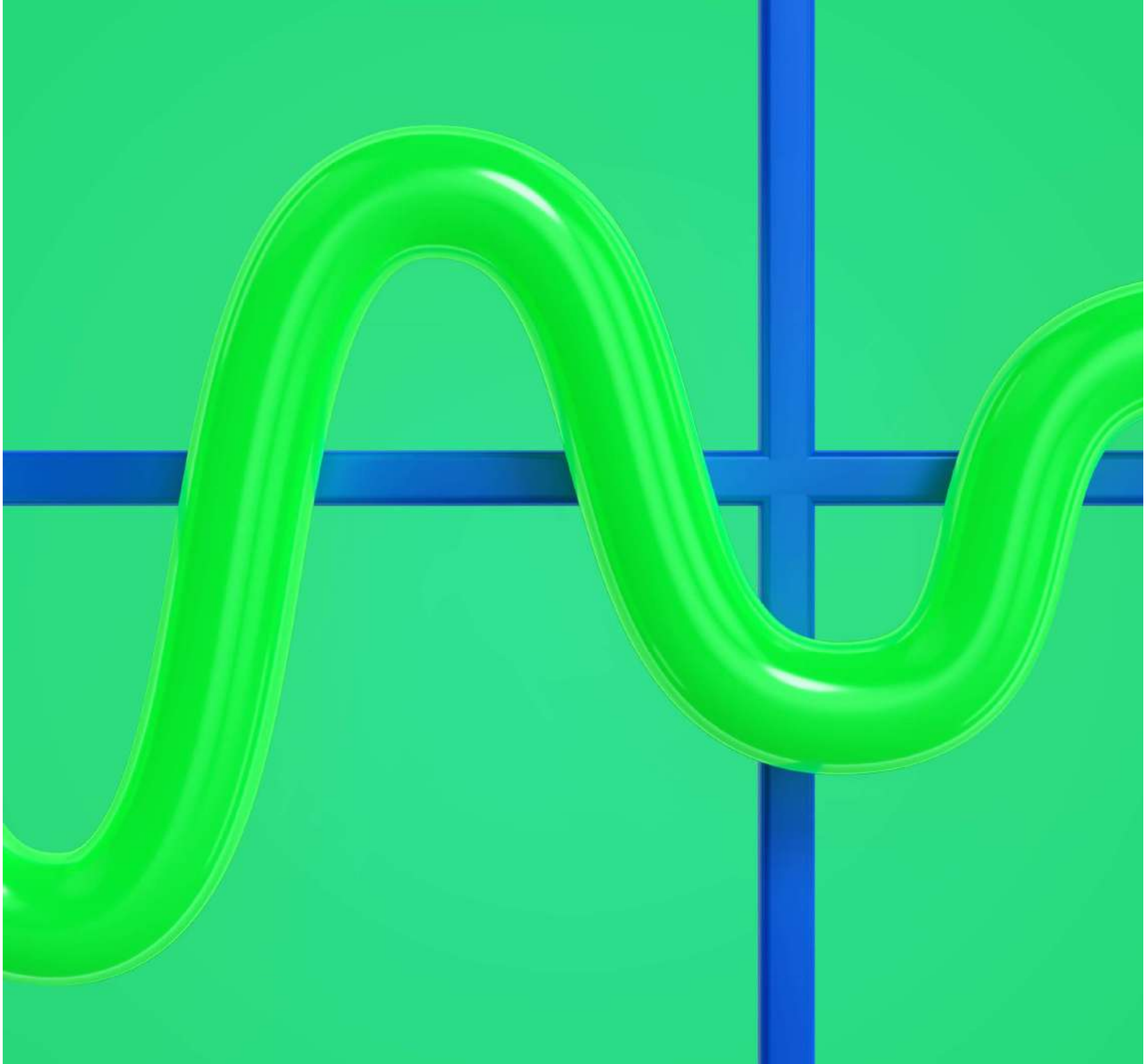


الرياضيات

الكورس الثاني

9

UULA.COM 2021-2022

الـريـاضـيـات

الـكـورس الثاني

9

شلون تتفوق بدراستك

طريقة علا المتكاملة للدراسة تشمل الاستفادة من المذكرة و الفيديوهات و الاختبارات

علا تخلي المذكرة أقوى

تبي أعلى الدرجات؟ لا تعتمد على المذكرة بروحها – ادرس صح من الفيديوهات و الاختبارات

فيديوهات تشرح لك

تابع الفيديوهات و انت تدرس المذكرة عشان تضبط الدرس

اختبارات ذكية تدربك

حل الاختبارات الالكترونية أول بأول عشان ترفع مستواك

اشترك بالمادة

احرص على تفعيل اشتراكك عشان تستفيد كثر ما تقدر

اكتشف عالم التفوق مع باقات علا

ادرس جميع مواد مرحلتك باشتراك واحد بسعر خيالي

المنقذ

أقوى مذكرة صارت الحين أقوى و أقوى مع خاصية
المنقذ للمساعدة الفورية

شنو المنقذ ؟

امسح الباركود بكاميرا تلفونك
وتعرف على طريقة استخدام المنقذ

UULA

شنو فايدة هالخاصية ؟

أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ بينقذك .

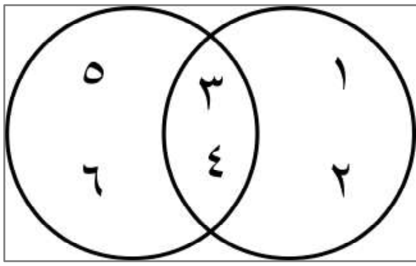
امسح الباركود بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت فاتح
المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو الشرح.

قائمة المحتوى

05 الوحدة العاشرة: الهندسة والقياس

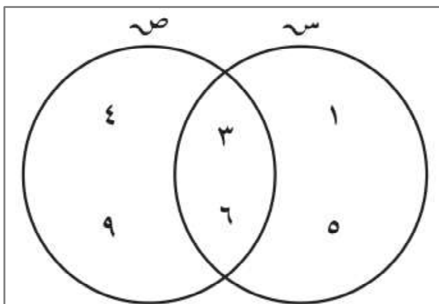
مجموعة الفرق

س من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي:



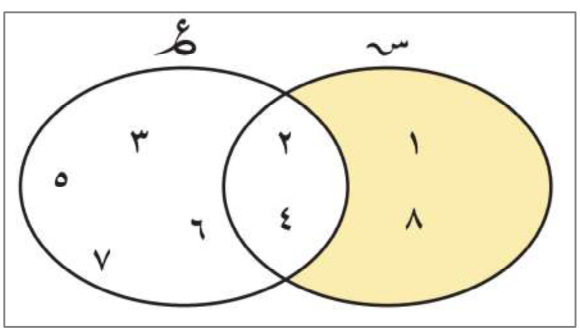
- سـ = ...
- ص = ...
- سـ ∩ ص = ...
- سـ ∪ ص = ...

س من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي:



- سـ = ...
- ص = ...
- سـ − ص = ...
- ص − سـ = ...

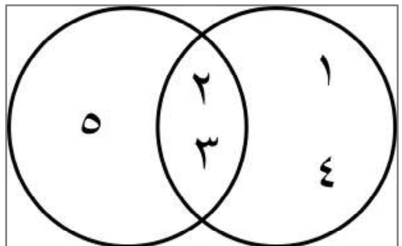
س إذا كانت سـ = { أ:أ ∈ ص ، أ عامل من العوامل الموجبة للعدد ٨ } ،
ع = { ب:ب ∈ ص ، ١ > ب ⩾ ٧ }، حيث ص مجموعة من الأعداد الصحيحة.
فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي: سـ ، ع ، سـ − ع ، ع − سـ .
ثم مثل كلاً من سـ ، ع بشكل فن و ظلل المنطقة التي تمثل سـ − ع .



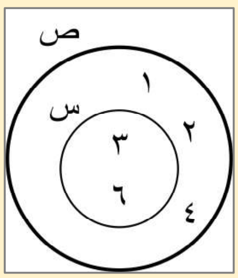
س إذا كان ع = { أ : أ ∋ ص ، ١ ≤ أ < ٥ } ،
حيث ص مجموعة من الأعداد الصحيحة.
ح = { ب : ب عامل من العوامل الأولية للعد ٣٠ }
فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:

- ع = ...
- ح = ...
- ع − ح = ...

مثل كلاً من ع ، ح بشكل فن ، ثم ضلل المنطقة التي تمثل ع - ح



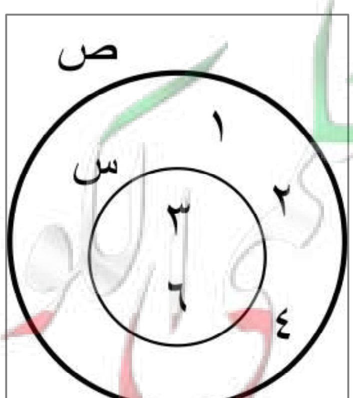
ملاحظات (الاحتواء)



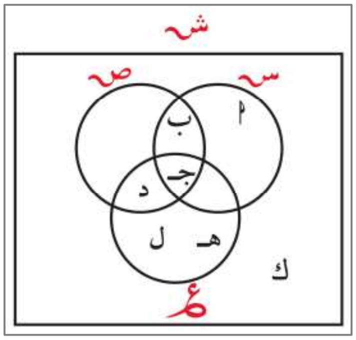
س = {٣،٦}
ص = {١،٢،٣،٤،٦}
س ⊆ ص
س ∩ ص = س = {٣،٦}

س إذا كانت سـ = مجموعة مضاعفات العدد ٣ الأصغر من ٩،
ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ } فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:

- سـ = ...
- سـ − ص = ...
- ص − سـ = ...
- مثل كلاً من سـ ، ص بشكل فن ، ثم ضلل المنطقة التي تمثل ص ∋ سـ



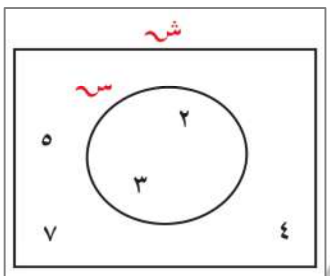
المجموعة الشاملة – المجموعة المتممة



س من الشكل المقابل أكتب بذكر العناصر كلاً مما يلى:

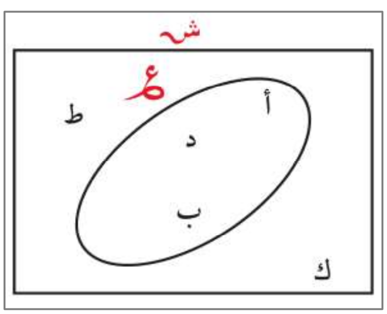
- ش = ----------------
- س = ----------------
- $\overline{س}$ = ش – س = ----------------
- $\overline{\overline{س}}$ = س = ----------------

س من الشكل المقابل ، أكتب بذكر العناصر كلاً مما يلى:



- ش = ----------------
- س = ----------------
- $\overline{س}$ = ش - س = ----------------
- س ∩ $\overline{س}$ = ----------------
- س ∪ $\overline{س}$ = ---------------- =
- $\overline{\overline{س}}$ = ---------- = ----------

س من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:



- ش = ----------------
- ع = ----------------
- $\overline{ع}$ = ----------------
- $\overline{\overline{ع}}$ = ----------------

ويمكن إستنتاج أن

س ∩ $\overline{س}$ = ϕ

ش – س = $\overline{س}$

ش ∪ س = ش

س ∪ $\overline{س}$ = ش

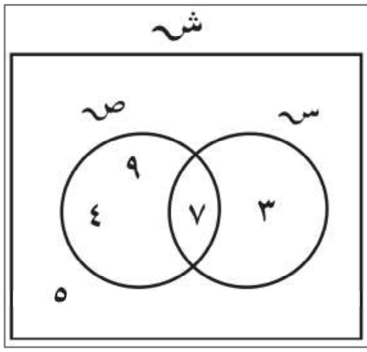
ش ∪ $\overline{س}$ = ش

$\overline{\overline{س}}$ = س

ش ∩ س = س

ش ∩ $\overline{س}$ = $\overline{س}$

س من الشكل المقابل ، أكتب بذكر العناصر كلاً مما يلي:

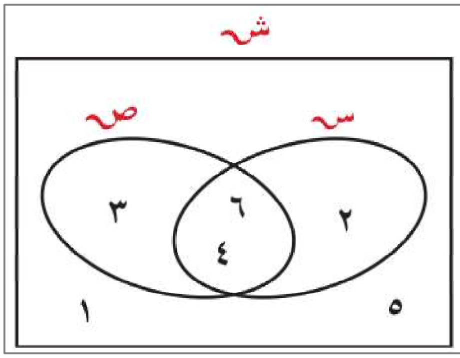


- $\text{ش} =$ --
- $\text{س} =$ --
- $\text{ص} =$ --
- $\overline{\text{س}} =$ --
- $\overline{\text{ص}} =$ --
- $\overline{\text{س}} \cap \overline{\text{ص}} =$ --
- $\text{س} \cup \text{ص} =$ --
- $\overline{\text{س} \cup \text{ص}} =$ --
- ماذا تلاحظ؟ --
- $\overline{\text{س}} \cup \overline{\text{ص}} =$ --
- $\text{س} \cap \text{ص} =$ --
- $\overline{\text{س} \cap \text{ص}} =$ --
- ماذا تلاحظ؟ --

قوانين دي مورغان De Morgan:

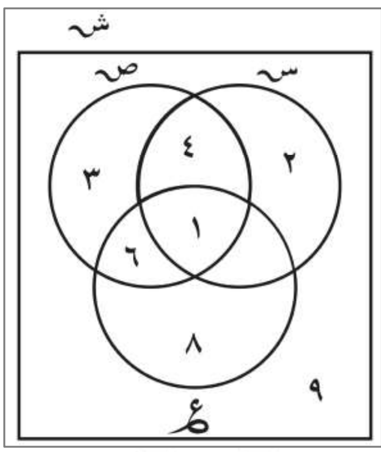
- $\overline{\text{س} \cup \text{ص}} = \overline{\text{س}} \cap \overline{\text{ص}}$
- $\overline{\text{س} \cap \text{ص}} = \overline{\text{س}} \cup \overline{\text{ص}}$

س من شكل ڤن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:

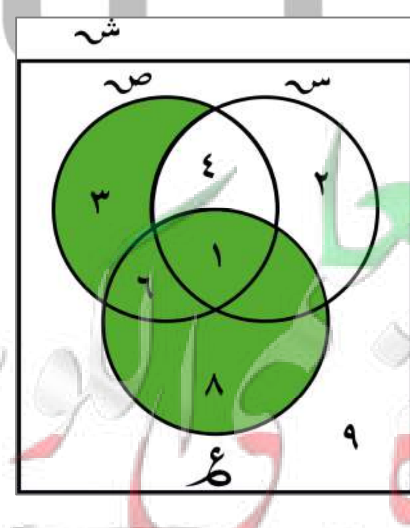


- ش = ...
- س = ...
- ص = ...
- $\overline{س}$ = ...
- $\overline{ص}$ = ...
- $\overline{(س \cap ص)}$ = ...
- $\overline{(س \cup ص)}$ = ...

