٣، ٩، ٦}
- س − ص = {١، ٥}
- ص − س = {٤، ٩}

س إذا كانت س = { أ: أ ∈ ص ، أ عامل من العوامل الموجبة للعدد ٨ } ،
ع = { ب: ب ∈ ص ، ١ < ب ⩽ ٧ }، حيث ص مجموعة من الأعداد الصحيحة.
فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي: س ، ع ، س − ع ، ع − س .
ثم مثل كلاً من س ، ع بشكل ڤن و ظلل المنطقة التي تمثل س − ع .



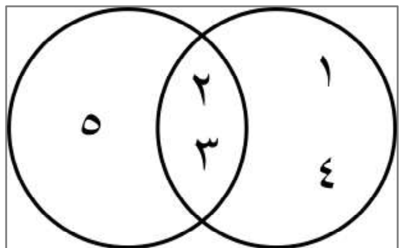
س = { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ }
ع = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ }
س-ع = { ١ ، ٨ }
ع -س = { ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ }

صفوة في الكويت معاً
KuwaitTeacher.Com

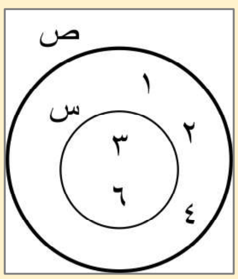
س إذا كان ع= { أ : أ ∈ ص ، ١ ≤ أ < ٥ } ،
حيث ص مجموعة من الأعداد الصحيحة.
ع = { ب : ب عامل من العوامل الأولية للعدد ٣٠ }
فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي:

- ع = {١،٢،٣،٤}
- ع = {٢،٣،٥}
- ع − ع = {١،٤}

مثل كلاً من ع ، ع بشكل فن ، ثم ظلل المنطقة التي تمثل ع - ع



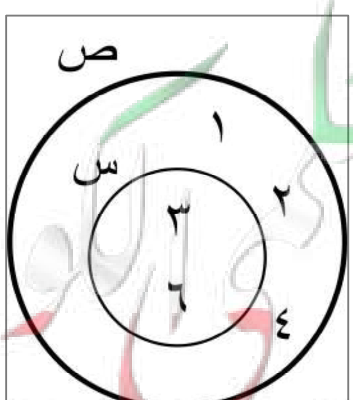
ملاحظات (الاحتواء)



س = {٣،٦}
ص = {١،٢،٣،٤،٦}
س ⊆ ص
س ∩ ص = س = {٣،٦}

س إذا كانت سَ = مجموعة مضاعفات العدد ٣ الأصغر من ٩،
ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ } فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي:

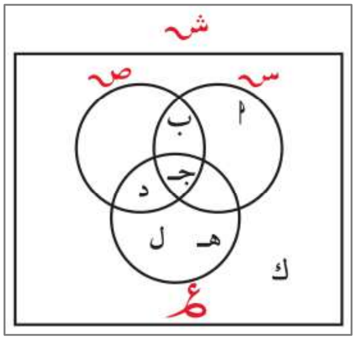
- سَ = {٣،٦}
- سَ − ص = φ
- ص − سَ = {١،٢،٤}
- مثل كلاً من سَ ، ص بشكل فن ، ثم ظلل المنطقة التي تمثل ص ∋ سَ



Kuwaitteacher.Com

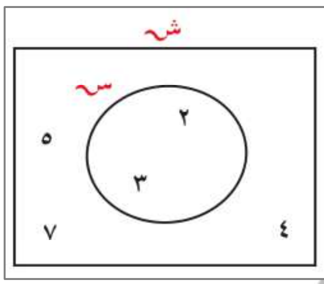
المجموعة الشاملة – المجموعة المتممة

س من الشكل المقابل أكتب بذكر العناصر كلاً مما يلى:



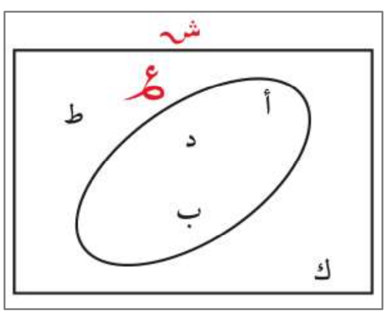
- ش = {١،٣،٥، ٧،٨،٩}
- س = {١،٣،٥}
- $\overline{\text{س}}$ = ش − س = {٧،٨،٩}
- $\overline{\overline{\text{س}}}$ = س = {١،٣،٥}

س من الشكل المقابل ، أكتب بذكر العناصر كلاً مما يلى:



- ش = {٢،٣،٤،٥،٧}
- س = {٢،٣}
- $\overline{\text{س}}$ = ش - س = {٤،٥،٧}
- س ∩ $\overline{\text{س}}$ = ϕ
- س ∪ $\overline{\text{س}}$ = {٢،٣،٤،٥،٧} = ش
- $\overline{\overline{\text{س}}}$ = س = {٢،٣}

س من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:



- ش = {أ،د،ب،ك،ط}
- ع = {أ،د،ب}
- $\overline{\text{ع}}$ = {ك،ط}
- $\overline{\overline{\text{ع}}}$ = ع = {أ،د،ب}

ويمكن إستنتاج أن

س ∩ $\overline{\text{س}}$ = ϕ

ش − $\overline{\text{س}}$ = س

ش ∪ س = ش

ش ∪ $\overline{\text{س}}$ = ش

س ∪ $\overline{\text{س}}$ = ش

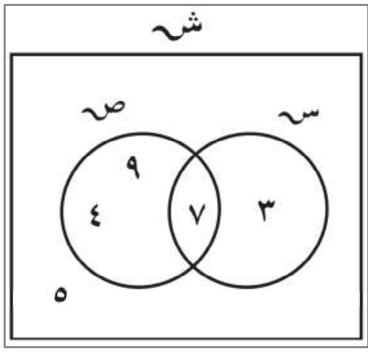
$\overline{\overline{\text{س}}}$ = س

ش ∩ س = س

ش ∩ $\overline{\text{س}}$ = $\overline{\text{س}}$

KuwaitTeacher.Com

س من الشكل المقابل ، أكتب بذكر العناصر كلاً مما يلي:



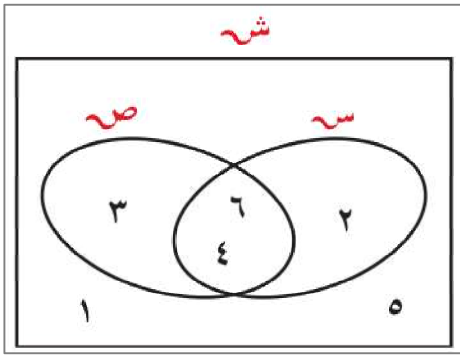
- ش = {٣،٧،٩،٤،٥}
- س = {٣،٧}
- ص = {٧،٩،٤}
- $\overline{\text{س}}$ = {٩،٤،٥}
- $\overline{\text{ص}}$ = {٣،٥}
- $\overline{\text{س}} \cap \overline{\text{ص}}$ = {٥}
- $\text{س} \cup \text{ص}$ = {٣،٧،٩،٤}
- $\overline{\text{س} \cup \text{ص}}$ = {٥}
- ماذا تلاحظ؟ $\overline{\text{س}} \cap \overline{\text{ص}} = \overline{\text{س} \cup \text{ص}}$
- $\overline{\text{س}} \cup \overline{\text{ص}}$ = {٩،٤،٣،٥}
- $\text{س} \cap \text{ص}$ = {٧}
- $\overline{\text{س} \cap \text{ص}}$ = {٩،٤،٣،٥}
- ماذا تلاحظ؟ $\overline{\text{س}} \cup \overline{\text{ص}} = \overline{\text{س} \cap \text{ص}}$

قوانين دي مورغان De Morgan:

- $\overline{\text{س} \cup \text{ص}} = \overline{\text{س}} \cap \overline{\text{ص}}$
- $\overline{\text{س} \cap \text{ص}} = \overline{\text{س}} \cup \overline{\text{ص}}$

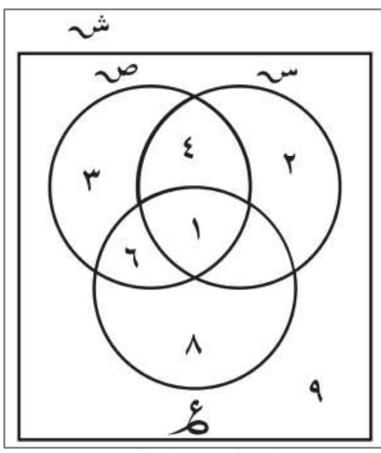
KuwaitTeacher.Com

س من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:



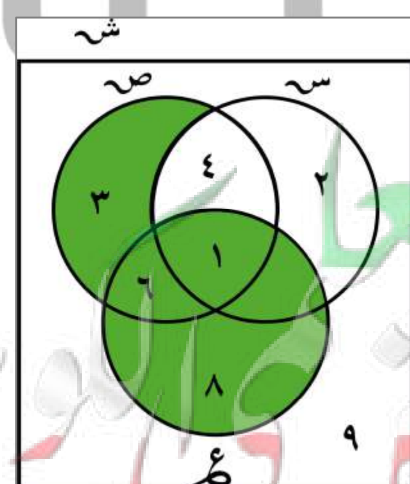
- ش = {١،٢،٣،٤،٥،٦}
- س = {٢،٤،٦}
- ص = {٣،٤،٦}
- $\overline{س}$ = {١،٣،٥}
- $\overline{ص}$ = {١،٢،٥}
- $\overline{(س \cap ص)}$ = {١،٢،٣،٥} = $\overline{س} \cup \overline{ص}$
- $\overline{(س \cup ص)}$ = {١،٥} = $\overline{س} \cap \overline{ص}$

س من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:



- ش = {١،٢،٣،٤،٦،٨،٩}
- ص = {١،٣،٤،٦}
- $\overline{س}$ = {٣،٦،٨،٩}
- ص - ع = {٣،٤}
- $\overline{(س \cap ص)}$ = {٢،٣،٦،٨،٩}
- ظلل المنطقة التي تمثل $\overline{(س - ع)}$.

س − ع = {٢،٤}



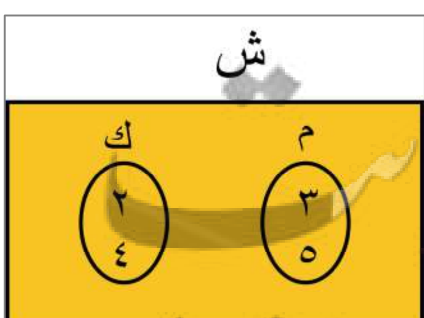
© جميع الحقوق محفوظة
KuwaitTeacher.Com

س إذا كانت المجموعة الشاملة شـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،
س = { أ : أ $\in$ مجموعة الأعداد الكلية ، ٢ $\leqslant$ أ < ٤ } ،
ص = { ب : ب $\in$ مجموعة الأعداد الكلية، ب عامل من عوامل العدد ٤ }
فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:

- س = {٢،٣}
- ص = {١،٢،٤}
- $\overline{\text{س}}$ = {١،٤،٥}
- $\overline{\text{ص}}$ = {٣،٥}
- ($\overline{\text{س} \cap \text{ص}}$) = {١،٣،٤،٥}
- ($\overline{\text{س} \cup \text{ص}}$) = {٥}
- ($\overline{\overline{\text{س} \cap \text{ص}}}$) = {٢}

س إذا كانت المجموعة الشاملة شـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،
م = مجموعة الأعداد الفردية الأكبر من ١ والأصغر من ٧ ،
ك = { أ : أ عدد زوجى ، ١ < أ < ٦ } فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى

- م = {٣،٥}
- ك = {٢،٤}
- $\overline{\text{م}}$ = {١،٢،٤}
- $\overline{\text{ك}}$ = {١،٣،٥}
- ($\overline{\text{م} \cap \text{ك}}$) = {١،٢،٣،٤،٥}
- (م - ك) = {٣،٥}
- ($\overline{\text{م} - \text{ك}}$) = {١،٢،٤}
- مثل كلاً من شـ ، م ، ك بشكل فن ، ثم ظلل المنطقة التي تمثل ($\overline{\text{م} \cap \text{ك}}$)



التطبيق وأنواعه

التطبيق الذى يتساوى فيه المدى والمجال المقابل يسمى **(تطبيق شامل)**

التطبيق الذى لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابل يسمى **(تطبيق متباين)**

التطبيق الشامل والمتباين يسمى **(تطبيق تقابل)**

س إذا كانت سـ= { -١ ، ٠ ، ٣ } ، ص= { -٣ ، -١ ، ٥ } ،
التطبيق ت : سـ ⟵ ص ، حيث ت (سـ) = ٢سـ - ١

- أوجد مدى التطبيق ت

ت(سـ) = ٢سـ − ١
ت(−١) = ٢ × (−١) − ١ = −٣
ت(٠) = ٢ × (٠) − ١ = −١
ت(٣) = ٢ × (٣) − ١ = ٥
المـدى = {−٣، −١، ٥}

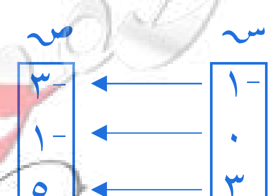
- أكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتبة

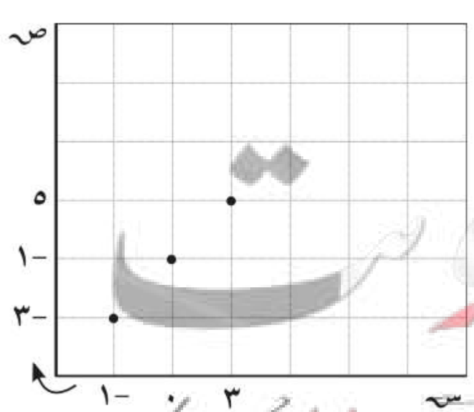
ت = {(−١، −٣)، (٠، −١)، (٣، ٥)}

- بيّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

تطبيق شامل المدى = المجال المقابل
تطبيق متباين ت(−١) ≠ ت(٠) ≠ ت(٣)
تطبيق تقابل شامل و متباين

- مثل التطبيق ت بمخطط سهمي وآخر بياني





س إذا كانت سـ= { -٢ ، ٠ ، ٢ } ، ص= { -٤ ، ٢ ، ٨ } ،
التطبيق ت : سـ ⟵ ص ، حيث ت (سـ) = ٣سـ + ٢

- أوجد مدى التطبيق ت

ت(سـ) = ٣سـ + ٢

ت(-٢) = ٣ × (-٢) + ٢ = -٤

ت(٠) = ٣ × (٠) + ٢ = ٢

ت(٢) = ٣ × (٢) + ٢ = ٨

المدى = {-٤، ٢، ٨}

- أكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتبة

ت = {(-٢، -٤)، (٠، ٢)، (٢، ٨)}

- مثل التطبيق ت بمخطط سهمي

سـ		ص
-٢	⟵	-٤
٠	⟵	٢
٢	⟵	٨

- بيّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

تطبيق شامل   المدى = المجال المقابل

تطبيق متباين   ت(-٢) ≠ ت(٠) ≠ ت(٢)

تطبيق تقابل   شامل و متباين

KuwaitTeacher.Com

س إذا كانت ل = { ١ ، -١ ، ٣ } ، م = { ٢ ، ٥ ، ١٠ } ،
التطبيق هـ : ل ⟵ م ، حيث هـ (س) = س^{٢} + ١

- أوجد مدى التطبيق هـ

هـ(س) = س^{٢} + ١

هـ(١) = (١)^{٢} + ١ = ٢

هـ(−١) = (−١)^{٢} + ١ = ٢

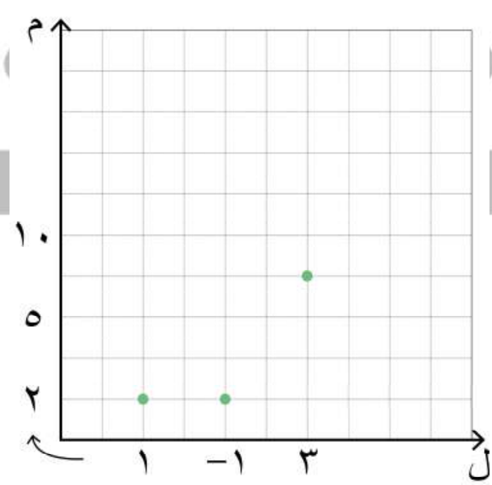
هـ(٣) = (٣)^{٢} + ١ = ١٠

المـدى = {٢ ، ١٠}

- أكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتبة.

هـ = {(١،٢)، (−١،٢)، (٣،١٠)}

- مثل التطبيق هـ بمخطط بياني



- بيّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

ليس تطبيق شامل   المدى ≠ المجال المقابل

ليس تطبيق متباين   هـ(١) = هـ(−١)

∴ تطبيق ليس تقابل ليس شامل وليس متباين

س إذا كانت $س = \{ ٠ ، ١ ، ٢ \}$ ، $ص = \{ ٠ ، ١ ، ٨ \}$ ،
التطبيق $د : س \longrightarrow ص$ ، حيث $د(س) = س^{٣}$

- أوجد مدى التطبيق د

$د(٠) = (٠)^{٣} = ٠$

$د(١) = (١)^{٣} = ١ \times ١ \times ١ = ١$

$د(٢) = (٢)^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$

المــدى $= \{٠،١،٨\}$

- أكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتبة.

$د = \{(٠،٠) ، (١ ، ١) ، (٢،٨)\}$

- بيّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

تطبيق شامل   المدى = المجال المقابل

تطبيق متباين $د(٠) \neq د(١) \neq د(٢)$

تطبيق تقابل شامل ومتباين

س إذا كانت $س = \{ ١ ، ٤ ، ٩ \}$ ، $ص = \{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ \}$ ،
التطبيق $ت : س \longrightarrow ص$ ، حيث $ت(س) = \sqrt{س}$

- أوجد مدى التطبيق ت

$ت(١) = \sqrt{١} = ١$

$ت(٤) = \sqrt{٤} = ٢$

$ت(٩) = \sqrt{٩} = ٣$

المــدى $= \{١،٢،٣\}$

- بيّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

ليس تطبيق شامل   المدى $\neq$ المجال المقابل

تطبيق متباين $ت(١) \neq ت(٤) \neq ت(٩)$

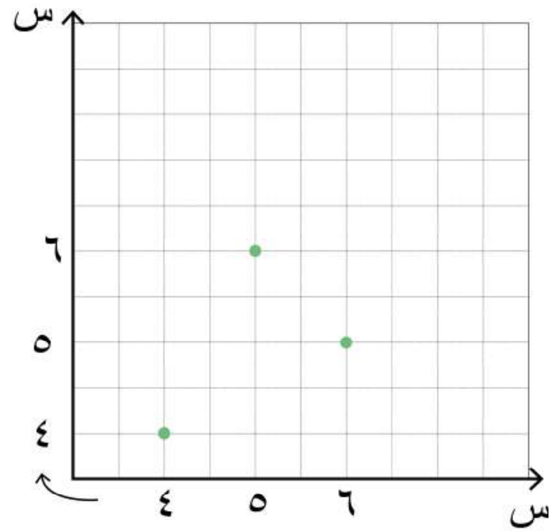
$\therefore$ تطبيق ليس تقابل ليس شامل

س إذا كانت سـ = { ٤ ، ٥ ، ٦ } ، التطبيق ك : سـ ← سـ ،
حيث ك = { (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٥) }

- أوجد مدى التطبيق ك

المـدى = {٤،٦،٥}

- مثل التطبيق ك بمخطط بياني



- بيّن أن التطبيق ك تطبيق تقابل

شامل المدى = المجال المقابل

متباين ك(٤) ≠ ك(٥) ≠ ك(٦)

∴ تطبيق تقابل شامل ومتباين

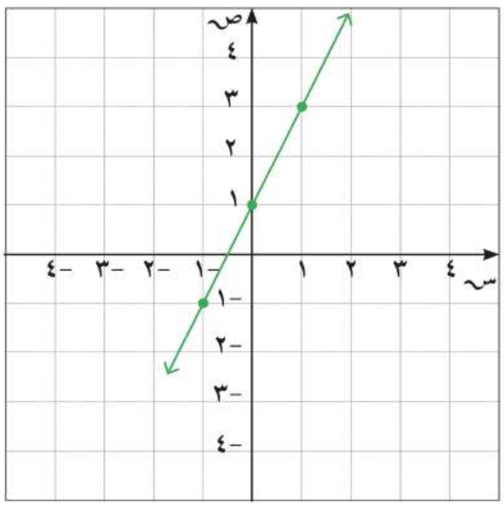
KuwaitTeacher.Com

© جميع الحقوق محفوظة

الدالة الخطية

الدالة الحقيقية د : ح ⟵ ح ، د(س) = أس + ب
حيث أ ، ب ∈ ح تسمى (دالة خطية) (تطبيق خطى).