س من شكل ڤن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:



- ش = ...
- ص = ...
- $\overline{س}$ = ...
- ص - ع = ...
- $\overline{(س \cap ص)}$ = ...
- ظلل المنطقة التي تمثل ($\overline{س - ع}$) .

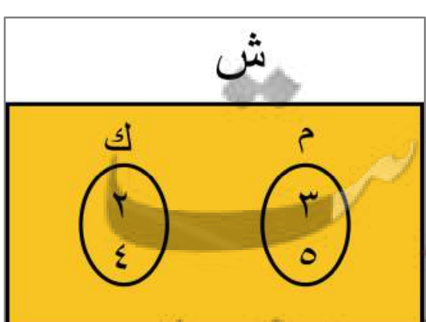


س إذا كانت المجموعة الشاملة ش = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،
س = { أ : أ ∈ مجموعة الأعداد الكلية ، ٢ ≤ أ < ٤ } ،
ص = { ب : ب ∈ مجموعة الأعداد الكلية، ب عامل من عوامل العدد ٤ }
فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى:

- س = --
- ص = --
- $\overline{\text{س}}$ = --
- $\overline{\text{ص}}$ = --
- ($\overline{\text{س} \cap \text{ص}}$) = --
- ($\overline{\text{س} \cup \text{ص}}$) = --
- ($\overline{\overline{\text{س} \cap \text{ص}}}$) = --

س إذا كانت المجموعة الشاملة ش = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،
م = مجموعة الأعداد الفردية الأكبر من ١ والأصغر من ٧ ،
ك = { أ : أ عدد زوجى ، ١ < أ < ٦ } فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يلى

- م = --
- ك = --
- $\overline{\text{م}}$ = --
- $\overline{\text{ك}}$ = --
- ($\overline{\text{م} \cap \text{ك}}$) = --
- (م - ك) = --
- ($\overline{\text{م} - \text{ك}}$) = --
- مثل كلاً من ش ، م ، ك
بشكل فن ، ثم ضلل
المنطقة التي تمثل ($\overline{\text{م} \cap \text{ك}}$)



التطبيق وأنواعه

التطبيق الذي يتساوى فيه المدى والمجال المقابل يسمى **(تطبيق شامل)**

التطبيق الذي لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابل يسمى **(تطبيق متباين)**

التطبيق الشامل والمتباين يسمى **(تطبيق تقابل)**

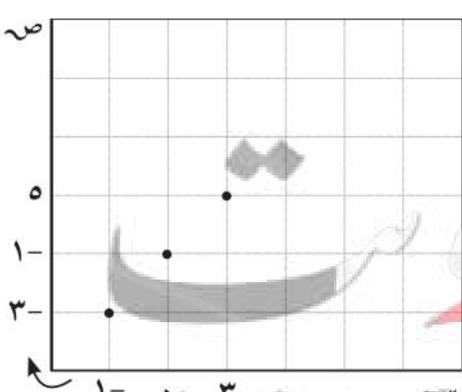
س إذا كانت س = { -١ ، ٠ ، ٣ } ، ص = { -٣ ، -١ ، ٥ } ،
التطبيق ت : س ⟵ ص ، حيث ت (س) = ٢س - ١

- أوجد مدى التطبيق ت

- أكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتبة

- بيّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

- مثل التطبيق ت بمخطط سهمي وآخر بياني



س إذا كانت سـ = { -٢ ، ٠ ، ٢ } ، ص = { -٤ ، ٢ ، ٨ } ،
التطبيق ت : سـ ⟵ ص ، حيث ت (سـ) = ٣سـ + ٢

- أوجد مدى التطبيق ت

- أكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتبة

- مثل التطبيق ت بمخطط سهمي

- بيّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

س إذا كانت ل = { ١ ، -١ ، ٣ } ، م = { ٢ ، ٥ ، ١٠ } ،
التطبيق هـ : ل ⟵ م ، حيث هـ (س)= س^{٢} + ١

- أوجد مدى التطبيق هـ

- أكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتبة.

- مثل التطبيق هـ بمخطط بياني

- بيّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

س إذا كانت سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ } ، ص = { ٠ ، ١ ، ٨ } ،
التطبيق د : سـ ⟵ ص ، حيث د (سـ)= سـ^{٣}

- أوجد مدى التطبيق د

- أكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتبة.

- بيّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

س إذا كانت سـ= { ١ ، ٤ ، ٩ } ، ص= { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،
التطبيق ت : سـ ⟵ ص ، حيث ت(س) = √س

- أوجد مدى التطبيق ت

- بيّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

س إذا كانت سـ= { ٤ ، ٥ ، ٦ } ، التطبيق ك :سـ ⟵ سـ ،
حيث ك= { (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٥) }

- أوجد مدى التطبيق ك

- مثل التطبيق ك بمخطط بياني

- بيّن أن التطبيق ك تطبيق تقابل

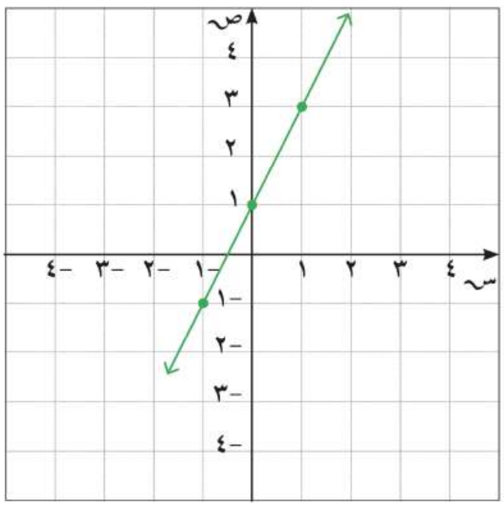
الدالة الخطية

الدالة الحقيقية د : ح ⟵ ح ، د (س) = أ س + ب

حيث أ ، ب ∈ ح تسمى (دالة خطية) (تطبيق خطي).

د س = أس + ب

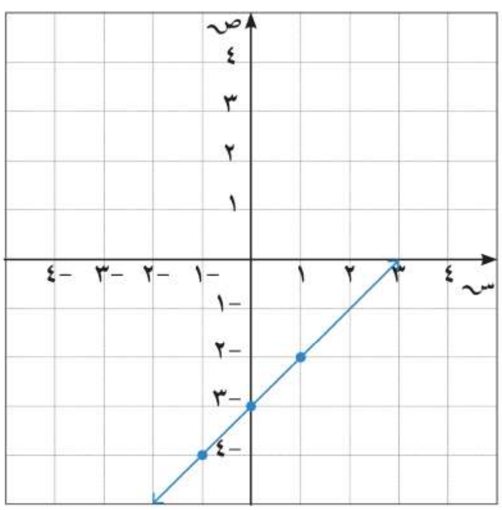
د س = ٢س + ١



ارسم بيانياً كل من الدوال الخطية التالية:

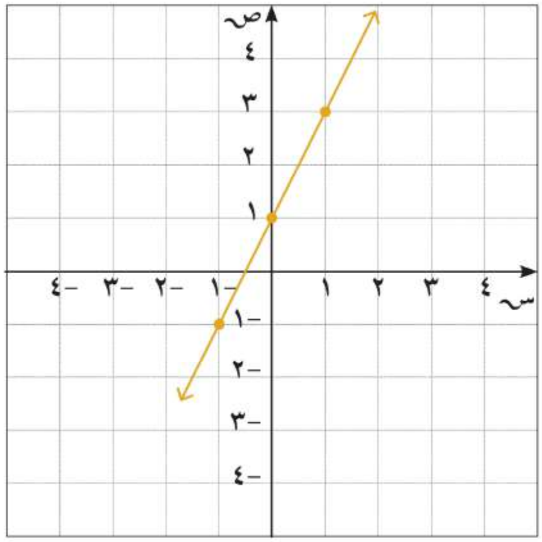
س ص=س−٣

			س
			ص



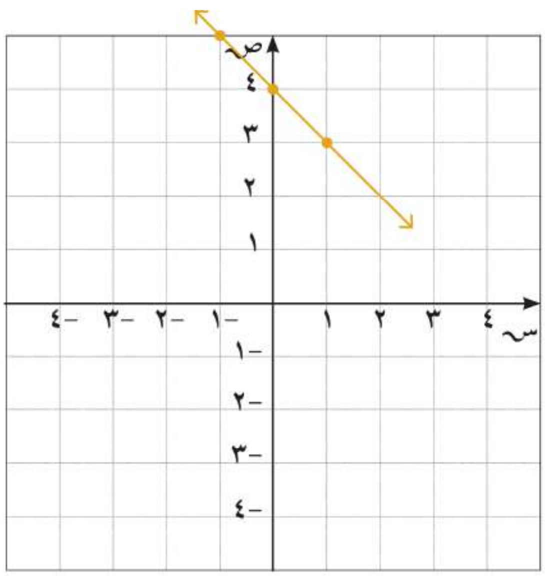
س ص = ٢س + ١

س			
ص			



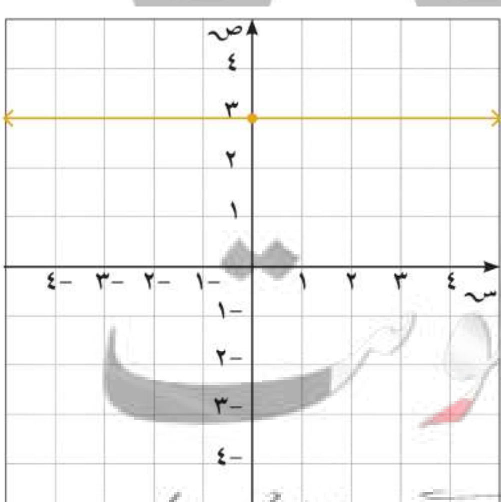
س ص = ٤ − س

س			
ص			



س ص = ٣

س			
ص			

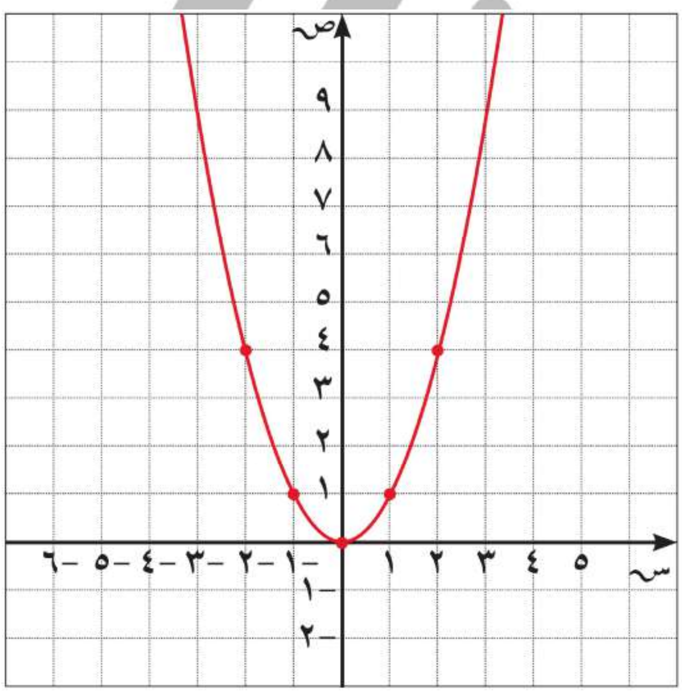


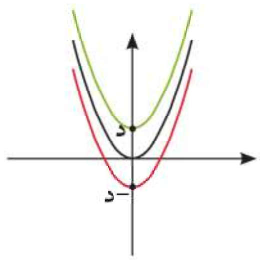
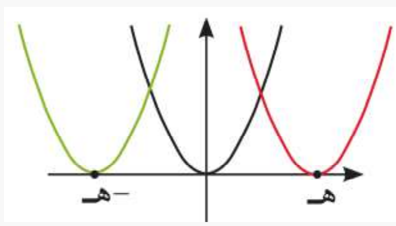
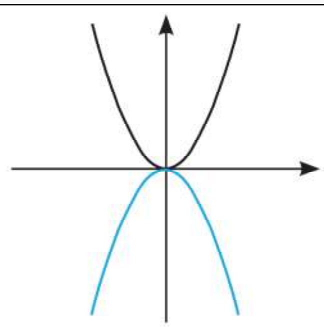
الدالة التربيعية

الدالة الحقيقية التي فيها القوة الأعلى للمتغير المستقل ٢ تسمى **(دالة تربيعية)**
ويكون الرسم البياني للدالة التربيعية منحنى على شكل ∪ أو ∩ ويسمى **(قطع مكافئ)**

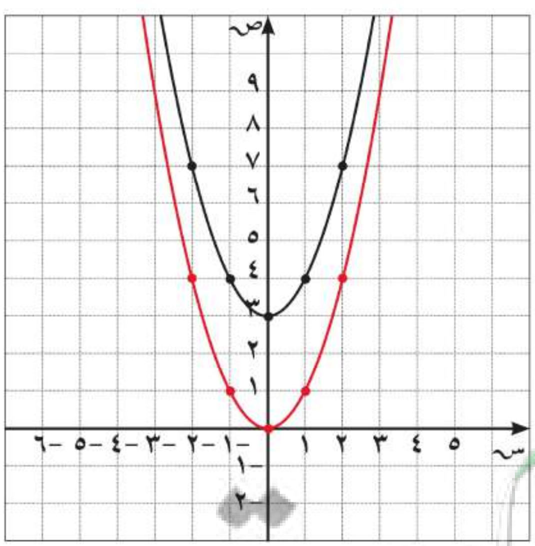
الصورة العامة للدالة التربيعية هي:

$\text{ص} = \underbrace{\text{أ س}^{٢}}_{\text{حد من الدرجة الثانية}} + \underbrace{\text{ب س}}_{\text{حد من الدرجة الأولى}} + \underbrace{\text{جـ}}_{\text{حد ثابت}}$ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية، أ $\neq$ ٠



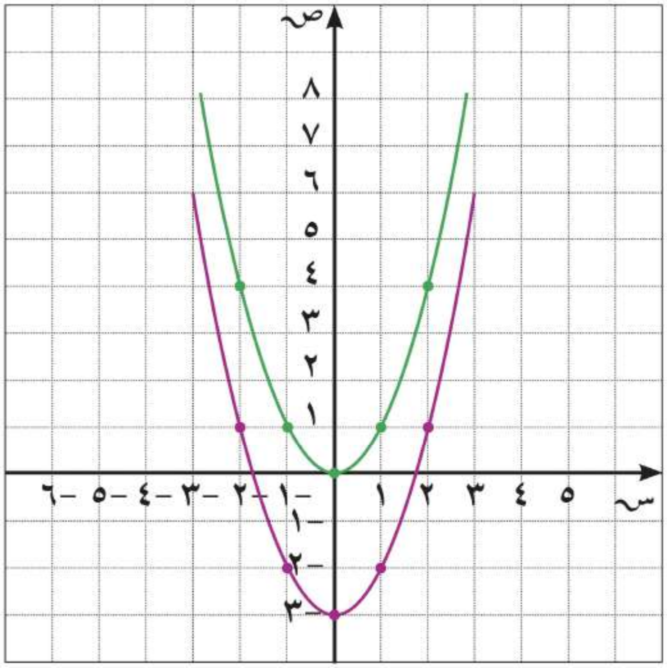
الدالة التربيعية	التحويلات الهندسية المطبقة على التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س^{٢}	التمثيل البياني
ص = س^{٢} + د	إزاحة رأسية د وحدة إلى الأعلى إذا كانت د موجبة، وإزاحة رأسية |د| وحدة إلى الأسفل إذا كانت د سالبة.	
ص = (س + هـ)^{٢}	إزاحة أفقية هـ وحدة إلى اليسار إذا كانت هـ موجبة، وإزاحة أفقية |هـ| وحدة إلى اليمين إذا كانت هـ سالبة.	
ص = −س^{٢}	انعكاس في محور السينات	

س مثل بيانياً الدالة ص = س^{٢} + ٣ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س^{٢}

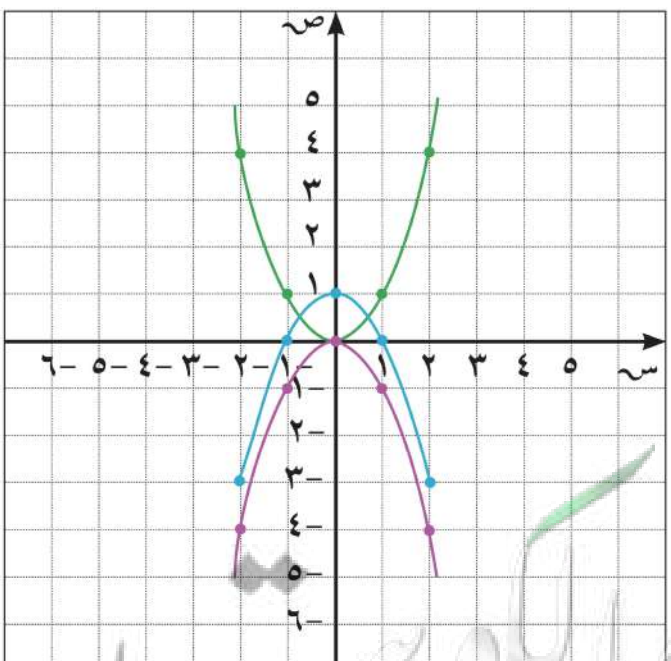


مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س ^٢^، مثل بيانياً كلا من الدوال التالية:

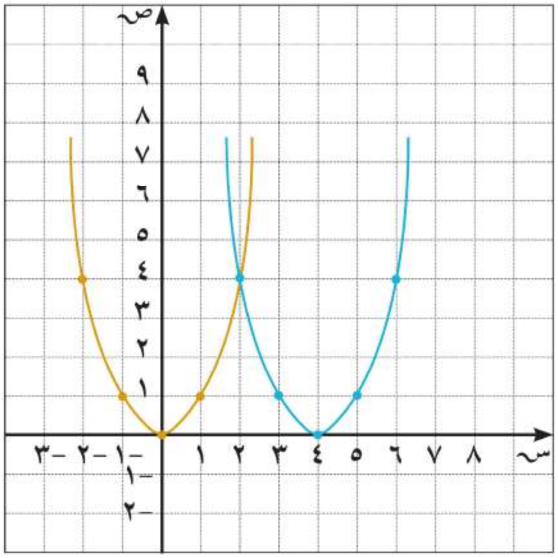
س ص = س ^٢^ – ٣



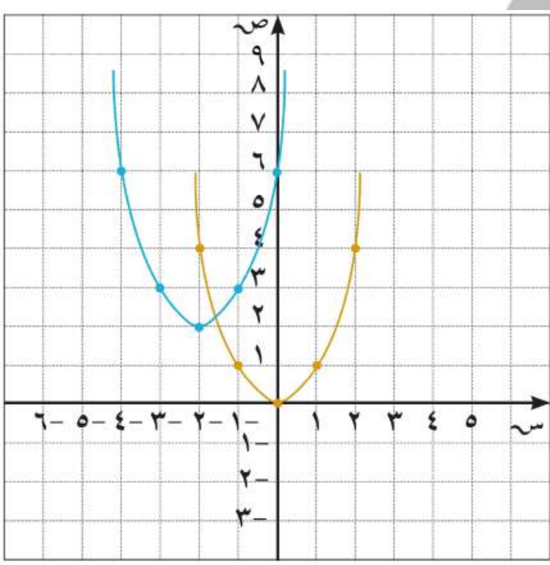
س ص = –س ^٢^ + ١



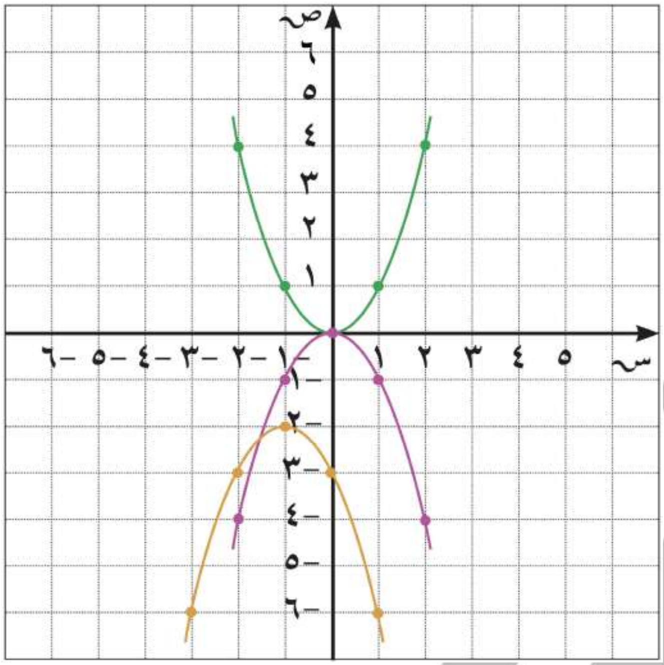
س ص = (س − ٤)^٢



س ص = (س + ٢)^٢ + ٢

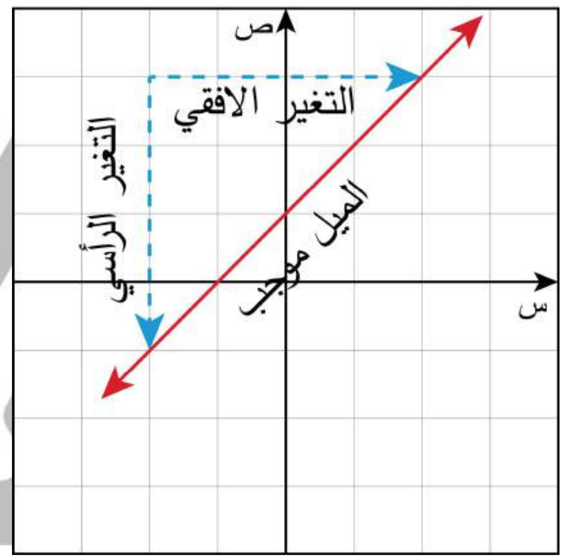


س $ص = -(س+1)^2 - 2$

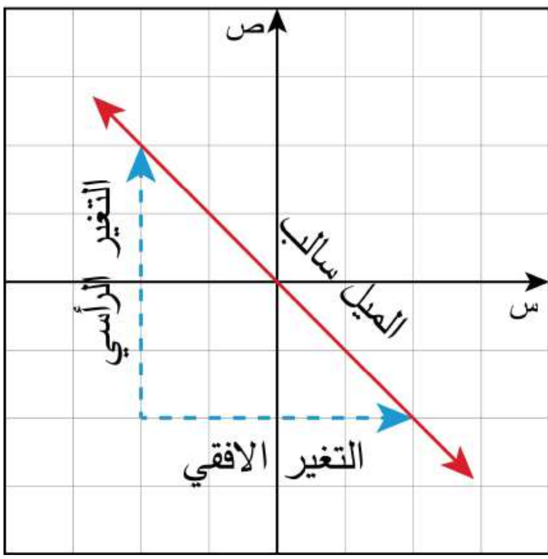


الميل

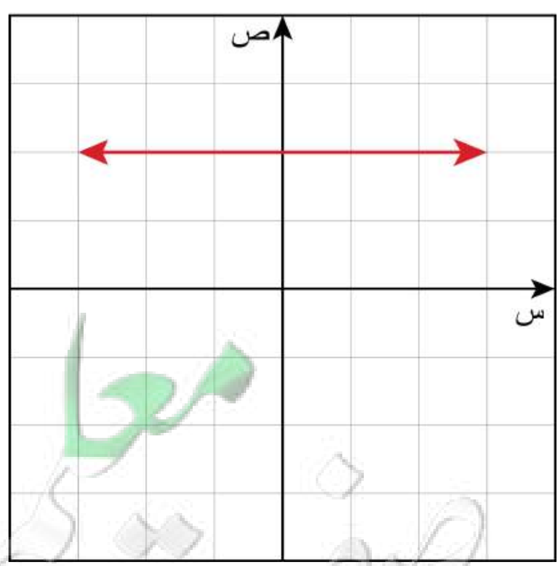
$$\text{ميل } \overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقى}}$$



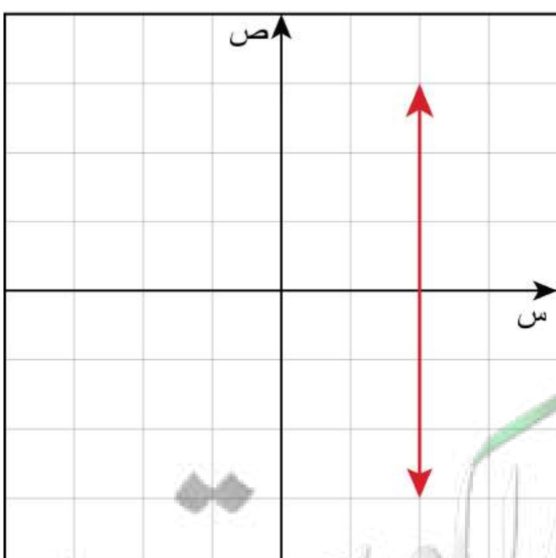
ميل المستقيم موجب



ميل المستقيم سالب

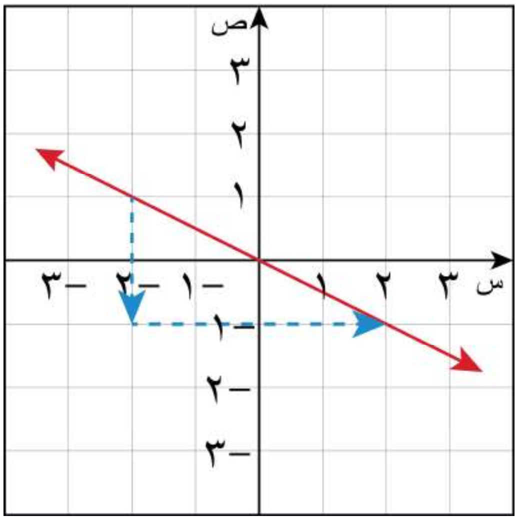


ميل المستقيم الأفقي يساوى صفراً

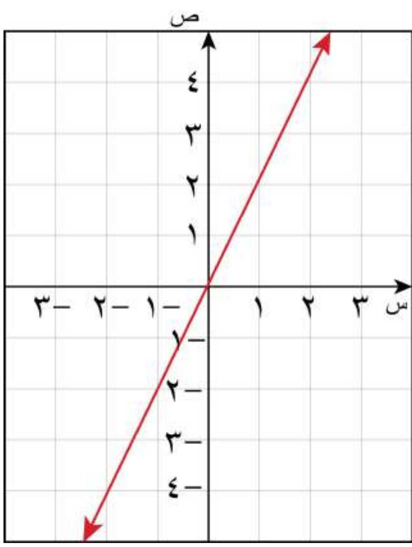


المستقيم الرأسي ليس له ميل

س في الشكل المقابل: أوجد ميل المستقيم المرسوم



س أوجد ميل المستقيم في الشكل المقابل:



(حاول إيجاد الميل بطريقة أخرى)

إذا كانت أ ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب ($س_٢$ ، $ص_٢$) نقطتين في المستوى الإحداثى فإن

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقى}} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} \text{ ، } س_٢ \neq س_١$$

س أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين أ (–٢،١) ، ب (٥،٧)

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين في كل مما يلي:

س أ (١،٢) ، ب (٣،٤).

س د (-١،٦) ، هـ (٤،٥).

س ل (-٤،٠) ، ك (٠،-٣).

س م (٢،٣) ، ن (-٥،٣).

المعادلة على الصورة: ص = م س + ب تمثل معادلة المستقيم الذى ميله م ، والجزء المقطوع من محور الصادات ب .

مثال:

س أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته:
ص = ٥س - ٣

أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته:

س ص = ٣س + ٤

س ص = -٣ - ٧س

س ص=٥س

س ٢س+ص=١

س ٣ص−٦س+٧=٠

س ٢ص=٣س+٨

س −ص+س+٢=٠

س ص=٩

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

ليكن $م_١$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$ ، $م_٢$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_٢}$:

- $\overleftrightarrow{ل_١} // \overleftrightarrow{ل_٢} \Leftrightarrow م_١ = م_٢$
- $\overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢} \Leftrightarrow م_١ \times م_٢ = -١$ أي أن: $م_١ = \frac{-١}{م_٢}$

س أذا كان $\overleftrightarrow{ن}$ يمر بالنقطتين أ(-٣،٥) ، ب(-٤،٣) ، وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = ٢س + ٧ ، فأثبت أن $\overleftrightarrow{ن} // \overleftrightarrow{ك}$

س أذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو -٤ فأي من المستقيمات التالية يوازي $\overleftrightarrow{أب}$

- $\overleftrightarrow{جد}$ الذي يمر بالنقطتين: ج (٠، ٦) ، د (-٤،٢)
- $\overleftrightarrow{عل}$ الذي معادلته: ص + ٤س - ٥ = ٠

س إذا كان $\overleftrightarrow{مـن}$ يمر بالنقطتين م(٢،٦) ، ن(٧،٦) ،
$\overleftrightarrow{هـط}$ يمر بالنقطتين هـ(٢ ، ١) ، ط(٥ ، ١) أثبت أن: $\overleftrightarrow{مـن} // \overleftrightarrow{هـط}$

س إذا كانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص=٤س+٣
ومعادلة $\overleftrightarrow{ن}$: ٤ص-١٦س=١ فهل المستقيمان متوازيان؟ وضح ذلك.

س أذا كان $\overleftrightarrow{ل}$ يمر بالنقطتين ف(٤،٦) ، ع(٦،١) ،

وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص= $\frac{٢}{٥}$ س-٤ ، فأثبت أن $\overleftrightarrow{ل} \perp \overleftrightarrow{ك}$

س إذا كان $\overleftrightarrow{أ}$ يمر بالنقطتين (٨،١) ، (٣،٤) ،

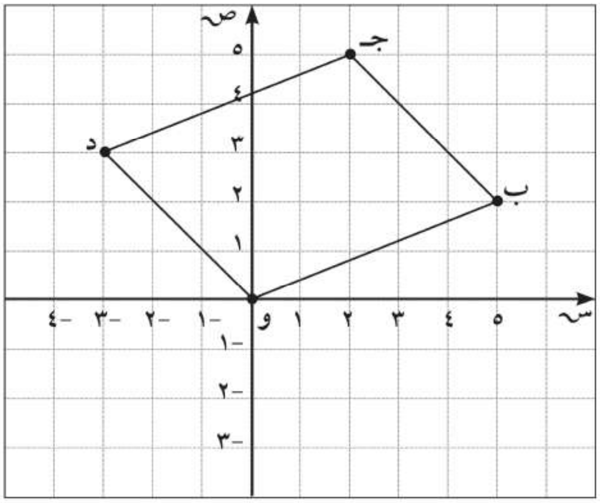
و معادلة $\overleftrightarrow{ب}$: ١٠س- ٦ص= -٥ فهل المستقيمان متعامدان ؟ وضح ذلك

س تحقق من تعامد $\overleftrightarrow{ل}_{١}$ الذى يمر بالنقطتين (٣،-٦) ، (٦،٧)
مع $\overleftrightarrow{ل}_{٢}$ الذى يمر بالنقطتين (٣،٤) ، (-٦،٧)

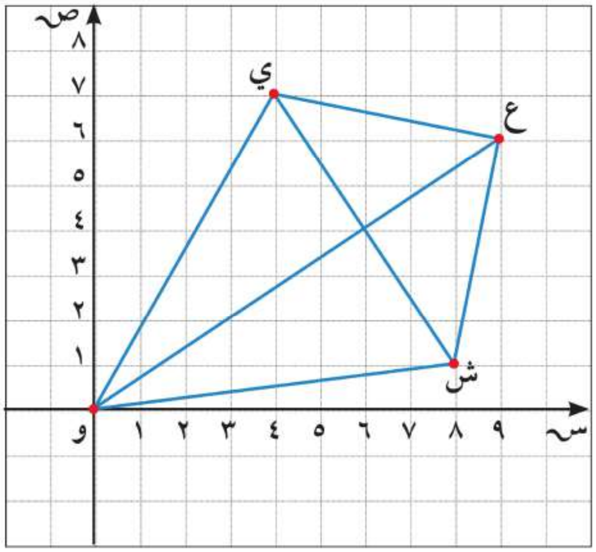
س أذا كان $\overleftrightarrow{ن} \perp \overleftrightarrow{ل}$ و معادلة ل : ص = ٢س + ١ أوجد ميل $\overleftrightarrow{ن}$

س إذا كان $\overleftrightarrow{ك} \perp \overleftrightarrow{ل}$ حيث معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ٨س - ٢ص = ٩ ، أوجد ميل $\overleftrightarrow{ل}$

س في الشكل الرباعي وبجد ، أثبت أن : $\overline{وب} // \overline{دج}$



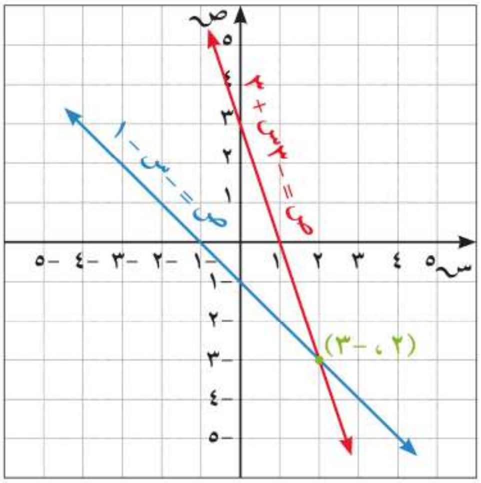
س في الشكل المقابل عشوي شكل رباعي ، أثبت أن قطريه متعامدان.



حل معادلتين خطيتين (من الدرجة الأولى) في متغيرين

س أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانياً:

ص+٣س−٣=٠ ، ص+س= −١

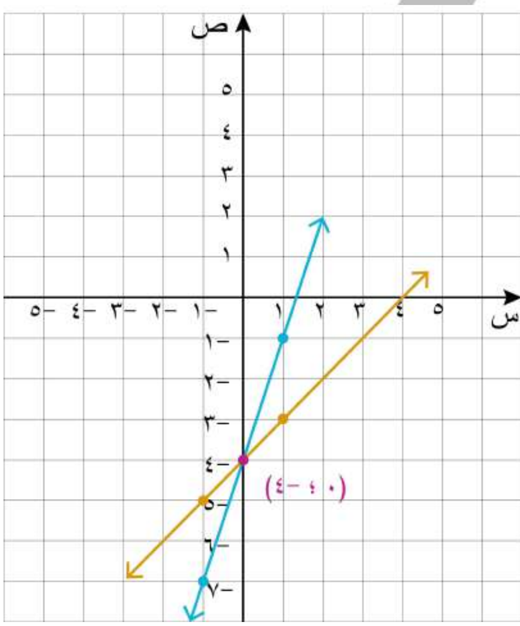


س			
ص			

س			
ص			

س أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانياً:

ص−٣س+٤=٠ ، ص− س= −٤



س			
ص			

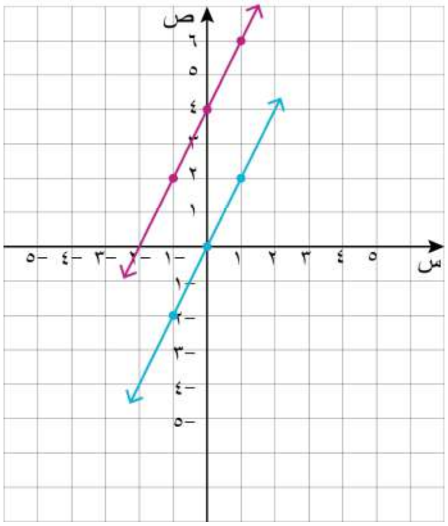
س			
ص			

س أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانياً:

ص−٢س=٠ ، ص=٢س+٤

س			
ص			

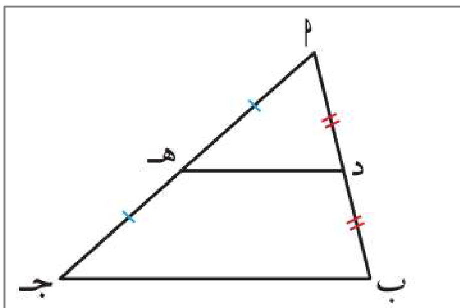
س			
ص			



النقطة	تنتمي إلى المستقيم ص=س+١	تنتمي إلى المستقيم ص=−س+٣
(−١ ، ٠)		
(١ ، ٢)		

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث

نظرية:
القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازى الضلع الثالث وطولها يساوى نصف طول هذا الضلع.

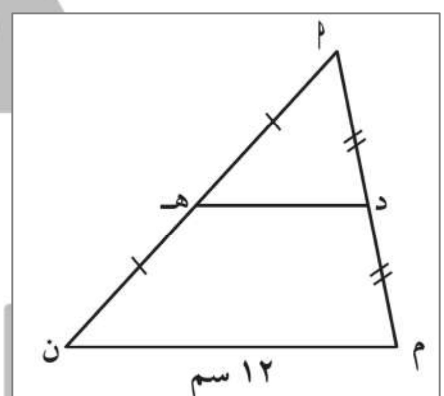


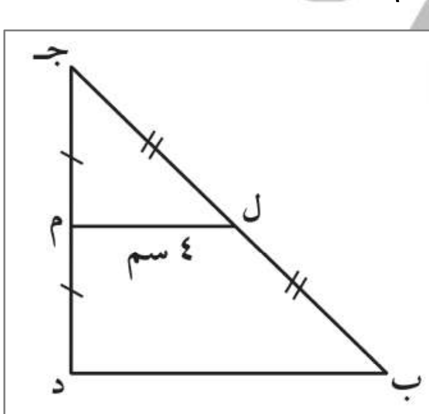
في المثلث أبجـ :

∵ د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$

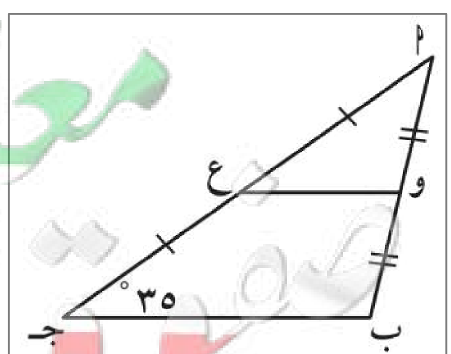
∴ $\overline{دهـ} // \overline{بجـ}$ ، دهـ = $\frac{1}{2}$ بجـ

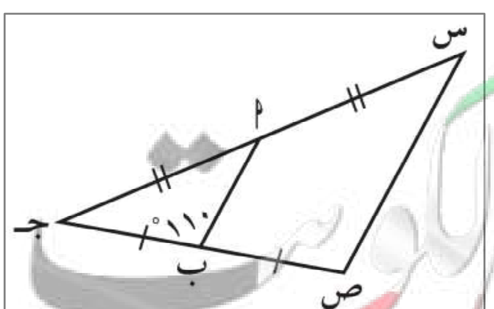
س في كل من المثلثات التالية أكمل (دون استخدام الأدوات الهندسية):





- دهـ ------------------
- بد ------------------





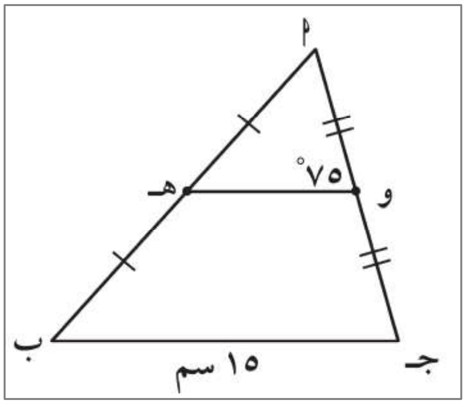
- ق(∠أعو) ------------------
- ق(∠ص) ------------------

س في الشكل المقابل أبجـ مثلث فيه:

أو=وجـ ، أهـ=هـب ، بجـ=١٥سم , ق(أوهـ)=٧٥°

أوجد بالبرهان:

- طول وهـ
- ق(جـ)

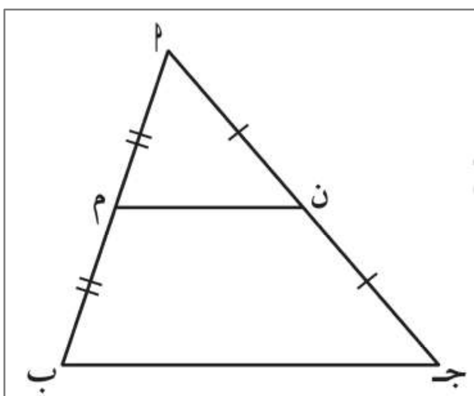


س أبجـ مثلث فيه:

م منتصف أب ، ن منتصف أجـ ، أب=١٠سم ,

أجـ=١٣سم ، بجـ=١١سم أوجد بالبرهان:

- طول نم
- محيط Δ أنم

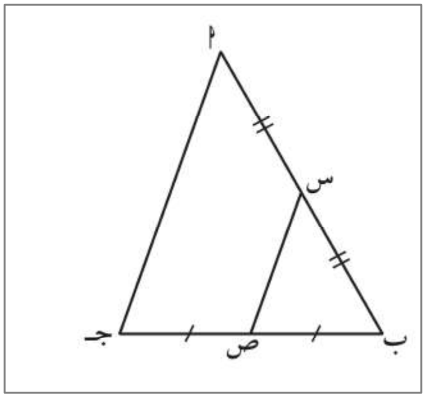


س ا ب ج مثلث فيه:

س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{ب ج}}$

ق$(\hat{\text{ب}})$ = ٦٠° ، ق$(\hat{\text{ا}})$ = ٥٠°

أوجد ق$(\widehat{\text{س ص ب}})$.