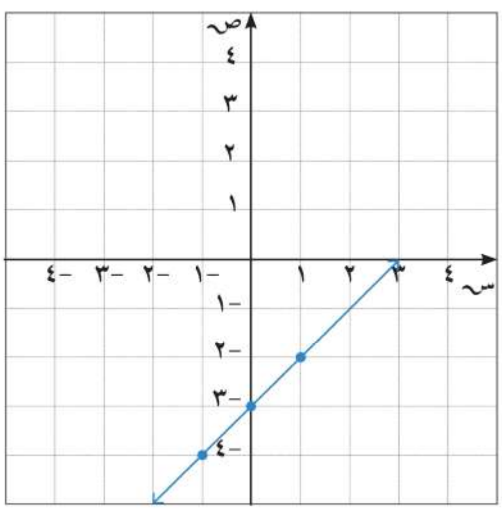
د س = أس + ب
د س = ٢س + ١



ارسم بيانياً كل من الدوال الخطية التالية:

س ص=س-٣

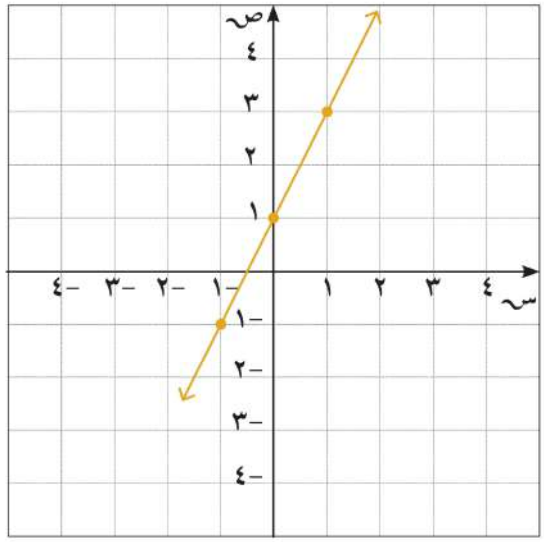
ص= س-٣			
س	١	٠	١-
ص	٢-	٣	٤-



KuwaitTeacher.Com

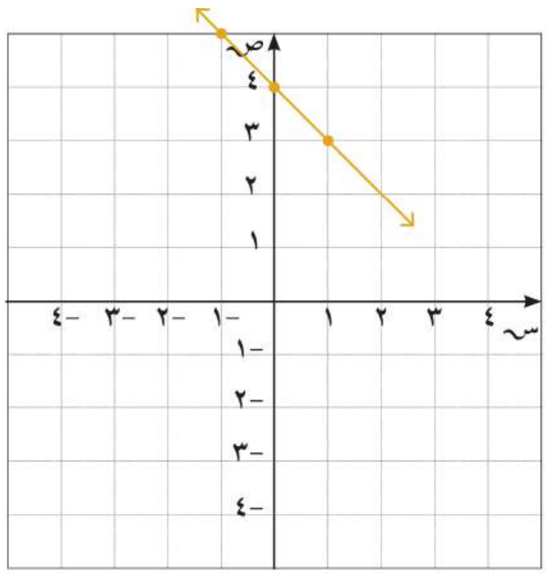
س ص= ٢س+ ١

ص= ٢س+١			
س	١	٠	−١
ص	٣	١	−١



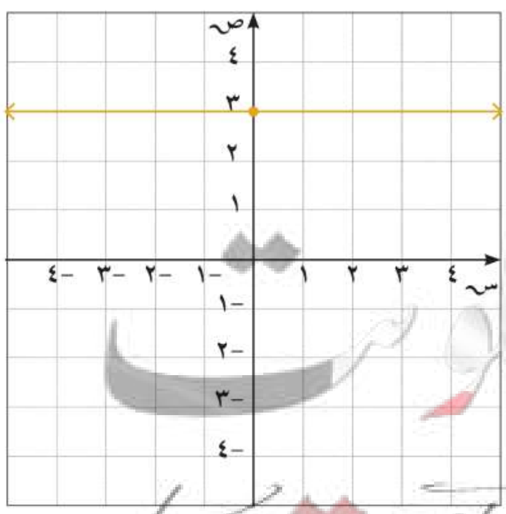
س ص= ٤ −س

ص= ٤ −س			
س	١	٠	−١
ص	٣	٤	٥



س ص=٣

ص= ٣			
س	١	٠	−١
ص	٣	٣	٣



KuwaitTeacher.Com

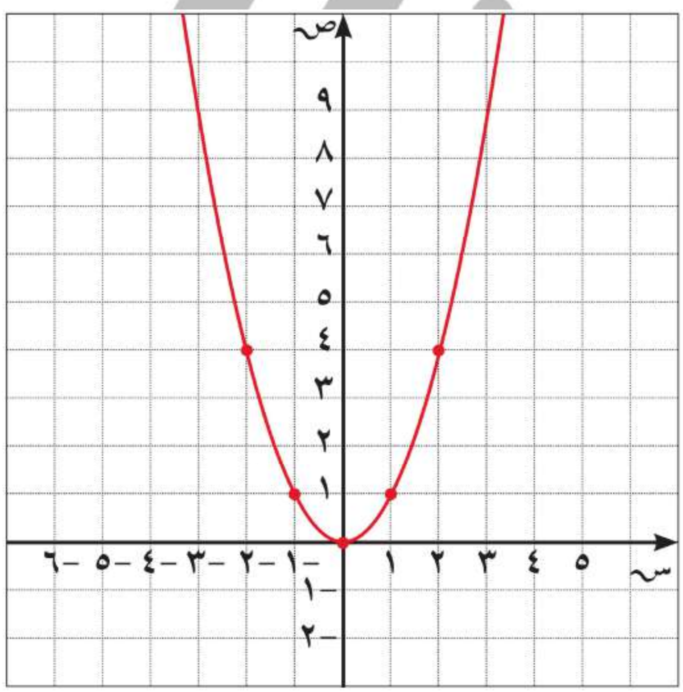
© جميع الحقوق محفوظة

الدالة التربيعية

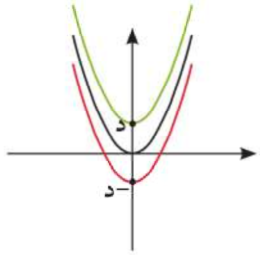
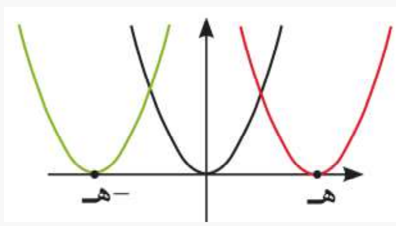
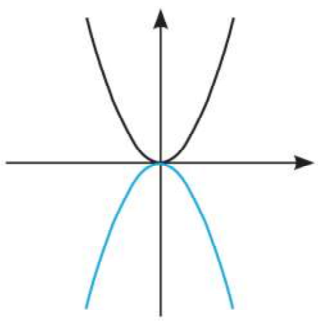
الدالة الحقيقية التي فيها القوة الأعلى للمتغير المستقل ٢ تسمى **(دالة تربيعية)**
ويكون الرسم البياني للدالة التربيعية منحنى على شكل ∨ أو ∧
ويسمى **(قطع مكافئ)**

الصورة العامة للدالة التربيعية هي:

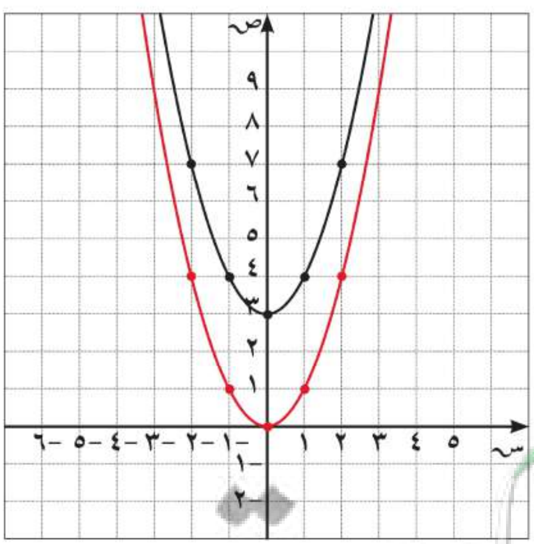
ص = $\underbrace{\text{أ س}^{٢}}_{\text{حد من الدرجة الثانية}}$ + $\underbrace{\text{ب س}}_{\text{حد من الدرجة الأولى}}$ + $\underbrace{\text{جـ}}_{\text{حد ثابت}}$ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية، أ ≠ ٠



صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

الدالة التربيعية	التحويلات الهندسية المطبقة على التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = $س^2$	التمثيل البياني
ص = $س^2$ + د	إزاحة رأسية د وحدة إلى الأعلى إذا كانت د موجبة، وإزاحة رأسية |د| وحدة إلى الأسفل إذا كانت د سالبة.	
ص= $(س + هـ)^2$	إزاحة أفقية هـ وحدة إلى اليسار إذا كانت هـ موجبة، وإزاحة أفقية |هـ| وحدة إلى اليمين إذا كانت هـ سالبة.	
ص= −$س^2$	انعكاس في محور السينات	

س مثل بيانياً الدالة ص = $س^2$ + ٣ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = $س^2$



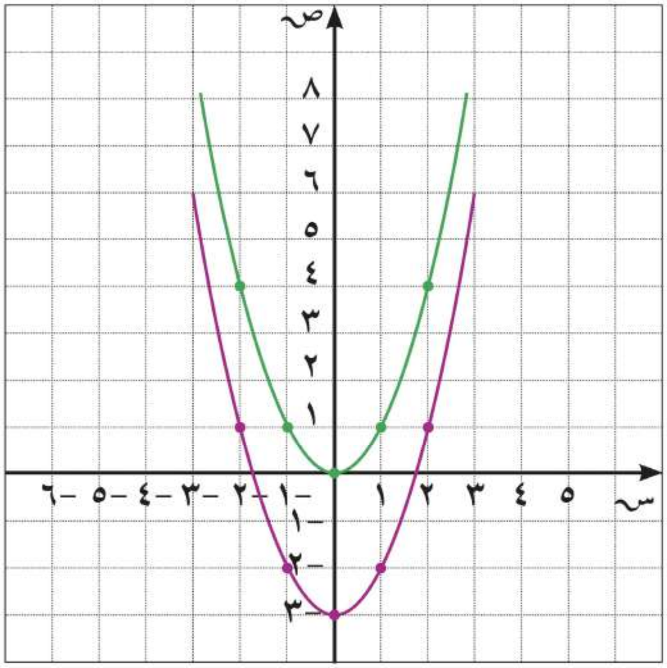
- نرسم بيان الدالة ص = $س^2$
- بيان الدالة ص = $س^2$+٣

هو إزاحة رأسية لبيان الدالة: ص = $س^2$ ٣ وحدات إلى الأعلى وتمثل كما في الشكل.

KuwaitTeacher.Com

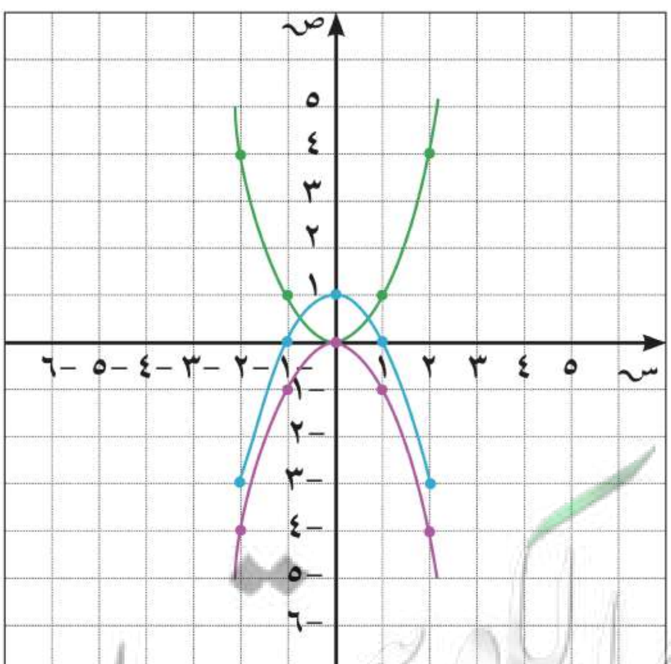
مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^2$، مثل بيانياً كلا من الدوال التالية:

س $ص = س^2 - ٣$



- نرسم بيان الدالة $ص = س^2$
- بيان الدالة $ص = س^2 - ٣$ هو إزاحة رأسية لبيان الدالة: $ص = س^2$ ٣ وحدات إلى الأسفل

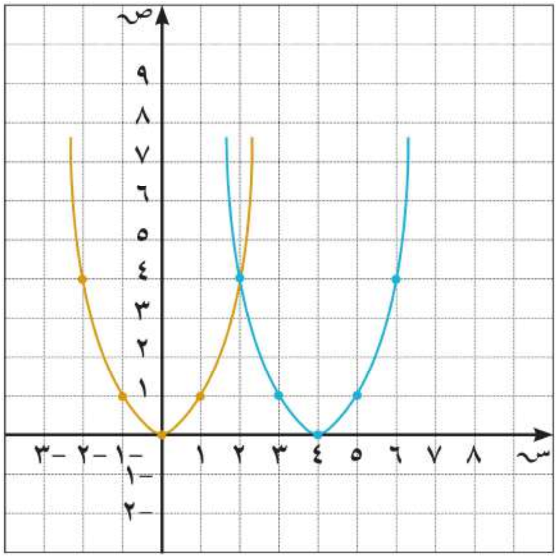
س $ص = -س^2 + ١$



- نرسم بيان الدالة $ص = س^2$
- بيان الدالة $ص = - س^2 + ١$ هو انعكاس لبيان الدالة: $ص = س^2$ بمحور السينات ثم إزاحة رأسية وحدة واحدة إلي الأعلى

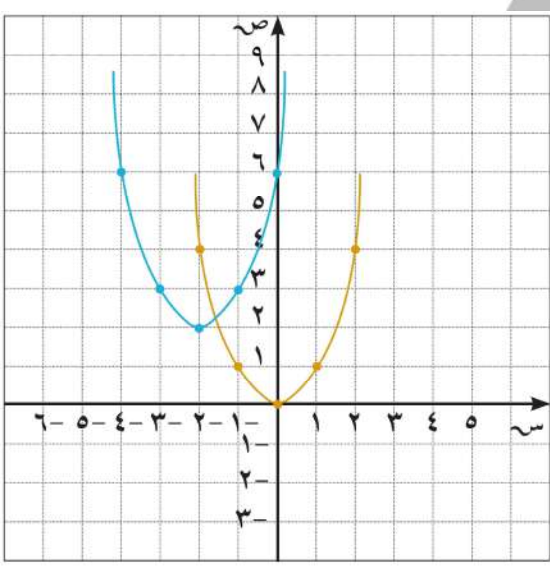
© جميع الحقوق محفوظة
KuwaitTeacher.Com

س $ص = (س - ٤)^٢$



- نرسم بيان الدالة $ص = س^٢$
- بيان الدالة $ص = (س-٤)^٢$ هو إزاحة أفقية لبيان الدالة: $ص = س^٢$ ٤ وحدات إلى اليمين

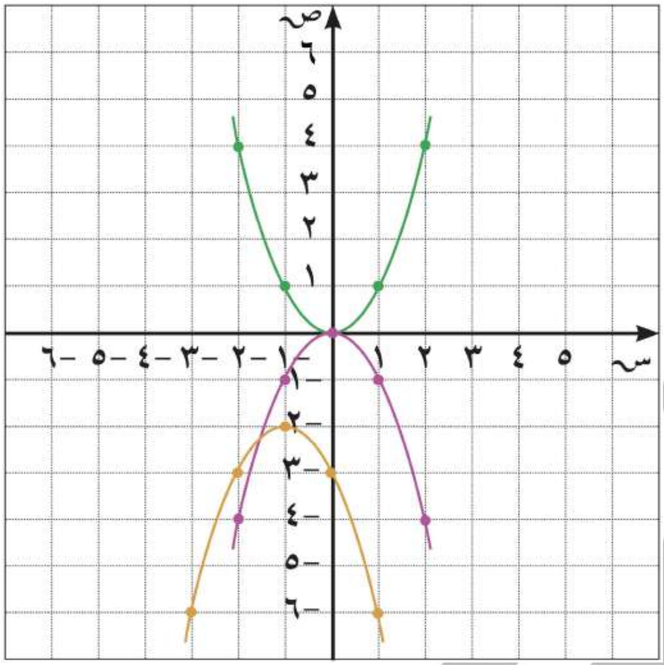
س $ص = (س + ٢)^٢ + ٢$



- نرسم بيان الدالة $ص = س^٢$
- بيان الدالة $ص = (س+٢)^٢ + ٢$ هو إزاحة أفقية لبيان الدالة: $ص = س^٢$ وحدتين إلي اليسار وإزاحة رأسية وحدتين إلي الأعلى

س $ص = -(س+1)^2 - 2$

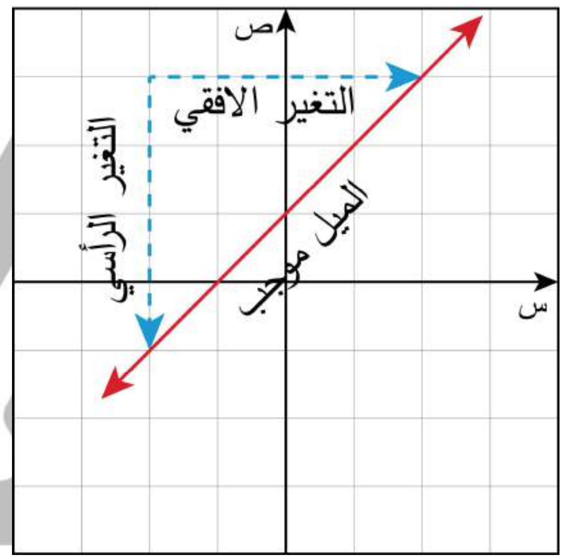
- نرسم بيان الدالة $ص = س^2$
- بيان الدالة $ص = -(س+1)^2 - 2$ هو انعكاس لبيان الدالة: $ص = س^2$ بمحور السينات ثم إزاحة أفقية وحدة واحدة إلى اليسار وإزاحة رأسية وحدتين إلى الأسفل