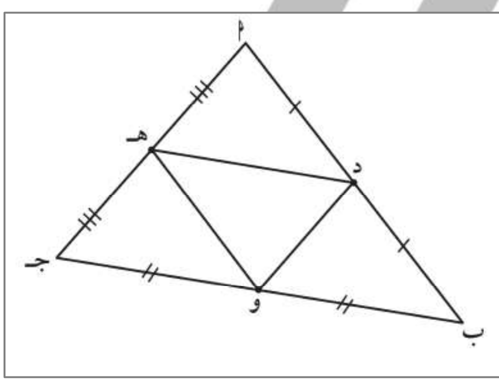
س ا ب ج مثلث فيه:

ا ب = ١٢سم ، ب ج = ١٤سم

ا ج = ١١سم ، د ، هـ ، و منتصفات

$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ا ج}}$ ، $\overline{\text{ج ب}}$ على الترتيب

أوجد بالبرهان محيط المثلث د و هـ

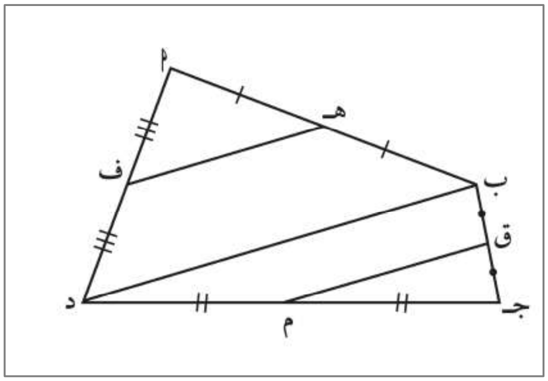


س في الشكل الرباعي أ ب جـ د :

إذا كان هـ ، ف ، م ، ق منتصفات الأضلاع

$\overline{\text{ب أ}}$ ، $\overline{\text{أ د}}$ ، $\overline{\text{د جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ ب}}$ على الترتيب

أثبت أن: $\overline{\text{هـ ف}}$ // $\overline{\text{ق م}}$

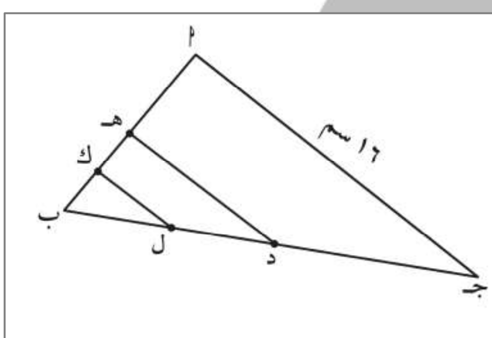


س أ ب جـ مثلث فيه:

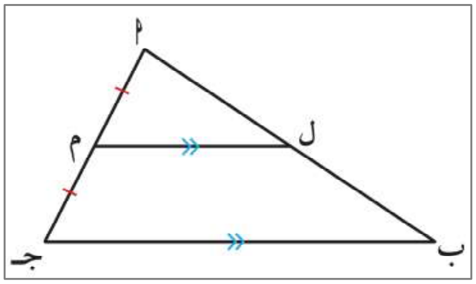
أ جـ = ١٦سم ، هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ،

د منتصف $\overline{\text{جـ ب}}$ ، ك منتصف $\overline{\text{ب هـ}}$

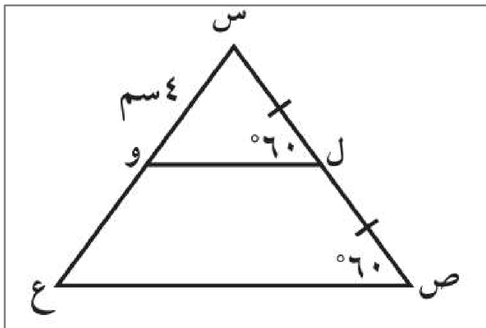
$\overline{\text{ك ل}}$ // $\overline{\text{هـ د}}$ أوجد طول $\overline{\text{ك ل}}$



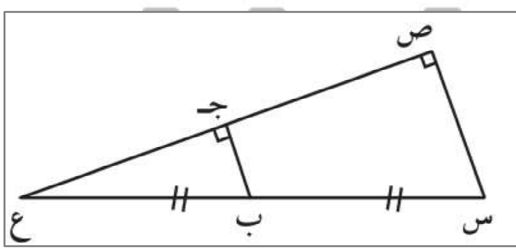
نظرية:
إذا رسم مستقيم من منتصف أحد أضلاع مثلث موازياً ضلعاً أخر فيه ، فإنه ينصف الضلع الثالث.



في المثلث أبجـ :
∵ م منتصف $\overline{\text{أجـ}}$ ، $\overline{\text{لم}} // \overline{\text{بجـ}}$
∴ ل منتصف $\overline{\text{أب}}$

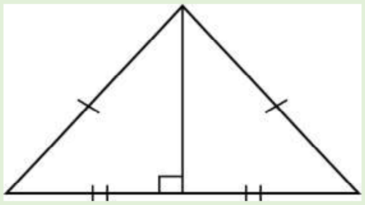


س س ص ع مثلث فيه: ل منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ،
ق(ص^) = ق(س ل^ و) = ٦٠° ، س و = ٤ سم
أوجد طول $\overline{\text{س ع}}$



س س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ،
ب منتصف $\overline{\text{س ع}}$ ، $\overline{\text{بجـ}} \perp \overline{\text{ص ع}}$
أثبت أن : ص جـ = ع جـ

في المثلث المتطابق الضلعين العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته ينصفها.

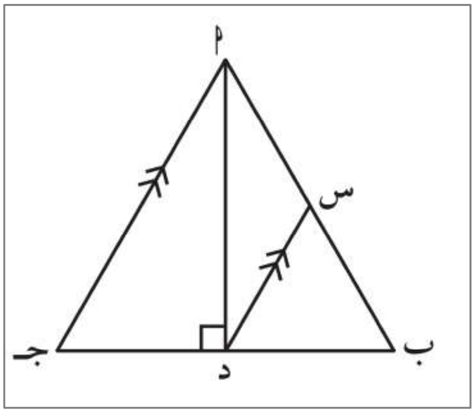


س عند تصميم أحد جسور ، قام المهندس برسم المثلث في الشكل المقابل:

حيث $\overline{أب} = \overline{أجـ} = ٨$ سم ، $\overline{أد} \perp \overline{بجـ}$ ،

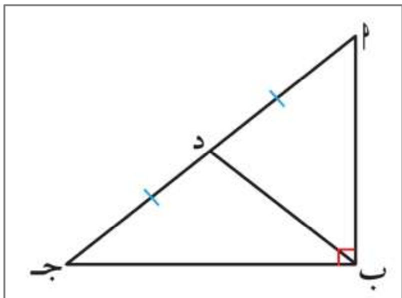
رسم $\overline{دس} \parallel \overline{جـأ}$ ، $س \in \overline{أب}$

أوجد طول $\overline{دس}$



القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر

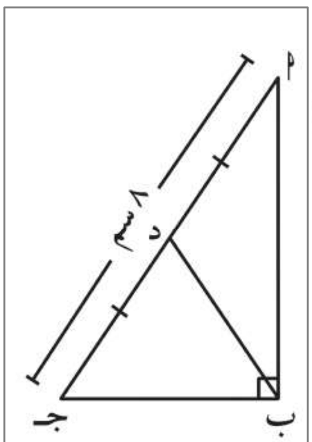
نظرية:
طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوى نصف طول الوتر.



في المثلث ابجـ :

∵ ق(بˆ) = ٩٠°، د منتصف $\overline{اجـ}$

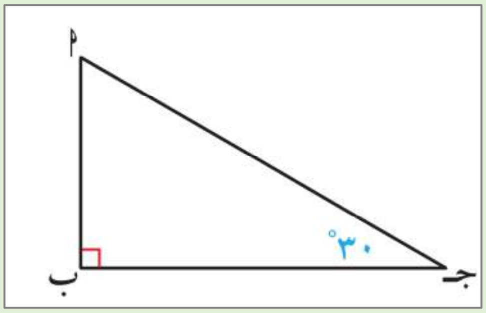
∴ بد = $\frac{١}{٢}$ اجـ



س ابجـ مثلث قائم الزاوية في ب ،
د منتصف $\overline{اجـ}$ ، اجـ=٨سم
أوجد بالبرهان طول $\overline{بد}$

نتيجة (١) :

في المثلث الثلاثيني الستيني يكون طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° مساوياً نصف طول الوتر.



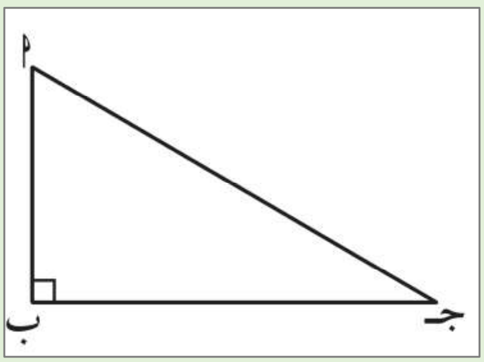
∵ ابجـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق($\hat{جـ}$)=٣٠°

∴ اب=$\frac{١}{٢}$اجـ

وعكس ذلك أيضاً صحيح

نتيجة (٢) :

في المثلث القائم الزاوية إذا كان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة مساوياً نصف طول الوتر ، فإن قياس الزاوية المقابلة لهذا الضلع ٣٠° ويسمى المثلث ثلاثينياً ستينياً



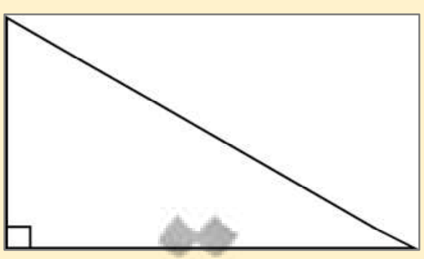
∵ ابجـ مثلث قائم الزاوية في ب ،

اب=$\frac{١}{٢}$اجـ

∴ ق(جـ)=٣٠°

∴ المثلث ابجـ ثلاثيني ستيني

ملاحظات (نظرية فيثاغورث)



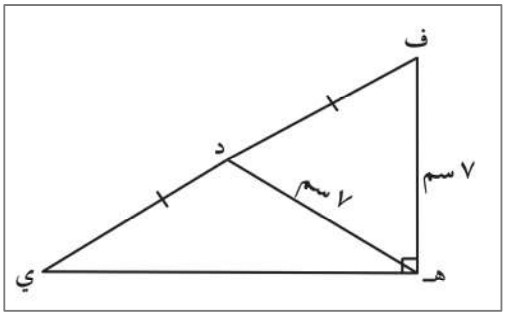
الوتر= $\sqrt{(\text{ضلع}_١)^٢ + (\text{ضلع}_٢)^٢}$

الوتر= $\sqrt{٣^٢ + ٤^٢} = \sqrt{٢٥} = ٥$

الضلع= $\sqrt{(\text{الوتر}_١)^٢ - (\text{الضلع}_٢)^٢}$

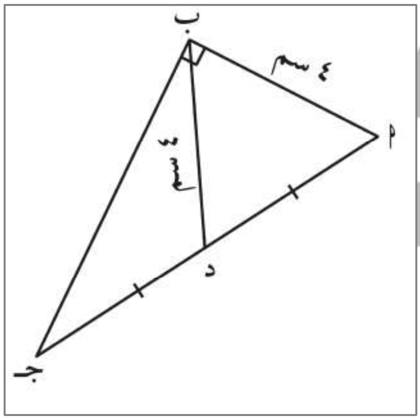
الضلع= $\sqrt{٥^٢ - ٤^٢} = \sqrt{٩} = ٣$

س في الشكل المقابل:
أوجد بالبرهان كلاً مما يلى:



- ق($\hat{ي}$).
- ق($\hat{ف}$).

س في الشكل المقابل: أوجد بالبرهان :

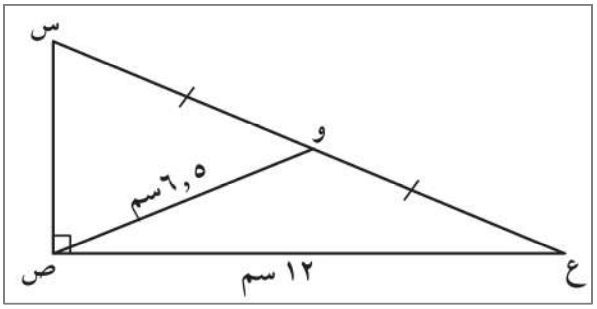


- ق($\hat{جـ}$).
- ق($\hat{أ}$).

س س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ، و منتصف $\overline{سع}$

ص و = ٦,٥ سم ، ع ص = ١٢ سم

أوجد بالبرهان طول



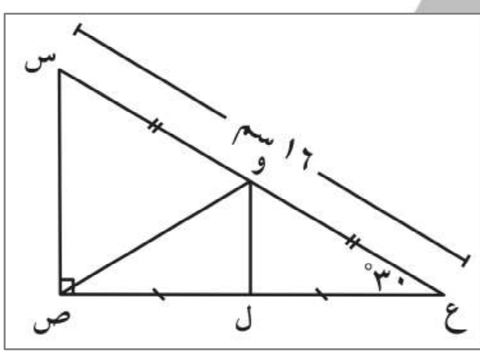
- س ع.
- س ص.