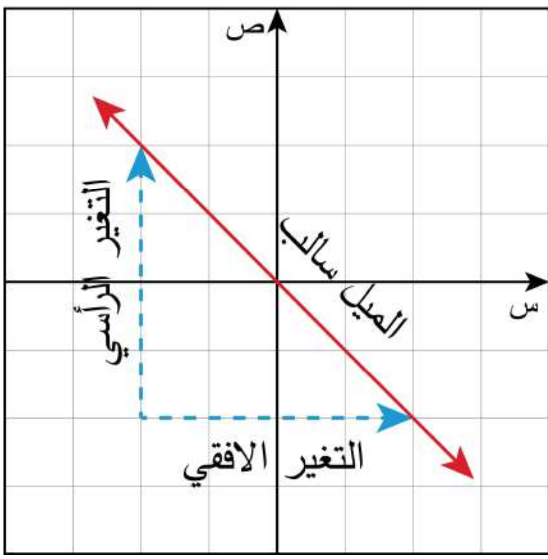
© جميع الحقوق محفوظة

الميل

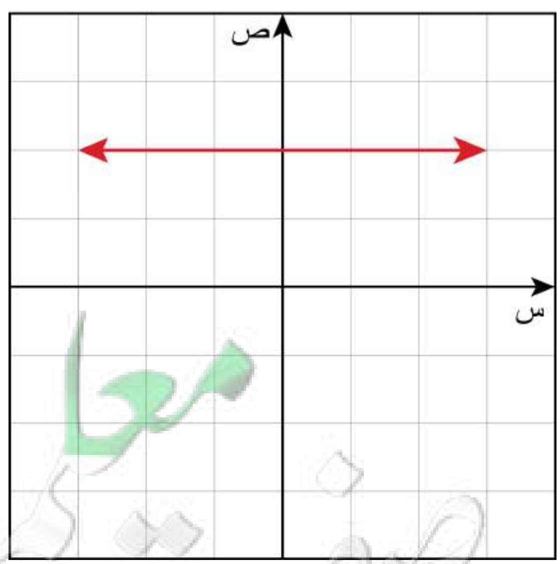
$$\text{ميل } \overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقى}}$$



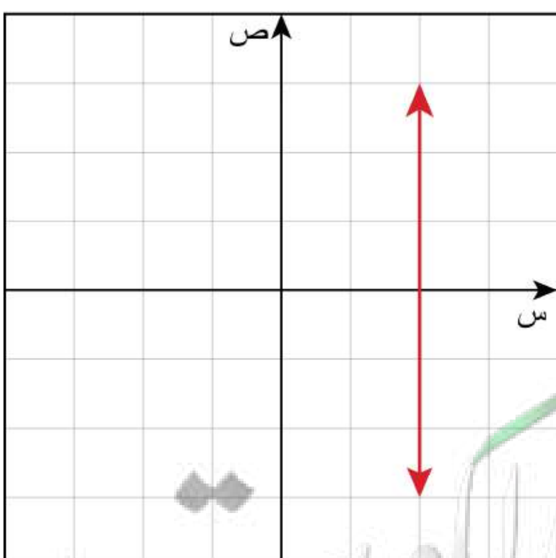
ميل المستقيم موجب



ميل المستقيم سالب



ميل المستقيم الأفقي يساوى صفراً

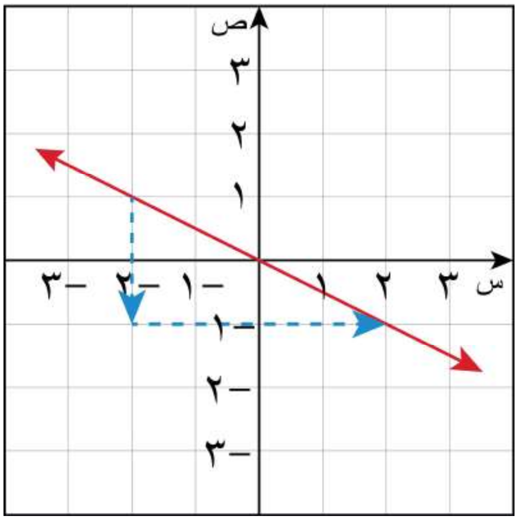


المستقيم الرأسي ليس له ميل

KuwaitTeacher.Com

© جميع الحقوق محفوظة

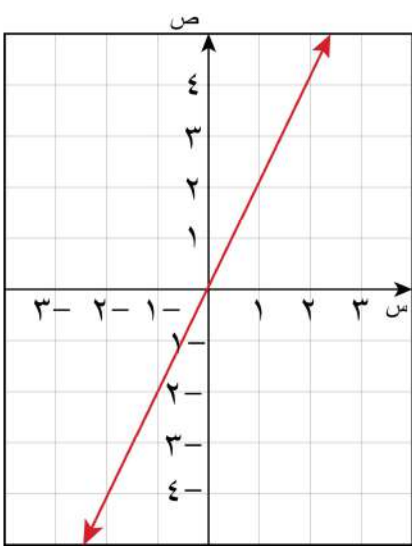
س في الشكل المقابل: أوجد ميل المستقيم المرسوم



الميل (م) = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

الميــل = $-\frac{٢}{٤} = -\frac{١}{٢}$

س أوجد ميل المستقيم في الشكل المقابل:



الميل (م) = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

الميــل = $\frac{٢}{١} = ٢$

(حاول إيجاد الميل بطريقة أخرى)

إذا كانت أ ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب ($س_٢$ ، $ص_٢$) نقطتين في المستوى الإحداثى فإن

ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ، $س_٢ \neq س_١$

س أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين أ (−٢،١) ، ب (٥،٧)

ميــل $\overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٧ - ١}{٥ - (-٢)} = \frac{٦}{٧}$

KuwaitTeacher.Com

© جميع الحقوق محفوظة

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين في كل مما يلي:

س أ (١،٢) ، ب (٣،٤).

الميـــل= $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

الميـــل= $\frac{٤-٢}{٣-١} = \frac{٢}{٢} = ١$

موجب

س د (-١،٦) ، هـ (٤،٥).

الميـــل= $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

الميـــل= $\frac{٥-٦}{٤-(-١)} = \frac{-١}{٥}$

سالبة

س ل (-٤،٠) ، ك (٠،-٣).

الميـــل= $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

الميـــل= $\frac{-٣-٠}{٠-(-٤)} = \frac{-٣}{٤}$

سالبة

س م (٢،٣) ، ن (-٥،٣).

الميـــل= $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

الميـــل= $\frac{٣-٣}{-٥-٢} = \frac{٠}{-٧} = ٠$

المعادلة على الصورة: ص = م س + ب تمثل معادلة المستقيم الذى ميله م ، والجزء المقطوع من محور الصادات ب .

مثال:

س أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته:
ص= ٥س-٣

المعادلة: ص=٥س-٣
على الصورة: ص=م س+ب
الميل (م) = ٥
والجزء المقطوع من محور الصادات (ب)=-٣

أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته:

س ص=٣س+٤

الميـــل= ٣

الجـزء المقطـوع= ٤

س ص=-٣-٧س

ص = -٧س - ٣

الميـــل= -٧

الجـزء المقطـوع= -٣

س ص=٥ س

الميل=٥

الجزء المقطوع =٠

س ٢س+ص=١

ص = م س + ب

ص = ١ − ٢س

ص = −٢س + ١

الميل= −٢

الجزء المقطوع=١

س ٣ص−٦س+٧=٠

ص = م س + ب

$\frac{\cancel{٣}\text{ص}}{\cancel{٣}} = \frac{\overset{٢}{\cancel{٦}}\text{س}}{\cancel{٣}} - \frac{٧}{٣}$

$\text{ص} = ٢\text{س} - \frac{٧}{٣}$

الميل=٢

الجزء المقطوع= $-\frac{٧}{٣}$

س ٢ص=٣س+٨

$\text{ص} = \frac{٣}{٢}\text{س} + ٤$

الميل= $\frac{٣}{٢}$

الجزء المقطوع=٤

س −ص+س+٢=٠

ص = م س + ب

س + ٢ = ص

ص = ١س + ٢

الميل=١

الجزء المقطوع=٢

س ص=٩

الميل=٠

الجزء المقطوع=٩

KuwaitTeacher.Com
معا صفوة في الكويت

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

ليكن $م_1$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_1}$ ، $م_2$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_2}$:

- $\overleftrightarrow{ل_1} // \overleftrightarrow{ل_2} \Leftrightarrow م_1 = م_2$
- $\overleftrightarrow{ل_1} \perp \overleftrightarrow{ل_2} \Leftrightarrow م_1 \times م_2 = -1$ أي أن: $م_1 = \frac{-1}{م_2}$

س أذا كان $\overleftrightarrow{ن}$ يمر بالنقطتين أ(-٣،٥) ، ب(-٤،٣) ،
وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص=٢س+٧ ، فأثبت أن $\overleftrightarrow{ن} // \overleftrightarrow{ك}$

∵ $\overleftrightarrow{ن}$ يمر بالنقطتين أ(-٣،٥) ، ب(-٤،٣) ،

∴ ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٣ - ٥}{-٤ - (-٣)} = \frac{-٢}{-١} = ٢$

∵ معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص=٢س+٧

∴ ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = ٢

∵ ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = ميل $\overleftrightarrow{ك}$

∴ $\overleftrightarrow{ن} // \overleftrightarrow{ك}$

س أذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو -٤ فأي من المستقيمات التالية يوازي $\overleftrightarrow{أب}$

- $\overleftrightarrow{جد}$ الذي يمر بالنقطتين:
  ج (٠، ٦) ، د (-٤،٢)

  ميل $\overleftrightarrow{جد} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

  ميل $\overleftrightarrow{جد} = \frac{٢ - ٦}{-٤ - ٥} = \frac{-٤}{-٤} = ١$

  ميل $\overleftrightarrow{أب} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{جد}$

  $\overleftrightarrow{أب}$ لا يوازي $\overleftrightarrow{جد}$

- $\overleftrightarrow{عل}$ الذي معادلته:
  ص+٤س-٥=٠

  ص = م س + ب

  ص = -٤س + ٥

  ميل $\overleftrightarrow{عل} = -٤$

  ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{عل} = -٤$

  ∴ $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{عل}$

س إذا كان $\overleftrightarrow{\text{من}}$ يمر بالنقطتين م(٢،٦) ، ن(٧،٦) ،
$\overleftrightarrow{\text{هط}}$ يمر بالنقطتين هـ(٢ ، ١) ، ط(٥ ، ١) أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{من}} // \overleftrightarrow{\text{هط}}$

الميل $= \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$

ميل $\overleftrightarrow{\text{من}} = \frac{٦ - ٦}{٧ - ٢} = \frac{٠}{٥} = ٠$

ميل $\overleftrightarrow{\text{هـط}} = \frac{١ - ١}{٥ - ٢} = \frac{٠}{٣} = ٠$

ميل $\overleftrightarrow{\text{من}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{هـط}}$

$\therefore \overleftrightarrow{\text{من}} \parallel \overleftrightarrow{\text{هـط}}$

س إذا كانت معادلة $\overleftrightarrow{\text{ك}}$: ص=٤س+٣
ومعادلة $\overleftrightarrow{\text{ن}}$: ٤ص-١٦س=١ فهل المستقيمان متوازيان؟ وضح ذلك.

ص = م س + ب

ميل $\overleftrightarrow{\text{ك}} = ٤$

$\frac{٤\text{ص}}{٤} = \frac{١}{٤} + \frac{١٦\text{س}}{٤}$

ص $= \frac{١}{٤} + ٤$س

ميل $\overleftrightarrow{\text{ن}} = ٤$

ميل $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{ن}} = ٤$

$\therefore \overleftrightarrow{\text{ك}} \parallel \overleftrightarrow{\text{ن}}$

س أذا كان $\overleftrightarrow{ل}$ يمر بالنقطتين ف(٤،٦) ، ع(٦،١) ،
وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص= $\frac{٢}{٥}$ س-٤ ، فأثبت أن $\overleftrightarrow{ل} \perp \overleftrightarrow{ك}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{١ - ٦}{٦ - ٤}$ = $\frac{-٥}{٢}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ل}$ × ميل $\overleftrightarrow{ك}$

= $\frac{-٥}{٢} \times \frac{٢}{٥} = -١$

∴ $\overleftrightarrow{ل} \perp \overleftrightarrow{ك}$

س إذا كان $\overleftrightarrow{أ}$ يمر بالنقطتين (٨،١) ، (٣،٤) ،
و معادلة $\overleftrightarrow{ب}$: ١٠س- ٦ص= -٥ فهل المستقيمان متعامدان ؟ وضح ذلك

ص = مس + ب

ميل $\overleftrightarrow{أ}$ × ميل $\overleftrightarrow{ب}$ = -١

ميل $\overleftrightarrow{أ}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٤ - ١}{٣ - ٨}$ = $\frac{-٣}{٥}$

١٠س - ٦ص = -٥ ⟸ $\frac{١٠س}{٦} + \frac{٥}{٦} = \frac{٦ص}{٦}$

$\frac{١٠س \div ٢}{٦ \div ٢} + \frac{٥}{٦}$ = ص

$\frac{٥}{٣}$س + $\frac{٥}{٦}$ = ص

ميل $\overleftrightarrow{ب}$ = $\frac{٥}{٣}$

ميل $\overleftrightarrow{أ}$ × ميل $\overleftrightarrow{ب}$ = $\frac{-\cancel{٣}}{\cancel{٥}} \times \frac{\cancel{٥}}{\cancel{٣}} = -١$

∴ $\overleftrightarrow{أ} \perp \overleftrightarrow{ب}$

س تحقق من تعامد $\overleftrightarrow{ل}_{١}$ الذى يمر بالنقطتين (٣،-٦) ، (٧،٦)
مع $\overleftrightarrow{ل}_{٢}$ الذى يمر بالنقطتين (٣،٤) ، (-٦،٧)

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{ل}_{١} = \frac{٦ - (-٦)}{٧ - ٣} = \frac{١٢}{٤} = ٣$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{ل}_{٢} = \frac{٧ - ٤}{-٦ - ٣} = \frac{٣}{-٩} = -\frac{١}{٣}$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{ل}_{١} \times \text{ميل } \overleftrightarrow{ل}_{٢} = \frac{٣}{١} \times \frac{-١}{٣} = -١$$

$$\therefore \overleftrightarrow{ل}_{١} \perp \overleftrightarrow{ل}_{٢}$$

س أذا كان $\overleftrightarrow{ن} \perp \overleftrightarrow{ل}$ و معادلة ل :ص=٢س+١ أوجد ميل $\overleftrightarrow{ن}$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{ل} = ٢$$

$$\because \text{ميل } \overleftrightarrow{ن} \perp \overleftrightarrow{ل}$$

$$\therefore \text{ميل } \overleftrightarrow{ن} = \frac{-١}{\text{ميل } \overleftrightarrow{ل}} = \frac{-١}{٢}$$

س إذا كان $\overleftrightarrow{ك} \perp \overleftrightarrow{ل}$ حيث معادلة $\overleftrightarrow{ك}$:٨س-٢ص=٩ ، أوجد ميل $\overleftrightarrow{ل}$

$$ص = م س + ب$$

$$\frac{٨س}{٢} - \frac{٩}{٢} = \frac{٢ص}{٢}$$

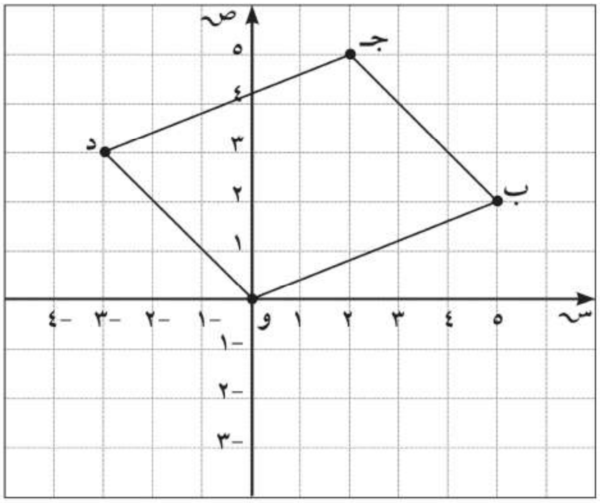
$$ص = ٤س - \frac{٩}{٢}$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{ك} = ٤$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{ل} = \frac{-١}{\text{ميل } \overleftrightarrow{ك}} = \frac{-١}{٤}$$

KuwaitTeacher.Com

س في الشكل الرباعي وبجد ، أثبت أن : $\overline{وب} \parallel \overline{دج}$



و(٠،٠)   ب(٥،٢)

د(−٣،٣) ج(٢،٥)

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$\text{ميل } \overline{وب} = \frac{٢ - ٠}{٥ - ٠} = \frac{٢}{٥}$$

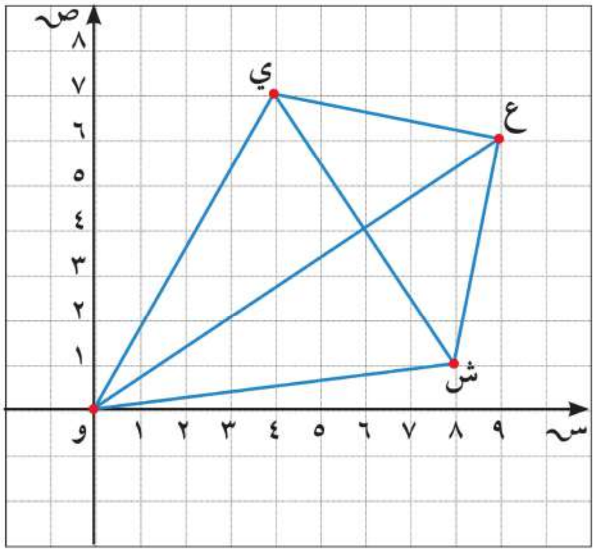
$$\text{ميل } \overline{دج} = \frac{٥ - ٣}{٢ - (-٣)} = \frac{٢}{٥}$$

$\because$ ميل $\overline{وب}$ = ميل $\overline{دج}$

$\therefore$ $\overline{وب} \parallel \overline{دج}$

© جميع الحقوق محفوظة
KuwaitTeacher.Com

س في الشكل المقابل عشوي شكل رباعي ، أثبت أن قطريه متعامدان.