س س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ،

س ع = ١٦ سم ، و منتصف $\overline{سع}$

ل منتصف $\overline{عص}$ ، ق($\hat{ع}$) = ٣٠°

أوجد بالبرهان كلاً مما يلى:



- ص و
- س ص
- و ل

س س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ،

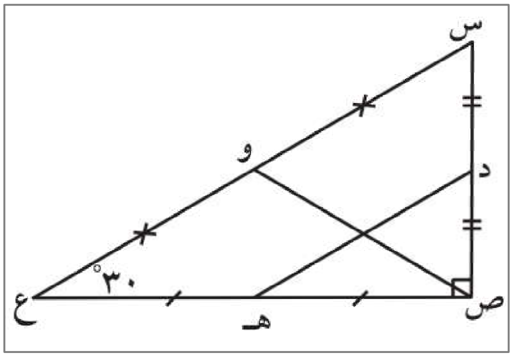
ص و = ٦سم ، ق ($\widehat{ع}$) = ٣٠°

د منتصف $\overline{س ص}$ ، هـ منتصف $\overline{ص ع}$ ،

و منتصف $\overline{س ع}$

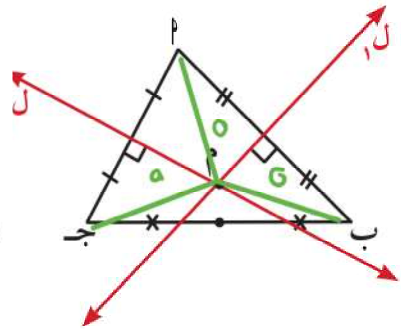
أوجد بالبرهان كلاً مما يلي:

- طول $\overline{س ع}$
- طول $\overline{س ص}$
- طول $\overline{د هـ}$

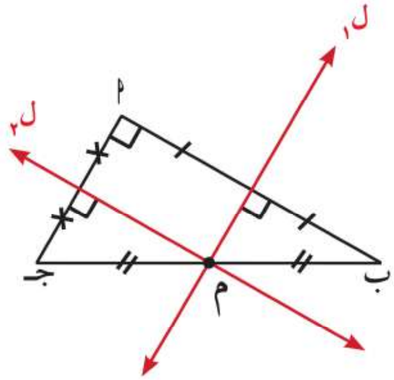


محاور أضلاع المثلث

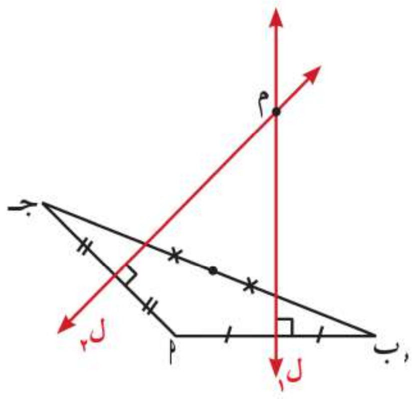
نظرية:
محاور أضلاع المثلث تتقاطع في نقطة واحدة.



مثلث حاد الزوايا



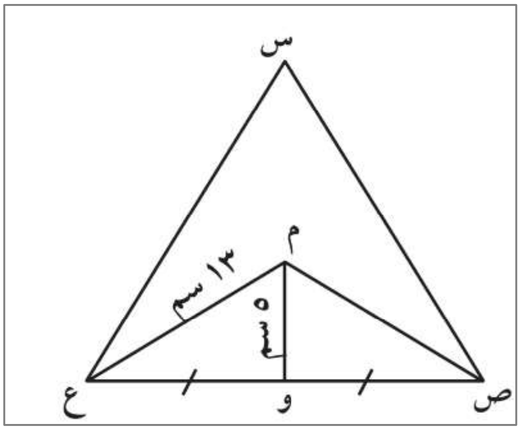
مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية

من النشاط السابق نلاحظ أن :

- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث الحاد الزوايا تقع **داخله.**
- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث القائم الزاوية تقع في **منتصف الوتر.**
- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث المنفرج الزاوية تقع **خارجـة**



س س ص ع مثلث فيه: م نقطة تقاطع محاور أضلاعه ، و منتصف $\overline{صع}$ ،

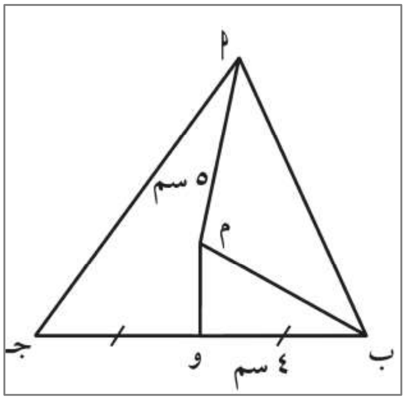
م ع = ١٣ سم ، م و = ٥ سم .

أوجد بالبرهان كل مما يلي:

- م ص.
- ص و.
- ص ع.

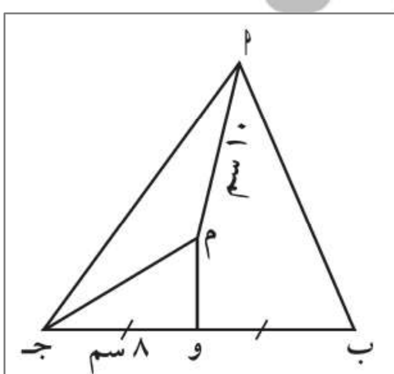
س Δ ابجـ فيه: م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ،
ام=٥سم ، بو= ٤سم ، و منتصف بجـ
أوجد بالبرهان كل مما يلي:

- مب.
- مو.



س Δ ابجـ فيه: م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ، ام=١٠سم ، وجـ=٨سم ،
و منتصف بجـ
أوجد بالبرهان كل مما يلي:

- طول مجـ
- طول مو

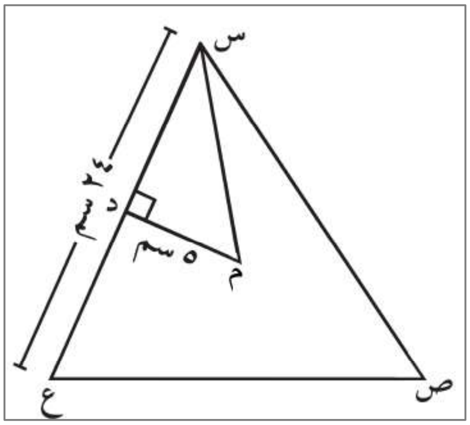


س سصع مثلث فيه:

نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث سصع ،

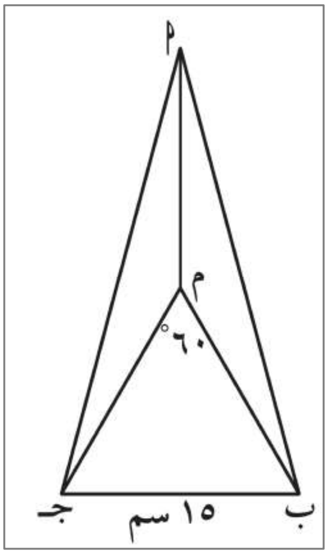
مد ⊥ سع ، سع=٢٤سم ، مد= ٥سم

أوجد طول مص



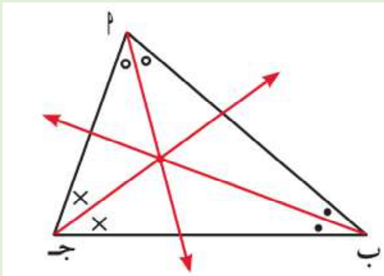
س $\triangle$ أ ب جـ مثلث فيه: م نقطة تقاطع محاور أضلاعه ،
إذا كان ب جـ = ١٥ سم ، ق(ب م̂ جـ) = ٦٠°

- أثبت أن المثلث ب م جـ متطابق الأضلاع .
- أوجد م أ



منصفات الزوايا الداخلية للمثلث

نظرية:
منصفات الزوايا الداخلية للمثلث
تتقاطع في نقطة واحدة



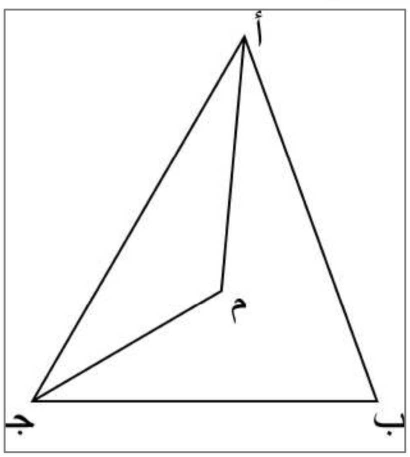
نتيجة :

نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية للمثلث على أبعاد متساوية من اضلاعه.

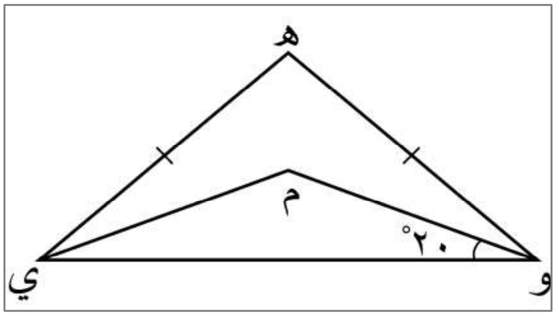
∵ م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية للمثلث

∴ م ل = م ن = م و

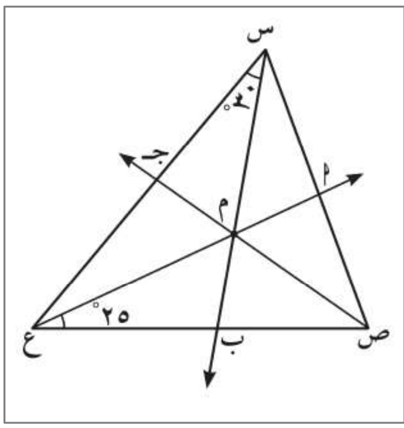
س ∆ ابجـ فيه: م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية،
اذا كان ق(∠ا ب جـ)=٧٠° ، ق(∠م جـ ب)=٣٠°
أوجد بالبرهان ق(∠م ا جـ)



س Δ هوي متطابق الضلعين فيه:
م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية
إذا كان ق(م̂وي)= ٢٠° فأوجد بالبرهان ق(ه̂)

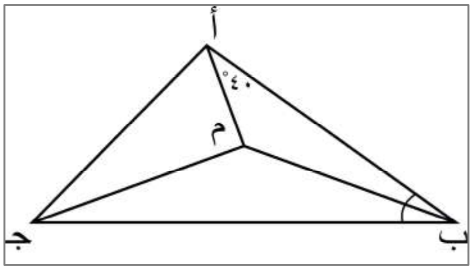


س Δ س ص ع فيه: م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية ،
اذا كان ق(م̂ع ص)= ٢٥° ، ق(م̂س ع)= ٣٠°
أوجد بالبرهان كلاً مما يلي:



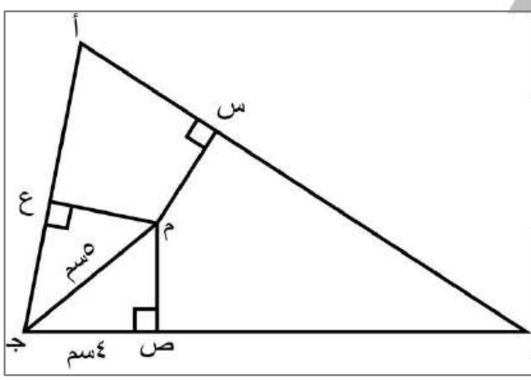
- ق(س̂ص ع).
- ق(م̂ص ع).

س Δ ابج فيه: ق(أبَج)=ق(بأَم)= ٤٠°
م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية
أوجد بالبرهان ق(أجَم)



س المثلث ابج فيه:
م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية ،
مج=٥سم ، جص= ٤سم
فأوجد بالبرهان:

- طول $\overline{\text{مص}}$
- طول $\overline{\text{سم}}$



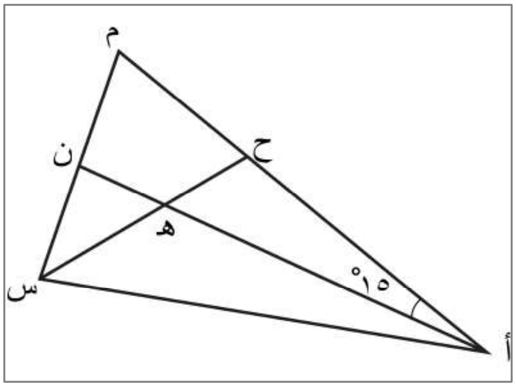
س م ا س مثلث فيه: ق(م̂) = ٧٠° ،

ق(م̂ا ن) = ١٥° ، ق(ا ش̂ ح) = ٤٠° ،

إذا كان سح منصف ش̂ ، ان ∩ سح = {هـ} ،

فأثبت أن هـ نقطة تقاطع منصّفات

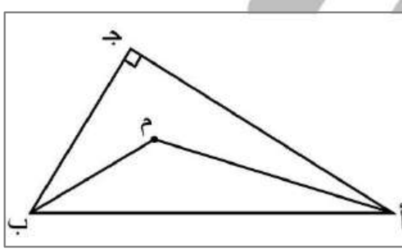
الزوايا الداخلية للمثلث م ا س



س ∆ ا ب جـ قائم الزاوية في جـ ، إذا كانت م

هي نقطة تقاطع منصّفات زواياه الداخلية

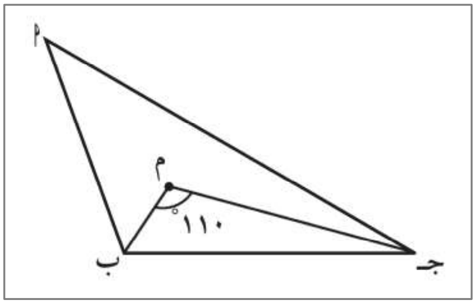
فأوجد بالبرهان ق(ا م̂ ب)



س Δ ابجـ فيه م نقطة تقاطع منصّفات زواياه الداخلية،

إذا كان ق(جـ م̂ ب)= ١١٠°

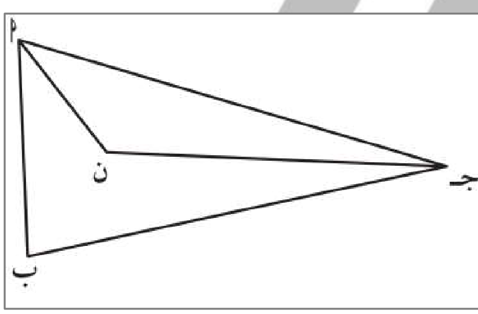
أوجد بالبرهان ق(جـ أ̂ ب)