$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

و(٠،٠) ، ع(٩،٦)

$\text{ميل } \overline{عو} = \frac{٦ - ٠}{٩ - ٠} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

ش(٨،١) ، ي(٤،٧)

$\text{ميل } \overline{شي} = \frac{٧ - ١}{٤ - ٨} = \frac{٦ \div ٢}{-٤ \div ٢} = -\frac{٣}{٢}$

$\text{ميل } \overline{عو} \times \text{ميل } \overline{شي} =$

$\frac{\cancel{٢}}{\cancel{٣}} \times \frac{-\cancel{٣}}{\cancel{٢}} = -١$

القطران متعامدان

$\overline{عو} \perp \overline{شي}$

حل معادلتين خطيتين (من الدرجة الأولى) في متغيرين

س أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانياً:

ص+٣س−٣=٠ ، ص+س=−١

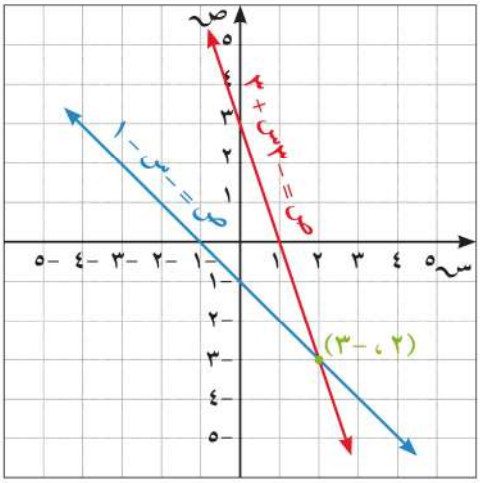
نكتب معادلتي المستقيمين على الصورة:

ص = −٣س+٣ ، ص= −س−١

نرسم بيان المستقيمين:

ص= −٣س+٣			
س	١	٠	−١
ص	٠	٣	٦

ص= −س−١			
س	١	٠	−١
ص	−٢	−١	٠



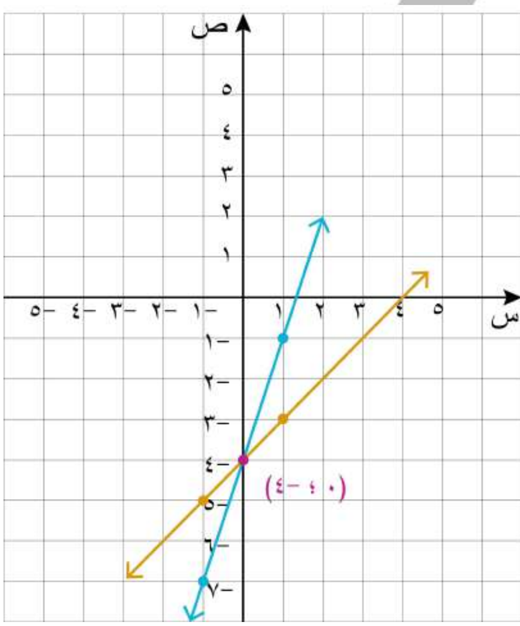
م.ح = {(٢، −٣)}

س أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانياً:

ص−٣س+٤=٠ ، ص− س=−٤

ص = ٣س − ٤			
س	١	٠	−١
ص	−١	−٤	−٧

ص = −٤ + س			
س	١	٠	−١
ص	−٣	−٤	−٥



م.ح = {(٠، −٤)}

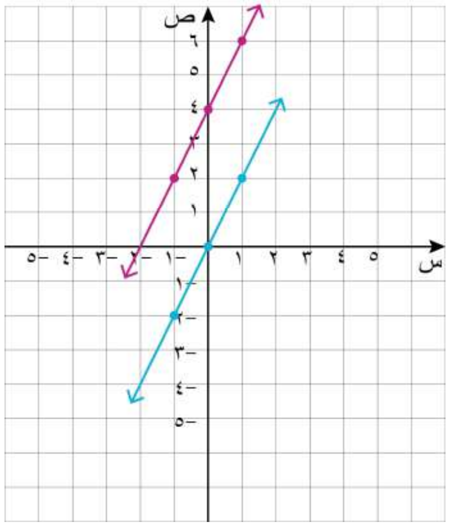
KuwaitTeacher.Com

س أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانياً:

ص−٢س=٠ ، ص=٢س+٤

ص = ٢س			
س	١	٠	−١
ص	٢	٠	−٢

ص = ٢س + ٤			
س	١	٠	−١
ص	٦	٤	٢



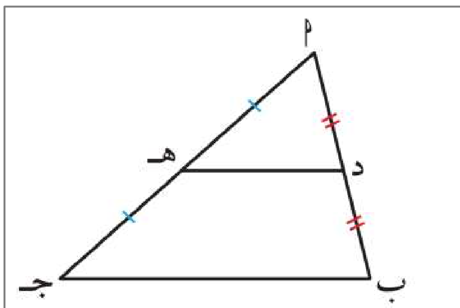
م.ح = ϕ = { }

النقطة	تنتمي إلى المستقيم ص=س+١	تنتمي إلى المستقيم ص=−س+٣
(−١ ، ٠)	٠=−١+١ ✓	٠= −(−١)+٣ ×
(١ ، ٢)	٢=١+١ ✓	٢=(−١)+٣ ✓

© جميع الحقوق محفوظة

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث

نظرية:
القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع.

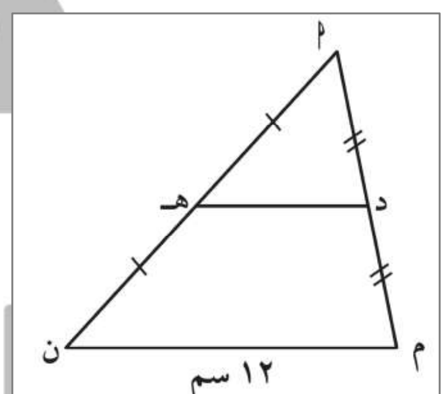


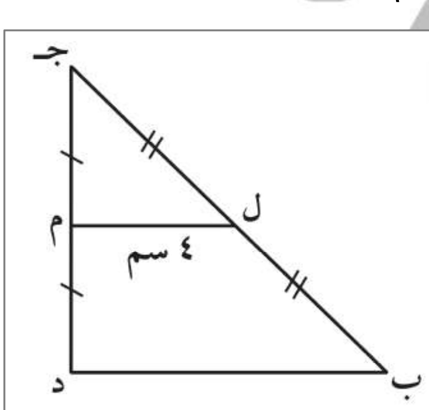
في المثلث ابجـ :

∵ د منتصف $\overline{اب}$ ، هـ منتصف $\overline{اجـ}$

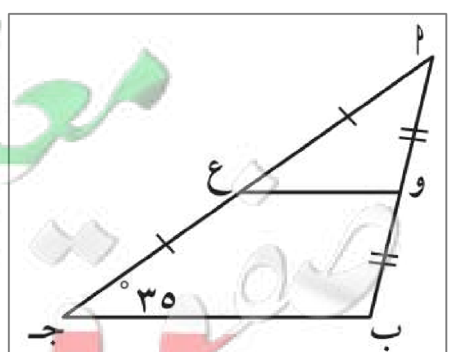
∴ $\overline{دهـ} // \overline{بجـ}$ ، دهـ = $\frac{١}{٢}$ بجـ

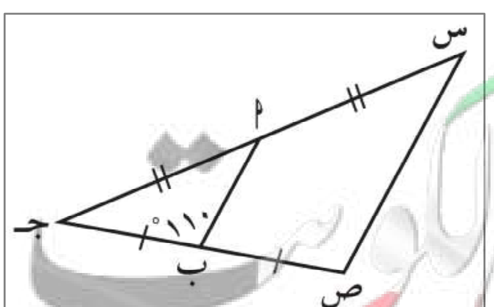
س في كل من المثلثات التالية أكمل (دون استخدام الأدوات الهندسية):





- دهـ $\frac{١٢}{٢}$ = ٦ سم
- بر ٤×٢ = ٨ سم





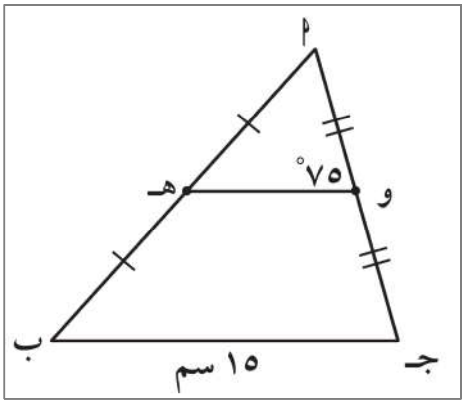
- ق(أعو) ٣٥°
- ق(ص) ١١٠°

Kuwaitteacher.Com

س في الشكل المقابل أبجـ مثلث فيه:

أو=وجـ ، أهـ=هـب ، بجـ=١٥سم , ق(أوهـ)=٧٥°

أوجد بالبرهان:



- طول وهـ
- ق(جـ)

البرهان △أجب:

و منتصف أجـ

هـ منتصف أب

∴ وهـ = $\frac{١}{٢}$ جب = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ = ٧,٥ سم

وهـ || جب نظرية

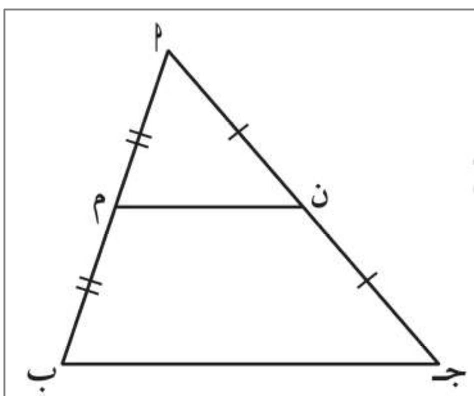
ق(جـ) = ق(أوهـ) = ٧٥°

بالتناظر و التوازي

س أبجـ مثلث فيه:

م منتصف أب ، ن منتصف أجـ ، أب=١٠سم ,

أجـ=١٣سم ، بجـ=١١سم أوجد بالبرهان:



- طول نم
- محيط △ أنم

البرهان

ن منتصف أجـ

م منتصف أب

∴ أن = $\frac{١٣}{٢}$ = ٦,٥ سم

∴ أم = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

∴ نم = $\frac{١}{٢}$ جب = $\frac{١}{٢}$ × ١١ = ٥,٥ سم

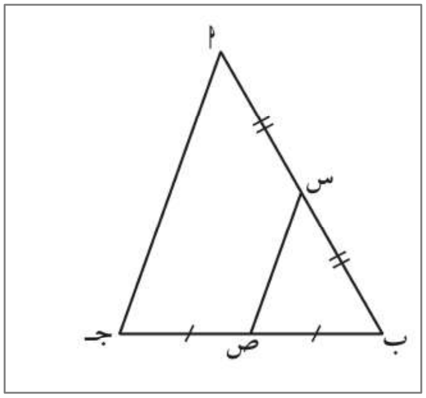
∴ محيط △أنم = ٦,٥ + ٥,٥ + ٥ = ١٧ سم

س ﺃبجـ مثلث فيه:

س منتصف $\overline{\text{ﺃب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{بجـ}}$

ق($\hat{\text{ب}}$)=٦٠° ، ق($\hat{\text{ﺃ}}$)=٥٠°

أوجد ق($\text{س}\hat{\text{ص}}\text{ب}$) .



البرهـــان

س منتصـــف $\overline{\text{ﺃب}}$

ص منتصـــف $\overline{\text{بجـ}}$

∴ $\overline{\text{س ص}} \parallel \overline{\text{ﺃجـ}}$

ق($\hat{\text{ﺃ}}$) = ق(ب$\hat{\text{س}}$ص) = ٥٠°

بالتنـــاظر و التـــوازي

△س ب ص

ق(س$\hat{\text{ص}}$ب) = ١٨٠° − (٥٠° + ٦٠°) = ٧٠°

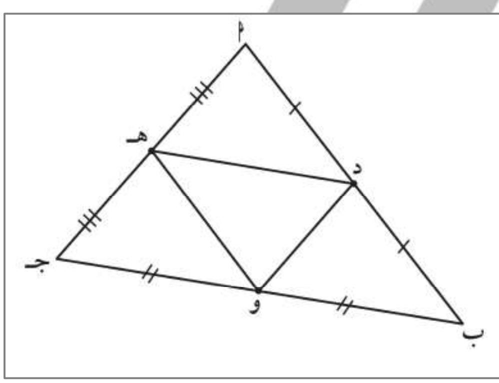
س ﺃبجـ مثلث فيه:

ﺃب=١٢سم ، بجـ=١٤سم

ﺃجـ=١١سم ، د ، هـ ، و منتصفات

$\overline{\text{ﺃب}}$ ، $\overline{\text{ﺃجـ}}$ ، $\overline{\text{جـب}}$ على الترتيب

أوجد بالبرهان محيط المثلث دوهـ



البرهـــان

د،هـ منتصـــفان $\overline{\text{ﺃب}}$،$\overline{\text{ﺃجـ}}$

دهـ = $\frac{١}{٢}$بجـ = $\frac{١}{٢}$×١٤ = ٧ سم

هـ،و منتصـــفان $\overline{\text{ﺃجـ}}$،$\overline{\text{بجـ}}$

هـو = $\frac{١}{٢}$ﺃب = $\frac{١}{٢}$×١٢ = ٦ سم

د،و منتصـــفان $\overline{\text{ﺃب}}$،$\overline{\text{جـب}}$

دو = $\frac{١}{٢}$ﺃجـ = $\frac{١}{٢}$×١١ = ٥,٥ سم

∴ محيـط △دوهـ = ٧ + ٦ + ٥,٥ = ١٨,٥ سم

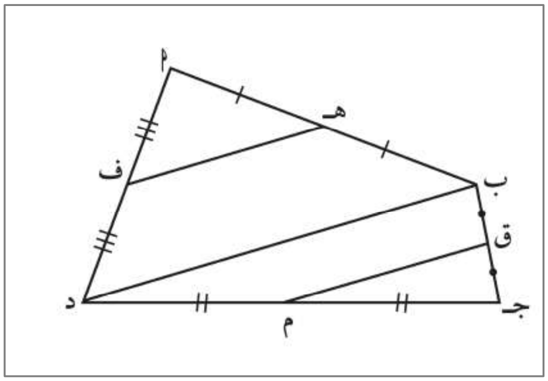
KuwaitTeacher.Com

س في الشكل الرباعي أبجد :

إذا كان هـ ، ف ، م ، ق منتصفات الأضلاع

$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أد}}$ ، $\overline{\text{دج}}$ ، $\overline{\text{جب}}$ على الترتيب

أثبت أن: $\overline{\text{هف}}$ // $\overline{\text{قم}}$



البرهـــان △اجد

هـ منتصـــف $\overline{\text{أب}}$

ف منتصـــف $\overline{\text{أد}}$

∴ $\overline{\text{هف}}$ || $\overline{\text{بد}}$

△دبج

ق منتصـــف $\overline{\text{جب}}$

م منتصـــف $\overline{\text{جد}}$

$\overline{\text{قم}}$ || $\overline{\text{بد}}$

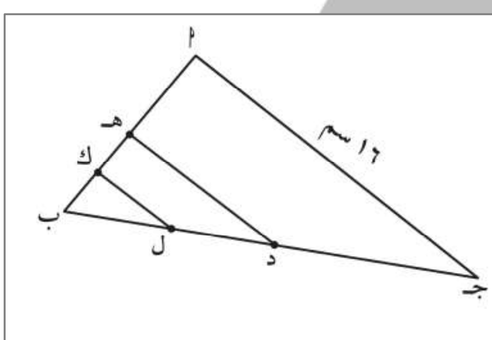
∴ $\overline{\text{هف}}$ || $\overline{\text{قم}}$

س أبج مثلث فيه:

أج=١٦سم ، هـ منتصف $\overline{\text{أب}}$ ،

د منتصف $\overline{\text{جب}}$ ، ك منتصف $\overline{\text{به}}$

$\overline{\text{كل}}$ // $\overline{\text{هد}}$ أوجد طول $\overline{\text{كل}}$



البرهـــان △بهد

ك منتصـــف $\overline{\text{هب}}$ ، $\overline{\text{كل}}$ || $\overline{\text{دهـ}}$ (ص ١٤)

∴ ل منتصـــف $\overline{\text{بد}}$

∴ كل $= \frac{1}{2}$ ده

△أبج

هـ منتصـــف $\overline{\text{أب}}$

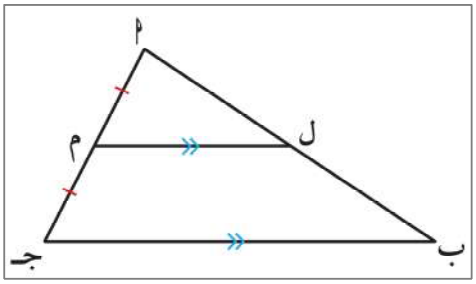
د منتصـــف $\overline{\text{بج}}$

هد $= \frac{1}{2}$ أج $= \frac{1}{2} \times 16 = 8$ سم

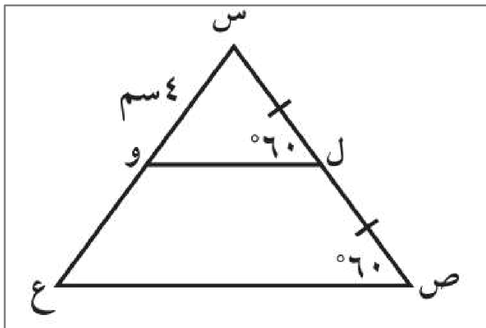
∴ كل $= \frac{1}{2} \times 8 = 4$ سم

KuwaitTeacher.Com

نظرية:
إذا رسم مستقيم من منتصف أحد أضلاع مثلث موازياً ضلعاً آخر فيه ، فإنه ينصف الضلع الثالث.



في المثلث أبجـ :
$\because$ م منتصف $\overline{أجـ}$ ، $\overline{لم} // \overline{بجـ}$
$\therefore$ ل منتصف $\overline{أب}$



س س ص ع مثلث فيه: ل منتصف $\overline{س ص}$ ،
ق(صَ) = ق(س لَ و) = ٦٠° ، س و = ٤سم
أوجد طول $\overline{س ع}$

البرهــان

ل منتصـــف $\overline{س ص}$

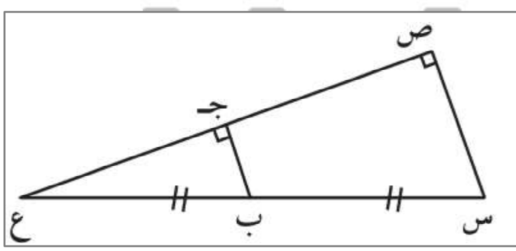
ق(لَ) = ق(س لَ و) = ٦٠°

وهمـا فـي وضـع تنـاظر

$\therefore$ $\overline{ل و} \parallel \overline{ص ع}$

$\therefore$ و منتصـــف $\overline{س ع}$ ⇐ س و = و ع = ٤ سم

س ع = ٤ + ٤ = ٨ سم



س س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ،
ب منتصف $\overline{س ع}$ ، $\overline{ب جـ} \perp \overline{ص ع}$
أثبت أن : ص جـ = ع جـ

البرهــان

ب منتصـــف $\overline{س ع}$

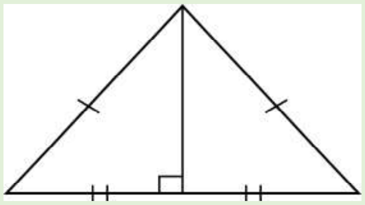
ق(صَ) = ق(ع جَـ ب) = ٩٠°

و هـي فـي وضـع تنـاظر

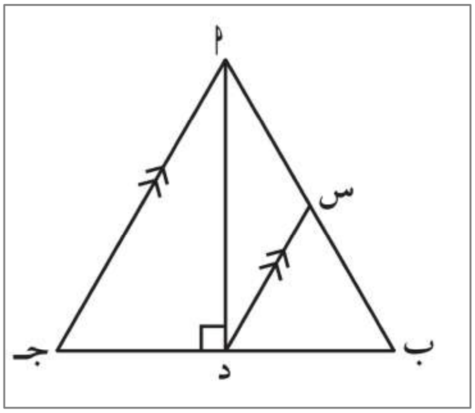
$\therefore$ $\overline{ب جـ} \parallel \overline{س ص}$

جـ منتصـــف $\overline{ص ع}$ ص جـ = ع جـ

KuwaitTeacher.Com



في المثلث المتطابق الضلعين العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته ينصفها.



س عند تصميم أحد جسور ، قام المهندس برسم المثلث في الشكل المقابل:
حيث مب = مجـ = ٨ سم ، $\overline{مد} \perp \overline{بجـ}$ ،
رسم $\overline{دس} \parallel \overline{جـم}$ ، س $\in \overline{مب}$
أوجد طول $\overline{دس}$

البرهــان

$\triangle$ابجـ متطـــابق الضـــلعين

اب = اجـ = ٨

$\overline{اد} \perp \overline{بجـ}$

$\therefore$ د منتصـــف $\overline{بجـ}$ (١)

$\overline{سد} \parallel \overline{اجـ}$

$\therefore$ س منتصـــف $\overline{اب}$ (٢)

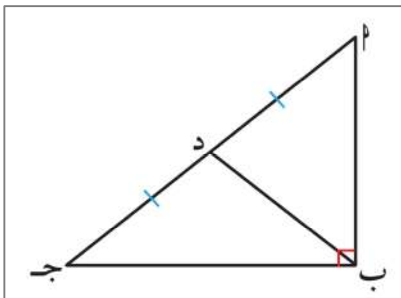
من (٢)،(١)

$\therefore$ سد = $\frac{١}{٢}$ اجـ = $\frac{١}{٢} \times ٨ = ٤$

UULA
صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر

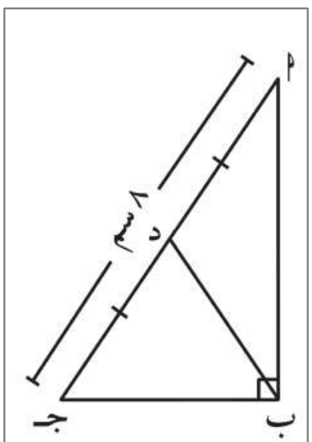
نظرية:
طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوى نصف طول الوتر.



في المثلث أبجـ :

∵ ق(ب̂) = ٩٠°، د منتصف $\overline{\text{أجـ}}$

∴ بد = $\frac{١}{٢}$ أجـ



س أبجـ مثلث قائم الزاوية في ب ،
د منتصف $\overline{\text{أجـ}}$ ، أجـ=٨سم
أوجد بالبرهان طول $\overline{\text{بد}}$

البرهــان

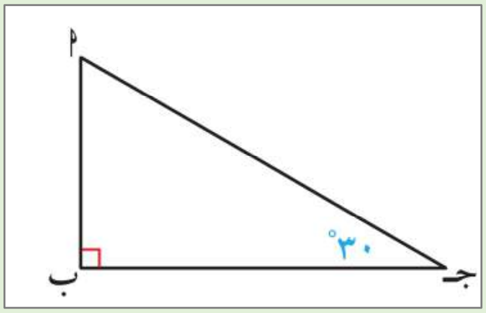
ق(ب̂) = ٩٠°

د منتصــــف $\overline{\text{أجـ}}$

∴ بد = $\frac{١}{٢}$ أجـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤ سـم

نتيجة (١) :

في المثلث الثلاثيني الستيني يكون طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° مساوياً نصف طول الوتر.



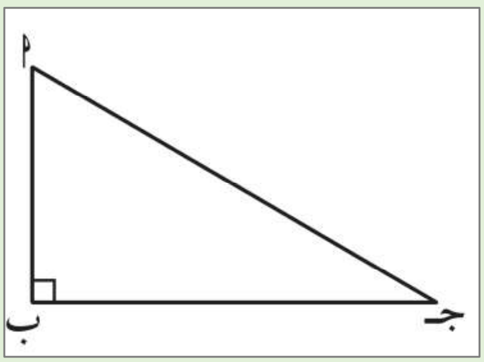
∵ أبجـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق(جـ^)=٣٠°

∴ أب = $\frac{١}{٢}$ أجـ

وعكس ذلك أيضاً صحيح

نتيجة (٢) :

في المثلث القائم الزاوية إذا كان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة مساوياً نصف طول الوتر ، فإن قياس الزاوية المقابلة لهذا الضلع ٣٠° ويسمى المثلث ثلاثينياً ستينياً



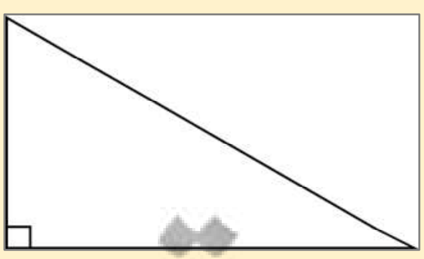
∵ أبجـ مثلث قائم الزاوية في ب ،

أب = $\frac{١}{٢}$ أجـ

∴ ق(جـ) = ٣٠°

∴ المثلث أبجـ ثلاثيني ستيني

ملاحظات (نظرية فيثاغورث)



الوتـر = $\sqrt{(\text{ضلع}_1)^2 + (\text{ضلع}_2)^2}$

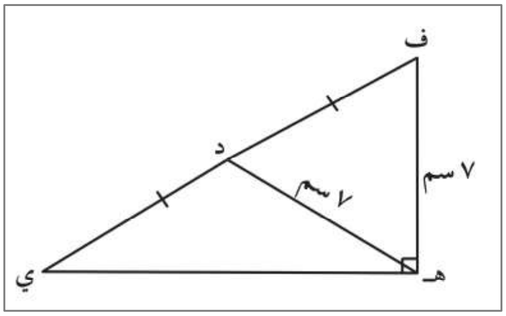
الوتـر = $\sqrt{٣^2 + ٤^2} = \sqrt{٢٥} = ٥$

الضلع = $\sqrt{(\text{الوتر}_1)^2 + (\text{الضلع}_2)^2}$

الضلع = $\sqrt{٥^2 - ٤^2} = \sqrt{٩} = ٣$

© جميع الحقوق محفوظة
KuwaitTeacher.Com

س في الشكل المقابل:
أوجد بالبرهان كلاً مما يلي:



- ق(يَ).
- ق(فَ).

البرهـان

△ف هـ ي القـائم فـي هـَ

د منتصـف $\overline{\text{ف ي}}$

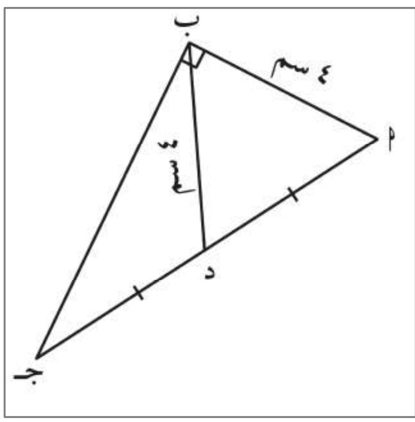
هـ د $= \frac{1}{2}$ ف ي $\Leftarrow$ ف ي $= ٧ \times ٢ = ١٤$ سم

ف هـ $= \frac{1}{2}$ ف ي

$\therefore$ ق(يَ) $= ٣٠°$

ق(فَ) $= ١٨٠° - (٩٠° + ٣٠°) = ٦٠°$

س في الشكل المقابل: أوجد بالبرهان :



- ق(جَ).
- ق(أَ).

البرهـان

△أ ب جـ القـائم فـي بَ

د منتصـف $\overline{\text{أ جـ}}$

$\therefore$ د ب $= \frac{1}{2}$ أ جـ $\Leftarrow$ أ جـ $= ٢ \times$ د ب $= ٢ \times ٤ = ٨$ سم

أ ب $= \frac{1}{2}$ أ جـ

$\therefore$ ق(جَ) $= ٣٠°$

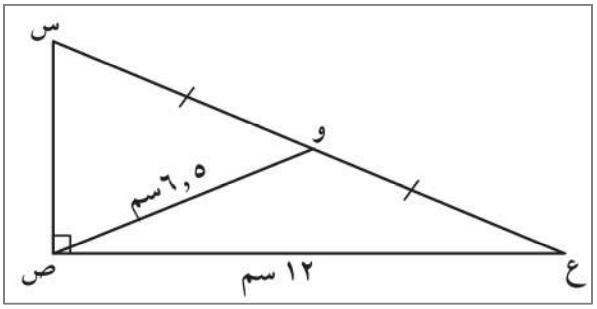
$\therefore$ ق(أَ) $= ٦٠°$

س س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ، و منتصف $\overline{سع}$

ص و=٦,٥سم ، ع ص= ١٢سم

أوجد بالبرهان طول

- س ع.
- س ص.



البرهان

△س ص ع القائم في $\hat{ص}$

و منتصف $\overline{ع س}$

$\therefore$ و ص $= \frac{1}{2}$ س ع $\Leftarrow$ س ع $= ٢ \times$ و ص $= ٢ \times ٦,٥ = ١٣$ سم

حسب فيثاغورث:

س ص $= \sqrt{\text{الوتر}^2 - \text{الضلع}^2}$

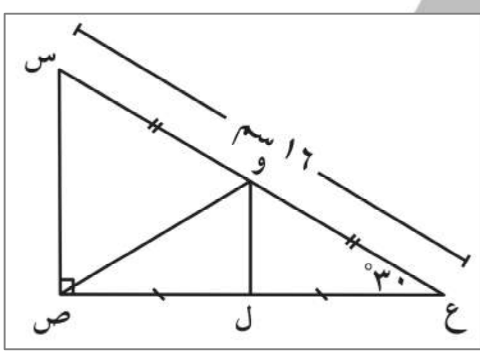
$= \sqrt{١٣^2 - ١٢^2} = \sqrt{١٦٩ - ١٤٤} = \sqrt{٢٥} = ٥$ سم

س س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ،

س ع=١٦سم ، و منتصف $\overline{س ع}$

ل منتصف $\overline{ع ص}$ ، ق($\hat{ع}$)=٣٠°

أوجد بالبرهان كلاً مما يلى:



- ص و
- س ص
- و ل

البرهان

△س ع ص القائم في $\hat{ص}$

و منتصف $\overline{س ع}$

$\therefore$ و ص $= \frac{1}{2}$ ع س $= \frac{1}{2} \times ١٦ = ٨$ سم

المثلث ثلاثيني ستيني

ق$(\hat{ع}) = ٣٠°$ س ص $= \frac{1}{2}$ س ع $= \frac{1}{2} \times ١٦ = ٨$ سم

و منتصف $\overline{ع س}$

ل منتصف $\overline{ع ص}$

و ل $= \frac{1}{2}$ س ص $= \frac{1}{2} \times ٨ = ٤$ سم

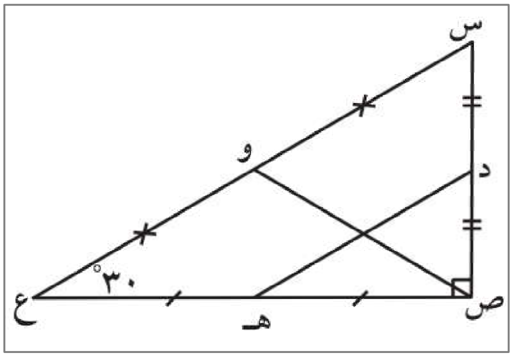
© جميع الحقوق محفوظة
KuwaitTeacher.Com

س س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ،

ص و = ٦ سم ، ق $(\hat{ع})$ = ٣٠°

د منتصف $\overline{س ص}$ ، هـ منتصف $\overline{ص ع}$ ،

و منتصف $\overline{س ع}$



أوجد بالبرهان كلاً مما يلي:

- طول $\overline{س ع}$
- طول $\overline{س ص}$
- طول $\overline{د هـ}$

البرهان

△ س ص ع القائم في $\hat{ص}$

و منتصف $\overline{س ع}$

∴ س ع = ٢ × ص و = ٢ × ٦ = ١٢ سم

ق $(\hat{ع})$ = ٣٠°

س ص = $\frac{١}{٢}$ س ع = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ = ٦ سم

د منتصف $\overline{س ص}$

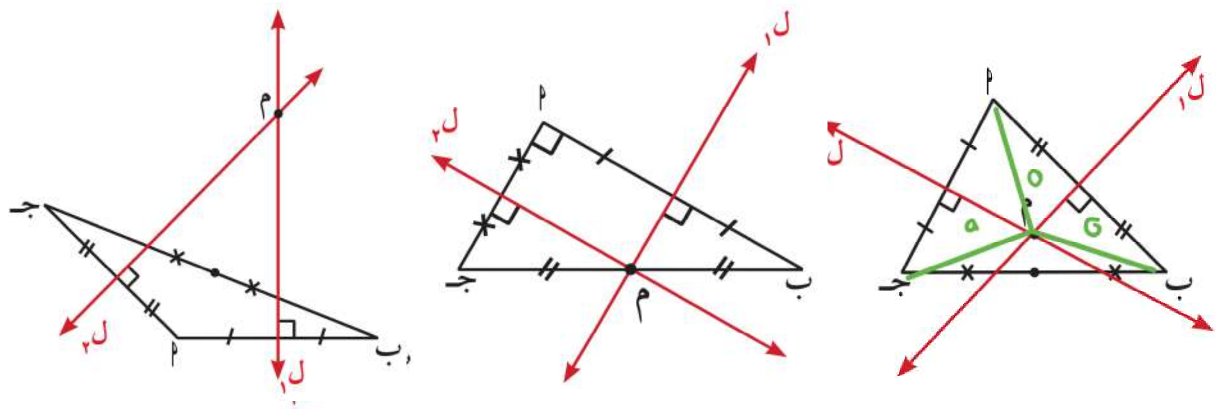
هـ منتصف $\overline{ص ع}$

∴ د هـ = $\frac{١}{٢}$ س ع = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ = ٦ سم

KuwaitTeacher.Com

محاور أضلاع المثلث

نظرية:
محاور أضلاع المثلث تتقاطع في نقطة واحدة.



مثلث حاد الزوايا　　　مثلث قائم الزاوية　　　مثلث منفرج الزاوية

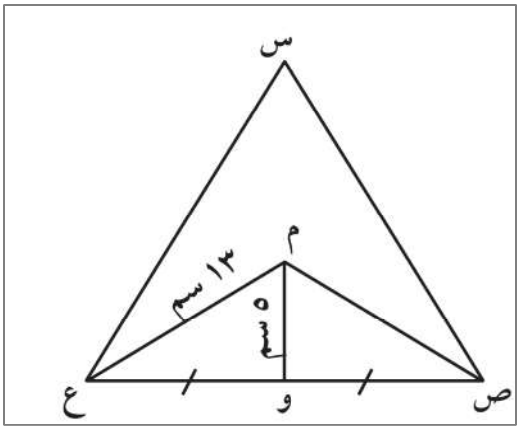
من النشاط السابق نلاحظ أن :

- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث الحاد الزوايا تقع **داخله.**
- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث القائم الزاوية تقع في **منتصف الوتر.**
- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث المنفرج الزاوية تقع **خارجـة**

UULA
صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

س س ص ع مثلث فيه: م نقطة تقاطع محاور أضلاعه ، و منتصف $\overline{ص ع}$ ،
م ع = ١٣سم ، م و = ٥سم .
أوجد بالبرهان كل مما يلي:

- م ص.
- ص و.
- ص ع.



البرهـــان

م نقطـة تقـاطع محـاور أضـلاعه

∴ م ع = م ص = ١٣ سم

و منتصـــف $\overline{ص ع}$ $\overline{م و} \perp \overline{ص ع}$

△ م و ص قـائم فـي $\hat{و}$

حســب فيثــاغورث:

ص و = $\sqrt{\text{الوتر}^2 - \text{الضلع}^2}$

= $\sqrt{١٣^2 - ٥^2}$ = $\sqrt{١٦٩ - ٢٥}$ = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

و منتصـــف $\overline{ص ع}$

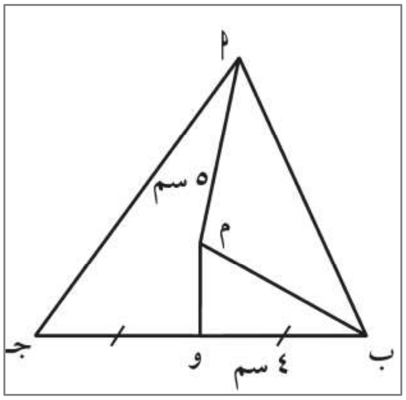
$\overline{ص ع}$ = ص و + و ع = ١٢ + ١٢ = ٢٤ سم

UULA

معاً
صفوة في الكويت
KuwaitTeacher.Com

س Δ ابج فيه: م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ،
ام=٥سم ، بو= ٤سم ، و منتصف $\overline{بج}$
أوجد بالبرهان كل مما يلي:

- مب.
- مو.



البرهان

م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث

ام = مب = ٥ سم

و منتصف $\overline{بج}$

∴ $\overline{مو} \perp \overline{بج}$

△موب قائم في وَ

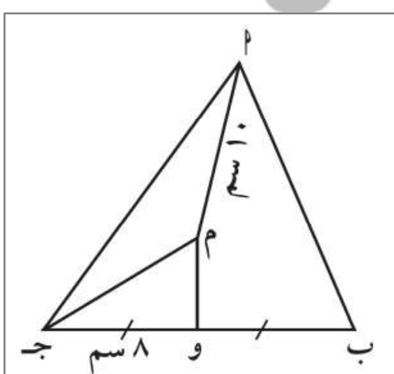
حسب فيثاغورث:

مو = $\sqrt{\text{الوتر}^2 - \text{الضلع}^2}$

= $\sqrt{٥^٢ - ٤^٢}$ = $\sqrt{٢٥ - ١٦}$ = $\sqrt{٩}$ = ٣ سم

س Δ ابج فيه: م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ، ام=١٠سم ، وج=٨سم ،
و منتصف $\overline{بج}$
أوجد بالبرهان كل مما يلي:

- طول $\overline{مج}$
- طول $\overline{مو}$



البرهان

م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث

ام = مج = ١٠ سم

و منتصف $\overline{بج}$

∴ $\overline{مو} \perp \overline{بج}$

△جمو قائم في وَ

حسب فيثاغورث:

مو = $\sqrt{\text{الوتر}^2 - \text{الضلع}^2}$

= $\sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = $\sqrt{١٠٠ - ٦٤}$ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ سم

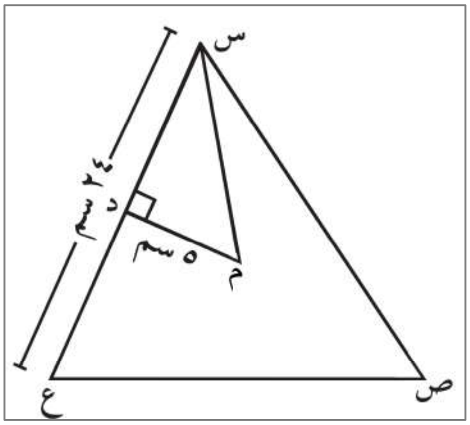
KuwaitTeacher.Com

س س ص ع مثلث فيه:

م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث س ص ع ،

$\overline{مد} \perp \overline{سع}$ ، س ع = ٢٤ سم ، م د = ٥ سم

أوجد طول $\overline{مص}$



البرهان

م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث

$\overline{مد} \perp \overline{سع}$

∴ د منتصف $\overline{سع}$

س ع = ٢٤ ⟸ س د = د ع = ١٢ سم

△ م د س قائم في د̂

حسب فيثاغورث:

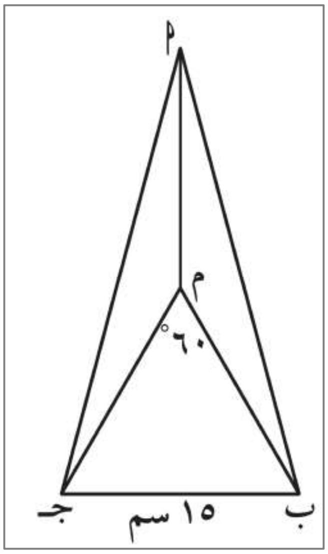
م س = $\sqrt{\text{الضلع}_1^2 + \text{الضلع}_2^2}$

= $\sqrt{١٢^2 + ٥^2}$ = $\sqrt{١٤٤ + ٢٥}$ = $\sqrt{١٦٩}$ = ١٣ سم

م س = م ص = ١٣ سم

س $أبجـ$ مثلث فيه: $م$ نقطة تقاطع محاور أضلاعه ،
إذا كان $بجـ = ١٥$ سم ، $ق(ب\hat{م}جـ) = ٦٠°$

- أثبت أن المثلث $بمجـ$ متطابق الأضلاع .
- أوجد $مأ$



البرهان

$م$ نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث

$\therefore$ $مب = مجـ$

$\therefore \triangle مبجـ$ المتطابق الضلعين

$\therefore ق(\hat{ب}) = ق(\hat{جـ}) = \frac{١٨٠° - ٦٠°}{٢} = ٦٠°$

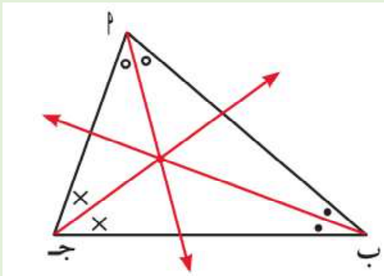
$\therefore ق(\hat{ب}) = ق(\hat{جـ}) = ق(\hat{م}) = ٦٠°$

$\therefore \triangle مبجـ$ متطابق الأضلاع

$مأ = مب = مجـ = ١٥$

منصفات الزوايا الداخلية للمثلث

نظرية:
منصفات الزوايا الداخلية للمثلث
تتقاطع في نقطة واحدة



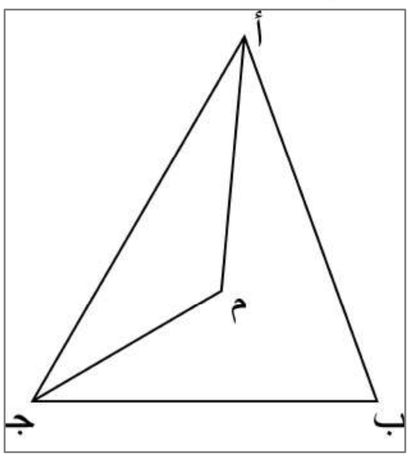
نتيجة :

نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية للمثلث على أبعاد متساوية من اضلاعه.