س Δ ابجـ فيه ن نقطة تقاطع منصّفات زواياه الداخلية،

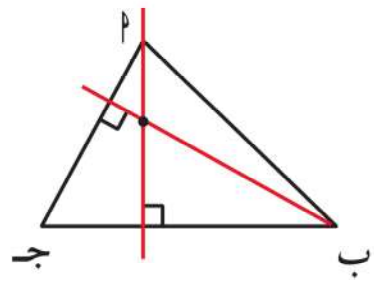
إذا كان ق(ن جـ̂ ا)+ق(ن أ̂ جـ)= ٥٠°

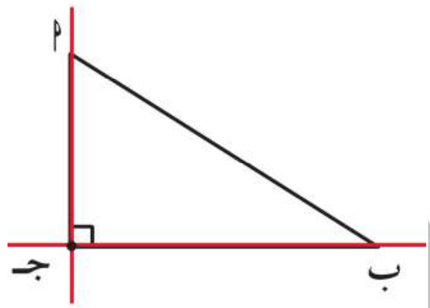
أوجد بالبرهان ق(ب̂)

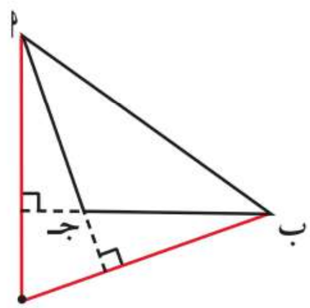


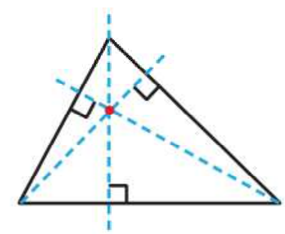
الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه

نظرية:
الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث عي أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة

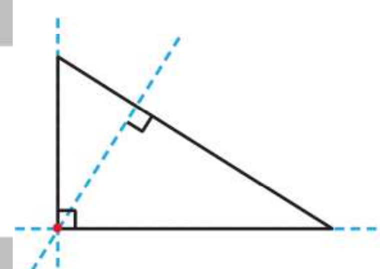




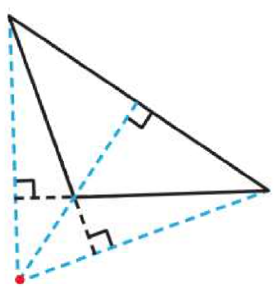




نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث الحاد الزوايا على أضلاعه تقع داخل المثلث

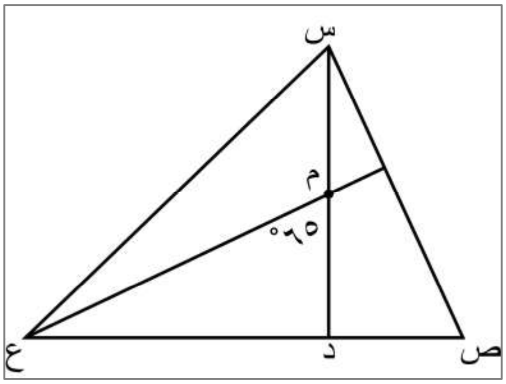


نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث القائم الزاوية على أضلاعه هي رأس الزاوية القائمة



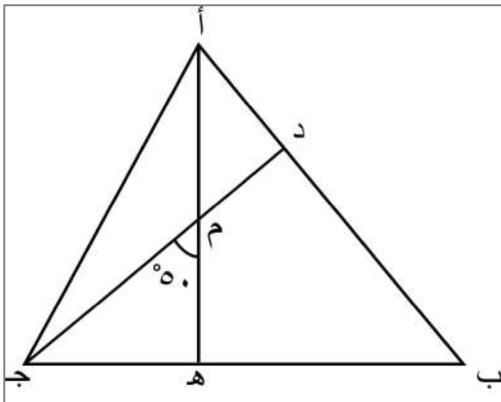
نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث المنفرج الزاوية على أضلاعه تقع خارج المثلث

س في المثلث س ص ع: م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ، $\overline{\text{ع هـ}} \cap \overline{\text{س د}}$ = { م } أكمل ما يلي (دون استخدام الأدوات الهندسية):



- ق(م عَ̂ د) =
- ق(س صَ̂ ع) =

س أ ب جـ مثلث فيه: م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ، ق(جـ مَ̂ هـ) = ٥٠° إذا كان $\overline{\text{جـ د}} \cap \overline{\text{أ هـ}}$ = { م } فأوجد بالبرهان ق(بَ̂)

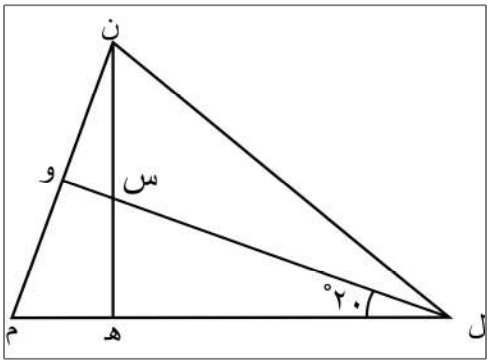


س نلم مثلث فيه: س نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ،

$\overline{لو} \cap \overline{نهـ} = \{س\}$ وكان ق(و̂لم) = ٢٠°

أوجد بالبرهان كلاً ما يلى:

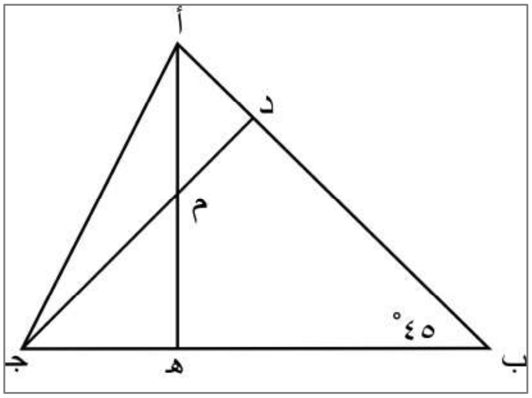
- ق(و̂مل)
- ق(و̂سهـ)



س ∆ أ ب جـ فيه: ق(ب̂)= ٤٥° ،

م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه، $\overline{أهـ}$ ∩ $\overline{جـد}$ = { م } ،

أوجد بالبرهان كلاً ما يلي:

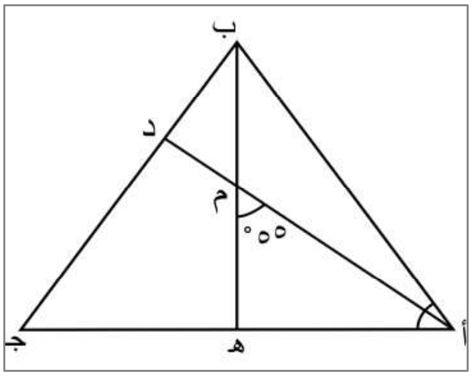


- ق(ب أ̂ هـ)
- ق(د م̂ هـ)

س △ ا ب جـ: م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ، $\overline{\text{اد}} \cap \overline{\text{به}} = \{\text{م}\}$

وكان ق(ب $\hat{\text{ا}}$ جـ) = (ا $\hat{\text{م}}$ هـ) = ٥٥°

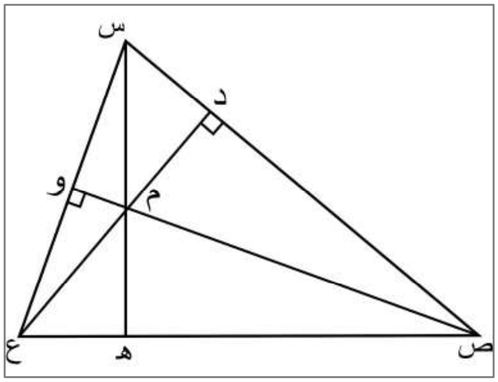
أوجد بالبرهان:



- ق(ا $\hat{\text{جـ}}$ ب)
- ما نوع المثلث ا ب جـ بالنسبة إلى أضلاعه؟

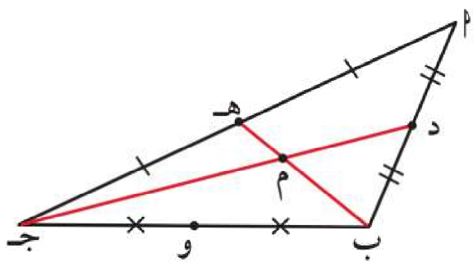
س س ص ع فيه: ق(س ع^ ص) = ٧٠° ،
ع د ⊥ س ص ، ص و ⊥ س ع

- أثبت أن : س هـ ⊥ ص ع
- أوجد بالبرهان ق(هـ س^ ع)

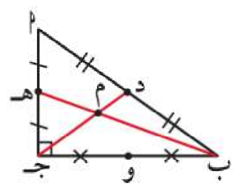


القطع المتوسطة للمثلث

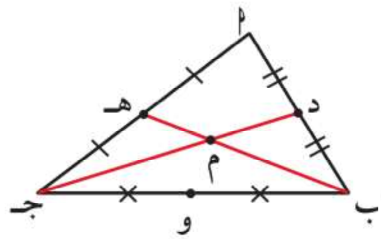
نظرية:
القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.



مثلث منفرج الزاوية

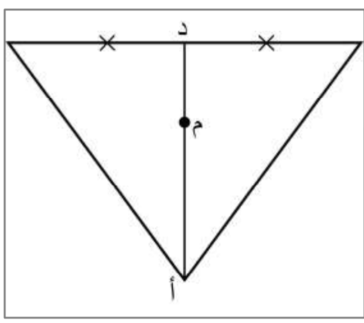


مثلث قائم الزاوية



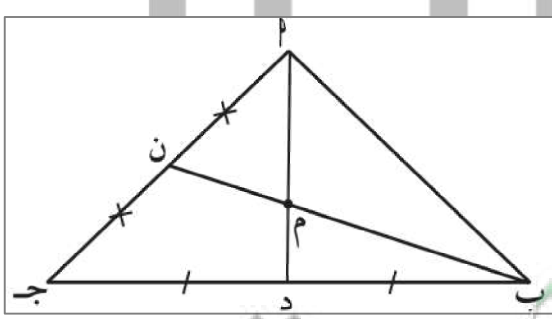
مثلث حاد الزوايا

س أد=١٨سم



- أم = ---------------- سم
- مد = ---------------- سم

س المثلث أبجـ فيه: م نقطة تقاطع القطع المتوسطة ، إذا كان بم=١٠ سم فإن:



نم = ----------------

بن = ----------------

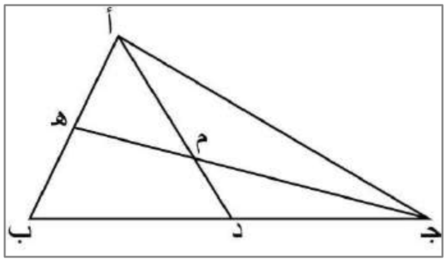
س إذا كان أد=١٢ سم فإن:

أم = ----------------

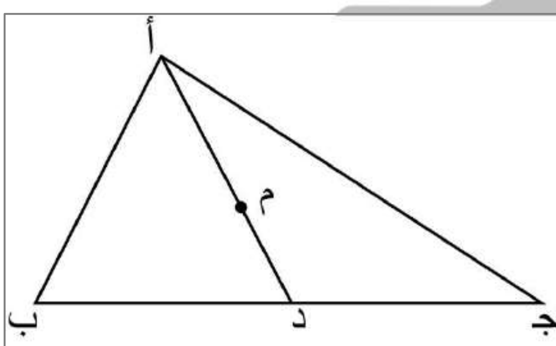
دم = ----------------

س في الشكل المقابل: أد ∩ جـه = { م }
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أبج ،
إذا كان أم=١٨ سم ، جـه=٣٠ سم
فأوجد بالبرهان:

▪ مه ▪ جم ▪ أد



س في الشكل المقابل: أد قطعة متوسطة للمثلث أبج ، م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أبج ،
إذا كان أم=٥س ، مد=س+٣
فأوجد بالبرهان أد

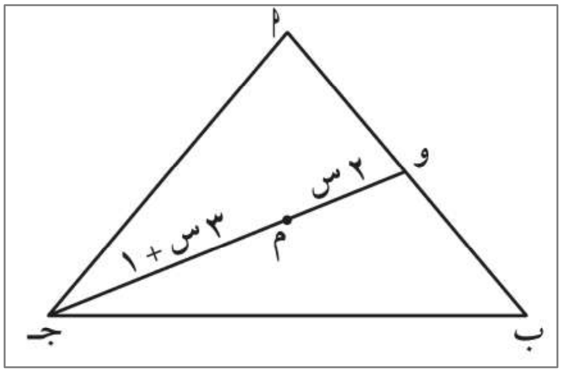


س المثلث أبج فيه جو قطعة متوسطة

م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث ،

إذا كان مو = ٢س ، جم = ٣س+١ ،

فأوجد بالبرهان قيمة س



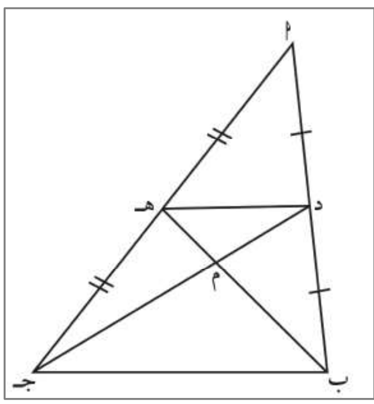
س في الشكل المقابل

د منتصف أب ، هـ منتصف أج ،

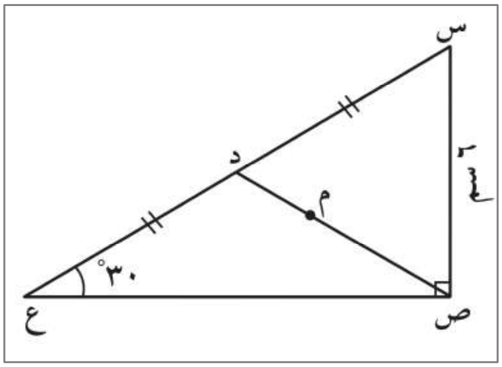
دج ⊥ بهـ = { م }

بج = ٨سم ، بم = ٤سم ، دج = ٩سم

أوجد بالبرهان محيط Δ دمهـ

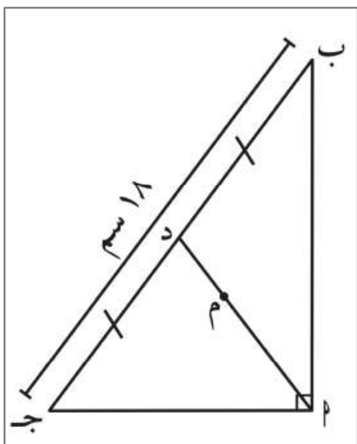


س $\triangle$ س ص ع قائم الزاوية في ص فيه: ق(ع^)= ٣٠°
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث ،
س ص= ٦سم أوجد كلا مما يلى:



- س ع
- ص د
- ص م

س أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ ،
طول $\overline{\text{ب جـ}}$= ١٨سم ,
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أ ب جـ
أوجد بالبرهان كلاً من:



- أ د
- أ م

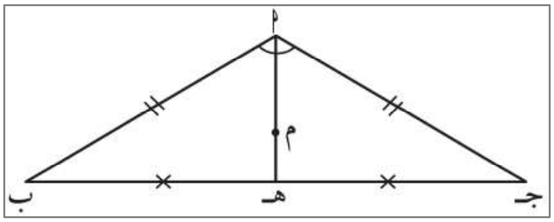
س أبجـ مثلث فيه:

أب = أجـ = ٢٤سم , ق(جـ^) = ٣٠° ،

م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث

أوجد بالبرهان كلاً من:

- أهـ
- مهـ
- مأ



النسبة المئوية

تمرن :

س جهاز كهربائي سعره ١٢٠ ديناراً ، وفي موسم التنزيلات وضِع عليه خصم بنسبة ١٥٪ ، فما قيمة الخصم ؟

س قدِّر ٦٣٪ من العدد ٤٥

س قدِّر ١٩٪ من العدد ٢١٠

س سُجِّل ٥٠ متعلماً في رحلة مدرسية إلى أبراج الكويت ، حضر منهم ٣٥ متعلماً فقط. ما النسبة المئوية للحاضرين ؟

س إذا كان ٢٠٪ من متعلمي الصف التاسع في إحدى المدارس هو ٢٤ متعلماً ، فما عدد متعلم الصف التاسع ؟

النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية

يمكن حل المسائل التي تتضمن نسباً مئوية تزايديه باستخدام المعادلة التالية

القيمة النهائية = (القيمة الأصلية × (١٠٠٪ + النسبة المئوية للتزايد)

كذلك يمكن حل المسائل التي تتضمن نسباً مئوية تناقصيه باستخدام المعادلة التالية :

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ _ النسبة المئوية للتناقص)

س أوجد السعر النهائي لحاسوب كان سعره ٧٠٠ دينار ثم زاد بنسبة ٢٠٪

س ارتفعت قيمة سهم إحدى شركات الاتصالات المدرجة في سوق الأوراق المالية بنسبة ١٤٪ . إذا كانت القيمة الأصلية للسهم ٤٠٠ فلس ، فأوجد القيمة النهائية للسهم.

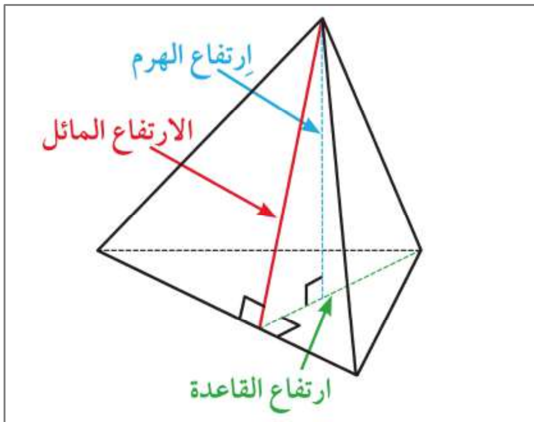
س أوجد النسبة المئوية للتزايد إذا كانت القيمة النهائية ٢٤٠ والقيمة الأصلية ٢٠٠.

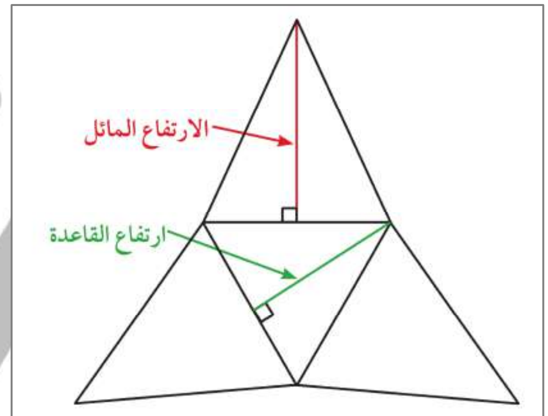
س يعمل جاسم في محل بيع الهواتف المتنقلة ويحصل على خصم ٣٠٪ على مشترياته. إذا كان سعر البيع لأحد الهواتف ٧٠ ديناراً ، فكم سيدفع جاسم بعد الخصم ؟

س أوجد النسبة المئوية للتناقص إذا كانت القيمة النهائية ٣٠٠ والقيمة الأصلية ٥٠٠

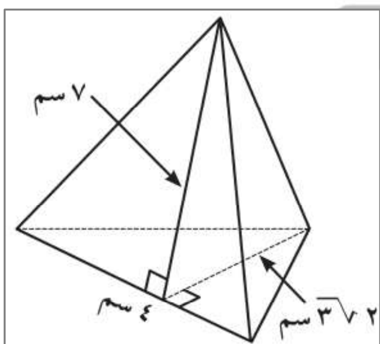
المساحة السطحية للهرم والمخروط

المساحة السطحية للهرم المنتظم =
(عدد الأوجه × مساحة الوجه الواحد) + مساحة القاعدة

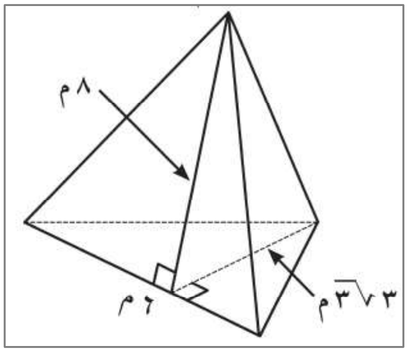




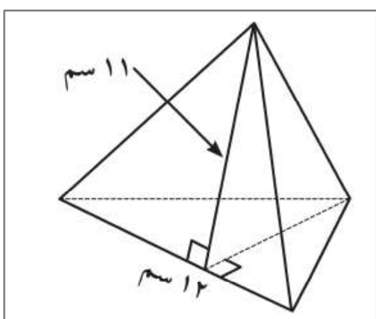
س هرم ثلاثي منتظم طول ضلع قاعدته ٤ سم وارتفاع قاعدته $٢\sqrt{٣}$ سم وارتفاعه المائل ٧سم
أوجد مساحته السطحية.



س هرم ثلاثي منتظم طول ضلع قاعدته ٦م وارتفاع قاعدته $٣\sqrt{٣}$ م وارتفاعه المائل ٨م أوجد المساحة السطحية للهرم المنتظم.



س هرم ثلاثي منتظم مساحة قاعدته $٣٦\sqrt{٣}$ سم^٢ طول ضلع قاعدته ١٢سم وارتفاعه المائل ١١سم أوجد مساحته السطحية.



المخروط الدائري القائم: مجسم قاعدته دائرية الشكل وله رأس واحد ، وارتفاعه هو طول العمود المرسوم من رأسه على قاعدته عند مركزها.

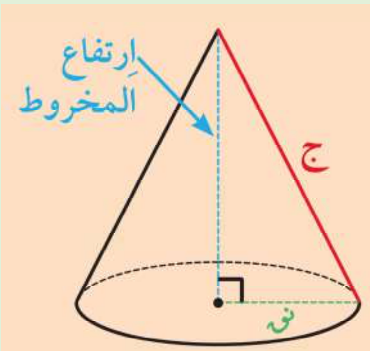
المساحة الجانبية للمخروط الدائري القائم

$= \frac{١}{٢}$ محيط القاعدة × طول الراسم

$= \frac{١}{٢} \times ٢ \pi$ نق × ع

$= \pi$ نق × ع

(حيث ع هو طول الراسم)



المساحة الجانبية للمخروط الدائري القائم

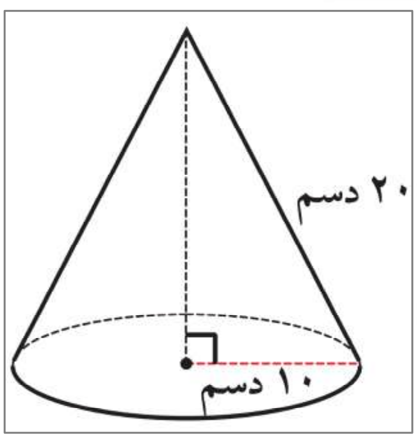
= المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

$= \pi$ نق × ع + π نق^{٢}

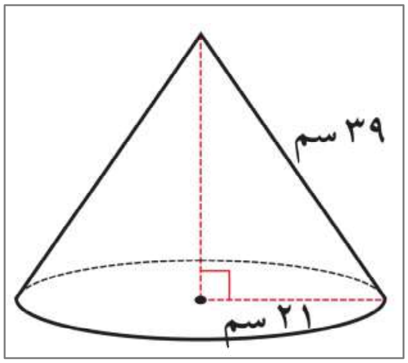
$= \pi$ نق × (ع + نق)

س في الشكل المقابل مخروط دائري قائم (اعتبر π = ٣,١٤) وأوجد:

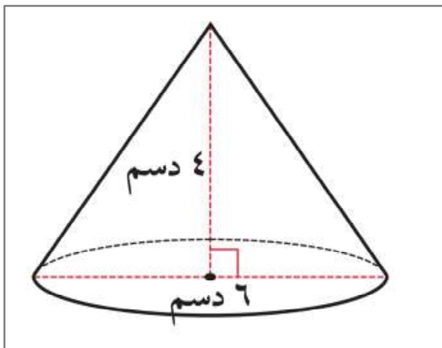
- مساحته الجانبية
- مساحته السطحية



س أوجد المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم في الشكل المقابل (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



س في الشكل المقابل مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته ٦د سم وارتفاعه ٤د سم ، أوجد ما يلي:



- طول الراسم (ع):

- المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم: (بدلالة π)

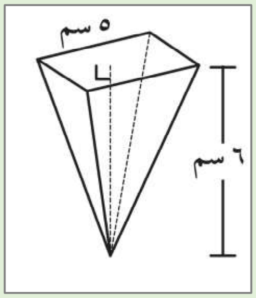
س أرادت شركة ورقيات تصنيع قبعات للأطفال على شكل مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته ٧سم وطول الراسم ٣٠سم. أحسب المساحة السطحية للورق المستخدم لصناعة القبعة. (أعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

حجم الهرم

حجم الهرم القائم = $\frac{١}{٣}$ × حجم المنشور القائم المشترك معه في القاعدة والارتفاع

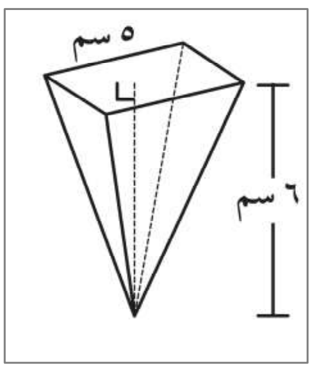
حجم الهرم القائم = $\frac{١}{٣}$ × مساحة القاعدة × الارتفاع

ح = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

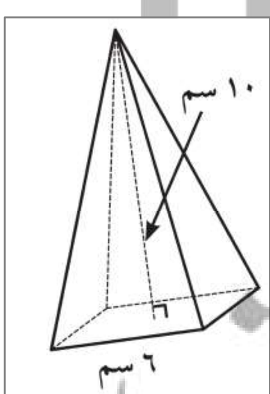


أوجد حجم المجسّم في كل مما يلي:

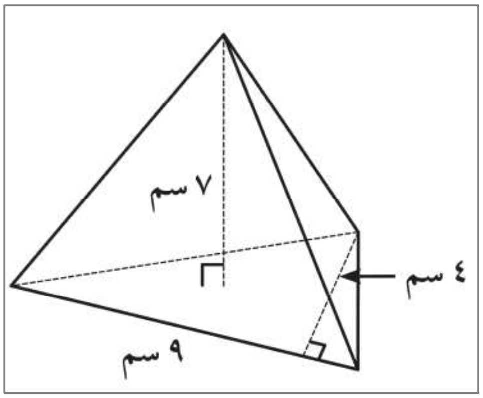
س أوجد حجم الهرم الرباعي القائم الذي قاعدته على شكل مربع كما في الشكل



س هرم منتظم قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه ٦سم وارتفاع الهرم ١٠سم



س هرم قاعدته مثلث الشكل طول قاعدته ٩سم وارتفاعها ٤سم وارتفاع الهرم ٧سم



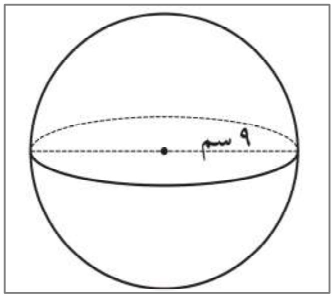
س هرم ثلاثي حجمه ١٥٠سم٣ ، إذا كانت مساحة قاعدة الهرم ٢٥سم٢ ، فما ارتفاع الهرم ؟

س صنع وليد نموذجاً لهرم رباعي منتظم حجمه ٤٠٠سم٣ إذا كان ارتفاع ١٢سم٣ ، فما طول ضلع قاعدة الهرم ؟

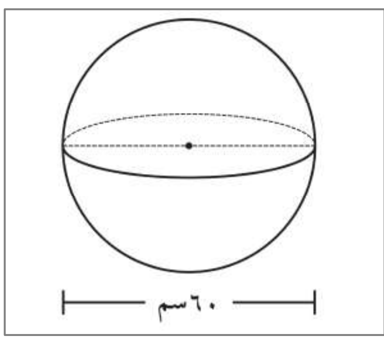
حجم الكرة

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \times \pi$ نق^{٣}

س أوجد حجم كرة طول نصف قطرها ٩سم . (بدلالة π)



س من خلال الشكل المقابل أوجد حجم الكرة المرسومة .
(بدلالة π)



س أوجد حجم كرة طول نصف قطرها ٦سم . (بدلالة π)

س إذا كان حجم كرة $\frac{٢٥٦}{٣}\pi$ م٣ فاحسب طول نصف قطرها .

س خزان على شكل نصف كرة، إذا كان طول قطر الخزان ٢م ، فاحسب حجمه. (أعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)