∵ م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية للمثلث

∴ م ل = م ن = م و

س Δ أ ب جـ فيه: م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية،
اذا كان ق(أ ب̂ جـ)= ٧٠° ، ق(م جـ̂ ب)= ٣٠°
أوجد بالبرهان ق(م أ̂ جـ)



البرهــان

ق(م جـ̂ ب) = ق(م جـ̂ أ) = ٣٠°

∴ ق(جـ̂) = ٣٠° + ٣٠° = ٦٠°

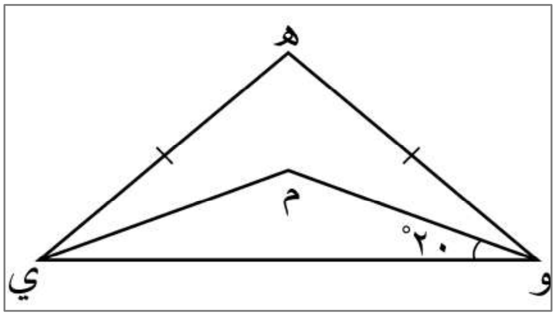
Δ أ ب جـ

ق(أ̂) = ١٨٠° − (٧٠° + ٦٠°) = ٥٠°

أم منصف أ

ق(م أ̂ جـ) = $\frac{٥٠°}{٢}$ = ٢٥°

س ∆ هوي متطابق الضلعين فيه:
م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية
إذا كان ق(م̂وي) = ٢٠° فأوجد بالبرهان ق(ه̂)



البرهان

ق(م̂وي) = ق(م̂وه) = ٢٠°

∴ ق(و̂) = ٤٠°

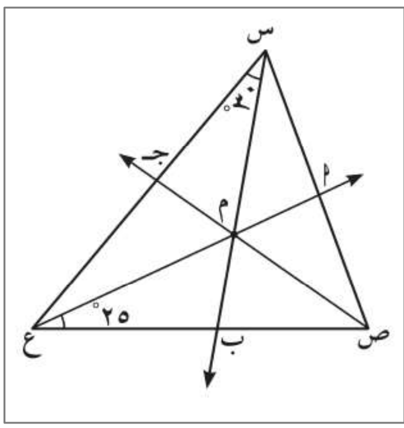
∵ ∆هوي متطابق الضلعين

∴ ق(و̂) = ق(ي̂) = ٤٠°   ∵ مجموع قياسات زوايا∆ = ١٨٠°

∴ ق(ه̂) = ١٨٠° − (٤٠° + ٤٠°) = ١٠٠°

س ∆ س ص ع فيه: م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية ،
اذا كان ق(م̂ع ص) = ٢٥° ، ق(م̂س ع) = ٣٠°
أوجد بالبرهان كلاً مما يلي:

- ق(س̂ص ع).
- ق(م̂ص ع).



البرهان

م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية

∴ ق(ص̂س م) = ق(ع̂س م) = ٣٠°

∴ ق(س̂) = ٣٠° + ٣٠° = ٦٠°

ق(س̂ع م) = ق(ص̂ع م) = ٢٥°

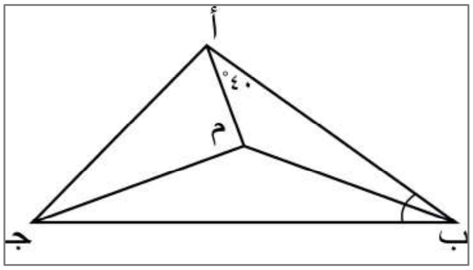
∴ ق(ع̂) = ٢٥° + ٢٥° = ٥٠°

∆س ص ع : ق(س̂ص ع) = ١٨٠° − (٦٠° + ٥٠°) = ٧٠°

م ص منصف ص̂

ق(م̂ص ع) = $\frac{٧٠}{٢}$ = ٣٥°

س Δ أبجـ فيه: ق(أ̂بجـ)=ق(ب̂أم)=٤٠°
م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية
أوجد بالبرهان ق(أ̂جـم)



البرهـــان

ق(ب̂أم) = ق(جـ̂أم) = ٤٠°

∴ ق(أ̂) = ٤٠° + ٤٠° = ٨٠°

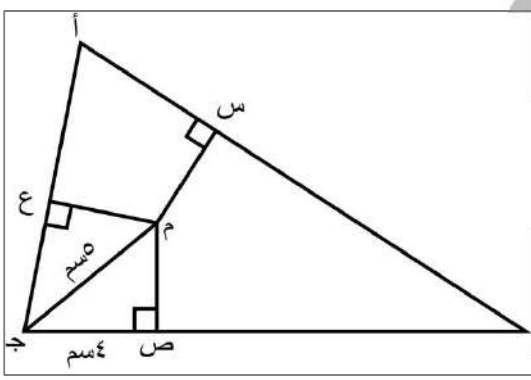
ق(جـ̂) = ١٨٠° − (٤٠° + ٨٠°) = ٦٠° (مجمــوع قياســات زوايــا ▵ = ١٨٠°)

∵ مجـ منصـــف جـ̂

∴ ق(أجـ̂م) = $\frac{٦٠°}{٢}$ = ٣٠°

س المثلث أبجـ فيه:
م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية ،
مجـ=٥سم ، جـص= ٤سم
فأوجد بالبرهان:

- طول مص
- طول سم



البرهـــان

م نقطـــة تقـــاطع منصـــفات الزوايـــا الداخليـــة

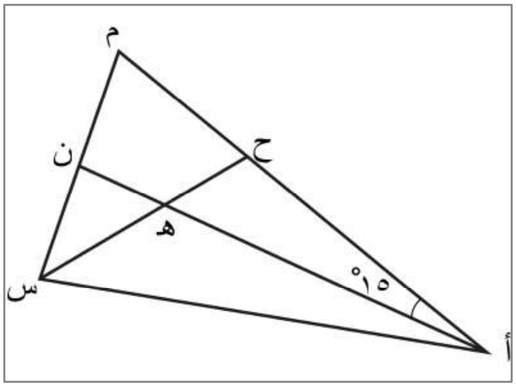
مس = مص = مع

▵مصجـ القـــائم فـــي ص̂ ، حســـب فيثـــاغورث:

مص = $\sqrt{٥^٢ - ٤^٢}$ = $\sqrt{٢٥ - ١٦}$ = $\sqrt{٩}$ = ٣ ســم

∴ سم = ٣ ســم

KuwaitTeacher.Com



س م أ س مثلث فيه: ق(مˆ) = ٧٠° ،

ق(م أˆ ن) = ١٥° ، ق(أ سˆ ع) = ٤٠° ،

إذا كان س ع منصف سˆ ، أن ∩ س ع = {هـ} ،

فأثبت أن هـ نقطة تقاطع منصّفات

الزوايا الداخلية للمثلث م أ س

ق(م سˆ ع) = ٤٠° = ق(أ سˆ ع)

∴ ق(سˆ) = ٨٠° ∵ مجموع قياسات زوايا △ = ١٨٠°

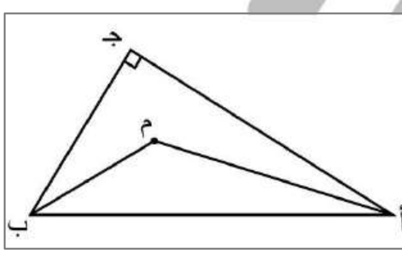
∴ ق(أˆ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٨٠°) = ٣٠°

∴ ق(هـ أˆ س) = ٣٠° − ١٥° = ١٥°

∴ هـ أ منصف أˆ

∴ هـ س منصف سˆ

∴ هـ نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية



س △ أ ب جـ قائم الزاوية في جـ ، إذا كانت م

هي نقطة تقاطع منصّفات زواياه الداخلية

فأوجد بالبرهان ق(أ مˆ ب)

البرهان △ أ ب جـ

ق(أˆ) + ق(بˆ) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠°

م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية

ق(م أˆ ب) + ق(م بˆ أ) = ½ × ٩٠° = ٤٥°

△ أ م ب:

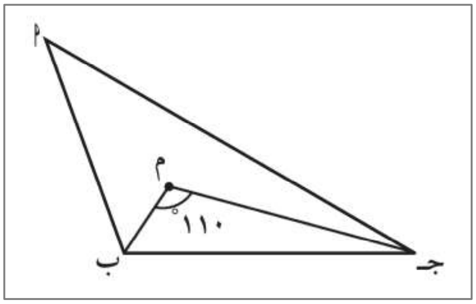
ق(أ مˆ ب) = ١٨٠° − ٤٥° = ١٣٥°

© جميع الحقوق محفوظة
KuwaitTeacher.Com

س Δ ابجـ فيه م نقطة تقاطع منصّفات زواياه الداخلية،

إذا كان ق(جـ م̂ ب) = ١١٠°

أوجد بالبرهان ق(جـ أ̂ ب)



البرهان Δ م جـ ب

ق(م جـ̂ ب) + ق(م ب̂ جـ)

= ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية

ق(جـ̂) + ق(ب̂) = ٧٠ × ٢ = ١٤٠°

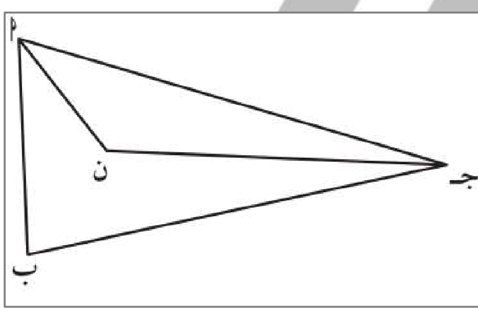
Δ ابجـ:

ق(أ̂) = ١٨٠ − ١٤٠ = ٤٠°

س Δ ابجـ فيه ن نقطة تقاطع منصّفات زواياه الداخلية،

إذا كان ق(ن جـ̂ ا) + ق(ن أ̂ جـ) = ٥٠°

أوجد بالبرهان ق(ب̂)



البرهان

ق(ن جـ̂ ا) + ق(ن أ̂ جـ) = ٥٠°

ن نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية

ق(جـ̂) + ق(أ̂) = ٥٠° × ٢ = ١٠٠°

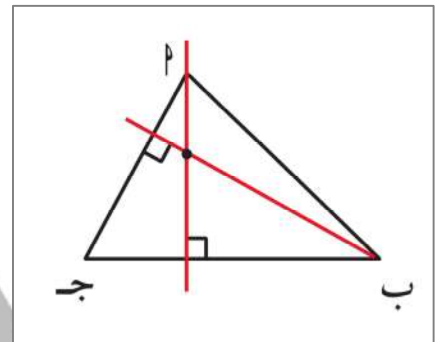
Δ ابجـ:

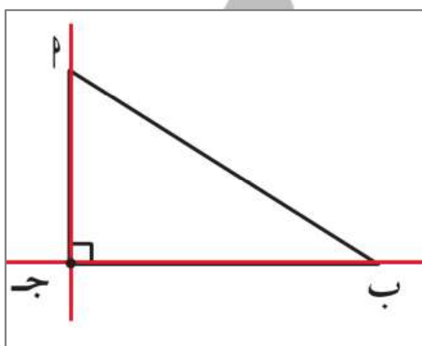
ق(ب̂) = ١٨٠° − ١٠٠° = ٨٠°

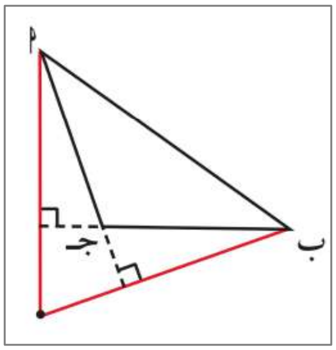
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

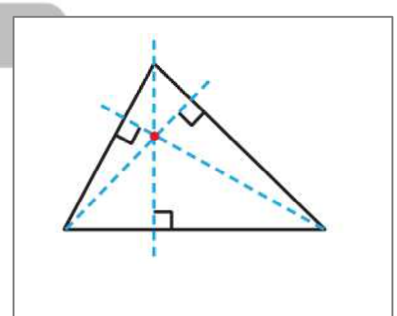
الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه

نظرية:
الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث عي أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة

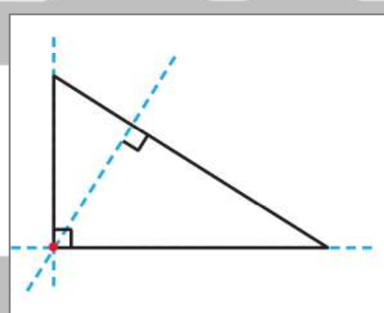




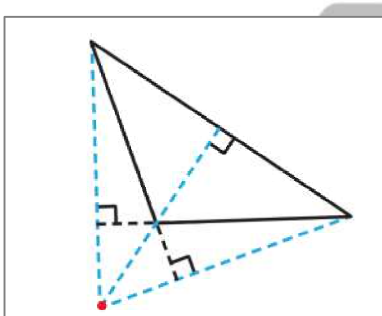




نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث الحاد الزوايا على أضلاعه تقع داخل المثلث



نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث القائم الزاوية على أضلاعه هي رأس الزاوية القائمة

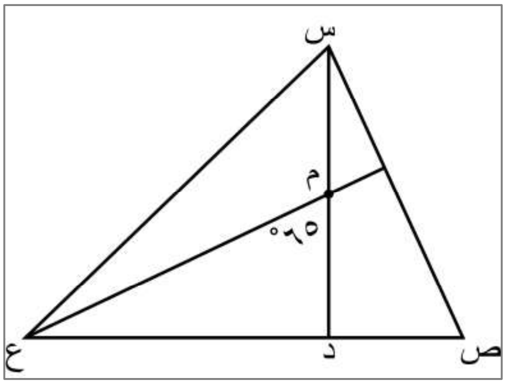


نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث المنفرج الزاوية على أضلاعه تقع خارج المثلث

صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

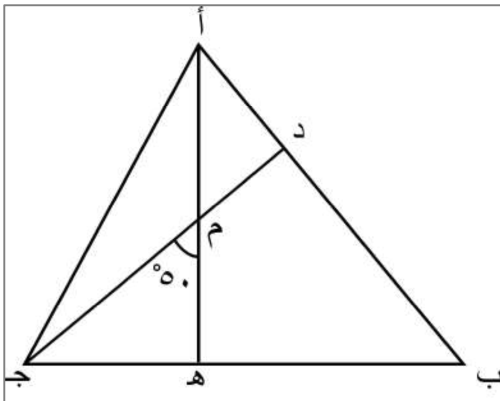
© جميع الحقوق محفوظة

س في المثلث س ص ع: م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ، $\overline{عهـ} \cap \overline{سد} = \{م\}$ أكمل ما يلي (دون استخدام الأدوات الهندسية):



- ق(م ع د)= $١٨٠° - (٩٠° + ٦٥°) = ٢٥°$
- ق(س ص ع)= $١٨٠° - (٩٠° + ٢٥°) = ٦٥°$

س أ ب جـ مثلث فيه: م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ، ق(جـ م هـ)= ٥٠° إذا كان $\overline{جـد} \cap \overline{أهـ} = \{م\}$ فأوجد بالبرهان ق(ب)



البرهان

س نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على اضلاعه

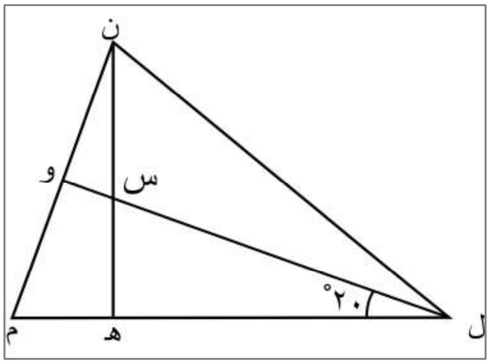
$\overline{جـد} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{أهـ} \perp \overline{بجـ}$

∴ ق(ب د م) = ٩٠° ، ق(ب هـ م) = ٩٠°

ق(د م جـ) = ١٨٠° − ٥٠ = ١٣٠° (بالتجاور على خط مستقيم)

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(ب) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ١٣٠°) = ٥٠



س △ ن ل م مثلث فيه: س نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ،

$\overline{\text{ل و}} \cap \overline{\text{ن هـ}}$ = {س} وكان ق(∠ و ل م) = ٢٠°

أوجد بالبرهان كلاً ما يلي:

- ق(∠ و م ل)
- ق(∠ و س هـ)

البرهان

س نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على اضلاعه

$\overline{\text{ل و}} \perp \overline{\text{ن م}}$ ، $\overline{\text{ن هـ}} \perp \overline{\text{ل م}}$

△ ل و م القائم في و

ق(∠ م) = ١٨٠° − (٢٠° + ٩٠°) = ٧٠°

△ ل س هـ القائم في هـ

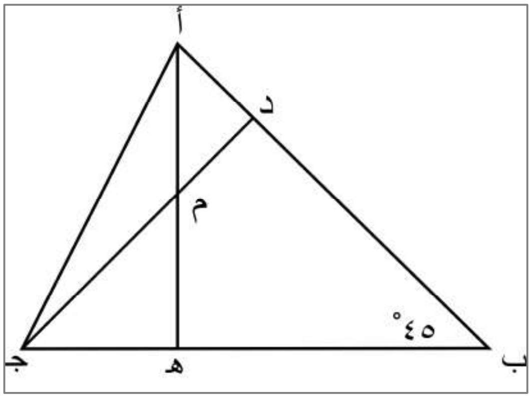
ق(∠ س) = ١٨٠° − (٩٠° + ٢٠°) = ٧٠°

ق(∠ و س هـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

بالتجاور على خط مستقيم

UULA
صفوة معلمي الكويت
KuwaitTeacher.Com

س $\triangle$ أ ب جـ فيه: ق($\hat{ب}$)= ٤٥° ،
م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه، $\overline{أهـ}$ ∩ $\overline{جـد}$ = { م } ،
أوجد بالبرهان كلاً ما يلي:



- ق(ب$\hat{أ}$هـ)
- ق(د$\hat{م}$هـ)

البرهــان

$\overline{أهـ}$ ⊥ $\overline{بجـ}$ ، $\overline{جـد}$ ⊥ $\overline{أب}$

$\triangle$ب أ هـ القــائم فــي $\hat{هـ}$

ق($\hat{أ}$) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°

ق(ب$\hat{أ}$هـ) = ٤٥°

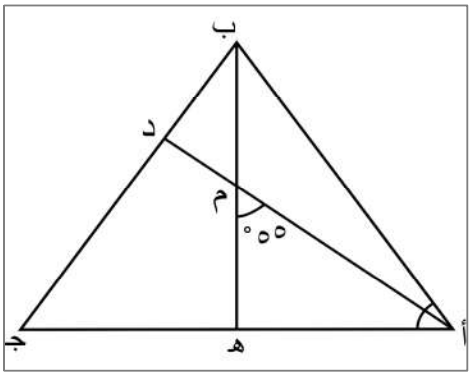
فــي الشــكل الربــاعي ب د م هـ

ق(د$\hat{م}$هـ) = ٣٦٠° − (٤٥° + ٩٠° + ٩٠°) = ١٣٥°

س ٨ ∆ أبجـ: م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ، أد ∩ بهـ = { م }

وكان ق(بأجـ)=(أمهـ)=٥٥°

أوجد بالبرهان:



- ق(أجب)
- ما نوع المثلث أبجـ بالنسبة إلى أضلاعه؟

البرهان

م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على اضلاعه

∴ أد ⊥ بجـ ، بهـ ⊥ أجـ

∆ أمهـ القائم في هـ

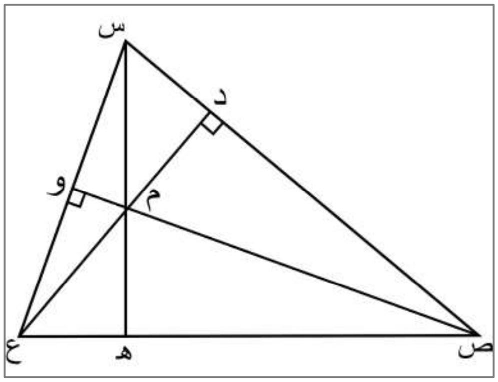
ق(أ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٥٥°) = ٣٥°

∆ أدجـ القائم في د

ق(جـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٥°) = ٥٥°

ق(بأجـ) = ق(جـ) = ٥٥°

∆ أبجـ متطابق الضلعين



س س ص ع فيه: ق(س $\widehat{\text{ع}}$ ص) = ٧٠° ،

$\overline{\text{ع د}} \perp \overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{ص و}} \perp \overline{\text{س ع}}$

- أثبت أن : $\overline{\text{س هـ}} \perp \overline{\text{ص ع}}$
- أوجد بالبرهان ق(هـ $\widehat{\text{س}}$ ع)

البرهــان $\overline{\text{ع د}} \perp \overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{ص و}} \perp \overline{\text{س ع}}$

$\overline{\text{ع د}} \cap \overline{\text{ص و}} = \{\text{م}\}$

∴ م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على اضلاعه

$\overline{\text{ع د}} \cap \overline{\text{س هـ}} = \{\text{م}\}$

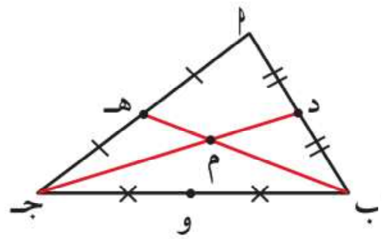
$\overline{\text{س هـ}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

△س هـ ع القــائم فــي $\widehat{\text{هـ}}$

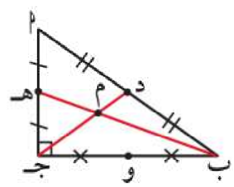
ق(هـ $\widehat{\text{س}}$ ع) = ١٨٠° − (٩٠° + ٧٠°) = ٢٠°

القطع المتوسطة للمثلث

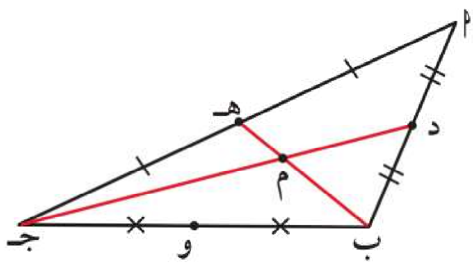
نظرية:
القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.



مثلث حاد الزوايا

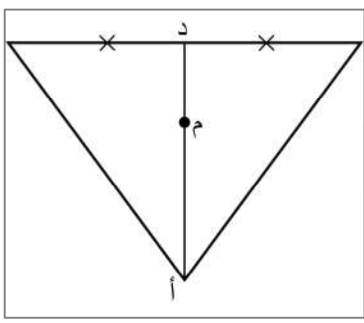


مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية

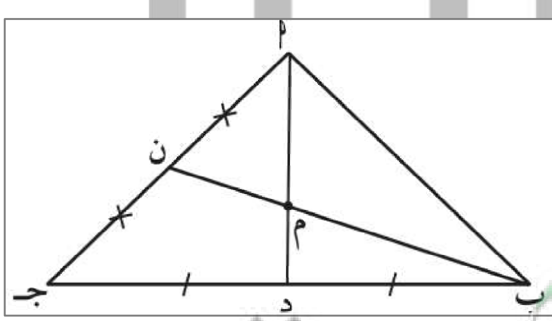
س أد = ١٨ سم



▪ أم = $\frac{٢}{٣}$ أد = $\frac{٢}{٣}$ × ١٨ = ١٢ سم

▪ مد = $\frac{١}{٣}$ أد = $\frac{١}{٣}$ × ١٨ = ٦ سم

س المثلث أبج فيه: م نقطة تقاطع القطع المتوسطة ، إذا كان بم = ١٠ سم فإن:



من = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

بن = ١٠ + ٥ = ١٥ سم

س إذا كان أد = ١٢ سم فإن:

أم = $\frac{٢}{٣}$ أد = $\frac{٢}{\cancel{٣}}$ × $\cancel{١٢}^{٤}$ = ٨ سم

دم = $\frac{١}{٣}$ أد = $\frac{١}{\cancel{٣}}$ × $\cancel{١٢}^{٤}$ = ٤ سم

KuwaitTeacher.Com

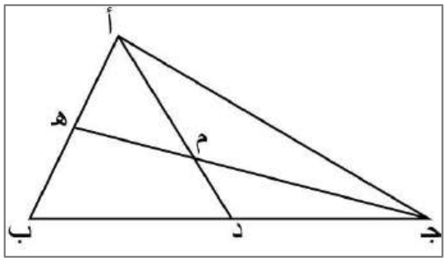
س في الشكل المقابل: $\overline{\text{أد}} \cap \overline{\text{جهـ}} = \{\text{م}\}$

م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أبجـ ،

إذا كان أم = ١٨ سم ، جهـ = ٣٠ سم

فأوجد بالبرهان:

▪ مهـ ▪ جـم ▪ أد



البرهان

م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أبجـ

مهـ $= \frac{١}{٣} \times$ جهـ $= \frac{١}{٣} \times ٣٠ = ١٠$ سم

جـم $= ٢ \times$ مهـ $= ٢ \times ١٠ = ٢٠$ سم

أو: جـم $= \frac{٢}{٣} \times$ جهـ $= \frac{٢}{٣} \times ٣٠ = ٢٠$ سم

أو: جـم $= ٣٠ - ١٠ = ٢٠$ سم

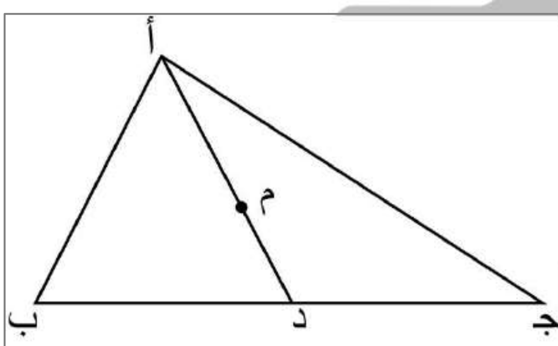
مد $= \frac{١}{٢}$ أم $= \frac{١}{٢} \times ١٨ = ٩$ سم

أد $= ١٨ + ٩ = ٢٧$ سم

س في الشكل المقابل: $\overline{\text{أد}}$ قطعة متوسطة للمثلث أبجـ ، م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أبجـ ،

إذا كان أم = ٥س ، مد = س+٣

فأوجد بالبرهان أد



البرهان

أم $= ٢$ مد

٥س $= ٢ \times ($س $+ ٣)$

٥س $= ٢$س $+ ٦$

٥س $- ٢$س $= ٦$

$\frac{\text{٣س}}{٣} = \frac{٦}{٣}$

س $= ٢$

أم $=$ ٥س $= ٥ \times ٢ = ١٠$

مد $=$ س $+ ٣ = ٢ + ٣ = ٥$

$\therefore$ أد $= ١٠ + ٥ = ١٥$

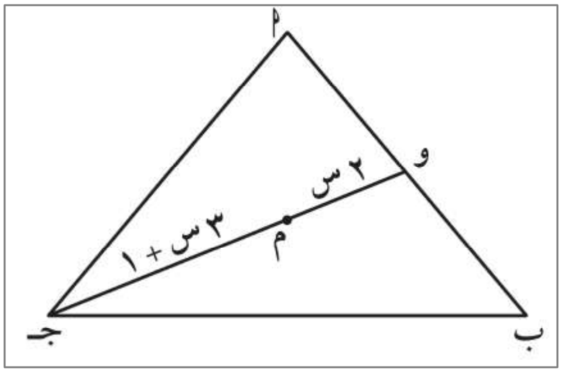
© جميع الحقوق محفوظة

س المثلث أبجـ فيه $\overline{جو}$ قطعة متوسطة

م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث ،

إذا كان مو = ٢س ، جم = ٣س + ١ ،

فأوجد بالبرهان قيمة س



البرهــان

جم = ٢ م و

٣س + ١ = ٢ × (٢س)

٣س + ١ = ٤س

١ = ٤س − ٣س

١ = س ⟸ س = ١

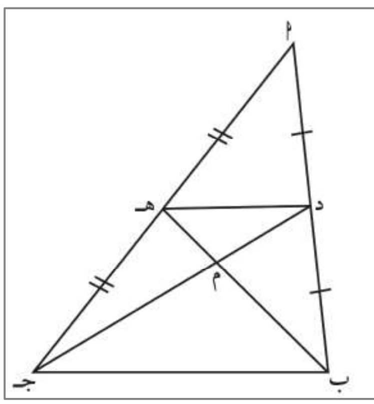
س في الشكل المقابل

د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ،

$\overline{دجـ} \cap \overline{بهـ}$ = { م }

بجـ = ٨سم ، بم = ٤سم ، دجـ = ٩سم

أوجد بالبرهان محيط Δ دمهـ



البرهــان

د منتصــــف $\overline{أب}$

هـ منتصــــف $\overline{أجـ}$

م نقطــة تقــاطع القطــع المتوســطة للمثلــث

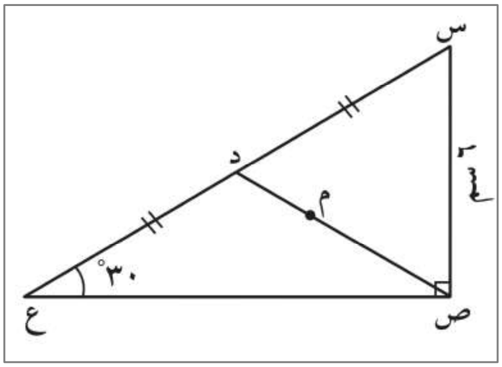
هـم = $\frac{١}{٢}$ بم = $\frac{١}{٢}$ × ٤ = ٢ سم

دم = $\frac{١}{٣}$ دجـ = $\frac{١}{٣}$ × ٩ = ٣ سم

دهـ = $\frac{١}{٢}$ بجـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤ سم

محيط Δ دمهـ = ٣ + ٢ + ٤ = ٩ سم

س Δ س ص ع قائم الزاوية في ص فيه: ق$(\hat{ع})$ = ٣٠°
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث ،
س ص = ٦ سم أوجد كلا مما يلى:



- س ع
- ص د
- ص م

ق$(\hat{س})$ = ٦٠°

Δ س ص ع ثلاثيني ستيني

س ع = ٢ × ٦ = ١٢

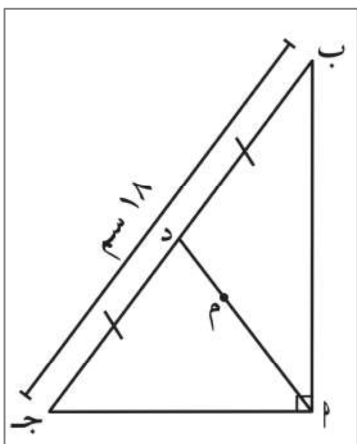
∵ Δ س ص ع قائم الزاوية في ص ، د منتصف $\overline{س ع}$

∴ ص د = $\frac{١}{٢}$ × س ع = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ = ٦

∵ م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث

ص م = $\frac{٢}{٣}$ × ص د = $\frac{٢}{\cancel{٣}}$ × $\cancel{٦}^{٢}$ = ٤ سم

س أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ ،
طول $\overline{ب جـ}$ = ١٨ سم ،
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أ ب جـ
أوجد بالبرهان كلاً من:



- أ د
- أ م

Δ أ ب جـ القائم في أ

د منتصف $\overline{ب جـ}$

∴ أ د = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٨ = ٩ سم

∵ م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث

∴ أ م = $\frac{٢}{٣}$ × أ د = $\frac{٢}{\cancel{٣}}$ × $\cancel{٩}^{٣}$ = ٦ سم

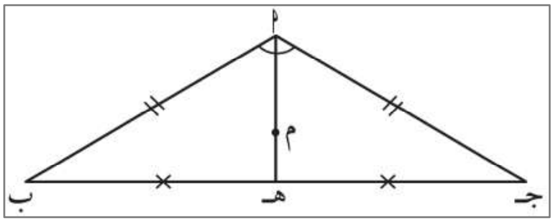
س ابجـ مثلث فيه:

اب=اجـ= ٢٤سم , ق(جـ)=٣٠° ،

م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث

أوجد بالبرهان كلاً من:

▪ اهـ ▪ مهـ ▪ ام



اب = اجـ

∴ ∆ابجـ مثلث متطابق الضلعين

$\overline{\text{اهـ}} \perp \overline{\text{بجـ}}$

∆اهجـ القائم في هـ

ق(أ) $= 60°$ (٦٠°)

∆اهجـ ثلاثيني ستيني

اهـ $= \frac{1}{2} \times$ اجـ $= \frac{1}{2} \times 24 = 12$ سم

∵ م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث

مهـ $= \frac{1}{3} \times$ اهـ $= \frac{1}{3} \times 12 = 4$ سم

ام $= 2 \times$ مهـ $= 2 \times 4 = 8$ سم

KuwaitTeacher.Com
صفوة معلمي الكويت

© جميع الحقوق محفوظة

النسبة المئوية

تمرن :

س جهاز كهربائي سعره ١٢٠ ديناراً ، وفى موسم التنزيلات وضِع عليه خصم بنسبة ١٥٪ ، فما قيمة الخصم ؟

$$\frac{١٥}{١\cancel{٠٠}} \times \frac{١٢\cancel{٠}}{١} = \frac{١٨\cancel{٠}}{١\cancel{٠}} = ١٨ \text{ دينار}$$

$$\begin{array}{r} ١٥ \\ \times \quad ١٢ \\ \hline ٣٠ \\ + \quad ١٥٠ \\ \hline ١٨٠ \end{array}$$

السعر بعد الخصم $= ١٢٠ - ١٨ = ١٠٢$

س قدّر ٦٣٪ من العدد ٤٥

$٦٣٪ \approx ٦٠٪$

$$\frac{٦\cancel{٠}}{١٠\cancel{٠}} \times ٤٥ = \frac{٢٧\cancel{٠}}{١\cancel{٠}} = ٢٧$$

$$\begin{array}{r} \overset{(٣)}{٤}٥ \\ \times \quad ٦ \\ \hline ٢٧٠ \end{array}$$

س قدّر ١٩٪ من العدد ٢١٠

$١٩٪ \approx ٢٠٪$

$$\frac{٢\cancel{٠}}{١\cancel{٠٠}} \times ٢١\cancel{٠} = \frac{٢١ \times ٢}{١} = ٤٢$$

س سُجّل ٥٠ متعلماً في رحلة مدرسية إلى أبراج الكويت ، حضر منهم ٣٥ متعلماً فقط. ما النسبة المئوية للحاضرين ؟

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{٪}{١٠٠}$$

$$\frac{٣٥}{٥٠} = \frac{س}{١٠٠}$$

$$س = \frac{٣٥ \times \overset{٢}{\cancel{١٠٠}}}{\underset{١}{\cancel{٥٠}}} = ٧٠٪$$

س إذا كان ٢٠٪ من متعلمي الصف التاسع في إحدى المدارس هو ٢٤ متعلماً ، فما عدد متعلم الصف التاسع ؟

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{٪}{١٠٠}$$

$$\frac{٤٢}{س} = \frac{٢٠}{١٠٠}$$

$$س = \frac{\overset{٢١}{\cancel{٤٢}} \times ١٠\cancel{٠}}{\underset{١}{\cancel{٢٠}}} = ٢١٠ \text{ متعلم}$$

UULA
KuwaitTeacher.Com

النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية

يمكن حل المسائل التي تتضمن نسباً مئوية تزايديه باستخدام المعادلة التالية
القيمة النهائية = (القيمة الأصلية) × (١٠٠٪ + النسبة المئوية للتزايد)

كذلك يمكن حل المسائل التي تتضمن نسباً مئوية تناقصيه باستخدام المعادلة التالية :
القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ _ النسبة المئوية للتناقص)

س أوجد السعر النهائي لحاسوب كان سعره ٧٠٠ دينار ثم زاد بنسبة ٢٠٪

القيمة النهائية = القيمة الأصلية (١٠٠٪ + ٪ التزايدية)

= ٧٠٠ × (١٠٠٪ + ٢٠٪)

= $\cancel{٧٠٠} \times \frac{١٢٠}{\cancel{١٠٠}}$ = ٨٤٠ دينــــار

$$\begin{array}{r} ^{(١)}\\ ١٢ \\ \times \quad ٧ \\ \hline ٨٤ \end{array}$$

س ارتفعت قيمة سهم إحدى شركات الاتصالات المدرجة في سوق الأوراق المالية بنسبة ١٤٪ . إذا كانت القيمة الأصلية للسهم ٤٠٠ فلس ، فأوجد القيمة النهائية للسهم.

القيمة النهائية = القيمة الأصلية (١٠٠٪ + ٪ التزايدية)

= ٤٠٠ × (١٠٠٪ + ١٤٪)

= $\cancel{٤٠٠} \times \frac{١١٤}{\cancel{١٠٠}}$ = ٤٥٦ فلــــس

$$\begin{array}{r} ^{(١)}\\ ١١٤ \\ \times \quad ٤ \\ \hline ٤٥٦ \end{array}$$

© جميع الحقوق محفوظة
KuwaitTeacher.Com

س أوجد النسبة المئوية للتزايد إذا كانت القيمة النهائية ٢٤٠ والقيمة الأصلية ٢٠٠.

القيمة النهائية = القيمة الأصلية (١٠٠% + % التزايدية)

$$٢٤٠ = ٢٠٠ \times \left(\frac{\cancel{١٠٠}}{\cancel{١٠٠}} + س\right)$$

$$٢٤٠ = ٢٠٠ \times (١ + س)$$

$$٢٤٠ = ٢٠٠ + ٢٠٠س$$

$$٢٠٠س = ٢٤٠ - ٢٠٠$$

$$\frac{٢٠٠س}{٢٠٠} = \frac{٤٠ \div ٢}{٢٠٠ \div ٢}$$

$$س = \frac{٢}{\cancel{١٠}} \times ١\cancel{٠}٠ = ٢٠\%$$

س يعمل جاسم في محل بيع الهواتف المتنقلة ويحصل على خصم ٣٠٪ على مشترياته. إذا كان سعر البيع لأحد الهواتف ٧٠ ديناراً ، فكم سيدفع جاسم بعد الخصم ؟

القيمة النهائية = القيمة الأصلية (١٠٠% - % التناقصية)

$$= ٧٠ \times (١٠٠\% - ٣٠\%)$$

$$= ٧٠ \times \frac{٧٠}{١٠٠} = ٤٩$$ دينـــار

س أوجد النسبة المئوية للتناقص إذا كانت القيمة النهائية ٣٠٠ والقيمة الأصلية ٥٠٠

القيمة النهائية = القيمة الأصلية (١٠٠% - % التناقصية)

$$٣٠٠ = ٥٠٠ \times \left(\frac{\cancel{١٠٠}}{\cancel{١٠٠}} - س\right)$$

$$٣٠٠ = ٥٠٠ \times (١ - س)$$

$$٣٠٠ = ٥٠٠ - ٥٠٠س$$

$$٥٠٠س = ٥٠٠ - ٣٠٠$$

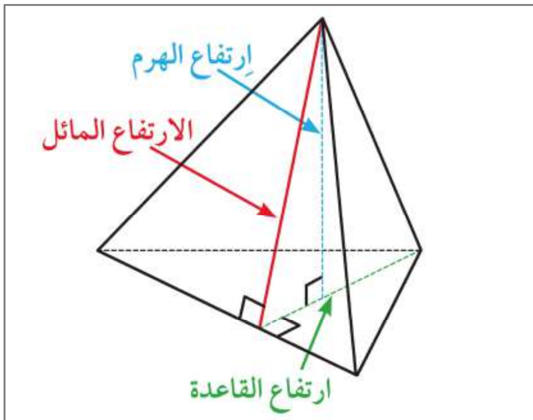
$$\frac{٥٠٠س}{٥٠٠} = \frac{٢٠٠}{٥٠٠}$$

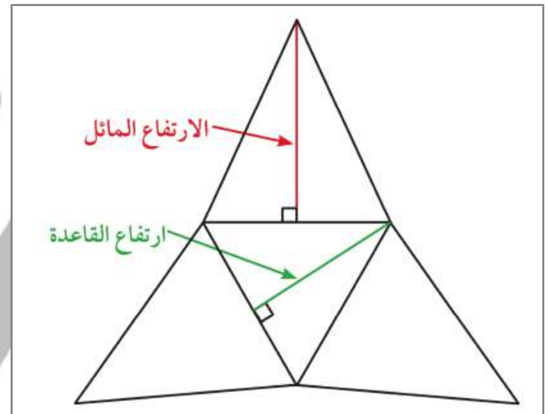
$$س = \frac{٢}{٥} \times \cancel{١٠٠} = ٤٠\%$$

KuwaitTeacher.Com

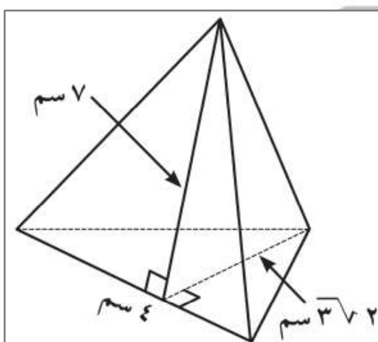
المساحة السطحية للهرم والمخروط

المساحة السطحية للهرم المنتظم =
(عدد الأوجه × مساحة الوجه الواحد) + مساحة القاعدة





س هرم ثلاثي منتظم طول ضلع قاعدته ٤ سم وارتفاع قاعدته ٢$\sqrt{٣}$ سم وارتفاعه المائل ٧سم
أوجد مساحته السطحية.



المساحة السطحية للهرم المنتظم =
(عدد الأوجه × مساحة الوجه الواحد) + مساحة القاعدة

مساحة الوجه الواحد $= \frac{١}{٢} \times ن \times ع_{\text{المائل}}$

$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٧$

$=$ ١٤ سم^٢

مساحة القاعدة $= \frac{١}{٢} \times ن \times ع_{\text{القاعدة}}$

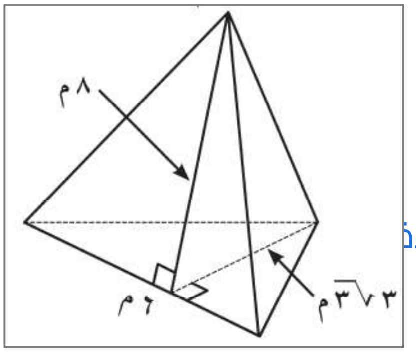
$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٢\sqrt{٣}$

$=$ ٤$\sqrt{٣}$ سم^٢

المساحة السطحية للهرم المنتظم $= (٣ \times ١٤) + ٤\sqrt{٣}$

$=$ ٤٢ + ٤$\sqrt{٣}$ سم^٢

KuwaitTeacher.Com



س هرم ثلاثي منتظم طول ضلع قاعدته ٦م وارتفاع قاعدته $٣\sqrt{٣}$ م وارتفاعه المائل ٨م أوجد المساحة السطحية للهرم المنتظم.

المساحة السطحية للهرم المنتظم =
(عدد الأوجه × مساحة الوجه الواحد) + مساحة القاعدة

مساحة الوجه الواحد $= \frac{١}{٢} \times ل \times ع_{\text{المائل}}$

$= \frac{١}{\cancel{٢}} \times \overset{٣}{\cancel{٦}} \times ٨$

$= ٢٤$ م^٢

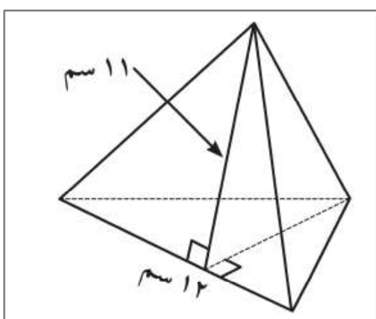
مساحة القاعدة $= \frac{١}{٢} \times ل \times ع_{\text{القاعدة}}$

$= \frac{١}{٢} \times \overset{٣}{\cancel{٦}} \times ٣\sqrt{٣}$

$= ٩\sqrt{٣}$ م^٢

المساحة السطحية للهرم المنتظم $= (٣ \times ٢٤) + ٩\sqrt{٣}$

$= ٧٢ + ٩\sqrt{٣}$ م^٢



س هرم ثلاثي منتظم مساحة قاعدته $٣٦\sqrt{٣}$ سم^٢ طول ضلع قاعدته ١٢سم وارتفاعه المائل ١١سم أوجد مساحته السطحية.

المساحة السطحية للهرم المنتظم =
(عدد الأوجه × مساحة الوجه الواحد) + مساحة القاعدة

مساحة الوجه الواحد $= \frac{١}{٢} \times ل \times ع_{\text{المائل}}$

$= \frac{١}{\cancel{٢}} \times \overset{٦}{\cancel{١٢}} \times ١١$

$= ٦٦$ سم^٢

المساحة السطحية للهرم المنتظم $= (٣ \times ٦٦) + ٣٦\sqrt{٣}$

$= ١٩٨ + ٣٦\sqrt{٣}$ سم^٢

KuwaitTeacher.Com

المخروط الدائري القائم: مجسم قاعدته دائرية الشكل وله رأس واحد ، وارتفاعه هو طول العمود المرسوم من رأسه على قاعدته عند مركزها.

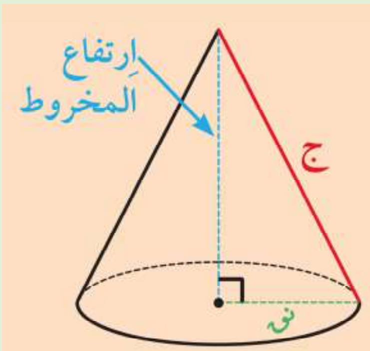
المساحة الجانبية للمخروط الدائري القائم

= $\frac{1}{2}$ محيط القاعدة × طول الراسم

= $\frac{1}{2} \times 2\, \pi$ نق × ع

= π نق × ع

(حيث ع هو طول الراسم)



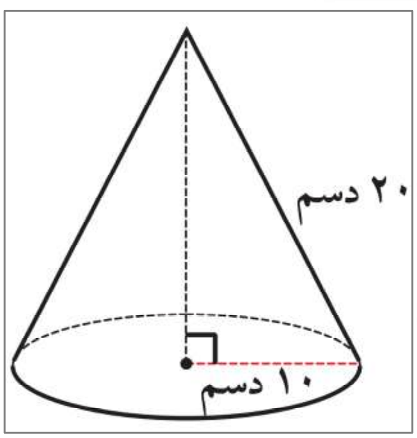
المساحة الجانبية للمخروط الدائري القائم

= المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

= π نق × ع + π نق^2

= π نق × (ع + نق)

س في الشكل المقابل مخروط دائري قائم (اعتبر π = ٣,١٤) وأوجد:



- مساحته الجانبية
- مساحته السطحية

المساحة الجانبية = π نق ع

= ٣,١٤ × ١٠ × ٢٠

= ٦٢٨ سم^2

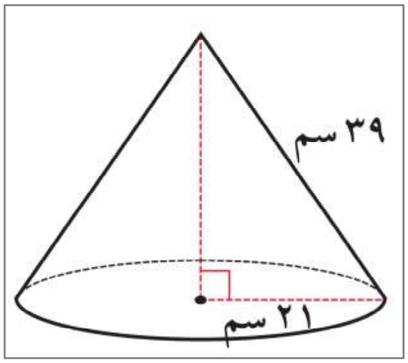
المساحة السطحية = π نق (ع + نق)

= ٣,١٤ × ١٠ (١٠ + ٢٠)

= ٣١,٤ × ٣٠

= ٩٤٢ سم^2

س أوجد المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم في الشكل المقابل (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



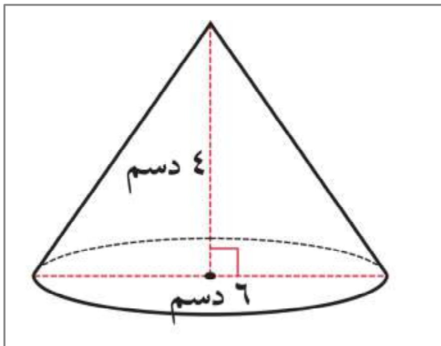
المساحة السطحية للمخروط $= \pi$ نق (ع + نق)

$= \frac{٢٢}{\cancel{٧}} \times \cancel{٢١}^{٣} \times (٣٩ + ٢١)$

$= ٦٦ \times ٦٠$

$=$ ٣٩٦٠ سم^٢

س في الشكل المقابل مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته ٦ دسم وارتفاعه ٤ دسم ، أوجد ما يلي:



- طول الراسم (ع):

حسب فيثاغورث:

ع $= \sqrt{٤^٢ + ٣^٢} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$ دسم

- المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم: (بدلالة π)

المساحة السطحية للمخروط $= \pi$ نق (ع + نق)

$= \pi \times ٣ (٥ + ٣)$

$= ٢٤\pi$ دسم^٢

س أرادت شركة ورقيات تصنيع قبعات للأطفال على شكل مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته ٧سم وطول الراسم ٣٠سم. أحسب المساحة السطحية للورق المستخدم لصناعة القبعة. (أعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

المساحة الجانبية للمخروط $= \pi$ نق ع

$= \frac{٢٢}{\cancel{٧}} \times \cancel{٧} \times ٣٠$

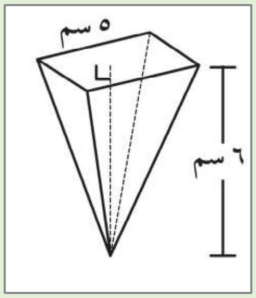
$=$ ٦٦٠ سم^٢

حجم الهرم

حجم الهرم القائم = $\frac{١}{٣}$ × حجم المنشور القائم المشترك معه في القاعدة والارتفاع

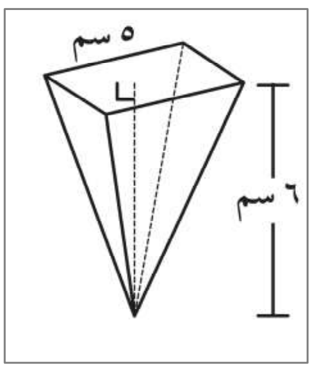
حجم الهرم القائم = $\frac{١}{٣}$ × مساحة القاعدة × الارتفاع

ح = $\frac{١}{٣}$ × م × ع



أوجد حجم المجسّم في كل مما يلى:

س أوجد حجم الهرم الرباعي القائم الذي قاعدته على شكل مربع كما في الشكل



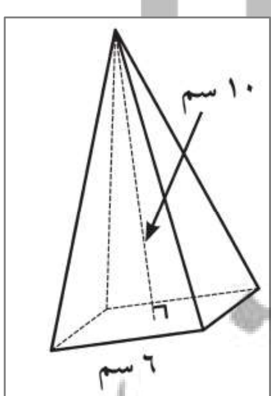
حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

= $\frac{١}{٣}$ × $(٥)^{٢}$ × ٦

= $\frac{١}{\cancel{٣}}$ × ٢٥ × $\cancel{٦}^{٢}$

= ٥٠ سم^{٣}

س هرم منتظم قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه ٦سم وارتفاع الهرم ١٠سم



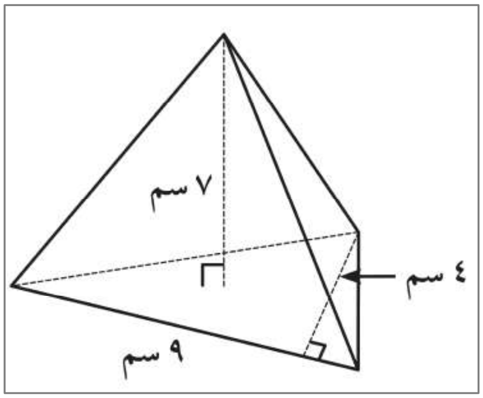
حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

= $\frac{١}{٣}$ × $(٦)^{٢}$ × ١٠

= $\frac{١}{\cancel{٣}}$ × $\cancel{٣٦}^{١٢}$ × ١٠

= ١٢٠ سم^{٣}

KuwaitTeacher.Com



س هرم قاعدته مثلث الشكل طول قاعدته ٩سم وارتفاعها ٤سم وارتفاع الهرم ٧سم

مساحة القاعدة $= \frac{١}{٢} \times ق \times ع$

$= \frac{١}{\cancel{٢}} \times ٩ \times \cancel{٤}^{٢}$

$= ١٨$ سم^{٢}

حجم الهرم $= \frac{١}{٣} \times م_{\triangle} \times ع$

$= \frac{١}{\cancel{٣}} \times \cancel{١٨}^{٦} \times ٧$

$= ٤٢$ سم^{٣}

س هرم ثلاثي حجمه ١٥٠سم٣ ، إذا كانت مساحة قاعدة الهرم ٢٥سم٢ ، فما ارتفاع الهرم ؟

حجم الهرم $= \frac{١}{٣} \times م_{\triangle} \times ع$

$١٥٠ = \frac{١}{٣} \times ٢٥ \times ع$

$\frac{٣}{٢٥} \times ١٥٠ = \frac{\cancel{٢٥}}{\cancel{٣}} \times ع \times \frac{\cancel{٣}}{\cancel{٢٥}}$

$ع = \cancel{١٥٠}^{٦} \times \frac{٣}{\cancel{٢٥}}$

$= ١٨$ سم

س صنع وليد نموذجاً لهرم رباعي منتظم حجمه ٤٠٠سم٣ إذا كان ارتفاع ١٢سم٣ ، فما طول ضلع قاعدة الهرم ؟

$م_{\square} = (س)^{٢}$

حجم الهرم $= \frac{١}{٣} \times م_{\triangle} \times ع$

$٤٠٠ = \frac{١}{\cancel{٣}} \times س^{٢} \times \cancel{١٢}^{٤}$

$\frac{٤٠٠}{٤} = \frac{٤س^{٢}}{٤}$

$\sqrt{١٠٠} = \sqrt{س^{٢}}$

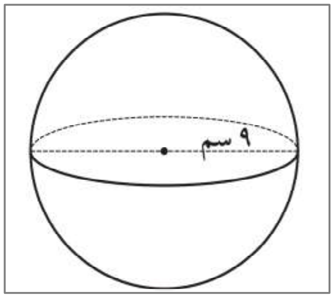
$س = \sqrt{١٠٠}$

$= ١٠$ سم

حجم الكرة

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \times \pi$ نق^{٣}

س أوجد حجم كرة طول نصف قطرها ٩سم . (بدلالة π)

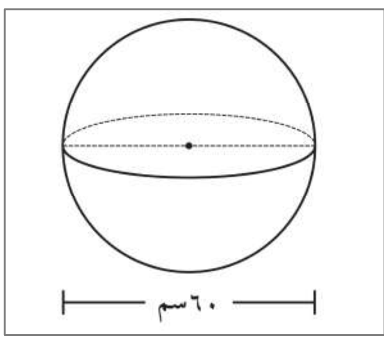


حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \times \pi \times$ نق^{٣}

$= \frac{٤}{٣}\pi \times (٩)^{٣}$

$= \frac{٤}{\cancel{٣}_{١}} \times \pi \times \cancel{٩}^{٣} \times ٩ \times ٩ = ١٢ \times ٨١\pi = ٩٧٢\pi$ سم^{٣}

س من خلال الشكل المقابل أوجد حجم الكرة المرسومة .
(بدلالة π)



نق = $\frac{\text{القطر}}{٢}$

نق = $\frac{٦٠}{٢} = ٣٠$

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \times \pi \times$ نق^{٣}

$= \frac{٤}{٣} \times \pi \times (٣٠)^{٣}$

$= \frac{٤}{\cancel{٣}} \times \pi \times \cancel{٣٠}^{١٠} \times ٣٠ \times ٣٠$

$= ٣٦٠٠٠\pi$ سم^{٣}

س أوجد حجم كرة طول نصف قطرها ٦سم . (بدلالة π)

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \times \pi \times$ نق^{٣}

$= \frac{٤}{٣}\pi \times (٦)^{٣}$

$= \frac{٤}{\cancel{٣}} \times \pi \times \cancel{٦}^{٢} \times ٦ \times ٦ = ٨ \times ٣٦\pi = ٢٨٨\pi$ سم^{٣}

KuwaitTeacher.Com

س إذا كان حجم كرة $\frac{٢٥٦}{٣}\pi$ م^٣ فاحسب طول نصف قطرها .

حجم الكرة $= \frac{٤}{٣} \times \pi \times نق^٣$

$\frac{٣}{٤\pi} \times \pi\frac{٢٥٦}{٣} = \cancel{\pi}\cancel{\frac{٤}{٣}}\, نق^٣ \times \cancel{\frac{٣}{٤\pi}}$

$نق^٣ = \frac{\cancel{٢٥٦}^{٦٤}}{\cancel{٣}}\cancel{\pi} \times \frac{\cancel{٣}}{\cancel{٤\pi}} = ٦٤$

$\sqrt[٣]{نق^٣} = \sqrt[٣]{٦٤}$

$نق = ٤$ م

س خزان على شكل نصف كرة، إذا كان طول قطر الخزان ٢م ، فاحسب حجمه. (أعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

حجم نصف الكرة $= \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣} \times \pi \times نق^٣$

$نق = \frac{٢}{٢} = ١$

$= \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} \times (١)^٣$

$= \frac{٤٤}{٢١}$ م^٣

© جميع الحقوق محفوظة
KuwaitTeacher.Com